



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

ANÁLISE E SIMULAÇÃO DE DETRITOS ESPACIAIS

RELATÓRIO FINAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA (PIBIC/CNPq/INPE)

Deiler A. Lima Oliveira (ETEP/EEI – PIBIC/CNPq Bolsista)
E-mail: deiler.oliveira@gmail.com

Dr. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza (DMC/ETE/INPE Orientador)
E-mail: marcelo@dem.inpe.br

Julho de 2008

INPE – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

Análise e Simulação de Detritos Espaciais

Relatório Final de Iniciação Científica

Deiler A. Lima Oliveira (Aluno do curso de Engenharia Industrial Mecânica.
ETEP/EEI)

Marcelo Lopes de Oliveira e Souza (Pesquisador Titular da Divisão de Mecânica
Espacial e Controle)

São José dos Campos, julho de 2008

Agradecimentos:

Agradeço a Deus por tudo.

Aos meus pais, principalmente a minha mãe, Regina, por sempre apoiar minhas escolhas.

Ao Dr. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza pelos ensinamentos passados e pela amizade

A todas as pessoas da DMC.

Ao Dr. Heiner Klinkrad (ESA/ESOC - Darmstadt, Alemanha) por ter gentilmente doado o software DRAMA.

A minha grande amiga Eliene Oliveira Ferreira.

A todas as pessoas que diretamente e indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

A CNPq pelo financiamento da bolsa.

RESUMO

Este trabalho, iniciado em março de 2008, tem como objetivo a continuidade ao projeto de Iniciação Científica em andamento desde 2002, efetuando análise e simulação de detritos espaciais artificiais, esperando como resultado a otimização e minimização do erro entre o método analítico e numérico, para esta otimização estamos calculando a minimização do erro pelo método do gradiente. O trabalho aborda um assunto, hoje, muito importante que é detritos espaciais artificiais. Considerando que 96% dos detritos rastreado estão na órbita baixa da terra (Low Earth Orbit), a uma altitude entre 800 km a 1.500 km, onde há muitos satélites ainda em operação que podem ser danificados por colisões. Um recente relatório publicado pela ONG UCS indica que apenas 25% dos objetos catalogados no espaço são satélites ativos ou aparelhos sob controle, um bom exemplo do perigo desses detritos espaciais para as pessoas aqui na Terra é o tanque que caiu perto do município de Montividiu, no interior de Goiás. Caiu a 150 metros de uma casa. Outro exemplo da importância de um estudo sobre detritos é que a ISS, Estação Espacial Internacional, atualmente em órbita precisa reajustar seu rumo várias vezes por ano, para não colidir com os destroços. Uma colisão acidental desses objetos com um astronauta que esteja realizando reparos no espaço aberto pode ser fatal, as emissões humanas de dióxido de carbono estão diminuindo a camada mais exterior da atmosfera terrestre, o que facilita o controle da estação espacial, mas prolonga a vida de perigosos detritos espaciais, afirmou Stanley Solomon, cientista do Centro Nacional de Pesquisas Atmosféricas dos EUA, no Colorado.

Com base em dados da ESA (Agência Espacial Européia), estima que o número de unidades de detritos espaciais seja bem maior do que se consegue monitorar, mais de 150 milhões de objetos com menos de um centímetro de diâmetro devem estar em órbita, o telescópio que monitora detritos espaciais é um telescópio Ritchey-Chrétien, com uma abertura de 1 m e campo de visão de 0.7 graus, equipado com uma câmera CCD de 4k por 4k pixels, refrigerada criogenicamente. A faixa de detecção varia entre a 19^a magnitude e a 21^a, que corresponde à capacidade de detectar detritos espaciais de até 15 cm no anel geoestacionário, este telescópio fica situado no observatório Teide na ilha de Tenerife, Espanha. A ESA também desenvolve um trabalho sobre este assunto, com total apoio do Dr. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza foi adquirido junto ao Dr. Heiner Klinkrad, ESA/ESOC, o DRAMA (Debris Risk Assessment Mitigation Analysis) um software que calcula o risco dos satélites em operação de colidir com

detritos. O risco é calculado com base na área da seção transversal do satélite, na sua altitude orbital e trajetória de vôo dentre outros fatores. Por exemplo, para um satélite com uma área de seção transversal de 100 m² (incluindo os painéis solares) com órbita a 400 km de altitude, o tempo médio para impacto com um detrito de 10 cm foi calculado como sendo de aproximadamente 15 000 anos. Como o software chegou a poucos dias não foi possível calcular a real ajuda que o mesmo dará ao prosseguimento deste trabalho.

Sumário

	Página
Capítulo I – Introdução e Motivação	
I. I Introdução.....	08
I. II Motivação.....	11
Capítulo II – Objetivo e Histórico do Trabalho	
II. I Histórico.....	12
II. II Objetivos.....	13
Capítulo III - Otimização e Minimização do Erro entre as elipses do método numérico e analítico	
III. I “Explicando” a Minimização do Erro.....	15
III. II A Minimização do Erro.....	16
Capítulo IV – DRAMA	
IV. I DRAMA (Debris Risk Assessment Mitigation Analysis).....	17
Capítulo V – Conclusão	
V. I Conclusões, Comentários e Sugestões para prosseguimento do Trabalho.....	20
Referências Bibliográficas.....	21

LISTA DE ILUSTRAÇÕES E TABELAS

	Página
Figura 1.1.....	09
Figura 1.2.....	09
Figura 1.3.....	10
Figura 1.4.....	10
Figura 1.5.....	11
Figura 1.6.....	11
Figura 1.7.....	14
Figura 1.8.....	17
Figura 1.9.....	17

