



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21c/2018/03.29.14.45-TDI

## MODELAGEM DA PERTURBAÇÃO NA ATITUDE DE UM SATÉLITE DURANTE O PROCEDIMENTO DE ABERTURA DOS PAINÉIS SOLARES

Renan Sodré Mota

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Evandro Marconi Rocco, aprovada em 16 de março de 2018.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3QQHQ4L>>

INPE  
São José dos Campos  
2018

## **PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GBDIR)

Serviço de Informação e Documentação (SESID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

E-mail: pubtc@inpe.br

## **COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):**

### **Presidente:**

Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação (CPG)

### **Membros:**

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (COCST)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação-Geral de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CGCEA)

Dra. Carina de Barros Melo - Coordenação de Laboratórios Associados (COCTE)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia e Tecnologia Espacial (CGETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação-Geral de Observação da Terra (CGOBT)

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CGCPT)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

### **BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

### **REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Simone Angélica Del Duca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

### **EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21c/2018/03.29.14.45-TDI

## MODELAGEM DA PERTURBAÇÃO NA ATITUDE DE UM SATÉLITE DURANTE O PROCEDIMENTO DE ABERTURA DOS PAINÉIS SOLARES

Renan Sodré Mota

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Evandro Marconi Rocco, aprovada em 16 de março de 2018.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3QQHQ4L>>

INPE  
São José dos Campos  
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Mota, Renan Sodré.

M856m Modelagem da perturbação na atitude de um satélite durante o procedimento de abertura dos painéis solares / Renan Sodré Mota. – São José dos Campos : INPE, 2018.  
xxvi+135 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21c/2018/03.29.14.45-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2018.

Orientador : Dr. Evandro Marconi Rocco.

1. Painel solar. 2. Controle de atitude. 3. Filtro de Kalman.  
4. Satélites artificiais. I.Título.

CDU 629.7.062.2

---



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

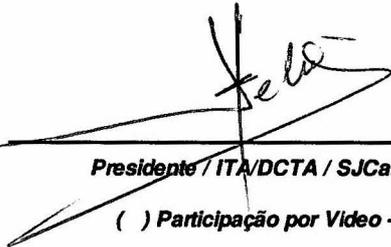
This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aluno (a): **Renan Sodré Mota**

Título: "MODELAGEM DA PERTURBAÇÃO NA ATITUDE DE UM SATÉLITE DURANTE O PROCEDIMENTO DE ABERTURA DOS PAINÉIS SOLARES"

Aprovado (a) pela Banca Examinadora  
em cumprimento ao requisito exigido para  
obtenção do Título de **Mestre** em  
**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica  
Espacial e Controle**

Dr. Helio Koiti Kuga



---

Presidente / ITA/DCTA / SJC Campos - SP  
 Participação por Video - Conferência

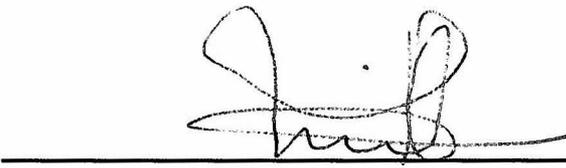
Dr. Evandro Marconi Rocco



---

Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP  
 Participação por Video - Conferência

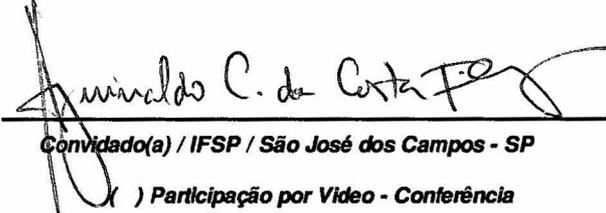
Dr. Paulo Giacomio Milani



---

Membro da Banca / INPE / SJC Campos - SP  
 Participação por Video - Conferência

Dr. Aguinaldo Cardozo da Costa Filho



---

Convidado(a) / IFSP / São José dos Campos - SP  
 Participação por Video - Conferência

**Este trabalho foi aprovado por:**

maioria simples

unanimidade



“A humildade é a chave de nossa libertação”

Emmanuel – Chico Xavier



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a toda a minha família pelo amor e carinho. Aos meus pais pela minha formação moral. À minha irmã por ser uma inspiração e à minha querida noiva pelo apoio incondicional. Sem eles eu não seria quem eu sou.

Também sou grato a todos os meus professores, pelo conhecimento e experiências transmitidas. Em especial para o Dr. Evandro Marconi Rocco por ser um grande guia e mentor. Agradeço aos meus amigos, pelos momentos de trabalho de equipe e os de relaxamento também.

Por fim, tenho gratidão ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais e a CAPES por me fornecer a oportunidade e os recursos para realização deste trabalho e do meu aprimoramento profissional.



## RESUMO

Este estudo tem o objetivo desenvolver uma ferramenta computacional e utilizá-la para analisar os efeitos do procedimento de abertura do painel solar na dinâmica de atitude de satélites artificiais. Os satélites têm evoluído nas últimas décadas, o que significa que os satélites mais simples vêm sendo substituídos por modelos mais complexos e flexíveis. Cada vez mais eles vêm incluindo apêndices flexíveis em suas estruturas. Esses apêndices, no caso estudado, são painéis solares. Essenciais para qualquer missão, eles precisam ser acomodados ao corpo principal do satélite para facilitar o processo de lançamento e abertos no espaço para fornecer energia para os subsistemas do satélite. O momento de abertura é crucial, mas também gera perturbações que afetam a atitude do satélite e precisam ser compensadas pelo sistema de controle. Os estudos foram realizados no ambiente virtual SAS (Spacecraft Attitude Simulator). O simulador permite ao usuário configurar cada etapa da malha de controle, possibilitando o ajuste dos ganhos do controlador PID (Proporcional, Integral e Derivativo) e dos parâmetros que modelam sensores e atuadores. A perturbação, por sua vez, é computada separadamente e é inserida na malha por meio de torques perturbadores da dinâmica do movimento. Esses valores adicionais foram calculados pela ferramenta computacional desenvolvida usando uma abordagem de robótica com a formulação de Newton-Euler. Esse simulador também permite que o usuário implemente o estimador mais apropriado para o projeto. Neste caso, foi utilizado um filtro de Kalman para estimar os valores da atitude do satélite durante o processo de abertura dos painéis. Os resultados dos testes de controle do satélite mostraram como as perturbações geradas impactam a atitude do satélite e devem ser levadas em consideração em qualquer análise de missão.

Palavras-chave: Painel Solar. Controle de atitude. Filtro de Kalman. Satélites Artificiais.



# **MODELLING OF A SATELLITE ATTITUDE DISTURBANCE DURING THE PROCESS OF SOLAR ARRAY DEPLOYMENT**

## **ABSTRACT**

This study has the objective develop a computational tool and use it to analyze the effects of the solar array deployment procedure on artificial satellites attitude dynamics. The satellites have evolved in the last decades, meaning that more complex and flexible satellites are replacing the simpler ones. Most of the time the satellites now include the presence of flexible appendages. These appendages in this case of study are solar arrays. Essential to any mission, they must be stowed to ease the launching process and be deployed in space to provide energy for the satellite's subsystems. The deployment moment is crucial, but also generates perturbations that affect the satellite attitude and must be compensated for by the control system. The studies were implemented in the SAS (Spacecraft Attitude Simulator) virtual environment. The simulator allows the user to define each step of the control process separately, meaning that the perturbation can be computed separately from the attitude dynamics and act on it as additional torques, which were calculated using a robotics approach with the Newton-Euler formulation. It also allows the user to implement its desired estimator. In this case it was used a Kalman filter to estimate the values of the satellite's attitude during the deployment procedure. Results from the satellite's control tests show how such perturbation affects the satellite attitude and that it should be taken into account in any mission analysis.



## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 1.1 – Satélite artificial SCD-1 lançado em 1993. ....	1
Figura 1.2 – Satélite artificial CBERS-4 lançado em 2014. ....	1
Figura 1.3 - Abertura do painel solar .....	2
Figura 2.1 – Imagem para referência da Equação 2.17. ....	14
Figura 2.2 – Exemplo para visualização dos parâmetros comprimento e torção do elo. ....	21
Figura 2.3 – Parâmetros de Denavit-Hartenberg.....	22
Figura 2.4 – Diagrama de corpo livre de um elo.....	24
Figura 3.1 – Painel solar com segmentos laterais do INSAT-3A.....	31
Figura 3.2 – Gráfico da força do procedimento de <i>locking</i> . ....	32
Figura 4.1 – Diagrama de sistema de controle.....	33
Figura 4.2 – Bloco do Filtro de Kalman. ....	35
Figura 4.3 – Bloco de cálculo dos valores estimados.....	37
Figura 4.4 – Dimensionamento do sistema. ....	39
Figura 4.5 – Bloco da dinâmica do SAS. ....	41
Figura 4.6 – Bloco de cálculo do tensor de inércia inicial.....	42
Figura 4.7 – Bloco que simula o mecanismo de abertura. ....	43
Figura 4.8 – Valores iniciais dos ângulos de junta. ....	43
Figura 4.9 – Bloco de cálculo da perturbação. ....	44
Figura 4.10 – Bloco de atualização do tensor de inércia.....	44
Figura 5.1 - Ilustração do satélite simulado.....	46
Figura 5.2 – Ângulo de abertura do primeiro segmento do painel.....	49
Figura 5.3 – Velocidade angular de abertura do primeiro segmento do painel. ....	49
Figura 5.4 – Aceleração angular de abertura do primeiro segmento do painel. ....	50
Figura 5.5 – Ângulo de abertura do segundo segmento do painel.....	50
Figura 5.6 – Velocidade angular de abertura do segundo segmento do painel. ....	51
Figura 5.7 – Aceleração angular de abertura do segundo segmento do painel. ....	51
Figura 5.8 – Ângulo de abertura obtido por Carrara (1997). ....	52
Figura 5.9 – Velocidade angular de abertura obtida por Carrara (1997). ....	53
Figura 5.10 – Aceleração angular de abertura obtida por Carrara (1997).....	53
Figura 5.11 – Perturbação em X. ....	54
Figura 5.12 – Perturbação em Y. ....	55
Figura 5.13 – Perturbação em Z.....	55
Figura 5.14 – Evolução do tensor de inércia. ....	56

Figura 5.15 – Evolução dos momentos principais de inércia. ....	57
Figura 5.16 – Evolução dos produtos de inércia. ....	57
Figura 5.17 – Eixo X x Tempo. Sem controle. ....	58
Figura 5.18 – Eixo Y x Tempo. Sem controle. ....	59
Figura 5.19 – Eixo Z x Tempo. Sem controle. ....	59
Figura 5.20 – Eixo X x Tempo. Com atraso no controle. ....	61
Figura 5.21 – Eixo Y x Tempo. Com atraso no controle. ....	62
Figura 5.22 – Eixo Z x Tempo. Com atraso no controle. ....	62
Figura 5.23 – Perturbação no eixo X. Com controle. ....	64
Figura 5.24 – Perturbação no eixo Y. Com controle. ....	64
Figura 5.25 – Perturbação no eixo Z. Com controle. ....	65
Figura 5.26 – Evolução do tensor de inércia. Com controle. ....	65
Figura 5.27 – Eixo X x Tempo. Com controle. ....	66
Figura 5.28 – Eixo Y x Tempo. Com controle. ....	66
Figura 5.29 – Eixo Z x Tempo. Com controle. ....	67
Figura 5.30 – Eixo X x Tempo. Primeiro teste com rotação. ....	69
Figura 5.31 – Eixo Y x Tempo. Primeiro teste com rotação. ....	69
Figura 5.32 – Eixo Z x Tempo. Primeiro teste com rotação. ....	70
Figura 5.33 – Eixo X x Tempo. Segundo teste com rotação. ....	71
Figura 5.34 – Eixo Y x Tempo. Segundo teste com rotação. ....	72
Figura 5.35 – Eixo Z x Tempo. Segundo teste com rotação. ....	72
Figura 5.36 – Eixo X x Tempo. Terceiro teste com rotação. ....	73
Figura 5.37 – Eixo Y x Tempo. Terceiro teste com rotação. ....	74
Figura 5.38 – Eixo Z x Tempo. Terceiro teste com rotação. ....	74
Figura 5.39 – Erro no eixo X x Tempo. ....	76
Figura 5.40 – Erro no eixo Y x Tempo. ....	77
Figura 5.41 – Erro no eixo Z x Tempo. ....	77
Figura 5.42 – Desempenho do filtro no movimento de atitude (X). ....	78
Figura 5.43 – Desempenho do filtro no movimento de atitude (Y). ....	78
Figura 5.44 – Desempenho do filtro no movimento de atitude (Z). ....	79
Figura 5.45 – Resíduo em no eixo X x Tempo. ....	79
Figura 5.46 – Resíduo no eixo Y x Tempo. ....	80
Figura 5.47 – Resíduo no eixo Z x Tempo. ....	80
Figura 5.48 – Distribuição do resíduo em X. ....	81
Figura 5.49 – Distribuição do resíduo em Y. ....	81
Figura 5.50 – Distribuição do resíduo em Z. ....	82
Figura 5.51 – Eixo X com $a_2 = 0,019$ Nm/rad, variando a massa. ....	85
Figura 5.52 – Eixo Y com $a_2 = 0,019$ Nm/rad, variando a massa. ....	85
Figura 5.53 – Eixo Z com $a_2 = 0,019$ Nm/rad, variando a massa. ....	86
Figura 5.54 – Eixo X com $a_2 = 0,038$ Nm/rad, variando a massa. ....	86

Figura 5.55 – Eixo Y com $a_2 = 0,038$ Nm/rad, variando a massa. ....	87
Figura 5.56 – Eixo Z com $a_2 = 0,038$ Nm/rad, variando a massa. ....	87
Figura 5.57 – Eixo X com $a_2 = 0,057$ Nm/rad, variando a massa. ....	88
Figura 5.58 – Eixo Y com $a_2 = 0,057$ Nm/rad, variando a massa. ....	88
Figura 5.59 – Eixo Z com $a_2 = 0,057$ Nm/rad, variando a massa. ....	89
Figura 5.60 – Eixo X com $a_2 = 0,185$ Nm/rad, variando a massa. ....	89
Figura 5.61 – Eixo Y com $a_2 = 0,185$ Nm/rad, variando a massa. ....	90
Figura 5.62 – Eixo Z com $a_2 = 0,185$ Nm/rad, variando a massa. ....	90
Figura 5.63 – Eixo X com $a_2 = 0,312$ Nm/rad, variando a massa. ....	91
Figura 5.64 – Eixo Y com $a_2 = 0,312$ Nm/rad, variando a massa. ....	91
Figura 5.65 – Eixo Z com $a_2 = 0,312$ Nm/rad, variando a massa. ....	92
Figura 5.66 – Eixo X com $a_2 = 0,439$ Nm/rad, variando a massa. ....	92
Figura 5.67 – Eixo Y com $a_2 = 0,439$ Nm/rad, variando a massa. ....	93
Figura 5.68 – Eixo Z com $a_2 = 0,439$ Nm/rad, variando a massa. ....	93
Figura 5.69 – Eixo X com painel de 7,5 kg, variando as constantes elásticas. 94	
Figura 5.70 – Eixo Y com painel de 7,5 kg, variando as constantes elásticas. 94	
Figura 5.71 – Eixo Z com painel de 7,5 kg, variando as constantes elásticas.. 95	
Figura 5.72 – Eixo X com painel de 21 kg, variando as constantes elásticas. . 95	
Figura 5.73 – Eixo Y com painel de 21 kg, variando as constantes elásticas. . 96	
Figura 5.74 – Eixo Z com painel de 21 kg, variando as constantes elásticas... 96	
Figura 5.75 – Eixo X com painel de 52,5 kg, variando as constantes elásticas. .....	97
Figura 5.76 – Eixo Y com painel de 52,5 kg, variando as constantes elásticas. .....	97
Figura 5.77 – Eixo Z com painel de 52,5 kg, variando as constantes elásticas. .....	98
Figura 5.78 – Eixo X com painel de 63 kg, variando as constantes elásticas. . 98	
Figura 5.79 – Eixo Y com painel de 63 kg, variando as constantes elásticas. . 99	
Figura 5.80 – Eixo Z com painel de 63 kg, variando as constantes elásticas... 99	
Figura 5.81 – Eixo X com painel de 84 kg, variando as constantes elásticas. 100	
Figura 5.82 – Eixo Y com painel de 84 kg, variando as constantes elásticas. 100	
Figura 5.83 – Eixo Z com painel de 84 kg, variando as constantes elásticas. 101	
Figura 5.84 – Eixo X com painel de 94,5 kg, variando as constantes elásticas. .....	101
Figura 5.85 – Eixo Y com painel de 94,5 kg, variando as constantes elásticas. .....	102
Figura 5.86 – Eixo Z com painel de 94,5 kg, variando as constantes elásticas. .....	102
Figura 5.87(a) – Desvio máximo no eixo X.....	103
Figura 5.88(a) – Desvio máximo em no eixo Y.....	104

Figura 5.89(a) – Desvio máximo no eixo Z.....	105
Figura 5.90(a) – Tempo de acomodação no eixo X. ....	107
Figura 5.91(a) – Tempo de acomodação no eixo Y. ....	108
Figura 5.93(a) – Tempo de acomodação em no eixo Z.....	109
Figura 5.93(a) – Tempo de abertura. ....	110
Figura 5.94 – Perturbação no eixo X com 7,5 kg de painel e $a_2 = 0,019$ Nm/rad. .....	111
Figura 5.95 – Perturbação no eixo Y com 7,5 kg de painel e $a_2 = 0,019$ Nm/rad. .....	112
Figura 5.96 – Perturbação no eixo Z com 7,5 kg de painel e $a_2 = 0,019$ Nm/rad. .....	112
Figura 5.97 – Perturbação no eixo X com 94,5 kg de painel e $a_2 = 0,439$ Nm/rad. ....	113
Figura 5.98 – Perturbação no eixo Y com 94,5 kg de painel e $a_2 = 0,439$ Nm/rad. ....	113
Figura 5.99 – Perturbação no eixo Z com 94,5 kg de painel e $a_2 = 0,439$ Nm/rad. ....	114
Figura 5.100 – Tensor de Inércia com 7,5 kg de painel e $a_2 = 0,019$ Nm/rad.	115
Figura 5.101 – Tensor de Inércia com 94,5 kg de painel e $a_2 = 0,439$ Nm/rad. .....	115
Figura 5.102 – Superfície correspondente ao movimento em torno do eixo Z com painel de 30% da massa do corpo principal. ....	116
Figura 5.103 – Superfície correspondente ao movimento em torno do eixo Z com painel de 30% da massa do corpo principal. Vista 1. ....	117
Figura 5.104 – Superfície correspondente ao movimento em torno do eixo Z com painel de 30% da massa do corpo principal. Vista 2. ....	118
Figura 5.105 – Eixo X, teste de controle 1. ....	120
Figura 5.106 – Eixo Y, teste de controle 1. ....	120
Figura 5.107 – Eixo Z, teste de controle 1.....	121
Figura 5.108 – Eixo X, teste de controle 3. ....	122
Figura 5.109 – Eixo Y, teste de controle 3. ....	123
Figura 5.110 – Eixo Z, teste de controle 3.....	123
Figura 5.111 – Eixo X, teste de controle 8. ....	125
Figura 5.112 – Eixo Y, teste de controle 8. ....	125
Figura 5.113 – Eixo Z, teste de controle 8.....	126
Figura 5.114 – Eixo X, teste de controle 13.....	128
Figura 5.115 – Eixo Y, teste de controle 13.....	128
Figura 5.116 – Eixo Z, teste de controle 13.....	129

## LISTA DE TABELAS

	<b><u>Pág.</u></b>
Tabela 4.1 – Parâmetros de correspondência entre sistemas. ....	40
Tabela 5.1 – Entradas do modelo dos mecanismos de abertura. ....	48
Tabela 5.2 – Resultados dos testes com variação de massa e constante elástica. ....	84
Tabela 5.3 – Resultados dos testes com ajuste do controlador. ....	127



## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

SCD	Satélite de Coleta de Dados
CBERS	<i>China-Brazil Earth-Resources Satellite</i>
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
SAS	<i>Satellite Attitude Simulator</i>
PID	Proporcional Integral Derivativo



## LISTA DE SÍMBOLOS

$F$	Força
$p$	Quantidade de Movimento Linear
$\tau$	Torque
$l$	Quantidade de Movimento Angular
$\Delta W$	Trabalho realizado
$\Delta\theta$	Varição do ângulo de rotação do corpo rígido
$\mathbf{F}$	Vetor Força
$\boldsymbol{\tau}$	Vetor Torque
$r$	Distância entre o eixo de rotação e o ponto de aplicação da força
$\tau_O$	Torque em relação ao ponto $O$
$l_O$	Quantidade de movimento angular em relação ao ponto $O$
$L_O$	Quantidade de movimento angular total de um sistema de partículas em relação ao ponto $O$
$\tau_O^{(ext)}$	Torque externo em relação ao ponto $O$
$\dot{L}_O$	Derivada temporal da quantidade de movimento angular total de um sistema de partículas em relação ao ponto $O$
$L_G$	Quantidade de movimento angular total de um sistema de partículas em relação ao seu centro de massa
$r'$	Distância entre o centro de massa e uma partícula do sistema de partículas
$m$	Massa
$v'$	Velocidade linear
$\omega$	Velocidade angular
$I$	Tensor de Inércia
${}^B\dot{L}_G$	Derivada temporal da quantidade de movimento angular em relação a um sistema $B$ fixo ao corpo
$\dot{L}_G$	Derivada temporal da quantidade de movimento angular total de um sistema de partículas em relação ao seu centro de massa
$\tau_G$	Torque em relação ao centro de massa
$\dot{I}$	Derivada temporal do tensor de inércia
$\bar{I}$	Momento principal de inércia, componente da matriz de Inércia

$\bar{P}$	Produto de inércia, componente da matriz de Inércia
$\dot{\omega}$	Aceleração angular
$m_T$	Massa total
${}^{CM}\mathbf{I}$	Tensor de Inércia referente ao centro de massa
$h$	Altura do corpo, dimensão relativa ao eixo $z$
$w$	Largura do corpo, dimensão relativa ao eixo $y$
$l$	Comprimento do corpo, dimensão relativa ao eixo $x$
${}^C I_T$	Tensor de inércia total referente ao centro geométrico $C$ do corpo do satélite
${}^C I$	Tensor de inércia de um elo referente ao centro geométrico $C$ do corpo do satélite
${}^A \mathbf{I}$	Tensor de inércia referente à um eixo $A$
$r_c$	Distância entre eixos paralelos
$\mathbf{1}$	Matriz identidade, no contexto do teorema dos eixos paralelos
${}^B \mathbf{I}$	Tensor de inércia referente ao sistema $B$
${}^B_C \mathbf{R}$	Matriz de rotação do sistema $C$ para o sistema $B$ , concêntricos
$\mathbf{p}$	Coordenadas tridimensionais de um ponto $P$ , no contexto de transformações homogêneas
$p$	Componentes do vetor de coordenadas do ponto $P$
$\beta$	Valor de escalonamento de uma coordenada homogênea
${}^A_B \mathbf{T}$	Operador de transformação homogênea do sistema $B$ para o sistema $A$
${}^A_B \mathbf{R}$	Matriz de rotação do sistema $B$ para o sistema $A$
${}^A \mathbf{p}_{B(org)}$	Operador de translação entra a origem do sistema $B$ para a origem do sistema $A$
${}^A \mathbf{v}$	Coordenada homogênea de um vetor no sistema $A$
${}^B \mathbf{v}$	Coordenada homogênea de um vetor no sistema $B$
$\mathbf{R}_R(\varphi)$	Matriz de rotação no eixo $k$ por um angulo $\varphi$
${}^A \mathbf{u}$	Um vetor no sistema $A$
${}^A \mathbf{p}$	Um vetor no sistema $A$
$T_{k0}$	Torque inicial da mola da junta $k$
$T_{kf}$	Torque final da mola da junta $k$

$b_k$	Termo constante da equação linear da mola da junta $k$
$a_k$	Constante elástica da mola da junta $k$
$T_k$	Torque da mola da junta $k$
$\theta_k(t)$	Posição angular do painel $k$
$\ddot{\theta}_k(t)$	Aceleração angular de abertura do painel $k$
$I_k$	Momento de inércia do painel $k$ em relação ao eixo da junta $k$
$\omega_k$	Frequência angular da mola da junta $k$
$t$	Tempo
$t_0$	Tempo inicial da abertura
$c_k$	Constantes de integração
$\dot{\theta}_k(t)$	Velocidade angular do painel $k$
$\theta_{k0}$	Ângulo inicial da mola da junta $k$
$t_{kd}$	Tempo de desaceleração da mola da junta $k$
$\theta_{kd}$	Ângulo de início da desaceleração da mola da junta $k$
$\theta_{kf}$	Ângulo final da mola da junta $k$
$t_{kf}$	Tempo do final da abertura da mola da junta $k$
$a_i$	Comprimento do elo $i$
$\alpha_i$	Torção do elo $i$
$d_i$	Deslocamento entre elos na direção do eixo da junta $i$
${}^{i+1}\hat{\mathbf{z}}_{i+1}$	Versor $z$ do elo $i + 1$ no sistema do elo $i + 1$
${}^i\mathbf{P}_{i+1}$	Distância entre as origens dos sistemas de referências de dois elos consecutivos
${}^i\dot{\mathbf{v}}_i$	Aceleração linear do elo $i$ no sistema $i$
${}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{C_{i+1}}$	Aceleração linear do centro de massa do elo $i + 1$ no sistema $i + 1$
${}^{i+1}\mathbf{P}_{C_{i+1}}$	Vetor de posição do centro de massa do elo $i + 1$ no sistema $i + 1$
${}^{i+1}\mathbf{N}_{i+1}$	Torque que age sobre o centro de massa do elo $i + 1$ no sistema $i + 1$
${}^{C_{i+1}}\mathbf{I}_{i+1}$	Matriz de inércia do elo $i + 1$ no sistema do centro de massa do elo $i + 1$
${}^i\mathbf{f}_i$	Força exercida pela junta $i$ no elo $i - 1$
${}^i\mathbf{n}_i$	Torque exercido pela junta $i$ no elo $i - 1$
$\mathbf{y}_k$	Vetor de Medidas

$\mathbf{H}_k$	Matriz de observação
$\mathbf{x}_k$	Vetor de estados
$\mathbf{v}_k$	Ruído branco
$\mathbf{R}_k$	Covariância do ruído branco
$\delta_{kj}$	Delta de Kronecker
$\dot{\bar{\mathbf{x}}}$	Derivada temporal do estado modelado
$\mathbf{F}$	Matriz que relaciona o estado modelado com sua derivada
$\bar{\mathbf{x}}$	Vetor de estados modelados
$\mathbf{G}$	Matriz que relaciona o ruído dinâmico com a derivada do estado modelado
$\omega$	Ruído dinâmico, no contexto do filtro de Kalman
$\mathbf{Q}$	Covariância do ruído dinâmico
$\delta(t - \tau)$	Delta de Dirac
$\dot{\bar{\mathbf{P}}}$	Derivada temporal da Covariância do modelo
$\bar{\mathbf{P}}$	Covariância do modelo
$\mathbf{K}_k$	Ganho de Kalman
$\hat{\mathbf{P}}_k$	Covariância do estado estimado
$\hat{\mathbf{x}}_k$	Estado estimado
$\mathbf{I}$	Matriz identidade, no contexto do Filtro de Kalman
$\mathbf{C}_2$	Constante de integração
$K_p$	Ganho proporcional do controlador PID
$K_d$	Ganho derivativo do controlador PID
$K_i$	Ganho integral do controlador PID

## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1. Delimitação do problema .....	3
1.2. Objetivos .....	3
1.2.1. Objetivos específicos .....	3
1.3. Justificativa .....	4
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>7</b>
2.1. Movimento de atitude .....	7
2.1.1. Corpo rígido .....	7
2.1.2. Torque e quantidade de movimento angular .....	7
2.1.3. Dinâmica do movimento de rotação .....	9
2.2. Distribuição de massa.....	11
2.2.1. Centro de massa.....	11
2.2.2. Tensor de inércia .....	12
2.2.3. Teorema dos eixos paralelos.....	15
2.3. Transformações homogêneas .....	15
2.3.1. Rotação.....	16
2.3.2. Translação.....	17
2.4. Dinâmica do mecanismo de abertura .....	17
2.5. Conceitos de robótica .....	20
2.5.1. Elos e juntas.....	20
2.5.2. Parâmetros de Denavit-Hartenberg.....	21
2.5.3. Algoritmo de Newton-Euler.....	22
2.6. Filtro de Kalman.....	25
<b>3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>29</b>
<b>4 METODOLOGIA.....</b>	<b>33</b>
4.1. O simulador .....	33
4.1.1. Módulo do filtro de Kalman.....	34
4.1.2. Módulo simulador do painel solar.....	38
<b>5 RESULTADOS .....</b>	<b>45</b>

5.1. Simulação do mecanismo de abertura.....	47
5.2. Simulação sem controle.....	54
5.3. Simulação com controle depois da abertura.....	60
5.4. Simulação com controle desde o início da abertura .....	63
5.5. Simulação com rotação inicial.....	68
5.6. Simulação com filtro de Kalman.....	75
5.7. Modelo com diferentes configurações .....	82
5.7.1. Uso em um projeto de missão.....	116
5.8. Sintonia do controlador .....	119
<b>6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	<b>131</b>
6.1. Conclusões.....	131
6.2. Sugestões para trabalhos futuros.....	132
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>133</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A demanda por satélites para realizar missões mais rigorosas, longas e com equipamentos mais sofisticados levou a uma evolução dos modelos de satélites nas últimas décadas. Com isso e com a maior capacidade de processamento que os computadores vêm adquirindo, satélites maiores, mais complexos, e mais flexíveis vêm tomando o lugar de satélites mais simples. (FUFA et al, 2010). Eles passaram a consistir de apêndices flexíveis ligados a um centro normalmente rígido. Um exemplo do programa espacial brasileiro seria uma comparação entre os satélites SCD-1, figura 1.1 e CBERS 4, figura 1.2:

Figura 1.1 – Satélite artificial SCD-1 lançado em 1993.



Fonte: INPE

Figura 1.2– Satélite artificial CBERS-4 lançado em 2014.

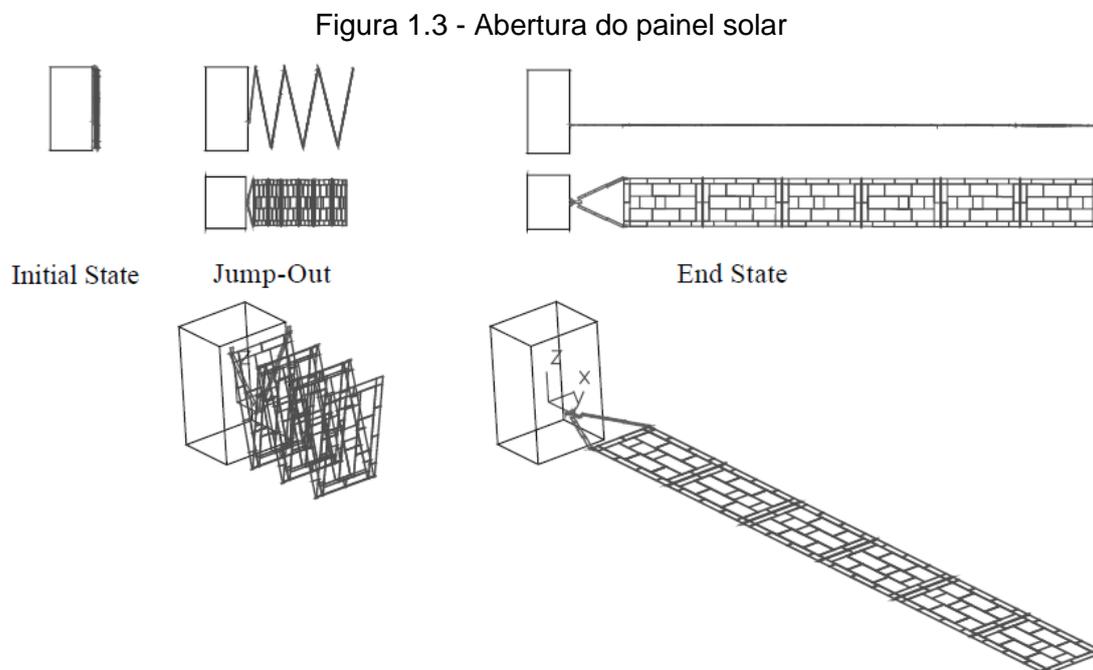


Fonte: INPE

O primeiro, um satélite formado basicamente por um corpo rígido de fácil modelagem. O segundo, criado anos mais tarde, com um painel solar comportando-se como um apêndice flexível.

Esses apêndices podem ser, por exemplo: hastes, antenas, braços robóticos ou, como no caso a ser estudado, painéis solares. Eles podem se movimentar durante a missão e alterar a dinâmica do satélite. Esses movimentos podem se originar tanto de perturbações externas quanto de processos essenciais para a missão.

Um dos componentes mais importantes de um satélite artificial é o painel solar. O momento de abertura e apontamento do painel é crucial em qualquer missão. No entanto esse movimento gera perturbações que afetam a atitude do satélite e devem ser compensadas pelo sistema de controle. Os painéis devem passar pelo processo de abertura, ilustrado na figura 1.3, pois são acomodados juntos ao corpo do satélite para, com o volume reduzido, facilitar a etapa de lançamento (FUFA et al, 2010).



Fonte: Wallrapp, Wiedemann (2002)

## 1.1. Delimitação do problema

Este trabalho considerou apenas os acontecimentos relativos à atitude de um satélite artificial e somente durante o momento de abertura do painel, ou seja, o período entre o fim do desacoplamento do lançador até a abertura completa do painel.

O estudo foi realizado inteiramente no *Satellite Attitude Simulator* (SAS) criado por Rocco e descrito em Rocco et al. (2011 e 2015).

Pretendeu-se verificar: o quanto o movimento de abertura afeta a atitude do satélite, se esse efeito é muito significativo para uma missão, o quanto cada característica do satélite e dos painéis e como a sua configuração afetam a magnitude da perturbação e, por fim, como o sistema de controle pode ser projetado para corrigir de forma mais eficiente os erros ocasionados.

## 1.2. Objetivos

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo computacional que reproduza os efeitos do movimento de abertura de painéis solares na atitude de um satélite. Uma vez que o modelo esteja pronto deve ser feito um estudo dos efeitos perturbadores sobre a atitude do satélite e a evolução do tensor de inércia devido à sua mudança de configuração. Por fim, devem se propostas estratégias de controle para mitigar os efeitos ocasionados por essa perturbação.

### 1.2.1. Objetivos específicos

- a) Revisar a literatura sobre movimento de atitude, trabalhos realizados com o SAS, efeitos da abertura dos painéis para o satélite, mecanismos de abertura, cálculo de torques perturbadores e filtro de Kalman.
- b) Escolher um mecanismo de abertura e gerar um modelo de simulação que forneça as informações do movimento dos painéis.

- c) Desenvolver um modelo de simulação capaz de emular o movimento de painéis solares se abrindo e fornecer os devidos torques perturbadores e variações do tensor de inércia ao SAS.
- d) Desenvolver um Filtro de Kalman para estimar os valores de atitude simulados pelo SAS e fornecer essas estimativas para o subsistema de controle.
- e) Simular o procedimento de abertura dos painéis em situações diferentes, visando investigar como cada característica influencia na magnitude da perturbação.
- f) Avaliar o impacto causado pela perturbação na atitude em cada caso.
- g) Determinar os parâmetros de sintonia do controlador que permitam que o sistema de controle corrija os erros de maneira mais eficiente.

### 1.3. **Justificativa**

O conhecimento da atitude é um preceito fundamental para a operação de satélites artificiais. A estabilidade da atitude de satélites é essencial para missões que incluem apontamento como as que incluem câmeras para imageamento. Além disso é necessário que haja rapidez e eficiência no apontamento dos painéis solares para o sol, para que se garanta o reabastecimento das baterias do satélite com segurança.

Sendo assim, um estudo dos efeitos da abertura de painéis solares, garante um maior conhecimento sobre um fenômeno crucial e cada vez mais comum nas missões espaciais.

As informações levantadas por essa pesquisa serão de grande importância para o dimensionamento de controladores que, ao minimizarem os efeitos perturbativos do evento estudado, irão garantir maior segurança para as missões.

Para que essas informações sejam obtidas, será desenvolvido um modelo computacional que seja capaz de emular com fidelidade não só a magnitude dos efeitos desse procedimento de abertura na atitude como a eficácia dos controladores dimensionados.

Esse modelo será implementado no ambiente virtual SAS que, além de já possuir os elementos essenciais da malha de controle como modelo da dinâmica, sensores, atuadores e um controlador PID, possui opções de simulação de defeitos e perturbações genéricos que tornam os resultados mais realistas e possibilita a implementação tanto de estimadores como de modelos de perturbações específicos.



## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Serão expostos a seguir os conceitos teóricos necessários para a fundamentação da pesquisa realizada.

### 2.1. Movimento de atitude

Primeiramente, para que se entenda o movimento de atitude deve-se compreender como é a dinâmica de um corpo rígido, isto é, como os parâmetros de posicionamento do corpo principal do satélite evoluem durante uma missão no espaço. Em seu teorema, Chasles (1830) como visto em Goldstein et al. (2000) afirma que: “O movimento mais geral de um corpo rígido se compõe de uma translação e uma rotação”. Dessa forma é possível desacoplar, e estudar separadamente, o movimento orbital e o movimento do corpo ao redor do seu centro de massa, sendo o segundo a atitude do satélite. Serão definidos agora alguns conceitos essenciais.

#### 2.1.1. Corpo rígido

Goldstein et al. (2000) definem um corpo rígido como um sistema de massas pontuais sujeito a uma restrição holonômica de que a distância entre qualquer par de pontos desse sistema permanece a mesma durante todo o movimento. Isso significa que todas as partículas do sistema se movimentam juntas. Essa é uma definição ideal pois considera que os pequenos deslocamentos entre os pontos, que ocorrem em uma situação real, são desprezíveis.

#### 2.1.2. Torque e quantidade de movimento angular

As partículas de um corpo rígido realizam um movimento circular durante a rotação deste sobre um eixo qualquer, Nussenzveig (2002) faz uma analogia entre as variáveis relacionadas a esse movimento e as variáveis do movimento unidimensional. Dessa forma, tem-se como análogos à Força  $F$  e à Quantidade de movimento linear  $p$ , respectivamente, o Torque  $\tau$  e a Quantidade de movimento angular  $l$ .

Sendo assim o Torque corresponde ao trabalho realizado pela variação do ângulo de rotação do corpo rígido em torno de um eixo, como na equação 2.1:

$$\tau = \frac{\Delta W}{\Delta \theta} \quad (2.1)$$

Agora considerando a força como um vetor  $\mathbf{F}$  tem-se uma relação entre ele e o vetor torque  $\boldsymbol{\tau}$  pela distância  $\mathbf{r}$  entre o ponto  $O$  em torno do qual o corpo exerce rotação e o ponto  $P$  de aplicação da força. Essa relação é representada pela equação 2.2:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (2.2)$$

Nussenzveig (2002) continua sua analogia relacionando a segunda lei de Newton, equação 2.3 com o movimento rotacional. A partir dela e da definição de torque deriva-se a lei fundamental da dinâmica de rotação para uma partícula, equação 2.4.

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad (2.3)$$

$$\boldsymbol{\tau}_O = \frac{d\mathbf{l}_O}{dt} \quad (2.4)$$

Onde  $\mathbf{l}_O$  é a quantidade de movimento angular do corpo em relação ao ponto  $O$  em torno do qual ele gira. Define-se  $\mathbf{l}_O$  pela expressão 2.5.

$$\mathbf{l}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad (2.5)$$

De maneira que, semelhante à segunda lei de Newton, o torque em relação ao ponto  $O$  é igual à taxa com a qual a quantidade de movimento angular de uma partícula em relação ao ponto  $O$  varia no tempo. Da equação 2.5 pode-se inferir também uma importante característica do movimento de rotação: quando não existirem torques agindo sobre a partícula que exerce rotação, a quantidade de movimento angular deste ponto material sobre o ponto  $O$  é constante durante todo o movimento.

Considerando agora um sistema de  $N$  partículas tem-se uma nova representação da lei fundamental da dinâmica de rotação na forma da equação 2.6. Onde a taxa de variação no tempo da quantidade de movimento angular total do sistema em relação ao ponto  $O$ ,  $L_O$ , é igual à resultante de todos os torques  $\tau_O^{(ext)}$  externos em relação a  $O$  que atuam sobre o sistema.

$$\dot{L}_O = \sum_{i=1}^N \tau_{iO}^{(ext)} \quad (2.6)$$

### 2.1.3. Dinâmica do movimento de rotação

Partindo da definição de quantidade de movimento angular da equação 2.4 representando agora um sistema de  $n$  pontos materiais e considerando o ponto sobre o qual ocorre a rotação o centro de massa  $G$  do sistema, tem-se a equação 2.7 da quantidade de movimento angular total relativa ao ponto  $G$ .

$$L_G = \sum_{i=1}^n (\mathbf{r}'_i \times m_i \mathbf{v}'_i) \quad (2.7)$$

Onde  $\mathbf{r}'_i$  é a distância entre uma partícula e  $G$ ,  $m_i \mathbf{v}'_i$  é a quantidade de movimento linear dessa partícula com relação a  $G$  e  $L_G$  é a quantidade de movimento angular total do sistema, que no caso do movimento de atitude relativo ao centro de massa  $G$  é igual à quantidade de movimento angular interna definida em Nussenzveig(2002).

A velocidade de uma partícula  $\mathbf{v}'_i$  também pode ser definida pela equação 2.8, em um corpo girante como descrito por Wertz (1978).

$$\mathbf{v}'_i = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'_i \quad (2.8)$$

Substituindo a expressão 2.8 na 2.7, como em Wertz (1978), tem-se a expressão 2.9.

$$\mathbf{L}_G = \sum_{i=1}^n (m_i \mathbf{r}'_i \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'_i)) = \sum_{i=1}^n m_i [r'^2_i \boldsymbol{\omega} - (\mathbf{r}'_i \cdot \boldsymbol{\omega}) \mathbf{r}'_i] \quad (2.9)$$

É possível isolar na parte direita da equação a velocidade angular para se obter a expressão 2.10. O termo restante, organizado na forma da matriz  $\mathbf{I}$ , é conhecido como tensor de inércia e será melhor explicado na seção 2.2.

$$\mathbf{L}_G = \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} \quad (2.10)$$

Sendo  $B$  um sistema fixo ao corpo representado pelo sistema de partículas e com origem em seu centro de massa  $G$ , ou seja, um sistema que gira com o corpo. Sendo  ${}^B \dot{\mathbf{L}}_G$  a derivada da quantidade de movimento angular  $\mathbf{L}_G$  em relação a esse sistema. Wertz (1978) define a derivada da quantidade de movimento angular em relação a um sistema de eixos fixos com a expressão 2.11.

$$\dot{\mathbf{L}}_G = {}^B \dot{\mathbf{L}}_G + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{L}_G \quad (2.11)$$

Em seguida, Wertz (1978) reúne as equações 2.10 e 2.11 com a lei fundamental da dinâmica de rotação na expressão 2.12.

$${}^B \dot{\mathbf{L}}_G = \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\tau}_{iG} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} \quad (2.12)$$

Partindo da equação 2.12 e assumindo condições específicas pode-se chegar em vários sistemas de equações diferentes, conhecidas como Equações do Movimento de Euler. No caso de estudo, em que a distribuição de massa muda conforme a abertura do painel, a derivada  ${}^B \dot{\mathbf{L}}_G$  assumiria a forma da equação 2.13, o que geraria uma equação do movimento muito mais complexa.

$${}^B \dot{\mathbf{L}}_G = \dot{\mathbf{I}} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}} \quad (2.13)$$

No entanto por se tratar de um sistema simulado, e por isso discreto, cada iteração considera um  $\mathbf{I}$  constante recalculado a cada iteração de forma

separada já que este é o objetivo desta pesquisa. Portanto é possível utilizar como equação do movimento o sistema de equações 2.14 formado pelas componentes do tensor de inércia  $I$ : os momentos  $\bar{I}$  e os produtos  $\bar{P}$  e por  $\sum_{i=1}^N \tau_{iG}$ ,  $\dot{\omega}$  e  $\omega$

$$\begin{aligned}
\sum \tau_{i_x} &= (\bar{I}_x \dot{\omega}_x - \bar{P}_{xy} \dot{\omega}_y - \bar{P}_{xz} \dot{\omega}_z) \\
&\quad + [\omega_y (-\bar{P}_{zx} \omega_x - \bar{P}_{zy} \omega_y + \bar{I}_z \omega_z) \\
&\quad + \omega_z (\bar{P}_{yx} \omega_x - \bar{I}_y \omega_y + \bar{P}_{yz} \omega_z)] \\
\sum \tau_{i_y} &= (-\bar{P}_{yx} \dot{\omega}_x + \bar{I}_y \dot{\omega}_y - \bar{P}_{yz} \dot{\omega}_z) \\
&\quad + [\omega_x (\bar{P}_{zx} \omega_x + \bar{P}_{zy} \omega_y - \bar{I}_z \omega_z) \\
&\quad + \omega_z (\bar{I}_x \omega_x - \bar{P}_{xy} \omega_y - \bar{P}_{xz} \omega_z)] \\
\sum \tau_{i_z} &= (-\bar{P}_{zx} \dot{\omega}_x - \bar{P}_{zy} \dot{\omega}_y + \bar{I}_z \dot{\omega}_z) \\
&\quad + [\omega_x (-\bar{P}_{yx} \omega_x + \bar{I}_y \omega_y - \bar{P}_{yz} \omega_z) \\
&\quad + \omega_y (-\bar{I}_x \omega_x + \bar{P}_{xy} \omega_y + \bar{P}_{xz} \omega_z)]
\end{aligned} \tag{2.14}$$

## 2.2. Distribuição de massa

No tópico anterior foram mencionados conceitos de Inércia e Centro de massa. Eles serão melhor explicados nesta seção demonstrando como a distribuição de massa de um corpo ou sistema de pontos materiais afeta o movimento de atitude.

