MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/05.03.17.38-TDI

PLANEJAMENTO AUTOMÁTICO DE ROTAS BASEADO NO RECONHECIMENTO DE MARCOS APLICADO À NAVEGAÇÃO AÉREA AUTÔNOMA

Leonardo de Souza Vieira

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada pelo Dr. Lamartine Nogueira Frutuoso Guimarães, aprovada em 07 de maio de 2019.

URL do documento original:
<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3T8K6N5>

INPE
São José dos Campos
2019

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Gabinete do Diretor (GBDIR)
Serviço de Informação e Documentação (SESID)
CEP 12.227-010
São José dos Campos - SP - Brasil
Tel.:(012) 3208-6923/7348
E-mail: pubtc@inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):

Presidente:

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CGCPT)

Membros:

Dra. Carina Barros Mello - Coordenação de Laboratórios Associados (COCTE)

Dr. Alisson Dal Lago - Coordenação-Geral de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CGCEA)

Dr. Evandro Albiach Branco - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (COCST)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia e Tecnologia Espacial (CGETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação-Geral de Observação da Terra (CGOBT)

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação - (CPG)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Ivone Martins - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

Cauê Silva Fróes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/05.03.17.38-TDI

PLANEJAMENTO AUTOMÁTICO DE ROTAS BASEADO NO RECONHECIMENTO DE MARCOS APLICADO À NAVEGAÇÃO AÉREA AUTÔNOMA

Leonardo de Souza Vieira

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada pelo Dr. Lamartine Nogueira Frutuoso Guimarães, aprovada em 07 de maio de 2019.

URL do documento original:
<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3T8K6N5>

INPE
São José dos Campos
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Vieira, Leonardo de Souza.

V673p Planejamento automático de rotas baseado no reconhecimento de marcos aplicado à navegação aérea autônoma / Leonardo de Souza Vieira. – São José dos Campos : INPE, 2019.

xx + 153 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/05.03.17.38-TDI)

Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2019.

Orientador : Dr. Lamartine Nogueira Frutuoso Guimarães.

1. Visão computacional. 2. Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs). 3. Otimização. 4. Planejamento de rotas. I.Título.

CDU 004.4:629.7.014

Esta obra foi licenciada sob uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada.

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License.

Aluno (a): *Leonardo de Souza Vieira*

Título: "PLANEJAMENTO AUTOMÁTICO DE ROTAS BASEADO NO RECONHECIMENTO DE MARCOS APLICADO À NAVEGAÇÃO AÉREA AUTÔNOMA"

Aprovado (a) pela Banca Examinadora em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de *Mestre* em *Computação Aplicada*

Dr. Thales Sehn Körting

Presidente / INPE / São José dos Campos - SP

( ) Participação por Video - Conferência

(X) Aprovado *( ) Reprovado*

Dr. Lamartine Nogueira Frutuoso Guimarães

Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

( ) Participação por Video - Conferência

(X) Aprovado *( ) Reprovado*

Dr. Gilberto Ribeiro de Queiroz

Membro da Banca / INPE / São José dos Campos - SP

( ) Participação por Video - Conferência

(X) Aprovado *( ) Reprovado*

Dr. Elcio Hideiti Shiguemori

Convidado(a) / IEAV / São José dos Campos - SP

( ) Participação por Video - Conferência

(X) Aprovado *( ) Reprovado*

Dr. Felipe Leonardo Lôbo Medeiros

Convidado(a) / CTA / São José dos Campos - SP

( ) Participação por Video - Conferência

(X) Aprovado *( ) Reprovado*

Este trabalho foi aprovado por:

( ) maioria simples

(X) unanimidade

São José dos Campos, 07 de maio de 2019

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meus pais Izildinha de Fátima Pinto Vieira e Luiz de Souza Vieira pelo apoio e amor dedicado.

Agradeço aos meus irmão Jéssica de Fátima Vieira e Luís Otávio de Souza Vieira pela amizade, apoio e companheirismo.

Agradeço especialmente as minhas tias Maria José Pinto e Cesarina Aparecida Pinto, sem elas tudo seria mais difícil.

Agradeço aos meus amigos Carlos Romani, Gerson Barbosa e Paulo Barchi pela ajuda, amizade e companheirismo a mim dedicado.

Agradeço especialmente a minha namorada Fabiana Zioti por estar sempre ao meu lado durante os melhores e piores momentos desta jornada.

Agradeço a meus orientadores pelos conhecimentos adquiridos.

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro.

RESUMO

Neste trabalho é apresentada uma metodologia para o planejamento automático de rotas em VANTs que utilizam um sistema de navegação por imagens baseado no Reconhecimento de Marcos (RM). O planejamento de voo desenvolvido considera fatores específicos do RM para determinar uma rota que aumente a chance de cumprimento da missão. O desenvolvimento foi dividido em dois módulos: módulo de detecção automática de marcos (MDAM) e módulo de planejamento automático da rota (MPAR). O MDAM detecta um conjunto de marcos a partir de uma imagem referência. Para desenvolver o MDAM foi utilizada uma abordagem que se baseia no agrupamento de pontos característicos da imagem. No estudo foram avaliados 11 diferentes métodos de agrupamento para definir o método mais indicado para a aplicação. A partir do estudo o método *Mean Shift* foi adotado no desenvolvimento. Com o *Mean Shift* foi possível desenvolver um modelo adaptativo que considera a altura de voo e o ângulo de abertura da câmera na detecção dos marcos. O MPAR define uma rota baseada na chance de reconhecimento dos marcos detectados pelo MDAM. Para o desenvolvimento do MPAR foi proposta uma modelagem matemática para o cálculo da rota. O planejamento automático de rotas desenvolvido contribui para aumento das chances de cumprimento de voos. Além disto, a metodologia apresenta baixo custo computacional o que possibilita ajustar a rota pré-planejada em voo.

Palavras-chave: Visão Computacional. Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs). Otimização. Planejamento de Rotas.

AUTOMATIC ROUTE PLANNING BASED ON THE RECOGNITION OF LANDMARKS APPLIED TO AUTONOMOUS AIR NAVIGATION

ABSTRACT

This work presents a methodology for the automatic planning of routes in UAVs that use an image navigation system based on Landmark Recognition (LR). The developed flight planning considers specific LR factors to determine a route that increases the chance of accomplishing the mission. The development was divided into two modules: Automatic Landmark Detection Module (ALDM) and Automatic Route Planning Module (ARPM). MDAM detects a set of milestones from a reference image. To develop the ALDM, an approach was used that is based on the grouping of characteristic points of the image. In the study 11 different grouping methods were evaluated to define the most suitable method for the application. From the study the method textit Mean Shift was adopted in development. With Mean Shift it was possible to develop an adaptive model that considers the flight height and the opening angle of the camera in the detection of the frames. The ARPM defines a route based on the chance of recognizing milestones detected by ALDM. For the development of the ARPM, a mathematical modeling was proposed to calculate the route. The automatic route planning developed contributes to increased flight chances. In addition, the methodology presents low computational cost, which makes it possible to adjust the pre-planned in-flight route.

Keywords: Computer Vision. Unmanned Aerial Vehicles (UAVs). Optimization. Route Planning.

LISTA DE FIGURAS

Pág.

2.1 Exemplos de características que podem ser extraídas de uma imagem aérea (Universidade do Vale do Paraíba (UNIVAP), São José dos Campos, SP). 10
2.2 Extração de *patches* para casamento entre as imagens. 11
2.3 Representação 3D da Imagem e seus gradientes. 13
2.4 Canto e Gotas em um fragmento de tabuleiro de xadrez. 16
2.5 Ideia geral do detector de cantos Harris. 17
2.6 Diferentes funções janela $w(x, y)$ para a Equação 2.10. 18
2.7 Relação entre os autovalores da matriz M para classificação de pontos de interesse em uma imagem. 20
2.8 Diferentes abordagens para escolha dos locais de teste do BRIEF. 22
2.9 Casamento de Imagens baseado na intensidade dos *pixels*. 24
2.10 Casamento de Imagens baseado na correspondência de descritores. 26
2.11 Visão geral da Odometria Visual baseada em pontos chave aplicada à navegação aérea. 28
2.12 Visão geral do Casamento de Imagens utilizando bordas aplicado à navegação aérea. 29
2.13 Visão geral da técnica de Reconhecimento de Marcos baseado em descritores aplicada à navegação aérea. 30
2.14 Comparação entre a definição de rotas em sistemas de navegação baseados no Reconhecimento de Marcos e em sistemas de navegação aérea de modo geral. 34
2.15 Diferentes campos de visão da câmera do VANT, uma em uma altura H e outra h, com H > h. 35
2.16 Diferentes campos de visão da câmera do VANT, uma considerando α_1 e outra α_2, com $\alpha_1 > \alpha_2$. 36
2.17 Diferentes rotas geradas para um sistema de navegação aérea baseada em marcos, uma que considera os erros acumulativos do INS e outra que desconsidera. 37
2.18 *Clustering* de dados representados por duas *features* x_1 e x_2. 38
2.19 Exemplo de funcionamento do *Mean Shift* considerando duas *seeds*. . . . 42
2.20 Sobreposição retangular entre os grupos A e B. 45
2.21 Problema do caminho mínimo. 49

2.22 Exemplo do problema de planejamento de rotas em sistemas de navegação baseados em marcos. 50
2.23 Exemplo de curva de *trade-off* para um problema bi-objetivo. 53

3.1 Linguagens e bibliotecas utilizadas no desenvolvimento. 57
3.2 Funcionamento da abordagem: visão geral. 59
3.3 Detecção de marcos por agrupamento de pontos característicos. 60
3.4 Relação utilizada para estimar a largura de banda. 62
3.5 Visão geral do módulo de detecção automática de marcos. 65
3.6 Visão geral do procedimento para calcular a distância entre os marcos. . 66
3.7 Visão geral do procedimento para calcular a chance de reconhecimento de um marco. 68
3.8 Situações onde pode ser necessário identificar um marco fora da rota. . . 69
3.9 Visão geral do módulo de planejamento automático de marcos. 70

4.1 Diferentes tipos de regiões de voo. Canto superior esquerdo: pastagem; canto inferior esquerdo: floresta; Canto superior direito: região urbana e canto inferior direito: plantação. 72
4.2 Agrupamento gerado pelo método *K-Means* com k=2 e k=100. São apresentados os valores obtidos para as métricas silhueta e sobreposição de grupos. 75
4.3 Análise visual para estimar um número mínimo de marcos na região 1. . 76
4.4 Melhores resultados para o coeficiente silhueta de cada método considerando a região 1. 76
4.5 Resultados da sobreposição considerando os melhores resultados para o coeficiente silhueta na região 1. 77
4.6 Tempo de execução médio dos métodos para região 1. 78
4.7 Análise visual para estimar um número mínimo de marcos na região 2. . 82
4.8 Melhores resultados para o coeficiente silhueta de cada método considerando a região 2. 82
4.9 Resultados da sobreposição considerando os melhores resultados para o coeficiente silhueta na região 2. 83
4.10 Tempo de execução médio dos métodos para região 2. 84
4.11 Detecção dos marcos para $v1$ (altura de voo igual à 60 metros e ângulo de abertura da câmera igual à 40°). 89
4.12 Detecção dos marcos para $v2$ (altura de voo igual à 60 metros e ângulo de abertura da câmera igual à 60°). 90
4.13 Detecção dos marcos para $v3$ (altura de voo igual à 100 metros e ângulo de abertura da câmera igual à 60°). 91

4.14 Relação entre a distância e a chance de reconhecimento de um vértice (marco) do grafo para aplicar a ideia de erros acumulativos do INS. . . . 100
4.15 Relação entre a distância e a chance de reconhecimento de um vértice (marco) do grafo. 101
4.16 Detecção dos marcos considerando a altura de voo igual à 60 metros e ângulo de abertura da câmera igual à 60 °. 103
4.17 Rota gerada pelo **Modelo 1**. 105
4.18 Curva de trade-off gerada para o **Modelo 2**. 106
4.19 Rota considerada a melhor solução encontrada pelo **Modelo 2**. 107
4.20 Curva de trade-off gerada para o **Modelo 3**. 108
4.21 Rota considerada a melhor solução encontrada pelo **Modelo 3**. 109
4.22 Rota gerada pelo **Modelo Proposto**. 110
4.23 Pontos de referência para as rotas: p_1, p_2 e p_3 112
4.24 Tempo de execução dos modelos. 115
4.25 Console para execução do programa. 117
4.26 Janela principal do programa. 117
4.27 Janela de configurações do programa. 118
4.28 Comportamento da aplicação na imagem Rota antes do cálculo da rota. . 121
4.29 Comportamento da aplicação na imagem Rota depois do cálculo da rota. 122

LISTA DE TABELAS

Pág.

2.1 Comparativo entre as técnicas de navegação aérea baseada em imagens. . 32

4.1 Resultado do *clustering* para os métodos com maior valor da silhueta, estudo de caso 1. 79
4.2 Resultado do *clustering* para os métodos com maior valor da silhueta, estudo de caso 2. 85
4.3 Resultados da detecção variando o ângulo de abertura da câmera. 88
4.4 Resultados da detecção variando o altura de voo. 91
4.5 Resultados dos objetivos para as melhores rotas obtidas pelo **Modelo 2** e **Modelo Proposto** 114
4.6 Comparação entre os modelos. 116
4.7 Descrição das funcionalidades dos botões da janela principal. 118
4.8 Descrição das funcionalidades dos botões da janela de configurações. . . . 119

A.1 Resultados obtidos para os diferentes métodos de agrupamento considerando o Estudo de Caso 1. 135

B.1 Resultados obtidos para os diferentes métodos de agrupamento considerando o Estudo de Caso 2. 139

C.1 Resultados obtidos para as diferentes modelagens. 143

D.1 Resultados obtidos para análise aprofundada do **Modelo 2** e do **Modelo 4**. 145

SUMÁRIO

Pág.

1 INTRODUÇÃO **1**
1.1 Motivação 2
1.2 Objetivos 7
1.3 Organização 7

2 REFERENCIAL TEÓRICO **9**
2.1 Processamento de Imagens 9
2.1.1 Características Globais em Imagens 9
2.1.2 Características Locais em Imagens 10
2.1.3 Extração de Características 12
2.1.3.1 Extração de Bordas 12
2.1.3.2 Extração e Descrição de Características 15
2.1.4 Casamento de Características 23
2.2 Navegação Aérea Baseada em Imagens 27
2.2.1 Odometria Visual 27
2.2.2 Casamento de Imagens 28
2.2.3 Reconhecimento de Marcos 29
2.2.4 Comparativo e Combinação entre as Técnicas 31
2.3 Planejamento de Rotas Aplicado à Navegação Aérea 32
2.3.1 Planejamento de Rotas em Sistemas de Navegação Aérea Baseado no Reconhecimento de Marcos 33
2.3.2 Detecção dos Marcos na Região do Voo 34
2.3.3 Seleção dos Marcos da Rota 36
2.4 Análise de Agrupamento de Dados 38
2.4.1 *Mean Shift* 39
2.4.2 Métricas para Avaliação de Grupamentos 43
2.4.2.1 Silhueta 43
2.4.2.2 Sobreposição dos Grupos 44
2.5 Otimização e programação linear 46
2.5.1 Problema do Caminho Mínimo (PCM) 48
2.5.2 Otimização Multiobjetivo 48
2.5.2.1 Método da Soma Ponderada 51

2.5.2.2 Método ϵ-Restrito 52

3 MATERIAIS E MÉTODOS 55

3.1 Trabalhos Prévios 55

3.2 Planejamento automático de rotas aplicado à navegação aérea autônoma: visão geral 56

3.3 Módulo de detecção automática de marcos 59

3.4 Módulo de planejamento automático da rota 65

4 ANÁLISE E RESULTADOS 71

4.1 Análise de métodos de agrupamento para detecção de marcos 71

4.1.1 Estudo de Caso 1 75

4.1.2 Estudo de Caso 2 81

4.1.3 Conclusões da análise de métodos de agrupamento para detecção de marcos 86

4.2 Resultados do módulo detecção automática de marcos 87

4.2.1 Detecção de marcos variando o ângulo de abertura da câmera 88

4.2.2 Detecção de marcos variando a altura do voo 90

4.2.3 Conclusões dos resultados obtidos para a o módulo de detecção automática de marcos 92

4.3 Análise de modelagens para o planejamento de rotas 93

4.3.1 Modelo Proposto 98

4.3.2 Validação dos Modelos 102

4.3.3 Análise aprofundada do **Modelo Proposto** e do **Modelo 2** 111

4.3.4 Conclusões da análise de modelagens para o planejamento de rotas . . 115

4.4 Interface gráfica 116

5 CONCLUSÕES 123

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS **125**

ANEXO A - ESTUDO DE CASO 1 (ANÁLISE DOS MÉTODOS DE AGRUPAMENTO) **135**

ANEXO B - ESTUDO DE CASO 2 (ANÁLISE DOS MÉTODOS DE AGRUPAMENTO) **139**

ANEXO C - VALIDAÇÃO DOS MÉTODOS (ANÁLISE DE MODELAGENS PARA O PLANEJAMENTO DE ROTAS) **143**

ANEXO D - VALIDAÇÃO DOS MÉTODOS (ANÁLISE DETALHADA DOS MODELOS) **145**

1 INTRODUÇÃO

A origem da aviação não tripulada teve início através de esforços de diversos pesquisadores do século XIX. Durante este período, diferentes modelos de aeronaves foram desenvolvidos gerando a base de conhecimento necessária para os primeiros voos tripulados bem-sucedidos no início do século XX (NEWCOME, 2004). Porém, o desenvolvimento dos primeiros VANTs (**V**eículos **A**éreos **N**ão **T**ripulados) ocorreu pouco depois, durante a primeira Guerra Mundial. Estes protótipos possuíam mecanismos automáticos para navegação, entretanto, foram considerados imprecisos e pouco confiáveis e, com isto, muitos projetos foram abandonados (VALAVANIS, 2008).