	Página
Figura 1.10.....	18
Figura 1.11.....	18
Tabela 1.1.....	22
Tabela 1.2.....	23
Tabela 1.3.....	24
Tabela 1.4.....	25
Tabela 1.5.....	26
Tabela 1.6.....	27
Tabela 1.7.....	28
Tabela 1.8.....	29
Tabela 1.9.....	30

Capítulo I

I. I Introdução:

Atualmente, a Terra passa por graves problemas de poluição, seja ela de rios, solos, ar, visual entre outros. Podemos somar uma “nova poluição”, que para alguns, pode soar como algo muito distante e que não pode vir prejudicar a nós, terráqueos, que é detrito espacial, porém não é algo tão distantes levando em consideração alguns casos recentes, como por exemplo, o tanque de combustível (figura 1.1) que caiu na cidade de Montividiu, interior de Goiás. Este tanque caiu apenas 150 metros de uma residência. E há outros casos no decorrer dos tempos, em 1969 um fragmento de aproximadamente 30 cm atingiu um navio alemão no Oceano Atlântico e outros fragmentos caíram na água perto do navio. Estes foram identificados como sendo restos do primeiro estágio do foguete lançador Saturno V (Figura 1.2), usado para lançar a espaçonave Apollo 11 em Julho deste mesmo ano, em 1979 o laboratório espacial SkyLab (Figura 1.3) deveria cair no Oceano Pacífico, mas partes dele atingiram a costa da Austrália, em 1996 objetos do foguete Ariane que se encontravam entre 660 km a 680 km da Terra e estavam a uma velocidade de 14,8 km/s se colidiram com o satélite de reconhecimento militar francês, Cerise (Figura 1.4). Esta foi à primeira colisão averiguada com detrito espacial catalogado, em 1997 pedaços do Foguete Lançador Delta II (Figura 1.5) se espalharam entre o Texas e Oklahoma, em 2006 a NASA divulgou que um detrito espacial atingiu o ônibus espacial Atlantis causando danos em seus painéis de radiadores. "Os radiadores são potencialmente perigosos porque afetam sistemas de suporte vital e controles de temperatura", disse William Schonberg, professor de Engenharia da Universidade de Missouri e especialista em detritos espaciais. Também é importante lembrar que a maioria dos detritos, rastreados, estão na órbita baixa da Terra que pode vir a colidir com satélites em operação e Estação Espacial internacional (Figura 1.6) causando prejuízos.



Figura 1.1 – Tanque de Combustível



Figura 1.2 – Foguete Lançador Saturno V



Figura 1.3 - Laboratório Espacial SkyLab

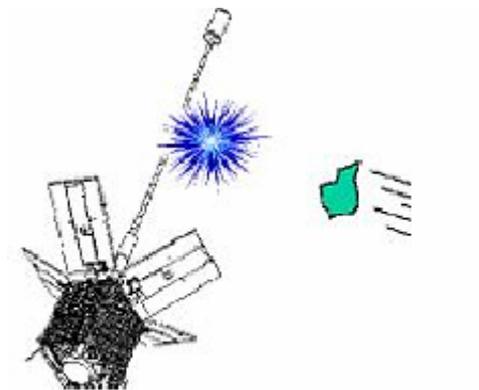


Figura 1.4 Ilustração mostrando o acidente do fragmento do Ariane com o Cerise.



Figura 1.5 - Foguete Lançador Delta II

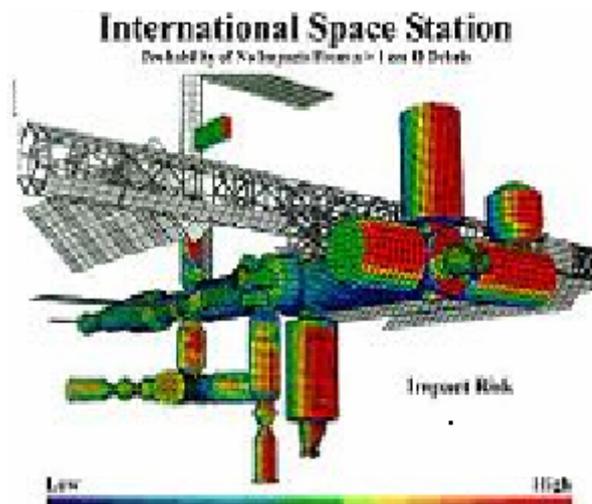


Figura 1.6 - Áreas de risco de choques de detritos com a ISS.

I. II Motivação

O que motivou este trabalho é a importância do tema, pois avaliar o risco que os detritos espaciais representam para as sondas, para os satélites operacionais e para nós aqui na Terra é um desafio, portanto é necessário um estudo para tentar amenizar os riscos de colisões destes detritos com satélites em operação dentre outros problemas.

Capítulo II

II. I Histórico

No período entre 01 de agosto de 2002 a 31 janeiro de 2003, o 1º bolsista João Paulo Marques Reginato iniciou a simulação de detritos espaciais com a utilização do programa KK2TEXT0.C (“Kepler-Kolmogorov 2 em texto”) em linguagem C para PCs com sistema operacional Windows 2000 e linguagem gráfica OpenGL. Este programa KK2TEXT0.C foi adaptado do programa KK.C (“Kepler-Kolmogorov”) em linguagem C para estações de trabalho Sun com sistema operacional UNIX e linguagem gráfica PostScript. Este programa KK.C foi desenvolvido pelo Eng. Danton Nunes (2000), e é responsável por gerar as posições sucessivas das partículas em estudo, ao longo do tempo. A adaptação KK2TEXT0.C foi feita com auxílio do MS Visual C++ 6.0 do ambiente MS Visual Studio 6.0. Posteriormente, João Paulo fez outra adaptação, esta com saídas para o ambiente MATLAB através do programa KK2MAT.C (“Kepler-Kolmogorov 2 em Matlab”) em linguagem C para PCs com sistema operacional Windows 2000 e MATLAB 5.x ou superior.

