

sid.inpe.br/mtc-mxx/aaaa/00.00.00.00-XXX

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE LONGO PERÍODO DAS ÓRBITAS QUASE CIRCULARES EM UM CAMPO DE GRAVIDADE

Leonardo de Oliveira Ferreira

Relatório Final de Iniciação Científica,
orientada pelo Dr. Hélio Koiti Kuga e
pela Dra. Paula Cristiane Pinto
Mesquita Pardal.

URL do documento original:
<<http://urlib.net/xx/yy>>

INPE
São José dos Campos
2017



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS



ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE LONGO PERÍODO DAS ÓRBITAS QUASE CIRCULARES EM UM CAMPO DE GRAVIDADE

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(PIBIC/CNPq/INPE)**

**Leonardo de Oliveira Ferreira (Universidade de São Paulo, Bolsista
PIBIC/CNPq)**

E-mail: leonardo.of@webmail.eel.usp.br

Helio Koiti Kuga (ITA/DCTA, Orientador)

E-mail: helio.kuga@inpe.br

Paula Cristiane Pinto Mesquita Pardal (DEBAS/EEL/USP, Orientadora)

E-mail: paulapardal@usp.br

Julho de 2017

Esta ficha será revisada pelo SID.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Cutter Ferreira, Leonardo de Oliveira.
Estudo do comportamento de longo período das órbitas quase circulares em um campo de gravidade / Leonardo de Oliveira Ferreira - São José dos Campos: INPE, 2017.

Relatório Final (Iniciação Científica) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2017.
Orientador: Hélio Koiti Kuga e Paula Cristiane Mesquita Pardal.

período. 1. Órbitas congeladas. 2. Geopotencial. 3. Variações de longo período.

I. Título

CDU



Esta obra foi licenciada sob uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada.

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License.

[Informar aqui sobre marca registrada](#)

FOLHA DE APROVAÇÃO
CONFECCIONADA PELO SPG E INCLUÍDA PELO SID

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo estudar uma solução para o comportamento de longo período de uma órbita quase circular em um campo de gravidade não uniforme, tópico que tem ocupado posição de destaque na astrodinâmica nos últimos 50 anos. O problema é comumente abordado concentrando os estudos nos efeitos dos harmônicos zonais de segunda ordem, pois estes possuem valores de ordem de grandeza muito maiores do que quaisquer outros coeficientes. Aqui, a proposta inicial¹ era realizar um estudo que incluísse coeficientes zonais de ordem e grau mais altos. A abordagem consistia em linearizar as equações variacionais do movimento e eliminar um grau de liberdade com uma integral do movimento. Por corresponderem à solução de equilíbrio das equações variacionais do movimento, as órbitas congeladas (para as quais o raio orbital se mantém próximo de constante para qualquer latitude) também foram estudadas. Nestas órbitas, não há variação de longo período na excentricidade e no argumento do perigeu. Os códigos computacionais utilizados nos cálculos dos resultados foram implementados em linguagem de programação MATLAB¹, testados e utilizados para o cálculo da evolução dos elementos orbitais do CBERS-4.

Palavras-chave: Órbitas Congeladas. Geopotencial. Variações de Longo Período.

¹Este plano de trabalho foi proposto para ser executado em um período de 12 meses. No entanto, como a bolsa de Iniciação Científica somente foi implementada em janeiro/2017, o período total efetivo de desenvolvimento de trabalho foi de pouco mais de 6 meses.

STUDY OF THE LONG PERIOD BEHAVIOR OF THE NEAR CIRCULAR ORBITS IN A GRAVITY FIELD

ABSTRACT

This work is meant to study a solution for the long period behavior of a near circular orbit in a non-uniform gravity field. The problem is commonly addressed focusing the studies in the effects of the second degree zonals, as these are responsible for the largest effects. Here, the initial proposal² was to study the effects of the addition of higher degree and higher order zonal coefficients. The approach consisted in the linearization of the equations of motion and elimination of one freedom degree with an integral of motion. The frozen orbits were also a topic of study, since they correspond to the equilibrium solutions for the equations of motion. This type of orbit is characterized by the absence of long period variations in the eccentricity and in the argument of perigee. The computational codes written for this project were implemented in the MATLAB programming language², tested and used for the calculations of the evolution of the orbital elements for CBERS-4 satellite.

Keywords: Frozen Orbits. Geopotential. Long Period Variations.

²Initially, this project was planned for 12 months of work. However, since the study grant was only implemented in January/2017, the total period of development of this project was about 6 months.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 1.1 - Elementos keplerianos..	17
Figura 3.1 - Comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu para diferentes valores iniciais do argumento do perigeu. Perturbações até a ordem de J_3	26
Figura 3.2 - Comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu para diferentes valores iniciais do argumento do perigeu. Perturbações até a ordem de J_5	26
Figura 3.3 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 90°	27
Figura 3.4 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 100°	27
Figura 3.5 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 110°	28
Figura 3.6 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 120°	28
Figura 3.7 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 130°	29
Figura 3.8 - Comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu para diferentes valores iniciais do argumento do perigeu para o CBERS-4. Perturbações até a ordem de J_3	30
Figura 3.9 - Comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu para diferentes valores iniciais do argumento do perigeu para o CBERS-4. Perturbações até a ordem de J_5	31
Figura 3.10 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 90°	31

Figura 3.11 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 100°	32
Figura 3.12 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 110°	32
Figura 3.13 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 120°	33
Figura 3.14 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 130°	33
Figura 3.15 - Comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu para diferentes valores iniciais do argumento do perigeu para dados recentes do CBERS-4. Perturbações até a ordem de J_5	35

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
Tabela 3.1 - Tempos de processamento para diferentes valores iniciais do argumento do perigeu.....	34
Tabela 3.2 - Amplitudes dos erros na excentricidade.....	36
Tabela 3.3 - Amplitudes dos erros no argumento do perigeu.....	36

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	15
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	17
2.1. ELEMENTOS KEPLERIANOS	17
2.2. EQUAÇÕES LAGRANGIANAS DO MOVIMENTO	18
2.3. O POTENCIAL DE PERTURBAÇÃO	19
3 RESULTADOS E ANÁLISES	25
3.1. TESTE DO CÓDIGO IMPLEMENTADO	25
3.2. TESTE PARA O CBERS-4.....	29
4 CONCLUSÃO.....	37
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	39

1 INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento de longo período de uma órbita quase circular em um campo de gravidade não uniforme tem ocupado posição de destaque na astrodinâmica nos últimos 50 anos. Os estudos sobre este tópico comumente concentram-se nos efeitos dos harmônicos zonais de segunda ordem, pois estes possuem valores de ordem de grandeza muito maiores do que quaisquer outros coeficientes, no caso da Terra. A maior dificuldade deste problema é determinar uma solução válida para uma inclinação próxima de zero e que inclua os efeitos de coeficientes do campo de gravidade de ordem mais alta.