O primeiro míssil cruzeiro, o V1-*Buzz Bomb*, foi desenvolvido pelo exército alemão durante a segunda Guerra Mundial. Este tipo de dispositivo era capaz de viajar grandes distâncias e possuía um sistema de piloto automático que permitia o controle de altitude e velocidade durante o voo (COOK, 2007). Mesmo não sendo considerado de fato um VANT, o desenvolvimento do primeiro míssil cruzeiro trouxe tecnologias novas e eficazes que culminaram na criação de outras tecnologias militares (torpedos, *drones* de reconhecimento, entre outras tecnologias) que tiveram grande impacto para a evolução dos VANTs (NEWCOME, 2004).

A ampla utilização de VANTs ocorreu no período da Guerra Fria, mais especificamente, durante a Guerra do Vietnã. Foi neste período que diversas missões de sucesso foram realizadas. Estes dispositivos eram controlados remotamente e realizavam somente missões de reconhecimento (FAHLSTROM; GLEASON, 2012). O sucesso das missões fez com que este tipo de tecnologia fosse utilizada posteriormente em outras atividades (inteligência, vigilância, supressão de defesa aérea, entre outros setores). Assim, com o passar do tempo, os VANTs tornaram-se sinônimo de supremacia militar (SULLIVAN, 2005).

O desenvolvimento de VANTs no Brasil começou no início da década de 1980 em um projeto conjunto entre o Centro Técnico Aeroespacial e a Companhia Brasileira de Tratores. A ideia era desenvolver um VANT a jato para suprir as necessidades das forças armadas (SDCI, 2017).

A documentação do uso e desenvolvimento de VANTs militares ao redor do mundo na maioria dos casos é limitada. A maioria dos países que possuem algum tipo de projeto relacionado ao uso de VANTs tratam este tipo de informação como segredo de segurança nacional. O que se pode afirmar, é que as grandes potências militares

desenvolvem e fazem uso deste tipo de tecnologia, como é o caso de EUA e Israel, países que já tiveram casos de uso registrados na literatura (COOK, 2007). Em vários outros países, como o Brasil, a utilização e desenvolvimento de VANTs, para fins militares, está fortemente vinculada aos tratados internacionais, ao envolvimento da indústria civil e às pesquisas em universidades.

Nas últimas décadas houve uma revolução na eletrônica com desenvolvimento de dispositivos cada vez menores e mais baratos. Isto teve grande impacto em praticamente todos os setores industriais e não seria diferente na indústria de VANTs. Atualmente é possível encontrar uma grande variedade de modelos VANTs para diferentes propósitos: infraestrutura, transporte, segurança, telecomunicações, mineração, mídia e entretenimento. A indústria brasileira também está em expansão, impulsionada principalmente pela utilização destes dispositivos na agricultura. Porém a grande maioria dos VANTs produzidos no Brasil dependem diretamente da tecnologia desenvolvida em outros países (PERES, 2015).

A fabricação de um VANT envolve o emprego de tecnologias advindas de diferentes áreas do conhecimento. A construção deste tipo de veículo possui diversas etapas de desenvolvimento: *design* aerodinâmico, modelo de propulsão, definição de sensores auxiliares ao controle, sistemas de navegação, sistemas de estabilidade, entre outras (FAHLSTROM; GLEASON, 2012). Dentre estas etapas, o sistema de navegação é um dos mais importantes para o funcionamento do VANT. Considerando que VANTs são aeronaves projetadas para operar sem piloto a bordo, é o sistema de navegação que torna seu voo possível de ser realizado.

Em relação ao sistema de navegação, os VANTs podem apresentar um ou dois dos seguintes modos de operação: os remotamente pilotados e os autônomos. Os VANTs remotamente pilotados são conhecidos como ARP (Aeronave Remotamente Pilotada/ *Remotely-Piloted Aircraft* - RPA). Neste tipo de sistema, os veículos aéreos são controlados através de uma estação remota de controle (sistema computacional, controle remoto, simulador, etc). Já os sistemas autônomos não têm qualquer tipo de intervenção externa durante o voo, pois o sistema de controle e navegação está embarcado na aeronave (ANAC, 2017).

1.1 Motivação

Nas últimas décadas, o desenvolvimento e a pesquisa de veículos autônomos (terrestres, aquáticos e aéreos) tem crescido motivado por avanços tecnológicos nas áreas: Aprendizado de Máquina, Eletrônica e Robótica. Além disso, o uso de pilotos é

preterido a utilização de veículos autônomos quando a atividade a ser realizada é cansativa, perigosa ou mesmo impossível de ser realizada por humanos (GALINDO, 2016).

Um sistema de navegação de um VANT é composto de alguns subsistemas que desempenham diferentes funções. Na grande maioria destes sistemas existem dois subsistemas base para o controle de navegação: Sistema de Navegação Inercial (*Inertial Navegation System* - INS) e Sistemas de Navegação Global por Satélite (*Global Navigation Satellite System* - GNSS). O INS é um sistema interno da aeronave que fornece sua orientação e posição através de cálculos numéricos que consideram a posição inicial de lançamento e informações do movimento (velocidade, posição e altura) da aeronave. As informações necessárias para a realização dos cálculos são fornecidas por um conjunto de sensores inerciais (acelerômetro e giroscópio) e um magnetômetro embarcados na aeronave. O GNSS é um sistema que fornece localização geográfica global do VANT através de sinais triangulados de satélites em órbita. Apesar do INS fornecer o posicionamento do veículo, o sistema fornece a localização precisa do veículo apenas por um período de tempo, devido ao acúmulo de erros na aproximação numérica. Para suprir este problema, o GNSS fornece ao veículo a informação do posicionamento global que é utilizada para corrigir o valor do INS (ANGRISANO, 2010).

O sistema GNSS/INS é o modelo mais utilizado para a navegação de VANTs, porém este sistema apresenta alguns problemas relacionados ao GNSS. Por diferentes razões, o sinal do GNSS pode ser perdido, reduzido ou mesmo bloqueado causando falhas de funcionamento do sistema de navegação. Estas falhas podem resultar no cancelamento da missão, danificação do veículo ou mesmo perda total do VANT (SOUZA et al., 2006). Os problemas de sinal podem ocorrer devido a causas naturais (alterações na ionosfera, anomalias magnéticas, explosões solares, etc.) que afetam a recepção e envio do sinal (MUELLA, 2008). Estas falhas também podem ocorrer por interferência causada por sinais de outros dispositivos como, por exemplo, sinais de rádio. Em alguns casos, este tipo de interferência é proposital e tem o intuito de derrubar ou roubar a aeronave. Tais ataques maliciosos são conhecidos como *Spoofing* (envio de sinais falsos ao GNSS) e *Jamming* (bloqueio do sinal do GNSS) (CONTE; DOHERTY, 2008). Além disso, o uso do GNSS em VANTs para fins militares depende diretamente da autorização dos países detentores da tecnologia (SHIGUEMORI et al., 2007).

Existem diferentes abordagens na literatura que visam a solução deste problema e

algumas delas propõem substituir o sistema GNSS por um sistema de geolocalização baseado em imagens. A principal vantagem destas abordagens está na independência do uso do GNSS, porém a navegação por imagens apresenta diversos desafios para sua total implantação.

Um dos principais desafios está relacionado ao sistema de captura das imagens. Existem várias questões que devem ser consideradas para o sistema de captura de imagens, entre elas: tipo do sensor, resolução da câmera, frequência de captura, posicionamento da câmera e modelo de estabilidade para captura. Além de fatores técnicos, qualquer que seja o modelo de captura, a precisão e a qualidade das imagens geradas dependem também de condições ambientais as quais o veículo enfrenta. Condições não favoráveis ao voo (ventos fortes, chuva, etc) podem prejudicar a visibilidade da câmera e a estabilidade do veículo. Isto faz com que as imagens capturadas durante o voo apresentem diferentes padrões de rotação, translação, escala e luminosidade, dificultando a análise da imagem (JAIMES, 2016).

Outro cenário a ser considerado é a presença, ou não, de iluminação natural, ou seja, em qual período do dia ocorrerão as missões do veículo. No caso da navegação noturna ou sob baixa luminosidade, a utilização de imagens nas bandas visíveis se torna mais difícil gerando a necessidade da utilização de outros modelos de captura. Exemplos de aplicações nestas condições são apresentados em: Sjanic (2011), que faz uso de imagens aéreas de Radar de Abertura Sintética (*Synthetic Aperture Radar* - SAR) e, de Silva (2016), que utiliza imagens no infravermelho termal.

Como a navegação autônoma exige que os sistemas computacionais de navegação sejam executados em tempo real, a velocidade de execução é essencial para o desenvolvimento de um sistema de navegação baseado em imagens. Porém, o processamento de imagens pode ser custoso computacionalmente e este custo aumenta de acordo com a quantidade de informações contidas na imagem (SILVA, 2015). Desta forma, alguns fatores devem ser considerados para o desenvolvimento de um sistema de navegação baseado em imagens, entre eles: custo computacional, recursos de *hardware* disponíveis e a possibilidade de paralelismo (*hardware* e *software*). Além disso, quando se trata de aeronaves autônomas, deve-se considerar possíveis limitações para embarcar recursos de *hardware*. Existem VANTs maiores que permitem melhores condições para *hardwares* embarcados, porém estes dispositivos, de modo geral podem possuir alto valor de compra. Outro fator que dificulta a implantação deste tipo de abordagem é o consumo de energia, que tem relação direta com o sistema computacional de navegação e modelo de captura empregados, pois estes

recursos consomem quantidade significativa de energia e podem afetar diretamente a autonomia do veículo (SHIGUEMORI et al., 2007).

Em relação ao desenvolvimento de sistemas de navegação aérea baseada em imagens, as principais técnicas relacionadas são: Odometria Visual (OV) (KELLY et al., 2008; CONTE; DOHERTY, 2008; DOHERTY; CONTE, 2009; CHUNHUI et al., 2014; MANSUR et al., 2017); Casamento de Imagens (CI) (DOHERTY; CONTE, 2009; SILVA, 2015); e, Reconhecimento de Marcos (RM) (SILVA FILHO, 2016; SHIGUEMORI et al., 2007; MICHAELSEN et al., 2011). A Odometria Visual se baseia na ideia de comparar imagens sequenciais capturadas em voo para estimar a posição do veículo aéreo baseado no deslocamento dos objetos contidos em cena. O CI aplicado à navegação aérea consiste em localizar a imagem capturada em voo (imagem modelo) em uma imagem georreferenciada da região do voo (imagem referência) e assim determinar a posição global do VANT. O RM aplicado à navegação aérea consiste na identificação automática de marcos georreferenciados em imagens capturadas em voo para determinar a posição absoluta do VANT. Vale salientar que as técnicas mencionadas não são excludentes podendo ser combinadas de diferentes formas. Um bom exemplo está em Doherty e Conte (2009), onde o processo de OV é suportado por um modelo de CI.

Cada técnica possui vantagens e desvantagens, porém, se o objetivo for substituir o GNSS por um sistema de orientação visual para a correção do INS, o RM leva vantagem em dois quesitos principais. Em relação a OV, o RM proporciona ao sistema de navegação a posição global do VANT, diferentemente de OV que gera uma posição estimada a partir da posição de origem. Já em relação ao CI, o RM leva vantagem em relação à quantidade de informação a ser armazenada. No CI, uma imagem de toda a região da missão deve estar armazenada para que seja realizada a geolocalização. Já no RM apenas fragmentos da imagem onde estão localizados os marcos são estocados no dispositivo de *hardware*. Entretanto, o RM tem uma desvantagem que está diretamente ligada a esta vantagem. Por armazenar somente fragmentos da imagem da região do voo, possivelmente há locais onde não é possível obter a localização global do VANT para corrigir o INS. Para suprir esta desvantagem, a maioria dos sistemas de navegação aérea baseada em marcos utiliza um sistema de OV para fornecer a posição do veículo entre os marcos. Esta técnica é conhecida como Mapeamento e Localização Simultâneos (***S**imultaneous **L**ocalization **A**nd **M**apping* - SLAM) (SILVA, 2016). Porém, como o valor do INS necessita de ajustes somente de tempos em tempos, uma hipótese a ser testada é se é possível corrigir o INS em tempo hábil, com a definição de uma rota apropriada que considera fatores

específicos da abordagem.

Em outras metodologias (GNSS/INS, Casamento de Imagens) para definição de uma rota é necessário somente a localização dos pontos de interesse. Neste caso, a rota entre dois pontos de interesse é simplesmente uma linha reta (menor distância) entre as duas regiões de interesse. Já quando a geolocalização é realizada a partir de marcos, a rota entre dois pontos de interesse deve passar por determinados marcos para que a localização seja efetuada. Ou seja, entre dois pontos de interesse existem sub-rotas que o VANT deverá realizar. Além disso, para traçar a rota, deve-se considerar uma distância limite entre os marcos em relação aos erros produzidos pelo INS. Como o INS irá produzir erros acumulativos a cada estimação, há um intervalo de tempo para que ocorram erros significativos no cálculo da posição. Assim, deve-se considerar este intervalo de tempo para calcular uma distância limite entre os marcos baseada na velocidade média de voo (SHIGUEMORI et al., 2007).

Outro fator que deve ser considerado para gerar uma rota adequada é a seleção dos melhores marcos da região do voo. Neste sentido, cada marco selecionado deve possuir um conjunto de características singulares que o diferenciem dos demais objetos da região. Em muitos casos, existe um conjunto de objetos que possuem características semelhantes em uma dada região, dificultando o processo de reconhecimento. Além disso, a seleção manual dos marcos nem sempre reflete nos melhores padrões para um modelo computacional de reconhecimento. Ou seja, a forma como um sistema de visão computacional define os marcos pode ser diferente da percepção humana. Considerando esta premissa, um modelo automático que selecione os marcos de acordo com o modelo computacional de correspondência (imagem do marco/ imagem do VANT) utilizado, pode aumentar a qualidade da rota gerada (SILVA, 2016).

A seleção de uma rota adequada para a navegação por marcos pode ser uma possível solução para a desvantagem em relação a pontos cegos na trajetória. Mas existem restrições que devem ser consideradas, sendo uma das mais importantes a existência de marcos que podem ser identificados na região onde ocorrerá o voo. Considerando apenas imagens dentro do espectro visível, locais de pastagem ou floresta podem dificultar a identificação de um número suficiente de marcos para aplicar a abordagem. Desta forma, a aplicação desta abordagem pode ser mais adequada para regiões urbanas. Este tipo de região contém um número maior de objetos projetados pelo homem que podem ser definidos como marcos, por exemplo: prédios, rotatórias, campos de futebol, entre outros. Uma possível alternativa para utilizar a abordagem em

diferentes regiões é utilizar imagens de radar ao invés de imagens dentro do espectro visível (SILVA, 2016). Imagens de radar podem evidenciar o relevo do terreno que pode ser utilizado como marcos. Porém, para utilizar este tipo de imagem, sensores específicos para este propósito devem ser embarcados no VANT e isto dificultaria o estudo proposto neste trabalho. Desta forma, serão consideradas apenas imagens na faixa do visível.

Portanto, o propósito deste trabalho é apresentar um modelo automático e adaptativo para o planejamento de rotas em sistemas de navegação, que considere fatores específicos da navegação aérea baseada no Reconhecimento de Marcos. Com isto, espera-se prover uma ferramenta que auxilie o estudo desta técnica e possibilite outros estudos que resultem na sua consolidação.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é apresentar um modelo para o planejamento automático de rotas em sistemas de navegação aérea baseada no Reconhecimento de Marcos. O intuito consiste em aumentar as chances do cumprimento dos voos, com base na escolha automática dos marcos mais adequados. Além disso, podem ser destacados os seguintes objetivos específicos:

- Utilizar um método de visão computacional para seleção automática de marcos e avaliar possíveis melhorias durante o desenvolvimento.
- Realizar um estudo de diferentes modelagens matemáticas para o planejamento de rotas em sistemas de navegação aérea baseados em marcos, no desenvolvimento do modelo planejamento automático de rotas.
- Prover um modelo automático de planejamento de rotas que possibilite o desenvolvimento da técnica de navegação aérea por marcos.
- Desenvolver um modelo de planejamento com um baixo tempo de execução que permita ajustar a rota pré-planejada em tempo real.