A partir de 01 de fevereiro de 2003 o 2º bolsista, Sandro Felgueiras Castro, assumiu esse projeto de pesquisa. Ele iniciou a manipulação dos softwares STK4.3 e MASTER99, que possuem um banco de dados de “space debris”, capazes de simular detritos em condições reais. Assim, em maio foi proposto e testado um 1º modelo analítico do movimento dos detritos. Para tanto, foi feito um programa POSIÇÃOESCARTESIANAS em C, com auxílio do MS Visual C++ 6.0 do ambiente MS Visual Studio 6.0, capaz de ler as coordenadas impressas pelo programa KK2TEXT0.C e parametrizar a propagação desses detritos. Ainda neste projeto, Sandro calculou a estatística da distribuição de “Detritos Espaciais” e estudou a sua evolução no tempo, iniciando com a posição do Centro de Massa – CM.

Em 01 de dezembro de 2003 o 3º bolsista, Anderson Patrick Alves Pereira, assumiu esse projeto de pesquisa. Ele iniciou a elaboração e o estudo de um 2º modelo analítico que representaria a propagação dos detritos espaciais. Esse modelo foi idealizado a partir das observações dos resultados do projeto de pesquisa precedente, no qual notou-se que a propagação dos detritos espaciais ocorria segundo a forma de uma elipse deformada, cujos eixos cresciam segundo alguma taxa, ao mesmo tempo em que a elipse era curvada e rotacionada e o seu centro girava em torno de um ponto

(provavelmente o CM da Terra) segundo uma circunferência. Para tanto, ele elaborou o programa ELIPSE.C.

Em 01 de março de 2005, a 4^a bolsista, Vanessa de Lima Takaoka, assumiu esse projeto de pesquisa. Ela iniciou o estudo de tudo o que havia sido feito pelos três bolsistas anteriores visando retomar, atualizar a execução e continuar o projeto anterior. Isto incluiu e enfatizou a compreensão, a execução e o teste dos programas feitos, a elaboração de interfaces amigáveis para facilitar o seu uso e o prosseguimento do estudo e da plotagem do 2^o modelo analítico visando a sua comparação com o modelo numérico dos detritos espaciais.

Em 17 de fevereiro de 2006, a 5^a bolsista, Andreza da Costa Batista, assumiu esse projeto de pesquisas. Ela iniciou o estudo de todos os bolsistas anteriores, aperfeiçoou os métodos, fez o estudo do mapeamento complexo e da curvatura dos eixos maiores da elipse para o segundo método analítico, ajuste de uma elipse a conjunto de pontos pelo Método dos mínimos quadrados e iniciou o processo de minimização do Erro.

Em 01 de março de 2008, o 6^o bolsista, Deiler A. Lima Oliveira, assumiu esse projeto de pesquisa e procedeu conforme os objetivos citados a seguir.

II. II Objetivos

- Entender e compreender “detritos espaciais”
- Otimizar e minimizar o Erro entre os dois métodos.

Capítulo III

III. I “Explicando” a Minimização do Erro

Com base nos experimentos dos bolsistas anteriores, calculou-se o Erro pelo método do gradiente, ou seja, variando os parâmetros da elipse curvada para tentar “achar” o ponto mínimo entre o método analítico e numérico (Figura 1.7).

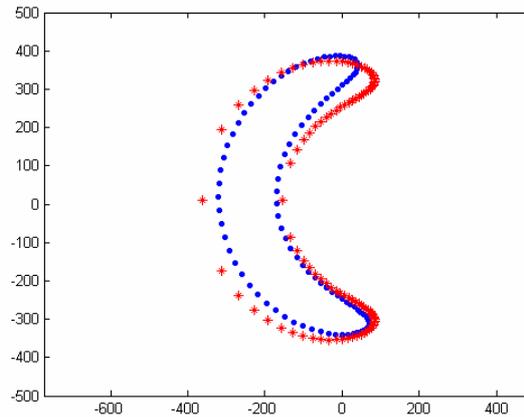


Figura 1.7 – Sobreposição da Elipse do método analítico sobre a do método numérico.

Fórmula para o cálculo do Erro:

$$Erro\ Total^2 = \sum_{i=25}^0 \left[(y_{curv_i} - y_i)^2 + (x_{curv_i} - x_i)^2 \right]$$

Fórmulas para o cálculo das coordenadas x e y da elipse curvada:

$$y_{curv_i} = y_0 + \left(r + \frac{1}{25} \cdot i \cdot b \right) \cdot \sin \left(\frac{a}{r} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{i}{25} \right)^2} \right)$$

$$x_{curv_i} = x_0 - \left(r + \frac{1}{25} \cdot i \cdot b \right) \cdot \cos \left(\frac{a}{r} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{i}{25} \right)^2} \right)$$

Elipse curvada:

a representa o semi-eixo maior;

b representa o semi-eixo menor;

x_0 , y_0 representam as coordenadas do centro de atração;

r representa o raio de curvatura;

III. II A Minimização do Erro:

Com base nos estudos anteriores, calculou-se o Erro pelo método do gradiente com 25 pontos das elipses dos dois métodos, analítico e numérico. Variando o “a”, semi-eixo maior, foi calculado (vide tabelas) o ponto mínimo de “a” sendo 519. Feito isso, calculou-se o ponto mínimo mantendo o valor do semi-eixo maior “a” em 519 e variando o b (vide tabelas), semi-eixo menor, tendo como resultado 104.