Os elementos keplerianos (a , e , i , ω , Ω , τ), também chamados de elementos clássicos, constituem coordenadas que posicionam completamente o satélite em sua órbita (KUGA et al., 2012). Esses elementos orbitais permaneceriam constantes caso o movimento orbital não sofresse perturbações. Entretanto, devido a diversos efeitos perturbadores como, por exemplo, a distribuição não uniforme de massa da Terra, o arrasto atmosférico, a pressão de radiação solar e a atração gravitacional luni-solar, entre outros, tais elementos sofrem variações no tempo. Para determinados tipos de órbitas, faz-se necessário que certos elementos keplerianos sejam mantidos congelados, isto é, constantes. Órbitas congeladas são caracterizadas por manter a excentricidade e o argumento do perigeu próximos de constantes (“congelados”) e, desta forma, garantir que o satélite sempre terá uma mesma altitude ao passar por uma determinada latitude.

O principal objetivo deste projeto foi estudar uma solução para o comportamento de longo período de uma órbita quase circular em um campo de gravidade. A proposta inicial era obter uma solução baseada na linearização das equações do movimento e que incluísse coeficientes dos harmônicos zonais até ordem e grau infinitos. Por corresponderem à solução de equilíbrio das equações variacionais do movimento, as órbitas congeladas também foram estudadas.

Pela limitação do tempo para o desenvolvimento do projeto (a bolsa de Iniciação Científica PIBIC-INPE foi implementada em janeiro/2017), os termos das perturbações de longo período incluídos nos resultados vão apenas até o J_5 . O modelo foi codificado em linguagem MATLAB e testado para diferentes situações.

Os pontos Ω e π são, respectivamente, o nodo ascendente (ponto onde a órbita cruza o Equador, do hemisfério sul para o norte) e o perigeu (ponto da elipse mais próximo do foco).

Assim, os seis elementos orbitais são definidos como (KUGA et al., 2012):

- a : o semi-eixo maior;
- e : a excentricidade;
- M : a anomalia média;
- i : a inclinação da órbita em relação ao Equador;
- Ω : a ascensão reta do nodo ascendente;
- ω : o argumento do perigeu.

Se o movimento orbital não sofresse perturbações, estes elementos orbitais seriam mantidos constantes. Entretanto, diversos fatores podem causar efeitos perturbadores no movimento do satélite em órbita e, assim, causar variações nos elementos keplerianos da órbita.

Alguns elementos orbitais precisam ser muito bem controlados para que a órbita mantenha o comportamento desejado. No caso das órbitas congeladas, os elementos que mais têm destaque no controle do satélite são a excentricidade e e o argumento do perigeu ω .

2.1. EQUAÇÕES LAGRANGIANAS DO MOVIMENTO

As equações Lagrangianas do movimento são utilizadas para uma investigação analítica da evolução dos elementos orbitais. Estas equações fornecem a taxa de variação dos elementos keplerianos com relação ao tempo, conforme abaixo (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991).

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \frac{\partial V}{\partial M} \quad (2.1)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{1 - e^2}{na^2e} \frac{\partial V}{\partial M} - \frac{(1 - e^2)^{1/2}}{na^2e} \frac{\partial V}{\partial \omega} \quad (2.2)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{\cos i}{na^2(1 - e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial V}{\partial i} - \frac{(1 - e^2)^{1/2}}{na^2e} \frac{\partial V}{\partial e} \quad (2.3)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\cos i}{na^2(1 - e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial V}{\partial \omega} - \frac{1}{na^2(1 - e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial V}{\partial \Omega} \quad (2.4)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{na^2(1 - e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial V}{\partial i} \quad (2.5)$$

$$\frac{dM}{dt} = n - \frac{1 - e^2}{na^2e} \frac{\partial V}{\partial e} - \frac{2}{na} \frac{\partial V}{\partial a} \quad (2.6)$$

Sendo V o potencial gravitacional de perturbação e sendo n o movimento médio (“mean motion”) (KUGA et al., 2012)

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (2.7)$$

Onde μ é o produto da constante universal da gravitação e a massa do corpo central.

2.2. O POTENCIAL DE PERTURBAÇÃO

O potencial de perturbação é comumente representado na forma de harmônicos esféricos, (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991)

$$V = \frac{\mu}{r} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{a_e}{r}\right)^l \sum_{m=0}^l \bar{P}_{lm}(\sin \phi) (\bar{C}_{lm} \cos m\lambda + \bar{S}_{lm} \sin m\lambda) \quad (2.8)$$

onde a_e é o semieixo maior do elipsoide de referência do corpo central; r , \varnothing e λ são, respectivamente, a distância geocêntrica do satélite, a latitude e a longitude, em relação a um sistema de coordenadas de um corpo fixo; \bar{C}_{lm} e \bar{S}_{lm} são coeficientes harmônicos geopotenciais normalizados de grau l e ordem m e; \bar{P}_{lm} são funções associadas de Legendre normalizadas (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991).

Entretanto, é necessário que este potencial seja dado em termos dos elementos orbitais. Esta conversão é dada por Kaula (2000),

$$V = \frac{\mu}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{a_e}{a}\right)^l \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^l F_{lmp}(i) \sum_{q=-\infty}^{\infty} G_{lpq}(e) S_{lmpq}(\omega, M, \Omega, \theta) \quad (2.9)$$

onde

$$S_{lmpq} = \begin{bmatrix} C_{lm} \\ -S_{lm} \end{bmatrix}_{l-m \text{ odd}}^{l-m \text{ even}} \cos \varphi_{lmpq} + \begin{bmatrix} S_{lm} \\ C_{lm} \end{bmatrix}_{l-m \text{ odd}}^{l-m \text{ even}} \sin \varphi_{lmpq} \quad (2.10)$$

e

$$\varphi_{lmpq} = (l - 2p)\omega + (l - 2p + q)M + m(\Omega - \theta) \quad (2.11)$$

sendo θ a ascensão reta de Greenwich.

As funções $F_{lmp}(i)$ e $G_{lpq}(e)$ são dadas por Kaula (2000).