1.3 Organização

No Capítulo 2 é apresentado um conjunto de técnicas de visão computacional, otimização e métodos de agrupamento, para melhor abordar o trabalho desenvolvido. No Capítulo 3 são apresentados os materiais e métodos utilizados no desenvolvimento.

No Capítulo 4 estudos e análises realizados durante o desenvolvimento, evidenciando os resultados obtidos. Por fim, No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões do trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo são abordados conceitos sobre processamento de imagens, métodos de agrupamento e otimização e suas aplicações à navegação aérea, no contexto do trabalho realizado.

2.1 Processamento de Imagens

Nesta seção são apresentados alguns fundamentos sobre processamento de imagens com ênfase no desenvolvimento proposto. São apresentados modelos para extração de características em imagens. Modelos para correspondência entre imagens. E também são apresentadas as principais técnicas de navegação aérea por imagens.

2.1.1 Características Globais em Imagens

Característica, ou do inglês *feature*, é um conceito aplicado em diferentes áreas da computação (Visão Computacional, Aprendizado de Máquina, etc.) e pode ser compreendido como um atributo/propriedade que descreve, quantifica ou qualifica um objeto de estudo (fenômeno físico, comportamento social, imagens, dados, etc.), permitindo sua categorização ou mesmo distinção dentro de um conjunto de outros objetos. Ou seja, as características dos objetos de estudo possibilitam compará-los, distingui-los, generalizá-los ou classificá-los perante outros objetos (SZELISKI, 2010; HASSABALLAH et al., 2016).

Um bom exemplo para consolidar o conceito apresentado, pode ser visto no principal objeto de estudo deste trabalho, as imagens digitais. Existem diferentes características visuais que podem ser extraídas a partir de uma imagem: textura, extensão, tamanho, pontos chave (*keypoints*), estatísticas (média, variância e desvio padrão), intensidade da cor dos *pixels*, etc. Na Figura 2.1 são apresentados alguns exemplos das diferentes características que podem ser extraídas de uma imagem.

Figura 2.1 - Exemplos de características que podem ser extraídas de uma imagem aérea (Universidade do Vale do Paraíba (UNIVAP), São José dos Campos, SP).

Fonte: Produção do autor.

2.1.2 Características Locais em Imagens

Na Figura 2.1 é apresentado um conjunto de características globais da imagem, ou seja, um conjunto de informações referentes a imagem como um todo. Porém, existem casos onde o interesse está somente em partes da imagem e, assim, pode-se considerar que existem sub imagens com locais específicos de interesse naquela imagem. Neste caso, há um conjunto de características locais que podem ser compreendidas como um conjunto de padrões na imagem que variam de acordo com sua vizinhança. Estes padrões são identificados a partir de pequenas diferenças de uma ou mais propriedades dentro de fragmentos da imagem (*patches*) (HASSABALLAH et al., 2016).

A ideia de subdividir a imagem em regiões de interesse é de vital importância para aplicações onde existe a necessidade de corresponder (comparar, casar) diferentes imagens, pelo fato de que diferentes regiões de uma imagem possuem características com maior ou menor grau de variabilidade. Regiões da imagem onde se encontram

cantos ou bordas são mais simples de serem reconhecidas do que outros locais da imagem (SZELISKI, 2010). Analisando a Figura (2.2) pode-se perceber que os *patches* **a** e **b** são facilmente encontrados na imagem. Já os fragmentos **c** e **d**, até permitem determinar uma região onde os *patches* estão, porém, é difícil determinar sua exata localização. Este conjunto de características obtidas das imagens fornecem diferentes informações que são cruciais em diferentes aplicações como, por exemplo, segmentação, reconhecimento de padrões, classificação, recuperação de imagens, casamento de imagens e rastreamento de objetos (SZELISKI, 2010).

Figura 2.2 - Extração de *patches* para casamento entre as imagens.

Fonte: Produção do autor.

As características extraídas dos *patches* de uma imagem podem ser as mesmas do conjunto de características globais, entretanto, algumas são mais discriminativas

localmente (bordas, cantos e gotas) do que outras (cor, textura e estatísticas da imagem). Estas características discriminativas retiradas de pequenos *patches* de uma imagem são comumente chamadas de pontos chave (*keypoints*) ou pontos de interesse (*interest points*) da imagem. Por possuírem maior quantidade de informação passível à comparação local, estas características permitem comparar imagens considerando apenas estes pontos. Além disso, estas características podem ser representadas a partir de descritores, que podem ser invariantes a um conjunto de transformações na imagem.

A utilização de técnicas de detecção e descrição de características tem se tornado cada vez mais comum na comunidade de Visão Computacional, sendo amplamente utilizada em um vasto conjunto de aplicações: representação de imagens, classificação de imagens, reconstrução de cenas 3D, localização de robôs, entre outras (HASSABALLAH et al., 2016).

2.1.3 Extração de Características

Nas Seções 2.1.1 e 2.1.2 foi explorado o conceito de caraterísticas em imagens e que existem características que são mais discriminativas (bordas, cantos e gotas) do que outras. Além disso, foi exposto que estas características são utilizadas para corresponder duas imagens. Nas próximas seções são abordadas diferentes técnicas para detecção e extração das características, além de apresentar como elas podem ser representadas a partir de descritores. Por fim, é apresentado como corresponder duas imagens através de diferentes características.

2.1.3.1 Extração de Bordas

A ideia geral para extrair bordas é encontrar o limite entre regiões na imagem com diferentes valores de intensidade, textura ou cor. Ou seja, encontrar na imagem variações rápidas ou intensas destas características. Uma forma de aplicar a ideia é através do gradiente da imagem. Para entender o conceito, considere uma imagem I como um mapa de relevo 3D, onde as coordenadas (x, y) dos *pixels* da imagem seriam as componentes largura e comprimento e, a intensidade (valor do *pixel*) $I(x, y)$, seria a componente altura. A variação ou diferença entre os valores da intensidade pode ser calculadas através do gradiente, onde os locais de maior variação (maior valor do gradiente), dentro do mapa, seriam as regiões com bordas na imagem (SZELISKI, 2010). A Figura 2.3 ilustra esta ideia, onde é apresentada uma imagem em tons de cinza 128 x 128 e uma representação do seu respectivo mapa de relevo. As setas apresentadas no eixo (x, y) representam o vetor gradiente calculado.

Figura 2.3 - Representação 3D da Imagem e seus gradientes.

Fonte: Produção do autor.

O gradiente da função $I(x, y)$ pode ser calculado a partir de suas derivadas parciais de acordo com a Equação 2.1 (as equações desta seção foram adaptadas de Jain et al. (1995)).

$$\nabla I = \boldsymbol{G}[I(x, y)] = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} \\ \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Onde: ∇ I e $\boldsymbol{G}[I(x, y)]$ representam o gradiente da função I da intensidade dos *pixels*; G_x e $\frac{\partial I}{\partial x}$ são as derivadas parciais da função I em relação a x; e, G_y e $\frac{\partial I}{\partial y}$ são as derivadas parciais da função I em relação a y (ou seja, a taxa de variação de I em relação a x e y, respectivamente).

A direção (ângulo) do vetor gradiente pode ser encontrada a partir da Equação 2.2 e indica o sentido da maior variação na intensidade dos *pixels*, sendo que a orientação do vetor gradiente ∇I é sempre perpendicular às bordas locais.

$$\alpha(x, y) = \tan^{-1} \begin{pmatrix} G_x \\ G_y \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

A magnitude do vetor gradiente $\boldsymbol{G}[I(x, y)]$ representa a intensidade da variação (módulo do vetor) e é dada pela equação 2.3:

$$G[I(x,y)] = \sqrt{{G_x}^2 + {G_y}^2} \tag{2.3}$$

Uma forma de aplicar o conceito apresentado sobre as imagens é através de aproximações numéricas implementadas através de operadores matriciais (máscaras de convolução). Uma simples aproximação do gradiente da imagem pode ser realizada da seguinte forma:

$$G_x \cong I[i, j+1] - I[i, j] \tag{2.4}$$

$$G_y \cong I[i, j] - I[i+1, j] \tag{2.5}$$

Onde o gradiente é aproximado a partir da diferença entre dois *pixels* vizinhos. Sua implementação como máscaras de convolução pode ser visualizada na Equação 2.6:

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & +1 \end{bmatrix} \; G_y = \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

As máscaras são aplicadas sobre cada *pixel* da imagem considerando sua vizinhança, ou seja, o conjunto *pixel* mais sua vizinhança, forma uma sub matriz de mesmo tamanho da máscara a ser aplicada. Considerando uma máscara arbitrária M de tamanho 2x2 e um dado *pixel* $I(i,j)$ de uma imagem I, a aplicação do operador sobre o *pixel* $I(i,j)$ seria dada pela Equação 2.1.3.1:

$$I(i,j) * \begin{bmatrix} +1 & +1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = (1)*I(i,j)+(1)*I(i,j+1)+(-1)*I(i+1,j)+(-1)*I(i+1,j+1)$$

É importante ressaltar que o símbolo $*$ é o mesmo da multiplicação de matrizes, porém trabalha de maneira diferente. Estes conceitos são utilizados em muitos algoritmos para detecção de bordas, sendo que cada um utiliza diferentes aproximações do gradiente, resultando em diferentes operadores. Os métodos mais tradicionais para extração de bordas de uma imagem são: Sobel (SOBEL; FELDMAN, 1968), Prewitt (PREWITT, 1970) e Roberts (ROBERTS, 1963). Suas respectivas máscaras de

convolução aplicadas em uma imagem arbitrária I são apresentadas respectivamente nas equações 2.7, 2.8 e 2.9.

Operador de Sobel:

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -2 & 0 & +2 \\ -1 & 0 & +1 \end{bmatrix} * I \quad G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ +1 & +2 & +1 \end{bmatrix} * I \tag{2.7}$$

Operador de Prewitt:

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \end{bmatrix} * I \quad G_y = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} * I \tag{2.8}$$

Operador de Roberts:

$$G_x = \begin{bmatrix} +1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} * I \quad G_y = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{bmatrix} * I \tag{2.9}$$

O cálculo do gradiente aplicado diretamente na imagem, sem aplicação de nenhum tipo de filtro, ressalta as altas frequências na imagem amplificando o ruído. Devido a isto, muitos algoritmos de extração fazem uso de um filtro passa-baixa (na maioria dos casos, o filtro Gaussiano) para amenizar este efeito (SZELISKI, 2010). Um bom exemplo é o extrator de bordas de Canny (CANNY, 1986) que aplica um filtro Gaussiano na imagem antes de calcular o gradiente das imagens utilizando os operadores de Sobel (Equação 2.7). Existem outros tipos de extratores que utilizam abordagens diferentes da apresentada como, por exemplo, o extrator Laplaciano da Gaussiana (**L**aplacian of **G**aussian (LoG)) que faz uso do de um operador Laplaciano (baseado no cálculo da segunda derivada) juntamente com o filtro Gaussiano para detecção das bordas (MARR; HILDRETH, 1980). Goltz et al. (2009) realizam o reconhecimento de padrões de bordas através de redes neurais artificiais.

2.1.3.2 Extração e Descrição de Características

A extração e descrição de características (*feature extraction and description*) fundamenta-se no conceito de pontos chave (*keypoints*) dentro de uma imagem, cuja a ideia básica consiste em determinar na imagem diferentes pontos de interesse

para então gerar uma representação vetorial (descritor) da região em torno de cada ponto encontrado. Um tipo de característica que é amplamente utilizada neste tipo de abordagem é formado pelos cantos (*corners*) da imagem. Pois este tipo de característica possui propriedades que são altamente discriminativas encontradas em pontos específicos na imagem. Um canto pode ser compreendido como um pequeno *patch* na imagem que tem variações significativas em todos os sentidos de uma ou mais características (textura ou intensidade, por exemplo). Outro tipo de característica bastante utilizada neste tipo de metodologia são as gotas (*blobs*) que podem ser compreendidas como uma pequena região da imagem com propriedades semelhantes. Neste caso, o intuito é encontrar um fragmento de imagem com características quase constantes que delimitam uma região de interesse (SZELISKI, 2010). Na Figura 2.4 é apresentada a ideia de cantos e gotas em fragmento de um tabuleiro de xadrez.

Figura 2.4 - Canto e Gotas em um fragmento de tabuleiro de xadrez.

Fonte: Produção do autor.

Há uma grande variedade de técnicas para extração destas características que utilizam diferentes abordagens (gradiente, estatísticas de segunda ordem, modelos paramétricos, entre outras), cada uma com sua especificidade. Os detectores de recursos podem ser categorizados como: detectores de escala única, detectores multiescala e detectores invariantes afim (HASSABALLAH et al., 2016). Os detectores de escala única são invariantes às transformações de rotação, translação, determinado nível de mudança luminosidade e a certo limite de ruídos. Dentro deste conjunto de detectores pode-se destacar: detector Harris (HARRIS; STEPHENS, 1988), detector SUSAN (SMITH; BRADY, 1997), detector FAST (ROSTEN; DRUMMOND, 2005) e detector Hessian (LAKEMOND et al., 2012). Porém, este tipo de detector sofre em relação às transformações de escala. Os detectores multiescala tratam deste problema, porém este tipo de detector considera apenas variações uniformes em relação à escala. Os métodos mais conhecidos nesta categoria são: Laplaciano da Gaussiana (*Laplacian of*

Gaussian - LoG) (LINDEBERG, 1998) e Diferença da Gaussiana (*Difference of Gaussian* - DoG) (LOWE, 2004). Em alguns casos, a mudança de escala pode ocorrer de forma não simétrica surgindo a necessidade de detectores que possam tratar das mudanças de escala de uma forma mais generalizada como, por exemplo, os detectores invariantes afim Harris-Affine e Determinante de Hessian (*Determinant of Hessian*-DoH) (BAY et al., 2008).

Para compreender melhor como estes detectores podem funcionar será abordado, a seguir, um dos primeiros algoritmos para extração de cantos em imagens, o detector de cantos Harris (*Harris Corner Detector*).

Harris Corner Detector. Algoritmo desenvolvido por Harris e Stephens (1988), fundamentado na autocorrelação de pequenos *patches* em uma possível região de interesse. Este processo é realizado movendo o *patch* em todas as direções possíveis avaliando a diferença entre a intensidade dos *pixels*. Seleciona um *patch* de uma região da imagem (*patch* original) e o desloca em todas as direções para avaliar a ocorrência de variações significativas para determinar a localização de um canto. Na Figura 2.6 pode ser visualizada a ideia geral do método.

Figura 2.5 - Ideia geral do detector de cantos Harris.

Fonte: Produção do autor.

O algoritmo apresentado pode ser modelado matematicamente de acordo com a Equação 2.10 (as equações foram retiradas de Harris e Stephens (1988)):

$$E(u,v) = \sum_{(x,y)}^{(m,n)} w(x,y)[I(x+u,y+v) - I(x,y)]^2 \tag{2.10}$$

Onde: $E(u,v)$ é o quadrado da diferença entre o *patch* original e o deslocado; u é o deslocamento na direção x; v é o deslocamento na direção y; e, $w(x,y)$ é uma função janela (máscara) que atribui pesos maiores para valores testados dentro da região de interesse. Ainda, garantindo uma relação espacial para os testes (Figura 2.6), $I(x+u,y+v)$ são os valores da intensidade do *patch* deslocado; $I(x,y)$ são os valores do *patch* original; e, (m,n) é o tamanho do *patch* a ser testado.

Figura 2.6 - Diferentes funções janela $w(x,y)$ para a Equação 2.10.

Fonte: Produção do autor.

Para encontrar os cantos da imagem deve-se maximizar a função $E(u,v)$, ou seja, encontrar o máximo valor da variação entre as intensidades. Como exposto na Seção 2.1.3.1 uma forma de aplicar este conceito é através do gradiente da imagem. Desta forma, na fórmula 2.10 será aplicada a expansão de Taylor (LEITHOLD, 1998) para aproximar os valores do segundo termo do somatório aos seus derivados. A ideia pode ser vista nas equações a seguir:

$$\sum_{(x,y)}^{(m,n)} [I(x+u,y+v) - I(x,y)]^2 \approx \sum_{(x,y)}^{(m,n)} [I(x,y) + uI_x + vI_y - I(x,y)]^2 \tag{2.11}$$

Realizando algumas manipulações algébricas pode-se chegar na seguinte igualdade:

$$\sum_{(x,y)}^{(m,n)} [I(x,y) + uI_x + vI_y - I(x,y)]^2 = \sum_{(x,y)}^{(m,n)} [u^2 I_x^2 + 2uvI_xI_y + v^2 I_y^2] \tag{2.12}$$

Aplicando uma manipulação de vetores, é possível construir uma matriz em função dos derivados:

$$\sum_{(x,y)}^{(m,n)} [u^2 I_x^2 + 2uvI_xI_y + v^2 I_y^2] = \begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix} \sum_{(x,y)}^{(m,n)} \begin{bmatrix} I_x^2 & I_{xy} \\ I_{xy} & I_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

Renomeando a matriz de derivados obtida na equação 2.13 e voltando a considerar a função janela obtém-se:

$$M = \sum_{(x,y)}^{(m,n)} w(x,y) \begin{bmatrix} I_x^2 & I_{xy} \\ I_{xy} & I_y^2 \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

Desta forma, pode-se assumir a seguinte relação:

$$E(u,v) \approx \begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

Observe que os valores da matriz M podem ser obtidos através dos operadores de Sobel 2.7 apresentados na Seção 2.1.3.1. Agora basta gerar um modelo para determinar se o *patch* possui um canto ou não. Esta pontuação é dada pela Equação 2.16.

$$P = det(M) - k(traço(M))^2 = \lambda_1\lambda_2 - k(\lambda_1 + \lambda_2)^2 \tag{2.16}$$

Onde: k é uma constante estipulada empiricamente, $k \in [0,04; 0,06]$; λ_1 e λ_2 são os autovalores da matriz M; e, *traço* é a soma dos elementos da diagonal principal da matriz.

