MODELO MARKOVIANO PARA OTIMIZAÇÃO DA ALOCAÇÃO DE MÁQUINAS NUM SISTEMA DE PRODUÇÃO

Solon Venâncio de Carvalho

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Laboratório Associado de Computação e
Matemática Aplicada - LAC
Caixa Postal 515
12201-970 - São José dos Campos - SP
Brasil

Daniel Noyes

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes
Laboratoire Génie de Production
B. P. 1629
65016 - Tarbes
France

Resumo

Considera-se o problema de produzir um número finito N de lotes de peças idênticos numa unidade de produção. A produção deve ser efetuada num tempo fixn T. Levando em conta as possíveis falhas de máquinas, deseja-se otimizar a alocação dinâmica de máquinas, controlando o número de máquinas dedicadas à produção em função do tempo. Modela-se o problema por um Processo Markoviano de Decisão, onde o objetivo é minimizar o custo total esperado da produção. Consideram-se custos de operação, ociosidade e reparo das máquinas, além de uma penalidade pelo não cumprimento da missãn no tempo fixado. A otimização do modelo proposto é efetuada por um algoritmo de programação dinâmica. Por uma análise de pós-otimalidade, obtêm-se indicadores de disponibilidade e de desempenho do sistema. Estes indicadores fornecem uma boa imagem do comportameato esperado do sistema durante a missão. Resultados numéricos são apresentados.

1 - Descrição do modelo

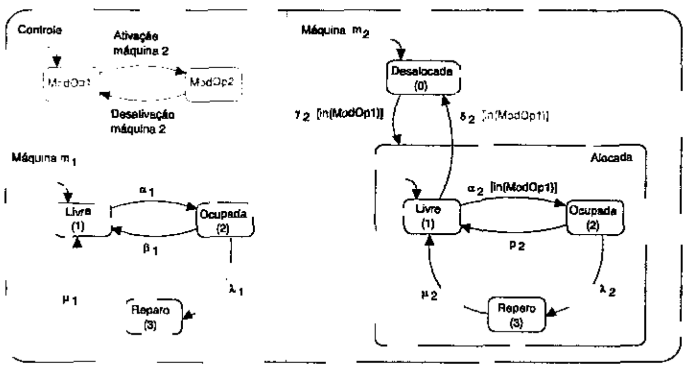
Considera-se a produção de N lotes de peças num intervalo de tempo fixo T. Os lotes de peças devem ser produzidos num sistema composto de uma máquina inteiramente alocada à sua produção (máquina m_1) e de uma segunda máquina que pode ser dinamicamente alocada à produção em função do desenvolvimento do processo produtivo (máquina m_2). Considerando que as máquinas estão sujeitas a quebras, modela-se o sistema por um Processo Markoviano de Decisão para obter uma política de alocação/desalocação da máquina m_2 ao longo da produção dos lotes de peças.

O funcionamento de cada máquina m_i ($i = 1, 2$) é modelado por uma cadeia de Markov a tempo contínuo. Os estados possíveis para cada máquina são 1, 2 e 3 que correspondem respectivamente a máquina livre, máquina ocupada e máquina em reparo. As transições entre os estados são disparadas por eventos correspondentes à solicitação, à resposta, à quebra e ao fim de reparo da máquina. Por hipótese, os tempos de solicitação, de resposta, de funcionamento até a quebra e de reparo de cada máquina são variáveis aleatórias independentes e exponencialmente distribuídas com taxas respectivas α_i, β_i, λ_i e μ_i. Considera-se uma política de reparo das máquinas do tipo multi-reparador, assim as duas máquinas podem ser reparadas simultaneamente.

Para a máquina m_2, considera-se ainda um estado de nãn-alocação à produção dos lntes de peças; este estadn é designado estado 0. Assume-se que o tempo necessário à alocação e à desalocação desta máquina à produção são variáveis aleatórias exponencialmente distribuídas cnm taxas respectivas γ_i, e δ_i.

Durante a produção, o cnmportamento dinâmico do sistema pode ser representado peln modelo statechart (Harel 87) apresentado na Fig. 1.1. Neste modelo estão representados os diagramas de estados das duas máquinas trabalhando em paralelo. Ao diagrama da máquina m_2 foi introduzido o estado 0 ("Desalocada") e os demais estados foram agrupados ao macroestado "Alocada". Introduziu-se no modelo um estado "Controle" para indicar a alocação dinâmica da máquina m_2. O controle do sistema pode gerar dois modos de operação, denominados ModOp1 e ModOp2, que correspondem respectivameate a se ter a máquina m_2 alocada ou desalocada.