Os números a seguir é o resultado do Erro variando o “a” (Δa):

Erro total para a = 525: 2761, 44298374

Erro total para a = 523: 1531, 55765682

Erro total para a = 522: 1524, 99991973

Erro total para a = 520: 1514, 90838006

Erro total para a = 519: 1483, 66097598

Erro total para a = 518: 1515, 05745724

Os números a seguir é o resultado do Erro mantendo o semi-eixo maior igual a 519 e variando o semi-eixo menor (Δb):

Erro total para a = 519; b = 103: 1516, 38292777

Erro total para a = 519; b = 104: 1483, 66097598

Erro total para a = 519; b = 105: 1513, 52496698

Capítulo IV

IV. I DRAMA

A ESA, Agência Espacial Européia, desenvolveu o software DRAMA, Avaliação de Riscos dos Detritos e Análise da atenuação dos seus efeitos, como o próprio nome diz o software é para tentar calcular os riscos dos detritos. O software se subdivide em quatro programas, são eles: ARES, Assessment of Risk Event Statistics (Figura 1.8), MIDAS, Master Impact Flux and Damage Assessment Software (Figura 1.9), OSCAR, Orbital Spacecraft Active Removal (Figura 1.10), SARA, Re-entry Survival & Risk Analysis (Figura 1.11). Como o software chegou a poucos dias não foi possível calcular a real cooperação que o mesmo dará para o prosseguimento do trabalho.

Mesmo com os avanços nos estudos relacionados a detritos espaciais em alguns centros de pesquisas, o Dr. Klinkrad alerta que é pouco provável que a situação dos detritos espaciais melhore, a não ser que sejam tomadas medidas sistemáticas, coordenadas e concentradas no sentido de atenuar os riscos que são agora claramente compreendidos.

Os operadores dos satélites devem evitar a destruição deliberada ou involuntária da sonda, incluindo colisões ou explosões involuntárias ou deliberadas, já que estas constituem a maior fonte de detritos mortíferos não detectáveis.

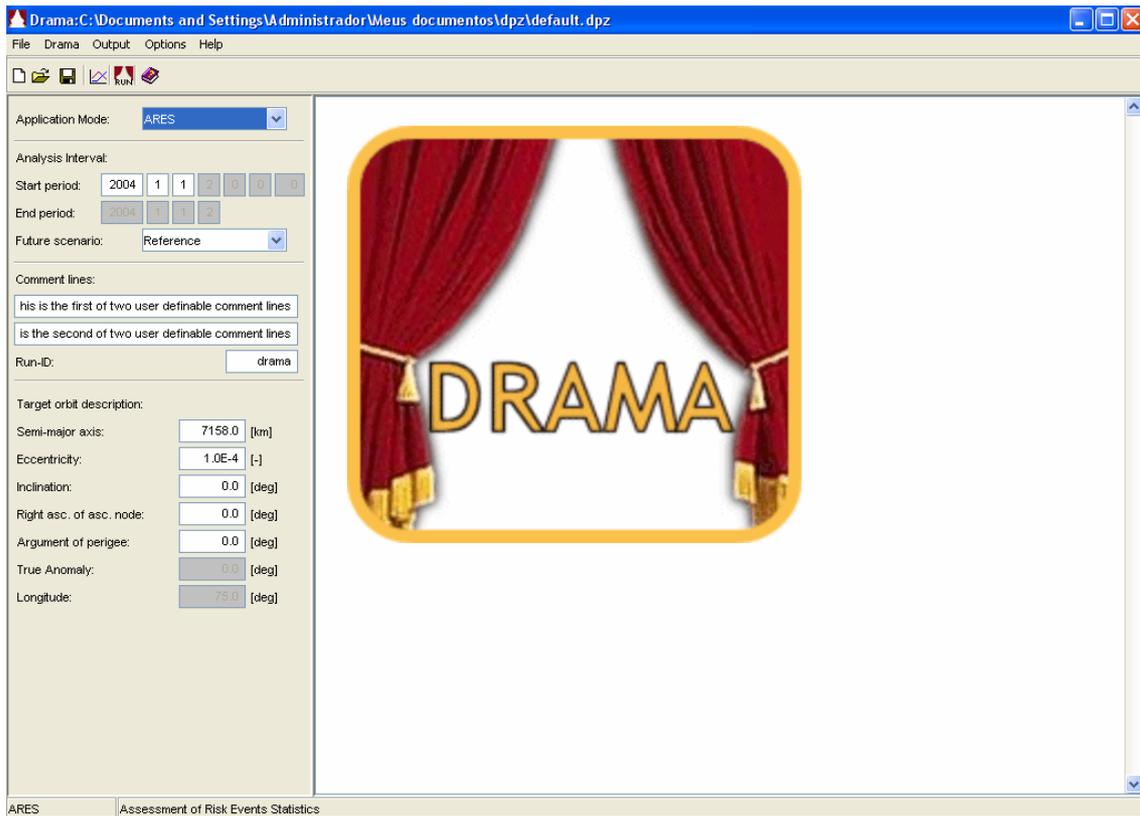


Figura 1.8 Tela principal DRAMA/ARES.