Esta relação é considerada da seguinte forma (Figura 2.7):

- se o valor de |P| é pequeno dado um limiar arbitrário, ou seja, o valor de λ_1

e λ_2 é pequeno segundo um limiar, a região testada é considerada plana.

- se o valor P < 0, ou seja, o valor de $\lambda_1 \gg \lambda_2$, ou o contrário, $\lambda_1 \ll \lambda_2$, a região testada é considerada uma borda.
- se o valor de P é grande dado um limiar arbitrário, ou seja, o valor de λ_1 e λ_2 é grande segundo um limiar e $\lambda_1 \sim \lambda_2$, a região testada é considerada um canto.

Figura 2.7 - Relação entre os autovalores da matriz M para classificação de pontos de interesse em uma imagem.

Fonte: Adaptada de Huáman (2014) e Hassaballah et al. (2016).

Encontrados os pontos chave na imagem, então é possível gerar um descritor adequado, invariante a diferentes transformações na imagem. Existem diversas formas de gerar um descritor e sua representação irá depender diretamente da abordagem escolhida. Na literatura são encontrados diferentes algoritmos com este propósito: *Binary Robust Independent Elementary Features* - BRIEF (CALONDER et al., 2010), *Scale Invariant Feature Transform* - SIFT (LOWE, 2004), *Gradient Location-Orientation Histogram* - GLOH (MIKOLAJCZYK; SCHMID, 2005), *Speeded-Up Robust*

Features Descriptor - SURF (BAY et al., 2008), entre outros. Por ser independente do modelo de extração de pontos chaves, para melhor compreender como um descritor pode ser gerado, será apresentado mais detalhadamente o algoritmo BRIEF.

***Binary Robust Independent Elementary Features* (BRIEF)**. Método desenvolvido por Calonder et al. (2010) que gera um descritor binário a partir de um conjunto pequeno de comparações de pares de *pixels* amostrados da região onde está localizado o ponto de interesse. Primeiramente, suaviza-se um *patch* $\mathbf{p}$ de tamanho arbitrário $S \times S$ ao redor do ponto chave para extrair, a partir de um critério de amostragem, um conjunto de pares de *pixels* da região de interesse. Então, para cada par de valores dos *pixels* é realizado o seguinte teste τ (as equações apresentadas foram retiradas de (CALONDER et al., 2010)):

$$\tau(\mathbf{p}; \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} 1, & \text{se } \mathbf{p}(\mathbf{x}) < \mathbf{p}(\mathbf{y}) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{2.17}$$

Onde: $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ é o valor da intensidade de um *pixel* na posição $\mathbf{x}$ suavizado por uma transformação arbitrária, ou seja, $\mathbf{p}$ em $\mathbf{x} = (u, v)^\top$.

Não há um único critério para amostrar os valores $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ e $\mathbf{p}(\mathbf{y})$. Os autores consideram no artigo 5 diferentes formas de amostrar os pares de valores.

A seguir são listados os critérios assumidos pelos autores, onde $\mathbf{X}$ e $\mathbf{Y}$ são os conjuntos de pontos amostrados:

I) $(\mathbf{X},\mathbf{Y}) \sim$ independente e identicamente distribuídos (i.i.d.): Distribuição uniforme $(\frac{-S}{2}, \frac{S}{2})$.

II) $(\mathbf{X},\mathbf{Y}) \sim$ i.i.d.: Distribuição Gaussiana $(0, \frac{1}{25}S^2)$.

III) $\mathbf{X} \sim$ i.i.d.: Distribuição Gaussiana $(0, \frac{1}{25}S^2)$, $\mathbf{Y} \sim$ i.i.d.: Distribuição Gaussiana $(\mathbf{x}_i, \frac{1}{100}S^2)$.

IV) Os $(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)$ pares de posições são aleatoriamente amostrados de locais discretos de uma grade polar grossa.

V) $\forall i : \mathbf{x}_i = (0, 0)^\top$ e $\mathbf{y}_i$ toma todos os valores possíveis de uma grade polar grossa contendo n pontos.

Na Figura 2.8 podem ser visualizados exemplos de amostragem, onde são apresentados 128 testes realizados sobre um *patch* arbitrário gerando diferentes grades G (I-V), sendo somente a grade V gerada não aleatoriamente.

Figura 2.8 - Diferentes abordagens para escolha dos locais de teste do BRIEF.

Fonte: Calonder et al. (2010)

Escolhidos o conjunto $n_d(\mathbf{X},\mathbf{Y})$ de pares de pontos, é realizado o teste τ para cada elemento do conjunto e gerado um descritor da concatenação de cada teste realizado. Assim o descritor assume a forma de uma *string* binária de dimensão n_d. Os autores consideraram n_d de dimensões 128, 256 e 512 para o estudo. A partir dos testes de correspondência realizados pelos autores, ficou evidenciado que, na maioria dos casos, descritores de n_d de dimensão 256 são suficientes para descrever os pontos chave.

A escolha do detector apropriado para a aplicação dependerá diretamente do tipo de imagem a ser utilizada. Por exemplo, considerando imagens para análise de cultura de bactérias, o mais indicado seria utilizar um detector de gotas ao invés de um detector de cantos. Já se tratando de imagens aéreas, considerando uma região urbana

por conter um grande número de objetos construídos pelo homem, o mais indicado seria utilizar um detector de cantos. Considerando a navegação aérea, as imagens a serem correspondidas apresentarão diferentes padrões de escala e, desta forma, o mais indicado seria utilizar um detector invariante afim para minimizar problemas relacionados à escala no processo de correspondência dos descritores (HASSABALLAH et al., 2016). A forma para realizar a correspondência de descritores será explorada na próxima seção.

2.1.4 Casamento de Características

O casamento de características é uma técnica que visa encontrar correspondências entre duas ou mais imagens a partir de suas características. A forma mais simples e intuitiva de realizar a abordagem é comparando a intensidade dos *pixels* das imagens através de métricas adequadas: quadrado da diferença, quadrado da diferença normalizada e correlação cruzada, por exemplo. Nas Equações 2.18, 2.19 e 2.20 são apresentadas estas métricas considerando duas imagens de mesmo tamanho: $I(i,j)$ e $I'(i,j)$.

Somatório do Quadrado das Diferenças (SQD):

$$SQD = \sum_{(x,y)}^{(I,J)} (I(x,y) - I'(x,y))^2 \tag{2.18}$$

Somatório do Quadrado das Diferenças Normalizada (SQDN):

$$SQDN = \frac{\sum_{(x,y)}^{(I,J)} (I(x,y) - I'(x,y))^2}{\sqrt{\sum_{(x,y)}^{(I,J)} (I(x,y))^2 \cdot \sum_{(x,y)}^{(I,J)} (I'(x,y))^2}} \tag{2.19}$$

Correlação Cruzada(CC):

$$CC = \sum_{(x,y)}^{(I,J)} I(x,y) * I'(x,y) \tag{2.20}$$

O modo de avaliar o grau de correspondência das imagens irá depender da métrica utilizada, note que em SQD e SQDN quanto menor o valor obtido, maior o grau de correspondência. Já em CC quanto maior o valor obtido maior será a correspondência entre as imagens. Para compreender como corresponder duas imagens através da

intensidade dos *pixels*, considere a técnica de casamento de imagens onde o objetivo da técnica é localizar uma imagem modelo (*template*) dentro de uma imagem referência (*target*). Nesta abordagem, a dimensão da imagem *template* é sempre menor que a dimensão da imagem *target*. Considere uma imagem referência I de tamanho arbitrário (i, j) e uma imagem modelo T de tamanho (m, n) menor que (i, j). Deslizando a imagem *template* sobre a imagem *target* é possível obter o grau de correspondência para cada posição da imagem referência em relação à imagem modelo. Considerando a métrica SQD, a relação de correspondência R para cada posição de I em relação à T poderia ser formulada de acordo com a Equação 2.21.

$$R(x, y) = \sum_{(x',y')}^{(m,n)} (T(x', y') - I(x + x', y + y'))^2 \tag{2.21}$$

Onde: (x, y) é uma posição específica dentro da imagem referência. Assim é possível gerar uma imagem correspondência R de tamanho $(i - m, j - n)$ onde o local com menor valor $R(x, y)$ seria a localização da imagem modelo dentro da imagem referência. A Figura 2.9 mostra a ideia geral da técnica do casamento de imagens baseado na intensidade dos *pixels* utilizando a métrica SQD.

Figura 2.9 - Casamento de Imagens baseado na intensidade dos *pixels*.

Fonte: Produção do autor

O casamento de características considerando a intensidade dos *pixels* possui fatores que dificultam a aplicação da metodologia. O exemplo apresentado mostra um caso ideal para aplicar a técnica pois, no exemplo, as imagens possuem os mesmos padrões de rotação, escala e resposta de intensidade dos *pixels*. Existem casos onde as imagens a serem correspondidas apresentam padrões diferentes uma em relação à outra. A iluminação, que afeta a resposta da intensidade dos *pixels*, é um fator que pode ser contornado utilizando outro tipo de métrica, por exemplo SQDN, ou utilizando uma imagem de bordas ao invés da imagem original. Porém, os outros tipos de transformações na imagem são mais difíceis de serem contornados, pois necessitam de informações adicionais a respeito do modelo de captura, ou seja, informações sobre angulação (rotação), distância de captura (escala). Devido a isto, muitas aplicações que utilizam o casamento de características têm sido desenvolvidas baseadas em descritores que podem ser invariantes a diferentes transformações na imagem (HASSABALLAH et al., 2016).

A forma como casar duas imagens utilizando descritores também faz uso de diferentes métricas para identificar os pontos de interesse correspondentes entre as imagens. A escolha da métrica adequada irá depender diretamente do tipo de representação utilizada para descrever o ponto chave. Na Seção 2.1.3.2 foi apresentado o algoritmo BRIEF que gera um descritor binário para um conjunto de pontos chave em uma imagem, porém outros algoritmos geram descritores de valores inteiros, ou mesmo, valores em ponto flutuante. Desta forma, a escolha da métrica utilizada para a correspondência de descritores deve estar de acordo com a representação escolhida. Considerando o descritor binário gerado pelo algoritmo BRIEF para representação dos pontos característicos, a métrica mais indicada para a correspondência entre os descritores é a distância Hamming. Já para descritores numéricos (inteiros ou pontos flutuantes), métricas como a distância euclidiana ou a correlação cruzada normalizada são as mais adequadas.

A seguir será apresentada a métrica Hamming para mostrar um modelo simples de correspondência de descritores (SZELISKI, 2010). A distância Hamming entre duas *strings* binárias é calculada aplicando o operador *XOR* entre os bits das *strings* para contabilizar o número de 1s da *string* resultante. Considerando duas *strings* binárias arbitrárias $a = 110011$ e $b = 001100$ a distância Hamming D_H pode ser calculada da seguinte forma:

$$110011 \textbf{ XOR } 001100 = 111111 \quad \Rightarrow D_H = \textbf{número de 1s}(111111) = 6 \qquad (2.22)$$

Retomando a ideia de corresponder duas imagens a partir de descritores, uma forma simples para realizar a tarefa é comparar todos os pontos de interesse P_I de uma imagem I com os pontos de interesse P'_I de uma imagem I', através de uma métrica de comparação aplicando a força bruta. Ou seja, é realizada uma busca para determinar os pontos característicos de I que estão a uma distância limite dos pontos de I'. Assumindo o descritor binário do algoritmo BRIEF e estipulado um limiar (distância mínima) para D_H aplicando a métrica no conjunto P_I em relação ao conjunto P'_I, os pares de pontos que apresentarem valores dentro do limiar arbitrário serão considerados os pontos correspondentes entre as imagens.

Na Figura 2.10 é apresentado o resultado final de um modelo de correspondência de descritores. No processo foram realizadas 4 correspondências entre os pontos característicos das imagens I e I'. Os círculos em amarelo representam os pontos característicos que não obtiveram correspondência. Além disto, na imagem é apresentada uma visão geral da correspondência entre dois descritores. Para gerar a imagem, adotou-se um modelo baseado no detector de cantos de Harris junto a um descritor BRIEF (n_d 256). A correspondência foi realizada utilizando a força bruta através da métrica distância de Hamming com limiar 30.

Figura 2.10 - Casamento de Imagens baseado na correspondência de descritores.

Fonte: Produção do autor

2.2 Navegação Aérea Baseada em Imagens

As técnicas apresentadas nesta seção se baseiam na ideia de corresponder (comparar, casar) duas ou mais imagens para identificar locais específicos de interesse. O modo como estas abordagens são aplicadas depende do conjunto de características selecionadas para comparar as diferentes imagens, ou seja, a forma como serão realizadas as comparações entre as imagens pode ser realizada utilizando diferentes características: descritores, bordas, intensidade dos pixels, entre outras. Desta forma, nesta seção será apresentada uma ideia geral de cada técnica apresentando um exemplo do modelo mais usual para cada uma.

2.2.1 Odometria Visual

A Odometria Visual (*Visual Odometry*) é uma técnica que visa estimar o deslocamento e o posicionamento do veículo analisando imagens sequenciais capturadas em voo. O objetivo da abordagem é encontrar regiões correspondentes entre as imagens (duas ou mais) para determinar o afastamento entre os objetos da cena e assim estimar a latitude e a longitude do veículo aéreo. O modelo mais usual é baseado em pontos chave. Como foi exposto na Seção 2.1.3.2, existem diferentes formas de se encontrar estes pontos e, desta forma, a complexidade computacional da abordagem irá depender da técnica escolhida para a correspondência entre os pontos (MANSUR et al., 2017). Na Figura 2.11 é apresentada a ideia geral da técnica baseada em pontos chave. São apresentadas duas imagens sequenciais que representam imagens capturadas em voo, uma imagem capturada no tempo $(t-1)$ e a outra no tempo t. A técnica parte do casamento entre os pontos chave da imagem para determinar o deslocamento entre eles e, assim, determinar o posicionamento do veículo baseado nas informações da imagem no tempo $(t-1)$.

A principal vantagem da técnica é a frequência com que são estimadas as posições, ou seja, a abordagem fornece ao sistema de navegação a informação da latitude e da longitude em curtos espaços de tempo. Além disso, como a posição é estimada a partir de imagens capturadas em voo, não há a necessidade do conhecimento prévio da região. Porém, assim como o INS, o processo de odometria visual realiza diversos cálculos para estimar o posicionamento do veículo aéreo, no caso, o VANT. Considerando este fato, o uso da odometria visual por longos período de tempo apresentará erros acumulativos na direção do movimento e, consequentemente, na estimação da latitude e da longitude do veículo (DOHERTY; CONTE, 2009).

Figura 2.11 - Visão geral da Odometria Visual baseada em pontos chave aplicada à navegação aérea.

Fonte: Produção do autor

2.2.2 Casamento de Imagens

A ideia geral da técnica Casamento de Imagens (*Template Matching*) foi abordada na Seção 2.1.4 para exemplificar o casamento de características baseado na intensidade dos *pixels*. Retomando o conceito, a técnica consiste em rastrear a localização de uma imagem modelo (*template*) em uma imagem referência (*target*) a partir de uma métrica de comparação. A imagem modelo deve possuir dimensões menores do que a imagem referência para realizar a comparação.

O casamento de imagens para navegação de VANTs fundamenta-se na comparação entre duas imagens aéreas, uma capturada em voo e outra georreferenciada. A imagem georreferenciada da região de voo pode ser obtida através de uma imagem de satélite ou mesmo através de um ortomosaico gerado a partir de imagens capturadas por veículos aéreos (SILVA, 2015). Neste processo, a imagem capturada em voo é a imagem modelo e a imagem georreferenciada da região do voo é utilizada como imagem referência. Como foram obtidas por diferentes sensores, as duas imagens possuem diferentes respostas de intensidade dos *pixels*, diferentes escalas e diferentes padrões de rotação. Desta forma, é necessário que a imagem modelo seja corrigida para que as imagens apresentem padrões próximos de escala, rotação e intensidade dos *pixels*, para depois ser realizada a correspondência entre as imagens. As correções de escala e rotação são realizadas a partir de informações sobre o modelo de captura das imagens.

As informações da imagem georreferenciada podem ser obtidas através das informa-

ções do registro da imagem, já as informações da imagem capturada em voo podem ser obtidas através do INS ou mesmo de um sistema de odometria visual. Realizada a correção da escala e rotação, há outro fator que deve ser considerado: a iluminação. Existem algumas formas de realizar este tratamento como, por exemplo, obter informações da luminância no momento de captura das imagens ou utilizar imagens das bordas da região de interesse (DOHERTY; CONTE, 2009). Na Figura 2.12 é apresentada a ideia geral da técnica considerando a extração de bordas para minimizar o fator luminância.