### 2.2.1. Centro de massa

Centro de massa é um conceito essencial para o estudo de corpos rígidos representados por sistemas de partículas. Nussenzweig (2002) descreve o centro de massa como a posição de uma partícula representativa do sistema de pontos materiais inteiro. Dessa maneira é possível tratar um corpo como uma única partícula. Goldstein et al. (2000) complementam esta definição afirmando que o

centro de massa é o ponto indicado pelo vetor gerado pela média dos vetores posição de todas as partículas do sistema em proporção às suas respectivas massas, como na equação 2.15. Além disso, ele prova que o centro de massa se move como se as forças externas estivessem agindo sobre a massa total do sistema concentrada nesse ponto.

$$\mathbf{r} = \frac{1}{m_T} \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i \quad (2.15)$$

Na equação 2.15,  $\mathbf{r}$  é o vetor que indica o centro de massa,  $m_T$  é a massa total do sistema,  $m_i$  e  $\mathbf{r}_i$  são respectivamente a massa e o vetor posição de cada partícula do sistema.

### 2.2.2. Tensor de inércia

O tensor de inércia, de acordo com Adade (2000), é uma forma de se descrever a distribuição de massa de um corpo que realiza uma rotação arbitrária no espaço tridimensional.

Um tensor é uma categoria de grandeza utilizada para caracterizar propriedades físicas intrínsecas a um meio, segundo Medrano (1989). O tensor de inércia é um tensor de ordem dois, ou seja, duas dimensões, portanto, pode ser representado matematicamente por uma matriz quadrada três por três. Apesar disso, como lembra Goldstein et al. (2000), um tensor não deve ser confundido com uma matriz quadrada qualquer, pois possui propriedades de transformação específicas sob transformações de coordenadas ortogonais.

Voltando à equação 2.10, o  $\mathbf{I}$  vindo de um rearranjo da equação 2.9 é definido por Wertz (1978) pelas expressões 2.16.

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{bmatrix} \quad (2.16a)$$

Onde:

$$I_{11} = \sum_{i=1}^n m_i (r_{i2}^2 + r_{i3}^2)$$

$$I_{22} = \sum_{i=1}^n m_i (r_{i3}^2 + r_{i1}^2)$$

$$I_{33} = \sum_{i=1}^n m_i (r_{i1}^2 + r_{i2}^2)$$

(2.16b)

$$I_{12} = I_{21} = - \sum_{i=1}^n m_i r_{i1} r_{i2}$$

$$I_{23} = I_{32} = - \sum_{i=1}^n m_i r_{i3} r_{i2}$$

$$I_{31} = I_{13} = - \sum_{i=1}^n m_i r_{i1} r_{i3}$$

Essas expressões definem o tensor de inércia de um sistema de partículas discreto. Para melhor definir um corpo contínuo o ideal é substituir os somatórios por integrais.

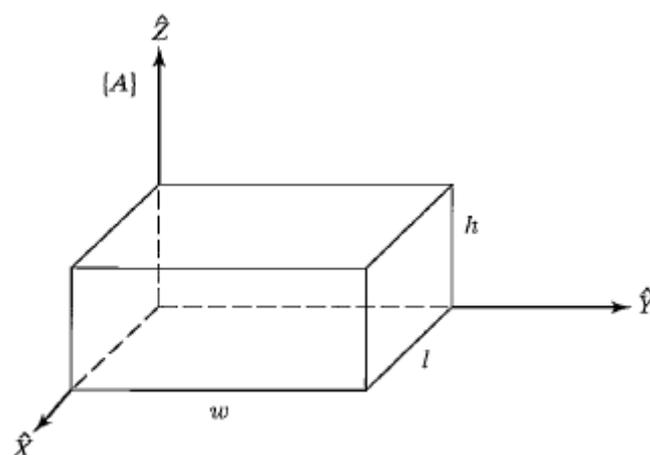
Os elementos da diagonal principal  $I_{11}$ ,  $I_{22}$  e  $I_{33}$  são conhecidos como momentos de inércia, enquanto os elementos de fora da diagonal principal são chamados de produtos de inércia.

Adade (2000) complementa essa definição exemplificando como um momento de inércia indica a reação de um corpo girando em torno de um eixo a uma variação de movimento angular segundo esse mesmo eixo. De maneira semelhante um produto de inércia,  $I_{12}$  por exemplo, indica como um movimento angular na direção  $y$  pode influenciar o movimento na direção do eixo  $x$ .

Caso a escolha da posição e orientação do sistema de referência gere um tensor com produtos de inércia nulos, os eixos desse sistema passam a ser chamados de eixos principais de inércia e os momentos do tensor de momentos principais de inércia.

Baseado na figura 2.1 e partindo das equações 2.16, é possível calcular o tensor de inércia de um corpo em forma de paralelepípedo e de densidade uniforme relativo ao seu centro de massa utilizando a equação 2.17.

Figura 2.1 – Imagem para referência da Equação 2.17.



Fonte: adaptada de Craig (2005)

$${}^{CM}\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \frac{m}{12}(h^2 + w^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{12}(h^2 + l^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{12}(l^2 + w^2) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Isso torna mais prático o cálculo dos tensores de inércia dos elos envolvidos na abertura do painel. Ao final, estes tensores devem ser somados, como fez Nardin (2015), para gerar o tensor de inércia total do sistema, como da Equação 2.18. É esse valor de inércia que deve ser utilizado no cálculo do movimento representado pelas equações 2.14.

$${}^C I_T = \sum_{i=0}^E {}^C I_i \quad (2.18)$$

Onde  ${}^C I_T$  é o tensor de inércia total,  $E$  é o número de elos,  ${}^C I_0$  é o tensor de inércia do satélite e  ${}^C I_i$  de  $i = 1, 2, \dots, E$  são os tensores de inércia dos elos, todos referentes ao mesmo sistema  $C$ .

### 2.2.3. Teorema dos eixos paralelos

O teorema dos eixos paralelos, ou teorema de Steiner relaciona, segundo Nussenzveig (2002), o momento de inércia  ${}^C I$  de um eixo  $C$  que passa pelo centro de massa de um corpo com o momento de inércia  ${}^A I$  referente a um eixo  $A$  paralelo deslocado arbitrariamente desse eixo. Para isso Adade (2000) utiliza a expressão 2.19.

$${}^A I = {}^C I + m[(\mathbf{r}_c^T \mathbf{r}_c) \mathbf{1} - (\mathbf{r}_c \mathbf{r}_c^T)] \quad (2.19)$$

Onde  $m$  é a massa do corpo,  $\mathbf{1}$  é uma matriz identidade e  $\mathbf{r}_c$  é o vetor distância entre os dois eixos.

Caso o sistema do eixo  $A$  e o sistema do eixo que passa pelo centro de massa  $C$  não forem paralelos é possível também calcular a inércia  ${}^B I$  referente a um sistema genérico  $B$  com o mesmo centro de  $C$ , mas paralelo a  $A$ . Adade (2000) afirma que isso pode ser feito por meio da equação 2.20 que utiliza uma matriz de rotação  ${}^B_C \mathbf{R}$ . Este tipo de matriz será visto na seção seguinte.

$${}^B I = {}^B_C \mathbf{R} {}^C I {}^B_C \mathbf{R}^T \quad (2.20)$$

### 2.3. Transformações homogêneas

Transformações homogêneas assim como coordenadas homogêneas foram criadas para simplificar certos cálculos, equacionamentos e algoritmos e segundo Adade (2000) são utilizados principalmente em atividades computacionais.

Um exemplo de coordenada homogênea pode ser visto na expressão 2.21, onde todas as coordenadas de um ponto  $\mathbf{p}$  estão escalonadas por um único valor  $\beta$ . Na robótica esse parâmetro pode assumir o valor zero ou, no caso em estudo, o valor um.

$$[\beta p_1 \quad \beta p_2 \quad \beta p_3 \quad \beta] \quad (2.21)$$

Uma transformação homogênea ocorre entre coordenadas homogêneas e possui uma forma matricial representada pela equação 2.22. Para o estudo pretendido se utiliza a definição de Craig (2005) na qual a transformação homogênea é descrita como uma construção usada para compactar operações de rotação e translação em uma única matriz.

$${}^A_B\mathbf{T} = \begin{bmatrix} {}^A_B\mathbf{R} & {}^A\mathbf{p}_{B(org)} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Nessa expressão,  ${}^A_B\mathbf{R}$  é a matriz de Rotação e  ${}^A\mathbf{p}_{B(org)}$  é o operador de translação. Ambos serão explanados nos próximos tópicos.

A principal utilização de matrizes de transformação como essa é descrever a relação entre dois sistemas de referência diferentes. Dessa forma, pode-se obter mais facilmente valores vetoriais de um sistema em relação a outro, como na equação 2.23, onde  ${}^A\mathbf{v}$  e  ${}^B\mathbf{v}$  são coordenadas homogêneas do mesmo vetor e referentes a sistemas diferentes.

$${}^A\mathbf{v} = {}^A_B\mathbf{T} \cdot {}^B\mathbf{v} \quad (2.23)$$

### 2.3.1. Rotação

Segundo Craig (2005), o operador rotacional é uma interpretação da matriz de rotação para coordenadas homogêneas. Ele é o mecanismo matemático que gira um vetor, ou no caso uma coordenada homogênea, em uma certa direção  $\hat{K}$  por um determinado ângulo  $\varphi$ .

De forma simplificada, Craig (2005) explica que essa operação pode ser realizada por uma matriz de rotação  $R_{\hat{K}}(\varphi)$ , como na equação 2.24, quando os termos a serem manipulados são vetores, enquanto que quando se pretende realizar uma rotação juntamente com uma translação o mais apropriado é trabalhar com coordenadas homogêneas e com o operador de rotação exemplificado na expressão 2.25.

$${}^A\mathbf{u}_2 = R_{\hat{K}}(\varphi) \cdot {}^A\mathbf{u}_1 \quad (2.24)$$

$${}^A\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} R_{\hat{K}}(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot {}^A\mathbf{v}_1 \quad (2.25)$$

### 2.3.2. Translação

O operador translacional realiza a movimentação de um ponto no espaço ao longo de uma direção vetorial por uma certa distância, como explicado por Adade (2000) e Craig (2005). Assim como na rotação, há uma maneira vetorial de interpretar esse operador, como na equação 2.26, na qual o vetor  ${}^A\mathbf{u}_1$  é deslocado na direção e pela intensidade do vetor  ${}^A\mathbf{p}$  por meio de uma soma. A interpretação homogênea por outro lado realiza esse procedimento por meio de uma multiplicação exemplificada pela expressão 2.27.

$${}^A\mathbf{u}_2 = {}^A\mathbf{u}_1 + {}^A\mathbf{p} \quad (2.26)$$

$${}^A\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot {}^A\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & {}^A\mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot {}^A\mathbf{v}_1 \quad (2.27)$$

### 2.4. Dinâmica do mecanismo de abertura

O mecanismo de abertura dos painéis solares considerado neste estudo foi o da atuação passiva de molas de torção. A modelagem realizada para este mecanismo foi baseada no trabalho de Carrara (1997).

Nesta modelagem considera-se um sistema composto por dobradiças de baixo atrito com molas de torção pré-tensionadas em cada uma delas. Os painéis são liberados por dispositivos pirotécnicos após a injeção do satélite em órbita.

Após descrever o mecanismo, Carrara (1997) inicia a formulação matemática conhecendo os valores de torque exercidos pela mola nas configurações inicial  $T_{k0}$  e final  $T_{kf}$  do painel solar. Utilizando esses valores de contorno é possível calcular as constantes  $b_k$  e  $a_k$  (constante elástica) da equação 2.28 que estabelece a proporção entre o torque  $T_k$  exercido pela mola da junta  $k$  e o ângulo de abertura do painel  $\theta_k$ .

$$T_k = b_k - a_k \theta_k \quad (2.28)$$

Dessa forma, tem-se a variável ângulo de abertura na equação diferencial que rege o comportamento da abertura dos painéis, expressão 2.29.

$$I_k \ddot{\theta}_k + a_k \theta_k - b_k = 0 \quad (2.29)$$

Onde  $I_k$  é o momento de inércia do painel  $k$  em relação ao eixo da junta  $k$ . Integrando analiticamente a equação 2.29, obtém-se a expressão 2.30, da evolução do ângulo de abertura durante o tempo, com  $\omega_k = \sqrt{a_k/I_k}$ .

$$\theta_k(t) = c_{1k} \cos(\omega_k(t - t_0)) + c_{2k} \text{sen}(\omega_k(t - t_0)) + c_{3k} \quad (2.30)$$

Derivando-se essa expressão uma e duas vezes, tem-se o comportamento da velocidade angular, equação 2.31, e da aceleração angular de abertura do painel, equação 2.32.

$$\dot{\theta}_k(t) = -c_{1k} \omega_k \text{sen}(\omega_k(t - t_0)) + c_{2k} \omega_k \cos(\omega_k(t - t_0)) \quad (2.31)$$

$$\ddot{\theta}_k(t) = -c_{1k} \omega_k^2 \cos(\omega_k(t - t_0)) - c_{2k} \omega_k^2 \text{sen}(\omega_k(t - t_0)) \quad (2.32)$$

As constantes  $c_k$  devem ser determinadas pelas condições iniciais do sistema. Sendo elas, ângulo de abertura inicial  $\theta_{k0}$ , velocidade angular inicial nula e tempo inicial  $t_0$ . São então obtidas as equações 2.33, 2.34 e 2.35.

$$c_{1k} = \theta_{k0} - \frac{b_k}{a_k} \quad (2.33)$$

$$c_{2k} = 0 \quad (2.34)$$

$$c_{3k} = \frac{b_k}{a_k} \quad (2.35)$$

Para que o painel pare na posição desejada, supõe-se que ao atingir 95% do ângulo total de abertura o sistema de batente aplique ao painel e ao satélite um torque constante de desaceleração. O instante em que se inicia a desaceleração do painel  $t_{kd}$  é definido pela equação 2.36.

$$t_{kd} = \frac{1}{\omega_k} \arccos\left(\frac{a_k \theta_{kd} - b_k}{a_k \theta_{k0} - b_k}\right) + t_0 \quad (2.36)$$

Em que  $\theta_{kd} = 0,95(\theta_{kf} - \theta_{k0}) + \theta_{k0}$  é o ângulo em que começa a desaceleração. As equações que governam o movimento a partir desse momento estão expressas em 2.42. Essas equações possuem constantes que também são definidas por meio das condições iniciais mencionadas anteriormente e calculadas pelas expressões 2.37, 2.38 e 2.39.

$$c_{4k} = \theta_{kd} \quad (2.37)$$

$$c_{5k} = \left(\frac{b_k}{a_k} - \theta_{k0}\right) \omega_k \operatorname{sen}(\omega_k(t_{kd} - t_0)) \quad (2.38)$$

$$c_{6k} = \frac{-c_{5k}}{(t_{kf} - t_{kd})} \quad (2.39)$$

Reunindo todas as equações e o tempo em que elas representam o movimento de abertura dos painéis obtêm-se as expressões 2.40, 2.41, 2.42 e 2.43. Juntas elas descrevem o movimento completo dos painéis.

$$\text{para } t \leq t_0 \begin{cases} \theta_k(t) = \theta_{k0} \\ \dot{\theta}_k(t) = 0 \\ \ddot{\theta}_k(t) = 0 \end{cases} \quad (2.40)$$

$$\text{para } t_0 < t \leq t_{kd} \begin{cases} \theta_k(t) = c_{1k} \cos(\omega_k(t - t_0)) + c_{3k} \\ \dot{\theta}_k(t) = -c_{1k} \omega_k \text{sen}(\omega_k(t - t_0)) \\ \ddot{\theta}_k(t) = -c_{1k} \omega_k^2 \cos(\omega_k(t - t_0)) \end{cases} \quad (2.41)$$

$$\text{para } t_{kd} < t \leq t_{kf} \begin{cases} \theta_k(t) = \frac{c_{6k}}{2} (t - t_{kd})^2 + c_{5k}(t - t_{kd}) + c_{4k} \\ \dot{\theta}_k(t) = c_{6k}(t - t_{kd}) + c_{5k} \\ \ddot{\theta}_k(t) = c_{6k} \end{cases} \quad (2.42)$$

$$\text{para } t > t_{kf} \begin{cases} \theta_k(t) = \theta_{kf} \\ \dot{\theta}_k(t) = 0 \\ \ddot{\theta}_k(t) = 0 \end{cases} \quad (2.43)$$

## 2.5. Conceitos de robótica

Nesta seção serão revisados os conceitos de robótica utilizados para realizar os cálculos dos torques através de elos e juntas que resultam em torques perturbadores. Estes conceitos serão aplicados no modelo da perturbação.

### 2.5.1. Elos e juntas

No estudo realizado, cada segmento do painel foi modelado como um elo e cada elo foi conectado com um elo vizinho por meio de uma junta, essas são as mesmas definições que Craig (2005) utiliza para descrever manipuladores robóticos.

Ele complementa ao explicar que, para um estudo da cinemática, um elo pode ser considerado apenas como um corpo rígido que define a relação entre dois eixos de junta vizinhos de um manipulador.

Eixos de junta por sua vez são descritos por direções vetoriais sobre a qual um elo gira em relação a um elo anterior.

Em um sistema de elos e juntas a contagem de elos começa do zero que é comumente definido como a base imóvel do manipulador. Neste caso de estudo, o elo zero será o corpo principal do satélite que poderá estar em movimento. O primeiro elo do manipulador, ou no caso do painel, é definido como Elo Um e assim por diante até o último Elo  $n$ .

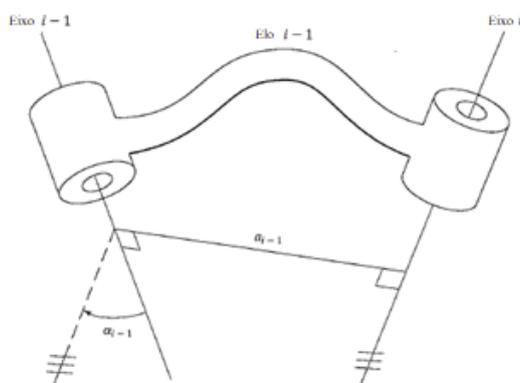
### 2.5.2. Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Craig (2005) descreve a notação de Denavit-Hartenberg como uma convenção que define as relações entre elos e juntas consecutivas em um sistema de elos e juntas utilizando quatro parâmetros.

Dois destes parâmetros caracterizam um elo definindo a sua posição relativa a dois eixos no espaço que representam juntas vizinhas. O primeiro deles é a distância entre eixos ou comprimento de elo  $a_i$ , medida a partir de uma linha mutuamente perpendicular a ambos os eixos.

O segundo parâmetro é chamado de torção do elo  $\alpha_i$ . Ele indica o ângulo formado entre os dois eixos vizinhos ao elo. Essas duas quantidades podem ser melhor visualizadas na imagem 2.2.

Figura 2.2 – Exemplo para visualização dos parâmetros comprimento e torção do elo.

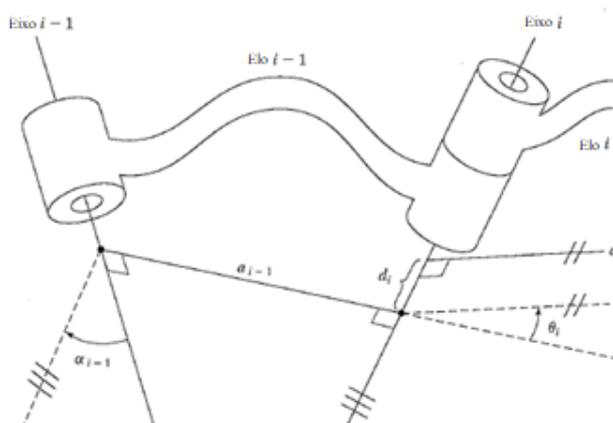


Fonte: adaptada de Craig (2005)

Os outros dois valores da notação descrevem a forma como dois elos se conectam. De acordo com Craig (2005) o primeiro deles, deslocamento de elo  $d_i$ , mede a distância de um elo para o outro ao longo do eixo da junta que conecta os dois. Em seguida tem-se o ângulo de junta  $\theta_i$ , este parâmetro está relacionado à quantidade de rotação sobre o eixo da junta comum a dois elos.

A imagem 2.3 a seguir demonstra como todos os parâmetros de Denavit-Hartenberg caracterizam um sistema de elos.

Figura 2.3 – Parâmetros de Denavit-Hartenberg.



Fonte: Adaptada de Craig (2005)

Na imagem 2.3, o elo  $i - 1$  relaciona os eixos  $i - 1$  e  $i$  através dos valores de  $a_{i-1}$  e  $\alpha_{i-1}$ . Enquanto  $d_i$  e  $\theta_i$  descrevem a natureza da conexão entre os elos  $i - 1$  e  $i$ .

### 2.5.3. Algoritmo de Newton-Euler

Também conhecida como formulação iterativa de Newton-Euler, este algoritmo, segundo Adade (2000), proporciona um conjunto de equações que permitem o cálculo dos torques ou forças das juntas correspondentes a uma dada trajetória de um sistema de elos de cadeia aberta. Essa formulação é especialmente interessante para o estudo proposto pois permite um cálculo numérico recursivo tendo assim mais generalidade e eficiência computacional.

Adade (2000) ainda ressalta que o sistema de  $n$  elos deve estar enumerado como no t3pico 2.5.1 e os sistemas de refer3ncia de cada elo devem ser afixados conforme a notat3o do t3pico 2.5.2.

De acordo com Craig (2005) o algoritmo 3 dividido em duas etapas. Na primeira s3o computadas as velocidades e acelera33es do primeiro elo ao 3ltimo ( $i = 0 \rightarrow n$ ). Essa etapa 3 chamada de Itera3o direta ou *Outward iteration*.

O primeiro equacionamento dessa etapa, a express3o 2.44, calcula a velocidade angular do elo seguinte  ${}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1}$  somando a velocidade angular do elo anterior  ${}^{i+1}\mathbf{R} {}^i\boldsymbol{\omega}_i$  com a velocidade angular  $\dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{\mathbf{Z}}_{i+1}$  da junta que liga os dois. Observa-se que a rela3o entre os sistemas 3 feita por meio de uma matriz de rota3o  ${}^{i+1}\mathbf{R}$  conceituada no t3pico 2.3.1.

$${}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}\mathbf{R} {}^i\boldsymbol{\omega}_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{\mathbf{Z}}_{i+1} \quad (2.44)$$

Em seguida calcula-se a acelera3o do elo seguinte  ${}^{i+1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1}$  pela equa3o 2.45, derivada da equa3o 2.44.

$${}^{i+1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} = {}^{i+1}\mathbf{R} {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^{i+1}\mathbf{R} {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{\mathbf{Z}}_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{\mathbf{Z}}_{i+1} \quad (2.45)$$

De posse dessa acelera3o 3 poss3vel calcular a acelera3o linear  ${}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{i+1}$  da origem do sistema de refer3ncia fixo ao elo seguinte com a equa3o 2.46 que descreve a acelera3o linear de um ponto descrito por um vetor referenciado em um sistema fixo ao corpo, mas dada em termos de um sistema diferente.

$${}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{i+1} = {}^{i+1}\mathbf{R} ( {}^i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times {}^i\mathbf{P}_{i+1} + {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times ( {}^i\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{P}_{i+1} ) + {}^i\dot{\mathbf{v}}_i ) \quad (2.46)$$

A 3ltima acelera3o a ser calculada nessa etapa 3 a acelera3o do centro de massa do elo seguinte  ${}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{C_{i+1}}$ . Esse valor 3 obtido atrav3s da equa3o 2.47.

$${}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{C_{i+1}} = {}^{i+1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} \times {}^{i+1}\mathbf{P}_{C_{i+1}} + {}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} \times ( {}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} \times {}^{i+1}\mathbf{P}_{C_{i+1}} ) + {}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{i+1} \quad (2.47)$$

Depois de computados os valores de aceleração angular e linear do centro de massa é possível calcular as forças inerciais  ${}^{i+1}\mathbf{F}_{i+1}$  e torques  ${}^{i+1}\mathbf{N}_{i+1}$  que agem sobre o centro de massa de cada elo pelas expressões 2.48 e 2.49 baseadas nas equações de Newton-Euler.

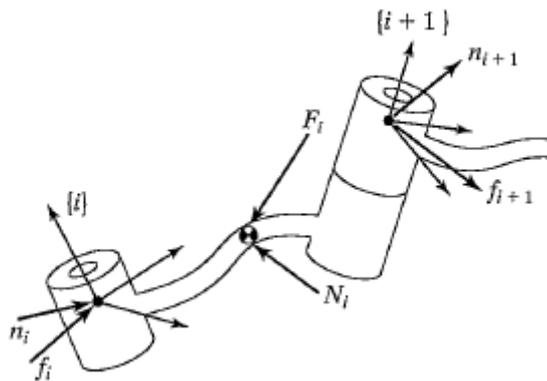
$${}^{i+1}\mathbf{F}_{i+1} = m_{i+1} {}^{i+1}\dot{\mathbf{v}}_{C_{i+1}} \quad (2.48)$$

$${}^{i+1}\mathbf{N}_{i+1} = {}^{C_{i+1}}\mathbf{I}_{i+1} {}^{i+1}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} + {}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} \times {}^{C_{i+1}}\mathbf{I}_{i+1} {}^{i+1}\boldsymbol{\omega}_{i+1} \quad (2.49)$$

A segunda etapa utiliza as informações da primeira para calcular os torques e forças relativos às juntas. O cálculo nessa etapa ocorre da extremidade do sistema de elos até a sua base ( $i = n + 1 \rightarrow 1$ ), num movimento contrário a fase anterior. Essa etapa é chamada de iteração inversa ou *Inward iteration*.

As equações que calculam as forças  ${}^i\mathbf{f}_i$  e os torques  ${}^i\mathbf{n}_i$  exercidos pelas juntas em elos de número inferior são 2.50 e 2.51. Elas são obtidas fazendo-se o balanço de forças e o balanço de torques a partir de um diagrama de corpo livre dos elos como na figura 2.4.

Figura 2.4 – Diagrama de corpo livre de um elo.



Fonte: Craig (2005)

$${}^i\mathbf{f}_i = {}^{i+1}\mathbf{R}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1} + {}^i\mathbf{F}_i \quad (2.50)$$

$${}^i\mathbf{n}_i = {}^i\mathbf{N}_i + {}_{i+1}{}^i\mathbf{R}^{i+1}\mathbf{n}_{i+1} + {}^i\mathbf{P}_{C_i} \times {}^i\mathbf{F}_i + {}^i\mathbf{P}_{i+1} \times {}_{i+1}{}^i\mathbf{R}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1} \quad (2.51)$$

Nas equações 2.44 à 2.51,  $\dot{\theta}_{i+1}$  é a velocidade angular da junta  $i + 1$ ,  $\ddot{\theta}_{i+1}$  é a aceleração angular da junta  $i + 1$ ,  ${}^i\mathbf{P}_{i+1}$  é a posição da origem do sistema do elo  $i + 1$  com relação ao sistema do elo  $i$ ,  ${}^{i+1}\mathbf{P}_{C_{i+1}}$  é a posição do centro de massa do elo  $i + 1$  em relação ao sistema do elo  $i + 1$ ,  $m_{i+1}$  é a massa do elo  $i + 1$  e  ${}^{C_{i+1}}\mathbf{I}_{i+1}$  é o tensor de inércia do elo  $i + 1$  relativo ao sistema cuja origem é o centro e massa do elo  $i + 1$ .

## 2.6. Filtro de Kalman

Neste tópico, como parte da fundamentação teórica, será feita uma revisão conceitual do Filtro de Kalman. Serão apresentados os conhecimentos necessários para a utilização desta técnica na pesquisa realizada. As especificações do filtro utilizado no projeto, como os modelos de sensores, os estados observados e os observadores serão apresentados na seção 4.1.1 da parte de metodologia desta pesquisa.

O Filtro de Kalman é um estimador de estados dinâmicos, capaz de computar um estado instantaneamente, baseado em uma medida e em um modelo da variação desse estado. Ele foi desenvolvido por Kalman (1960) e é uma solução recursiva utilizada na filtragem de sinais discretos.

As principais características apresentadas por Kuga (2005) que tornam este filtro mais indicado para o estudo realizado são: o uso de um modelo da dinâmica que leva em consideração um ruído dinâmico e a capacidade de fornecer resultados em tempo real.

Esse estimador deve filtrar as incertezas das medidas  $\mathbf{y}_k$  provenientes do sensor. Essas incertezas existem devido a limitações e imperfeições na construção do sensor. Elas são representadas no modelo do sensor, equação 2.52, por um ruído branco  $\mathbf{v}_k$  cujas características são descritas pelas expressões 2.53 e 2.54, onde  $\delta_{kj}$  é o delta de Kronecker,  $\mathbf{H}$  é a matriz de

observação,  $x_k$  é o estado observado e  $R_k$  é a matriz da covariância dos erros de observações.

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (2.52)$$

$$E[v_k] = 0 \quad (2.53)$$

$$E[v_k v_j^t] = R_k \delta_{kj} \quad (2.54)$$

Para realizar a filtragem o estimador precisa de um modelo para a dinâmica do processo medido. Esse modelo, segundo Kalman (1960) pode ser representado pela equação 2.55, na qual o ruído dinâmico  $\omega(t)$  possui as características descritas nas equações 2.56 e 2.57, onde  $\delta(t-\tau)$  é o delta de Dirac,  $\bar{x}(t)$  é o estado observado,  $F(t)$  e  $G(t)$  são as matrizes que, respectivamente, relacionam os estados e o ruído com a derivada dos estados e  $Q(t)$  é a covariância do processo branco.

$$\dot{\bar{x}}(t) = F(t)\bar{x}(t) + G(t)\omega(t) \quad (2.55)$$

$$E[\omega(t)] = 0 \quad (2.56)$$

$$E[\omega(t)\omega^t(\tau)] = Q(t)\delta(t-\tau) \quad (2.57)$$

A covariância  $\bar{P}$  que determina a precisão do filtro é obtida através da equação de Riccati contínua, equação 2.58. Essa equação, de acordo com Kuga (2005), é integrada assim como o modelo da dinâmica durante a etapa de estimação conhecida como fase de propagação.

$$\dot{\bar{P}} = F\bar{P} + \bar{P}F^t + GQG^t \quad (2.58)$$

Após a propagação dá-se início a etapa de atualização, calculando-se o ganho de Kalman  $K_k$ , a estimativa da covariância  $\hat{P}_k$  e o estado estimado  $\hat{x}_k$ , equações 2.59, 2.60 e 2.61, respectivamente.

$$\mathbf{K}_k = \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^t (\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^t + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (2.59)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \bar{\mathbf{P}}_k \quad (2.60)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{x}}_k) \quad (2.59)$$

O vetor de estados estimado  $\hat{\mathbf{x}}_k$  é o valor que alimenta o subsistema de controle no lugar do valor proveniente do sensor simulado. O filtro de Kalman gera valores com incerteza bem menores que sensores que estão sujeitos a limitações e falhas e construção. Por isso são mais indicados como entrada para o sistema de controle.



### 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Serão comentados agora trabalhos que inspiraram e que forneceram informações para construção desta pesquisa.

Primeiramente serão compreendidos os trabalhos realizados na instituição onde se realiza este estudo. Com um objetivo semelhante ao proposto, Porro (2002) realizou a modelagem matemática da abertura de painéis solares. Sua abordagem, no entanto, diferente do projeto proposto, faz a modelagem de maneira analítica e considera as não linearidades das equações de movimento envolvidas. Além disso este trabalho possui um abordagem mais teórica e menos prática e não considera alterações no tensor de inércia.

Outro trabalho do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) e que foi utilizado como base para esse estudo, mais especificamente para a modelagem do mecanismo de abertura, foi o desenvolvido por Carrara (1997). Em sua pesquisa Carrara (1997) estudou as aplicações de redes neurais, uma técnica de inteligência computacional usada para controle não linear, no controle de satélites de geometria variável. Isso inclui satélites que alteram sua configuração geométrica com a abertura de painéis solares. O modelo de mecanismo de abertura se baseia em molas de torção que foram aplicadas no satélite de sensoriamento remoto (SSR) da Missão Espacial Completa Brasileira (MECB).

Modelagens semelhantes foram realizadas por Fufa et al. (2010) que consideraram o mesmo mecanismo e equacionamento de molas de torção, no entanto de maneira menos detalhada e aprofundada, e Narayana et al. (2007) que obtiveram resultados semelhantes na propagação do ângulo de abertura, mas estudaram um sistema satélite-painel mais particular. Estas pesquisas serão melhor detalhadas mais adiante.

Como último exemplo de trabalho desenvolvido no INPE e utilizado como referência para essa pesquisa tem-se o estudo recente realizado por Nardin (2015). Neste trabalho foi desenvolvido um modelo no mesmo ambiente de

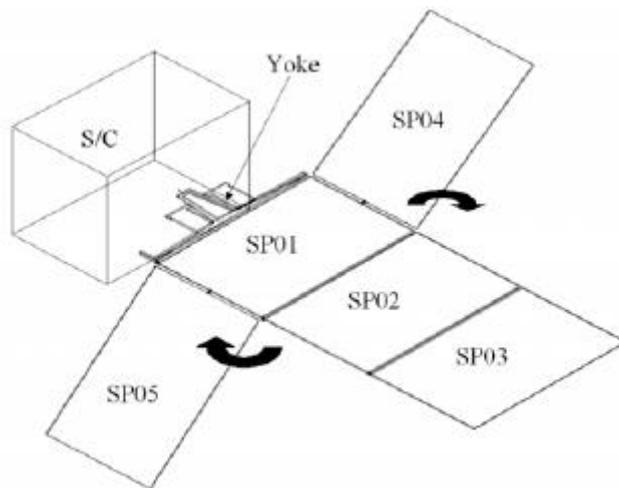
simulação, SAS, para o estudo de perturbações geradas na atitude pelo movimento de um braço robótico acoplado a um satélite artificial. Esse estudo foi utilizado como base para a modelagem e cálculo das perturbações, uma vez que as técnicas e formulações utilizadas nele também foram empregadas no estudo proposto. Tratou-se o painel solar da mesma forma como foi tratado o manipulador robótico de Nardin (2015), como um sistema de elos cujos torques que estão envolvidos em seu movimento podem ser calculados pelo algoritmo de Newton-Euler. Outro ponto da pesquisa de Nardin (2015) que foi utilizado como base para esse trabalho foi a modelagem da evolução do tensor de inércia, que é recalculado a cada passo da simulação.

Agora serão comentados trabalhos desenvolvidos fora do INPE em ordem cronológica.

O trabalho de Wallrapp e Wiedemann (2002) apresentou um estudo das três fases da abertura do painel: *jump-out*, *steering phase* e *deployed phase*. Esta pesquisa focou em estudar o painel e modelá-lo como um corpo flexível utilizando o método de Ritz e comparar os resultados com modelos que consideram apenas um corpo rígido.

A pesquisa já mencionada de Narayana et al. (2007) além de modelar o mecanismo de abertura realiza a simulação da abertura do painel solar do satélite INSAT-3A. Uma peculiaridade deste satélite é a existência de painéis laterais conectados ao painel principal que possuem uma fase de abertura própria. Essa configuração é observável na figura 3.1. O objetivo desta pesquisa, semelhante ao trabalho proposto é investigar a influência da abertura do painel solar no corpo principal do satélite.

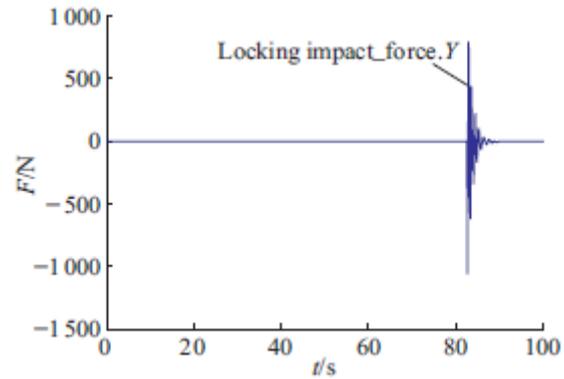
Figura 3.1 – Painel solar com segmentos laterais do INSAT-3A.



Fonte: Narayana et al. (2007).

Gao et al. (2008) realizaram assim como Wallrapp e Wiedemann (2002) um estudo de um modelo flexível do painel solar, com o intuito de estudar seus efeitos sobre a atitude do satélite em especial durante o procedimento de *locking*. Este procedimento ocorre no momento da abertura completa do painel quando os subpainéis se fixam em suas posições para formar o painel completo. Para modelar o painel flexível eles realizaram uma análise por elementos finitos e as equações do movimento foram obtidas, como em Porro (2002), pela formulação Lagrangiana. Um dos resultados obtidos por este trabalho que demonstra o impacto do procedimento estudado no satélite simulado é visível no gráfico da figura 3.2. O estudo aprofundado dos efeitos do *locking* é uma possibilidade para o futuro dessa pesquisa.

Figura 3.2 – Gráfico da força do procedimento de *locking*.



Fonte: Gao et al. (2008).

Como último exemplo de trabalho relacionado tem-se Fufa et al. (2010). Nesta pesquisa também foram investigadas as interações entre a abertura do painel e o processo de *locking* com a atitude de um satélite. Para isso um modelo do sistema foi produzido nos programas ADAMS e ANSYS e conta com, como mencionado anteriormente, uma modelagem semelhante à de Carrara (1997) do mecanismo de abertura e um modelo flexível dos painéis solares.

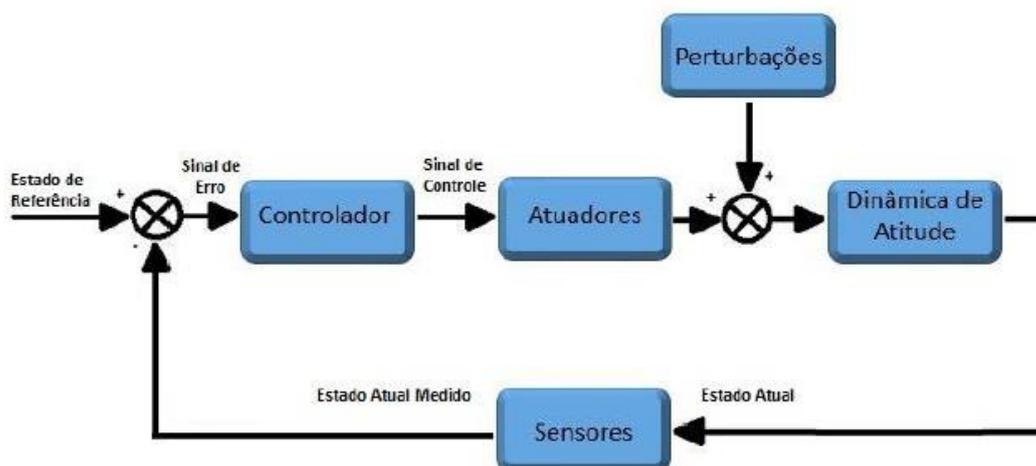
## 4 METODOLOGIA

A seguir serão explicitados os passos tomados para se obter os resultados da seção 5. Em suma, eles se referem a construção do ambiente de simulação onde serão realizados os experimentos para obtenção dos dados esperados.

### 4.1. O simulador

O modelo de abertura do painel, elaborado neste trabalho, foi implementado no *Satellite Attitude Simulator (SAS)* desenvolvido por Rocco. Descrições deste simulador podem ser encontradas em Rocco et al. (2011 e 2015), em Costa Filho (2015) e em Nardin (2015). Esse ambiente virtual permite simular a dinâmica de atitude de satélites artificiais para uma dada missão. Nele já estão incorporados o subsistema de controle composto de um controlador PID, o subsistema de guiamento, os modelos de sensores e atuadores, além de subsistemas capazes de simular falhas e perturbações. Ele representa a configuração do sistema de controle da figura 4.1.

Figura 4.1 – Diagrama de sistema de controle



Fonte: Nardin (2015)

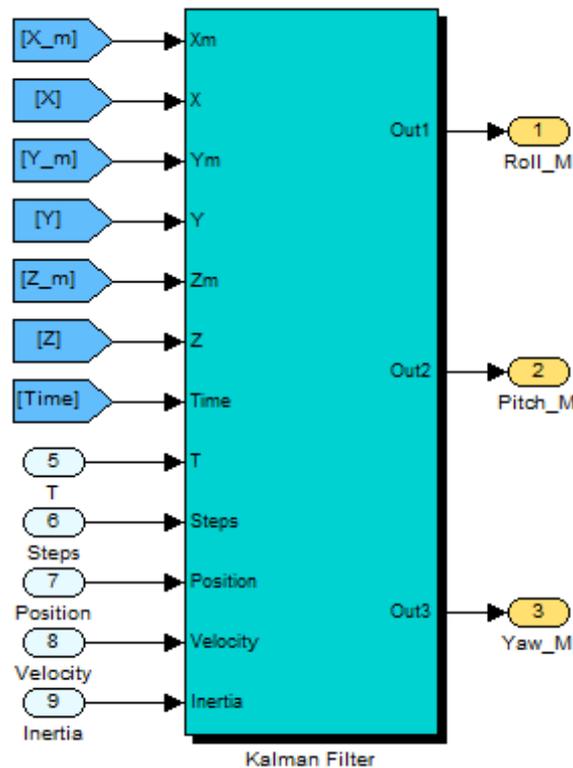
A dinâmica de atitude do simulador corresponde a aplicação das equações do movimento de Euler comentadas na seção 2.1.3. O simulador gera resultados de posição, velocidade e aceleração angulares a cada passo da simulação de maneira discreta. Dessa forma, cada passo da simulação, tendo um intervalo devidamente pequeno, pode ser computado considerando a dinâmica do movimento como uma dinâmica linear.

Resultados obtidos com o protótipo do modelo computacional desenvolvido podem ser visto em Mota et al. (2016). O modelo apresentado a seguir possui os mesmos princípios, no entanto com correção de falhas e aprimoramentos na capacidade de simulação.

#### **4.1.1. Módulo do filtro de Kalman**

O módulo do estimador, onde foi implementado o Filtro de Kalman, está localizado no subsistema de sensores e é identificado pelo bloco de programação da figura 4.2. O filtro de Kalman é responsável por estimar os valores do vetor de estados que, neste estudo, corresponde aos valores de atitude, ou seja, a posição angular dos eixos x, y e z do satélite.

Figura 4.2 – Bloco do Filtro de Kalman.



Fonte: Produção do autor.

Para realizar a estimação o filtro necessita das informações medidas do simulador dos sensores e do modelo da dinâmica como observado no protótipo descrito em Mota et al. (2016). Essas informações dependem das características do sistema e das equações 2.52 e 2.55 apresentadas no tópico 2.6.

As especificidades do sistema determinam os valores das matrizes  $H$ ,  $F$  e  $G$  nas equações 2.52 e 2.55. Por se tratar de um sistema genérico optou-se pelo modelo mais simples de sensor, um observador direto, ou seja, a matriz  $H$  corresponde a uma matriz identidade. Já o modelo da dinâmica representa a relação entre posição e velocidade angulares, portanto, assim como Nardin (2015), adotou-se matrizes identidade para os valores de  $F$  e  $G$  também. Esses valores são substituídos nas equações 2.52, 2.55, 2.58, 2.59, 2.60 e 2.61, obtendo-se as equações 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, e 4.6.