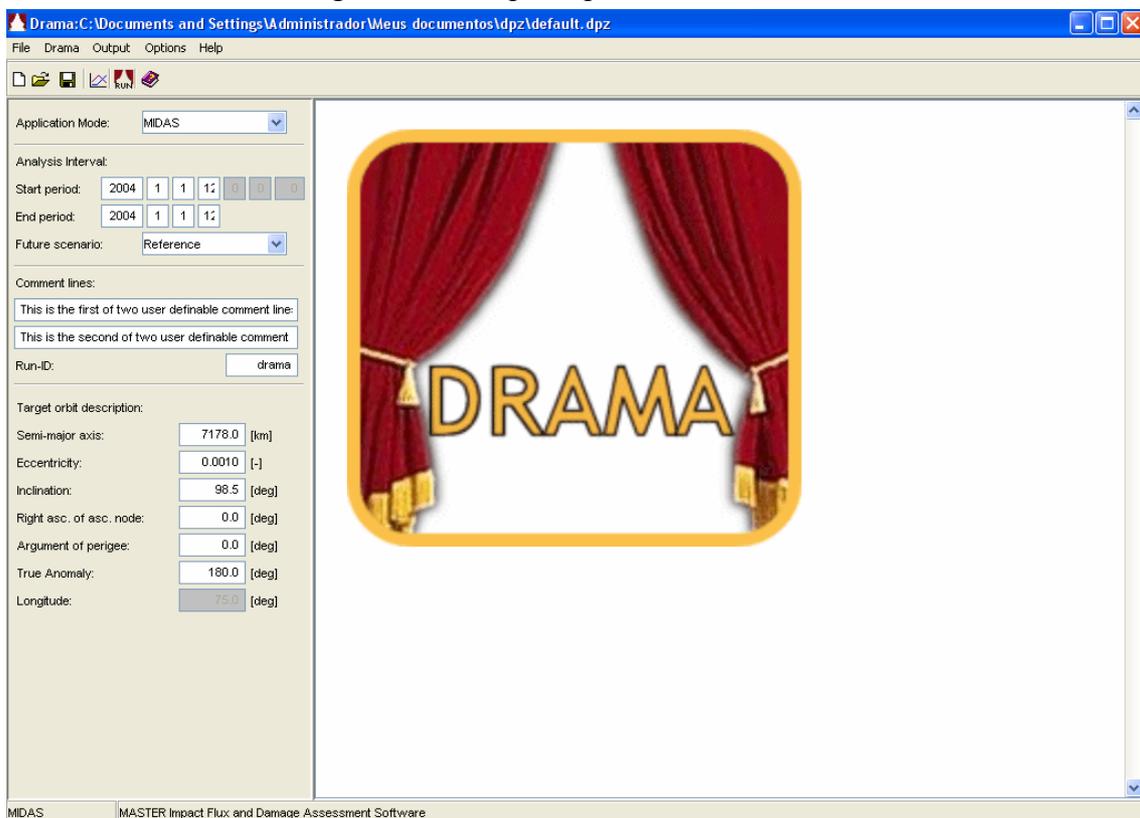


Figura 1.9 – Tela principal DRAMA/ MIDAS

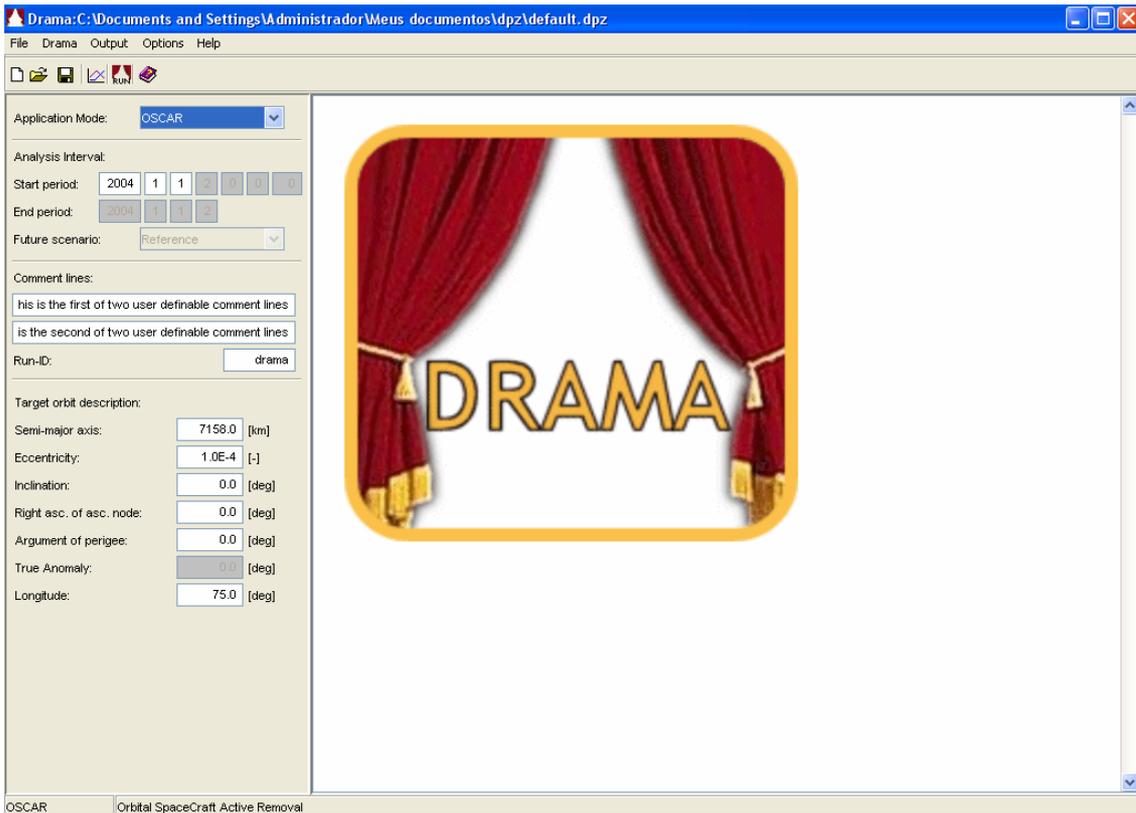


Figura 1.10 - Tela principal DRAMA/OSCAR.