Figura 2.12 - Visão geral do Casamento de Imagens utilizando bordas aplicado à navegação aérea.

Fonte: Produção do autor

O casamento de imagens é um método preciso que informa a posição absoluta do veículo, porém, realizar as correções necessárias para corresponder as imagens é um processo difícil de ser realizado e, em muitos casos, impreciso. Além disso, considerando que as imagens a serem correspondidas são imagens de alta resolução espacial, o custo computacional para realizar a técnica pode ser um fator limitante para que o sistema seja executado em tempo real (SILVA, 2015).

2.2.3 Reconhecimento de Marcos

O Reconhecimento de Marcos (*Landmark Recognition*), aplicado à navegação aérea, consiste na identificação de marcos georreferenciados em imagens capturadas durante o voo para determinar a posição absoluta do VANT (SHIGUEMORI et al., 2007). Um marco pode ser compreendido como um objeto de destaque em uma determinada região da imagem. Considerando uma área urbana, por exemplo, um

landmark pode ser um monumento, um edifício ou uma rotatória. As informações da latitude e da longitude do objeto estão contidas em uma imagem aérea georreferenciada do marco em questão. Para que um marco possa ser identificado em uma imagem, um conjunto de características deve ser extraído da região da imagem onde o objeto está localizado. Este conjunto de características irá descrever o marco como um objeto único dentro da região de interesse. Isto permite a correlação entre a imagem do marco capturada durante o voo e a imagem aérea georreferenciada do objeto. Assim, realizada a correspondência entre as imagens, as informações de longitude e de latitude do objeto sobrevoado são repassadas a um sistema de controle do veículo, que irá corrigir as informações do sistema INS (MICHAELSEN et al., 2011).

A forma como localizar os marcos nas imagens capturadas em voo dependerá das características selecionadas para aplicar a abordagem: bordas, cantos, gotas, intensidade dos *pixels*, etc. Como foi exposto na seção anterior, um fator que dificulta o casamento de características são as questões de rotação, escala e iluminação na comparação entre as imagens. Assim, uma maneira de minimizar este fator é, ao invés utilizar da características globais (bordas, intensidade dos *pixels*), utilizar métodos de detecção e descrição de características que podem ser invariantes a diferentes transformações na imagem. Na Figura 2.13 é apresentada a ideia geral da técnica de Reconhecimento de Marcos utilizando descritores.

Figura 2.13 - Visão geral da técnica de Reconhecimento de Marcos baseado em descritores aplicada à navegação aérea.

Fonte: Produção do autor

A principal vantagem da técnica de Reconhecimento de Marcos é que apenas fragmentos da imagem georreferenciada são utilizados, assim sendo, há um volume menor de comparações realizadas para estimar a posição do veículo em comparação ao Casamento de Imagens. Além disso, visando embarcar o sistema em um veículo autônomo a quantidade de dados que precisa ser armazenada é menor do que se comparado com o Casamento de Imagens. Porém, podem existir locais (pontos cegos entre os marcos) em que não será possível obter a informação da posição do veículo (SILVA FILHO, 2016). Esta afirmação será melhor explorada na Seção 2.3.

2.2.4 Comparativo e Combinação entre as Técnicas

Durante este capítulo foram apresentadas as principais técnicas utilizadas para a navegação aérea baseada em imagens. Cada técnica fornece a posição (latitude e longitude) ao sistema de navegação seguindo uma metodologia específica. Na Tabela 2.1 é apresentado um conjunto de vantagens e desvantagens considerando os métodos mais usuais para cada técnica.

Visando solucionar o problema do GNSS, as desvantagens apresentadas pelas técnicas dificultam sua utilização isolada, ou seja, utilizar somente uma das técnicas pode, em muitos casos, não ser suficiente para gerar uma solução robusta que forneça ao sistema INS as informações necessárias para corrigir seu erro acumulativo. Devido a isto, muitos sistemas de navegação aérea baseados em imagens combinam mais de uma técnica visual para suprir estas desvantagens (SILVA FILHO, 2016).

A Odometria Visual pode apresentar uma alta taxa de estimações, porém apresentará erros acumulativos no cálculo das posições podendo gerar uma localização imprecisa do veículo aéreo com o passar do tempo (DOHERTY; CONTE, 2009). Uma forma de corrigir os erros acumulativos produzidos pela OV é utilizando um sistema de RM em conjunto à OV para zerar os erros acumulados. Esta técnica é conhecida como Mapeamento e Localização Simultâneos (***S**imultaneous **L**ocalization **A**nd **M**apping* (SLAM)). Ao mesmo tempo que a técnica trata do problema de erros acumulativos da OV fornece um modelo de navegação para os pontos cegos entre os marcos de RM. Um exemplo de aplicação da técnica pode ser visto em Kim e Sukkarieh (2007). Outro exemplo de como estas técnicas podem ser combinadas é apresentado por Doherty e Conte (2009) que, ao invés de utilizar o RM para suportar o sistema de OV, utiliza um modelo de CI para apresentar maior confiabilidade nas estimações.

Tabela 2.1 - Comparativo entre as técnicas de navegação aérea baseada em imagens.

Técnica	Vantagens	Desvantagens
Odometria Visual (OV)	• Não necessita armazenar uma imagem georreferenciada. • Não necessita do conhecimento prévio da região do voo. • Compara imagens sequenciais de um mesmo sensor. • Alta taxa de estimações da latitude e da longitude do VANT.	• Produz erros acumulativos para estimar a posição. • Não fornece a posição global absoluta do VANT.
Casamento de Imagens (CI)	• Fornece a posição global absoluta do veículo. • Pode fornecer a informação da posição do veículo em toda a região do voo.	• Necessita armazenar uma imagem de alta resolução de toda a região do voo. • Necessita do conhecimento prévio da região do voo.
Reconhecimento de Marcos (RM)	• Fornece a posição global absoluta do veículo. • Armazena apenas fragmentos da imagem georreferenciada (marcos). • Pode ser invariante a diferentes transformações na imagem.	• Necessita do conhecimento prévio da região do voo. • Entre os marcos não há nenhum sistema auxiliar ao INS.

2.3 Planejamento de Rotas Aplicado à Navegação Aérea

O planejamento de rotas de veículos pode ser tratado como um problema de otimização, onde o intuito é gerar a trajetória entre os pontos de partida e de chegada pré-estabelecidos, por exemplo, percorrendo a menor distância possível. Analisando por este aspecto, este problema do planejamento de rotas pode ser reduzido ao PCM (Problema do Caminho Mínimo). O PCM é um dos problemas mais antigos e conhecidos na teoria dos grafos e da pesquisa operacional. Existem registros de formulações do problema que datam da Grécia Antiga. Em resumo, o PCM busca encontrar o caminho mais curto entre dois vértices de um grafo, onde o peso (distância) das arestas determina o custo (distância total) do caminho entre os vértices (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Entretanto, outros fatores, além da distância, devem fazer parte da formulação do

problema considerando o planejamento de rotas para a navegação. Um fator relevante que pode ser considerado para o desenvolvimento de um sistema de seleção de rotas aplicado à navegação aérea é a autonomia do veículo, que restringe a distância que pode ser percorrida por um veículo (ULIAN et al., 2017). Existem outros fatores que dependem diretamente da aplicação, como é o caso apresentado por Alotaibi et al. (2018), que consideram a exposição do veículo à ameaças para definir uma rota adequada que evite as regiões de risco. Coelho et al. (2017) consideram um planejamento de rota dinâmico para um sistema de coleta e entrega realizado por VANTs.

Além disso, quando o sistema de navegação aérea é suportado por um sistema de navegação baseado em imagens, existem outros fatores que devem ser considerados para que o sistema funcione como o desejado. De modo geral, a navegação aérea por imagens consiste em corresponder imagens: uma imagem referência, que possui informações geográficas da região, e outra obtida por sensores embarcados no veículo aéreo. De forma mais intuitiva, a imagem georreferenciada da região onde ocorre o voo é utilizada como um mapa para a navegação. Existem regiões que são mais facilmente identificadas do que outras, ou seja, existem regiões mais características do que outras, por exemplo, uma região de pastagem dificilmente apresenta um conjunto de informações necessário à correspondência entre a imagem referência e a imagem capturada em voo, pois, as imagens destas regiões apresentam um conjunto de características pouco discriminativas. Desta forma, a escolha da imagem referência do voo deve considerar as características específicas da região. Assim, a escolha da região tem influência direta no bom funcionamento de sistemas de navegação baseados em imagens. Desta forma, existem marcos com chances diferentes de reconhecimento. Considerar este fato para definir a rota pode aumentar a chance de realização da missão.

2.3.1 Planejamento de Rotas em Sistemas de Navegação Aérea Baseado no Reconhecimento de Marcos

Como exposto na introdução deste capítulo existe um conjunto de fatores (distância, autonomia, aplicação, etc.) que podem ser considerados para elaborar uma rota que garanta que um VANT realiza sua missão com sucesso. Na maioria dos sistemas de navegação aérea, simplificando o modelo, para que o VANT percorra de um ponto de interesse a outro basta traçar uma linha reta (menor distância) entre as regiões de interesse. Já quando o sistema de navegação é suportado por um sistema de reconhecimento de marcos, o veículo aéreo deve passar por regiões predeterminadas

onde estão localizados os marcos selecionados para a rota. Desta forma, para que o sistema de navegação realize uma rota planejada, o veículo aéreo tem que realizar sub-rotas que passem pelos marcos escolhidos para ir de um ponto de interesse para outro (SHIGUEMORI et al., 2007). Na Figura 2.14 é apresentado um comparativo entre a rota de um sistema de navegação aérea baseada em marcos e de um sistema de navegação geral. São definidos a origem e destino do voo, além de diferentes regiões (pontos) de interesse sobre o qual o VANT deve passar. O objetivo é ilustrar que a rota adequada para um sistema de navegação baseado no Reconhecimento de Marcos deve sobrevoar diferentes marcos a fim de aumentar as chances de sucesso do voo.

Figura 2.14 - Comparação entre a definição de rotas em sistemas de navegação baseados no Reconhecimento de Marcos e em sistemas de navegação aérea de modo geral.

Fonte: Produção do autor

2.3.2 Detecção dos Marcos na Região do Voo

A primeira etapa para definir a rota em sistemas de navegação aérea baseado em marcos é selecionar um conjunto de marcos na região do voo para estabelecer a rota. O modelo de seleção adotado é um fator preponderante na aplicação e tem relação direta com a qualidade e robustez no modelo de navegação aérea por marcos

empregado (SHIGUEMORI et al., 2007; SILVA FILHO, 2016). Neste sentido, um fator que deve ser considerado neste tipo de navegação aérea por imagens é a altura do voo. A altura na qual é realizado o voo tem influência direta na área de visão da câmera embarcada no veículo. Pois, dependendo da altura do voo, o campo de visão da câmera é maior ou menor, limitando a qualidade do reconhecimento dos marcos da imagem. Assim, pode-se estabelecer uma relação entre o reconhecimento dos marcos com a altura do voo. Na Figura 2.15 são apresentados dois voos hipotéticos sobre uma mesma região, porém em diferentes alturas h e H, com $H > h$. Supondo que as imagens do campo de visão H e h sejam tomados como de marcos mH e mh, respectivamente, é possível verificar que o marco mH não é visualizado em sua totalidade considerando um voo a uma altura h. Assim, algumas informações referentes aos marcos mH seriam desconsideradas no reconhecimento e isto pode interferir diretamente na chance do marco ser reconhecido.

Figura 2.15 - Diferentes campos de visão da câmera do VANT, uma em uma altura H e outra h, com H > h.

Fonte: Produção do autor

Outra ponderação a ser realizada neste sentido é em relação ao ângulo de abertura da câmera embarcada no veículo. Do mesmo modo que a altura do voo, o ângulo de abertura pode delimitar o campo de visão da câmera e, consequentemente, a região capturada nas imagens obtidas em voo. Assim, as mesmas ressalvas aplicadas

à altura do voo podem ser feitas em relação ao ângulo de abertura da câmera. Na Figura 2.16 é apresentado outra situação dos dois voos hipotéticos, considerando agora uma mesma altura de voo para ambas as situações, porém, com diferentes ângulos de abertura de câmera α_1 e α_2, com $\alpha_1 > \alpha_2$. O intuito da figura é apresentar uma visão geral de como o ângulo de abertura influencia no campo de visão da câmera.

Figura 2.16 - Diferentes campos de visão da câmera do VANT, uma considerando α_1 e outra α_2, com $\alpha_1 > \alpha_2$.

Fonte: Produção do autor

2.3.3 Seleção dos Marcos da Rota

A seleção dos marcos que são tomados como referência para a navegação, a partir do conjunto de marcos selecionados na região do voo, também tem fatores que podem interferir diretamente na navegação do veículo. Como exposto na Seção 2.1.2, diferentes regiões na imagem têm diferentes probabilidades de reconhecimento. Este conceito também se aplica na seleção dos marcos. Existem marcos que podem possuir um conjunto de características mais discriminativas do que de outros, aumentando a sua probabilidade de serem reconhecidos durante o voo. Determinar quais marcos têm maiores chances de serem reconhecidos depende do conjunto de características utilizadas para descrevê-los. Assim, para determinar uma boa rota, deve-se considerar a seleção dos marcos com maior chance de reconhecimento na região do voo.

Outro fator que deve ser considerado para estabelecimento de uma boa rota neste tipo de aplicação, corresponde aos erros associados ao INS. Um modelo de navegação aérea baseado no reconhecimento de marcos tem o intuito de fornecer ao sistema de navegação, a posição absoluta global do veículo quando um marco é identificado. Porém, entre um marco e outro, há regiões onde não é possível obter esta informação. Desta forma, os marcos selecionados para a rota devem levar em consideração um tempo crítico de estimação do INS, ou seja, deve-se considerar uma distância limite entre os marcos considerando os erros acumulativos do INS. O tempo para ocorrência de erros acumulativos depende do INS utilizado no veículo, ou seja, este tempo está diretamente ligado ao modelo de fabricação pois existem INS com diferentes precisões. Assim, deve-se considerar o INS embarcado para obter as informações de sua precisão e calcular o tempo médio para ocorrência de erros significativos. (SHIGUEMORI et al., 2007).

Na Figura 2.17 são apresentadas duas imagens de possíveis rotas que um sistema de navegação baseado em marcos pode realizar, uma adotando uma distância mínima em relação aos erros do INS e outra que desconsidera este fator. A representação da Figura 2.17 mostra que a chance de reconhecer o marco selecionado diminui ao desconsiderar o tempo para erros do INS, pois a imagem capturada em voo não abrange o marco em sua totalidade.

Figura 2.17 - Diferentes rotas geradas para um sistema de navegação aérea baseada em marcos, uma que considera os erros acumulativos do INS e outra que desconsidera.

Fonte: Produção do autor

2.4 Análise de Agrupamento de Dados

Neste trabalho, o desenvolvimento de detecção de marcos foi feito baseado em conceitos de análise de agrupamento de dados. Assim, nesta seção, são apresentados conceitos básicos da análise de agrupamento de dados para o melhor entendimento da abordagem desenvolvida.

A análise de agrupamento de dados (*Clustering*) considera um conjunto de métodos e técnicas para mineração de dados (*Data Mining*) que visam agrupar um conjunto de dados a partir da similaridade entre os elementos (AGGARWAL, 2014). Na Figura 2.18 é apresentado um conjunto de dados representados por duas características (*features*) x_1 e x_2, com o objetivo de representar o funcionamento de métodos de agrupamento de maneira simplificada. Na imagem, os elementos são agrupados a partir da sua proximidade e apresentados em dois grupos: um representado por círculos vermelhos; e o outro representado por triângulos azuis. O intuito da representação é mostrar que os elementos (dados) mais próximos pertencem a um mesmo grupo.

Figura 2.18 - *Clustering* de dados representados por duas *features* x_1 e x_2.

Fonte: Produção do autor

Os problemas de agrupamento podem ser definidos de maneira formal como apresentado em Hruschka e Ebecken (2003), ou seja, dado um conjunto C com N elementos (objetos, dados) onde cada elemento é representado por n características, os elementos do conjunto podem ser representados por $x_i = (x_0, x_1, ..., x_n)$, onde $x_i \in X^p$ e p é um vetor com n dimensões reais que representam as características. O intuito dos métodos de agrupamento é dividir os diferentes elementos (dados) em k agru-

pamentos (subconjuntos). Os subconjuntos gerados devem respeitar as seguintes condições:

(i) $C = C_0 \cup C_1 \cup ... \cup C_k$

(ii) $C_i \neq \varnothing, \forall i, 1 \leq i \leq k$

(iii) $C_i \cap C_j = \varnothing, \forall i \neq j, 1 \leq i \leq k, 1 \leq j \leq k$

Existem métodos de agrupamento que se baseiam em diferentes conceitos como: métodos baseados na densidade, métodos baseados em grafos, métodos baseados na distância (particionais e hierárquicos), métodos baseados em modelos probabilísticos, métodos baseados em redes neurais artificiais, entre outros. Os métodos baseados na distância (hierárquicos ou particionais) são amplamente utilizados por serem métodos simples e fáceis de serem implementados, sendo adequados em uma grande variedade de aplicações (AGGARWAL, 2014).