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (4.1)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \bar{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\omega} \quad (4.2)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{P}}} = \mathbf{2}\bar{\mathbf{P}} + \mathbf{Q} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{K}_k = \bar{\mathbf{P}}_k(\bar{\mathbf{P}}_k + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (4.4)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k)\bar{\mathbf{P}}_k \quad (4.5)$$

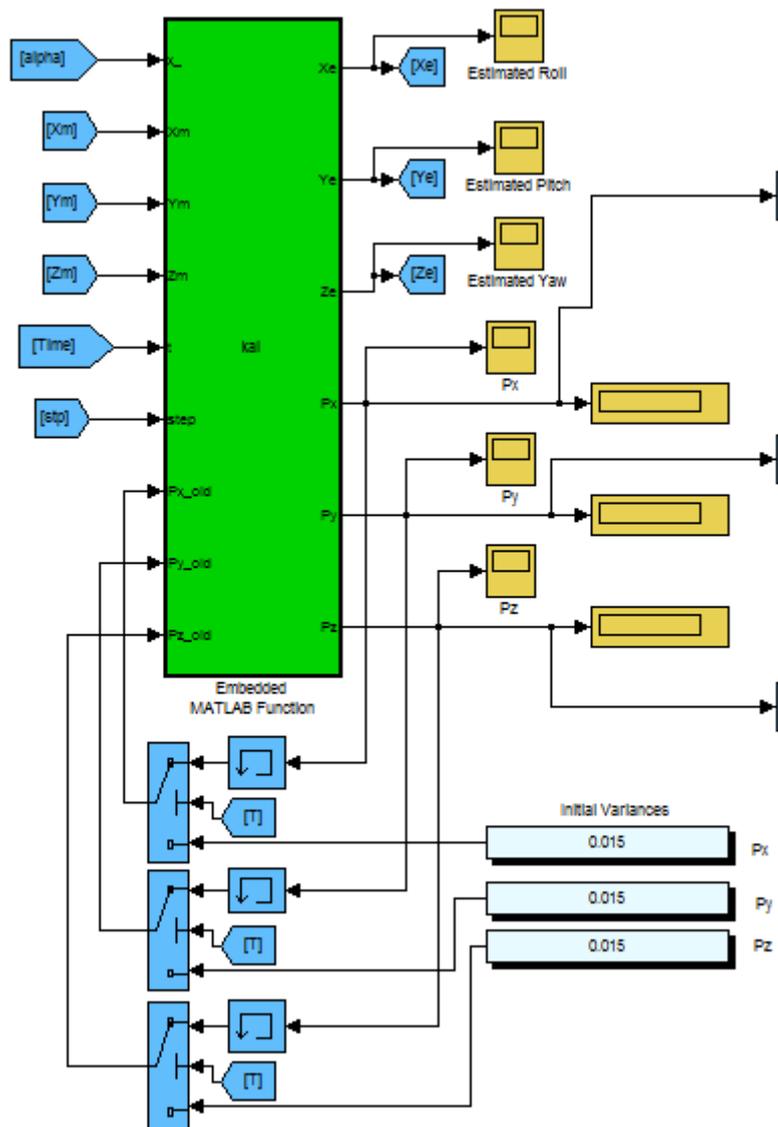
$$\hat{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k(\mathbf{y}_k - \bar{\mathbf{x}}_k) \quad (4.6)$$

Com os valores das matrizes definidos integrou-se analiticamente a equação 4.3 e obteve-se a equação 4.7.

$$\bar{\mathbf{P}} = \mathbf{C}_2 e^{2\Delta t} - \frac{\mathbf{Q}}{2} \quad (4.7)$$

O bloco de cálculo dos valores estimados, ilustrado na figura 4.3, é responsável por realizar a propagação da equação 4.7 gerando os valores de covariância de cada estado propagado. Esses valores, juntamente com os valores recebidos da dinâmica e das medidas, são utilizados para o cálculo dos estados estimados e de suas covariâncias por meio das equações 4.4, 4.5 e 4.6, também contidas nesse bloco. É possível também selecionar os valores a priori da covariância como entrada do bloco e definir os valores para  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}_k$  dependendo da simulação a ser realizada.

Figura 4.3 – Bloco de cálculo dos valores estimados.



Fonte: Produção do autor.

Na figura 4.3 a entrada alpha corresponde ao vetor de estados  $\bar{x}_k$  propagados pelo modelo da dinâmica do simulador,  $X_m$ ,  $Y_m$  e  $Z_m$  são os valores do vetor das medidas  $y_k$  geradas pelo sensor do simulador,  $X_e$ ,  $Y_e$  e  $Z_e$  são os valores do vetor de estados estimados  $\hat{x}_k$  e  $P_x$ ,  $P_y$  e  $P_z$ , cujos valores iniciais ilustrados foram todos iguais à 0,015, são os componentes de variância da matriz de covariância  $\hat{P}_k$  dos estados estimados.

Em suma, a figura 4.3 ilustra o bloco de programação responsável pela propagação da covariância do modelo e pela fase de atualização do filtro de Kalman. Ele está contido dentro do bloco ilustrado pela figura 4.2 juntamente com campos para a entrada de valores de variâncias iniciais, e incertezas de medidas e de modelo e um conjunto de selecionadores que permitem o desligamento e ligamento do filtro da forma como for mais conveniente para a simulação.

#### **4.1.2. Módulo simulador do painel solar**

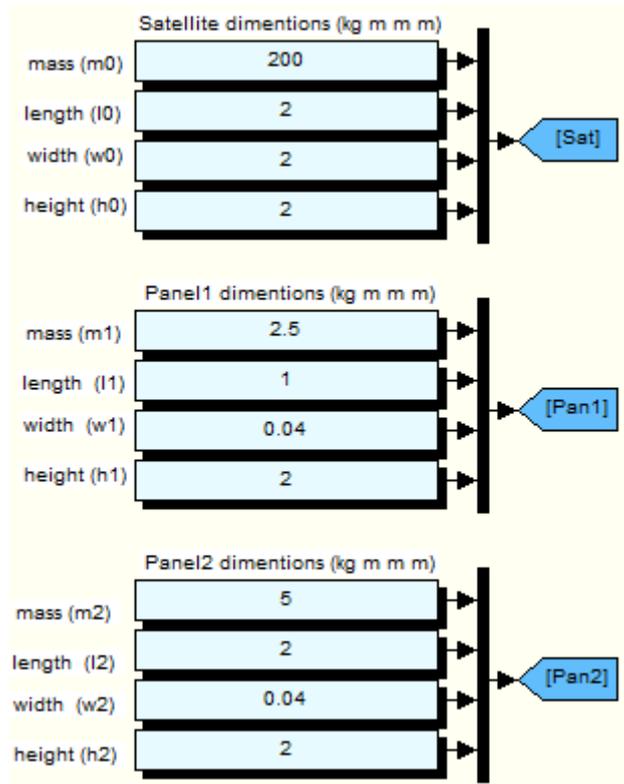
Foi criado para o SAS um subsistema adicional, correspondente ao modelo do painel solar. Este modelo, desenvolvido para o módulo de simulação de abertura do painel solar é dividido em quatro partes: Cálculo do tensor de inércia inicial (seção 2.2) do sistema, dinâmica das molas de abertura (seção 2.4), dinâmica dos painéis (seção 2.5) e atualização do tensor de inércia (seção 2.2).

Essas etapas estão conectadas pelos seus requisitos de entrada e saída, mas também necessitam de parametrização do usuário. Dessa forma é possível ajustar o modelo para as necessidades da pesquisa a ser realizada.

Para a simulação realizada considerou-se um satélite de corpo principal cúbico com um painel lateral segmentado em duas partes em forma de prismas de base retangular e sem *yoke*, ou forquilha em português. Admitiu-se, também, que estes corpos fossem todos uniformes.

O dimensionamento e o peso de cada parte desse sistema podem ser inseridos no simulador como ilustrado na figura 4.4. Como explicado no tópico 2.5.1, cada uma dessas partes, corpo principal, segmento um do painel e segmento dois do painel, é enumerada em um sistema de elos. Esse sistema vai do elo zero ao dois partindo do corpo do satélite e cada elo recebe o devido sistema de referência.

Figura 4.4 – Dimensionamento do sistema.



Fonte: Produção do autor.

Os sistemas de referência montados respeitam os princípios apresentados no tópico 2.5.2 e os parâmetros de Denavit-Hartenberg serviram de base para estabelecer as relações entre eles. O corpo do satélite, no entanto, teve o seu sistema de referência estabelecido no seu centro geométrico que, para o modelo adotado, coincide com o centro de massa. Essa consideração foi feita assumindo-se um corpo do satélite homogêneo, com o intuito de manter a simplicidade do modelo.

Neste estudo essas interações foram divididas entre interações rotacionais, baseadas nos parâmetros torção de elo e ângulo de junta do tópico 2.5.2 e interações translacionais. As interações translacionais representam o vetor distância entre as origens de cada sistema de referência e o seu termo  $x$  corresponde ao parâmetro comprimento de elo também da notação do tópico 2.5.2. Cada um desses parâmetros é observável na tabela 4.1, onde as variáveis

$l_0$ ,  $l_1$  e  $w_1$  correspondem às dimensões do painel que foram inseridas no sistema pela parte do programa ilustrada na imagem 4.4.

Tabela 4.1 – Parâmetros de correspondência entre sistemas.

		Entre satélite e subpainel 1	Entre subpainéis 1 e 2
Interações translacionais	Translação em x	$a_0 = \frac{l_0}{2}$	$a_1 = l_1$
	Translação em y	$c_1 = 0$	$c_2 = w_1$
	Translação em z	$d_1 = 0$	$d_2 = 0$
Interações rotacionais	Rotação em x	$\alpha_0 = 180^\circ$	$\alpha_1 = 180^\circ$
	Rotação em z	$\theta_1(t)$	$\theta_2(t)$

Fonte: Produção do autor.

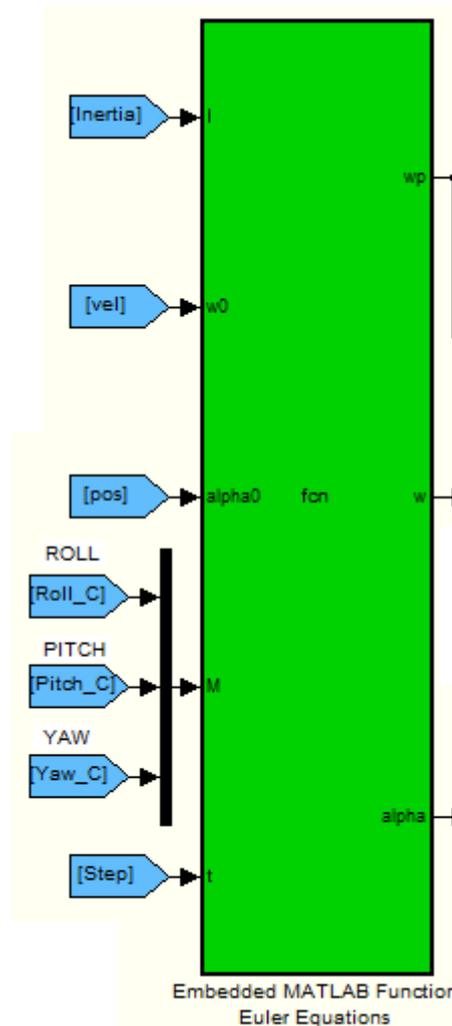
Os parâmetros foram separados dessa maneira para que os princípios do tópico 2.3 fossem aplicados de maneira mais fácil e organizada, tornando as transformações entre sistemas mais simples. A interação rotacional z, ou ângulo de junta, é variante no tempo pois representa o ângulo de abertura de cada segmento do painel.

Com os sistemas de referência devidamente estabelecidos, o algoritmo começa o cálculo do tensor inicial de inércia referente ao satélite com o painel fechado. Na simulação, a posição do centro de massa, detalhado no tópico 2.2.1, é mais facilmente definida já que as estruturas são consideradas todas como prismas retangulares homogêneos.

É importante que essa etapa seja separada das demais pois a matriz de inércia gerada nela servirá de entrada para o módulo da dinâmica de atitude, ilustrado na figura 4.5, que contém as equações do movimento de Euler, apresentadas na

expressão 2.14, e fornecerá valores de entrada para as outras etapas da simulação da abertura.

Figura 4.5 – Bloco da dinâmica do SAS.

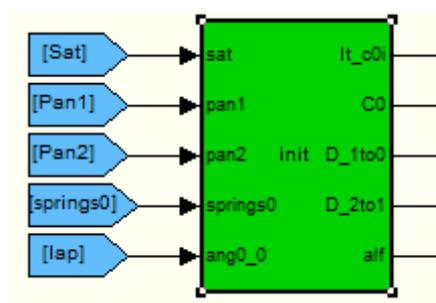


Fonte: Rocco (2011 e 2015).

O cálculo do tensor inicial de inércia, por sua vez, se dá aplicando-se a equação 2.17 para cada elo para que sejam conhecidos os tensores de inércia de cada elo referentes aos seus centros de massa. São utilizadas matrizes de transformação como na equação 2.22 para se calcular a posição dos centros de massa dos segmentos do painel referentes ao sistema do corpo do satélite. Utiliza-se a matriz de atitude para, através da equação 2.20, garantir que os

tensores de inércia de cada um dos elos estejam referenciados em eixos paralelos o sistema de referência do corpo principal do satélite. Uma vez que os todos os tensores de inércia estejam referenciados em sistemas paralelos, utiliza-se a equação 2.19 para se calcular os valores dos tensores de inércia de cada elo referentes ao sistema do corpo do satélite. Calcula-se então o valor da inércia total referente ao sistema do corpo do satélite com a equação 2.18. Por fim é calculado o centro de massa do sistema completo pela equação 2.15 e o valor encontrado é utilizado na equação 2.19 para se obter o tensor de inércia total do sistema referente ao seu centro de massa. O bloco de programação que contém essas equações e realiza esse algoritmo pode ser observado na figura 4.6.

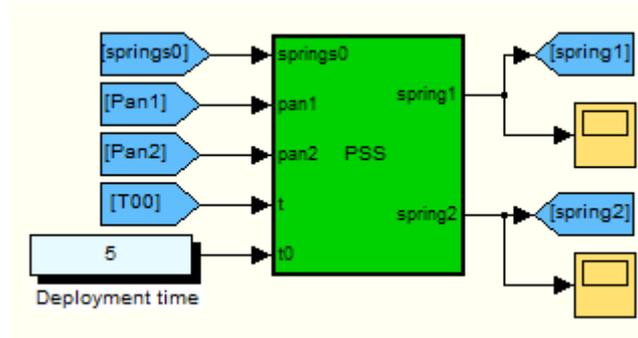
Figura 4.6 – Bloco de cálculo do tensor de inércia inicial.



Fonte: Produção do autor.

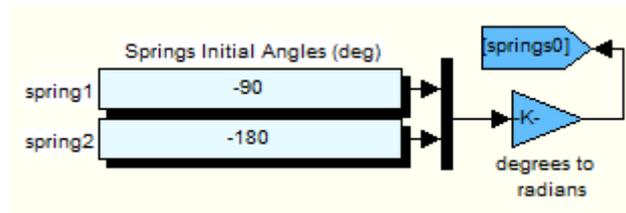
A segunda parte do módulo se trata do modelo do mecanismo de abertura. Toda modelagem é a mesma explicitada na seção 2.4. O bloco de programação ilustrado na figura 4.7, gera os valores de ângulo de abertura, velocidade angular e aceleração angular que serão utilizados nas próximas etapas. Para isso é necessário que se estabeleçam valores iniciais de posição angular como na figura 4.8. É nessa etapa também que se define o instante de abertura.

Figura 4.7 – Bloco que simula o mecanismo de abertura.



Fonte: Produção do autor.

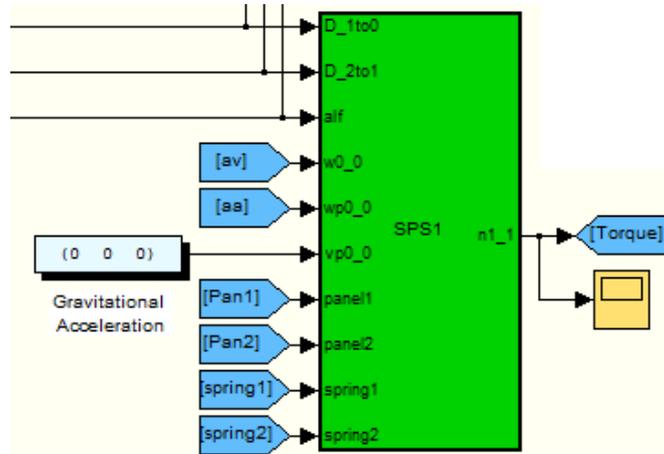
Figura 4.8 – Valores iniciais dos ângulos de junta.



Fonte: Produção do autor.

A terceira etapa do algoritmo realiza o cálculo dos torques perturbadores utilizando a formulação do tópico 2.5.3, ou seja, é nessa etapa que será aplicado o algoritmo de Newton-Euler das equações 2.44 à 2.51. Para isso, o bloco de programação dessa fase, figura 4.9, recebe os valores de posição, velocidade e aceleração da dinâmica do satélite, os valores calculados do mecanismo de abertura e considera a aceleração da gravidade desprezível. O valor calculado referente ao torque de resposta, equação 2.51, que o Elo Um exerce sobre o corpo principal do satélite é, no contexto deste trabalho, a perturbação que gera desvio na atitude.

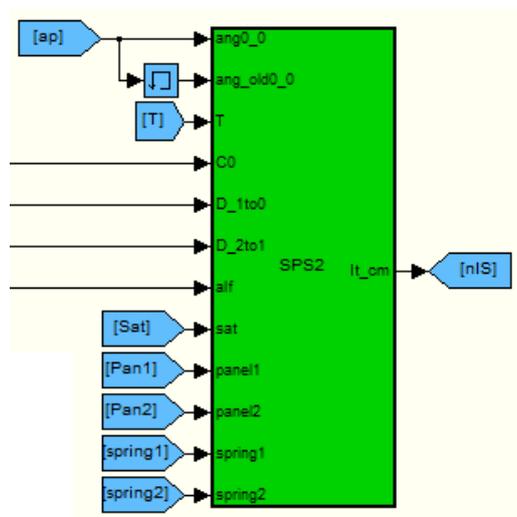
Figura 4.9 – Bloco de cálculo da perturbação.



Fonte: Produção do autor.

A quarta etapa do modelo simulado realiza a atualização do tensor de inércia, num processo semelhante ao da primeira etapa, porém considerando a nova posição do painel. Esse procedimento é realizado a cada nova computação do movimento de atitude pelo bloco de programação ilustrado na imagem 4.10. Na prática esse, esse bloco de programação contém o mesmo equacionamento do bloco ilustrado na figura 4.6, mas recebe como entrada valores que variam com o decorrer da simulação.

Figura 4.10 – Bloco de atualização do tensor de inércia.



Fonte: Produção do autor.

## 5 RESULTADOS

No capítulo 2 foram apresentados os conceitos teóricos necessários para o desenvolvimento de uma ferramenta computacional que permitisse a realização da pesquisa proposta no capítulo 1. No capítulo 4 foi descrito como esses conceitos teóricos foram utilizados para a criação dessa ferramenta. Como visto nesse capítulo, o programa desenvolvido tem como principal característica a generalidade e a capacidade de simular diversas situações de missão envolvendo a abertura de painéis solares. Por esse motivo alguns valores das características do satélite, do painel, do controlador, do filtro e do mecanismo de abertura não foram determinados ou foram meramente ilustrados. Esses valores devem ser inseridos quando a missão a ser estudada e as especificidades dela foram determinadas.

Como não há uma missão específica a ser estudada e como o objetivo do capítulo 5 é validar o programa criado, os testes realizados neste capítulo visam comparar as respostas obtidas pela ferramenta computacional desenvolvida com os conhecimentos obtidos no capítulo 2 e com a bibliografia comentada no capítulo 3.

Para isso, serão demonstradas as respostas obtidas em algumas situações para avaliar a generalidade do modelo. Essas situações serão apresentadas de modo a gradativamente aumentar o nível de complexidade à qual o simulador é submetido.

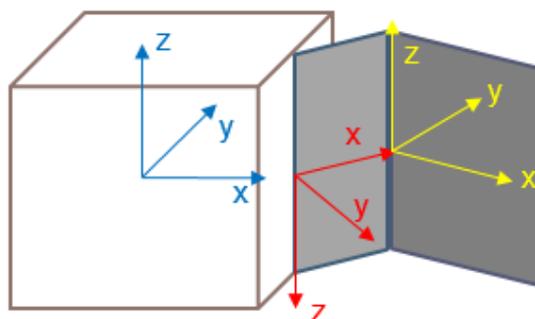
Serão determinadas, então, as características do satélite ilustrativo que será usado como objeto de estudo. Essas características devem mudar de acordo com o teste a ser realizado.

Foi considerado, a princípio, um satélite com corpo principal de formato cúbico de dois metros de aresta, 210 kg de massa e distribuição de massa homogênea. No sistema de elos modelado neste estudo, o corpo principal ficou estabelecido como a base do sistema, o que seria correspondente a um “Elo Zero”.

Considerou-se, também, um único painel solar dividido em dois segmentos, sendo cada segmento, ou subpainel, um elo do sistema de elos. O subpainel mais próximo do corpo principal foi denominado “Elo Um” e o subpainel seguinte, mais afastado do corpo principal, foi denominado “Elo Dois”. O Elo Um tem o formato de um prisma de base retangular, com um metro de comprimento 0,04 m de largura e dois metros de altura. Esse elo possui 2,5 kg de massa e distribuição de massa homogênea. O Elo Dois também tem o formato de um prisma de base retangular, mas com dois metros de comprimento 0,04 m de largura e dois metros de altura. Esse elo, por sua vez, possui cinco quilogramas de massa e distribuição de massa, também, homogênea.

Uma ilustração desse satélite pode ser observada na figura 5.1. Nela foram também explicitados os sistemas de referência de cada elo e da base do sistema. O sistema de referência de cor azul corresponde ao sistema preso ao corpo principal do satélite, ou seja, à base do sistema de elos, o sistema de referência de cor vermelha corresponde ao sistema preso ao Elo Um e o sistema de referência de cor amarela corresponde ao sistema preso ao Elo Dois. Essas referências foram posicionadas de forma a facilitar a modelagem de um sistema de elos, com o eixo X apontando na direção do elo seguinte e o eixo Z do sistema de cada elo posicionado de maneira correspondente ao eixo de rotação das juntas.

Figura 5.1 - Ilustração do satélite simulado



Fonte: Produção do autor.

Com relação ao mecanismo de abertura, foram consideradas molas, correspondentes às juntas dos elos Um e Dois, com constantes elásticas iguais à 0,076394373 Nm/rad e 0,038197186 Nm/rad, respectivamente. Além disso, a manobra de abertura será a mesma durante todos os testes, o Elo Um realizará um movimento de 90° em torno de sua junta no sentido anti-horário e na mesma direção do eixo Z, simultaneamente, o Elo Dois realizará um movimento de 180° em torno da sua junta no sentido horário também na mesma direção do eixo Z. Como descrito na seção 2.4, os valores das constantes elásticas são definidos considerando valores determinados de tensão final e inicial. Admitindo-se que as molas das duas juntas possuem os mesmos valores de tensão final e tensão inicial e que a distância percorrida pelo Elo Dois é o dobro da distância percorrida pelo Elo Um, tem-se que, para o mecanismo de abertura proposto, a constante elástica da mola do Elo Dois será sempre metade da constante elástica do Elo Um.

Para os sensores, foram considerados observadores diretos da atitude do satélite, ou seja, da posição angular do satélite relativa aos eixos X, Y e Z do sistema preso ao seu centro de massa. São três sensores, um para cada eixo.

Por fim, com relação ao controlador, o SAS possui, integrado ao seu código, controladores PID, um para cada um dos três eixos do movimento de atitude.

### **5.1. Simulação do mecanismo de abertura.**

Primeiramente será avaliado o modelo do mecanismo de abertura comparando-o com a bibliografia.

Durante a produção do mecanismo de abertura criou-se um modelo para fornecer resultados semelhantes aos de Carrara (1997) utilizando as entradas específicas do estudo desejado. Estas entradas são visíveis na tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Entradas do modelo dos mecanismos de abertura.

	Ângulo inicial (°)	Ângulo final (°)	Início de abertura (s)
Elo Um	-90	0	1
Elo Dois	-180	0	1

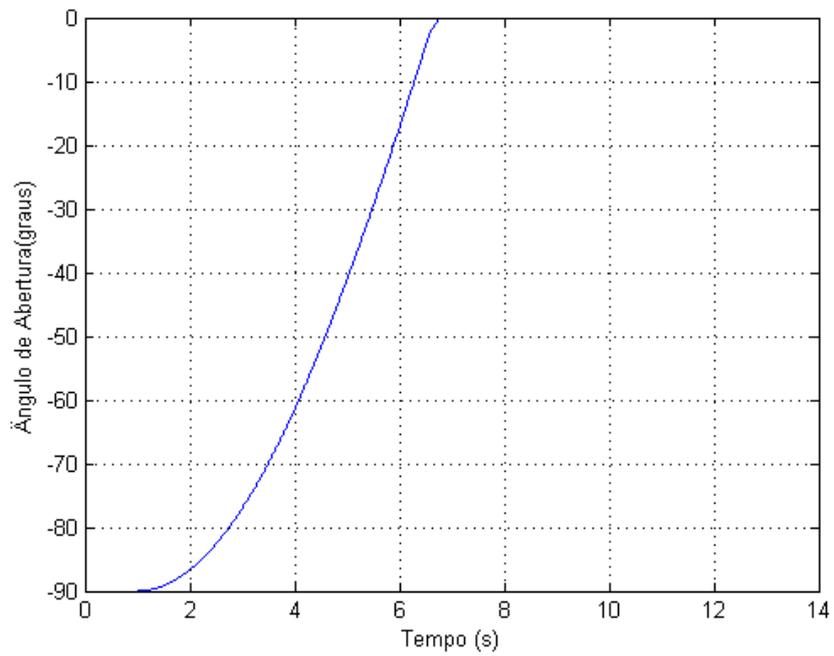
Fonte: Produção do autor.

Esse modelo foi descrito também em Narayana et al. (2007) e Fufa et al. (2010), no entanto foi adotado o trabalho de Carrara (1997), pois, por ser mais completo, permitiu que fosse feita a validação dos resultados observados nessa seção.

É importante ressaltar que para o cálculo deste movimento foram levadas em consideração, além dos valores iniciais, características construtivas do próprio satélite, no caso, os momentos de inércia, que diferem dos valores utilizados por Carrara (1997) e foram determinados para o satélite descrito no início do capítulo 5 e ilustrado na figura 5.1.

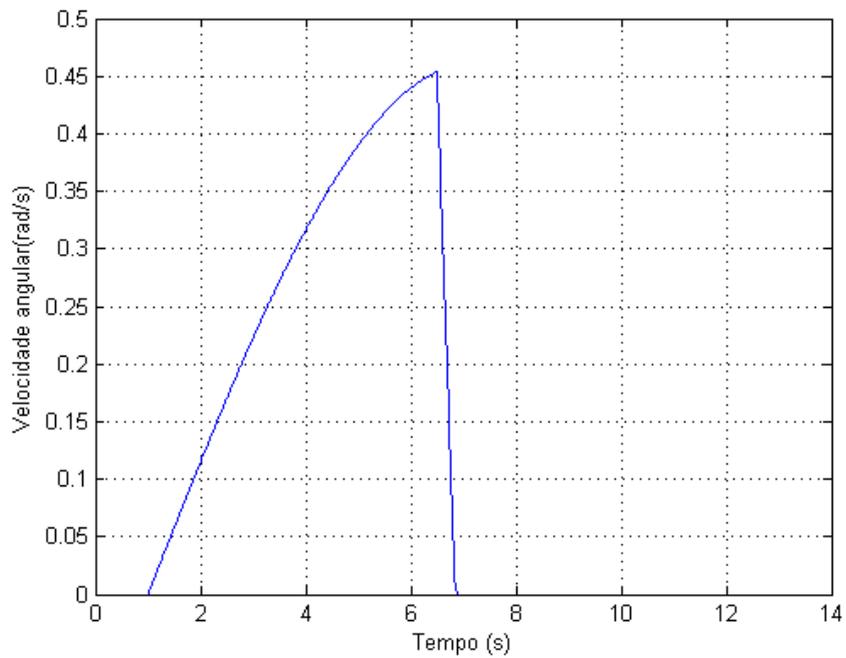
As figuras 5.2, 5.3 e 5.4 5.5, 5.6 e 5.7, apresentam os resultados obtidos pelo modelo computacional referentes à posição angular, velocidade angular e aceleração angular dos dois conjuntos de mola de torção e dobradiça utilizados para a simular a abertura dos dois segmentos de painel modelados.

Figura 5.2 – Ângulo de abertura do primeiro segmento do painel.



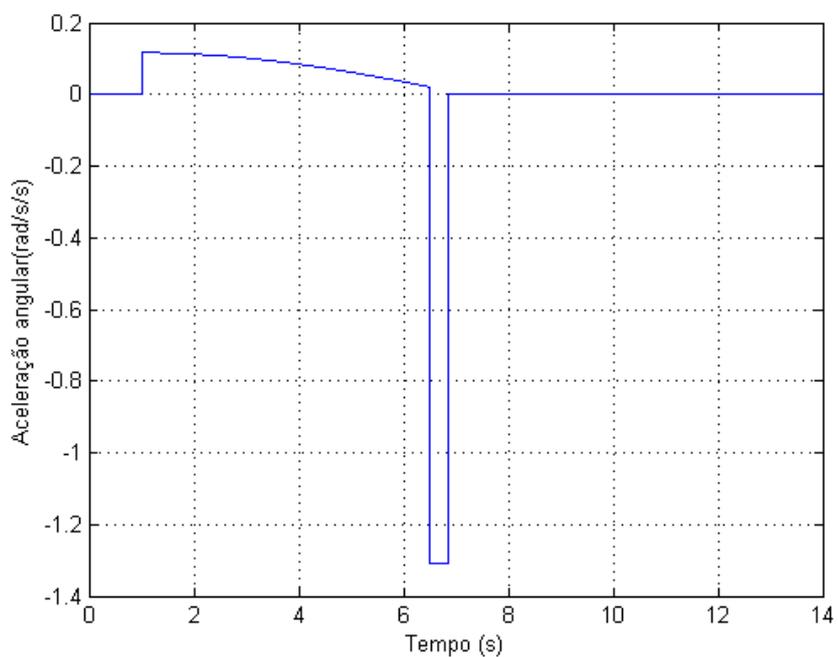
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.3 – Velocidade angular de abertura do primeiro segmento do painel.



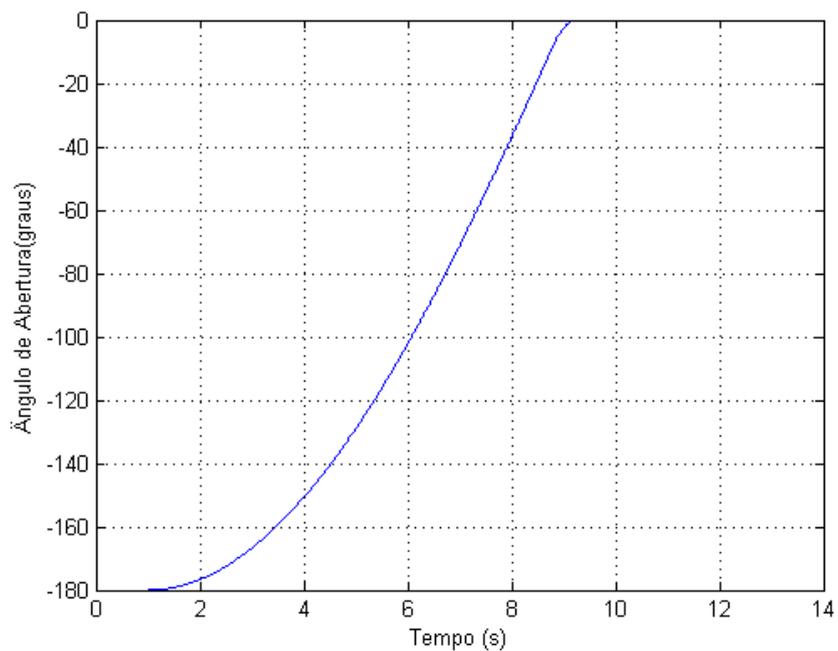
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.4 – Aceleração angular de abertura do primeiro segmento do painel.



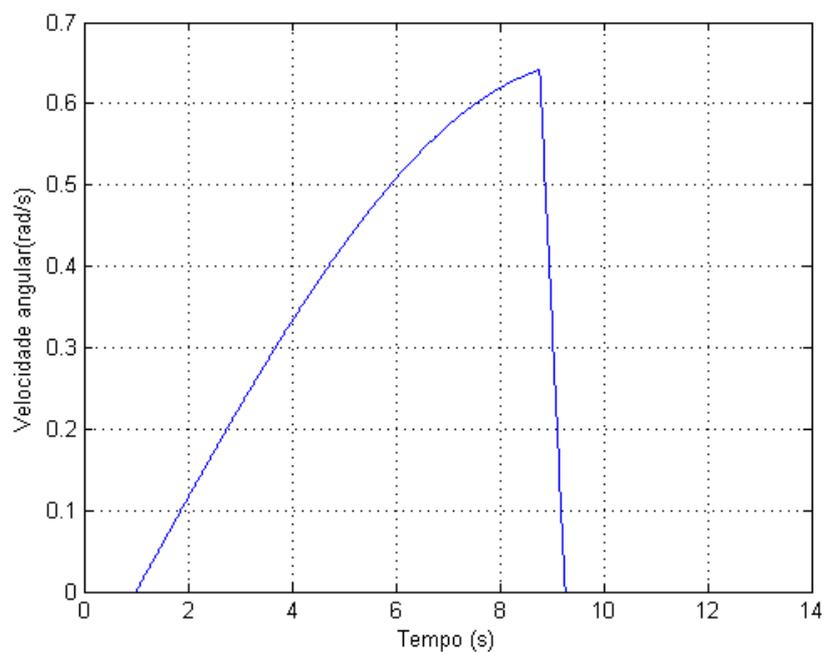
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.5 – Ângulo de abertura do segundo segmento do painel.



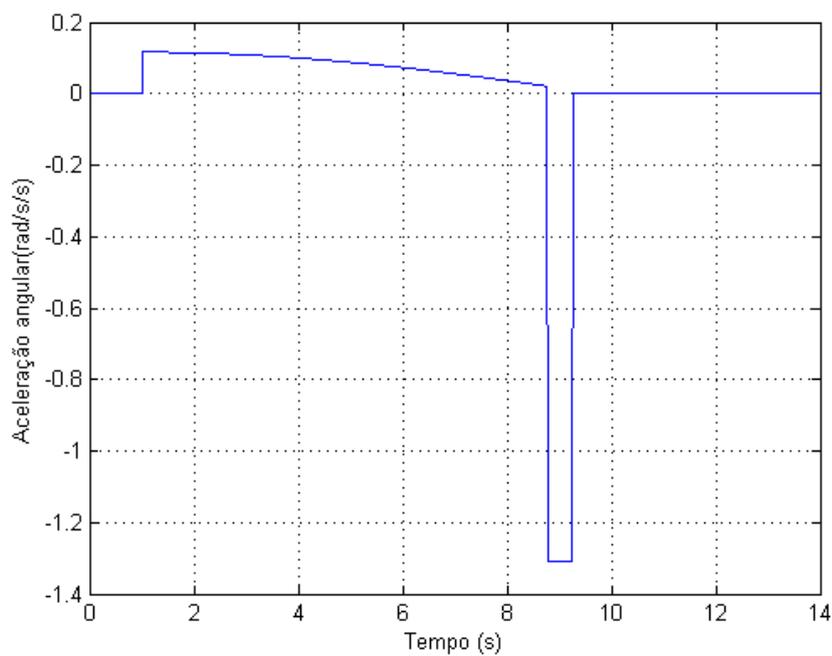
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.6 – Velocidade angular de abertura do segundo segmento do painel.



Fonte: Produção do autor.

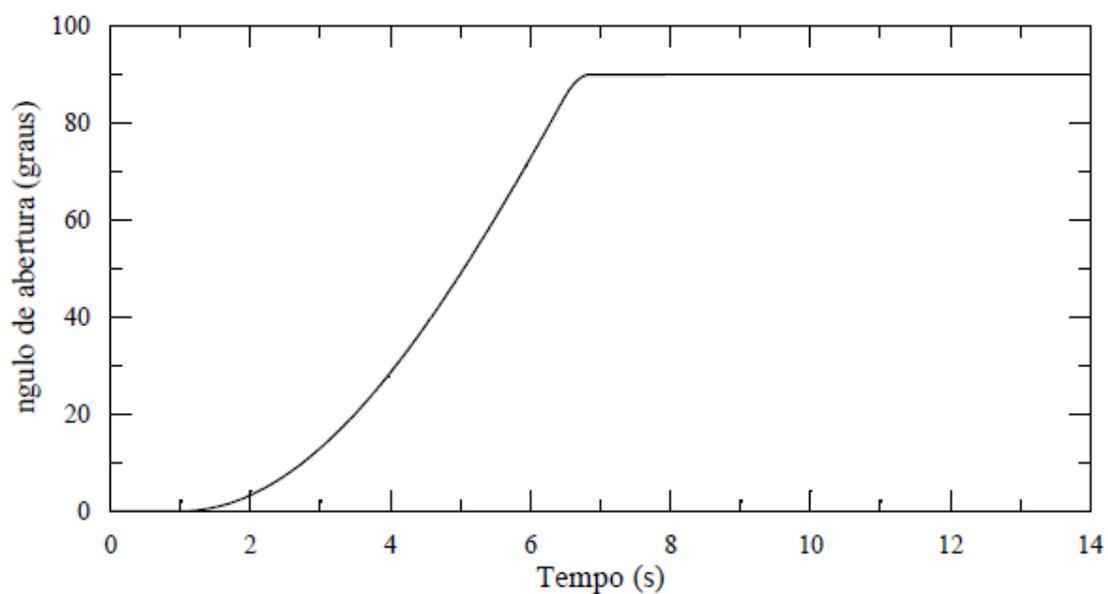
Figura 5.7 – Aceleração angular de abertura do segundo segmento do painel.



Fonte: Produção do autor.

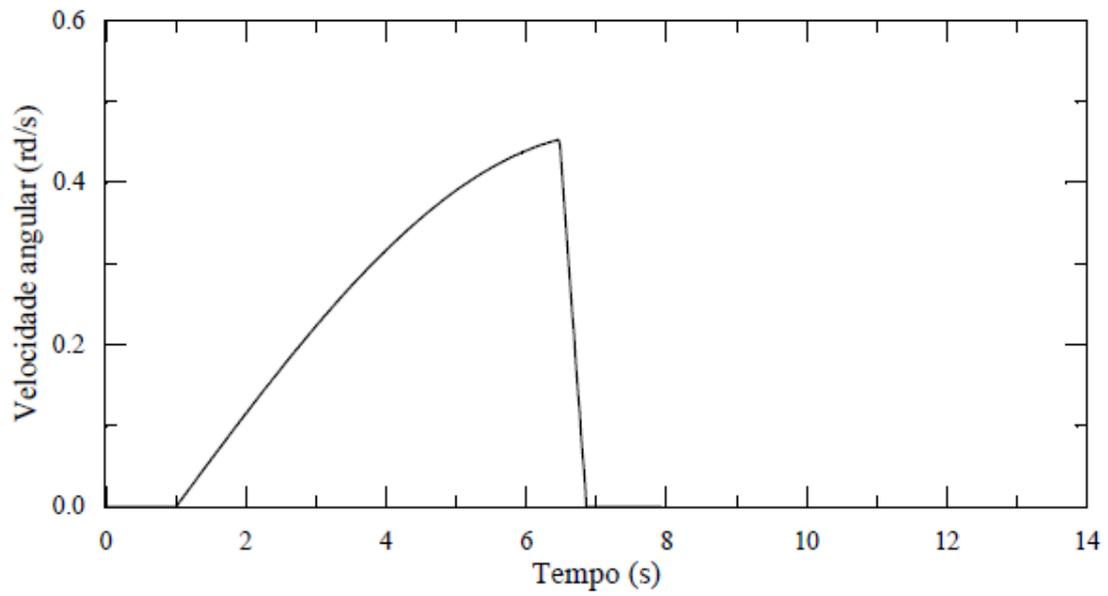
Nas figuras 5.8, 5.89 e 5.10, estão os resultados contidos em Carrara (1997). Uma observação dos gráficos demonstra que mesmo considerando valores diferentes para os parâmetros do painel foi possível reproduzir o mesmo efeito modelado pela bibliografia citada. Verifica-se que as variáveis apresentaram comportamento semelhante ao esperado, validando, de acordo com a literatura consultada, o modelo de abertura dos painéis desenvolvido neste trabalho.

Figura 5.8 – Ângulo de abertura obtido por Carrara (1997).



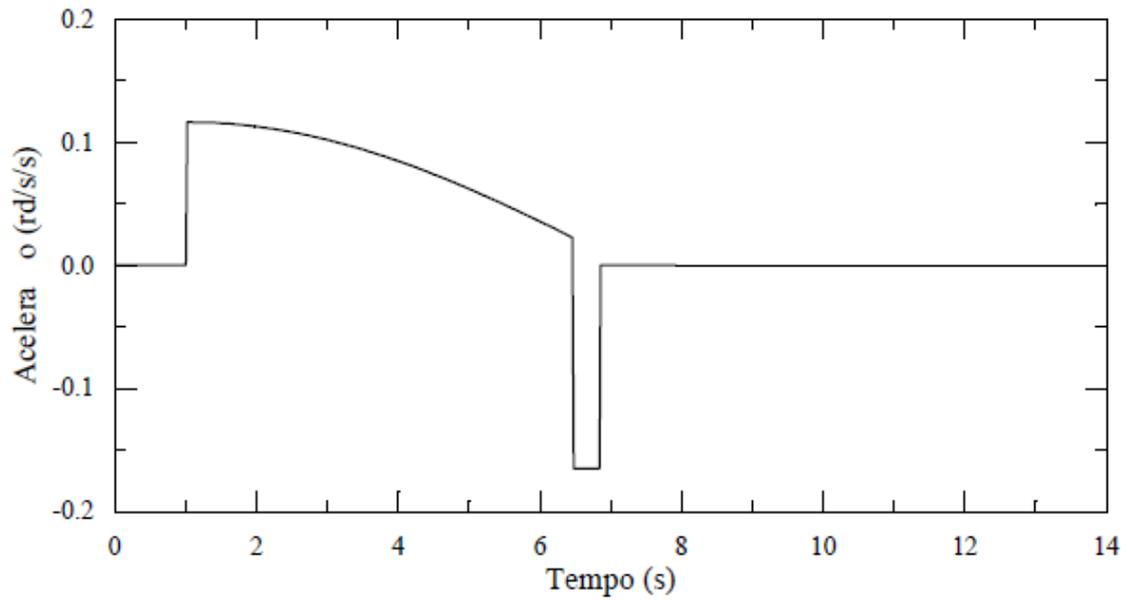
Fonte: Carrara (1997).

Figura 5.9 – Velocidade angular de abertura obtida por Carrara (1997).



Fonte: Carrara (1997).

Figura 5.10 – Aceleração angular de abertura obtida por Carrara (1997).



Fonte: Carrara (1997).

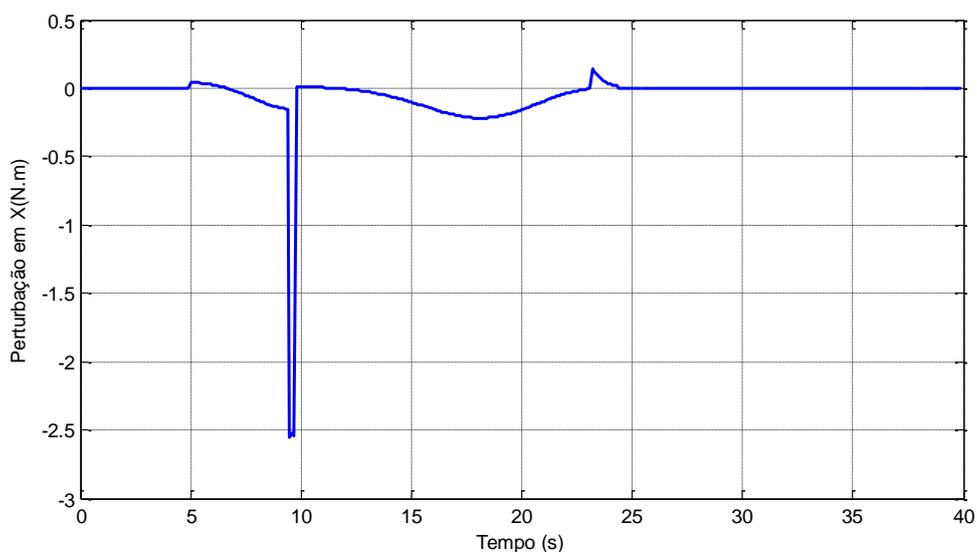
## 5.2. Simulação sem controle

Para demonstrar o comportamento da atitude do satélite ao ser perturbado e ressaltar a importância do sistema de controle foi proposta uma primeira simulação de abertura dos painéis sem a ação corretiva do controle.

O tempo total desta simulação foi de 40 s, com passo de 0,1 s e o satélite inicia a simulação com sua atitude estabilizada nos três eixos.

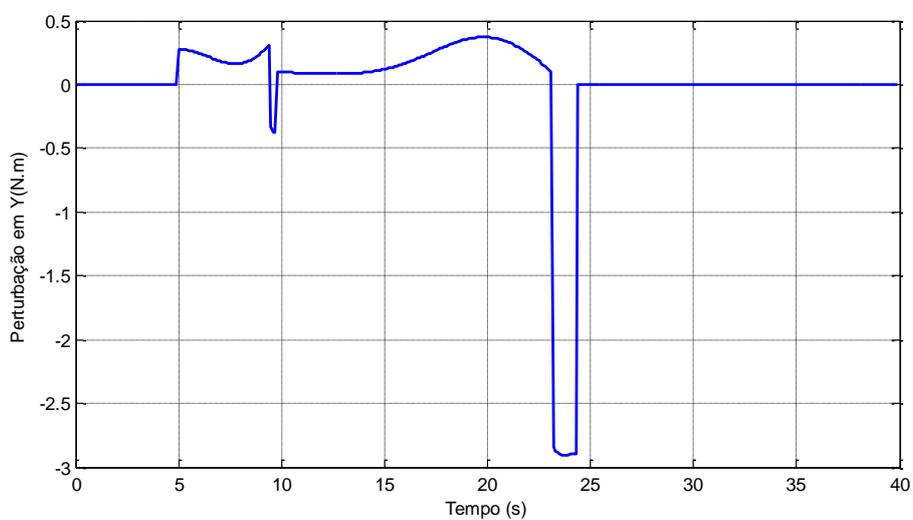
A seguir serão apresentados os gráficos das figuras 5.11, 5.12 e 5.13 que demonstram o torque perturbador exercido sobre o corpo principal do satélite nos eixos X, Y e Z.