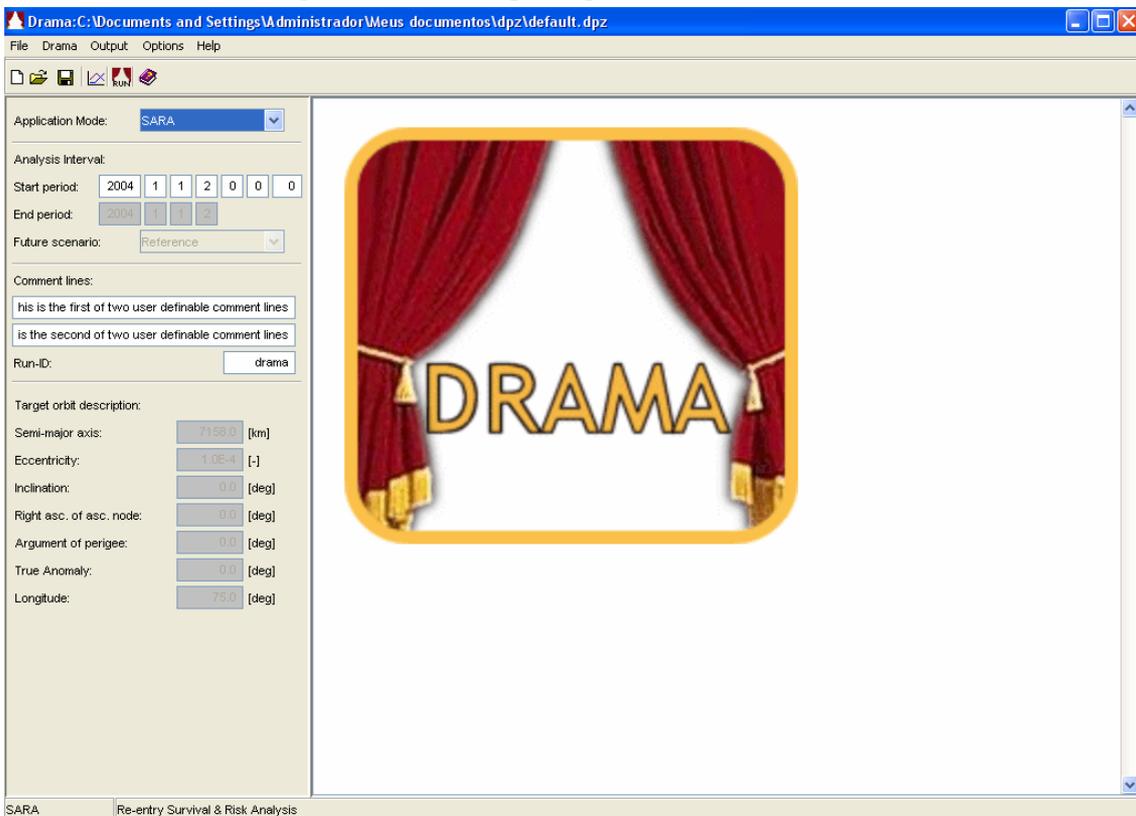


Figura 1.11 - Tela Principal DRAMA/SARA.

Capítulo V

V. I Conclusão, Comentários e Sugestões para o prosseguimento do trabalho

O trabalho foi idealizado a partir das observações dos resultados dos Projetos de Pesquisa precedentes, nos quais notou-se que a propagação de Detritos Espaciais ocorria segundo a forma de uma elipse progressivamente deformada, cujos eixos cresciam segundo alguma taxa, ao mesmo tempo em que a elipse girava em torno do seu Centro de Massa – CM , e este girava em torno de um ponto (provavelmente o Centro de Atração da Terra) segundo a órbita inicial.

Pelo método do gradiente, variando os parâmetros do semi-eixo maior e menor, pôde diminuir o Erro. Num futuro próximo, poderemos trabalhar em cima do software DRAMA para calcular a real cooperação que o mesmo dará ao prosseguimento do trabalho, ou seja, analisar os problemas de colisão e interferência dos detritos espaciais com outros objetos encontrados no espaço como: satélites, ônibus espaciais e estações espaciais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1) KUGA, H.K., RAO, K.R., *Introdução à Mecânica Orbital*, INPE, São José dos Campos – SP, 1995.
- 2) JOHNSON, N.L., & MCKINIGHT, D.S. *Artificial Space Debris (Updated Edition)*. Krieger Pub. Co., Malabar, FL, USA, 1991.
- 3) CHOBOTOV, V.A. (ed.) *Orbital Mechanics (2 Ed.)* Reston, VA, USA, AIAA, 1996.
- 4) SOUZA, M.L.O., NUNES, D., *Forecasting Space Debris Distribution: A Measure Theory Approach*, 51st. International Astronautical Congress – IAC. Rio de Janeiro - RJ, 2-6 Out.2000, Paper IAA-00-IAA.6.4.07.
- 5) ROSSER, J.B. (ED.) *Space Mathematics, Part I*. American Mathematical Society, New York, NY, USA, 1996.
- 6) CHANDRASEKHAR, S. *Principles of Stellar Dynamics*. Chicago Univ. Press, Chicago, IL, USA, 1942; e Dover Pub, New York, NY, USA, 1960.
- 7) CARNAHAN, B.; LUTHER, H. A.; WILKES, J. O. *Applied Numerical Methods*. New York : John Wiley, c1969 604 p. : ISBN 471.135070 (enc.)
- 8) PRODENGE. *Curso de MATLAB 5.1; Introdução à Solução de Problemas de Engenharia (Apostila, 2a edição)*; Programa Prodenge/ Sub-Programa Reenge; Universidade do Estado do Rio de Janeiro.
- 9) HANSELMAN, D; LITTLEFIELD, B. *Versão do Estudante MATLAB 5 – Guia do Usuário*. São Paulo, MAKRON Books, 1999.
- 10) KUGA, H. K. *Otimização em Sistemas Dinâmicos II*, INPE, São José dos Campos.
- 11) <http://www.esa.int>, acessado em 05/2008