FIGURA 1.1 - MODELO STATECHART DO SISTEMA



Para a minimização do custo total da produção, os seguintes custos são considerados:

- custo de operação das máquinas: taxa co_i quando a máquina m_i estiver em operação (estado 2),
- custo de reparo das máquinas: taxa cr_i quando a máquina m_i estiver em reparo (estado 3),
- custo de máquina parada: taxa ca_i se a máquina m_i estiver livre (estado 1)
- custo de alocação de máquina 2: taxa cm_2 se a máquina m_2 estiver alocada à produção (estados 1, 2 ou 3)
- penalidade pelo não cumprimento da produção no prazo estipulado: uma parte fixa p_0 e uma parte p_1 proporcional ao número de lotes não produzidos.

2 - Otimização do modelo - Processo Markoviano de Decisão

Na Fig. 1.1 apreseatou-se o comportamento geral do sistema. Para controlá-lo durante a produção dos N lotes de peças no tempo fixo T, supõe-se que o sistema é observado periodicamente no tempo em instantes dados por $t_k = kT/h$ para $k=0, 1, \ldots, h-1$, onde h é o número total de observações.

Em cada um dos instantes t_k, deve-se decidir sobre a alocação ou desalocação da máquina m_2 até o próximo instante de observação. Esta decisão é baseada no estado de cada máquina e no número de peças já produzidas. Assim, define-se o seguinte espaço de estados:

$$E = \{ (e_1, e_2, n) / e_1 = 1, 2, 3; e_2 = 0, 1, 2, 3; n = 0, 1, \ldots, N-1 \} \cup \{s_N\}$$

onde e_1 é o estado da máquina m_1, e_2 é o estado da máquina m_2 e n é o número de lotes já produzidos. Quando os N lotes estão prontos, o sistema vai ao estado absorvente s_N.

Em função do estado observado, deve-se tomar uma decisão pertencente ao espaço de ações $A = \{0, 1\}$ onde as ações 0 e 1 significam respectivamente deixar a máquina m_2 desalocada ou alocada até o próximo instante de observação.

Uma política de controle do sistema é uma funçãn indicando uma ação $a(i, k) \in A$ a ser tomada se o sistema for observado no estado $i \in E$ no instante de observação t_k. Note que a indicação de uma ação não é necessária para o estado s_N, pois neste caso a produção dos lotes já está concluída. Como a alocação da máquina m_2 permite acelerar a produção a custos mais elevados, sem perda de generalidade, pode-se considerar políticas definidas por níveis $I(e_1, e_2, k)$. Estas políticas prescrevem a alocação da máquina m_2 no intervalo de tempo $[t_k, t_{k+1})$ se e somente se no instante t_k as máquinas m_1 e m_2 são observadas nos estados e_1 e e_2 respectivamente e se o número de lotes produzidos até este instante aão atinge o nível $I(e_1, e_2, k)$.

Para a obtenção de uma política de controle que minimiza o custo total esperado da produção, n sistema é visto como um Processo Markoviano de Decisão (PMD) a horizonte finito. Sob uma *hipótese* de homogeneidade no tempo, dado que num instante de observação o processo está num estado $i \in E$ e que uma ação $a \in A$ foi escolhida, comportamento dinâmico do PMD é descrito por:

$p_{ij}(a)$ = probabilidade de que no próximo instante de observação o processo esteja no estado j;

$C(i,a)$ = custo esperado até o próximo instante de observação.

Estas grandezas são obtidas pela análise do comportamento estocástico do sistema e da estrutura de custos considerada.

O algoritmo para obter uma política de custo mínimo é haseado na programação dinâmica ([Heyman e Sobel 82]). Este algoritmo é baseado no cálculo de custos $V_k(i)$, definidos como o custo mínimo esperado do processo nos k últimos intervalos de tempo entre observações, ou seja no intervalo $(t_{h-k}, T]$, dado que no instante de observação t_{h-k} o sistema está no estado i.

Coasiderando um custo iastantâneo $V_0(i)$ incorrido ao fim do horizonte de planejamento quando, neste instante, o sistema é observado no estado i, os valores de $V_k(i)$ podem ser obtidos pela seguinte expressão:

$$V_{k+1}(i) = \min_{a \in A} \left\{ C(i,a) + \sum_{j \in E} p_{ij}(a)\, V_k(j) \right\} \quad \forall i \in E \;\; e \;\; k = 0, 1, 2, \ldots, h-1$$

onde a ação "a" que minimiza o segundo termo desta equação para cada valor de k e para cada estado i corresponde à ação prescrita pela política de controle ótima.