O efeito de interesse para este projeto é o dos harmônicos esféricos zonais ($m = 0$). Neste caso, o potencial de perturbação devido aos zonais é dado por (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991)

$$V = \frac{\mu}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{a_e}{a}\right)^l \sum_{p=0}^l F_{l0p}(i) \sum_{q=-\infty}^{\infty} G_{lpq}(e) C_{l0} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{l0pq} \\ \sin \varphi_{l0pq} \end{bmatrix}_{l \text{ odd}}^{l \text{ even}} \quad (2.12)$$

onde

$$\varphi_{lmpq} = (l - 2p)\omega + (l - 2p + q)M \quad (2.13)$$

Esse potencial terá variações de curto período, variações de longo período e variações seculares. Como o interesse deste projeto está nas variações de longo período, é possível eliminar as contribuições das variações seculares e de curto período (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991).

Como as variações de curto período são devidas à dependência da anomalia média, sua contribuição é eliminada simplesmente fazendo $q = 2p - l$. Assim, o potencial contendo somente as contribuições das variações seculares e de longo período é dado pela equação abaixo (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991).

$$V = \frac{\mu}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{a_e}{a}\right)^l \sum_{p=0}^l \bar{F}_{l0p}(i) G_{lp(2p-l)}(e) \bar{C}_{l0} \begin{bmatrix} \cos(l - 2p)\omega \\ \sin(l - 2p)\omega \end{bmatrix}_{l \text{ odd}}^{l \text{ even}} \quad (2.14)$$

As variações seculares ocorrerão quando $l = 2p$, o que elimina o termo sinusoidal do potencial (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991).

Os termos do potencial dado pela Equação 2.14 para os quais $l \neq 2p$ produzirão as variações de longo período nos elementos orbitais. As seguintes

relações podem ser utilizadas para simplificar o potencial (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991):

$$G_{lp(2p-l)} = G_{l(l-p)(l-2p)} \quad (2.15)$$

$$\bar{F}_{l0p} = (-1)^{l-2p} \bar{F}_{l0(l-p)} \quad (2.16)$$

Assim, o potencial pode ser reescrito como

$$V = 2 \frac{\mu}{a} \sum_{l=3}^{\infty} \left(\frac{a_e}{a}\right)^l \sum_{p=1}^{\frac{l-1}{2}} \bar{F}_{l0p}(i) G_{lp(2p-l)}(e) \bar{C}_{l0} \begin{bmatrix} \cos(l-2p)\omega \\ \sin(l-2p)\omega \end{bmatrix}_{l \text{ odd}}^{l \text{ even}} \quad (2.17)$$

O termo $p = l/2$ foi omitido por tratar de variações seculares e o termo $p = 0$ também foi omitido, pois $G_{l0(-l)} = 0$ para qualquer l . Fazendo $k = p$ a partir da Equação 2.17 obtém-se (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991)

$$V = 2 \frac{\mu}{a} \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{a_e}{a}\right)^{2k+q} \bar{F}_{(2k+q)0k}(i) G_{(2k+q)k(-q)}(e) \bar{C}_{(2k+q)0} \begin{bmatrix} \cos q\omega \\ \sin q\omega \end{bmatrix}_{q \text{ odd}}^{q \text{ even}} \quad (2.18)$$

Como as funções G_{lpq} possuem valores de ordem $e^{|q|}$, para valores pequenos da excentricidade (como no caso dos CBERS) o termo $q = 1$ será dominante. Portanto, a Equação 2.18 é simplificada conforme segue (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991)

$$V = 2 \frac{\mu}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{a_e}{a} \right)^{2k+1} \bar{F}_{(2k+1)0k}(i) G_{(2k+1)k(-1)}(e) \bar{C}_{(2k+1)0} \sin \omega \quad (2.19)$$

Como o potencial independe da anomalia média, o semieixo maior da órbita será constante e a equação da excentricidade se resume a

$$\frac{de}{dt} = - \frac{(1 - e^2)^{1/2}}{na^2 e} \frac{\partial V}{\partial \omega} \quad (2.20)$$

Como a equação do argumento do perigeu não depende da anomalia média e nem da ascensão reta do nodo ascendente, esses dois elementos não precisam ser consideradas (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991). A equação da inclinação pode ser simplificada para

$$\frac{di}{dt} = \frac{\cos i}{na^2 (1 - e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial V}{\partial \omega} \quad (2.21)$$

Entretanto, comparando as Equações 2.20 e 2.21 é possível estabelecer uma relação entre a inclinação e a excentricidade (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991)

$$(1 - e^2)^{1/2} \cos i = (1 - e_0^2)^{1/2} \cos i_0 \quad (2.22)$$

Desta forma, só é necessário considerar as equações da excentricidade e do argumento do perigeu.

Substituindo o potencial dado na Equação 2.19 nas Equações 2.20 e 2.3, temos (ROSBOROUGH; OCAMPO, 1991)

$$\frac{de}{dt} = -2n \frac{(1-e^2)^{1/2}}{e} \left[\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{a_e}{a}\right)^{2k+1} \bar{F}_{(2k+1)0k} G_{(2k+1)k(-1)} \bar{C}_{(2k+1)0} \right] \cos \omega \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} = 2n \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{a_e}{a}\right)^{2k+1} \left[\frac{(1-e^2)^{1/2}}{e} \bar{F}_{(2k+1)0k} G'_{(2k+1)k(-1)} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\cos i}{(1-e^2)^{1/2} \sin i} \bar{F}'_{(2k+1)0k} G_{(2k+1)k(-1)} \right] \bar{C}_{(2k+1)0} \right\} \sin \omega \end{aligned} \quad (2.24)$$

Estas equações podem ser utilizadas para encontrar as equações finais utilizadas neste projeto, considerando os termos J_3 e J_5 , dadas abaixo (RAIMUNDO, 2002)

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt} = -3n \frac{a_e^2}{a^2(1-e^2)^2} \left(1 - \frac{5}{4} \sin^2 i\right) \left[\frac{J_3 a_e}{2a} \sin i + \frac{5}{32} \frac{J_5 a_e^3}{a^3(1-e^2)^3} \sin i \right. \\ \left. + 3e^2 \left(\frac{1 - 9 \cos^2 i - 24 \cos^4 i}{1 - 5 \cos^2 i} \right) \right] \cos \omega \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} = 3n \frac{a_e^2}{a^2(1-e^2)^2} \left(1 - \frac{5}{4} \sin^2 i\right) \left\{ 1 + \frac{J_3 a_e}{2a(1-e^2)} \left(\frac{\sin^2 i - e^2 \cos^2 i}{e \sin i} \right) \right. \\ + \frac{J_5 a_e^3}{a^3(1-e^2)^3} \left\{ \frac{5}{64} \left[\left(\frac{(1-e^2) \sin i}{e} - \frac{e \cos^2 i}{\sin i} \right) (4 + 3e^2) \right. \right. \\ \left. \left. + e \sin i (26 + 9e^2) \right] \left(1 - 9 \cos^2 i - \frac{24 \cos^4 i}{1 - 5 \cos^2 i} \right) - \frac{15}{32} e \cos^2 i \sin i \right. \\ \left. \left. + 3e^2 \left(3 + \frac{16 \cos^2 i}{1 - 5 \cos^2 i} + \frac{40 \cos^4 i}{(1 - 5 \cos^2 i)^2} \right) \right\} \right\} \sin \omega \end{aligned} \quad (2.26)$$