- 12) <http://www.g1.globo.com>, acessado em 04/2008
- 13) <http://www.wikipedia.com.br>, acessado em 05/2008
- 14) <http://www.nasa.gov>, acessado em 04/2008
- 15) <http://www.estadao.com.br>, acessado em 04/2008
- 16) <http://www.folha.com.br>, acessado em 04/2008
- 17) <http://www.esa.int/esoc>, acessado em 05/2008

ycurv e xcurv são coordenadas da elipse curvada.

	ycurv (para a = 525)	xcurv (para b = 525)
1	324, 230048101	89, 8801156894
2	328, 505048895	89, 0504952711
3	332, 867470847	87, 3089255282
4	337, 303462736	84, 6089999973
5	341, 790760987	80, 8984733907
6	346, 297540761	76, 118846507
7	350, 7809632	70, 2049176446
8	355, 185345185	63, 0842977037
9	359, 439850614	54, 6768858755
10	363,455562812	44, 8943027475
11	367, 121739922	33, 6392772723
12	370, 300967632	20, 8049839407
13	372, 822787472	6, 2743261633
14	374, 475159742	-10, 080838429
15	374, 992754318	-28, 40053534009
16	374, 040424923	-48, 837578082
17	371, 189054166	-71, 558545941
18	365, 878684198	-86, 744840233
19	357, 359093093	-124, 593825187
20	344, 587077411	-155, 32005998
21	326, 031565055	-189, 156629009
22	299, 252253976	-226, 194463896
23	259, 787329212	-267, 194463896
24	196, 940236766	-311, 968027869
25	10, 0	-361, 0

Tabela 1.1

ycurv e xcurv são coordenadas da elipse curvada.

	ycurv(para a = 523)	xcurv(para a = 523)
1	324, 447012392	87, 8667308658
2	328, 716118224	87, 0146589021
3	333, 066543377	85, 2535774864
4	337, 484265058	82, 5373517164
5	341, 946877396	78, 8140837988
6	346, 422448989	74, 0257040874
7	350, 868078696	68, 1075293596
8	355, 22807653	60, 9877855295
9	359, 431669249	52, 587091846
10	363, 390091148	42, 8179033703
11	366, 390091148	42, 8179033703
12	370, 102975376	18, 7793770707
13	372, 550556295	4, 288457626
14	374, 124386771	-12, 0155844456
15	374, 560261772	-30, 2711882003
16	373, 5244561192	-50, 629385164
17	370, 590231907	-73, 254758405
18	365, 200120309	-98, 32647825
19	356, 607861664	-126, 03942066
20	343, 775681345	-156, 605374559
21	325, 180449653	-190, 254345031
22	298, 39426734	-227, 235959731
23	258, 97709354	-267, 82098645
24	196, 281275437	-312, 302970341
25	10,0	-361,0

Tabela 1.2

ycurv e xcurv são coordenadas da elipse curvada.

	ycurv(para a = 522)	xcurv (para a = 522)
1	324, 550657443	86, 8595276508
2	328, 816773671	85, 996245357
3	333, 161173608	84, 2254387901
4	337, 569749558	81, 5011089254
5	342, 020025524	77, 7715315858
6	346, 480017977	72, 9788515275
7	350, 906795917	67, 0586441119
8	355, 244667323	59, 9394417936
9	359, 422891887	51, 5422225258
10	363, 352780966	41, 7798568848
11	366, 923988306	30, 5565106494
12	369, 999708402	17, 7669991734
13	372, 410364182	3, 2960897661
14	373, 945148349	-12, 9822520436
15	374, 340419517	-31, 205676764
16	373, 26332133	-51, 524330444
17	370, 287832812	-74, 10180451
18	364, 85820155	-99, 116161361
19	356, 229989105	-126, 761041602
20	343, 368130996	-157, 246859191
21	324, 753461495	-190, 802091278
22	297, 964270972	-227, 674669972
23	258, 57138609	-268, 1334839
24	195, 951569596	-312, 469997911
25	10,0	-361,0

Tabela 1.3

ycurv e xcurv são coordenadas da elipse curvada.

	ycurv (para a = 521)	xcurv (para a = 521)
1	324, 651076337	85, 8519976685
2	328, 914174926	84, 9775154272
3	333, 252531861	83, 1970041888
4	337, 651955134	80, 4646008589
5	342, 089899297	76, 7287547984
6	346, 53432946	71, 9318249088
7	350, 94228562	66, 0096446963
8	355, 258074649	58, 8910525082
9	359, 410990168	50, 4973841162
10	363, 312421636	40, 7419244749
11	366, 852156819	29, 5293154071
12	369, 893595278	16, 754915636
13	372, 26745578	2, 3041094307
14	373, 763343649	-13, 9484402834
15	374, 118181863	-32, 1395985579
16	372, 999878244	-52, 418629645
17	369, 983443962	-74, 948137629
18	364, 514527164	-99, 905082001
19	355, 850614169	-127, 481873837
20	342, 959347774	-157, 887558889
21	324, 32552142	-191, 349094141
22	297, 533607229	-228, 112725101
23	258, 165286416	-268, 445471476
24	195, 621713991	-312, 636729524
25	10,0	-361,0

Tabela 1.4

ycurv e xcurv são coordenadas da elipse curvada.