Figura 5.11 – Perturbação em X.



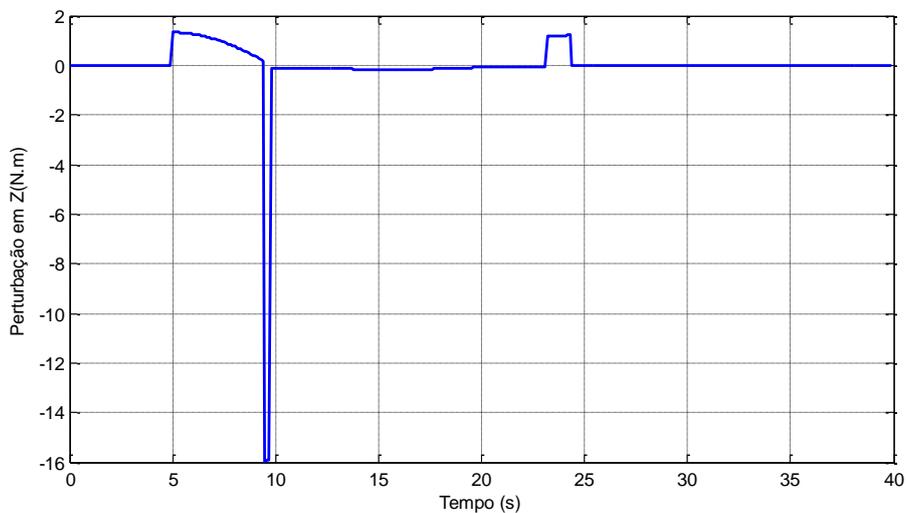
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.12 – Perturbação em Y.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.13 – Perturbação em Z.



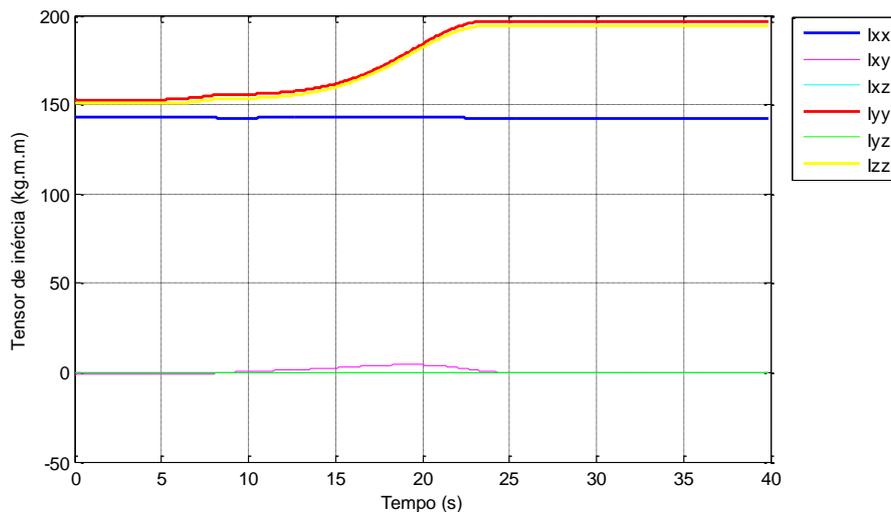
Fonte: Produção do autor.

Os sinais de perturbação desenvolvidos ao longo dos 40 s de simulação demonstram o torque transferido para o corpo principal do satélite durante a abertura. É possível observar pelos gráficos o tempo de abertura: o início a cinco segundos de simulação, a abertura total do Elo Um a aproximadamente 10 s e a

abertura total do Elo Dois e, portanto, do painel a aproximadamente 24 s. É possível observar também o impacto da desaceleração repentina causada pelo seu travamento tanto na abertura de ambos os elos com picos de intensidade próximos aos tempos de abertura total. Outra observação que pode ser feita é a comparação entre os efeitos nos três eixos e como o eixo de Z sofreu uma perturbação mais acentuada que os outros uma vez que esse possui a mesma direção do movimento de abertura.

Com o movimento de abertura, altera-se a configuração do sistema, portanto, a variação na distribuição de massa significa que o tensor de inércia se altera e influencia a dinâmica de atitude. Observa-se no gráfico 5.14 como a inércia do satélite evolui durante o movimento.

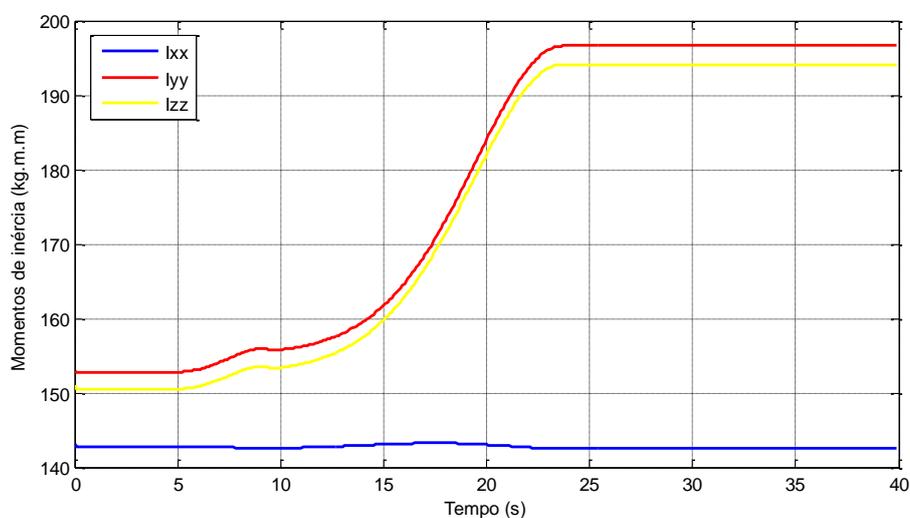
Figura 5.14 – Evolução do tensor de inércia.



Fonte: Produção do autor.

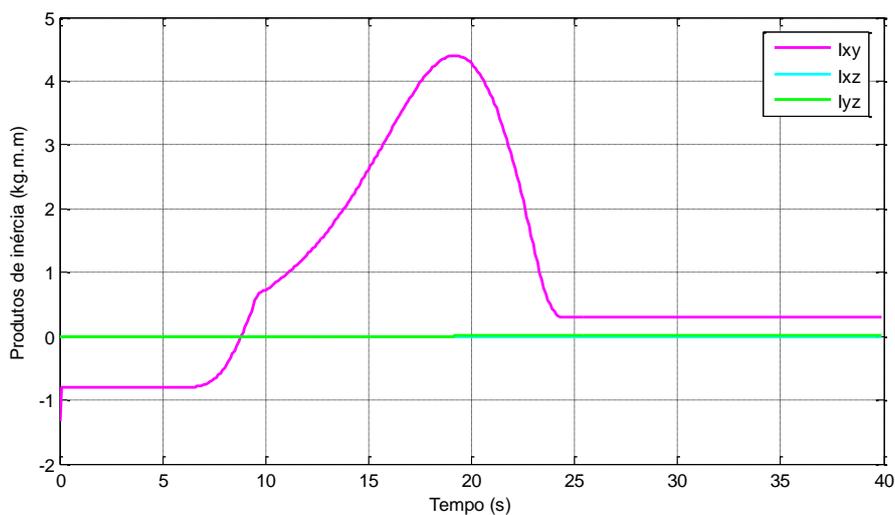
Os momentos principais de inércia estão identificados pelas legendas  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  e  $I_{zz}$  enquanto os produtos de inercia são identificados por  $I_{xy}$ ,  $I_{xz}$  e  $I_{yz}$ . É possível observá-los mais com mais detalhes nas figuras 5.15 e 5.16.

Figura 5.15 – Evolução dos momentos principais de inércia.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.16 – Evolução dos produtos de inércia.



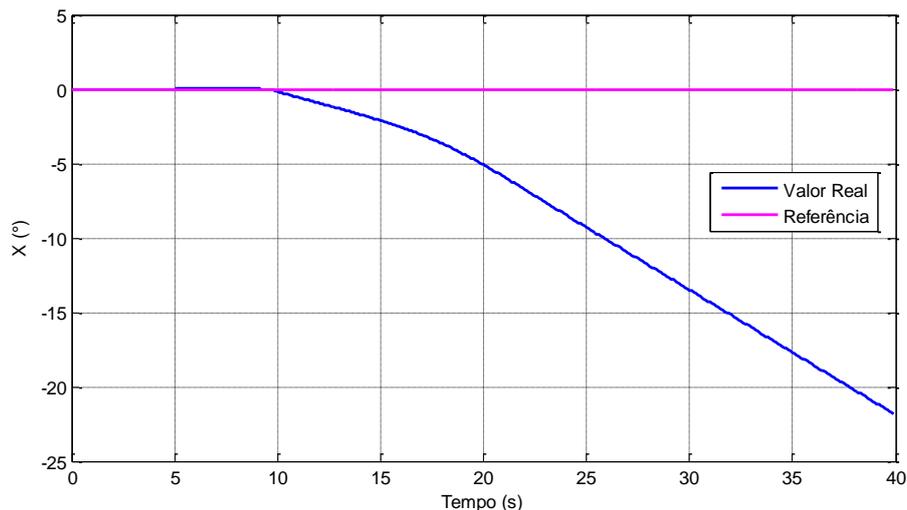
Fonte: Produção do autor.

Assim como nos gráficos correspondentes aos sinais de perturbação, é possível observar os momentos de abertura total do Elo Um e do Elo Dois pelos momentos de mudança de comportamento das curvas a 10 s e 24 s, respectivamente. Além disso, ao observar os gráficos de inércia em conjunto com a ilustração da figura 5.10 é possível realizar as seguintes análises

correspondentes a redistribuição de massa durante o movimento de abertura. Os momentos de inércia referentes aos eixos Y e Z sofreram variações mais significantes que o momento referente ao eixo X já que o painel se abre ao longo desse eixo. Também se pode observar que os valores atingidos pelos momentos de inércia ao final da abertura são muito superiores aos do início, indicando que, com o painel fechado, o satélite possui uma configuração quase cúbica e mais simétrica do que quando aberto. Por outro lado, não há redistribuição de massa ao longo do eixo Z, pois este possui a mesma direção do movimento dos subpainéis, logo, os produtos de inércia envolvendo esse eixo são praticamente nulos enquanto o produto de inércia correspondente ao plano formado pelos eixos X e Y demonstra uma maior variação. Ao final do movimento esse produto,  $I_{xy}$ , ainda difere dos demais pois o painel não está perfeitamente centralizado com a face do satélite a qual ele está acoplado.

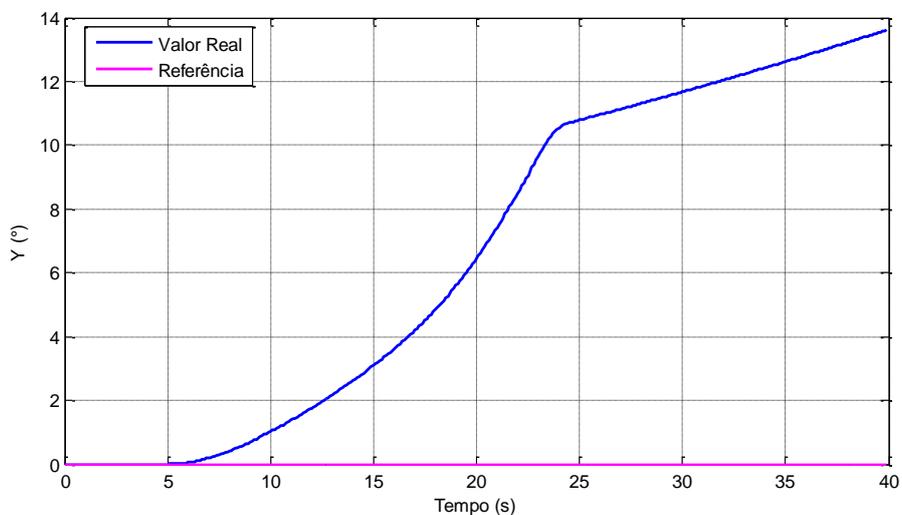
Por fim, a respeito da atitude do satélite e como os torques perturbadores das figuras 5.11, 5.12 e 5.13 influenciam no apontamento, observam-se os gráficos 5.17, 5.18 e 5.19.

Figura 5.17 – Eixo X x Tempo. Sem controle.



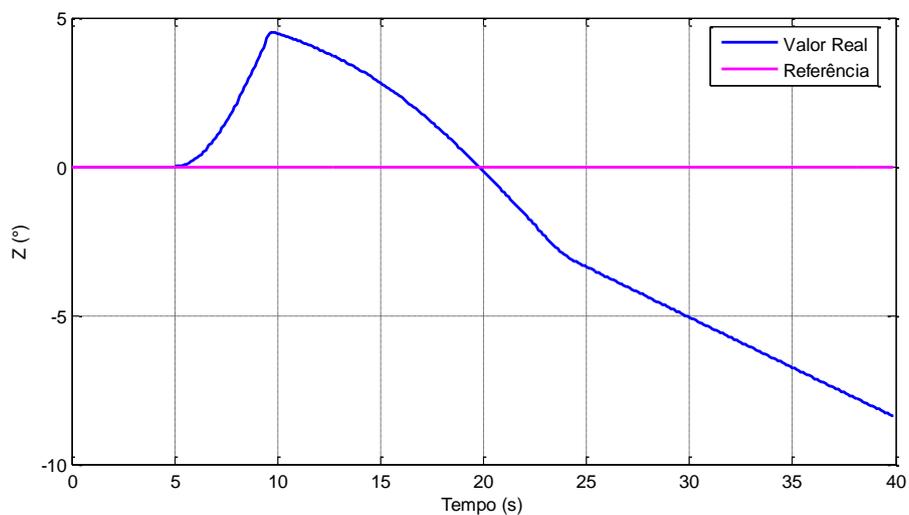
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.18 – Eixo Y x Tempo. Sem controle.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.19 – Eixo Z x Tempo. Sem controle.



Fonte: Produção do autor.

Analisando as curvas e comparando-as com suas respectivas referências é possível observar que a partir de cinco segundos de simulação, início da abertura, a atitude do satélite sofre desvios em todos os eixos. Esses desvios, devidos à falta de correção por um sistema de controle, podem impedir que o

satélite mantenha o apontamento desejado, comprometendo, ou até mesmo impossibilitando, a realização da missão para a qual o satélite foi projetado. Essa simulação ressalta a necessidade e a importância do sistema de controle para a atitude do satélite.

Outro comentário a ser feito corresponde ao movimento que a abertura ocasionou em torno do eixo de Z. Tendo a mesma direção do movimento de abertura do painel ele é o eixo de atitude mais afetado. Não somente isso, mas a mudança de sentido corresponde com o movimento de abertura de cada uma dos subpainéis. Como cada subpainel abre girando em um sentido diferente uma vez que um deles abre totalmente, a aproximadamente 10s a atitude muda de sentido e começa a girar influenciada pelo subpainel ainda em movimento.

### **5.3. Simulação com controle depois da abertura**

Serão comparados neste tópico os resultados da seção anterior com os resultados obtidos em uma simulação na qual o satélite adotado para os testes, descrito no início do capítulo 5, ativa seu sistema de controle após a abertura total do painel solar do satélite.

Supõem-se que para economizar a energia das baterias do satélite seria mais apropriado controlá-lo assim que o painel já estivesse pronto para ser apontado para o sol.

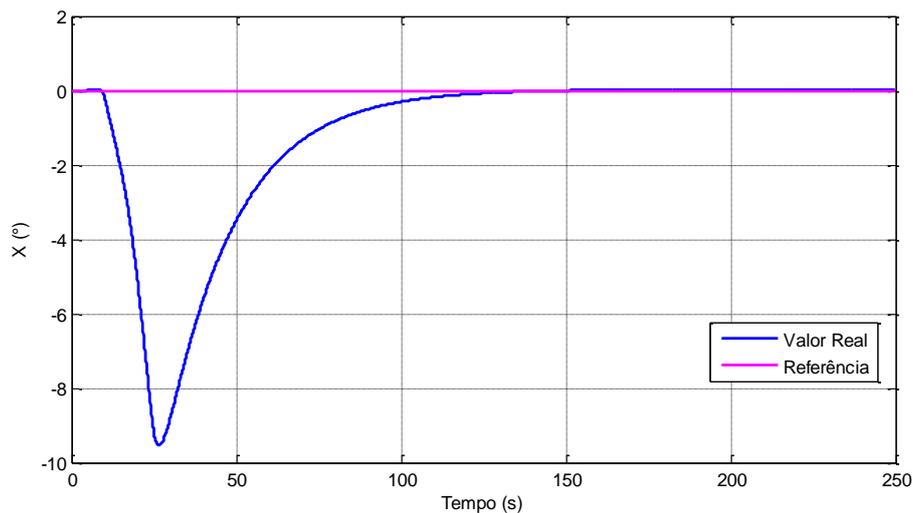
Para este teste, foram admitidos, como ganhos proporcional, integral e derivativo dos controladores de correspondentes a cada eixo, os valores 3, 0,00003 e 700, respectivamente. Esses valores foram definidos por Rocco (2011 e 2015) para o controle de um satélite composto por um corpo rígido e sem apêndices flexíveis. Eles serão utilizados nos testes a seguir para avaliar o quanto a adição de um apêndice flexível, nesse caso o painel solar, à estrutura do satélite afeta a resposta de controlador projetado para estruturas rígidas.

A simulação teve um total de 250 s e o controle é ativado a 24,4 s de simulação, tempo previamente calculado do término da abertura.

Os resultados obtidos com relação aos torques perturbadores e o tensor de inércia não serão apresentados uma vez que os resultados foram semelhantes aos da simulação do tópico 5.2, dado que as mudanças ocorreram após estas curvas entrarem em equilíbrio. Uma análise mais aprofundada sobre essas variáveis será feita na seção 5.4.

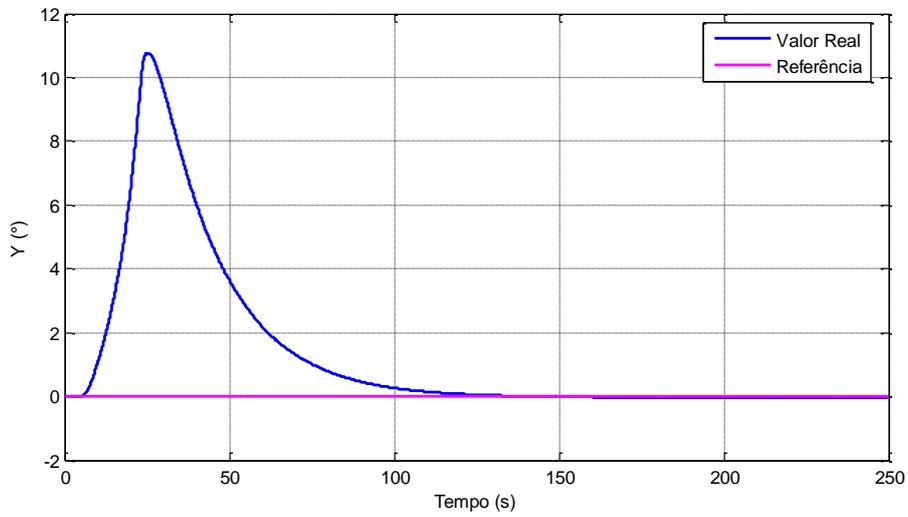
A seguir, são apresentadas nas figuras 5.20, 5.21 e 5.22 as curvas referentes ao comportamento da atitude do satélite nos três eixos.

Figura 5.20 – Eixo X x Tempo. Com atraso no controle.



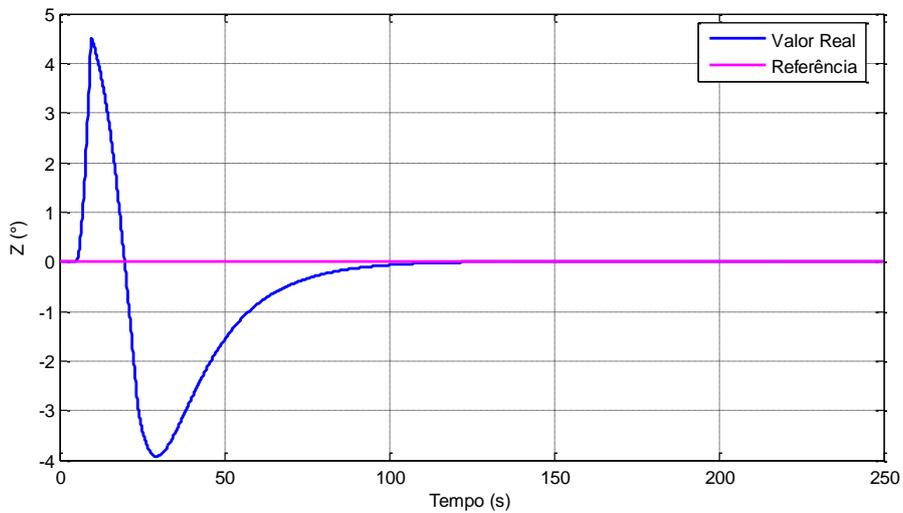
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.21 – Eixo Y x Tempo. Com atraso no controle.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.22 – Eixo Z x Tempo. Com atraso no controle.



Fonte: Produção do autor.

É observável nos gráficos que o comportamento das curvas até 24,4 s permanece o mesmo dos resultados obtidos na seção 5.2. Após esse tempo, o controle é ativado devolvendo os valores de atitude ao valor de referência desejado, de maneira suave.

O movimento em torno do eixo X mostrou um desvio máximo de  $-9,538^\circ$ , nenhum sobressinal aparente e um tempo de acomodação de aproximadamente 159,2 s. O movimento em torno do eixo Y mostrou um desvio máximo de  $10,7623^\circ$ , nenhum sobressinal aparente e um tempo de acomodação de aproximadamente 153 s. O movimento em torno do eixo Z mostrou um desvio máximo de  $4,5098^\circ$ , nenhum sobressinal aparente e um tempo de acomodação de aproximadamente 119,4 s.

Esses resultados serão melhor discutidos na seção 5.4, na qual eles serão comparados com outra estratégia de controle.

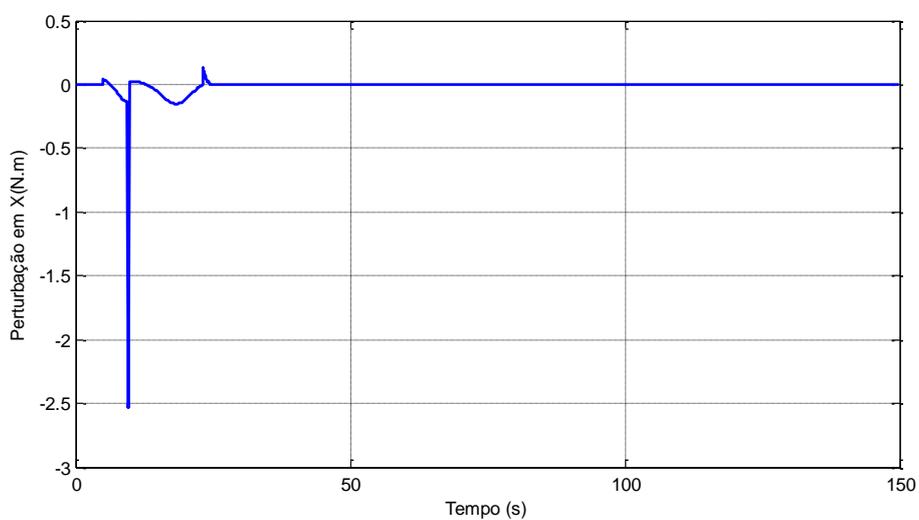
#### **5.4. Simulação com controle desde o início da abertura**

Neste tópico serão estudados os resultados obtidos na simulação referente à dinâmica de atitude durante o movimento de abertura do painel solar com o sistema de controle ativo durante todo o procedimento. Estes resultados serão então comparados com os obtidos nos tópicos 5.2 e 5.3.

Para a simulação as características do satélite permanecem as mesmas, incluindo os ganhos proporcional integral e derivativo de 3, 0,00003 e 700, a única exceção é o tempo de início do procedimento de controle que é desde o início da simulação a zero segundos. O tempo total da simulação foi de 150 s.

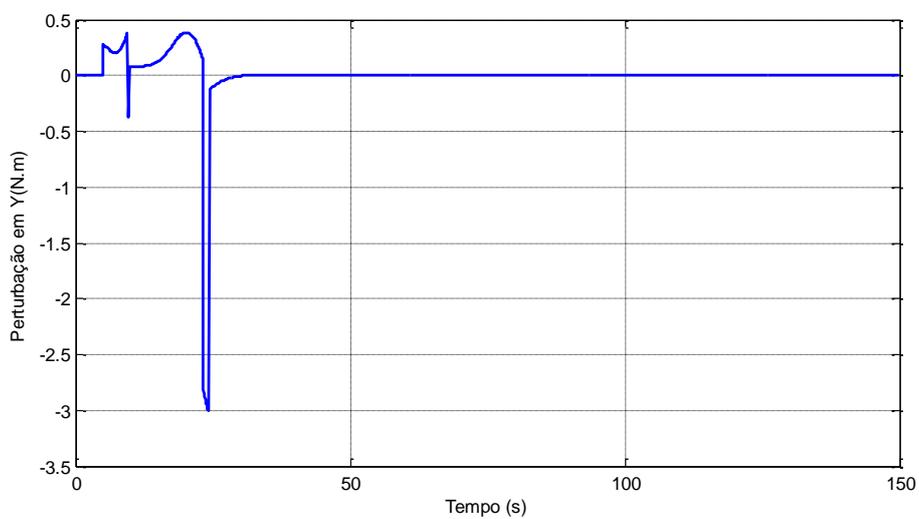
Analisando primeiramente os resultados de torque perturbador e evolução do tensor de inércia não foi notada nenhuma diferença no comportamento das curvas obtidas por esta simulação, figuras 5.23, 5.24, 5.25 e 5.26 em comparação com a simulação realizada na seção 5.2. Isso se explica pois, com relação à perturbação, o controle não age sobre a perturbação e sim sobre o sistema perturbado, e, com relação ao tensor de inércia, o controle não altera a configuração de distribuição de massa do satélite e não atua sobre o movimento do painel, somente do corpo principal.

Figura 5.23 – Perturbação no eixo X. Com controle.



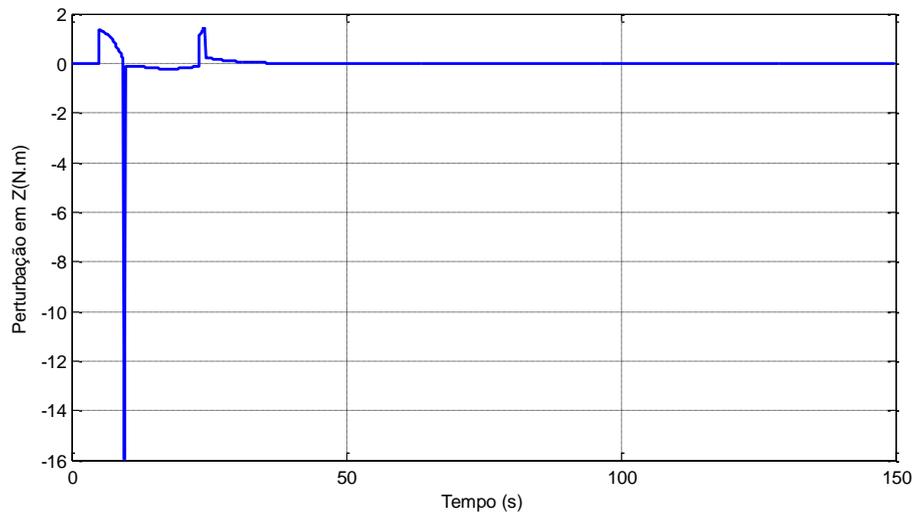
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.24 – Perturbação no eixo Y. Com controle.



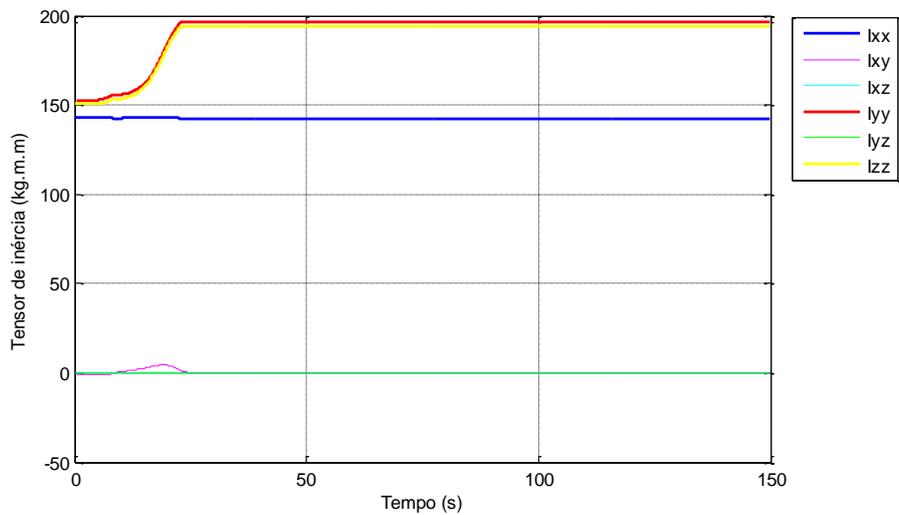
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.25 – Perturbação no eixo Z. Com controle.



Fonte: Produção do autor.

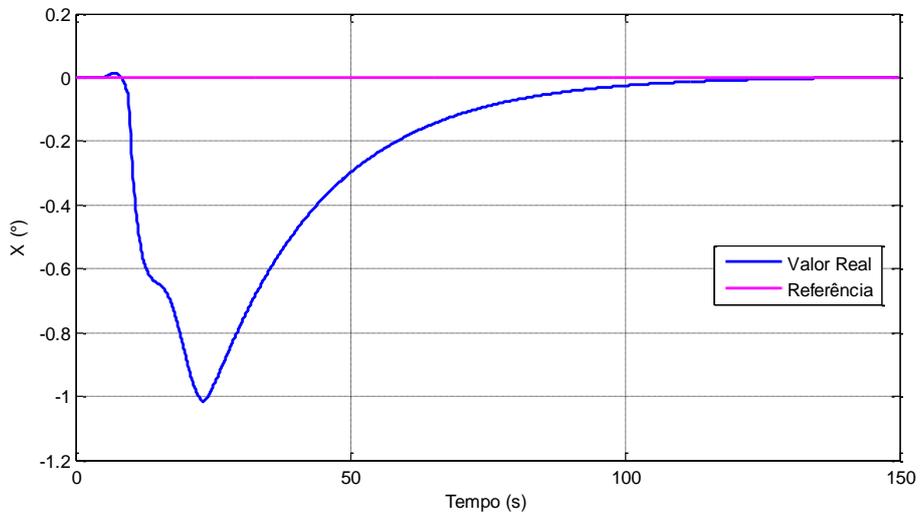
Figura 5.26 – Evolução do tensor de inércia. Com controle.



Fonte: Produção do autor.

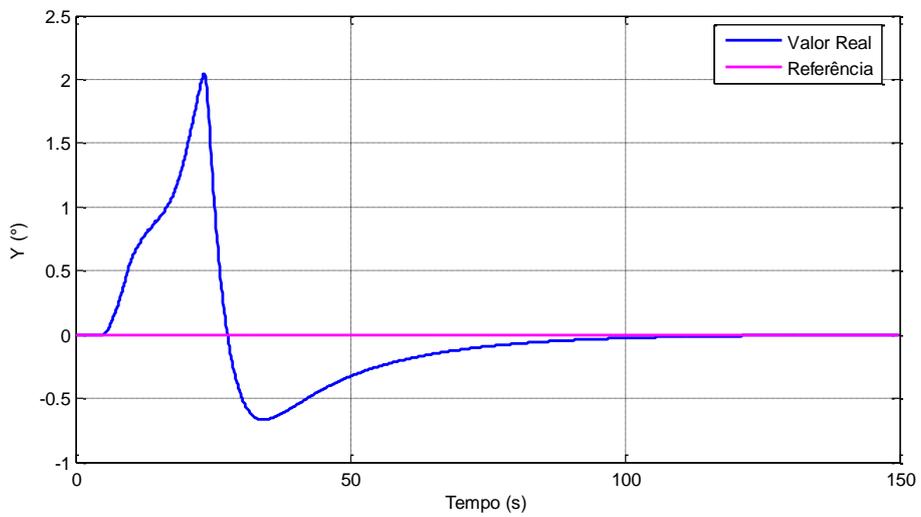
Agora observam-se os efeitos do controle durante todo o movimento de abertura do painel. Os gráficos das imagens 5.27, 5.28 e 5.29 demonstram o movimento em torno dos eixos X, Y e Z, respectivamente.

Figura 5.27 – Eixo X x Tempo. Com controle.



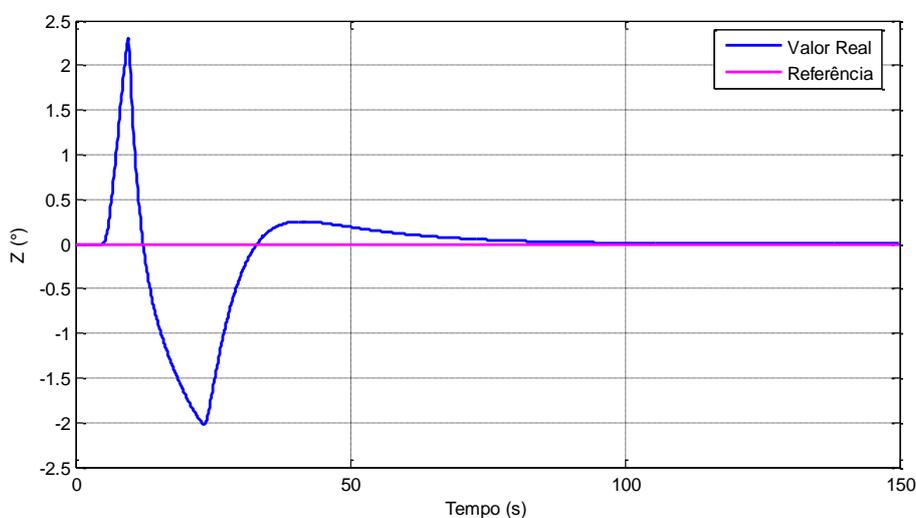
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.28 – Eixo Y x Tempo. Com controle.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.29 – Eixo Z x Tempo. Com controle.



Fonte: Produção do autor.

As curvas observadas nas imagens de 5.27 a 5.29 demonstram transições de menor amplitude se comparadas com as curvas das figuras da seção 5.3, já que as correções do sistema de controle ocorrem junto com os desvios da perturbação.

O movimento em torno do eixo X mostrou um desvio máximo de  $-1,0155^\circ$ , nenhum sobressinal aparente e um tempo de acomodação de aproximadamente 107,7 s. O movimento em torno do eixo Y mostrou um desvio máximo de  $2,0466^\circ$ , com sobressinal de  $-0,6671^\circ$  do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 105,9 s. O movimento em torno do eixo Z mostrou um desvio máximo de  $2,2987^\circ$ , com sobressinal de aproximadamente  $0,2516^\circ$  do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 89,5 s.

Ao controlar a atitude ao mesmo tempo em que ocorre a perturbação foram obtidos desvios máximos menores dos que observados na seção 5.3, com controle ativado após a abertura total do painel. Apesar da presença de sobressinal tanto no movimento em torno do eixo Y quanto do eixo Z, o tempo de acomodação foi menor se comparado com a simulação na qual o controle

atua apenas após a abertura. O que significa que, para um satélite igual e sobre as mesmas condições, apesar de se ativar o controle após a abertura total parecer mais eficaz na preservação de energia o tempo que este levará para conseguir estabilizar os painéis e apontá-los para o sol será maior do que com o controle ativo no início da missão. Essa informação pode ser utilizada no estudo multiobjectivo de otimização, como descrito no trabalho de Santos (2015).

### 5.5. Simulação com rotação inicial

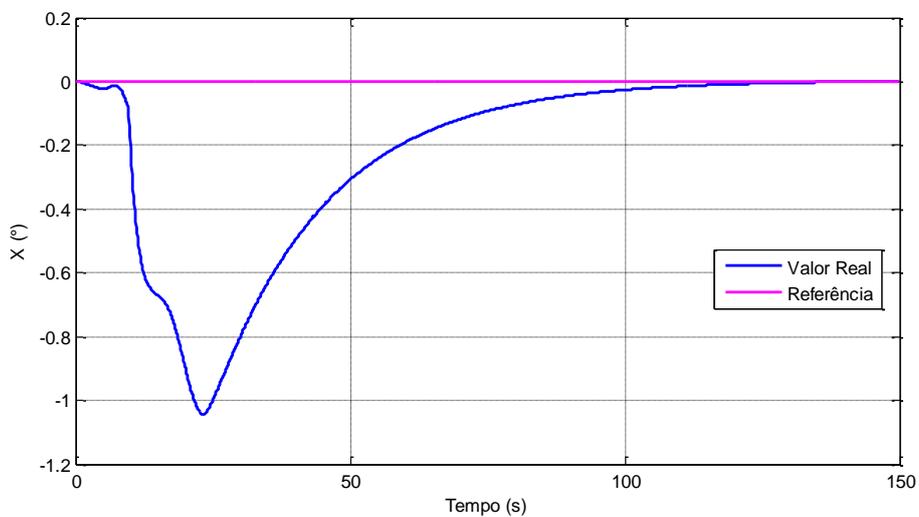
As simulações realizadas para este tópico buscam avaliar se é possível utilizar o modelo desenvolvido para observar o comportamento da atitude do satélite durante a abertura dos painéis solares e sob a ação de um sistema de controle considerando condições iniciais de simulação diferentes. Nesse caso, o satélite não iniciará a abertura do painel estabilizado nos três eixos, ao invés disso, ele estará submetido a velocidades angulares desde o início da simulação.

Para a simulação as características do satélite permanecem as mesmas, incluindo os ganhos proporcional integral e derivativo de 3, 0,00003 e 700, com exceção das velocidades angulares iniciais do satélite. Pretende-se observar como essas velocidades alteram a resposta em atitude do satélite. O tempo total da simulação foi de 150 s.

Foram realizados três testes. O primeiro com rotação inicial de  $10^\circ/\text{s}$  em torno do eixo Z no sentido anti-horário, já que este possui a mesma direção do movimento. O segundo teste também com rotação em torno do eixo Z, mas em sentido horário e o último teste com rotação inicial de  $10^\circ/\text{s}$  em todos os eixos. Em todos os testes o sistema de controle deve estabilizar todos os eixos em zero.

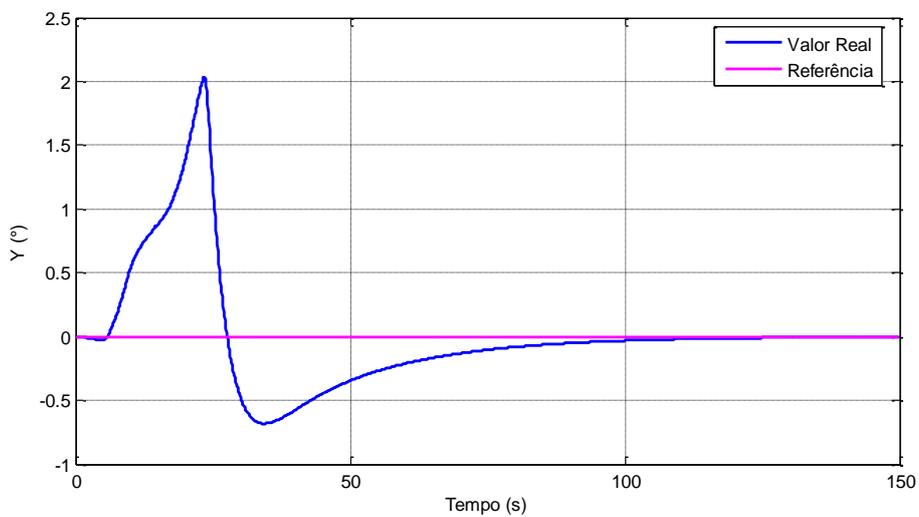
As figuras 5.30, 5.31 e 5.32 apresentam os resultados referentes à atitude obtidos com o primeiro teste, com rotação inicial de  $10^\circ/\text{s}$  em torno do eixo Z, no sentido anti-horário.

Figura 5.30 – Eixo X x Tempo. Primeiro teste com rotação.



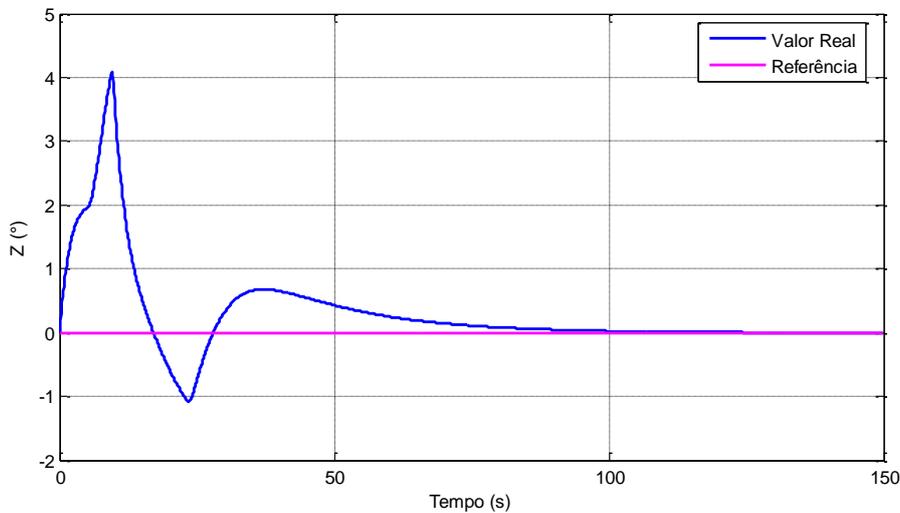
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.31 – Eixo Y x Tempo. Primeiro teste com rotação.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.32 – Eixo Z x Tempo. Primeiro teste com rotação.



Fonte: Produção do autor.

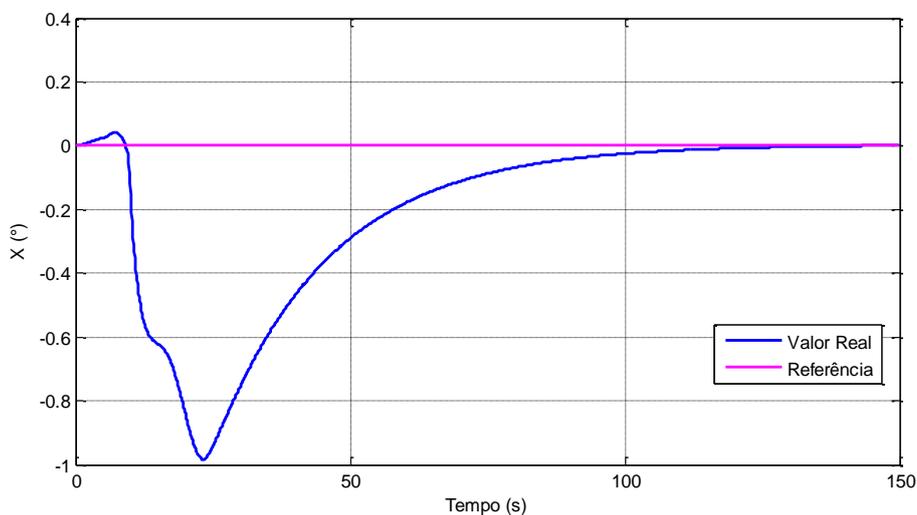
Nessa simulação, o movimento em torno do eixo X mostrou um desvio máximo de  $-1,0452^\circ$ , nenhum sobressinal aparente e um tempo de acomodação de aproximadamente 105,6 s. O movimento em torno do eixo Y mostrou um desvio máximo de  $2,0358^\circ$ , com sobressinal de  $-0,6817^\circ$  do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 106,7 s. O movimento em torno do eixo Z mostrou um desvio máximo de  $4,085^\circ$ , com sobressinal de  $0,677^\circ$  do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 105,3 s.

Os movimentos em torno de cada um dos três eixos sofreram alterações devido a rotação inicial, se comparados com os movimentos correspondentes observados na seção 5.4. No entanto, os movimentos em torno de ambos os eixos X e Y não apresentaram diferenças significativas com relação às curvas observadas nos testes sem rotação da seção 5.4. Com relação ao eixo Z, por outro lado, foi observado um movimento de início de rotação até cinco segundos de simulação, quando se dá início à abertura do painel. Neste intervalo de tempo o sistema de controle tenta parar o movimento causado pela velocidade angular inicial do corpo principal do satélite e, por isso, esse movimento é menos acentuado. Após o início da abertura a atitude demonstra um comportamento

muito semelhante ao observado na seção 5.4. Os dados de tempo de acomodação, valor máximo e sobressinal do movimento em torno do eixo X e Y permaneceram quase os mesmos enquanto os mesmos valores correspondentes ao eixo Z sofreram maiores mudanças, o que corresponde ao comportamento esperado de um sistema real.