3 RESULTADOS E ANÁLISES

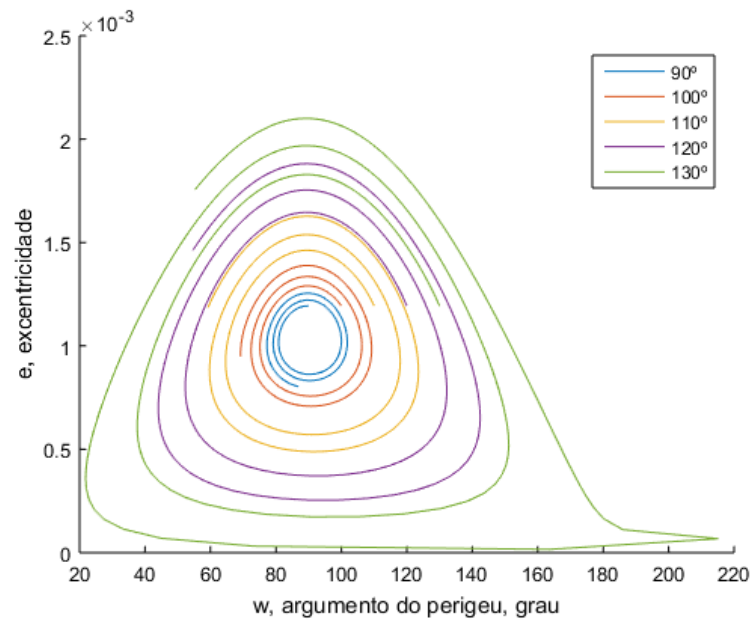
3.1. TESTE DO CÓDIGO IMPLEMENTADO

Primeiramente, as equações foram implementadas em linguagem de programação MATLAB e os resultados obtidos foram comparados aos encontrados por Raimundo (2002).

Nas Figuras 3.1 a 3.7 são reproduzidos os gráficos da evolução dos elementos orbitais “frozen” do CBERS-1, com valores dos elementos orbitais coletados em uma determinada data (27 de junho de 2001) e listados abaixo, juntamente do valor de a_e . Os mesmos valores foram utilizados por Raimundo (2002).

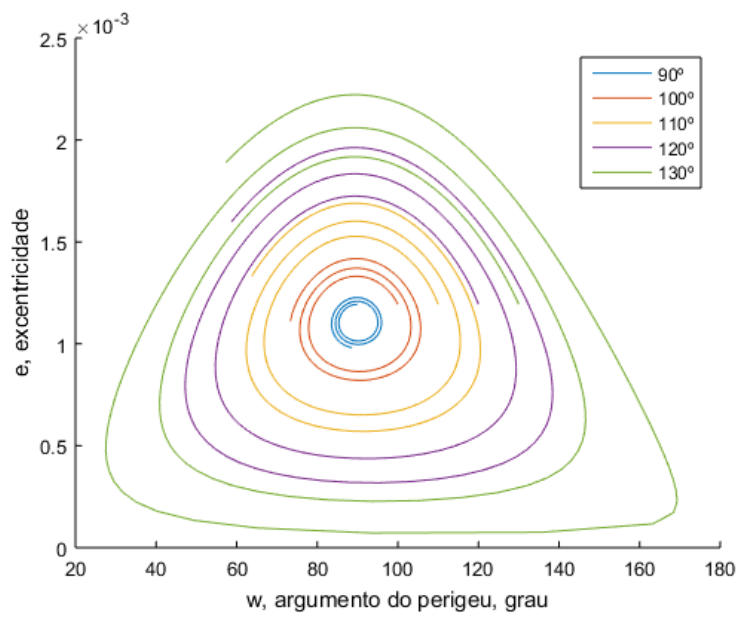
- Semieixo maior (a) = 7148763,507291386 km
- excentricidade (e) = 0,001193381487911
- inclinação (i) = 98,4895748835131°
- argumento do perigeu (ω): começando com 90° e variando até 130°
- a_e = 6.378,135 km

Figura 3.1 - Comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu para diferentes valores iniciais do argumento do perigeu. Perturbações até a ordem de J_3 .



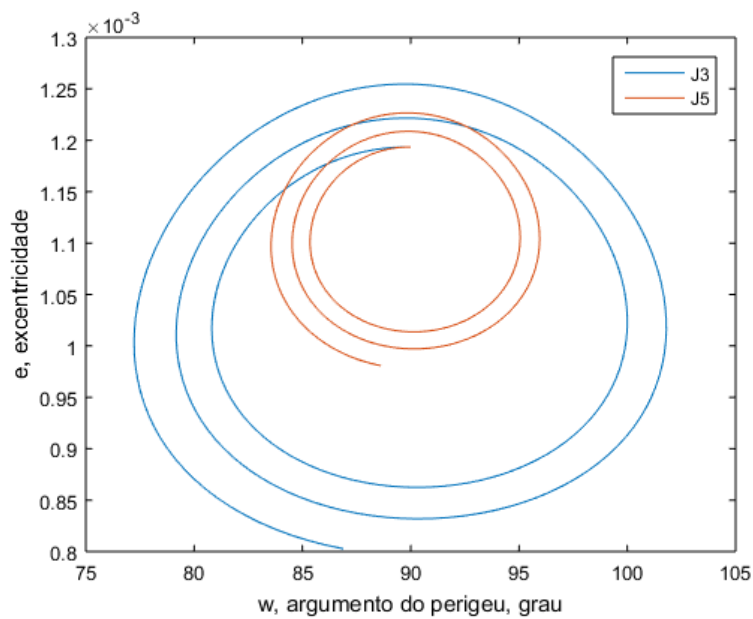
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.2 - Comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu para diferentes valores iniciais do argumento do perigeu. Perturbações até a ordem de J_5 .