Entretanto, nos estudos realizados para o desenvolvimento do modelo de detecção automáticos de marcos apresentado na Seção 3.3 foram avaliados diferentes métodos de agrupamento (Seção 4.1) e o método *Mean Shift*, baseado na densidade, foi adotado para o desenvolvimento da abordagem automática de detecção de marcos. Desta forma, somente este método será apresentado em maiores detalhes a seguir. O método é apresentado de maneira intuitiva e omite a fundamentação teórica para a prova da convergência. Toda a fundamentação com rigor matemático pode ser verificada em Cheng (1995), Comaniciu e Meer (2002) e Wen e Cai (2006).

2.4.1 *Mean Shift*

O método *Mean Shift* foi proposto inicialmente por Fukunaga e Hostetler em 1975 em um artigo intitulado "*The estimation of the gradient of a density function, with applications in pattern recognition*" (FUKUNAGA; HOSTELER, 1975). Porém, o método começou a ter notoriedade no meio acadêmico mais tarde em 1995 com o artigo de Cheng "*Mean Shift, Mode Seeking, and Clustering*" (CHENG, 1995). Desde então, o método tem sido aplicado com sucesso em diversas aplicações, principalmente relacionadas ao processamento de imagens, como no rastreamento de objetos, segmentação e reconhecimento de padrões (WEN; CAI, 2006).

O *Mean Shift* é um algoritmo que não necessita a priori da escolha do número de grupos em seu funcionamento, ele se baseia no parâmetro largura de banda (*band width*) para gerar os agrupamentos. Além disso, fundamenta-se em centroides que se

deslocam iterativamente, até a convergência, para as regiões de maior densidade do espaço das amostras. Desta forma, os grupos gerados se ficarão nos locais de maior densidade dentro do conjunto de dados (CHENG, 1995; WEN; CAI, 2006).

O *Mean Shift* faz uso de uma estimativa da função de densidade de *kernel* (conhecida como técnica da janela de Parzen) para calcular as regiões de maior densidade dentro do espaço de amostras, deslocar os centroides para estas regiões e estipular os grupamentos (COMANICIU; MEER, 2002). Porém, uma alternativa para a aplicação do método é utilizar o algoritmo *K-NN* como modelo de estimativa não paramétrica de densidade (DUIN et al., 2012).

O *k-NN* (***k-N****earest* ***N****eighbors*) é um algoritmo clássico do aprendizado de máquina, amplamente utilizado em modelos de classificação e regressão. O algoritmo se baseia na distância e no modelo de distribuição dos dados (conjunto de amostras) para classificar ou realizar a regressão de novas amostras. O *k-NN* não gera um modelo interno geral de generalização, sendo o conjunto de dados e as classes associados aos elementos armazenados para realizar a classificação ou regressão de um novo elemento. O método necessita a priori da especificação do valor k, que é o número de vizinhos mais próximos que são considerados no processo. O método depende diretamente do valor k especificado pelo usuário e, desta forma, a qualidade da regressão ou classificação realizada pelo método depende de um bom valor associado a k (CHENG et al., 2014).

A classificação ou regressão de um novo elemento se dá por um modelo de votação que considera os k vizinhos mais próximos para determinar o grupo ou valor de regressão. Nos modelos de classificação, o novo elemento assume o rótulo (classe) que representa a maioria dos k elementos vizinhos mais próximos. Já no caso de um modelo de regressão, o valor de regressão assumido pelo ponto (amostra) de consulta é baseado na média dos valores assumidos pelos k vizinhos mais próximos. Além disto, em modelos de classificação, o *K-NN* possui uma variante que aplica o modelo de aprendizagem considerando os n elementos do espaço de amostras que estão dentro de um raio r de atuação. Neste modelo de aplicação do *K-NN*, considera-se uma distância máxima (raio de atuação) entre o elemento a ser classificado e os elementos do conjunto de treinamento para classificar o novo ponto de consulta. Neste caso, consideram-se somente os elementos que estejam a uma distância r do elemento (ponto) de consulta para gerar a classificação do elemento (MEJDOUB; AMAR, 2013).

No desenvolvimento deste trabalho foi considerado o *Mean Shift* utilizando *k-NN*.

Desta forma, no Algoritmo 1 é apresentado um modelo simples para implementação do algoritmo *Mean Shift* baseado no *k-NN*. O método inicia considerando todo o conjunto de amostras como possíveis centroides que, na nomenclatura do algoritmo, são chamados de sementes (*seeds*). A partir do *k-NN* e da largura de banda, para cada semente encontra-se dentro do conjunto de amostras os n elementos mais próximos que estão a uma distância r (definida pela largura de banda(*band width*)) da *seed*. A partir deste subconjunto é calculado o valor médio entre os n elementos para estipular o novo valor para a *seed*. Este processo se repete até a convergência, ou seja, até que não haja mais deslocamentos entre os centroides. Ao final do método, as *seeds* que se localizam nos mesmos pontos são excluídas para gerar um conjunto de centroides únicos. A partir deste conjunto de centroides, o *k-NN* é utilizado para gerar o conjunto de elementos de cada agrupamento baseado na largura de banda especificada. No Algoritmo 1 é apresentado o funcionamento do método.

Algoritmo 1: *Mean Shift*

Input: $(X = \{x_1, x_2, ..., x_N\}$, $bandwidth)$
Output: $C = \{c_0, c_1, ..., c_k\}$

```
Seeds ⟵ X;
for s_i ∈ Seeds do
    d ⟵ true
    while d do
        old_mean ⟵ s_i;
        S* ⟵ KNN.radius_neighbors(X, s_i,bandwidth);
        s_i = mean(S*);
        n ⟵ norm(old_mean − s_i);
        if n > 0 then
            d ⟵ false;
        end
    end
end
unique(Seeds);
for s_i ∈ Seeds do
    c_i ⟵ KNN.radius_neighbors(X, s_i,bandwidth);
end
```

No Algoritmo 1, os valores de entrada são o conjunto amostras X (onde cada amostra é representada por um vetor de n características) e a largura de banda. A função $KNN.radius_neighbors$ retorna um subconjunto de X dos n elementos mais próximos das *seeds* que estão a uma distância igual ou menor à largura de banda estipu-

lada. A função *mean* calcula o valor médio entre as amostras para gerar a nova *seed*. A função *norm*() calcula a norma da diferença entre os vetores que representam a antiga e a nova *seed* para verificar se houve deslocamento. Após o ajuste das *seeds*, a função *unique*() elimina as *seeds* repetidas para gerar o conjunto de centróides e gerar os agrupamentos. Na Figura 2.19 é apresentado um exemplo do funcionamento do *Mean Shift* considerando um conjunto pequeno de amostras e duas *seeds* arbitrárias.

Figura 2.19 - Exemplo de funcionamento do *Mean Shift* considerando duas *seeds*.

Fonte: Produção do autor

A Figura 2.19 apresenta o comportamento iterativo do *Mean Shift*. No gráfico t_1 dois elementos do espaço de amostras são adotados como *seeds*. Os círculos (em azul e vermelho) representam a área de atuação definida a partir da largura de banda. O algoritmo avalia somente os elementos que estão dentro da área de atuação para atualizar o valor das *seeds* até a convergência, que é apresentada no gráfico t_4. O último gráfico mostra o deslocamento das *seeds* até a convergência.

2.4.2 Métricas para Avaliação de Grupamentos

Na literatura existem diferentes métricas para avaliar o desempenho dos métodos de agrupamento (*clustering*). As métricas de avaliação de grupamentos se baseiam na ideia de avaliar o comportamento dos grupos analisando o grau de similaridade entre os elementos de um grupo em relação ao outro. Ou seja, analisa-se o grau de pertinência dos elementos em relação ao seu grupo e aos outros para definir uma métrica. A maioria dos modelos de avaliação se baseiam em um conjunto verdade para gerar a qualificação do agrupamento. Porém, no desenvolvimento da abordagem de detecção de marcos adotada, uma das premissas é que a seleção manual dos marcos pode não refletir no melhor conjunto para o reconhecimento. Assim, foi considerado que não seria utilizado um conjunto verdade para avaliar os diferentes métodos de agrupamentos avaliados no desenvolvimento. Desta forma, foi considerado que seriam utilizadas métricas nas quais não há a necessidade de um conjunto verdade para gerar a qualificação do agrupamento. Durante a pesquisas foram levantadas duas diferentes métricas para o estudo: a silhueta e a sobreposição dos grupos (ROUSSEEUW, 1987).

2.4.2.1 Silhueta

A métrica baseada no coeficiente silhueta é indicada quando existe uma relação de escala entre os elementos a serem agrupados. Ou seja, a análise a partir das silhuetas é recomendada quando busca-se encontrar agrupamentos bem definidos e visivelmente separáveis e o cálculo da distância (como a distância euclidiana) entre os elementos é aplicável. O coeficiente silhueta $s(i)$ para uma única amostra i do conjunto de dados, pode ser calculado como em 2.23, ou seja, avaliando a dissimilaridade (ou distância) entre o elemento i em relação, tanto aos elementos do grupo ao qual o elemento pertence, quanto aos elementos do grupo vizinho mais próximo (ROUSSEEUW, 1987).

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{max\{a(i), b(i)\}} \tag{2.23}$$

onde:

- $a(i)$ é a distância média entre o elemento i e todos os elementos pertencentes ao mesmo grupo.
- $b(i)$ é a distância média entre o elemento i e todos os elementos pertencentes

ao grupo de menor distância média em relação ao i.

A pontuação resultante de $s(i)$ está limitada ao intervalo $[-1, 1]$. Desta forma, quando o resultado for próximo de 1, significará que o elemento avaliado possui maior similaridade ao seu grupo do que ao grupo vizinho mais próximo. Já quando a pontuação for próxima de 0, significará que o elemento poderia pertencer tanto ao seu grupo quanto ao grupo vizinho mais próximo, ou seja, não haverá certeza em relação ao agrupamento, indicando sobreposições entre os grupos. Se a pontuação for próxima de -1 significará que o elemento tem mais similaridade com o grupo vizinho. O coeficiente silhueta, para todo o conjunto de dados, é dado pela média dos coeficientes de cada amostra, denotado por:

$$S = \frac{1}{N} \sum_{i \in I_N} s(i) \tag{2.24}$$

onde:

- N é o número de amostras do conjunto de dados.
- I_N é o conjunto de amostras (elementos).
- $s(i)$ é o coeficiente silhueta para cada amostra do conjunto de dados.

2.4.2.2 Sobreposição dos Grupos

A sobreposição dos grupos é uma métrica para análise de métodos de agrupamento que visa computar o número de elementos que pertencem às regiões de intersecção dos grupos. Ou seja, estipulada uma região delimitadora para cada um dos grupos, quantifica-se o número de amostras que pertencem a um grupo, mas que se encontram dentro da área de atuação de outros. Em muitos dos casos, para delimitar a área de atuação dos agrupamentos, adota-se uma forma geométrica não uniforme, como um polígono, ou regiões elípticas, para simplificar o modelo. No estudo proposto, como cada grupamento gera recortes retangulares (imagens dos marcos) na imagem georreferenciada, foi adotada uma região retangular para delimitar os grupos. Caso outras formas geométricas fossem adotadas como, por exemplo, uma região elíptica, a contagem de sobreposições poderia não refletir no produto final do estudo (imagens dos marcos). Possivelmente, pontos característicos que não pertencem ao grupo estariam presentes na imagem do marco e esta informação não seria ressaltada. A

Figura 2.20 apresenta uma ilustração do conceito considerando dois grupamentos. Para este exemplo, seria contabilizada a sobreposição de um elemento de A na região delimitadora de B.

Figura 2.20 - Sobreposição retangular entre os grupos A e B.

Fonte: Produção do autor

O modelo de sobreposição considerado pode ser calculado de acordo com o Algoritmo 2.

Algoritmo 2: Sobreposição (Retangular) dos grupos gerados

Input: $C_k = (c_1, c_2, ..., c_k)$
Output: $n_overlaps$
$n_overlaps \longleftarrow 0$
for $c \in C_k$ **do**
  for $c' \in C_k$ **do**
    if $c \neq c'$ **then**
      for $e \in c$ **do**
        if $e \in [min(c'), max(c')]$ **then**
          $n_overlaps \longleftarrow n_overlap + 1$
        end
      end
    end
  end
end

A variável e representa um elemento de um dado grupo (*cluster*) c. Se e possui dimensão n, ou seja, $e = (x_0, x_1, ..., x_n)$, as funções $min(c')$ e $max(c')$ retornam os mínimos e máximos valores para cada dimensão considerando todos os elementos pertencentes a c'. Como neste estudo, cada ponto chave é representado pela sua coordenada (x, y) dentro da imagem, cada *cluster* c de C_k será composto por m elementos de duas dimensões, ou seja: $c = \{(x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_m, y_m)\}$. Assim, $min(c')$ e $max(c')$ retornam, respectivamente, o valor mínimo e máximo dos conjuntos $X_{c'} = \{x_0, x_1, ..., x_m\}$ e $Y_{c'} = \{y_0, y_1, ..., y_m\}$, sendo possível testar se os valores x e y de cada elemento de um grupo c estão entre os valores mínimos e máximos de $X_{c'}$ e $Y_{c'}$ dos outros grupos, resultando na análise de uma região retangular de sobreposição.

2.5 Otimização e programação linear

A abordagem para o planejamento de rotas para o apoio a sistemas de navegação por imagens baseados no reconhecimento de marcos foi desenvolvida com base no estudo de diferentes modelagens matemáticas de programação linear para o problema do roteamento, visando a otimização da rota gerada. Desta forma, nesta seção são apresentados conceitos básicos sobre otimização e programação linear, fundamentos que servirão de base ao entendimento da abordagem desenvolvida.

A modelagem de problemas pode ser entendida como uma representação matemática de um processo que ocorre no mundo real gerando um modelo generalizado para tal processo. Um modelo descreve o comportamento de um processo através de uma formulação. Segundo Goldbarg e Luna (2005), "um modelo é um veículo para uma visão bem estruturada da realidade".

O processo de modelagem parte da definição do problema ressaltando os objetivos (função objetivo), as variáveis de decisão e as restrições do problema. O objetivo do problema é a meta, o resultado final que se espera alcançar com o modelo. As variáveis de decisão consistem do conjunto de incógnitas a serem determinadas com a solução do modelo. As restrições são um conjunto de limitações que as variáveis do modelo devem respeitar. A elaboração do modelo matemático não é um processo sequencial pois, durante o processo de validação do modelo, pode haver a necessidade de reformulá-lo para então aplicá-lo ao problema em questão.

Um problema de otimização para um determinado processo é um tipo de problema que se tem o intuito de encontrar os valores ótimos do modelo que o representa. Formalmente, otimizar um processo é maximizar ou minimizar as variáveis de decisão

da função objetivo do problema respeitando as restrições definidas na modelagem. Os problemas de otimização podem ser definidos matematicamente, de forma geral, como na Equação 2.25 (NOCEDAL; WRIGHT, 2006). No caso foi considerado um modelo de minimização.

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \quad \text{sujeito a} \begin{cases} c_i(x) = 0, & i \in \varepsilon, \\ c_i(x) \geq 0, & i \in \tau. \end{cases} \tag{2.25}$$

Onde: x é um vetor das variáveis de decisão (parâmetros), f é a função objetivo que se quer maximizar ou minimizar (neste caso, minimizar), c é o vetor que representa as restrições que as variáveis de decisão devem respeitar. No caso, f e c são vetores de valores escalares que representam uma função em relação a x. E, por fim, τ e ε representam um conjunto de índices do conjunto de restrições.

A programação matemática voltada à otimização numérica é formada por um conjunto de técnicas onde cada método diferente aplicado à solução de problemas de otimização possui suas particularidades e especialidades. Neste sentido, as técnicas podem ser categorizadas em diferentes subáreas: programação linear, programação não-linear e programação inteira. A programação linear aborda modelos de programação onde as variáveis são contínuas e apresentam um comportamento linear, tanto em relação à função objetivo quanto em relação às suas restrições. A programação não-linear trabalha em casos onde o modelo apresenta um comportamento não-linear em relação às funções que o compõe. Já a programação inteira é um caso específico da programação linear onde uma ou mais variáveis do problema devem assumir um valor discreto ou inteiro (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Dentre os diferentes métodos numéricos propostos para encontrar a solução ótima em problemas de programação linear, o método mais usual é o método simplex. O método simplex foi desenvolvido por Dantzig (1951) na década de 40. De modo geral, o método encontra a solução ótima de um problema de programação linear vasculhando iterativamente os limites (bordas) do conjunto de soluções factíveis do problema. O simplex é um método eficiente e simples de ser empregado, porém, o método possui um crescimento exponencial na sua complexidade e, dependendo da dimensão do problema, o tempo de execução do método pode se tornar inviável (KLEE; MINTY, 1970).