3 - Resultados Numéricos

Considerou-se a produção de 10 lotes de peças num prazo de 10 semanas. Os dados numéricos considerados foram:

$\alpha_1 = 10 \quad \beta_1 = 1 \quad \lambda_1 = 0,3 \quad \mu_1 = 2,$

$\alpha_2 = 10 \quad \beta_2 = 0,8 \quad \lambda_1 = 0,2 \quad \mu_1 = 2 \quad \gamma_2 = 5, \quad \delta_2 = 5$

$co_1 = 20 \quad cr_1 = 30 \quad ca_1 = 5 \quad co_2 = 20 \quad cr_2 = 30 \quad ca_2 = 5 \quad cm_2 = 10$

$p_0 = 100 \quad p_1 = 50$

Para estes dados, obteve-se um custo esperado total mínimo de \$ 339,94. A política de controle *ótima* correspondeate é mostrada na Tabela 3.1. Esta tabela deve ser interpretada da seguinte maneira: suponha que no final da 4° semana (k=4) o sistema já tenha produzido 5 lotes de peças, a máquina m_1 está trabalhando sobre um novo lote (e_1=2) e a máquina m_2 está desativada (e_2=0). Para k=5 e s=(e_1, e_2)=(2,0), a Tabela 3.1 indica que a máquina m_2 deve ser ativada se o número de peças já produzidas não atinge o nível I(e_1, e_2, k) = I(2, 0, 4) = 5. Como o aúmero de lotes já produzidos atinge o nível I(2, 0, 4), a máquina m_2 deve permanecer *desalocada* durante a 5° semana.

Por uma análise de pós-otimalidade obteve-se os seguintes indicadores de performance e disponibilidade do sistema sob a política de controle ótima:

- Tempo esperado de produção:	8,33 semanas
- Probabilidade de cumprimento da missão no prazo fixado:	81,3 %
- Tempo esperado de alocação da máquina m_2:	4,80 semanas
- Disponibilidade da máquina m_1 (em relação ao tempo de produção):	88,7 %
- Disponibilidade da máquiaa m_2 (em relação ao tempo de alocação):	92,3 %

Finalmeote, a Tabela 3.2 mostra que o resultado obtido com a alocação dinâmica da máquina m_2 (m_1+m_2(din)) é melhor que aqueles obtidos com a oão alocação da máquina m_2 para a produção (m_1) e com a alocação estática da máquina m_2 (m_1+m_2).

TABELA 3.1 - POLÍTICA DE CONTROLE ÓTIMA - NÍVEIS $I(e_1, e_2, k)$

Estado das máquinas	Instantes de observação (k)									
(e1, e2)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
(1, 0)	0	1	2	4	5	6	7	9	10	10
(1, 1)	1	2	3	4	5	6	8	9	10	10
(1, 2)	1	2	3	4	5	6	7	10	10	10
(1, 3)	1	2	3	4	5	7	8	10	10	10
(2, 0)	0	1	2	3	5	6	7	9	10	10
(2, 1)	1	2	3	4	5	6	8	9	10	10
(2, 2)	0	1	2	3	4	6	7	10	10	10
(2, 3)	1	2	3	4	5	6	8	10	10	10
(3, 0)	0	2	3	4	5	6	9	10	10	10
(3, 1)	2	3	4	5	6	7	8	10	10	10
(3, 2)	1	2	3	4	5	6	8	10	10	10
(3, 3)	2	3	4	5	6	7	8	10	10	10

TABELA 3.2 - COMPARAÇÃO ENTRE TIPOS DE ALOCAÇÃO DA MÁQUINA m_2

Valor esperado	m_1	m_1+m_2(din)	m_1+m_2
Custo de produção	186,22	302,58	333,16
Penalidade	201,88	37,36	17,07
Custo total	388,10	339,94	350,23

4 - Conclusão

Neste trabalho mostrou-se uma aplicação da programação dinâmica estocástica em sistemas de produção. Os resultados obtidos mostram o interesse desta abordagem na otimização de sistemas de produção sujeitos a falhas. O modelo pode ser facilmente esteadido para o estudo da alocação dinâmica de um número finito de máquinas.

Bibliografia

CARVALHO, Solon Venâncio de. Modèles stochastiques appliqués à l'optimisatioo de la performance et de la sûreté de fonctionnement des systèmes de productioa. Toulouse, França: UPS, 1991. 153 p. Tese (Doutnrado em Automática e Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação da Universidade Paul Sabatier, 1991.

HAREL, D. Statecharts: a visual formalism for complex systems. Science of Computer Programming. Vol. 8, 1987

HEYMAN, D. P.; SOBEL, M. J. Stochastic models in operations research. MacGraw-Till, New York, 1982. (2 v.).