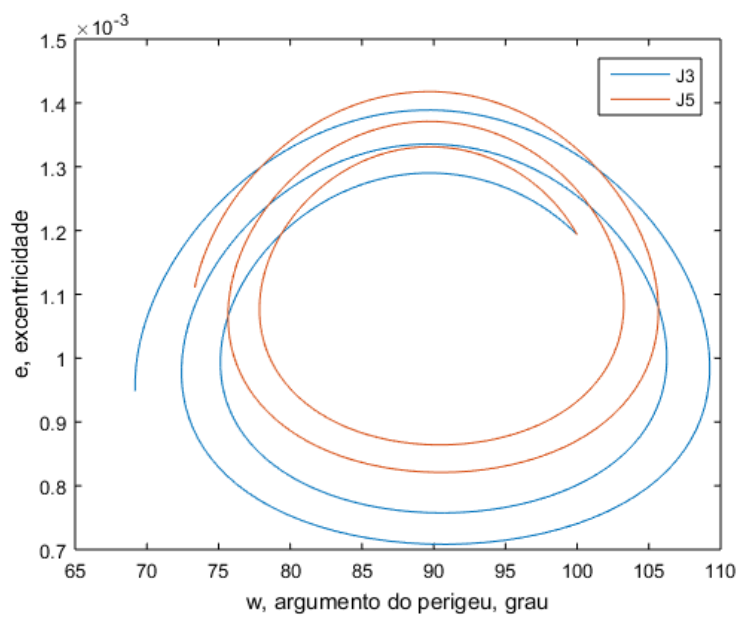
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.3 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 90° .



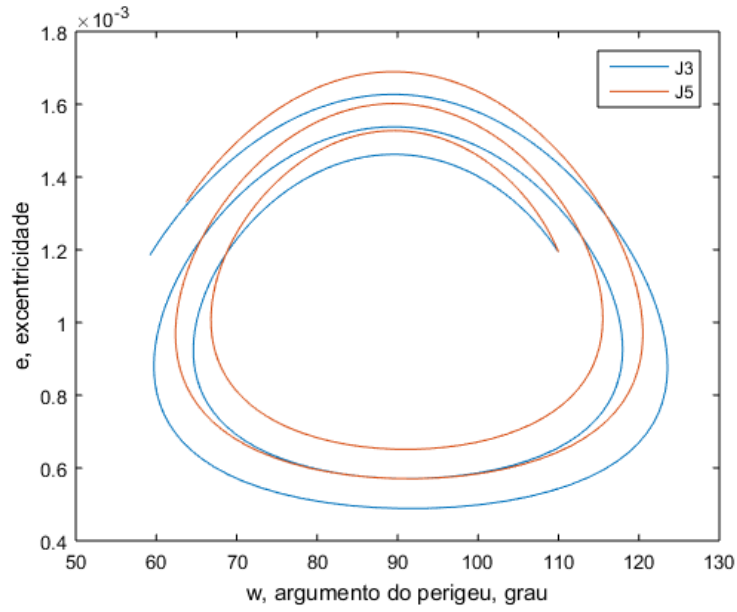
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.4 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 100° .



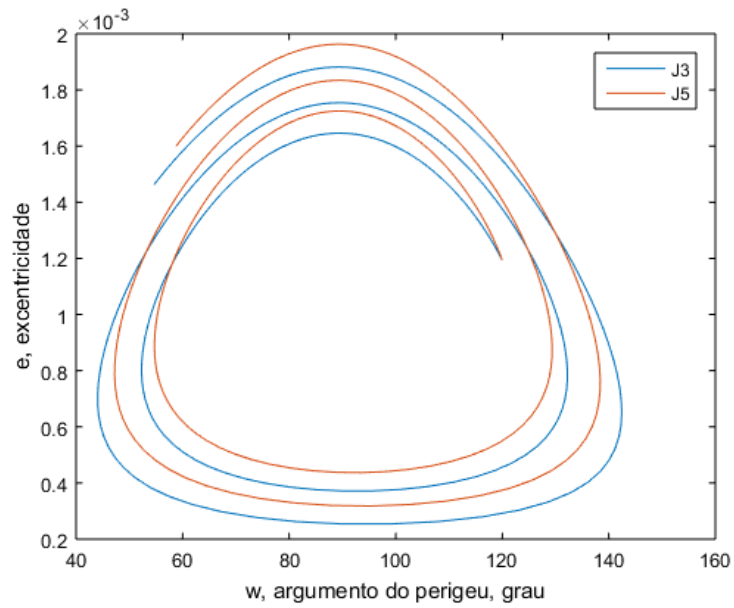
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.5 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 110° .



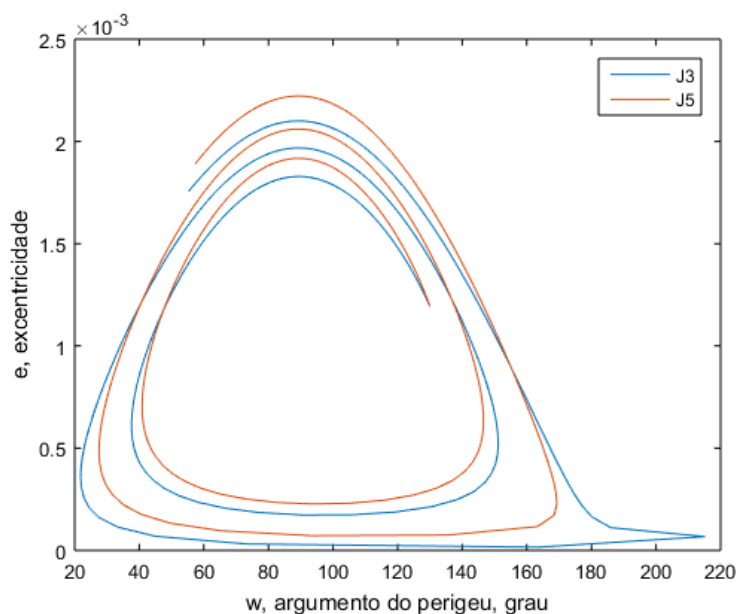
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.6 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 120° .



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.7 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 130° .



Fonte: Produção do autor.

Os gráficos das Figuras 3.1 a 3.7 mostram o mesmo comportamento encontrado por Raimundo (2002). Desta forma, os códigos implementados em MATLAB são considerados válidos.