	ycurv (para a = 520)	xcurv (para a = 520)
1	324, 748268042	84, 84441512588
2	329, 008320995	83, 9584795205
3	333, 340617212	82, 1682840955
4	337, 730880961	79, 4278378986
5	342, 156498023	75, 685763727
6	346, 585382913	70, 8846343745
7	350, 97454747	64, 9605410474
8	355, 268298385	57, 8426273472
9	359, 395964198	49, 4525859702
10	363, 269013509	39, 7041151041
11	366, 777369162	28, 5023311645
12	369, 784636843	15, 7431344669
13	372, 121832159	1, 3125240539
14	373, 578973953	-14, 9141423414
15	373, 893550271	-33, 0729474424
16	372, 734233533	-53, 312277342
17	369, 677067038	-75, 793753088
18	364, 169098856	-100, 693236256
19	355, 469738501	-128, 201914237
20	342, 549333196	-158, 527471279
21	323, 896630724	-191, 895351962
22	297, 102277113	-228, 550124099
23	257, 75879516	-268, 756948683
24	195, 291708889	-312, 803165045
25	10,0	-361,0

Tabela 1.5

ycurv e xcurv são coordenadas da elipse curvada.

	ycurv (para a = 519)	xcurv (para a = 519)
1	324, 842231564	83,8359987523
2	329, 099210917	82, 9391480256
3	333, 425428769	81, 1392889257
4	337, 806526251	78, 3908304161
5	342, 219821047	74, 6425686508
6	346, 633177842	69, 8372900556
7	351, 00358116	63, 9113430976
8	355, 275338437	56, 7941759677
9	359, 37781411	48, 4078374262
10	363, 222556957	38, 6664377243
11	366, 699625955	27, 4755664291
12	369, 672833959	14, 7316636579
13	371, 973494412	0, 321341065
14	373, 392040559	-15, 8793514226
15	373, 666526217	-34, 00571728143
16	372, 466388807	-54, 20526812
17	369, 368703733	-76, 638646214
18	363, 821918327	-101, 480620241
19	355, 087363753	-128, 921159679
20	342, 138088776	-159, 166593997
21	323, 4667907	-192, 440863093
22	269, 670281621	-228, 986865956
23	257, 351912963	-269, 067915033
24	194, 961554553	-312, 969304341
25	10,0	-361,0

Tabela 1.6

ycurv e xcurv são coordenadas da elipse curvada.

	ycurv (para a = 518)	xcurv (para a = 518)
1	324, 932965937	82, 8275504923
2	329, 186843763	81, 9195313563
3	333, 506965673	80, 110029098
4	337,878890244	77, 353588798
5	342, 279867745	73, 5991798644
6	346, 677713783	68, 7898020985
7	351, 028275418	62, 8620607836
8	355, 279194739	55, 7457080512
9	359, 356540069	47, 3631478259
10	363, 173052383	37, 6289012898
11	366, 618927842	26, 4490297065
12	369, 55818751	13, 7205112133
13	371, 822443651	-0, 6694321003
14	373, 202544788	-16, 8440607102
15	373, 437111195	-34, 9379019439
16	372, 196345693	-55, 097596551
17	369, 058355751	-77, 482812338
18	363, 472987302	-102, 267230051
19	354, 703491586	-129, 639607041
20	341, 725616035	-159, 804924679
21	323, 036002653	-192, 98562588
22	296, 237621756	-229, 378370031
23	256, 944640468	-269, 378370031
24	194, 631251251	-313, 135147278
25	10,0	-361,0

Tabela 1.7

ycurv e xcurv são coordenadas da elipse curvada.

	ycurv (para a = 519; b =103)	xcurv (para a = 519; b = 103)
1	324, 802398528	83, 8323504731
2	329, 019515809	82, 9321702164
3	333, 305818773	81, 1296220289
4	337, 646932031	78, 3794424753
5	342, 020169713	74, 6307642225
6	346, 393410621	69, 8267221852
7	350, 72367672	63, 9040284398
8	354, 955342757	56, 792513154
9	359, 017878176	48, 4146288024
10	362, 822983929	38, 6849146047
11	366, 260930082	27, 5094180357
12	369, 195814286	14, 7850699395
13	371, 459327517	0, 3990096146
14	372, 84239832	-15, 7721441063
15	373, 083727297	-33, 8630799169
16	371, 853596941	-54, 020643829
17	368, 730193285	-76, 404756479
18	363, 163440812	-101, 189403206
19	354, 416674319	-128, 563702433
20	341, 465744466	-158, 733059382
21	322, 807455503	-191, 920404547
22	296, 045108525	-228, 367544876
23	256, 793720852	-268, 336600075
24	194, 530108738	-312, 111567035
25	10,0	-360,0

Tabela 1.8

ycurv e xcurv são coordenadas da elipse curvada.

	ycurv (para a = 519; b =105)	xcurv (para a = 519; b =105)
1	324, 882064842	83, 8396470315
2	329, 178906024	82, 9461258348
3	333, 545038765	81, 1489558225
4	337, 96612047	78, 4022183569
5	342, 419472382	74, 6543730791
6	346, 872945062	69, 847857926
7	351, 283485601	63, 91865577554
8	355, 595334117	56, 7958387814
9	359, 737750045	48, 4010460499
10	363, 622129985	38, 6479608439
11	367, 138321828	27, 40017148225
12	370, 149853633	14, 6782573763
13	372, 487661308	0, 2436725154
14	373, 941682799	-15, 9865587389
15	374, 249325137	-34, 1483546518
16	373, 079180673	-54, 389892411
17	370, 007214181	-76, 872535949
18	364, 480395483	-101, 771837276
19	355, 758053188	-129, 278616925
20	342, 758053188	-159, 600129613
21	324, 126125897	-192, 961321639
22	297, 295454717	-229, 606187036
23	257, 910105074	-269, 79922999
24	195, 392700368	-313, 827041647
25	10,0	362,0

Tabela 1.9