Neste trabalho, as diferentes modelagens matemáticas estudadas se enquadram em modelos de programação linear inteira e tem como base o modelo matemático para

o problema clássico de otimização, citado anteriormente, o PCM (**P**roblema do **C**aminho **M**ínimo), o qual será apresentado na próxima seção. Neste modelo, as variáveis de decisão devem assumir um valor discreto, ou seja, o PCM deve ser solucionado considerando um modelo de programação inteira.

2.5.1 Problema do Caminho Mínimo (PCM)

O PCM é um problema de otimização clássico da Pesquisa Operacional e, mais especificamente, da teoria dos grafos que, como comentado anteriormente, consiste em determinar o caminho mais curto (menor distância) entre dois vértices (o, d) de um grafo $G(V, A)$, onde o custo (distância) é definido pelo peso das arestas que interligam os vértices o e d. O PCM pode ser formulado como um problema de programação matemática, dada a função objetivo z e as restrições do modelo de acordo com a Equação 2.26 (GOLDBARG; LUNA, 2005).

$$min\ z = \sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij} \tag{2.26}$$

sujeito a:

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} - \sum_{(k,i)\in A} x_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = o \\ -1, & \text{se } i = d \\ 0, & \text{se } i \neq o \text{ ou } i \neq d \end{cases}, x_{ij} \in \{0,1\}\ (i,j) \in A$$

Onde: c_{ij} é o custo associado à aresta (ij); $x_{i,j}$ é a variável de decisão da função objetivo associada à aresta (i, j); A e V são o conjunto de arestas e de vértices, respectivamente; o representa o vértice de origem; e, d o vértice de destino.

Na Figura 2.21 é representado o PCM em um grafo arbitrário, evidenciando o valor da menor distância (função objetivo z) entre o e d.

2.5.2 Otimização Multiobjetivo

Ao se tratar de modelos para problemas de otimização, em alguns casos, mais de um objetivo pode ser necessário para especificar o problema. Um problema de otimização multiobjetivo com t objetivos pode ser definido de acordo com a Equação 2.27 (DASKIN, 2011).

Figura 2.21 - Problema do caminho mínimo.

Fonte: Produção do autor

$$\begin{gathered} min/max\ z = f(x) = \{f_1(x), f_2(x), ...f_t(x)\} \\ s.a\ x \in X \end{gathered} \tag{2.27}$$

Onde: x é um vetor de tamanho n arbitrário formado pelo conjunto de variáveis de decisão $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ e X é o espaço de busca de soluções. O intuito é determinar um vetor $x*$ dentro do espaço de soluções que minimiza (ou maximiza) todo o conjunto $f(x)$ de objetivos. Além disto, X é definido por um conjunto de restrições que devem ser respeitadas pelo conjunto de variáveis de decisão.

Um exemplo para este tipo de problema é o planejamento de rotas em sistemas de navegação baseados em marcos pois, neste caso, pode-se adotar dois objetivos distintos: minimizar a distância percorrida pelo veículo entre os pontos de partida e de chegada da rota e maximizar a chance de reconhecimento dos marcos. O primeiro objetivo é o mesmo do PCM descrito anteriormente e o objetivo de maximizar a chance de reconhecimento visa determinar uma rota que passe pelos marcos mais característicos (que possuem maior chance de reconhecimento) da região do voo. No caso do planejamento de rotas, os objetivos são conflitantes entre si, uma vez que existem tanto rotas com alta chance de reconhecimento mas que possuem também um alto custo (distância), quanto rotas com custo (distância) mínimo mas que resultam também em uma chance mínima de reconhecimento. Considerando que os objetivos possuem a mesma importância, o desafio consiste então em encontrar so-

luções de compromisso entre os dois objetivos que são as chamadas "soluções não dominadas"que levam em consideração o $tradeoff$ entre os objetivos conflitantes (DASKIN, 2011; NOCEDAL; WRIGHT, 2006).

Para ilustrar como soluções dominadas e não dominadas são identificadas, considere o exemplo do problema do planejamento de rotas que considera a chance de reconhecimento dos marco apresentado na Figura 2.22. O problema é representado através de um grafo onde os vértices do grafo (círculos) representam os marcos e foram demarcados com círculos de tamanhos diferentes onde, quanto maior o círculo, maior a chance de reconhecimento. Ao lado é apresentado um conjunto de valores arbitrários associados ao grafo que representam a chance de reconhecimento dos marcos (vértices) e a distância (arestas) entre os pares de vértices.

Figura 2.22 - Exemplo do problema de planejamento de rotas em sistemas de navegação baseados em marcos.

Vértices	Arestas
a - 0,7	(a,b) = (b,a) = 15m
b - 0,7	(a,d) = 20m
o - 0,2	(b,d) = 8m
d - 0,2	(o,a) = 10m
	(o,b) = 18m
	(o,d) = 23m

Fonte: Produção do autor

Considerando que deseja-se determinar uma rota otimizada entre os vértices o e d, define-se três diferentes soluções (rotas): $r_1 = \{(o,d)\}$, $r_2 = \{(o,a),(a,b),(b,d)\}$ e $r_3 = \{(o,b),(b,a),(a,d)\}$. Fazendo um comparativo entre as soluções levantadas, comparando r_1 em relação a r_2, como os objetivos são igualmente relevantes e conflitantes entre si, não é possível afirmar que uma solução é inferior ou superior a outra, pois a distância percorrida pela rota r_1 (23 metros) é menor do que a distância percorrida pela rota r_2 (33 metros), mas a chance de reconhecimento de r_1 (0,4) é menor do que a chance de reconhecimento de r_2 (1,8). Por outro lado, comparando

as soluções r_2 e r_3 pode-se afirmar que a solução r_3 é dominada pela solução r_2 pois, neste caso, o valor para a chance de reconhecimento é o mesmo para ambas as soluções (1,8), porém, a distância total a ser percorrida é menor em r_2 (33 metros) do que em r_3 (53 metros). Ainda, pode-se dizer que a solução r_1 é uma solução não-dominada, pois não há nenhuma solução que tenha um valor menor ou equivalente à distância (23 metros) estabelecida por esta solução.

Desta forma, no caso de problemas multiobjetivos, o intuito é determinar um conjunto de soluções não dominadas para serem apresentadas a um decisor que definirá uma solução para o problema. A seguir, dois métodos clássicos da literatura para tratar problemas multiobjetivos serão apresentados: Método da Soma Ponderada e Método ϵ-Restrito (DASKIN, 2011).

2.5.2.1 Método da Soma Ponderada

O Método da Soma Ponderada é um método clássico da Pesquisa Operacional para a solução de problemas multiobjetivos. O método consiste em unir diferentes objetivos em uma única função objetivo através de uma soma ponderada dos objetivos. Desta forma, o problema multiobjetivo passa a ser tratado como um problema mono-objetivo. Podem ser atribuídos pesos diferentes para cada objetivo, ou seja, um objetivo pode ser considerado mais relevante para a solução do que outro (DEB et al., 2001). Na Equação 2.29 é apresentado um exemplo da técnica, onde são considerados dois objetivos distintos e conflitantes. A técnica foi aplicada ao objetivo mantendo o processo de minimização dos objetivos. Neste caso, o objetivo de maximização assume sinal negativo para manter o processo de minimização da função objetivo.

Dados os objetivos z_1 e z_2:

$$\begin{gathered} min\ z_1 = f_1(x) \quad max\ z_2 = f_2(x) \\ s.a\ x \in X \end{gathered} \tag{2.28}$$

Tem-se que o novo objetivo z através da seguinte soma ponderada:

$$\begin{gathered} min\ z = min\ (f_1(x) - f_2(x)) \\ s.a\ x \in X \end{gathered} \tag{2.29}$$

2.5.2.2 Método ϵ-Restrito

O Método ϵ-Restrito é um método clássico da Pesquisa Operacional para a solução de problemas multiobjetivo. O método consiste em adotar um dos objetivos como o objetivo principal do modelo e assumir os outros n objetivos como restrições do modelo limitados a valores específicos $(\epsilon_1, \epsilon_2, ..., \epsilon_n)$ (DEB et al., 2001). Adotando o objetivo de minimização no problema multiobjetivo 2.28, tem-se o novo objetivo z através do método ϵ-Restrito:

$$\begin{gathered} min\ z = f_1(x) \\ s.a\ x \in X \end{gathered} \tag{2.30}$$

E sujeito a nova restrição:

$$f_2(x) \geq \epsilon_2 \tag{2.31}$$

As diferentes soluções são geradas à medida que valores diferentes são assumidos para ϵ_2. Estas soluções irão compor a curva de *trade-off* entre os diferentes objetivos. Na Figura 2.23 a curva de *trade-off* para dois objetivos z e w: onde z é a função de custo $(f_1(x))$ e w é o objetivo tomado como restrição$(f_2(x))$. Além disto é considerando um valor arbitrário para ϵ que é atualizado iterativamente. Portanto, a curva de *trade-off* evidencia a relação entre os objetivos e irá depender do problema abordado, porém, a estratégia para determinar uma solução irá depender da estratégia definida para a seleção de uma ou mais soluções dentre as soluções levantadas.

Figura 2.23 - Exemplo de curva de *trade-off* para um problema bi-objetivo.

Fonte: Produção do autor

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo são apresentados os detalhes de desenvolvimento, levantando as diretrizes utilizadas na decodificação do planejamento automático de rotas. O desenvolvimento realizado faz uso de um conjunto de estudos anteriormente estabelecidos. Desta forma, é apresentada inicialmente uma contextualização abordando a relação destes estudos prévios à abordagem desenvolvida. Posteriormente, é mostrada a visão geral da abordagem desenvolvida, ressaltando as principais escolhas e cuidados adotados no desenvolvimento. O desenvolvimento do trabalho é apresentado em duas etapas que foram chamadas de módulos. Cada módulo representa um estágio de desenvolvimento e são referenciados durante o texto como: **módulo de detecção automática de marcos** e **módulo de planejamento automático da rota**.

3.1 Trabalhos Prévios

O desenvolvimento deste trabalho tomou como base um conjunto de estudos realizados dentro do projeto PITER (**P**rocessamento de **I**magens em **TE**mpo **R**eal). O PITER é um projeto vinculado ao IEAv (**I**nstituto de **E**studos **Av**ançados) que tem como objetivo principal o desenvolvimento de tecnologias que envolvam o processamento em tempo real de imagens obtidas por sensores embarcados em VANTs para aplicações civis e militares. Além disso, existem outros estudos sendo desenvolvidos no **I**nstituto **N**acional de **P**esquisas **E**spaciais pelo **L**aboratório **A**ssociado de **C**omputação e Matemática (INPE/LAC) em conjunto ao IEAv, dentro deste mesmo tema.

Dentre as abordagens desenvolvidas pela equipe do projeto PITER está o desenvolvimento de um sistema de navegação aérea baseado no reconhecimento de marcos. Este sistema será referenciado neste trabalho por TRIO4. O TRIO4 se baseia na técnica de extração e descrição de pontos característicos para realizar o casamento das imagens dos marcos e uma imagem georreferenciada da região do voo com imagens capturadas em voo, para fornecer a localização do veículo aéreo. De modo geral, o funcionamento do sistema é semelhante ao apresentado na Seção 2.2.3. O sistema ainda não está finalizado mas tem apresentado resultados promissores e a equipe do projeto tem estudado a possibilidade do desenvolvimento de novas funcionalidades. Os estudos da abordagem foram realizados sobre uma plataforma de navegação aérea do tipo ARP (**A**eronave **R**emotamente **P**ilotada). Neste tipo de plataforma, todo o processamento do sistema é realizado em uma estação de solo que recebe e envia informações ao veículo. O uso do VANT como um ARP é utilizado para a realização de testes e experimentos pois, neste tipo de controle de navegação, as limitações

de *hardware* e o custo operacional são menores. Os veículos aéreos utilizados nos estudos foram VANTs comerciais de pequeno porte e veículos aéreos desenvolvidos dentro do projeto. Além disso, a seleção dos marcos e planejamento da rota foram realizados manualmente a partir da experiência da equipe sem a ajuda de nenhum método automático auxiliar. Os resultados destes estudos podem ser analisados detalhadamente em Silva Filho (2016) e Silva Filho et al. (2014).

O sistema de navegação aérea baseado no reconhecimento de marcos desenvolvido dentro do projeto PITER utilizando a linguagem de programação C++. O desenvolvimento deste tipo de sistema exige que o tempo de execução do programa seja realizado em tempo real, tornando o tempo de execução do programa fator preponderante dentro do desenvolvimento. A linguagem C++ foi adotada como linguagem padrão de desenvolvimento devido ao seu modelo de operação. Na maioria dos casos, esta linguagem produz programas mais rápidos do que outras linguagens populares de desenvolvimento como JAVA e Python, por exemplo. Além disto, a linguagem C/C++ possui um conjunto de APIs (*Application Programming Interface*) para o desenvolvimento de programas paralelos, que pode ser uma ferramenta auxiliar utilizada para diminuir o tempo de execução de um programa. Estes foram os principais fatores para adotar o C++ como a linguagem de desenvolvimento do sistema de navegação aérea por imagens desenvolvido no PITER.

O sistema desenvolvido utiliza um conjunto de bibliotecas de código aberto. As principais bibliotecas utilizadas foram OpenCV [1] e MAVLink [2]. O OpenCV é uma biblioteca de código aberto destinada à visão computacional e é amplamente utilizada no meio acadêmico. Ela possui um conjunto de algoritmos para o processamento de imagens e vídeos. Já o MAVLink é uma biblioteca que implementa o protocolo MAVLink para a comunicação com *drones*.

3.2 Planejamento automático de rotas aplicado à navegação aérea autônoma: visão geral

O objetivo principal deste trabalho é apresentar uma proposta para o problema do planejamento de rotas para VANTs que utilizam um sistema de navegação aérea baseado no reconhecimento de marcos. Além disto, tem-se como objetivo uma posterior integração entre o sistema de planejamento de rotas ao TRIO4. Desta forma, a linguagem C++ foi adotada para a codificação do sistema de planejamento proposto.

[1] https://github.com/opencv/opencv
[2] https://github.com/mavlink/

O desenvolvimento da abordagem proposta utilizou como bibliotecas de suporte ao desenvolvimento o OpenCV na versão 3.4[3], o GLPK na versão 4.65 [4] e GDAL na versão 2.2.3[5]. Além disto, no desenvolvimento do **módulo de detecção automática de marcos** foram utilizadas outras tecnologias de auxílio para o estudo. Na Figura 3.1 são apresentadas as linguagens e bibliotecas utilizadas no trabalho e em qual parte do estudo foram empregadas.

Figura 3.1 - Linguagens e bibliotecas utilizadas no desenvolvimento.

Fonte: Produção do autor.

Nesta seção é apresentada a visão geral do desenvolvimento realizado, evidenciado o funcionamento do sistema de planejamento de rotas apresentando as principais entradas, saídas e operações do sistema. Como o sistema utiliza um conjunto de dados como parâmetros, o bom funcionamento da abordagem está diretamente relacionado à qualidade das informações repassadas.

O modelo de planejamento proposto consiste basicamente em: detectar um conjunto

[3]https://opencv.org/opencv-3-4.html
[4]https://github.com/firedrakeproject/glpk
[5]https://github.com/OSGeo/gdal

de marcos de uma imagem georreferenciada da região do voo, traçar a melhor rota possível considerando diferentes condições de voo e repassar as informações dos marcos e da rota para o sistema de navegação aérea.

Durante o desenvolvimento foram levantadas algumas condições que devem ser respeitadas para o funcionamento da abordagem. Para detectar os marcos, alguns fatores devem ser considerados em relação à imagem georreferenciada da região do voo que irá gerar os marcos. Existe uma grande variedade de regiões onde podem ocorrer os voos e cada região possui um conjunto de características próprias. Dependendo da região, pode não ser possível detectar um número suficiente de marcos que permita a navegação baseada em marcos. Além disso, outra condição é o período de tempo entre a captura da imagem georreferenciada e as imagens obtidas durante o voo. As mudanças da cobertura podem ocorrer mais frequentemente como, em regiões de plantações, que exigem que o intervalo entre a data de captura da imagem, selecionada como referência ao voo, e a data do voo seja pequeno. Já outros tipos de regiões, como as cidades, permitem um período maior entre o tempo de captura da imagem georreferenciada . Isto ocorre pois muitos objetos permanecem com as mesmas características por um prazo de tempo maior, como grandes construções (prédios, pontes, monumentos, etc.). Além disto, devido ao modelo de operação estabelecido, que é baseado em pontos característicos, selecionar o melhor algoritmo de extração de pontos característicos pode não ser uma tarefa simples. Diferentes algoritmos geram diferentes pontos característicos e podem produzir um conjunto de pontos melhor ou pior para a detecção. Desta forma, as características da região onde ocorrerá o voo devem ser consideradas para o bom desempenho da abordagem.