3.2. TESTE PARA O CBERS-4

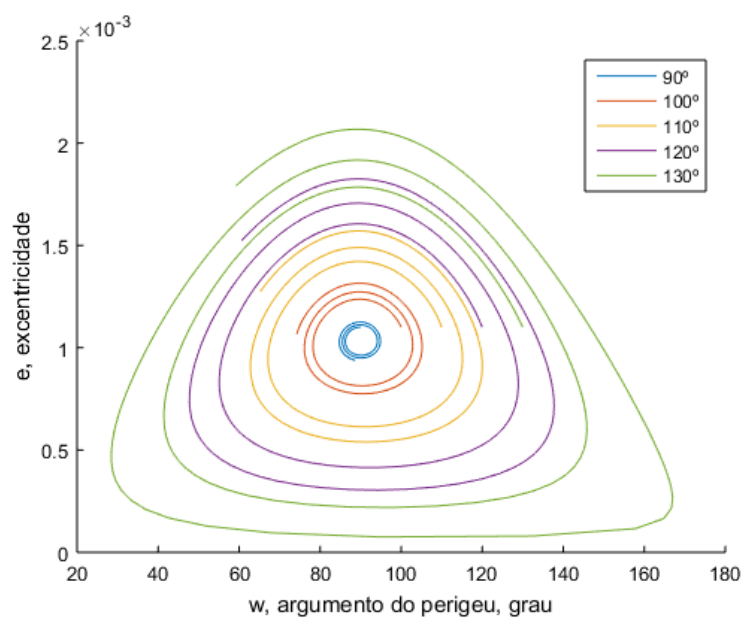
Os mesmos códigos foram aplicados para o cálculo da evolução dos elementos orbitais para o CBER-4, utilizando os seguintes valores para os elementos orbitais (INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS, 2017) e a_e :

- Semieixo maior (a) = 7151650 km
- excentricidade (e) = 0,0011
- inclinação (i) = $98,54^\circ$
- argumento do perigeu (ω): começando com 90° e variando até 130°

— $a_e = 6.378,135 \text{ km}$

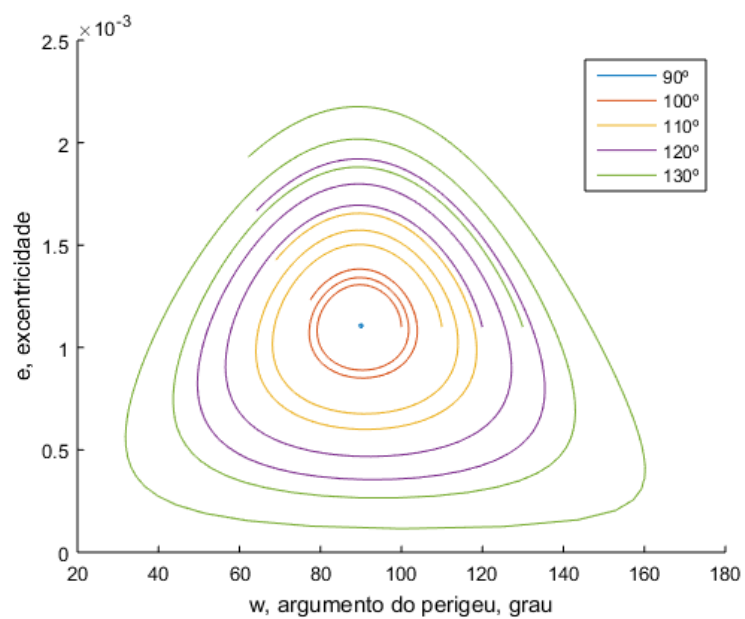
Os resultados obtidos com a implementação são mostrados nas Figuras 3.8 a 3.14 abaixo.

Figura 3.8 - Comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu para diferentes valores iniciais do argumento do perigeu para o CBERS-4. Perturbações até a ordem de J_3 .



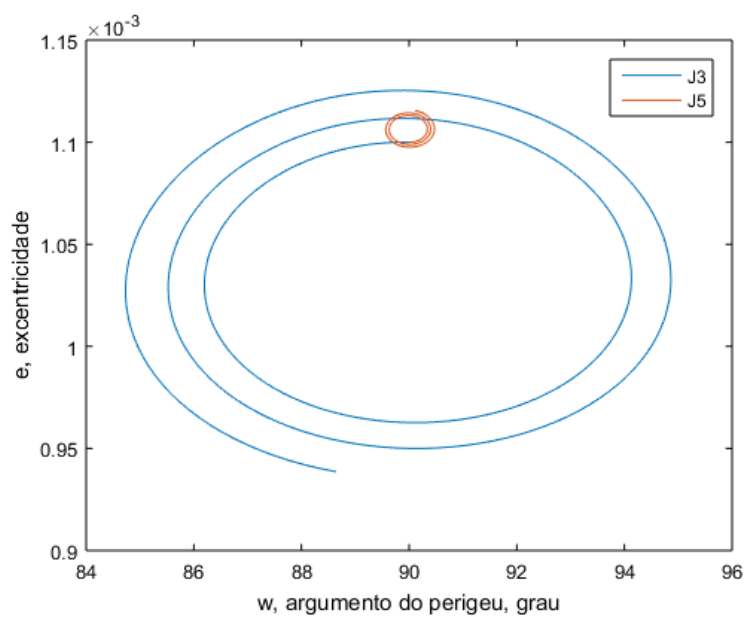
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.9 - Comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu para diferentes valores iniciais do argumento do perigeu para o CBERS-4. Perturbações até a ordem de J_5 .



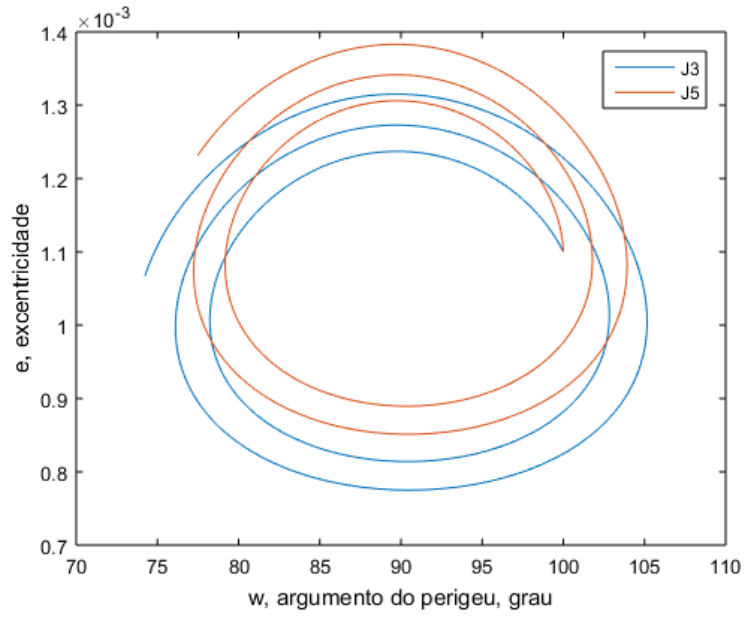
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.10 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 90°.