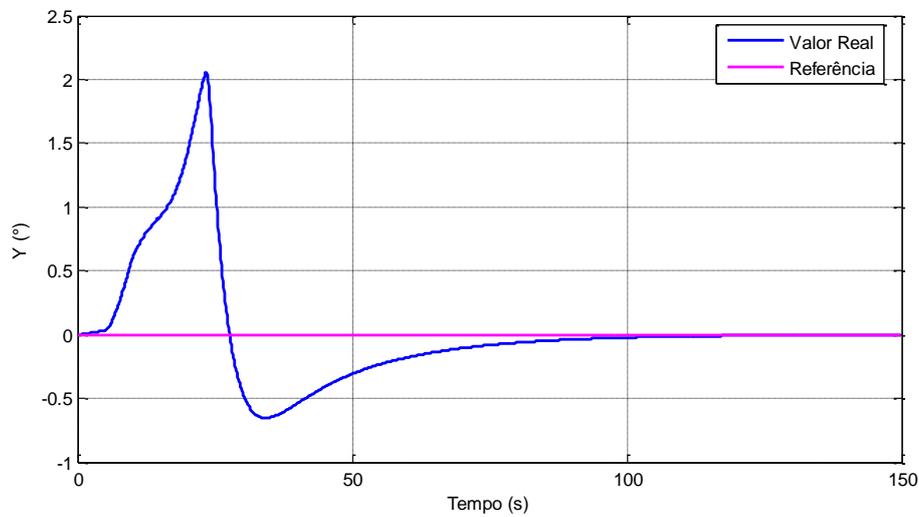
Agora, serão observados os resultados de atitude do segundo teste, com rotação inicial de 10°/s em torno do eixo Z no sentido horário, pelas figuras 5.33, 5.34 e 5.35.

Figura 5.33 – Eixo X x Tempo. Segundo teste com rotação.



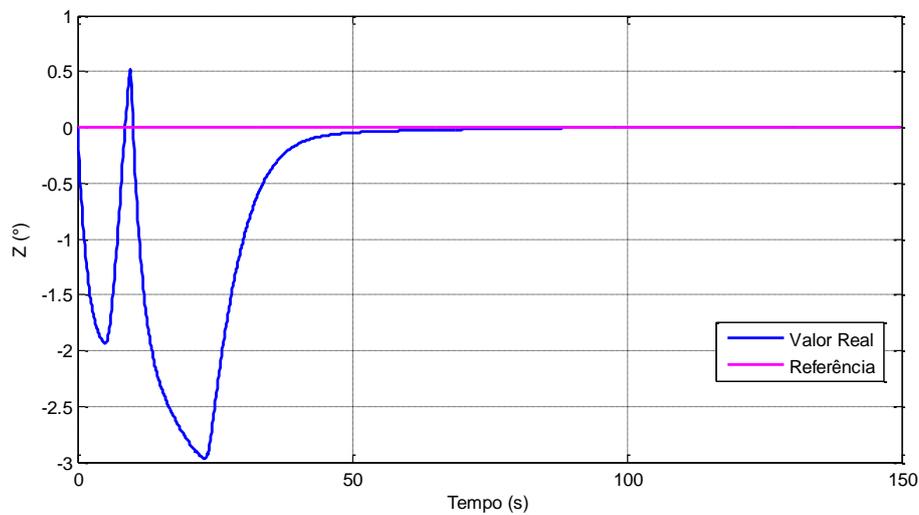
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.34 – Eixo Y x Tempo. Segundo teste com rotação.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.35 – Eixo Z x Tempo. Segundo teste com rotação.



Fonte: Produção do autor.

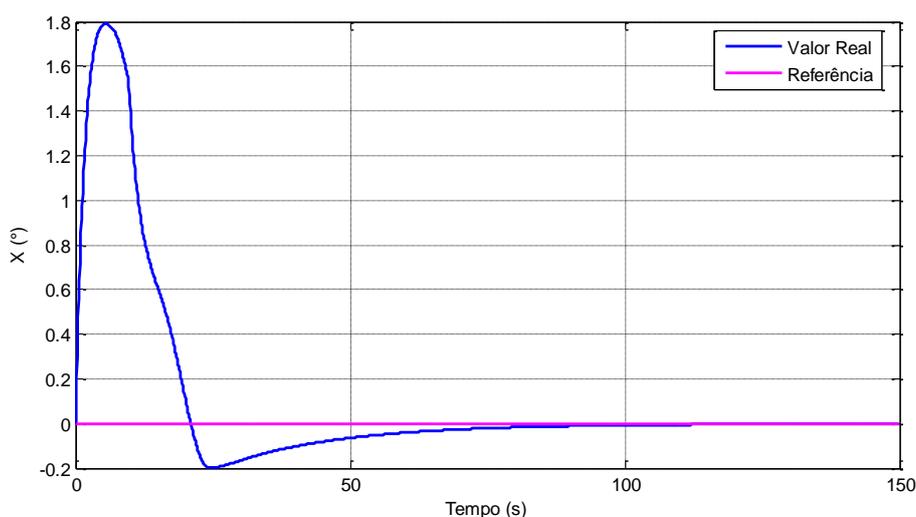
Nessa simulação o movimento em torno do eixo X mostrou um desvio máximo de  $-0,9857^\circ$ , nenhum sobressinal aparente e um tempo de acomodação de aproximadamente 104,5 s. O movimento em torno do eixo Y mostrou um desvio máximo de  $2,0577^\circ$ , com sobressinal de  $-0,6523^\circ$  do valor de referência e um

tempo de acomodação de aproximadamente 100,5 s. O movimento em torno do eixo Z mostrou um desvio máximo de  $-2,9712^\circ$ , nenhum sobressinal aparente e um tempo de acomodação de aproximadamente 74,9 s.

O segundo teste obteve resultados semelhantes ao primeiro, no sentido de demonstrar alterações, em comparação com a seção 5.4, mais acentuadas no movimento em torno do eixo Z do que dos outros eixos. No entanto, percebe-se que a rotação inicial no sentido horário resultou valores de tempo de acomodação menores e até mesmo a eliminação do sobressinal do movimento em torno do eixo Z. Comparando esses resultados com os obtidos no primeiro teste percebe-se que, ao se aplicar uma rotação no sentido contrário ao movimento do Elo Dois, onde está a maior parte da massa do painel, esta rotação acaba por atenuar os efeitos da abertura do painel. Com isso, o sistema de controle deve agir sobre um desvio menor de atitude e, portanto, estabiliza o satélite mais rápido.

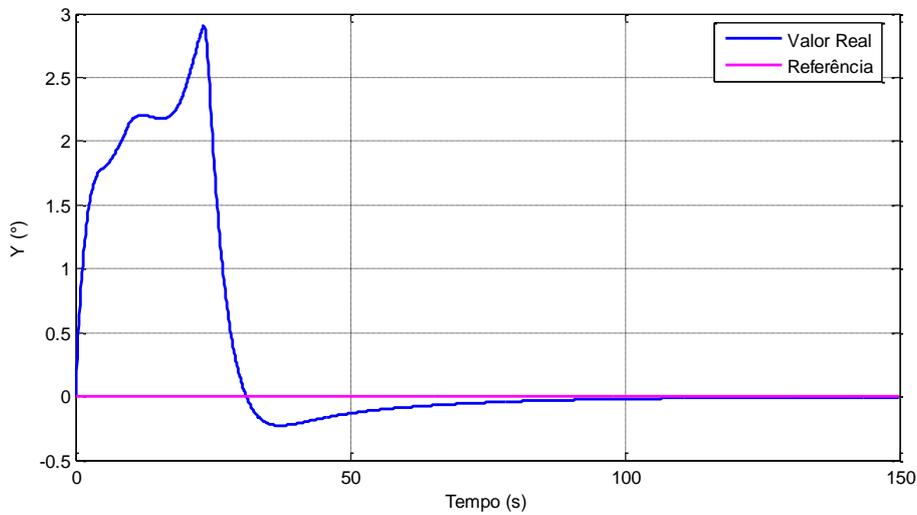
Por fim, as curvas referentes ao movimento de atitude apresentadas nos gráficos das figuras 5.36, 5.37 e 5.38 correspondem ao terceiro teste, com rotação inicial de  $10^\circ/\text{s}$  no sentido anti-horário em torno dos três eixos.

Figura 5.36 – Eixo X x Tempo. Terceiro teste com rotação.



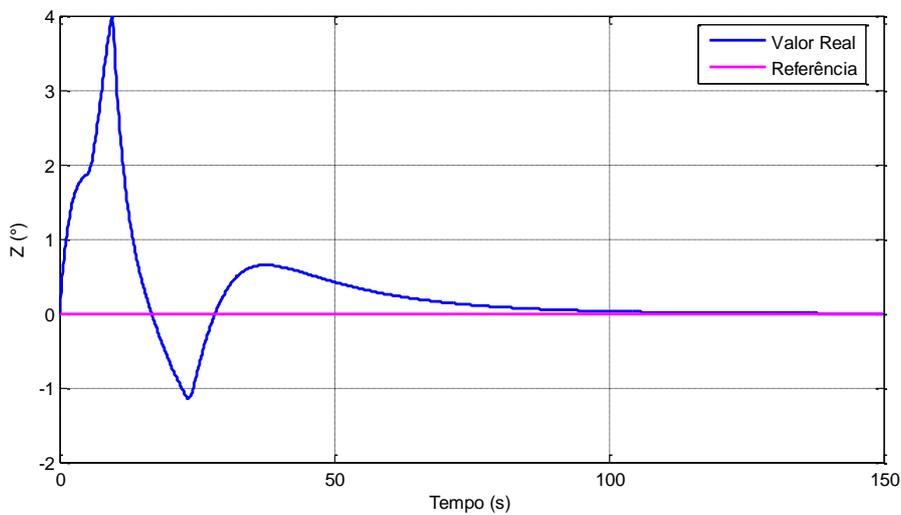
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.37 – Eixo Y x Tempo. Terceiro teste com rotação.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.38 – Eixo Z x Tempo. Terceiro teste com rotação.



Fonte: Produção do autor.

No terceiro e último teste, o movimento em torno do eixo X mostrou um desvio máximo de  $1,789^\circ$ , com sobressinal de  $-0,1971^\circ$  do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 73,9 s. O movimento em torno do eixo Y mostrou um desvio máximo de  $2,903^\circ$ , com sobressinal de  $-0,228^\circ$  do

valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 91,3 s. O movimento em torno do eixo Y mostrou um desvio máximo de 3,9877°, com sobressinal de 0,6474° do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 106,6 s.

Para o último teste foi observado que a rotação em todos os eixos, como esperado, também influencia na ação do controle. No entanto, o sentido e a direção da rotação podem tanto ajudar a estabilizar o satélite mais rápido, quando é contrabalanceado com a rotação criada pela abertura do painel, quanto tornar esse processo mais demorado. Para os casos em que o tempo de acomodação foi menor, foi observado no geral que os valores máximos de desvio alcançados foram maiores. Esse comportamento será observado novamente e melhor analisado na seção 5.7.

#### 5.6. Simulação com filtro de Kalman

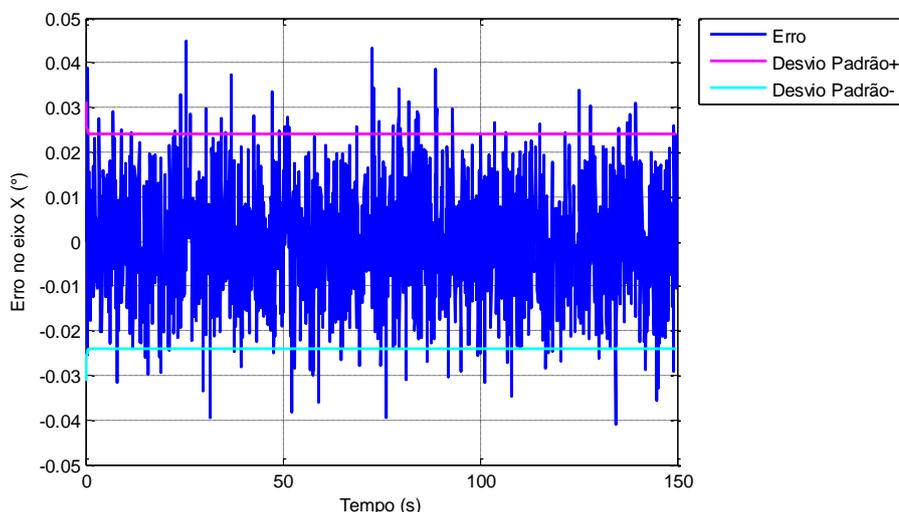
A seguir serão demonstrados os resultados em forma de gráficos referentes aos testes do Filtro de Kalman. O satélite considerado continua possuindo as mesmas configurações de dimensão, massa descritos no início do capítulo 5. O sistema de controle adotado para esse teste é o mesmo que foi descrito na seção 5.4, três controladores PID para o controle do movimento entorno de cada um dos eixos e com ganhos proporcional, integral e derivativo, iguais, de 3, 0,00003 e 700, respectivamente. O tempo total de simulação de 150 s.

Com relação as especificações adotadas para o filtro de Kalman, admitiu-se como valores iniciais de desvio padrão da matriz de covariância aproximadamente 0,039° para as todos os três estados e como valores iniciais para o modelo da dinâmica o valor 0° para os três estados, uma vez que, este teste, assim como os testes realizados nas seções 5.2, 5.3 e 5.4 consideram o satélite inicialmente estabilizado nos três eixos. O ruído dinâmico  $\omega$  e o erro das medidas  $\nu$ , como descritos na seção 2.6 e representados pelas expressões 2.56, 2.57, 2.53 e 2.54, possuem média zero enquanto os valores de desvio padrão adotados para suas matrizes de covariância  $Q$  e  $R_k$  foram de aproximadamente

0,032° e 0,045° para os três estados. Os estados a serem estimados, como definidos na seção 4.1.1, correspondem aos valores de posição angular relativa dos eixos X, Y e Z do satélite e os sensores correspondem à observadores diretos dessas posições angulares.

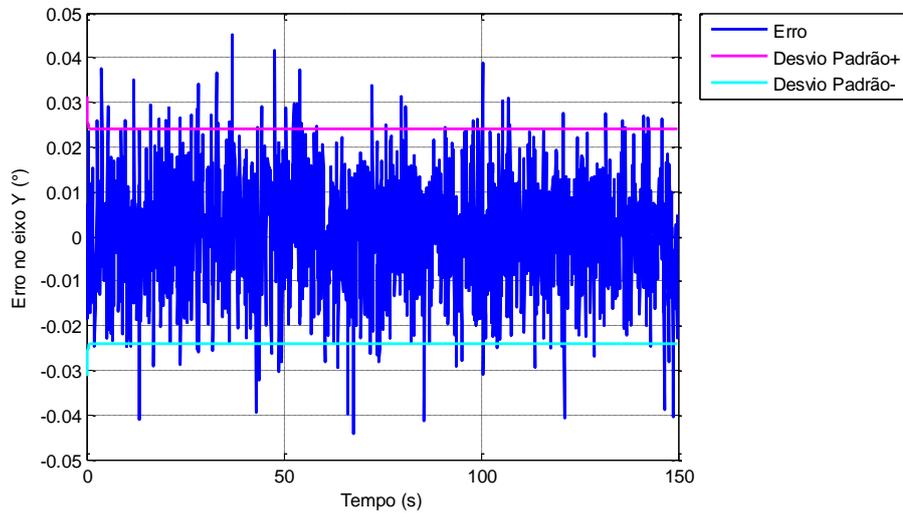
Primeiramente, é apresentado o gráfico do erro do valor estimado pelo filtro com o valor verdadeiro, conhecido por se tratar de um procedimento simulado. As figuras 5.39, 5.40 e 5.41 apresentam os gráficos de erro correspondentes ao movimento em torno dos eixos X, Y e Z.

Figura 5.39 – Erro no eixo X x Tempo.



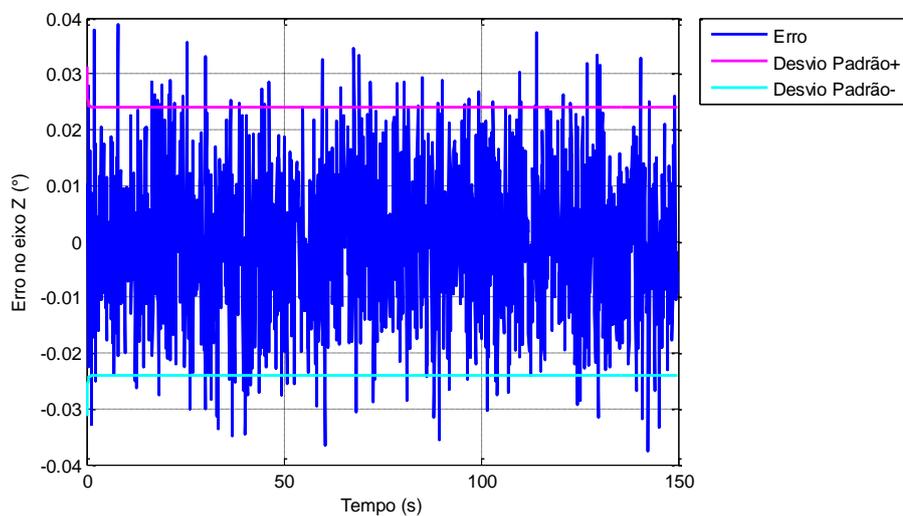
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.40 – Erro no eixo Y x Tempo.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.41 – Erro no eixo Z x Tempo.

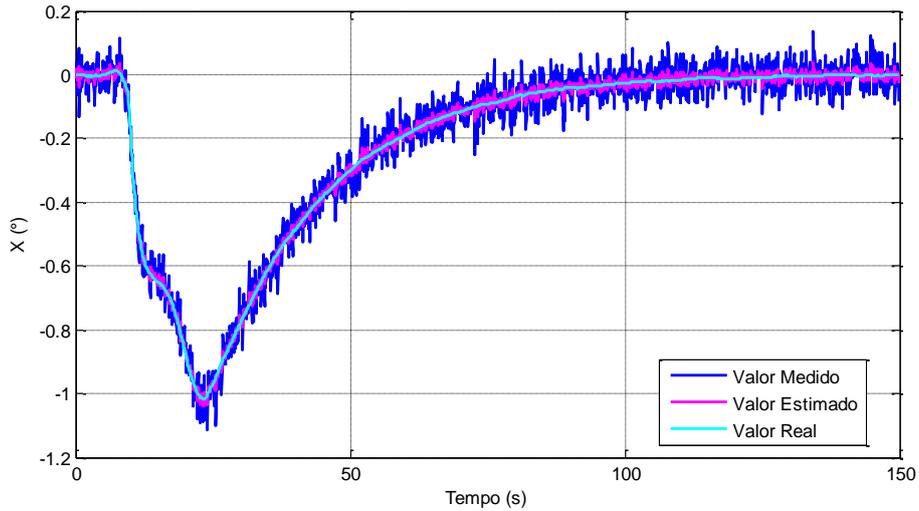


Fonte: Produção do autor.

É possível também comparar os valores obtidos pelas medições dos sensores, pelo filtro de Kalman e pelo valor real simulado. Essas comparações são observadas através dos gráficos das figuras 5.42, 5.43 e 5.44. Dessa forma,

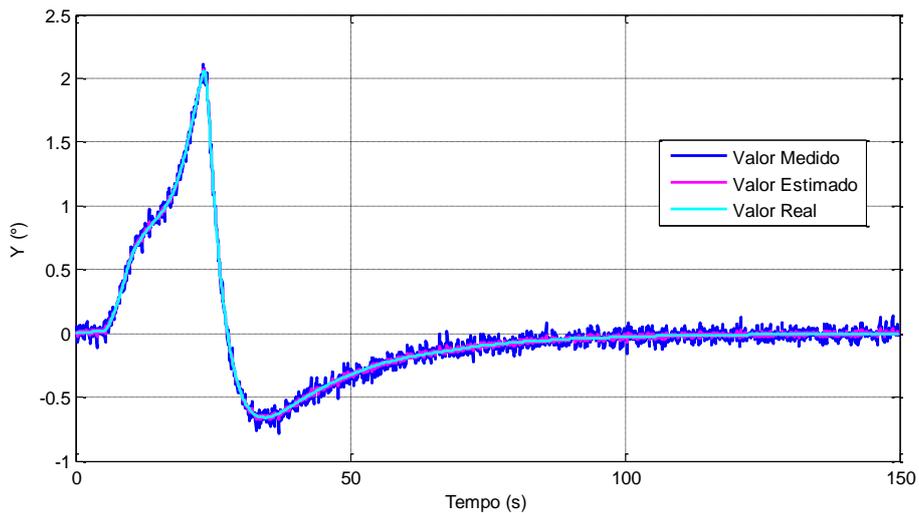
pode-se avaliar a performance do filtro de Kalman durante o movimento de atitude perturbado pela dinâmica de abertura do painel solar. Verifica-se que os valores estimados possuem menos incertezas que as medidas e são mais próximos dos valores reais.

Figura 5.42 – Desempenho do filtro no movimento de atitude (X).



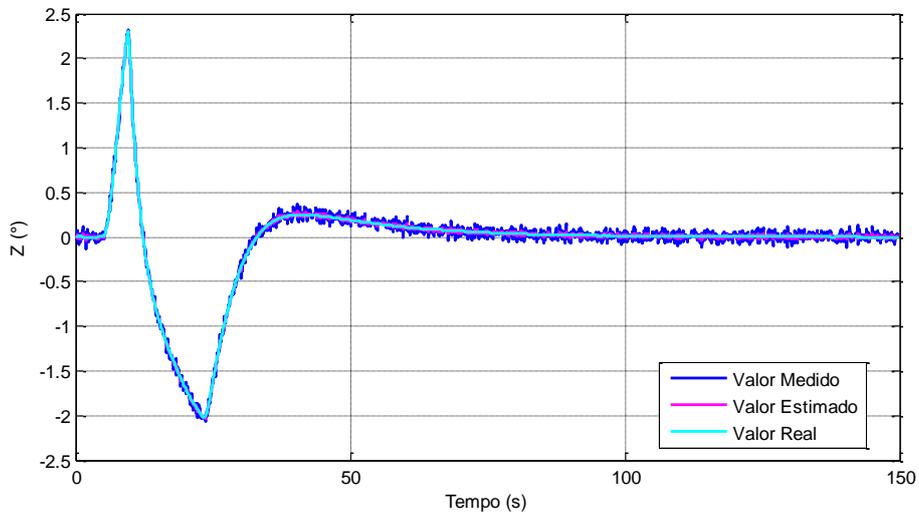
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.43 – Desempenho do filtro no movimento de atitude (Y).



Fonte: Produção do autor.

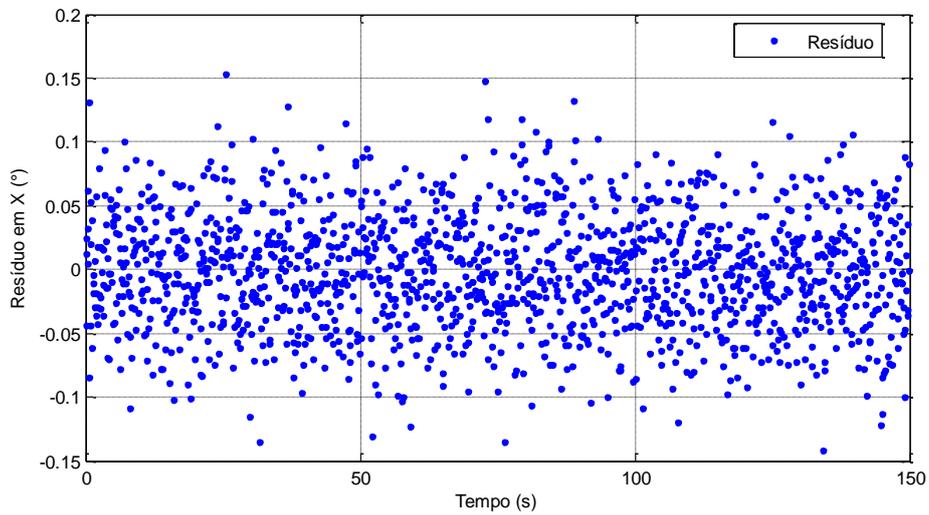
Figura 5.44 – Desempenho do filtro no movimento de atitude (Z).



Fonte: Produção do autor.

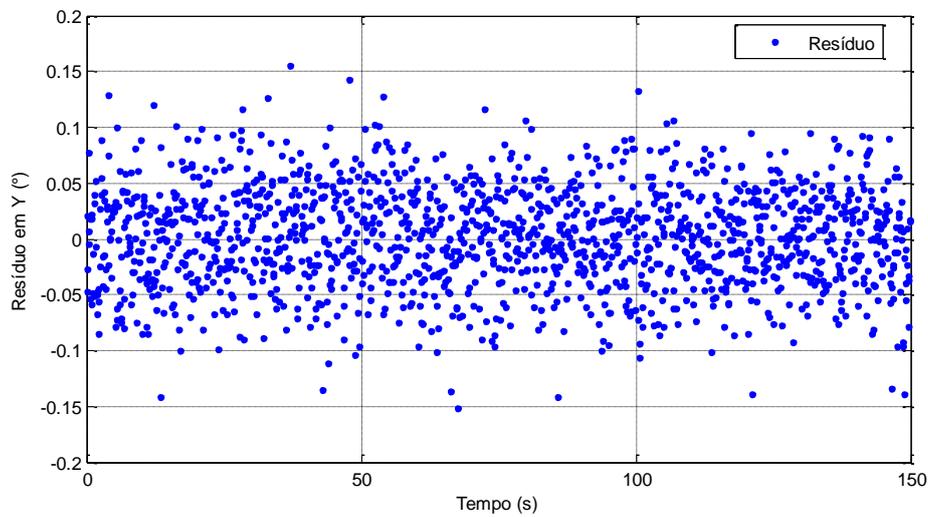
Também se pode avaliar o desenvolvimento do resíduo, diferença entre medida e valor do modelo, através dos gráficos 5.45, 5.46 e 5.47.

Figura 5.45 – Resíduo em no eixo X x Tempo.



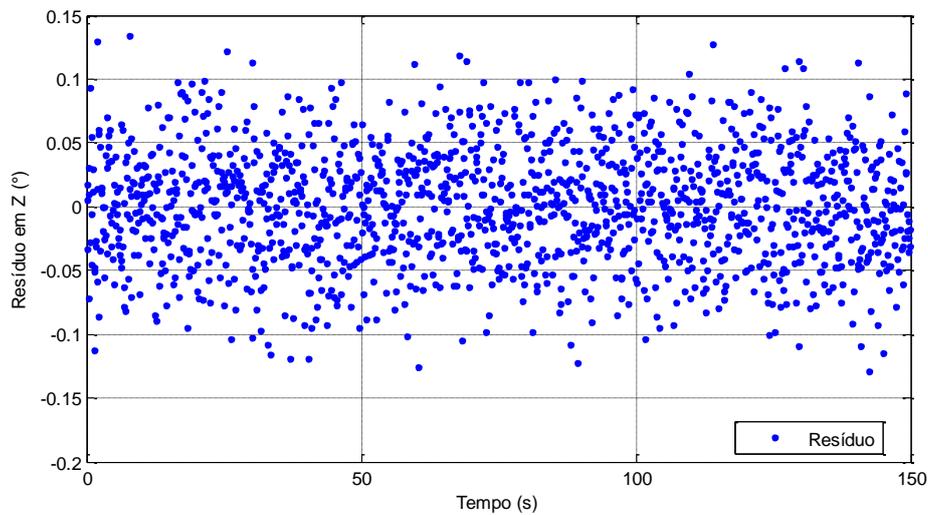
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.46 – Resíduo no eixo Y x Tempo.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.47 – Resíduo no eixo Z x Tempo.

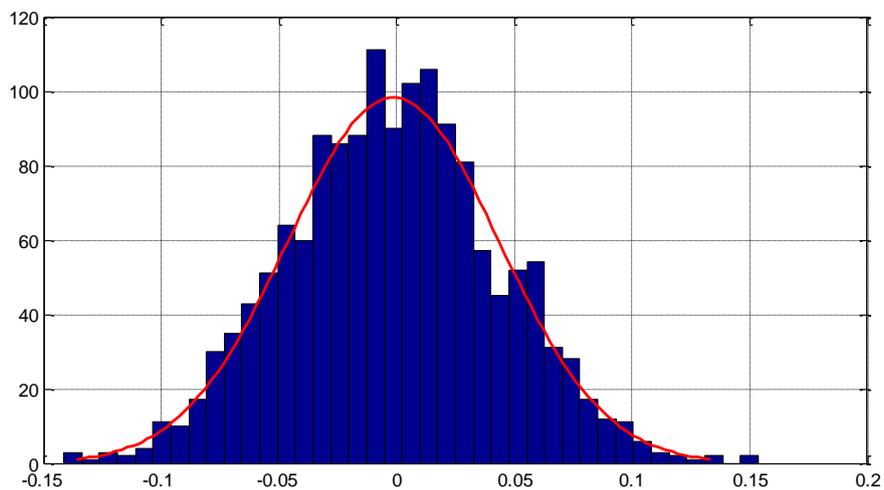


Fonte: Produção do autor.

Realizando a distribuição dos valores dos resíduos nos histogramas das figuras 5.48, 5.49 e 5.50 é possível analisar a média, o desvio padrão e o tipo de distribuição. Na simulação realizada, pode-se observar que se trata de uma distribuição normal de média zero e desvio padrão de aproximadamente 0,0448°

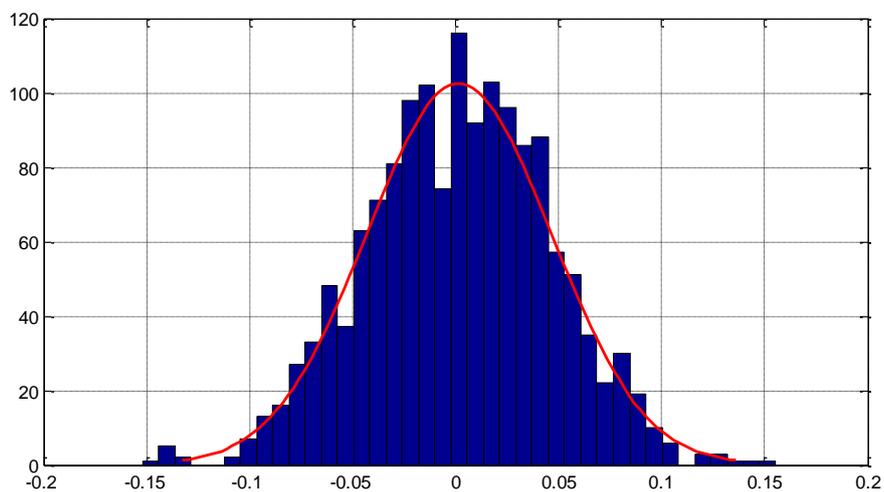
tanto para as medidas correspondentes ao eixo X quanto ao eixo Y e  $0,0444^\circ$  para as medidas correspondentes ao eixo Z.

Figura 5.48 – Distribuição do resíduo em X.



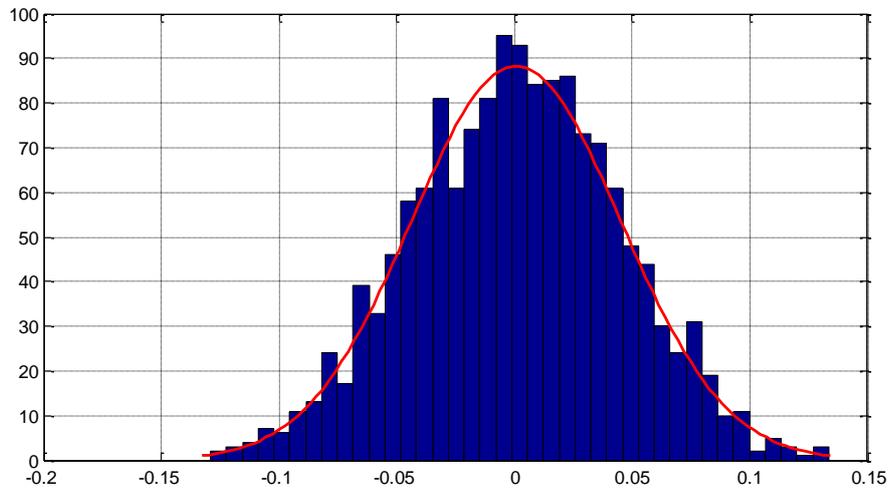
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.49 – Distribuição do resíduo em Y.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.50 – Distribuição do resíduo em Z.



Fonte: Produção do autor.

Os resultados obtidos com os testes do filtro de Kalman demonstram que o filtro projetado se comporta com o esperado pela teoria, exibindo uma distribuição gaussiana do seu resíduo, imagens 5.48 a 5.50 e que ele foi capaz de filtrar os erros provenientes do sensor adotado mesmo durante o procedimento de abertura, mantendo o erro com média zero e, em grande parte, dentro do desvio padrão, imagens 5.39 a 5.41.

Por fim, foi possível observar a capacidade de filtragem de erros do filtro de Kalman comparando os valores estimados com os valores medidos, imagens 5.42 a 5.44. Essa é a característica que torna o filtro de Kalman uma ferramenta tão eficaz na produção de valores precisos. A incorporação desse estimador permite que o simulador admita sensores não ideais, que possuem ruídos e geram medidas com erros, tornando a simulação mais realista.

### 5.7. Modelo com diferentes configurações

Serão testados agora os efeitos de configurações diferentes de painel e como elas afetam a atitude. Para os testes desta seção são variados os valores de massa do painel e das constantes elásticas das molas.

O satélite considerado é o satélite descrito no início do capítulo 5. O seu corpo principal continua possuindo as mesmas dimensões e 210 kg de massa. O painel também mantém suas dimensões, no entanto, o valor da sua massa total é alterado a cada simulação mantendo uma proporção com relação ao valor da massa do corpo principal do satélite. Nas simulações realizadas no presente trabalho, esses valores relativos de massa variaram em proporções na faixa de aproximadamente 0,02 a 0,45 vezes a massa do corpo do satélite. A distribuição de massa entre os dois segmentos do painel se manteve a mesma.

Como descrito na seção 2.4, as constantes elásticas das molas são definidas a partir de valores determinados de tensão inicial e final. Para determinar os valores a serem testados variou-se a tensão inicial  $T_0$  de forma a se obter constantes elásticas  $a_k$  dentro de uma faixa de valores semelhante a de variação da proporção da massa do painel, ou seja, constantes elásticas entre aproximadamente 0,02 e 0,45 Nm/rad. Essa faixa de valores corresponde a faixa de valores da constante elástica da junta do Elo Dois. Como definido no início do capítulo 5, as constantes elásticas, no caso estudado, possuem uma relação numérica, a constante  $a_2$  da junta do Elo Dois é metade da constante  $a_1$  da junta do Elo Um, por esse motivo optou-se por adotar apenas uma delas para a análise gráfica.

O sistema de controle adotado nas seções 5.4, 5.5 e 5.6 também foi mantido durante todas as simulações deste segmento, com ganhos proporcional, integral e derivativo de 3, 0,00003 e 700, respectivamente, e para os três eixos. As configurações do sistema de controle não foram modificadas para avaliar como as alterações propostas influenciam na capacidade corretiva do controlador. Por fim, como o objetivo dos testes dessa seção é avaliar a influência das características do painel na perturbação e na atitude, não foi utilizado o filtro de Kalman da seção 5.6 e os sensores foram considerados observadores ideais.

Para cada simulação foram determinados tempo de acomodação e desvios máximos. Estes resultados podem ser observados na tabela 5.2.

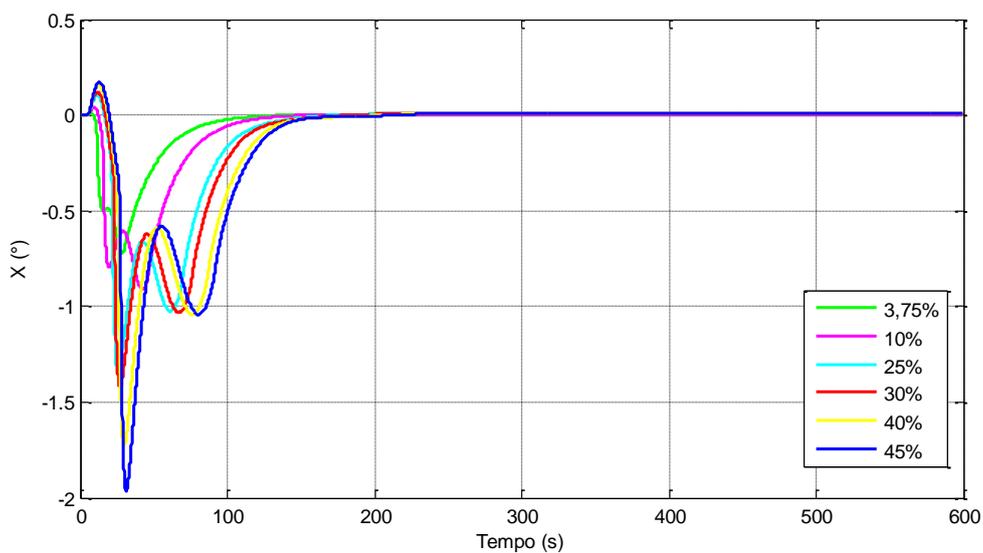
Tabela 5.2 – Resultados dos testes com variação de massa e constante elástica.

Massa	Constantes elásticas	$a_1= 0,038$ $a_2= 0,019$	$a_1= 0,076$ $a_2= 0,038$	$a_1= 0,114$ $a_2= 0,057$	$a_1= 0,370$ $a_2= 0,185$	$a_1= 0,624$ $a_2= 0,312$	$a_1= 0,878$ $a_2= 0,439$
<b>3,75%</b> <b>(7,5 kg)</b>	Abertura (s)	30,37	24,44	21,36	14,53	12,4	11,26
	Desvio x (°)	-0,7198	-1,0155	-1,1818	-2,1487	-3,1231	-3,9729
	Desvio y (°)	1,5609	2,0466	2,4744	4,0486	4,7858	5,1767
	Desvio z (°)	1,951	2,2987	2,5351	3,1487	3,3526	-4,5815
	Acomodação x (s)	105,5	107,7	108,7	116,9	123,4	127,6
	Acomodação y (s)	105,1	105,9	103,2	99,2	72,3	91,5
	Acomodação z (s)	89,9	89,5	98,2	102,7	93,5	109,6
<b>10%</b> <b>(21 kg)</b>	Abertura (s)	47,45	37,53	32,37	20,95	17,38	15,47
	Desvio x (°)	-0,9097	-1,3764	-1,766	-3,7529	-4,8107	-7,5851
	Desvio y (°)	2,1816	2,9414	3,5612	6,1744	8,0571	8,1422
	Desvio z (°)	3,4602	4,2937	4,8776	6,6168	7,4257	-13,3339
	Acomodação x (s)	124,3	124,8	125,7	132,6	135,7	143,2
	Acomodação y (s)	144,8	133,9	128,7	120,9	121	130,7
	Acomodação z (s)	122	112,4	107,2	92,2	99,1	122,6
<b>25%</b> <b>(52,5 kg)</b>	Abertura (s)	71,63	56,07	47,97	30,04	24,43	21,44
	Desvio x (°)	-1,3473	-1,7974	-2,1009	-5,523	-8,764	-12,2293
	Desvio y (°)	2,6846	3,59	4,3814	7,8453	9,0336	-10,6073
	Desvio z (°)	5,0589	6,562	7,6417	11,0626	-13,5203	-21,0694
	Acomodação x (s)	150,7	145,8	144,4	147,7	151,3	154,4
	Acomodação y (s)	261,9	250	244,8	235,5	234,2	234
	Acomodação z (s)	240,4	227,9	222,7	215	250,2	253,5
<b>30%</b> <b>(63 kg)</b>	Abertura (s)	78,52	61,34	52,41	32,63	26,44	23,14
	Desvio x (°)	-1,4242	-1,9021	-2,3232	-6,0563	-9,5677	-13,3244
	Desvio y (°)	-2,8133	3,7087	4,4589	7,2957	-9,0299	-13,1792
	Desvio z (°)	5,6028	7,2992	8,4938	-14,5944	-13,9371	-21,5434
	Acomodação x (s)	158,6	153,4	151,7	152,9	156,1	157,8
	Acomodação y (s)	294,6	316	314,2	309,1	308,3	308,6
	Acomodação z (s)	312,2	299,7	294,4	326	326,3	330,6
<b>40%</b> <b>(84 kg)</b>	Abertura (s)	89,9	70,06	59,75	36,9	29,76	25,94
	Desvio x (°)	-1,729	-2,2046	-2,7118	-6,6999	-11,1329	-15,7659
	Desvio y (°)	-3,0635	3,8049	4,5567	-8,8505	-12,7052	-19,8338
	Desvio z (°)	6,2562	8,2347	9,592	-14,3492	15,8553	-21,6294
	Acomodação x (s)	164,9	167,8	167,2	167,7	169,5	169,3
	Acomodação y (s)	450,1	440	434,9	470,7	472,3	529
	Acomodação z (s)	429,7	414	452,5	452,1	451,4	498,8
<b>45%</b> <b>(94,5 kg)</b>	Abertura (s)	94,64	73,73	62,84	38,7	31,16	27,12
	Desvio x (°)	-1,9638	-2,406	-3,0056	-7,111	-12,2557	-18,2102
	Desvio y (°)	-3,0347	-3,8863	-4,6014	-9,8487	-16,0252	-27,6033
	Desvio z (°)	6,4195	8,4864	9,9267	14,5125	-20,1937	-30,9337
	Acomodação x (s)	161,4	175	175,4	176,2	176,1	227,8
	Acomodação y (s)	548,6	534,4	525,9	571,1	578,5	582,9
	Acomodação z (s)	516	549,4	556,4	555,1	553,4	550,2

Fonte: Produção do autor.

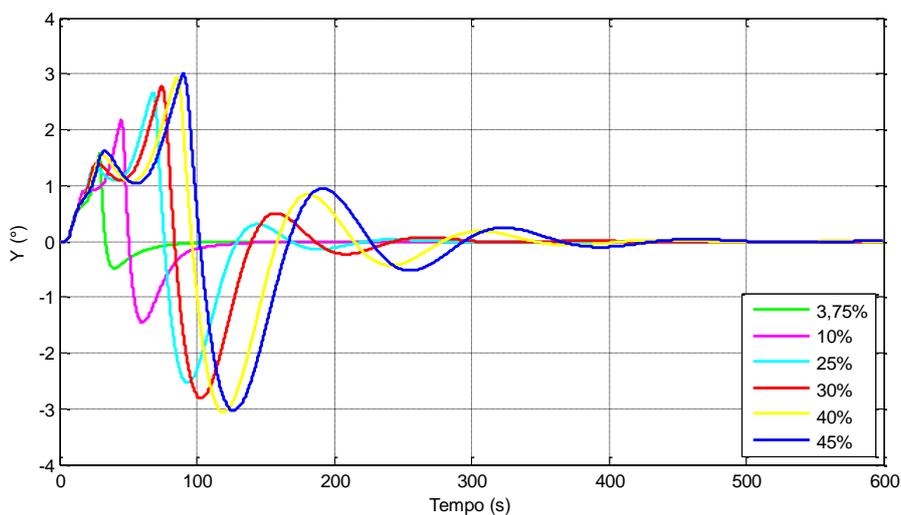
A seguir serão exibidos os gráficos correspondentes aos valores de atitude obtidos nos testes. A figuras de 5.51 a 5.68, correspondem às curvas obtidas ao se variar a massa do painel mantendo determinada constante elástica.

Figura 5.51 – Eixo X com  $a_2 = 0,019 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



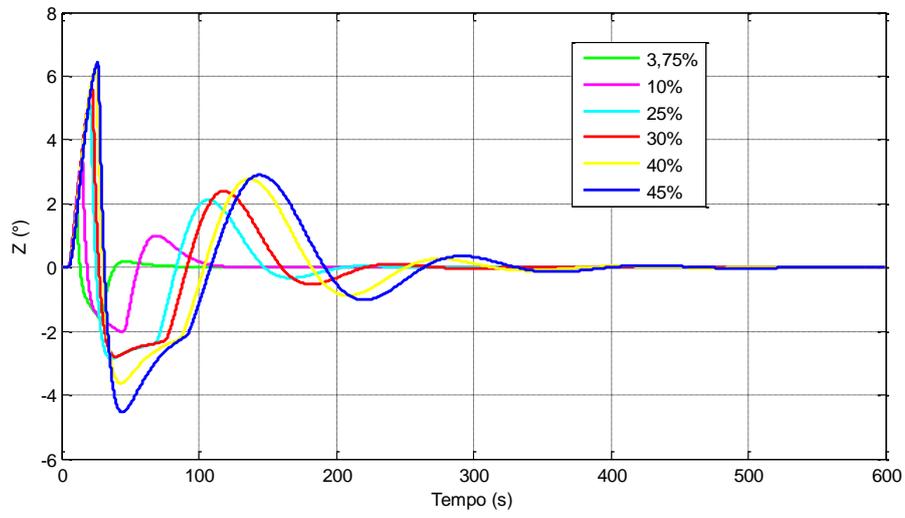
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.52 – Eixo Y com  $a_2 = 0,019 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



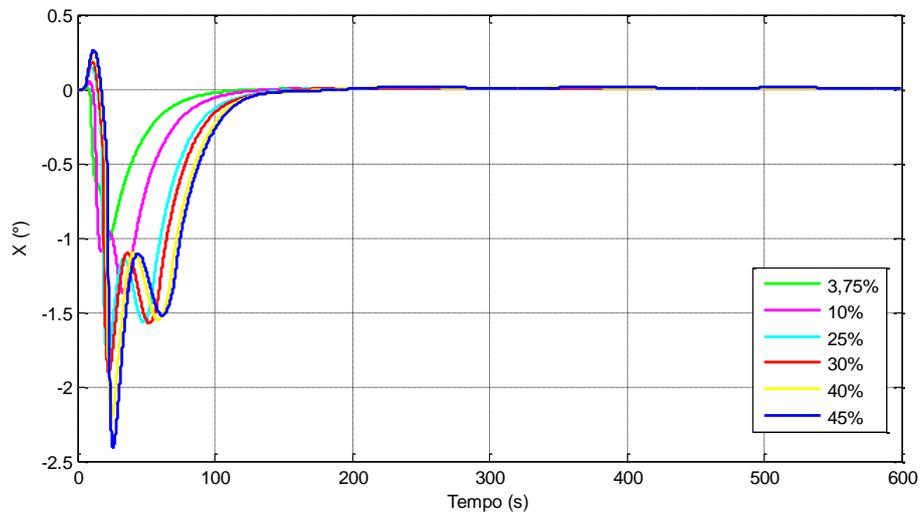
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.53 – Eixo Z com  $a_2 = 0,019 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



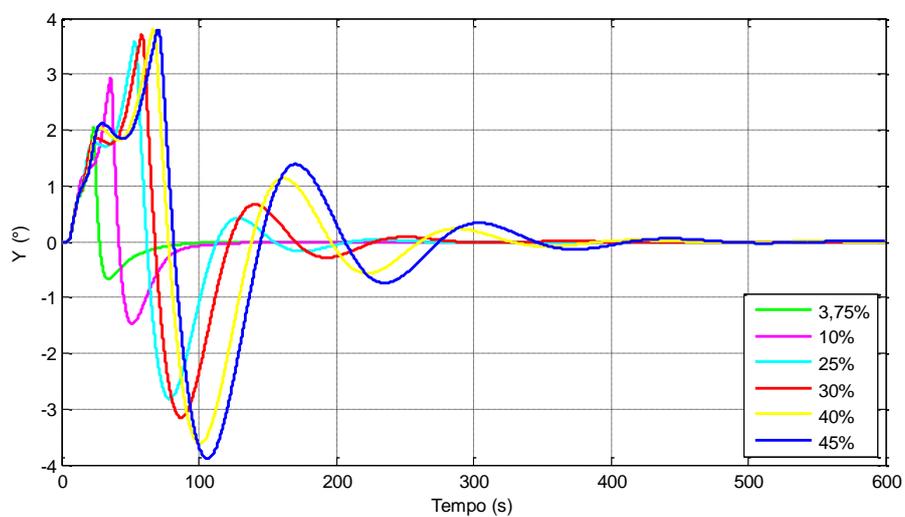
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.54 – Eixo X com  $a_2 = 0,038 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



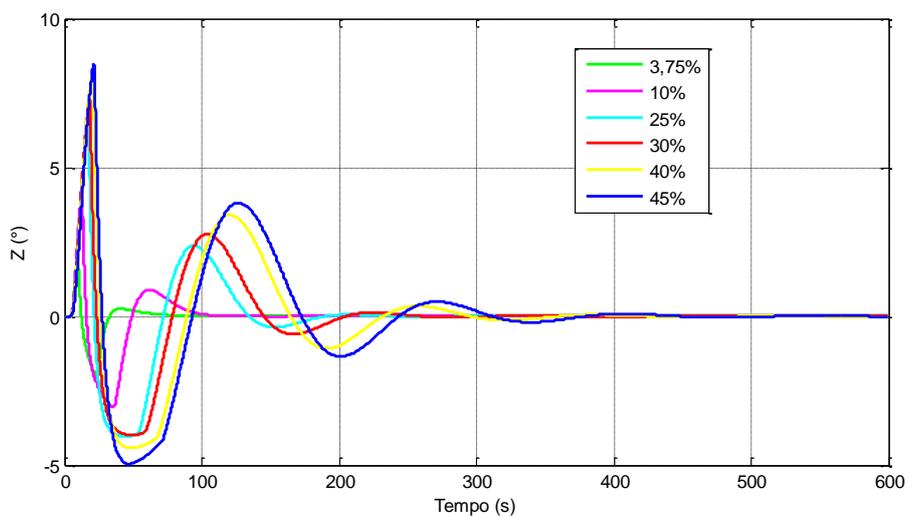
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.55 – Eixo Y com  $a_2 = 0,038 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



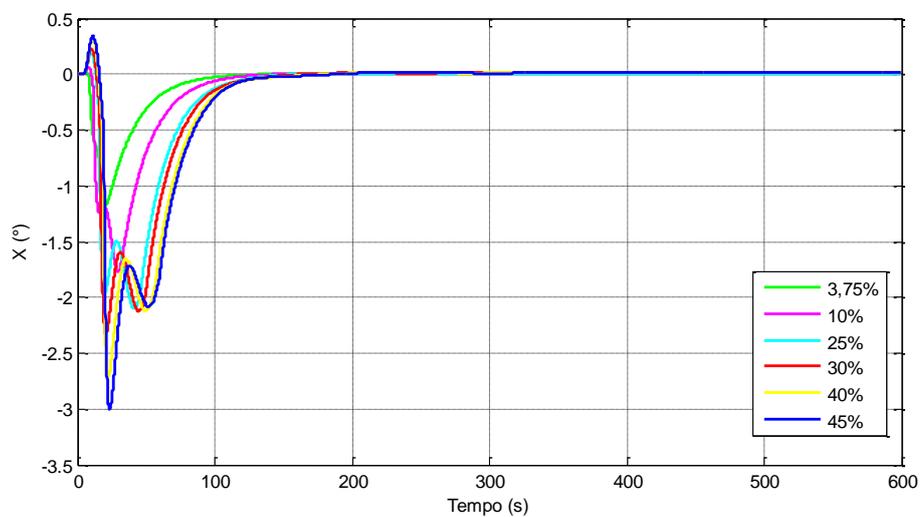
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.56 – Eixo Z com  $a_2 = 0,038 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



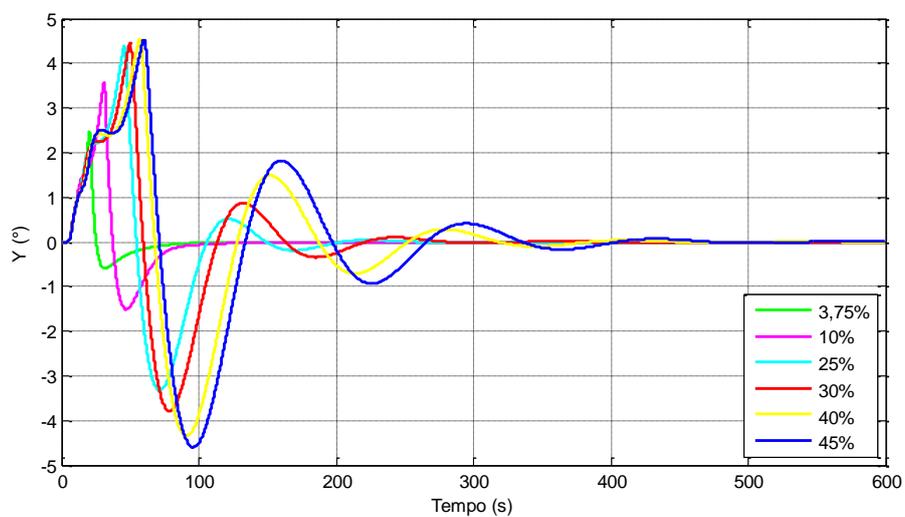
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.57 – Eixo X com  $a_2 = 0,057 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



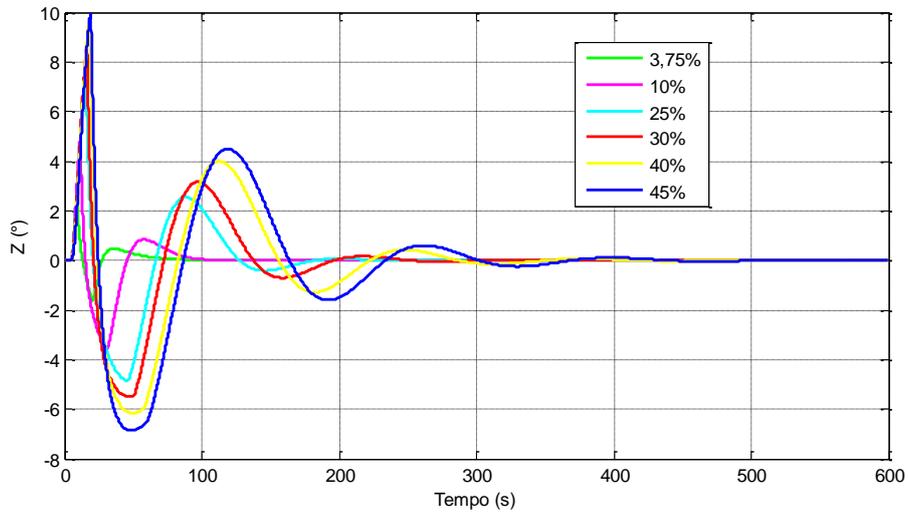
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.58 – Eixo Y com  $a_2 = 0,057 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



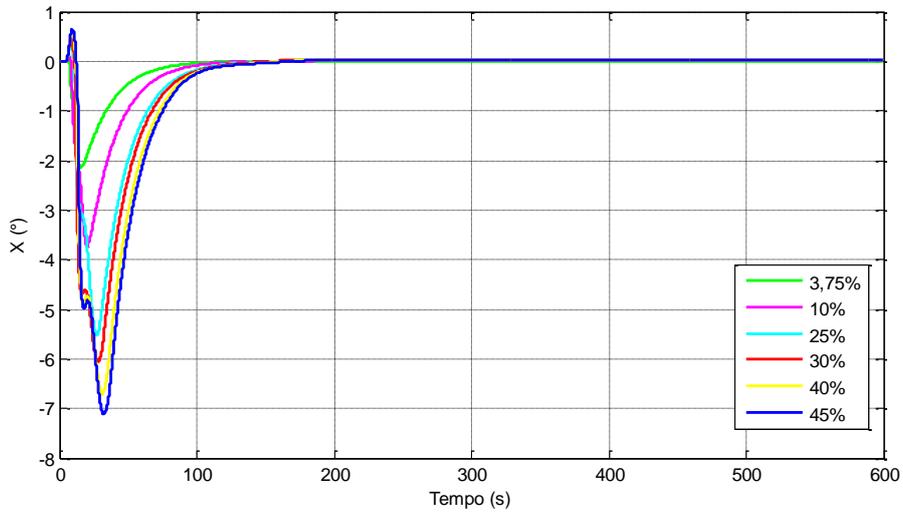
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.59 – Eixo Z com  $a_2 = 0,057 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



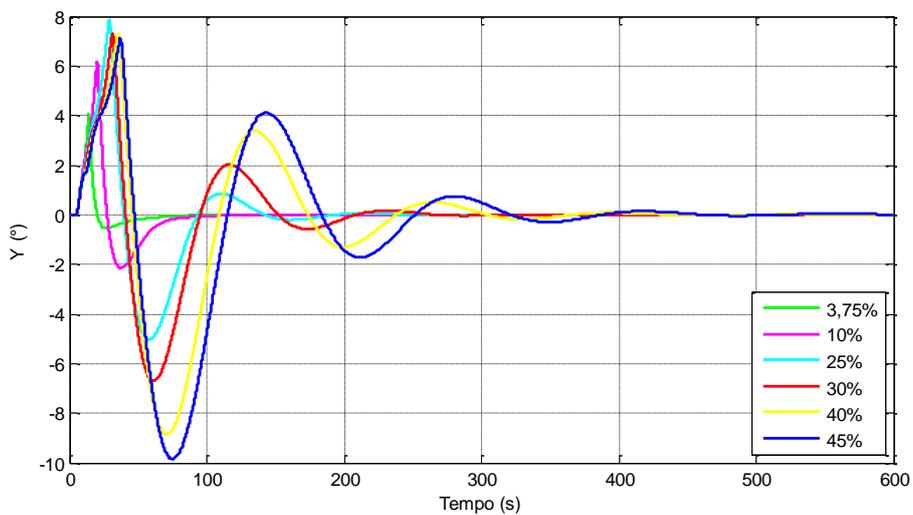
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.60 – Eixo X com  $a_2 = 0,185 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



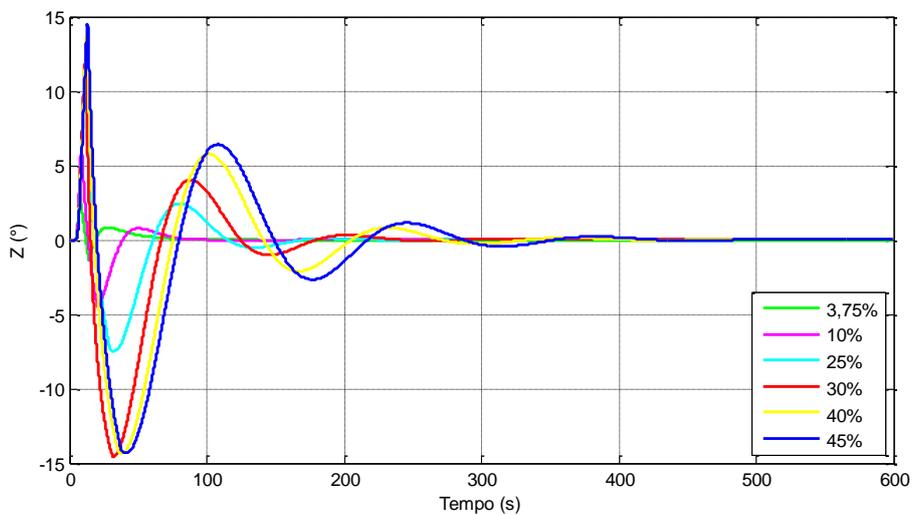
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.61 – Eixo Y com  $a_2 = 0,185 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



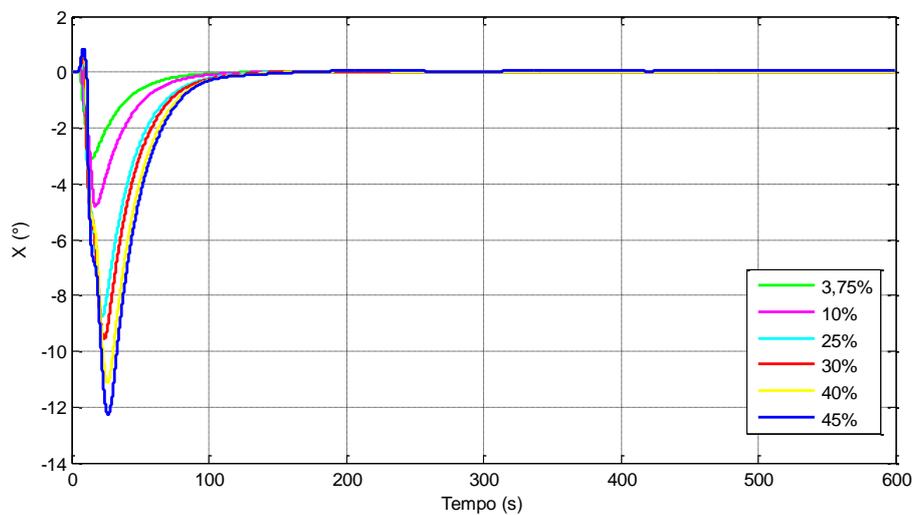
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.62 – Eixo Z com  $a_2 = 0,185 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



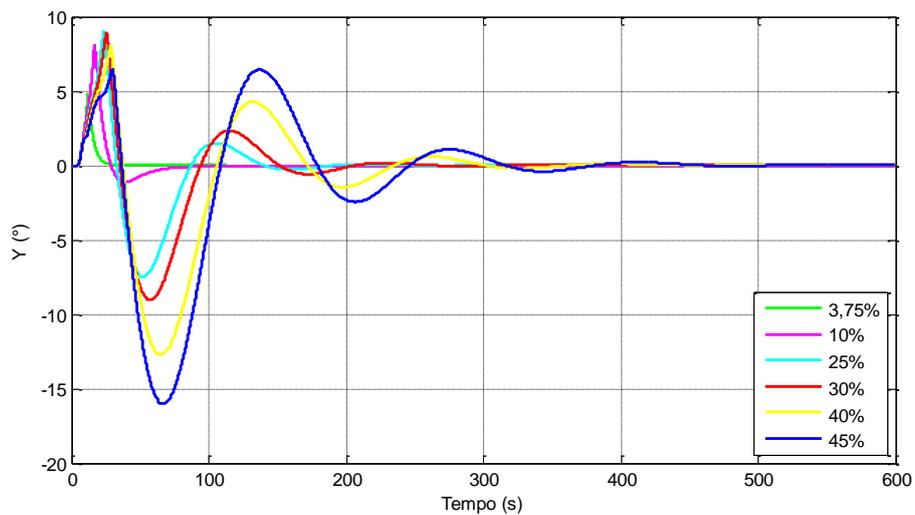
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.63 – Eixo X com  $a_2 = 0,312 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



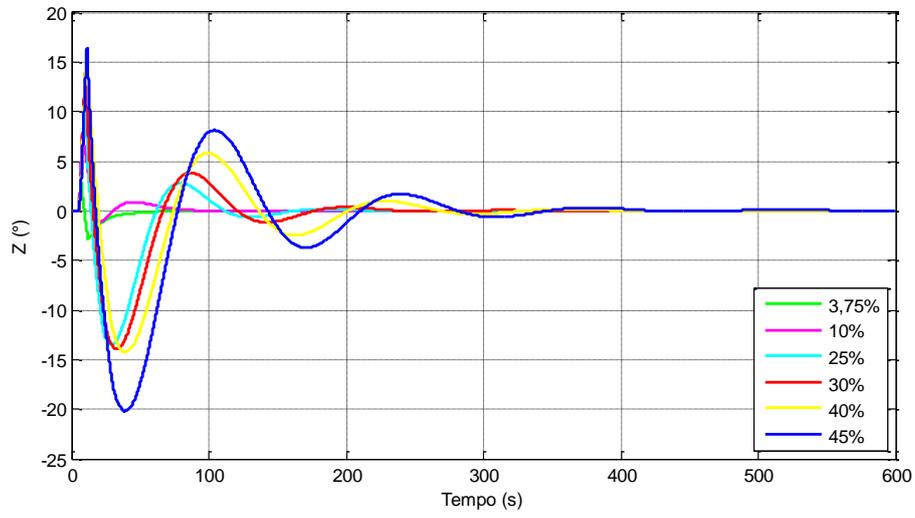
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.64 – Eixo Y com  $a_2 = 0,312 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



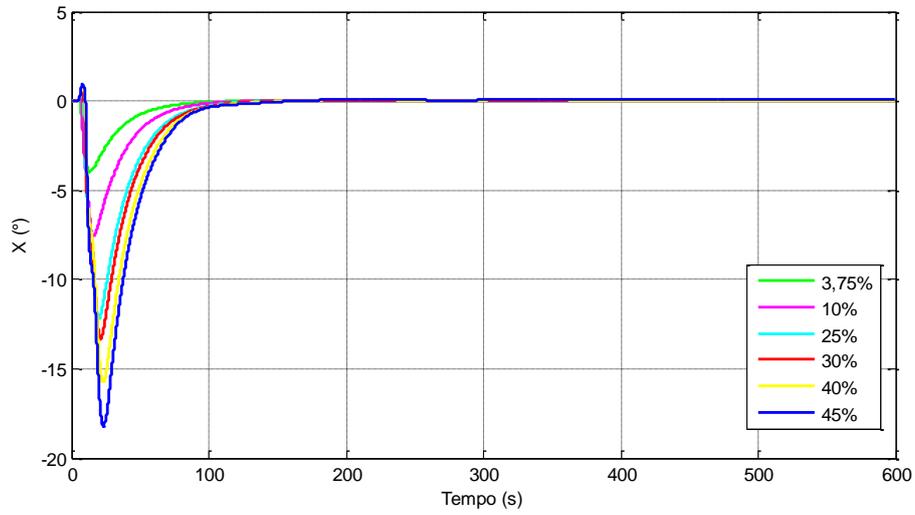
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.65 – Eixo Z com  $a_2 = 0,312 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



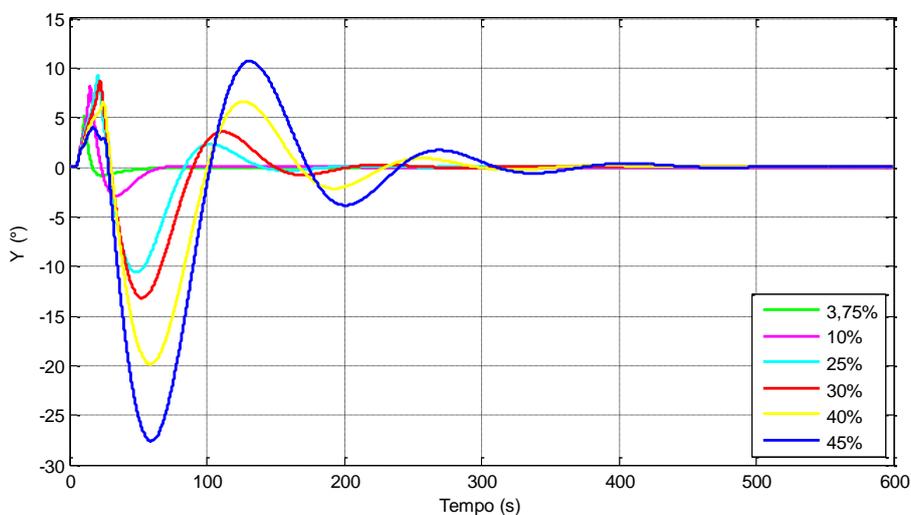
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.66 – Eixo X com  $a_2 = 0,439 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



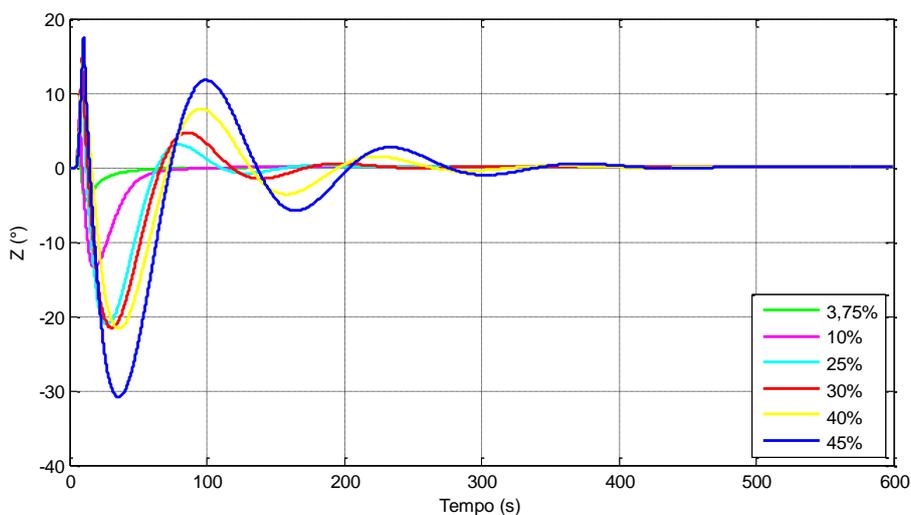
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.67 – Eixo Y com  $a_2 = 0,439 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.68 – Eixo Z com  $a_2 = 0,439 \text{ Nm/rad}$ , variando a massa.

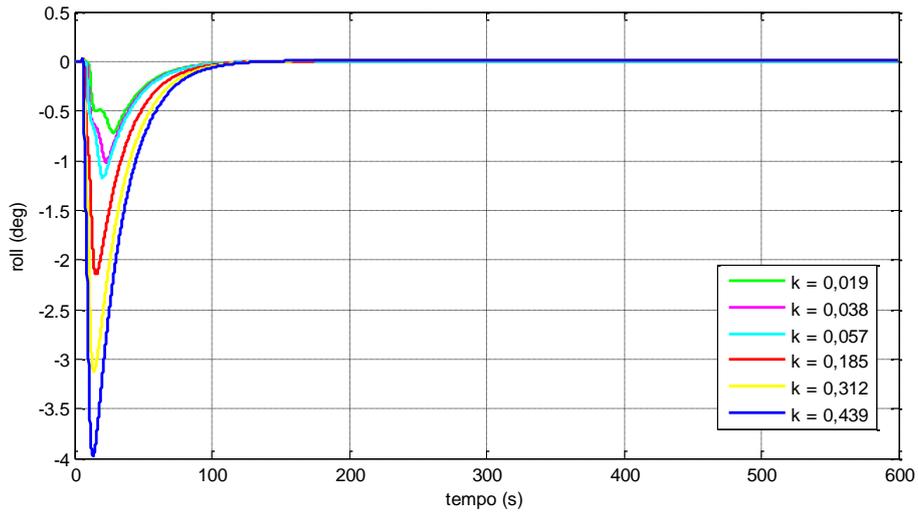


Fonte: Produção do autor.

Observou-se mais claramente, a partir dos gráficos, a informação contida na tabela 5.2 de que para um dado valor de constante elástica à medida que a proporção de massa entre satélite e painel aumenta, aumentam também os desvios e o tempo de acomodação da atitude.

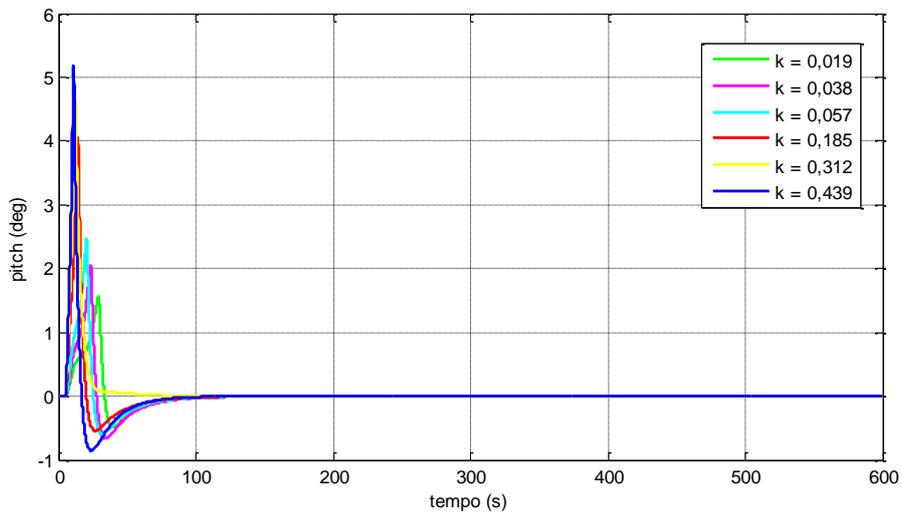
As figuras de 5.69 a 5.86, por sua vez, correspondem às curvas obtidas ao se variar as constantes elásticas do mecanismo de abertura mantendo determinada massa do painel.

Figura 5.69 – Eixo X com painel de 7,5 kg, variando as constantes elásticas.



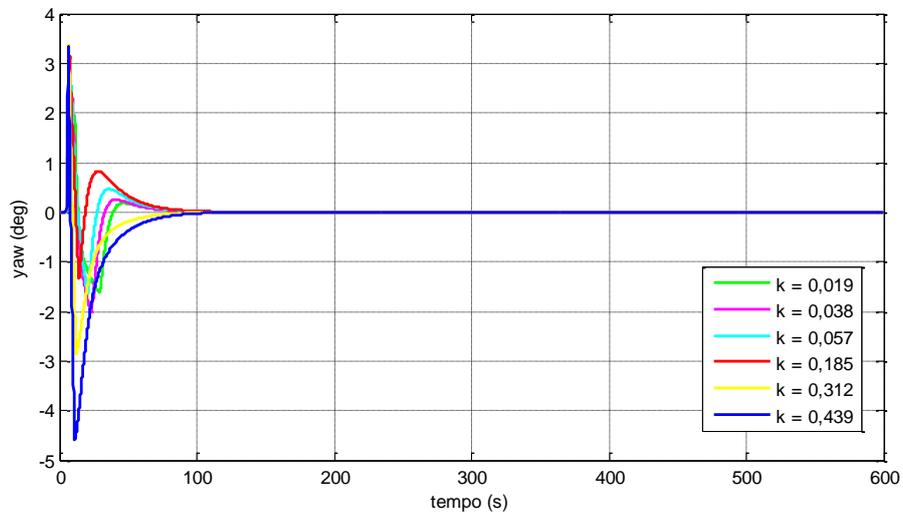
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.70 – Eixo Y com painel de 7,5 kg, variando as constantes elásticas.



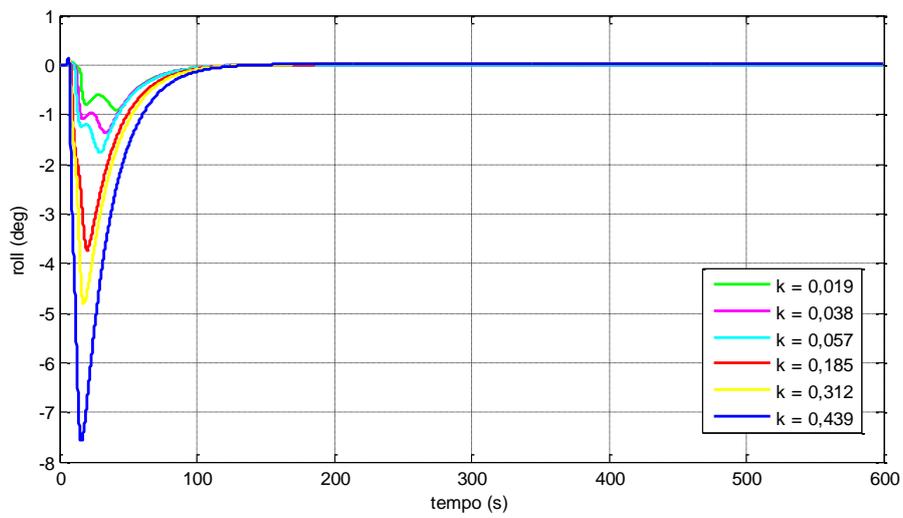
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.71 – Eixo Z com painel de 7,5 kg, variando as constantes elásticas.



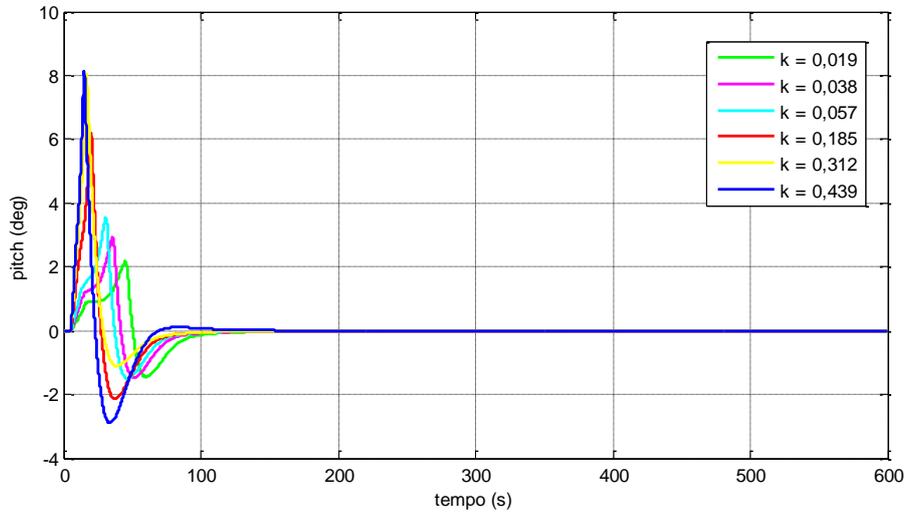
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.72 – Eixo X com painel de 21 kg, variando as constantes elásticas.



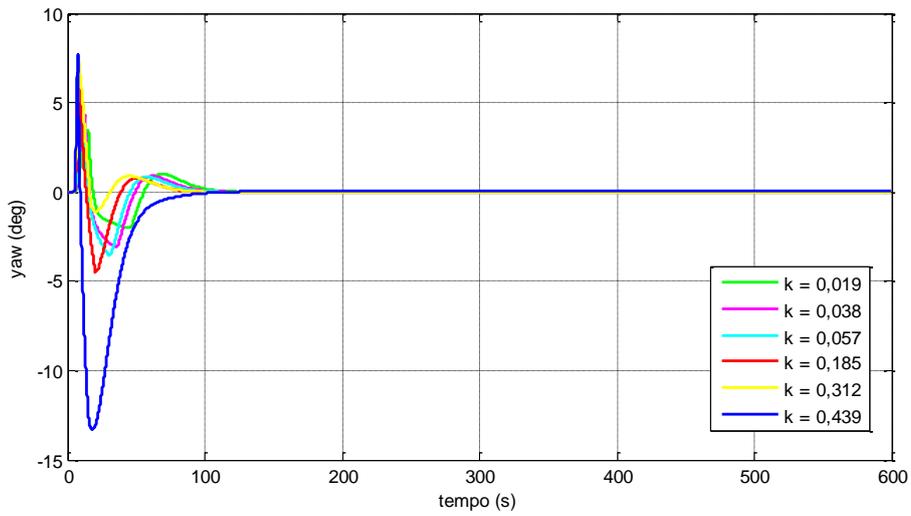
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.73 – Eixo Y com painel de 21 kg, variando as constantes elásticas.



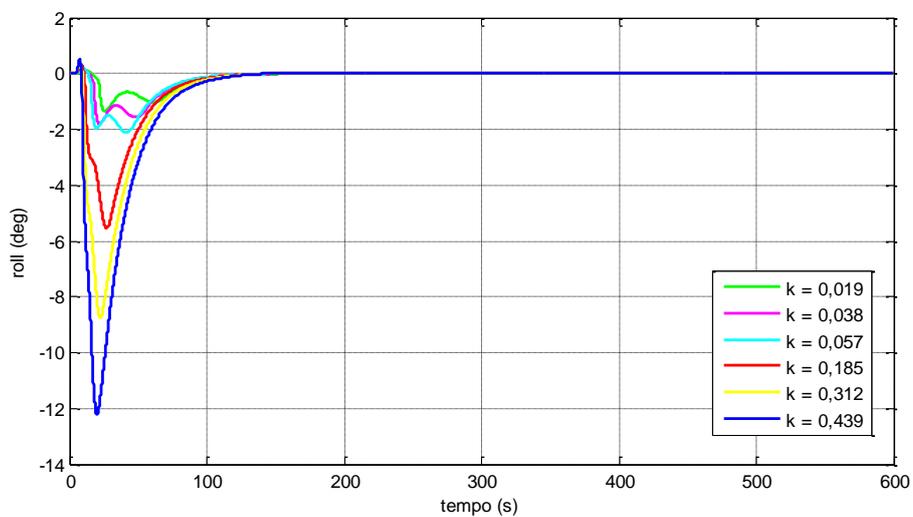
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.74 – Eixo Z com painel de 21 kg, variando as constantes elásticas.



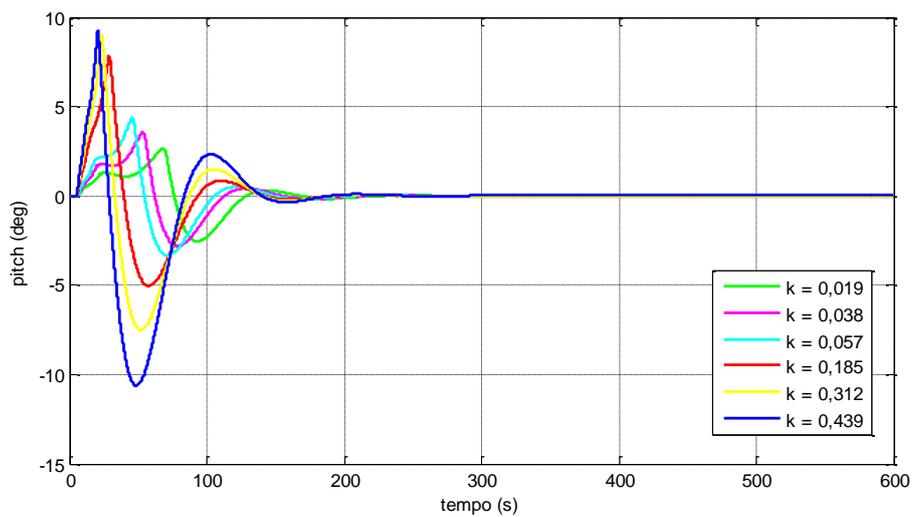
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.75 – Eixo X com painel de 52,5 kg, variando as constantes elásticas.



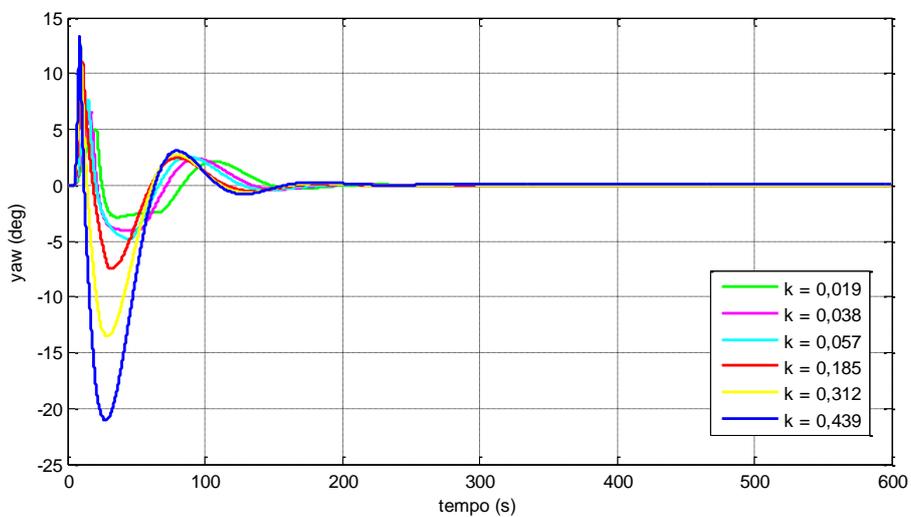
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.76 – Eixo Y com painel de 52,5 kg, variando as constantes elásticas.



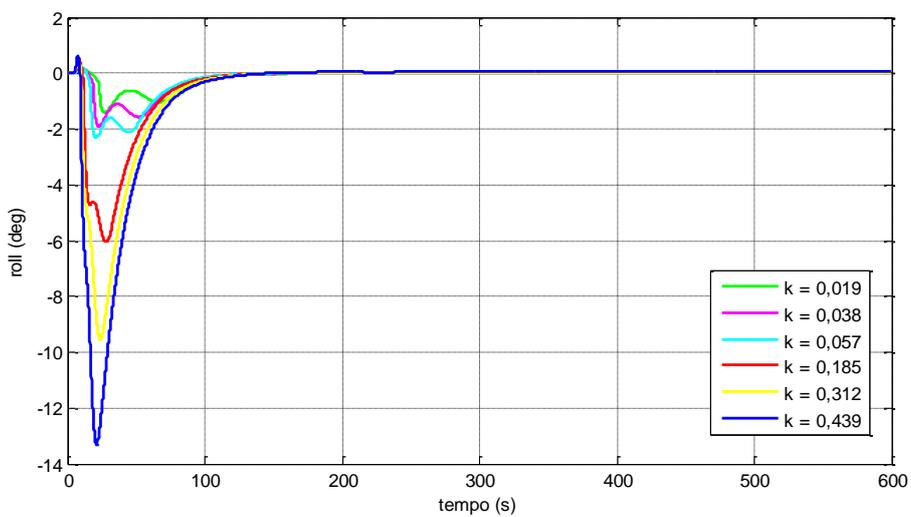
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.77 – Eixo Z com painel de 52,5 kg, variando as constantes elásticas.



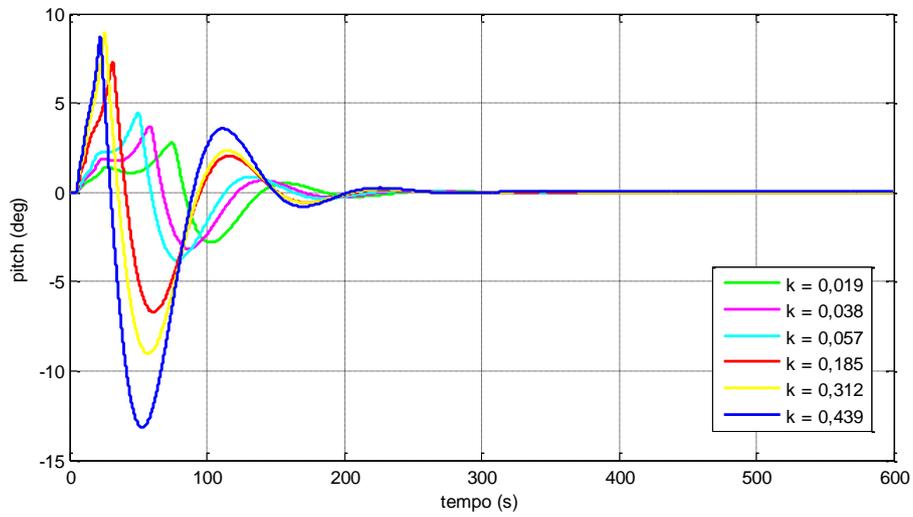
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.78 – Eixo X com painel de 63 kg, variando as constantes elásticas.



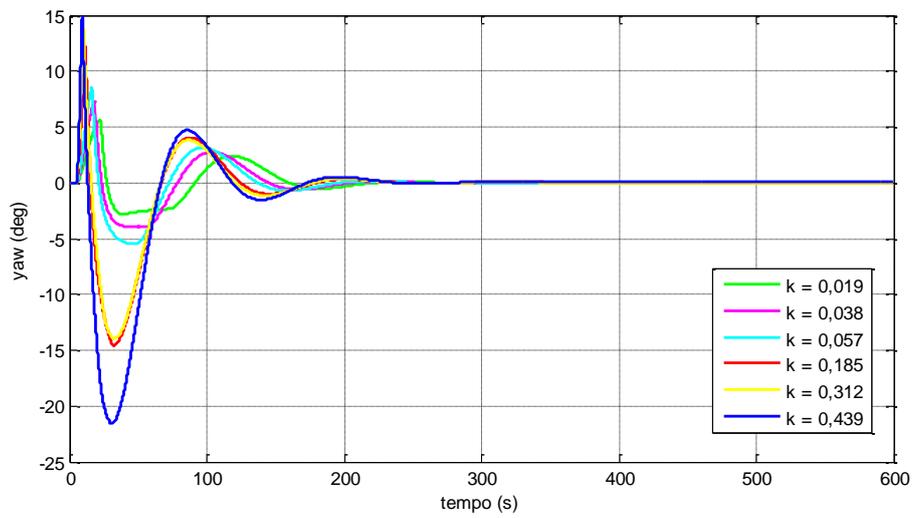
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.79 – Eixo Y com painel de 63 kg, variando as constantes elásticas.



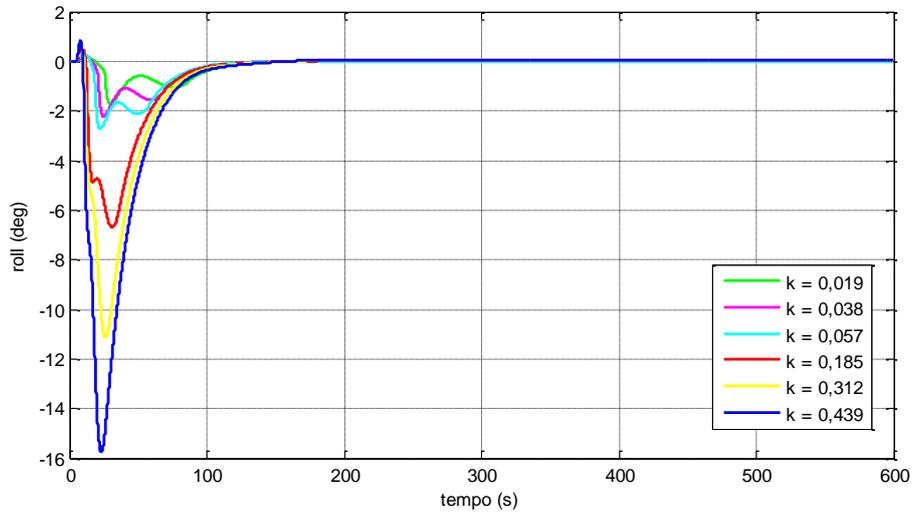
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.80 – Eixo Z com painel de 63 kg, variando as constantes elásticas.



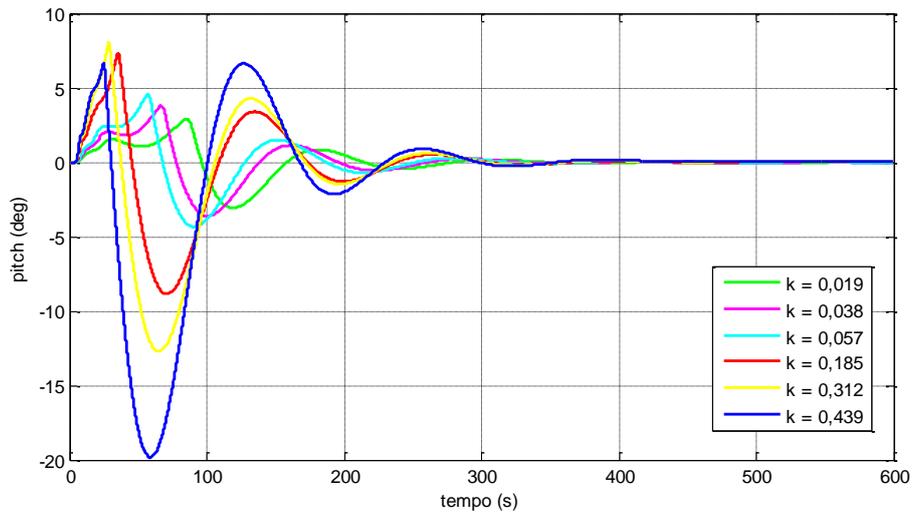
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.81 – Eixo X com painel de 84 kg, variando as constantes elásticas.