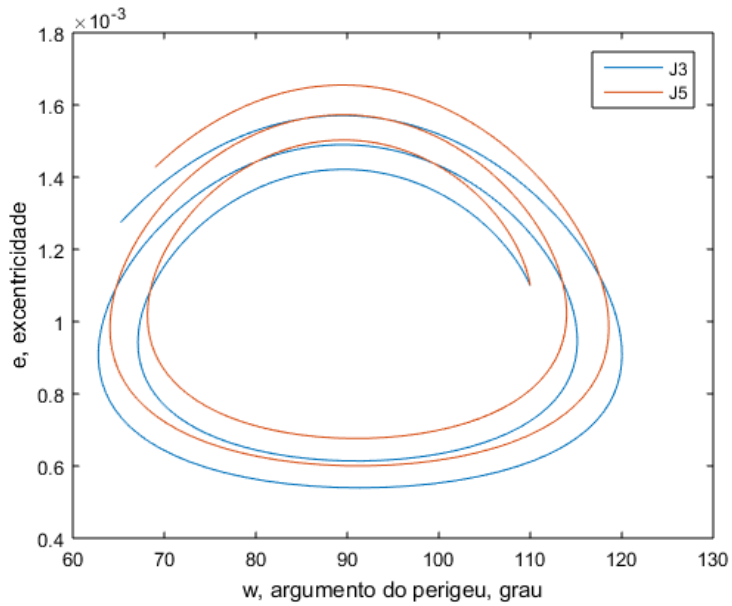
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.11 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 100° .



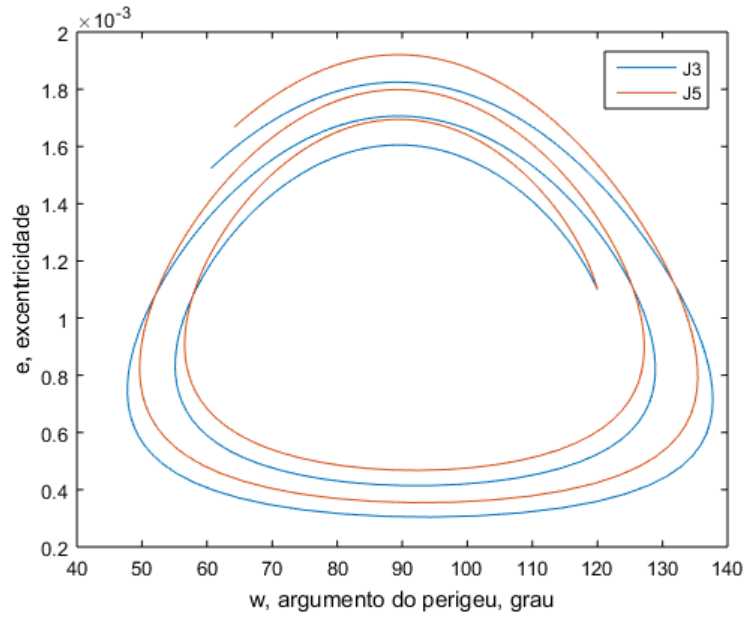
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.12 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 110° .



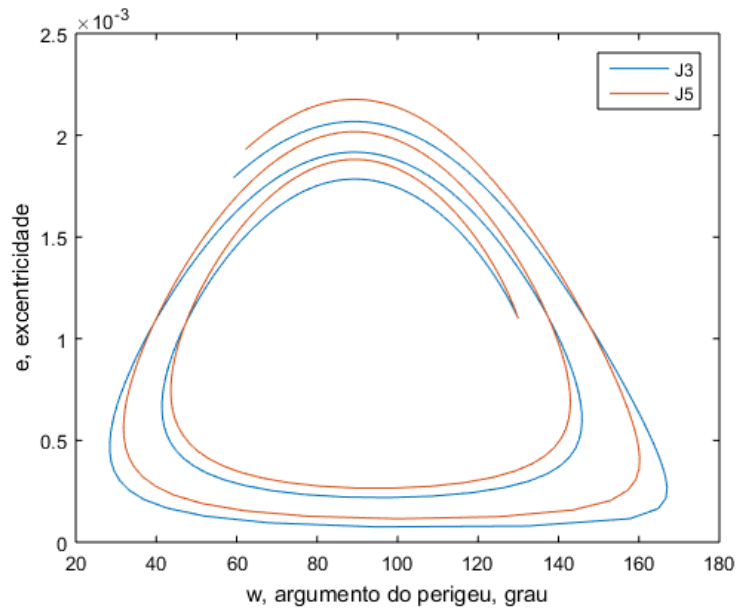
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.13 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 120° .



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.14 - Comparação entre as curvas de J_3 e J_5 para argumento do perigeu inicial de 130° .



Fonte: Produção do autor.

Tabela 3.1 – Tempos de processamento para diferentes valores iniciais do argumento do perigeu.

Argumento do Perigeu Inicial (graus)	Tempo Médio de Processamento Para J_3 (10^{-4} s)	Tempo Médio de Processamento Para J_3 e J_5 (10^{-4} s)
90	1.2770	6.4951
100	1.0167	5.4225
110	1.1605	5.6085
120	1.0236	5.7212
130	1.4374	6.1018

Fonte: Produção do autor.

Na Tabela 3.1 é possível observar que o tempo médio de processamento para o uso de termos até o J_5 é maior do que o tempo médio para o uso de termos até o J_3 . No entanto, para ambos os casos o tempo médio de processamento é baixo, todos da ordem de 10^{-4} segundos.