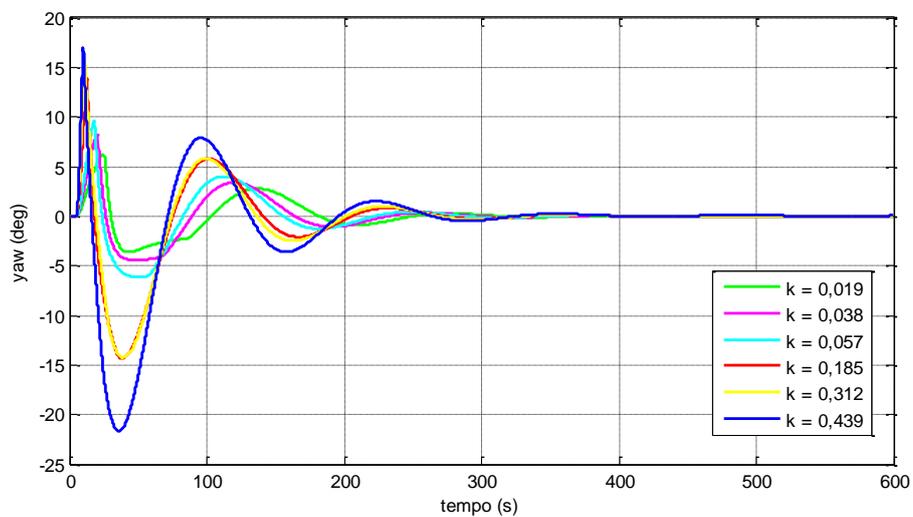
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.82 – Eixo Y com painel de 84 kg, variando as constantes elásticas.



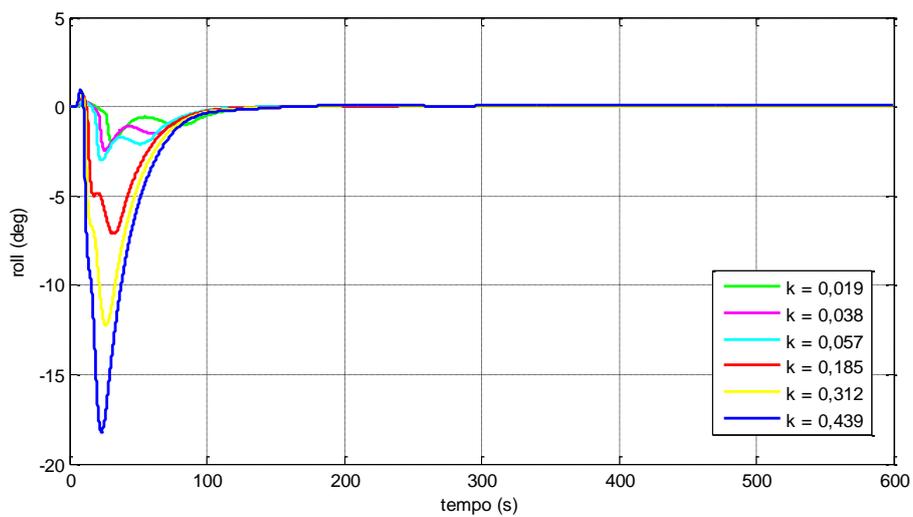
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.83 – Eixo Z com painel de 84 kg, variando as constantes elásticas.



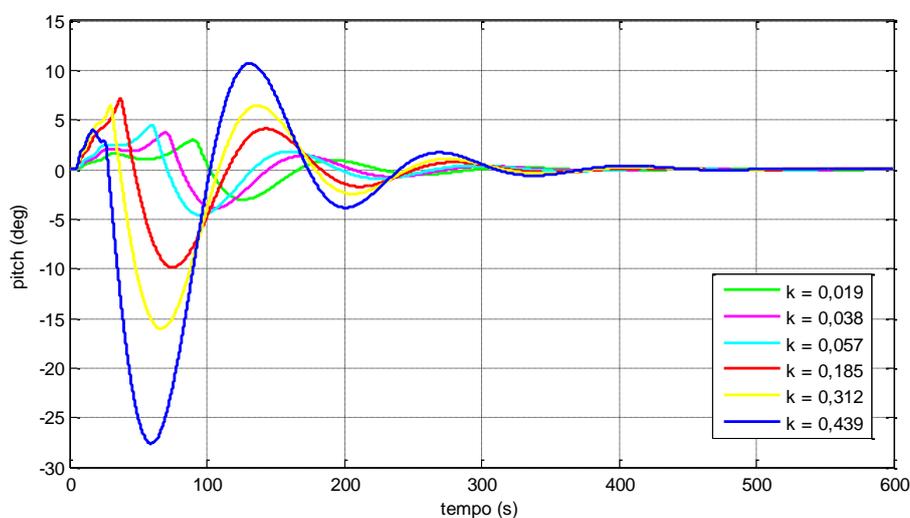
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.84 – Eixo X com painel de 94,5 kg, variando as constantes elásticas.



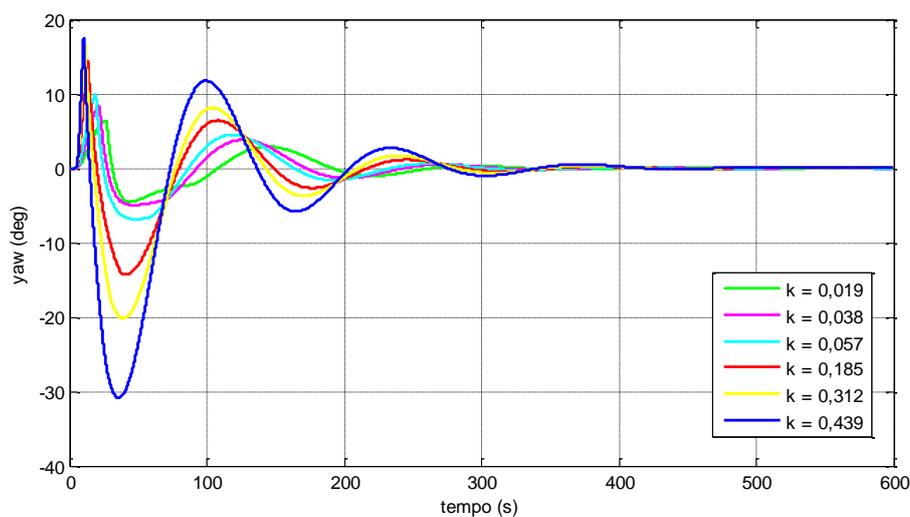
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.85 – Eixo Y com painel de 94,5 kg, variando as constantes elásticas.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.86 – Eixo Z com painel de 94,5 kg, variando as constantes elásticas.



Fonte: Produção do autor.

Ao observar os gráficos das imagens de 5.69 a 5.86 e comparando-os com os gráficos das figuras de 5.51 a 5.68 pode-se notar mais claramente que a constante elástica influencia o tempo de abertura e o tempo de acomodação de forma mais impactante que a proporção de massa do painel. Além disso da mesma maneira que no caso anterior, para uma determinada proporção de

massa ao se aumentar a constante elástica da mola do mecanismo de abertura aumentam-se os desvios e o tempo de acomodação da atitude.

Os valores da tabela 5.2 podem também ser observados na forma das superfícies 5.87, 5.88 e 5.89, para desvios máximos, 5.90, 5.91, 5.92 para tempos de acomodação e a forma com essas variações alteram o tempo total de abertura também pode ser vista na imagem 5.93.

No grupo de figuras 5.87 a 5.89, a barra lateral corresponde ao desvio máximo sofrido pela atitude, nesse caso o valor ideal é o mais próximo de zero.

Figura 5.87(a) – Desvio máximo no eixo X.

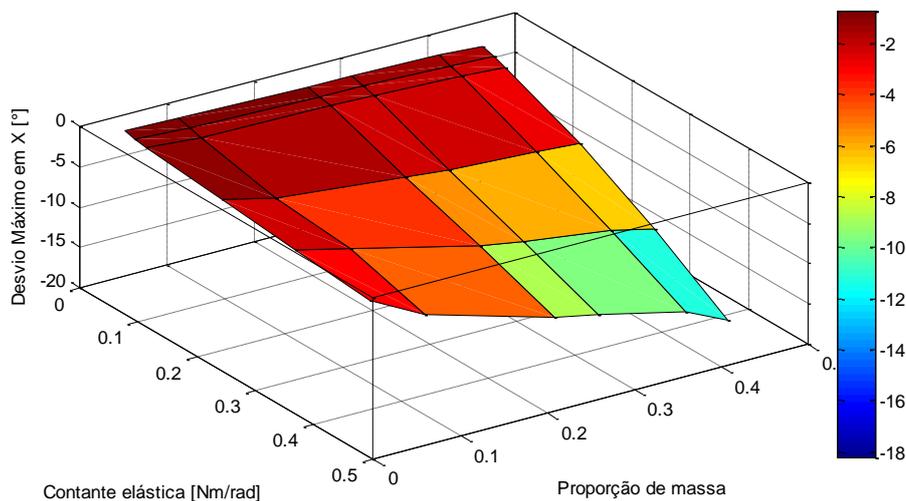
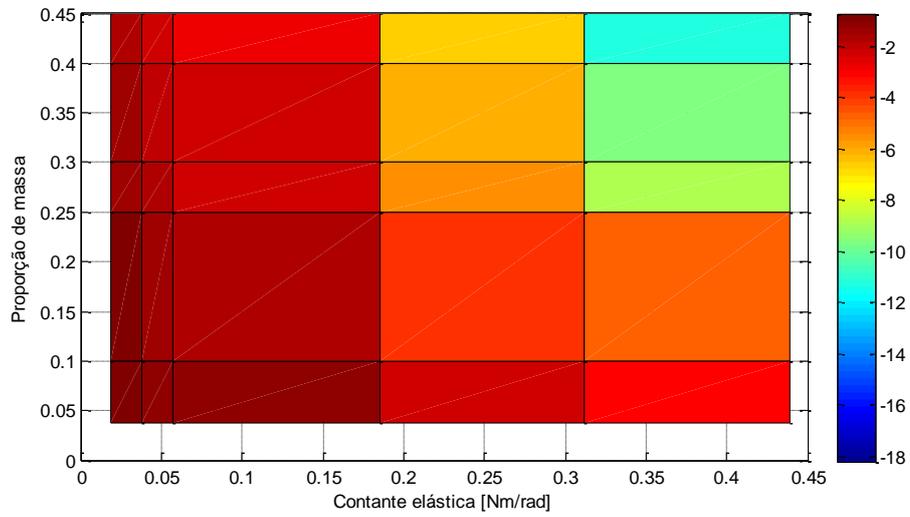


Figura 5.87(b) – Desvio máximo no eixo X.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.88(a) – Desvio máximo em no eixo Y.

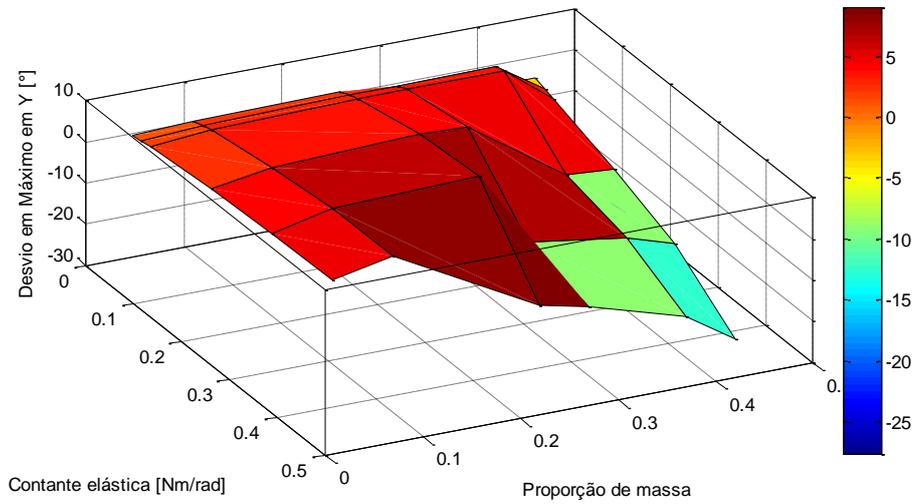
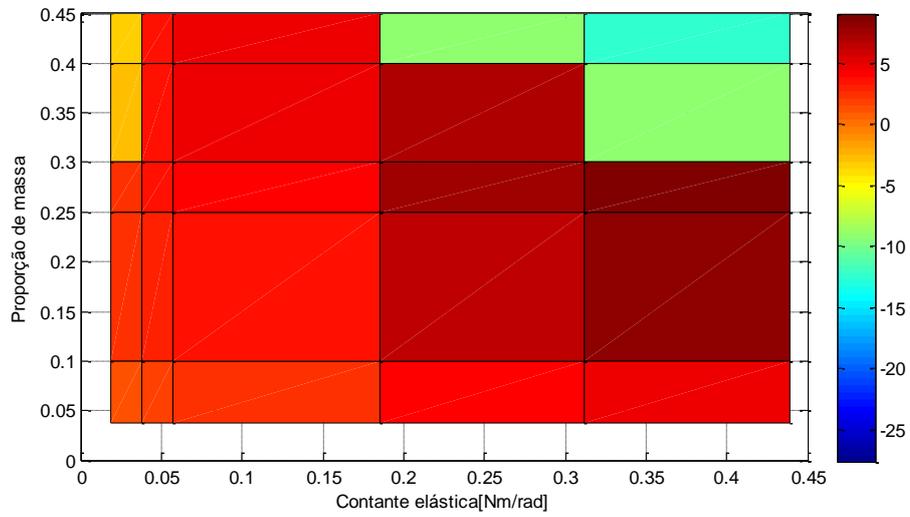


Figura 5.88(b) – Desvio máximo no eixo Y.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.89(a) – Desvio máximo no eixo Z.

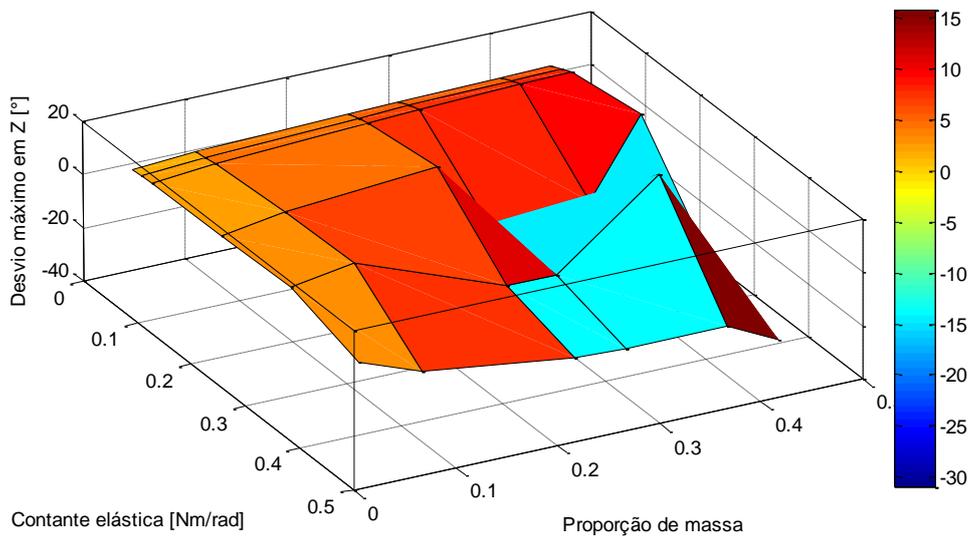
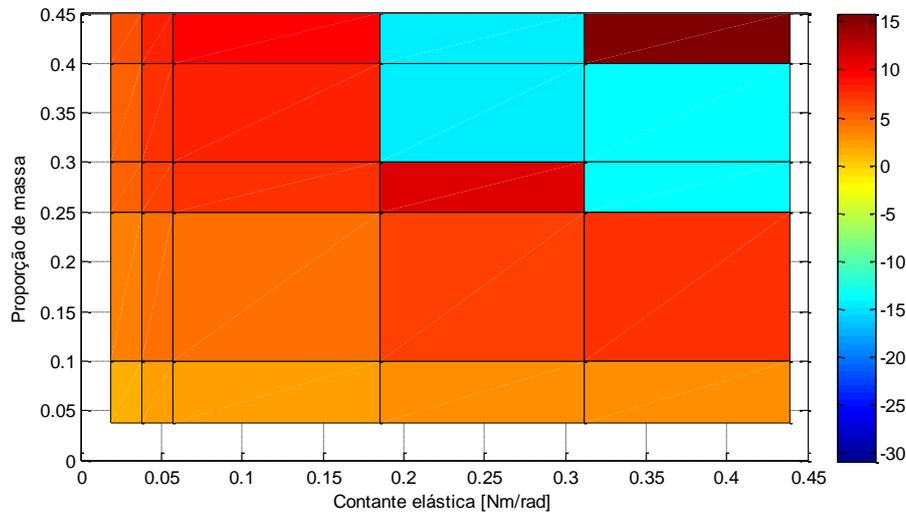


Figura 5.89(b) – Desvio máximo no eixo Z.



Fonte: Produção do autor.

Nos gráficos das figuras 5.87 a 5.89, observou-se que para menores valores de desvio é necessário que seja projetado um satélite com um painel mais leve comparado ao corpo principal e com uma mola de constante elástica baixa.

Para os gráficos das figuras 5.90, 5.91 e 5.92 a barra lateral indica o tempo de acomodação. Idealmente o tempo de acomodação possui um valor baixo, portanto dá-se preferência às áreas mais azul escuras dos gráficos.

Figura 5.90(a) – Tempo de acomodação no eixo X.

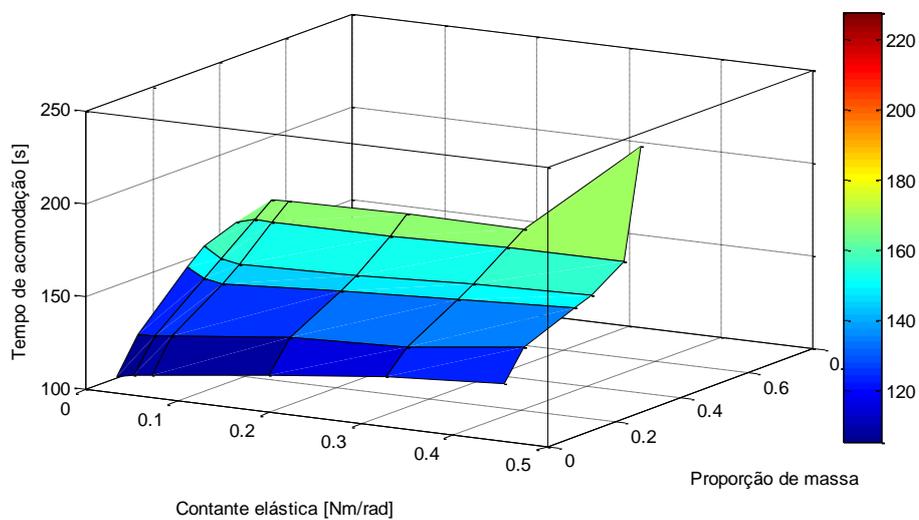
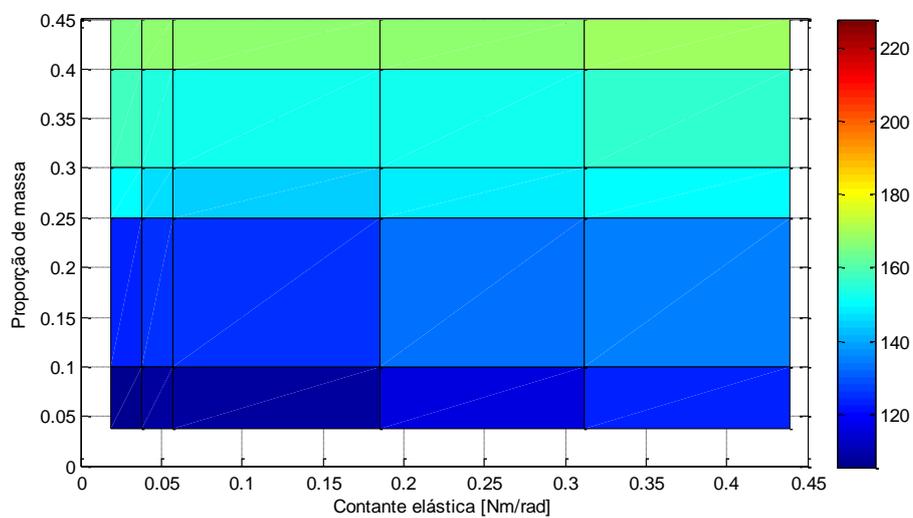


Figura 5.90(b) – Tempo de acomodação no eixo X.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.91(a) – Tempo de acomodação no eixo Y.

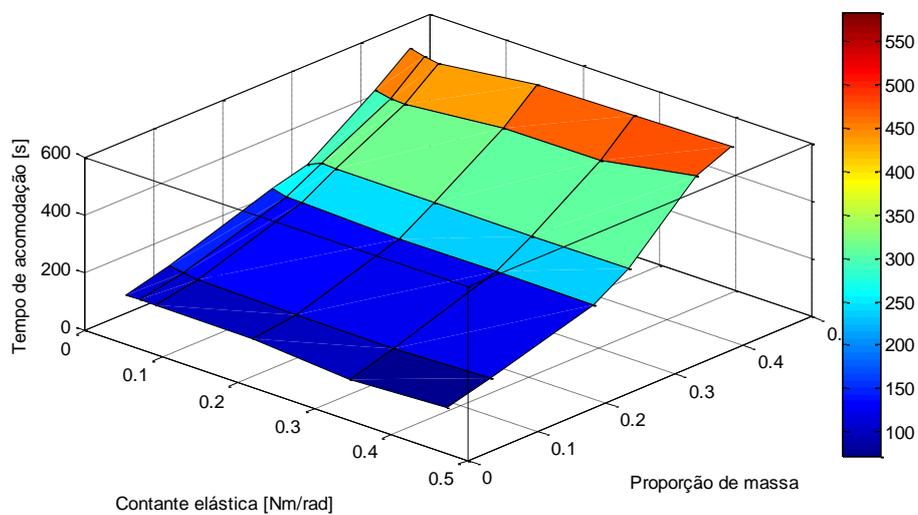
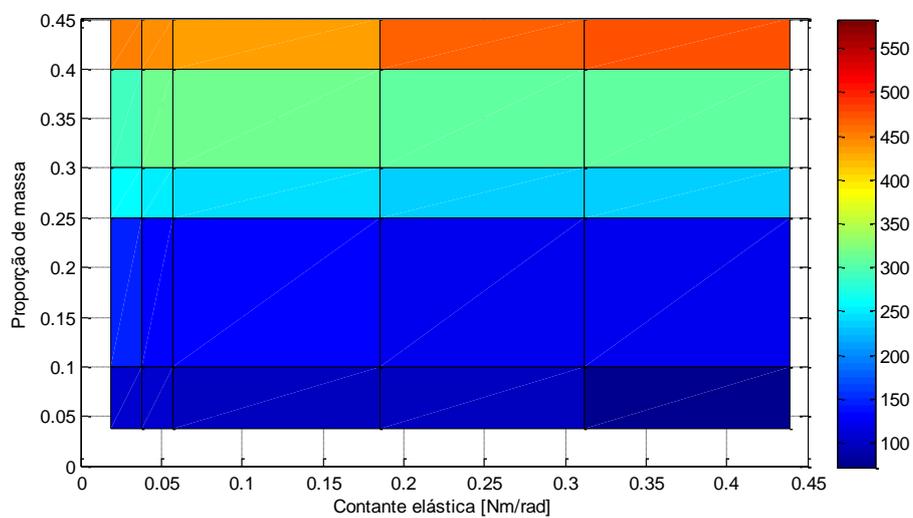


Figura 5.91(b) – Tempo de acomodação em no eixo Y.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.92(a) – Tempo de acomodação em no eixo Z.

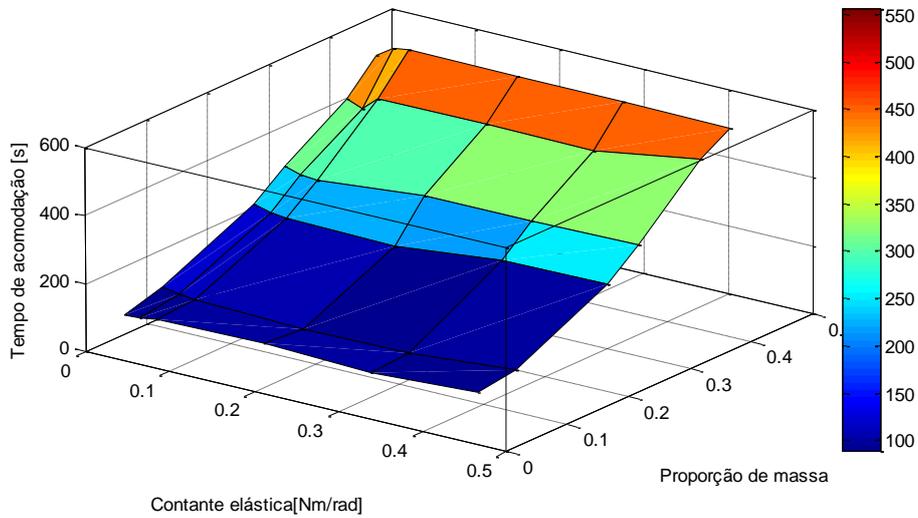
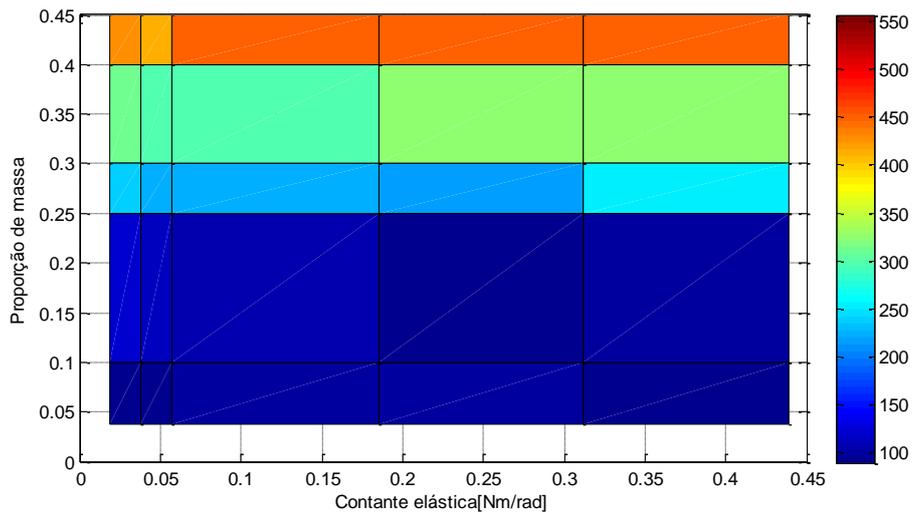


Figura 5.92(b) – Tempo de acomodação em no eixo Z.



Fonte: Produção do autor.

Observou-se que é preferível um painel com pouca massa, mas que dependendo do ângulo de atitude observado uma constante de mola maior ou menor é mais indicada. Essa diferença ocorre devido a como o sistema de controle age sobre esses ângulos. Uma constante elástica maior significa uma manobra de abertura mais rápida, como pode ser observado na imagem seguinte 5.93, no entanto,

uma abertura muito brusca pode ocasionar oscilações que aumentam o tempo de acomodação.

Figura 5.93(a) – Tempo de abertura.

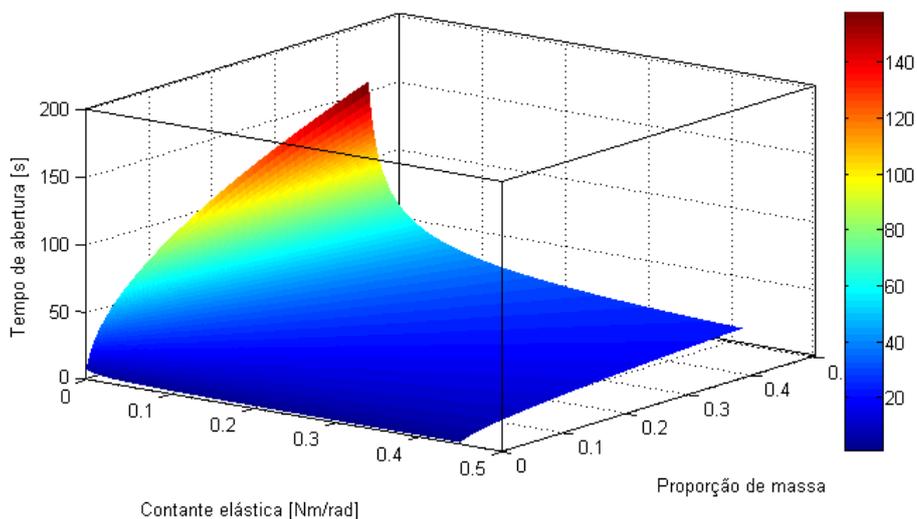
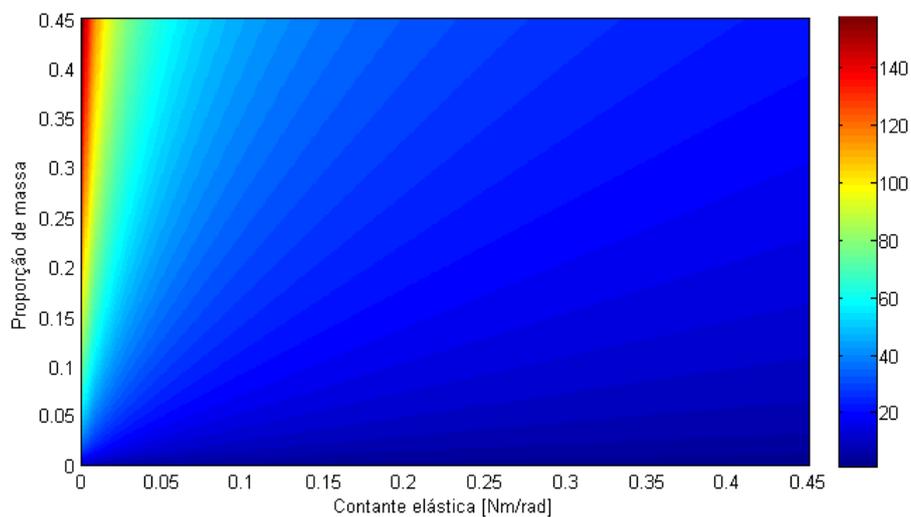


Figura 5.93(b) – Tempo de abertura.



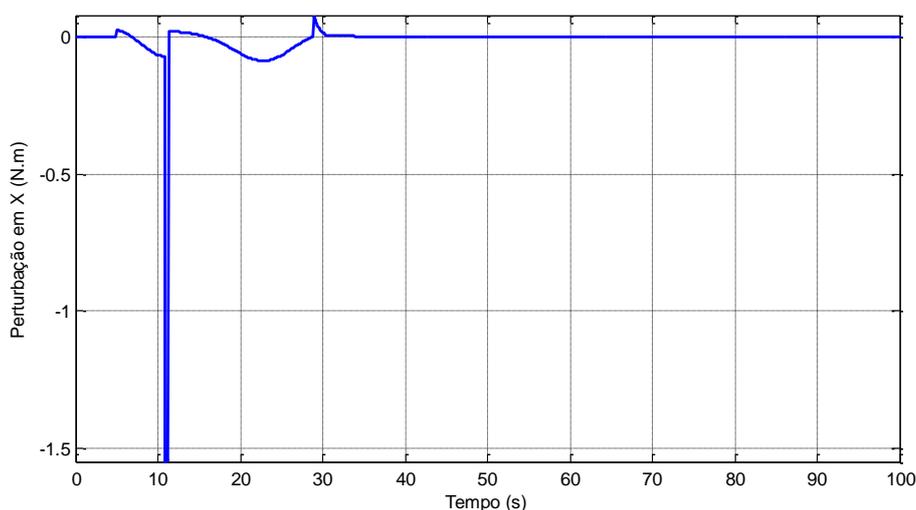
Fonte: Produção do autor.

Foi observado no gráfico 5.93 que, a constante elástica e a proporção de massa têm efeitos inversos no tempo de abertura do painel. Enquanto a constante elástica diminui o tempo de abertura à medida que aumenta, como foi comentado anteriormente, quanto mais se aumenta a massa do painel, comparada com a do corpo principal do satélite, maior será o tempo de abertura.

Para avaliar, agora, os efeitos dessas mudanças na evolução do tensor de inércia e nos torques perturbadores serão avaliados os dois casos mais discrepantes. O primeiro caso, de transição mais suave, com massa do painel de 3,75% da massa do corpo principal do satélite e constante elástica de 0,019 Nm/rad, e o segundo caso, de transição mais impactante, com massa do painel de 45% da massa do corpo principal do satélite e constante elástica de 0,439 Nm/rad.

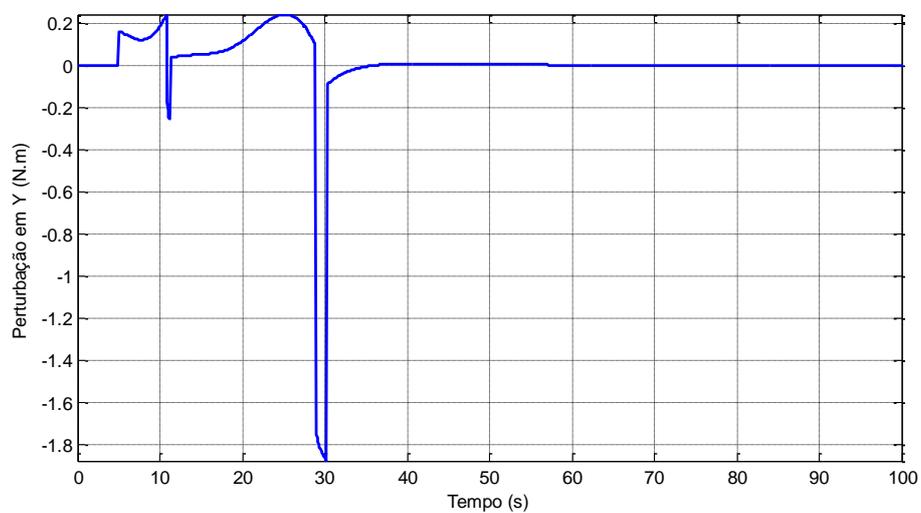
Nas figuras 5.94, 5.95 e 5.96 são apresentadas as curvas de torques perturbadores do primeiro caso e em seguida, nas figuras 5.97, 5.98 e 5.99 as curvas do segundo caso.

Figura 5.94 – Perturbação no eixo X com 7,5 kg de painel e  $a_2 = 0,019$  Nm/rad.



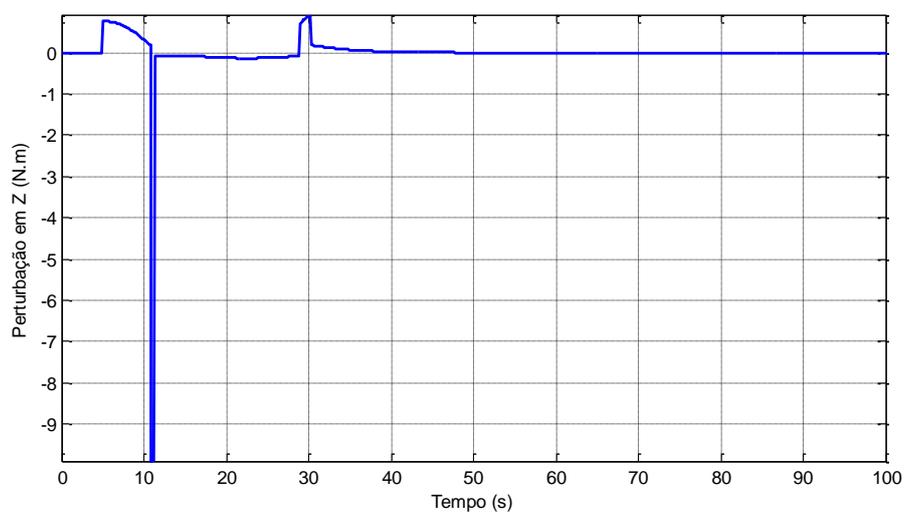
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.95 – Perturbação no eixo Y com 7,5 kg de painel e  $a_2 = 0,019$  Nm/rad.



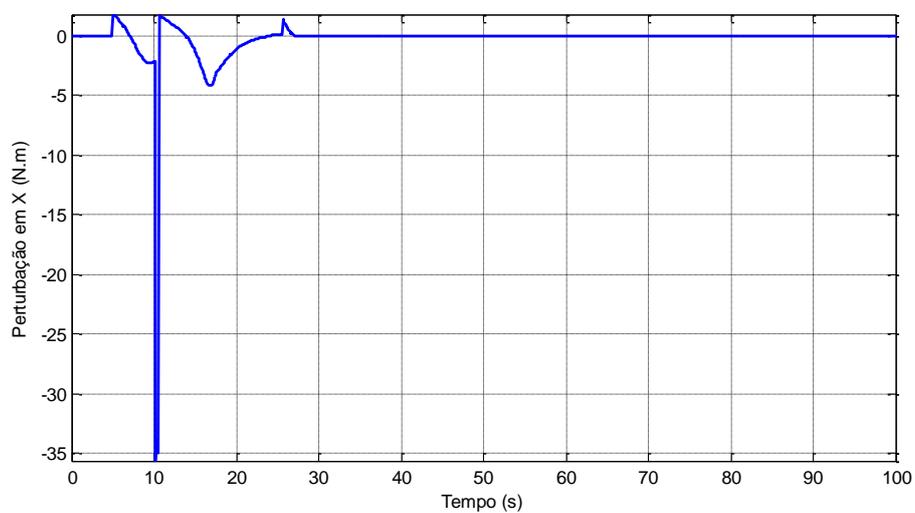
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.96 – Perturbação no eixo Z com 7,5 kg de painel e  $a_2 = 0,019$  Nm/rad.



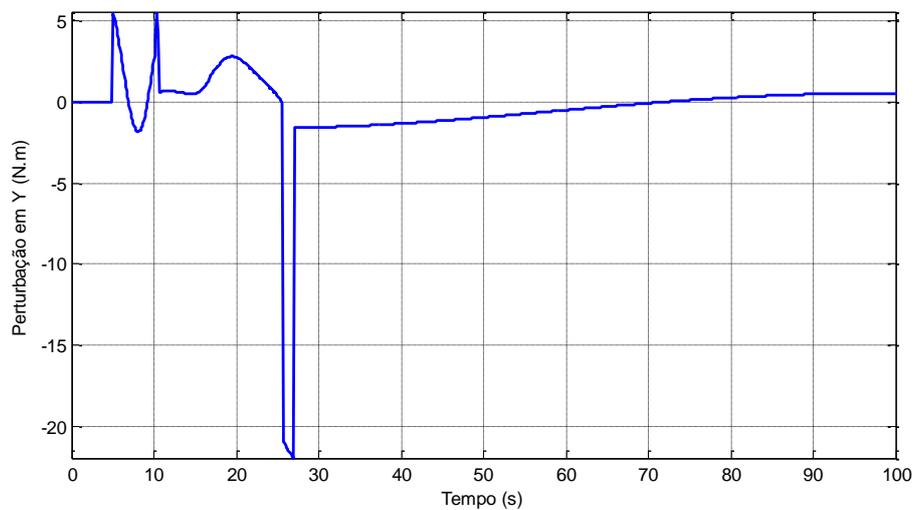
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.97 – Perturbação no eixo X com 94,5 kg de painel e  $a_2 = 0,439$  Nm/rad.



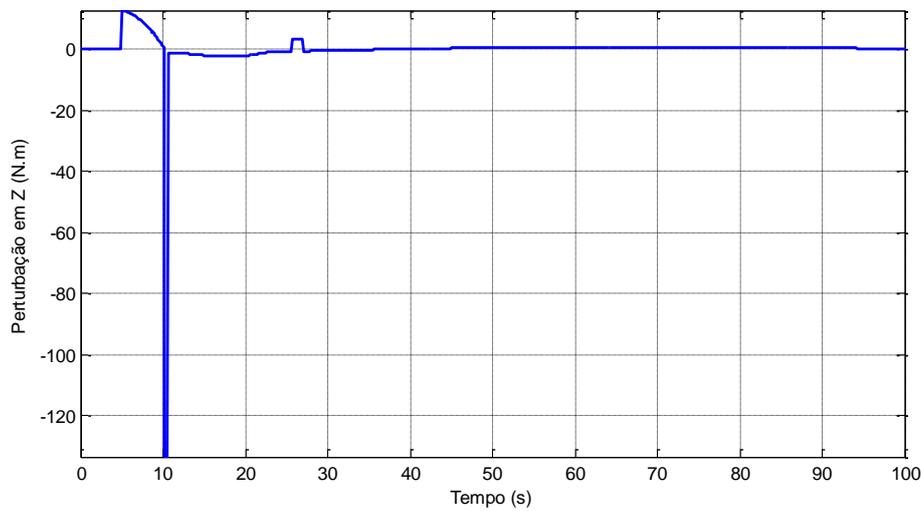
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.98 – Perturbação no eixo Y com 94,5 kg de painel e  $a_2 = 0,439$  Nm/rad.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.99 – Perturbação no eixo Z com 94,5 kg de painel e  $a_2 = 0,439$  Nm/rad.

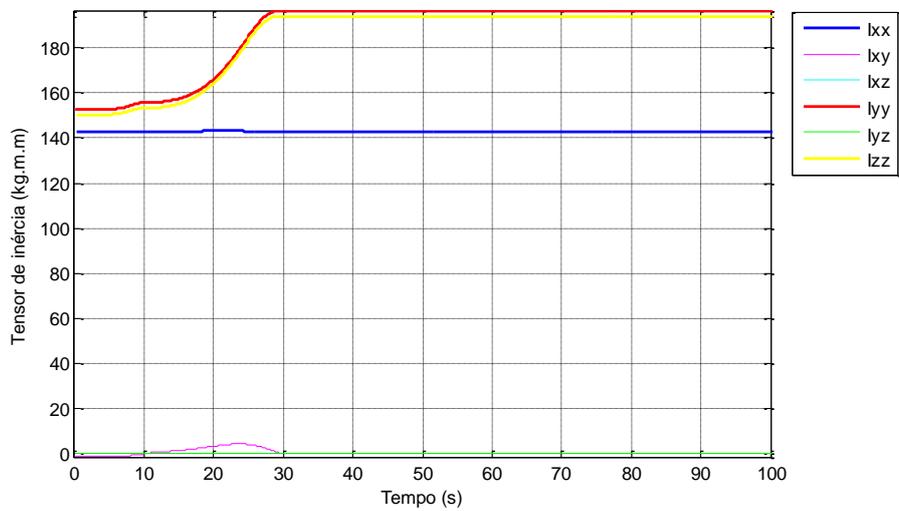


Fonte: Produção do autor.

O aumento nos torques perturbadores observado nos gráficos do segundo caso se dá devido à quantidade de energia da perturbação e ao tempo que essa energia é liberada. No primeiro caso uma menor proporção de massa do painel gera torques mais fracos e uma mola de constante elástica menor permite que o movimento ocorra mais suavemente. No segundo caso ocorre o oposto, já que com uma maior massa o movimento do painel gerará torques mais intensos e a constante de elástica maior deixa este movimento mais brusco. Nesse caso a energia armazenada pela mola é liberada para o satélite de uma só vez ao invés de mais lentamente.

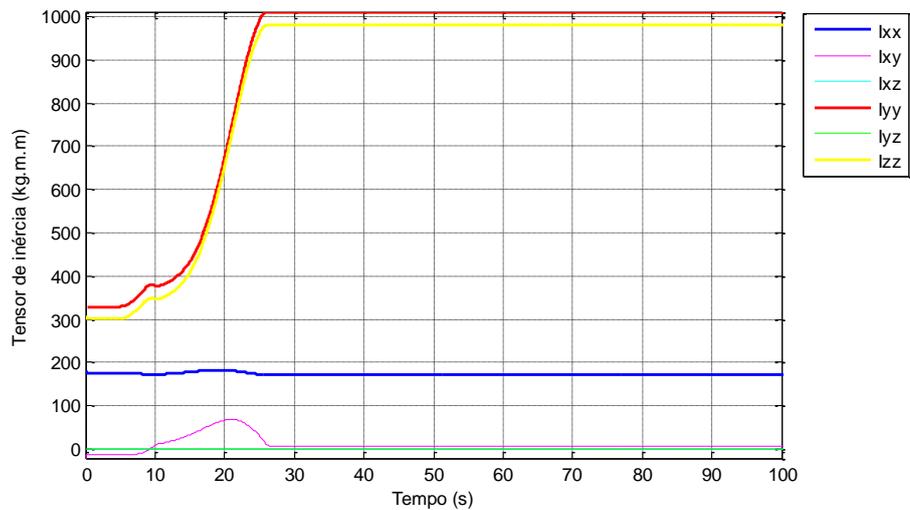
A seguir serão apresentadas as curvas referentes ao tensor de inércia. A figura 5.100 corresponde ao primeiro caso e a figura 5.101 ao segundo.

Figura 5.100 – Tensor de Inércia com 7,5 kg de painel e  $a_2 = 0,019$  Nm/rad.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.101 – Tensor de Inércia com 94,5 kg de painel e  $a_2 = 0,439$  Nm/rad.



Fonte: Produção do autor.

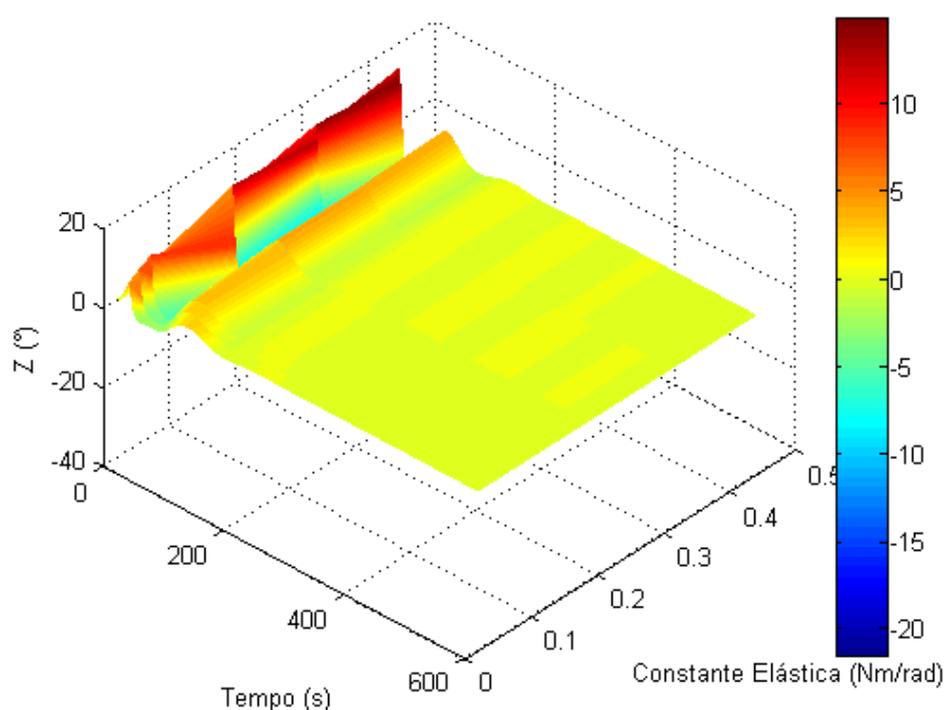
Comparando-se ambos os gráficos, é possível observar que o modelo computacional criado foi capaz de perceber as variações nos valores de massa escolhidos nas duas simulações e se comportou como esperado, com a simulação com a maior proporção de massa adotada tendo uma maior variação no seu tensor de inércia.

### 5.7.1. Uso em um projeto de missão

Será ilustrado, brevemente, neste tópico como os resultados obtidos pelas simulações geradas com o modelo computacional criado poderiam ser utilizadas em um suposto projeto de satélite artificial.

Para isso, considera-se uma missão cujo satélite possui uma estrutura semelhante ao satélite simulado e uma proporção de massa entre corpo principal e painel de 30%. Para determinar a mola mais indicada para o mecanismo de abertura pode-se observar o gráfico da figura 5.102, feito a partir da imagem 5.80.

Figura 5.102 – Superfície correspondente ao movimento em torno do eixo Z com painel de 30% da massa do corpo principal.

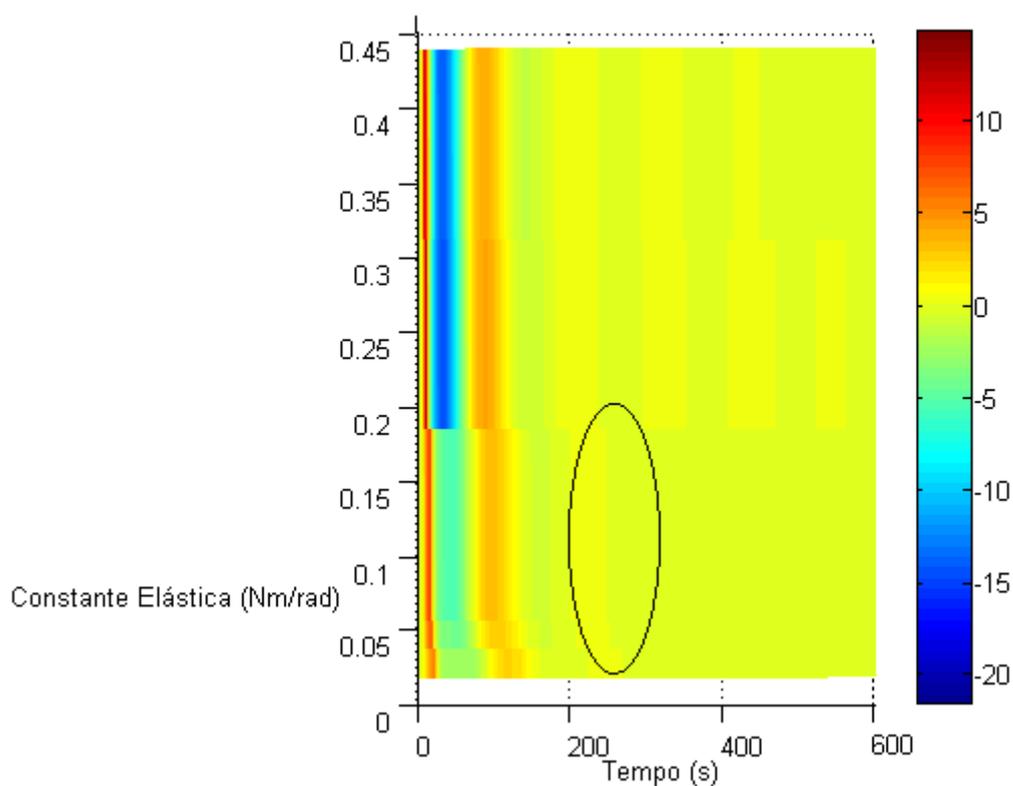


Fonte: Produção do autor.

Este gráfico corresponde ao movimento em torno do eixo Z do satélite durante o movimento de abertura para uma proporção de massa de 30% para diversos

valores de constante elástica. Observando-o pela perspectiva da figura 5.103, tem-se:

Figura 5.103 – Superfície correspondente ao movimento em torno do eixo Z com painel de 30% da massa do corpo principal. Vista 1.

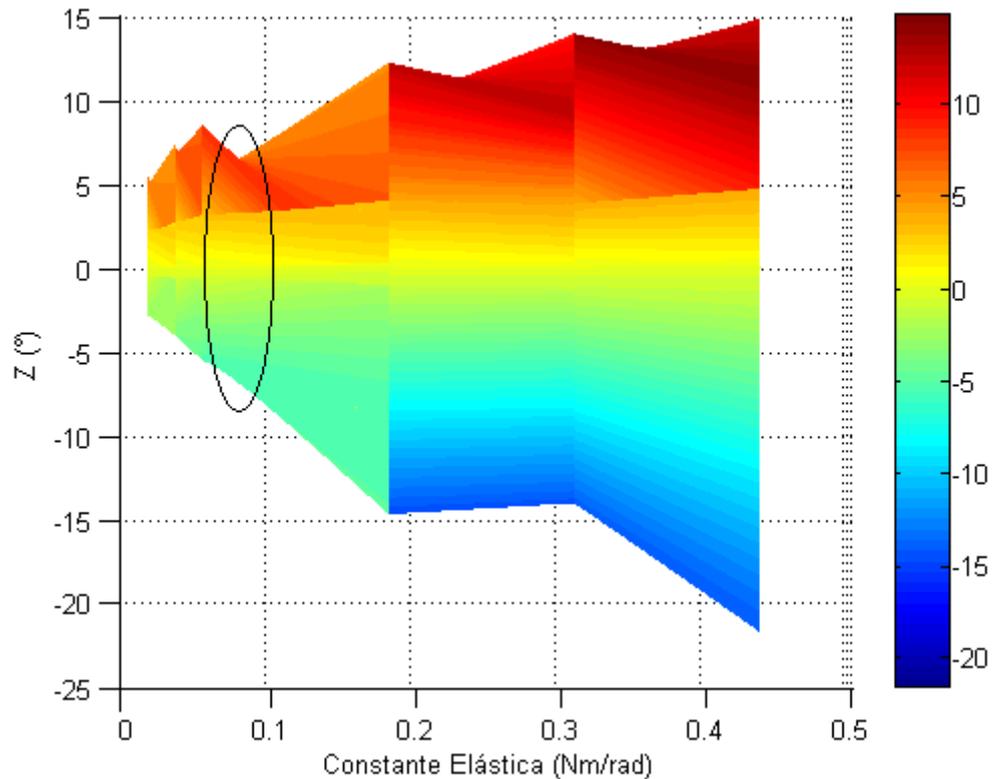


Fonte: Produção do autor.

A variação de cores denota movimento em torno do eixo Z. Por tanto, a região do gráfico entre 0,05 e 0,2 Nm/rad de constante elástica tem tempos de acomodação menores já que ela estabiliza nos tempos relativos a cor verde antes das outras.

Agora, analisa-se o gráfico pela perspectiva da imagem 5.104, correspondente aos valores de constante elástica.

Figura 5.104 – Superfície correspondente ao movimento em torno do eixo Z com painel de 30% da massa do corpo principal. Vista 2.



Fonte: Produção do autor.

A mola mais adequada para o projeto deste satélite deve ter uma constante elástica entre 0,05 e 0,1 Nm/rad para a junta do Elo Dois. Tendo o valor da constante da mola do Elo Dois é possível determinar a constante do Elo Um a partir da relação descrita no início do capítulo 5. Além de possuir um menor tempo de acomodação, de acordo com a figura 5.104 esses valores também produzem menores desvios na atitude.

Essa análise pode ser feita para outras missões utilizando o mesmo simulador com o modelo computacional desenvolvido e pode fornecer resultados mais precisos caso sejam feitas mais simulações.

## 5.8. Sintonia do controlador

O simulador SAS possui um controlador PID que pode ser sintonizado para melhor se adequar a simulação proposta. Neste tópico será testado o comportamento do modelo computacional criado ao se alterar os ganhos desse controlador PID.

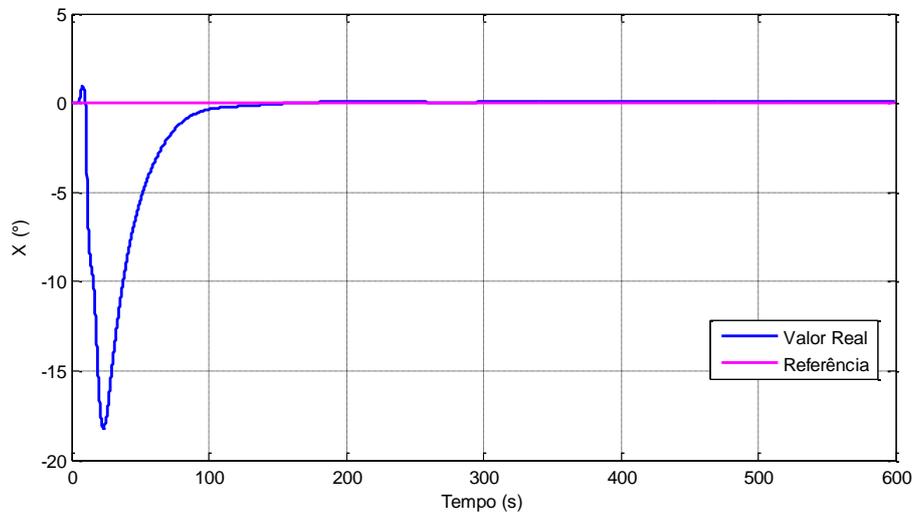
Como este estudo não possui valores de referência para o desempenho da resposta do controlador, buscou-se validar o comportamento do controlador com a teoria conhecida e descrita em Ogata (2010). Para isso, os ganhos foram definidos de maneira arbitrária considerando os seguintes objetivos. Comparar respostas observadas na utilização de valores de ganho diferentes e analisar se o comportamento dessas respostas está de acordo com a literatura. Simultaneamente, fazer com que uma configuração de painel que gere perturbações de maior amplitude possa, devido ao sistema de controle, ter uma resposta de atitude com menos desvios com relação ao sinal de referência.

Para isso, é considerado um dos casos observados no final da seção 5.7. O caso no qual o satélite possui um painel com 94,5 kg de massa (45% da massa do corpo do satélite) e molas dos elos Um e Dois com constantes elásticas de 0,878 Nm/rad e 0,439 Nm/rad. Essa configuração de painel foi escolhida para este teste por apresentar perturbações de maior amplitude.

Os valores dos ganhos proporcional, integral e derivativo do caso testado se iniciam com os mesmos valores dos testes anteriores, 3, 0,00003 e 700, respectivamente. E será observada a evolução da atitude durante o movimento de abertura antes do ajuste no controlador e em seguida os ajustes realizados.

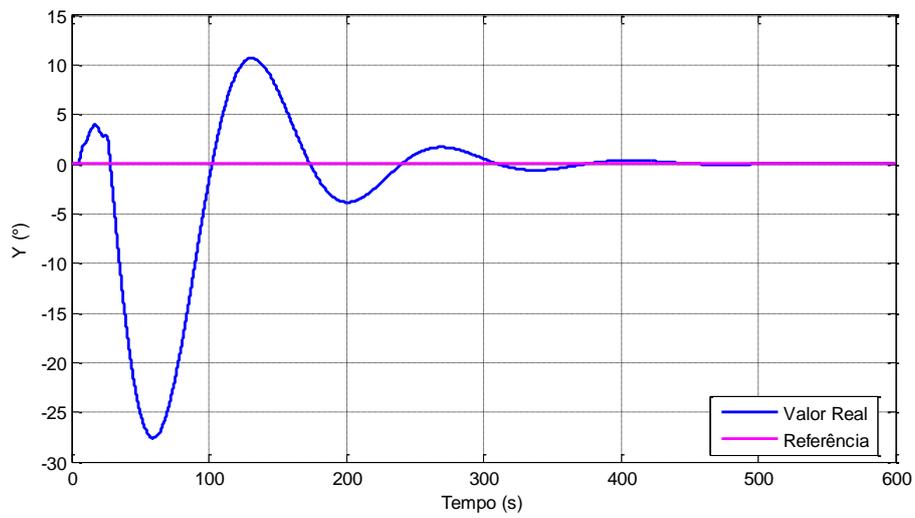
As figuras 5.105, 5.106 e 5.107 apresentam os gráficos do movimento em torno dos eixos X, Y e Z do caso adotado antes dos ajustes nos ganhos controlador.

Figura 5.105 – Eixo X, teste de controle 1.



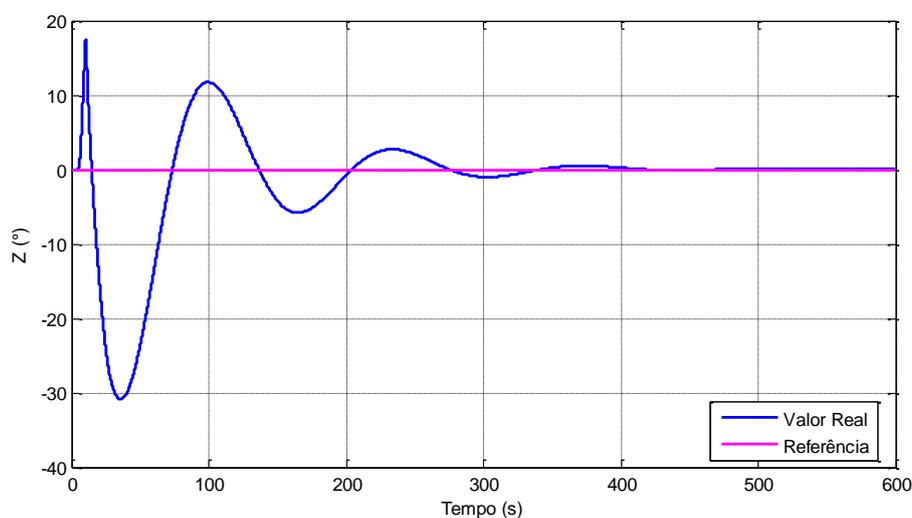
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.106 – Eixo Y, teste de controle 1.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.107 – Eixo Z, teste de controle 1.



Fonte: Produção do autor.

Nessa simulação, o movimento em torno do eixo X mostrou um desvio máximo de  $-18,2102^\circ$ , nenhum sobressinal aparente e um tempo de acomodação de aproximadamente 227,8 s. O movimento em torno do eixo Y mostrou um desvio máximo de  $-27,6033^\circ$ , com sobressinal de  $-27,6033^\circ$  do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 582,9 s. O movimento em torno do eixo Z mostrou um desvio máximo de  $-30,9337^\circ$ , com sobressinal de  $11,7434^\circ$  do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 550,2 s.

Segundo Ogata (2010) a ação de controle proporcional corresponde a um sinal proporcional ao sinal erro por um ganho ajustável. A ação integral do controlador por sua vez equivale à área formada pela curva do sinal de erro. Isso permite que o controle reduza o erro de estado estacionário do sistema. Por fim, a ação do controle derivativo responde à variação do sinal de erro, o que permite que o controlador reaja aos desvios no estado antes que eles aumentem demais.

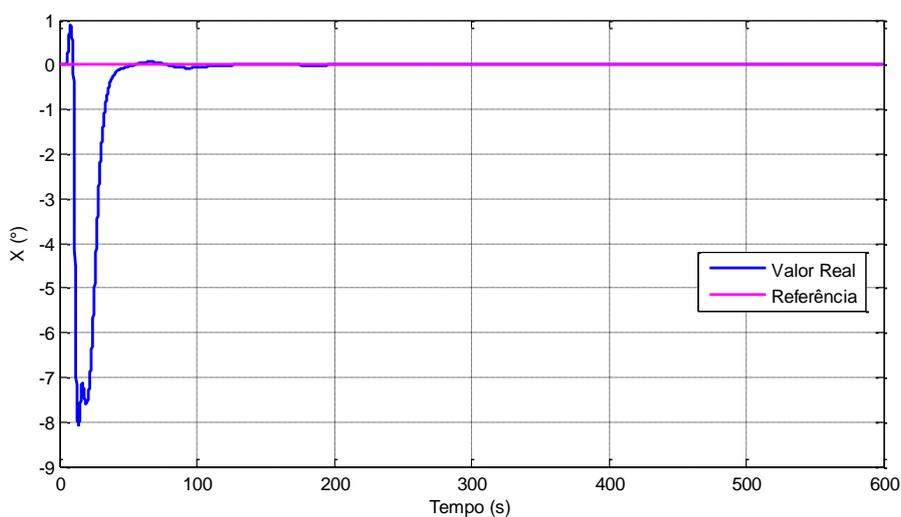
Para as simulações propostas serão ajustados os valores dos ganhos proporcional e derivativo a fim de diminuir o sobressinal e o tempo de acomodação do sistema. O ganho integral não foi modificado, pois, de acordo

com os testes realizados, as alterações no ganho proporcional foram suficientes para reduzir o valor do erro de regime permanente.

Os gráficos das figuras 5.108, 5.109 e 5.110 apresentam os resultados obtidos ao se trocar os ganhos proporcionais dos controladores correspondentes aos eixos de X e Z de 3 para 10. De acordo com os testes realizados, tabela 5.3, o valor 10 foi utilizado para os controladores dos movimentos relativos aos eixos X e Z pois em comparação a outros valores testados, ele possibilitou diminuição mais acentuada

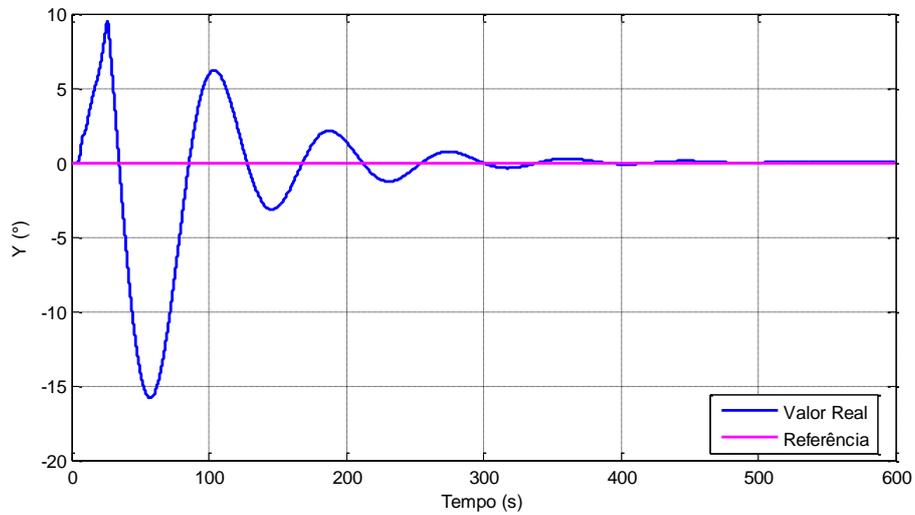
do tempo de resposta do controlador, com o surgimento de menos oscilações.

Figura 5.108 – Eixo X, teste de controle 3.



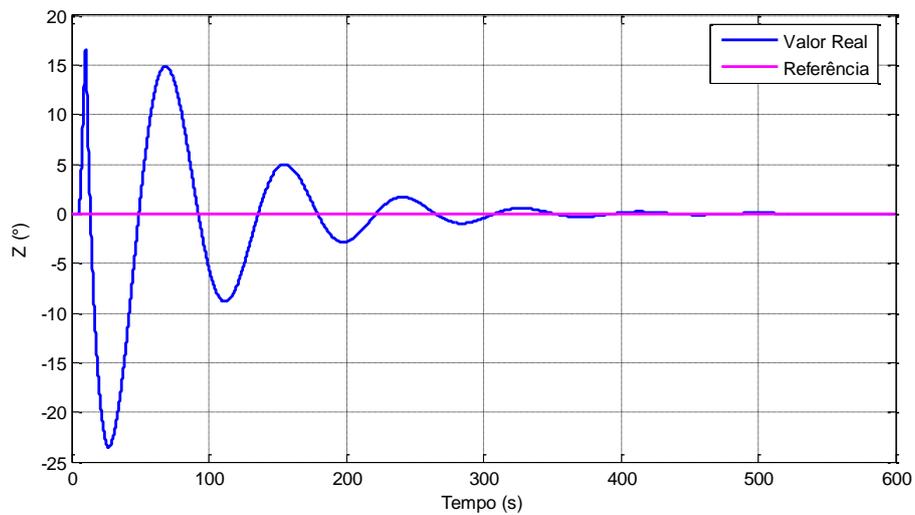
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.109 – Eixo Y, teste de controle 3.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.110 – Eixo Z, teste de controle 3.



Fonte: Produção do autor.

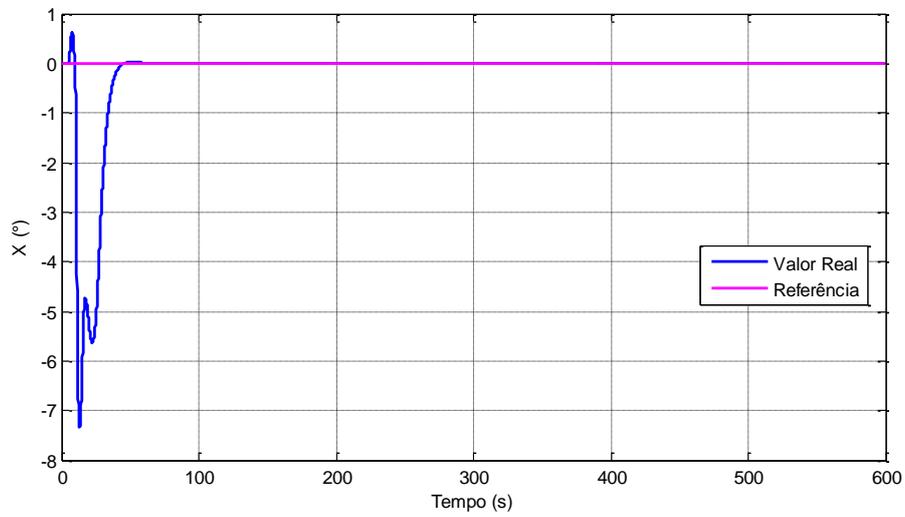
Nessa simulação, o movimento relativo ao eixo X mostrou um desvio máximo de  $-8,0876^\circ$ , com sobressinal de  $0,0605^\circ$  do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 117,9 s. O movimento relativo ao eixo Y mostrou um desvio máximo de  $-15,8151^\circ$ , com sobressinal de  $-15,8151^\circ$  do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 544,6 s. O

movimento relativo ao eixo Z mostrou um desvio máximo de  $-23,5478^\circ$ , com sobressinal de  $14,8868^\circ$  do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 563,8 s.

Por ser menos afetado com a redistribuição de massa, como visto na análise do tensor de inércia da seção 5.2, o movimento relativo ao eixo X obteve valores bem menores de tempo de acomodação e desvio máximo. No entanto, como esperado do efeito do ganho proporcional houve o surgimento de um pequeno sobressinal no eixo X, além do aumento do sobressinal e do tempo de acomodação do movimento relativo ao eixo Z devido ao surgimento de mais oscilações. Estes problemas, segundo Ogata (2010), podem ser resolvidos ajustando-se o ganho derivativo do controlador PID. Isso se deve ao fato do controle derivativo ser capaz de detectar as tendências de evolução do erro, permitindo que o controlador atue sobre o sinal de erro antes que este se intensifique.

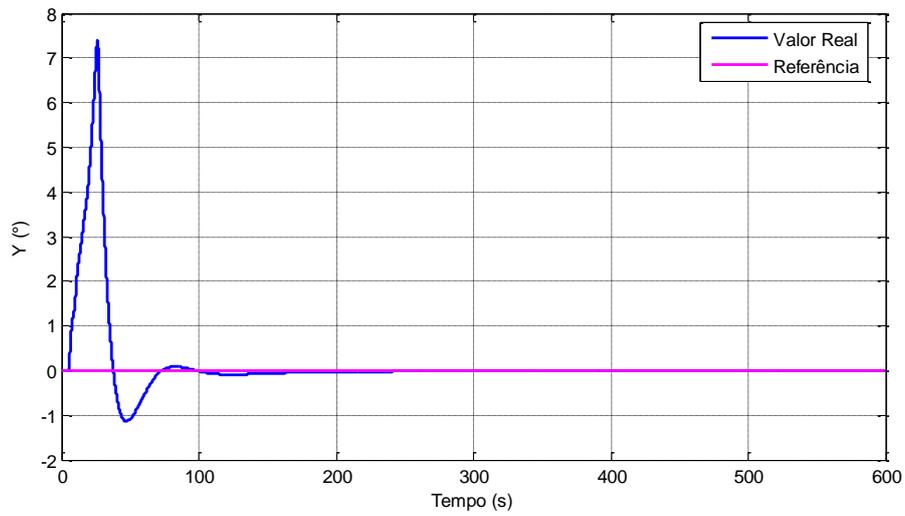
Nas figuras 5.111, 5.112 e 5.113 estão os gráficos obtidos ao se modificar o ganho derivativo dos controladores dos eixos Y e Z de 700 para 2000, seguindo a mesma lógica usada para definir o novo valor do ganho proporcional. O valor de 2000, para o ganho derivativo, permite uma resposta com menos oscilações e com pouco aumento no erro de regime permanente.

Figura 5.111 – Eixo X, teste de controle 8.



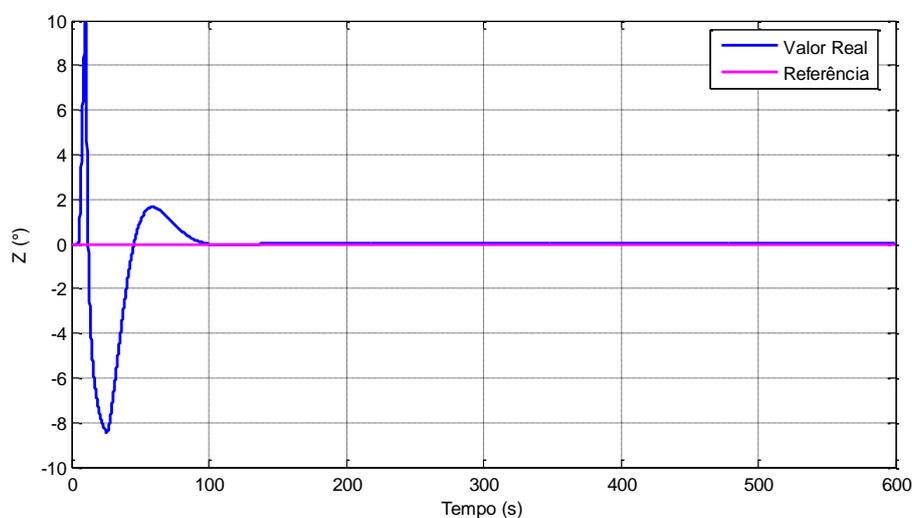
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.112 – Eixo Y, teste de controle 8.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.113 – Eixo Z, teste de controle 8.



Fonte: Produção do autor.

Nessa simulação, o movimento relativo ao eixo X mostrou um desvio máximo de  $-7,3333^\circ$ , nenhum sobressinal aparente e um tempo de acomodação de aproximadamente 44,6 s. O movimento relativo ao eixo Y mostrou um desvio máximo de  $7,3804^\circ$ , com sobressinal de  $-1,1382^\circ$  do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 208,3 s. O movimento relativo ao eixo Z mostrou um desvio máximo de  $9,8991^\circ$ , com sobressinal de  $1,6517^\circ$  do valor de referência e um tempo de acomodação de aproximadamente 126,3 s.

O ajuste do ganho derivativo tornou o controlador mais sensível dando a ele uma maior capacidade de correção dos desvios. Essa capacidade fica visível pelos valores reduzidos de tempo de acomodação, desvio máximo e sobressinal observados nessa simulação.

É possível continuar o ajuste para a obtenção de sinais de atitude com menos desvios. A seguir é apresentada a tabela 5.3 com todos os testes realizados, incluindo os apresentados anteriormente neste tópico. Nela é possível ver os valores de ganho proporcional  $K_p$ , ganho derivativo  $K_d$ , ganho integral  $K_i$ , tempo de acomodação, desvio máximo, sobressinal e valor no regime permanente.

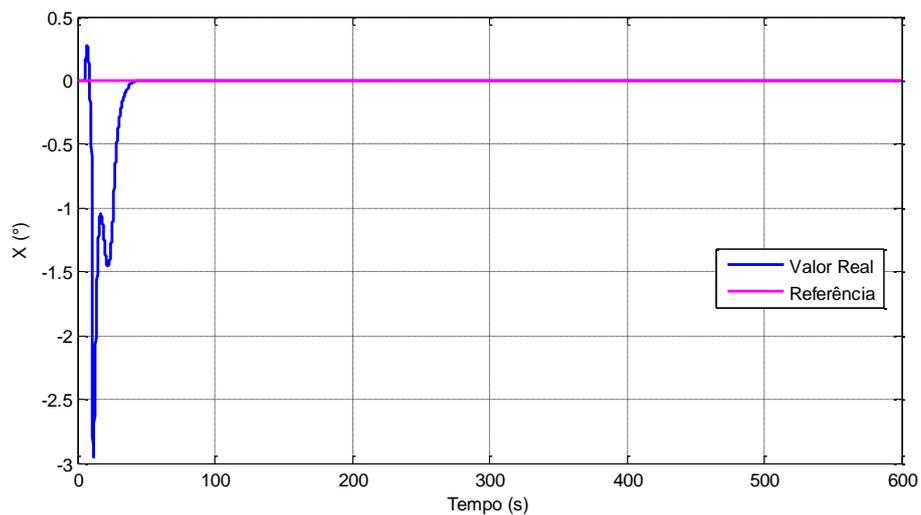
Tabela 5.3 – Resultados dos testes com ajuste do controlador.

	Eixo	$K_p$	$K_d$	$K_i$	Acomodação	Máximo	Sobressinal	Final
Teste 1	X	3	700	0,00003	227,8	-18,2102	0	0,0531
	Y	3	700	0,00003	582,9	-27,6033	-27,6033	0,0648
	Z	3	700	0,00003	550,2	-30,9337	11,7434	0,525
Teste 2	X	3	700	0,00003	210,6	-14,1884	0	0,0425
	Y	3	700	0,00003	545,3	-22,2905	-22,2905	0,0487
	Z	10	700	0,00003	563,6	-24,8582	16,9217	0,0196
Teste 3	X	10	700	0,00003	117,9	-8,0876	0,0605	0,0037
	Y	3	700	0,00003	544,6	-15,8151	-15,8151	0,0228
	Z	10	700	0,00003	563,8	-23,5478	14,8868	0,0187
Teste 4	X	10	700	0,00003	105,4	-7,9002	0	0,0033
	Y	3	700	0,00003	335,7	11,1201	-9,1068	0,0051
	Z	10	1000	0,00003	349	-17,1957	7,9362	0,005
Teste 5	X	10	700	0,00003	46,9	-7,4372	0	0,0032
	Y	3	700	0,00003	263	13,5383	-3,0494	-0,0149
	Z	10	2000	0,00003	189	10,0116	1,3428	0,003
Teste 6	X	10	700	0,00003	45,8	-7,4048	0	0,0032
	Y	3	1000	0,00003	170,3	11,2692	-1,8725	-0,0121
	Z	10	2000	0,00003	154,1	9,9749	1,5022	0,0029
Teste 7	X	10	1000	0,00003	67,4	-5,7434	0	0,0032
	Y	3	1000	0,00003	166,6	11,0009	-2,2418	-0,0099
	Z	10	2000	0,00003	156,5	9,9799	1,5363	0,0029
Teste 8	X	10	700	0,00003	44,6	-7,3333	0	0,0032
	Y	3	2000	0,00003	208,3	7,3804	-1,1382	-0,0076
	Z	10	2000	0,00003	126,3	9,8991	1,6517	0,0027
Teste 9	X	10	700	0,00003	54,7	-7,3279	0,0315	0,0032
	Y	10	2000	0,00003	138,5	6,0189	-3,277	0
	Z	10	2000	0,00003	123	9,8898	2,1163	0,0025
Teste 10	X	10	700	0,00003	44	-7,3072	0	0,0032
	Y	10	2500	0,00003	139,3	5,3329	-2,6316	0
	Z	10	2000	0,00003	123,1	9,87	1,9458	0,0025
Teste 11	X	10	700	0,00003	44,3	-7,1404	0	0,0032
	Y	10	2500	0,00003	131,9	5,5027	-2,2134	0
	Z	10	2500	0,00003	108,2	8,4526	1,0545	0,0023
Teste 12	X	25	1000	0,00003	43,6	-5,0273	0,0482	0
	Y	10	2500	0,00003	133	5,5144	-2,3348	0
	Z	10	2500	0,00003	105,1	8,4567	1,0272	0,0023
Teste 13	X	40	2000	0,00003	39,8	-2,9459	0	0
	Y	10	2500	0,00003	132,6	5,4451	-2,3912	0
	Z	10	2500	0,00003	103	8,4733	0,9837	0,0024

Fonte: Produção do autor.

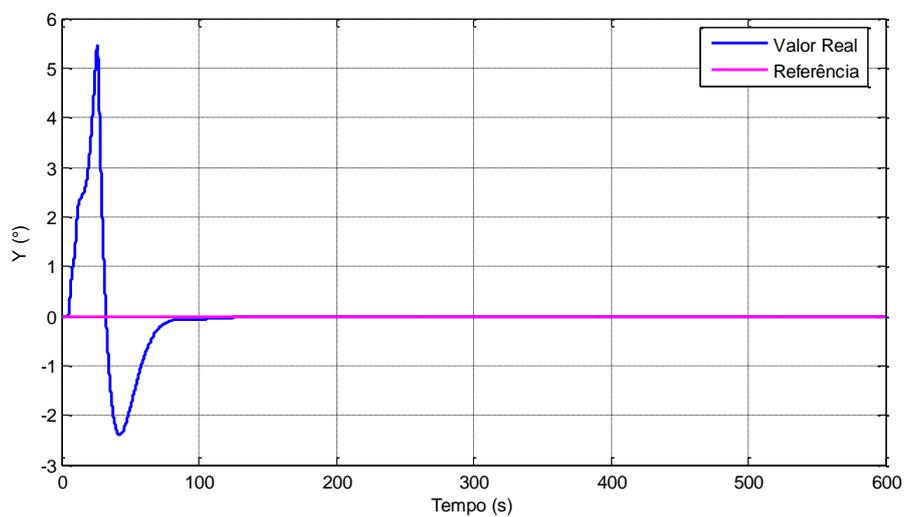
Após realizadas simulações com ganhos diferentes, foi possível obter os resultados visíveis nas figuras 5.114, 5.115 e 5.116.

Figura 5.114 – Eixo X, teste de controle 13.



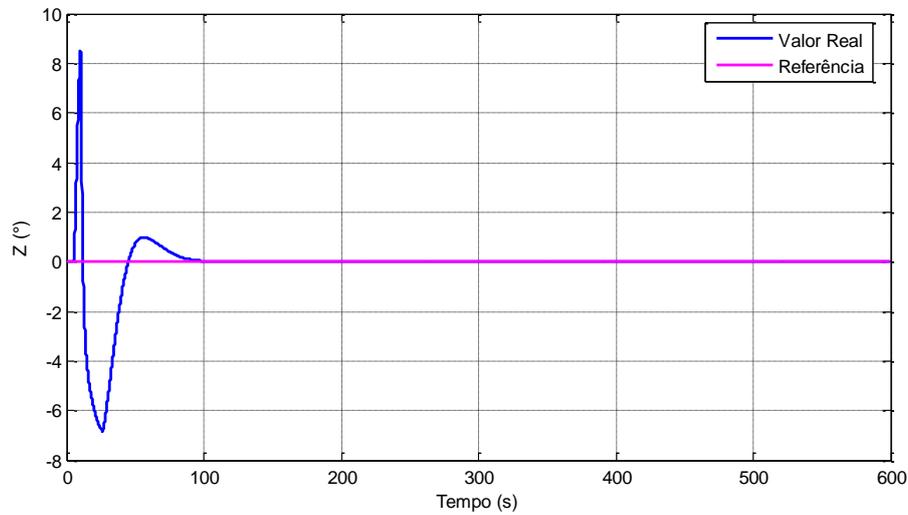
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.115 – Eixo Y, teste de controle 13.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.116 – Eixo Z, teste de controle 13.



Fonte: Produção do autor.

Foram observadas grandes reduções nos tempos de acomodação, desvio máximo e sobressinal se comparados com o teste um. Os valores obtidos se assemelham aos valores dos testes realizados no tópico 5.7 para painéis mais leves e molas com constantes elásticas menores.

Os resultados obtidos mostram que também é possível reduzir a influência da perturbação causada pela abertura do painel solar sobre o corpo principal do satélite mesmo com especificações que tornem o movimento mais impactante projetando o controlador adequadamente. Também pode-se observar pelos resultados obtidos que é possível utilizar o modelo computacional desenvolvido para realizar o projeto do controlador e testá-lo em diversas situações.



## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 6.1. Conclusões

O estudo realizado e descrito neste trabalho possibilitou a construção de um modelo computacional descrevendo matematicamente a dinâmica do movimento de abertura de um painel solar. Esse modelo foi posto à prova em diversas situações possíveis de uma missão. Os testes realizados permitiram a análise de informações referentes a torques perturbadores, variação do tensor de inércia e os efeitos causados por esse movimento de abertura sobre a atitude do satélite.

Os resultados obtidos demonstram, em diferentes situações, que o modelo computacional do painel solar gera dados que auxiliam a análise de missões antes do lançamento. Integrando-se com o simulador SAS sem problemas aparentes o modelo gerou resultados coerentes com a teoria e os resultados descritos na literatura.

Foram mostrados os efeitos perturbadores do movimento de abertura do painel solar com o sistema de controle desativado, demonstrando quanta influência esse movimento de abertura, que é comum em missões, pode ter no apontamento do satélite. Em seguida, foram testados os efeitos do sistema de controle sobre essa perturbação. Diferentes estratégias de controle foram simuladas, após abertura, durante a abertura e com a presença de rotações iniciais. Além de testar o modelo na presença de um sistema de controle, foi avaliado o seu comportamento quando observado por estimador do tipo Filtro de Kalman. Os resultados mostram não só que o modelo e o filtro são compatíveis, como também as vantagens obtidas na utilização de tal estimador. Em seguida, foi posta à prova a generalidade do modelo computacional ao mesmo tempo que se demonstrava como especificações diferentes, com relação à mola do mecanismo de abertura e a massa relativa do painel, afetam a atitude. Os resultados dessas simulações demonstraram como o simulador pode ser utilizado para gerar dados que serão úteis para o projeto de satélites artificiais.

Por fim, demonstrou-se como o simulador pode ser utilizado também para o projeto de sistemas de controle e como os ajustes nos ganhos do controlador PID podem fazer com que características construtivas, que gerariam grandes perturbações no momento da abertura do painel solar, podem se tornar menos impactantes na atitude do satélite.

## 6.2. Sugestões para trabalhos futuros

Devido à grande generalidade do simulador, são muitas as possibilidades para testes em situações diferentes de missões. Com o modelo no estado final deste estudo ainda é possível que sejam feitos estudos referentes a outras características construtivas, como a presença de um *yoke* ou de outros painéis. Pode também ser feito um estudo mais aprofundado do Filtro de Kalman implementado, variando-se seus parâmetros e avaliando os resultados.

Ao se ampliar as delimitações do estudo abre-se a porta para a melhoria do modelo construído com adições de outros efeitos físicos que ocorrem durante esse movimento, como por exemplo, o estudo dos modos de vibração.

Do ponto de vista de projeto, é possível utilizar o modelo desenvolvido para gerar mais dados referentes ao estudo de diferentes configurações de painel para que se possam extrair informações mais precisas para a construção de satélites artificiais. É possível também utilizar informações de missões reais para realizar a validação do modelo além da validação teórica. Referente ao sistema de controle, além da possibilidade de se testar os métodos de sintonia não abordados, pode-se também realizar estudos de outros tipos de controladores utilizando o simulador e gerando subsídios úteis para análises durante projetos de missões espaciais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADADE FILHO, A. **Fundamentos de robótica**. São José dos Campos: Centro Técnico Aeroespacial, Instituto Tecnológico da Aeronáutica, 2000.
- CARRARA, V. **Redes neurais aplicadas ao controle de atitude de satélites com geometria variável**. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologias Espaciais – Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1997.
- COSTA FILHO, A. C. **Análise da transição dos modos de Operação do controle de atitude**. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologias Espaciais – Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2015.
- CRAIG, J.J. **Introduction to robotics: mechanics and control**. 3.ed.. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, 2005.
- FUFA, B.; ZHAO-BO, C.; WENSHENG, M. Modeling and simulation of satellite solar panel deployment and locking. **Information Technology Journal**, v.9, n.3, p.600-604, 2010.
- GAO, E.; ZHANG, X.; YAO, Z. Simulation and analysis of flexible solar pannels' deployment and locking processes. **Journal of Shanghai Jiaotong University**, v. 13, n. 3, p. 275-279, 2008.
- GOLDSTEIN, H.; POOLE, C.; SAFKO, J. **Classical mechanics**. 3.ed. San Francisco: Addison Wesley, 2000.
- KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Journal of Basic Engineering**, v. 82 D, p. 35-45, 1960.
- KUGA, H. K. **Noções práticas de técnicas de estimação**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2005. Notas de aula.
- MEDRANO, R. A. **Campos vetoriais, espaços lineares e tensores na física: parte III: análise tensorial e suas aplicações**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1989.

MOTA, R. S.; ROCCO, E. M.; KUGA, H. K. Modelagem da perturbação na atitude de um satélite durante o procedimento de abertura dos painéis solares. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia**, v. 2, n. 19, p. 112-125, 2016.

NARAYANA, B. L.; KUMAR, H. N. S.; NAGESH, G.; NATARAJU, B. S. Deployment simulation for the side panels of a spacecraft solar array. In: NATIONAL CONFERENCE ON MECHANISMS AND MACHINES, 13., 2007, Bangalore, India. **Proceedings...** Bangalore: Indian Institute of Science, 2007.

NARDIN, A. B. **Análise de manobras de atracação de satélites dotados de manipuladores robóticos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologias Espaciais/ Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2015.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica**. 4.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

PORRO, J. R. S. **Estudo da dinâmica de um satélite artificial considerando abertura do painel solar**. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologias Espaciais/ Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2002.

ROCCO, E. M.; COSTA FILHO, A. C.; CARRARA, V. Effect the coupling between attitude and orbital control in maneuvers using continuous thrust. Minissimpósio: Aerospace Engineering. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES, 10., 2011. **Anais...** 2011.

ROCCO, E. M.; COSTA FILHO, A. C. Avaliação dos desvios na trajetória originados pelo acoplamento entre o controle de atitude e de órbita em manobras orbitais com propulsão contínua. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL (CNMAC), 35., 2015. **Anais...** 2015.

SANTOS, W. G. **Discrete multiobjective optimization applied to the spacecraft actuators command problem and tested in a hardware-in-the-loop rendezvous simulation**. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologias Espaciais – Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2015.

WALLRAPP, O.; WIEDEMANN, S. **Simulation of deployment of a flexible solar array**. Cranfield: Cranfield University, 2002.

WERTZ, J. R. et al. **Spacecraft attitude determination and control**. Dordrecht: Kluwer Academic, 1978.