Para a contagem do tempo de processamento foi utilizado um computador com a seguinte configuração:

Processador: Intel® Core™ i5-6200U CPU @ 2.30GHz 2.40GHz

Memória instalada (RAM): 4,00 GB (utilizável: 3,85 GB)

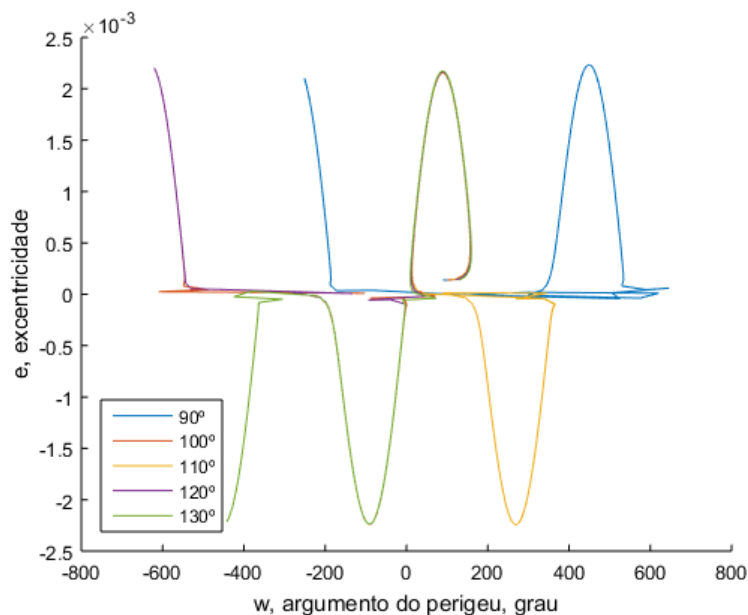
Tipo de sistema: Sistema Operacional de 64 Bits (Windows 10 Home)

A evolução dos elementos orbitais para o CBERS-4 em uma data próxima ao fim deste projeto de Iniciação Científica (6 de julho de 2017) também foi calculada, utilizando os seguintes valores para os elementos orbitais (HEAVENS ABOVE, 2017) e a_e :

- Semieixo maior (a) = 7151650 km
- excentricidade (e) = 0,0001377
- inclinação (i) = 98,4523°
- argumento do perigeu (ω): começando com 90° e variando até 130°
- $a_e = 6.378,135$ km

Os resultados obtidos com são mostrados na Figura 3.15 abaixo, para o uso de termos até o J_5 .

Figura 3.15 - Comportamento da excentricidade e do argumento do perigeu para diferentes valores iniciais do argumento do perigeu para dados recentes do CBERS-4. Perturbações até a ordem de J_5 .



Fonte: Produção do autor.

O gráfico da Figura 3.15 mostra que o comportamento do satélite não corresponde ao comportamento de uma órbita congelada, pois seus elementos orbitais sofreram grandes variações com relação aos valores nominais. Desta

forma, são necessárias manobras de correção para que o satélite possa voltar a ter uma órbita próxima de seus valores nominais.

As Tabelas 3.2 e 3.3 abaixo relacionam a amplitude no erro da excentricidade e do argumento do perigeu, respectivamente, para os três casos considerados anteriormente.

Tabela 3.2 – Amplitudes dos erros na excentricidade.

Argumento do perigeu inicial (graus)	Amplitude do erro na excentricidade ($\cdot 10^{-4}$)		
	CBERS-1 (27/06/01)	CBERS-4 (nominal)	CBERS-4 (06/07/17)
90	2,4591	0,1792	22,7561
100	5,9685	5,3185	44,0736
110	11,1905	10,5471	43,9913
120	16,4449	15,6589	44,3799
130	21,4983	20,6036	44,0935

Fonte: Produção do autor.

Tabela 3.3 – Amplitudes dos erros no argumento do perigeu.

Argumento do perigeu inicial (graus)	Amplitude do erro no argumento do perigeu (graus)		
	CBERS-1 (27/06/01)	CBERS-4 (nominal)	CBERS-4 (06/07/17)
90	12,3993	0,9057	896,8986
100	32,3268	26,6936	773,6569
110	58,0812	54,5162	352,9233
120	91,1545	85,7737	778,5423
130	141,7838	128,3144	602,1611

Fonte: Produção do autor.

Nas Tabelas 3.2 e 3.3 abaixo, é possível observar que a amplitude dos erros nos elementos orbitais é menor para os casos em que os satélites possuem comportamento de órbita congelada. Para o caso dos dados mais recentes do CBERS-4 (06/07/17), as amplitudes dos erros são, em geral, maiores do que as dos demais casos por algumas ordens de grandeza.

4 CONCLUSÃO

Os resultados indicam que o a inclusão do termo J_5 torna consideravelmente mais preciso o cálculo da evolução dos elementos orbitais quando comparado com o uso apenas do termo J_3 . Este resultado sugere que a inclusão de coeficientes zonais de graus mais altos no cálculo da evolução dos elementos orbitais tornaria este ainda mais preciso.

Esta melhora na precisão dos cálculos pode ser fundamental para a avaliação da necessidade de realização de manobras de controle e para que estas sejam bem sucedidas. Os resultados mostram ainda que, apesar da inclusão de mais um termo, não houve grande aumento no tempo de processamento dos cálculos, sugerindo que a utilização de dois coeficientes zonais ainda é computacionalmente vantajosa.

Sugere-se a continuação da proposta original deste projeto de IC: utilizar coeficientes harmônicos zonais de graus mais altos para os cálculos da evolução dos elementos orbitais, possivelmente com um algoritmo que desenvolva um número ilimitado de termos para as equações destes elementos. Além disso, propõe-se também a avaliação dos resultados em torno da inclinação crítica (próxima de zero). Tais objetivos não foram cumpridos pela implementação parcial da bolsa PIBIC-INPE em janeiro/2017.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS (São José dos Campos - Sp). **Órbita CBERS 3 e 4**. Disponível em: <http://www.cbbers.inpe.br/sobre_satelite/orbita_cbbers3e4.php>. Acesso em: 30 jun. 2017.

HEAVENS ABOVE. **CBERS-4 - Órbita**. 2017. Disponível em: <<http://heavens-above.com/orbit.aspx?satid=40336>>. Acesso em: 06 jul. 2017 14:05:30.

Kaula, William M. **Theory of satellite geodesy : applications of satellites to geodesy** / William M. Kaula.-Dover ed. Mineola: 2000. Originally published: Waltham, Mass. : Blaisdell Pub. Co., 1966.

KUGA, Hélio Koiti; CARRARA, Valdemir; RAO, Kondapalli Rama. **Introdução à Mecânica Orbital**. 2. ed. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2012. 67p. Disponível em: <<http://marte3.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/mtc-m05/2012/06.28.14.21.24/doc/publicacao.pdf>>. Acesso em: 19 jun. 2016.

RAIMUNDO, P. C. P. **“Frozen Orbits” (Órbitas Congeladas)**. Relatório de Iniciação Científica do PIBIC-INPE. São José dos Campos: INPE, 2002. 51 pp.

ROSBOROUGH, G. W.; OCAMPO, C. A. Influence of Higher Degree Zonals on the Frozen Orbit Geometry. **AAS/AIAA Astrodynamics Conference 1991**. Advances in the Astronautical Sciences, vol. 63, AAS 91-428, p. 1291-1304, 1992.

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programa de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Constam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São as sequências de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. São aceitos tanto programas fonte quanto executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.