Em relação ao planejamento de rotas, um fator que deve ser considerado é a qualidade do georreferenciamento da imagem da região do voo. Como a informação sobre a localização do marco é obtida através da imagem georreferenciada, um modelo impreciso de georreferenciamento pode prejudicar a estimação da posição do veículo aéreo. Outro fator que deve ser considerado é o erro acumulativo do INS que dependerá do *hardware* embarcado no veículo. Diferentes componentes possuem diferentes precisões. A precisão dos componentes utilizados no INS pode ser obtida através de um *datasheet*[6]. Porém, determinar de forma precisa um tempo mínimo para que ocorram erros significativos no INS, pode não ser uma tarefa simples. Estimar um tempo limite através da precisão dos componentes pode não representar fielmente um tempo limite para que ocorram erros significativos no INS. Além disso, a região escolhida para o voo deve possuir um número de marcos suficiente para que o tempo

[6]datasheet - Documento que apresenta as características técnicas do componente eletrônico.

para corrigir os erros do INS seja respeitado. Feitas estas ponderações é apresentada uma visão geral do funcionamento do sistema. Na Figura 3.2 é apresentado o funcionamento geral da abordagem.

Figura 3.2 - Funcionamento da abordagem: visão geral.

Fonte: Produção do autor.

3.3 Módulo de detecção automática de marcos

Nesta seção é detalhado o funcionamento do **módulo de detecção automática de marcos** apresentando as principais escolhas no desenvolvimento da abordagem. Esta etapa consistiu basicamente em detectar um conjunto de marcos a partir de uma imagem da região do voo.

Nesta etapa foram considerados a utilização dos algoritmos implementados na biblioteca OpenCV, como por exemplo: ORB (RUBLEE et al., 2011), SURF (BAY et

al., 2008) e SIFT (NG; HENIKOFF, 2003). O modelo de desenvolvimento permite a utilização de qualquer algoritmo de extração e descrição de pontos característicos presente na versão 3.4 do OpenCV. De modo geral, esta etapa de desenvolvimento baseou-se no trabalho desenvolvido por Melo et al. (2016) que apresentam um método automático para detecção de marcos baseado no agrupamento (*clustering*) de pontos característicos extraídos de uma imagem.

Mas como utilizar pontos característicos e métodos de agrupamentos para detecção automática dos marcos? A ideia central está em extrair um conjunto de pontos característicos na imagem e explorar a relação espacial entre eles, ou seja, considera-se que os pontos característicos mais próximos pertencem a um marco específico na imagem. Na Figura 3.3 é apresentado o funcionamento da técnica.

Figura 3.3 - Detecção de marcos por agrupamento de pontos característicos.

Fonte: Produção do autor.

Em relação ao algoritmo de agrupamento utilizado na abordagem de detecção dos marcos, inicialmente, a ideia foi utilizar o método desenvolvido em Melo et al. (2016), porém, no trabalho em questão foram analisados apenas 2 métodos de agrupamento: o *X-Means* e um algoritmo desenvolvido pelos autores baseado no *X-Means*. Desta

forma, foram avaliados outros algoritmos de agrupamento para verificar se, resultados melhores seriam obtidos. Ao todo foram analisados onze métodos de agrupamento incluindo os métodos analisados em Melo et al. (2016). O conjunto de algoritmos selecionados tentou ser o mais abrangente e heterogêneo possível. Os detalhes da análise realizada são apresentados na Seção 4.1. Dentre os algoritmos avaliados, o algoritmo *Mean Shift* apresentou os melhores resultados segundo as métricas aplicadas. Desta forma, o algoritmo *Mean Shift* foi utilizado para o desenvolvimento do sistema. Para isto, o algoritmo foi implementado baseado na codificação da biblioteca *scikit-learning*[7] do Python, utilizada nos experimentos apresentados na Seção 4.1.

A partir da definição do método de agrupamento, o desenvolvimento do módulo levou em conta as características específicas do *Mean Shift* para o desenvolvimento do sistema. Durante o estudo foi verificado que a detecção realizada deve ser adaptativa em relação à altura do voo e ao ângulo de abertura da câmera. Na Seção 2.3.2 apresenta-se como estes fatores se relacionam a chance de reconhecimento dos marcos detectados. Assim, baseado nas características do *Mean Shift* foi desenvolvido um modelo adaptativo que considera estes fatores de voo para realizar a detecção dos marcos.

O método *Mean Shift* gera o número de grupos, a partir da especificação do parâmetro largura de banda (*band width*). Este parâmetro determina a maior distância possível entre um ponto do grupo ao seu centro. Ou seja, este parâmetro delimita uma região para cada grupo baseada nos centróides e na largura de banda. Para determinar o parâmetro largura de banda do *Mean Shift* foi desenvolvida uma abordagem que considera a altura relativa do voo e o ângulo de abertura da câmera para gerar o parâmetro utilizado no agrupamento dos pontos. A ideia geral do algoritmo é gerar diferentes larguras de banda e, consequentemente, diferentes detecções baseadas na altura do voo e o ângulo de abertura da câmera embarcada no VANT.

Para estimar a largura de banda, foi utilizado um modelo simplificado que realiza uma relação de triângulos que considera o ângulo de abertura da câmera (α) e a altura de voo (h), como indicado pela Figura 3.4 e Equação 3.1. Nos casos onde as câmeras possuem um ângulo vertical e horizontal para o ângulo de abertura, é sempre adotado o menor valor para o cálculo da distância d.

[7] https://scikit-learn.org/

$$d = h * tan(\frac{\alpha}{2}) \tag{3.1}$$

Figura 3.4 - Relação utilizada para estimar a largura de banda.

Fonte: Produção do autor.

Os pontos característicos extraídos da imagem são referenciados pelos seus respectivos valores (x, y) da imagem e o valor d representa uma dimensão em metros no mundo real. Para isto, foi realizada uma conversão de d para um valor que represente esta distância dentro da imagem. Esta conversão está condicionada a imagem estar georreferenciada no modelo de coordenadas UTM (***U**niversal **T**ransverse **M**ercator*). A ideia central do método proposto é determinar duas coordenadas (E, N) dentro da região da imagem distantes d metros entre si e determinar os dois pontos (x, y) na imagem correspondentes às coordenadas para calcular a largura de banda. Para simplificar o cálculo, foram adotadas as coordenadas (E, N) do pixel $(0, 0)$ para definir a coordenada $(E, N + d)$ que está distante d metros de (E, N). Então a coordenada $(E, N + d)$ é convertida para a seu respectivo ponto (x, y) na imagem. Encontrado o valor (x, y), a largura de banda desejada será a distância euclidiana entre o pixel $(0, 0)$ e (x, y).

A partir disto, foi adotado um algoritmo para encontrar um bom modelo de agrupamento baseado na largura de banda estimada e no coeficiente silhueta. A estratégia foi aplicar o método *Mean Shift* a partir dos pontos característicos extraídos da imagem variando o parâmetro largura de banda. O procedimento realizado considera a métrica Silhueta (Seção 2.4.2.1) para pontuar os agrupamentos e comparará-los

entre si. Para limitar o número de testes, foi estipulado um intervalo $[MIN, MAX]$ baseado na largura de banda LB calculada a partir da altura do voo e ângulo de abertura da câmera. O intervalo estipulado para os testes adotou LB como o valor máximo do intervalo, já para o valor mínimo considerou-se que seria adotado um valor de 70% de LB. O valor $0,7 * LB$ foi então adotado como valor mínimo do intervalo para tentar evitar que dois marcos sejam visualizados pela câmera ao mesmo tempo. Caso dois marcos fossem reconhecidos ao mesmo tempo, seria necessário um cálculo de triangulação para estimar a posição do veículo, o que não foi considerado na implementação do sistema. Assim, foi estipulado o intervalo $[0,7 * LB, LB]$ para encontrar um bom modelo de agrupamento gerado pelo *Mean Shift*. O algoritmo adotado consiste em aplicar o *Mean Shift* utilizando os extremos do intervalo e o valor médio entre os extremos como largura de banda e pontuá-los a partir da silhueta. Os dois grupamentos que obtiveram os melhores resultados, segundo a métrica Silhueta, são utilizados para gerar outro intervalo $[MIN, MAX]$ para repetir o procedimento. Se o agrupamento que obtiver o maior valor segundo a silhueta se repetir por 2 vezes ou um número máximo de iterações for atingido, o algoritmo se encerra retornando o melhor modelo encontrado para o *Mean Shift*. No algoritmo 3 é apresentado o procedimento detalhadamente, algumas linhas do algoritmo são comentadas.

1 - *max_lb* é a largura de banda estimada, *c_kps* é o conjunto de pontos característicos extraídos da imagem e *max_it* é o número máximo de iterações.
2 - *best_model* é um objeto do tipo $MeanShift$ que contém o atributo *lb* que é a largura de banda associada ao objeto.
9 - *set_models* representa uma estrutura de dados que armazena um conjunto de elementos ordenados em ordem crescente. No caso, os objetos $MeanShift$ são ordenados de acordo com o coeficiente Silhueta.

12 - **pt_begin* representa um ponteiro. Neste caso, para o primeiro elemento do conjunto.
13 - Utiliza da aritmética de ponteiro para acessar os valores de *lb* dos dois objetos $MeanShift$ com maior coeficiente.

O algoritmo de casamento de imagens por descritores do TRIO4 utiliza um modelo de pontos de controle nas imagens dos marcos e exige um número mínimo de pontos com suas respectivas informações geográficas. No caso do TRIO4 exige-se pelo menos 4 pontos para a aplicação do procedimento. Assim, optou-se por considerar a eliminação de alguns grupos. Foi considerado que os grupos que obtiverem um

Algoritmo 3: Melhor Modelo de *Clustering*

```
1  Input: max_lb, c_kps, max_it
2  Output: best_model
3   Function FindBestModel(max_lb, c_kps):
4      count_best, it ⟵ 0;
5      min_lb ⟵ 0,7 * max_lb;
6      max_model ⟵ MeanShift(max_lb, c_kps);
7      min_model ⟵ MeanShift(min_lb, c_kps);
8      mean_model ⟵ MeanShift((max_lb + min_lb)/2, c_kps);
9      set_models ⟵ {max_model, min_model, mean_model};
10     best_model ⟵ (set_models.end());
11     while count_best < 2 or it < max_it do
12         *pt_begin ⟵ (set_models.begin());
13         mean_band ⟵ (((pt_begin + +) → lb) + ((pt_begin + +) → lb))/2;
14         set_models.erase(set_models.begin());
15         set_models.insert(MeanShift(mean_band, c_kps));
16         if best_model == set_models.end() then
17             count_best ⟵ count_best + 1;
           else
18             count_best ⟵ 0;
19             best_model ⟵ set_models.begin();
           end
20         it ⟵ it + 1;
       end
21     return best_model
   End Function
```

número de pontos menor do que 4 não seriam utilizados na detecção.

Na Figura 3.2, são apresentadas as principais entradas, saídas e operações realizadas pelo módulo. Foram realizados experimentos para avaliar o módulo desenvolvido. No Capítulo 4 na Seção 4.2 são apresentados os experimentos de avaliação evidenciando os resultados do desenvolvimento.

Figura 3.5 - Visão geral do módulo de detecção automática de marcos.

Fonte: Produção do autor.

3.4 Módulo de planejamento automático da rota

Nesta seção é abordado o módulo de planejamento automático da rota. São evidenciadas as principais decisões de codificação, assim como os trabalhos que serviram de base ao desenvolvimento. A primeira etapa consiste em realizar o cálculo da distância entre os marcos e a chance de reconhecimento dos marcos para alimentar o modelo matemático que calcula a rota. Em resumo, o módulo desenvolvido considera dois conjuntos de dados distintos associados aos marcos: a distância entre os marcos e a chance de reconhecimento.

A partir da detecção dos marcos é possível associar a localização de cada marco através da imagem georreferenciada. Como foi exposto na seção anterior, o desenvolvimento considerou que as imagens eram georreferenciadas a partir do sistema de projeção UTM. Para obter a localização dos marcos na imagem georreferenciada foi utilizada a biblioteca GDAL. Para cada marco detectado foram obtidas suas respectivas informações de localização. No desenvolvimento proposto, foi adotado o pixel central da imagem do marco para estipular as coordenadas (E, N) associadas a cada um dos marcos detectado. A partir do modelo de localização foi calculada

uma matriz de distâncias considerando a distância euclidiana (d) entre todos os marcos detectados. Gerando uma matriz $n \times n$ das distâncias entre os marcos, onde n é o número de marcos detectados. Na Figura 3.6 é apresentado o procedimento considerando dois marcos arbitrários.

Figura 3.6 - Visão geral do procedimento para calcular a distância entre os marcos.

Fonte: Produção do autor.

O termo chance de reconhecimento é utilizado durante o texto para abordar a ideia que existem marcos com diferentes probabilidades de reconhecimento. Porém, durante o desenvolvimento do trabalho, foi notado que associar uma probabilidade de reconhecimento para os marcos não é uma tarefa trivial. Como o modelo de navegação utilizado no estudo é baseado no casamento de imagens, o casamento entre as imagens dos marcos e as imagens capturadas em voo depende de condições ambientais não controláveis. Ou seja, o reconhecimento de um dado marco fica condicionado a diferentes condições de voo, entre elas, luminosidade e qualidade da câmera. Desta forma, é possível determinar métricas para dizer que um marco é mais discriminativo do que outro, porém, este valor pode não necessariamente refletir a probabilidade de reconhecimento em diferentes condições de voo. Dizer que um marco é mais discriminativo que outro significa que as características associadas à imagem do marco são mais distinguíveis do que outras. Para associar um valor de probabilidade aos marcos seriam necessários estudos estatísticos com o sistema de reconhecimento.

Porém, isto exigiria um grande número de voos em diferentes regiões e condições de voo. Desta forma, para realizar o desenvolvimento da abordagem, a chance de reconhecimento será associada à uma pontuação de reconhecimento e não à uma probabilidade de reconhecimento.

A chance de reconhecimento utilizada no desenvolvimento considera dois diferentes fatores que pontuam as características da imagem dos marcos: o número de pontos característicos e o percentual de borda associado às imagens. As duas métricas foram consideradas igualmente relevantes para calcular a chance de reconhecimento associada a cada marco.

Dado o conjunto de marcos detectados e o conjunto de pontos característicos extraídos da imagem georreferenciada, é contabilizado o número de pontos característicos encontrados na região da imagem onde se localiza os marcos. A partir desta contagem, é associado a cada marco um valor normalizado V_{pc} do número de pontos extraídos da região do marco. O número de pontos foi normalizado considerando o marco que obteve o maior número de pontos característicos. O valor foi normalizado para manter o valor V_{pc} dentro da mesma escala do percentual de borda calculado. A partir das imagens dos marcos, também foi calculado um valor V_b referente ao percentual de borda da imagem do marco. O cálculo parte da extração de bordas da imagem do marco. Para isto, são extraídas as bordas da imagem par contabilizar o número de *pixels* diferentes de zero da imagem (p_{nozero}). O valor de borda foi normalizado considerando o número total de *pixels* da imagem do marco de tamanho (m, n). Ou seja, considerou-se que $V_b = p_{nozero}/(m * n)$.

Com o cálculo dos valores V_{pc} associado ao número de pontos característicos e V_b, associado ao percentual de borda das imagens dos marcos, é calculada a média entre os valores para determinar a chance (pontuação) de reconhecimento de cada marco. Na Figura 3.7 é apresentada a ideia geral do procedimento utilizado para gerar a chance de reconhecimento, no caso foi considerado um marco arbitrário na imagem.

O planejamento da rota foi desenvolvido baseado no trabalho desenvolvido por Ulian et al. (2017) que modelaram o cálculo da rota como um problema de roteamento em grafos. Além disto, a modelagem proposta pelos autores tratou o planejamento da rota como um problema de programação linear inteira. Neste trabalho foram propostas 6 diferentes modelagens, onde 3 foram consideradas adequadas para uma aplicação real. Os modelos foram validados utilizando o sistema de modelagem algébrica AMPL. O sistema é composto por um conjunto de *solvers* de problemas de otimização como o CPLEX, baseado no método Simplex. As modelagens desenvol-

vidas consideram dois diferentes objetivos: maximizar a chance de reconhecimento e minimizar a distância percorrida. Ou seja, a partir dos pontos de origem (o) e destino (d), o VANT deve percorrer a distância entre o e d passando pelos marcos mais significativos do trajeto na menor distância possível. Além disto, foram consideradas algumas restrições que devem ser respeitadas pelos modelos: a autonomia do veículo e o tempo para ocorrência de erros significativos no INS. A autonomia do veículo é o fator que determina a distância máxima que pode ser percorrida pelo VANT considerando o tempo de bateria (ou combustível) disponível. O tempo de erros acumulativos no INS é o fator que considera um tempo mínimo hábil para a correção do INS. Para determinar a modelagem matemática utilizada no desenvolvimento do sistema, foi realizado um conjunto de experimentos considerando 4 diferentes modelos matemáticos. Além das 3 modelagens matemáticas apresentadas em Ulian et al. (2017), foi proposto outro modelo matemático para a análise. Na Seção 4.3 são apresentados os conjuntos de experimentos e a avaliação realizada. De acordo com os experimentos e a análise realizada, o modelo que obteve os melhores resultados foi o modelo proposto neste trabalho. Nesta seção, não são apresentados os detalhes da análise realizada. A apresentação dos resultados obtidos, da avaliação realizada e do modelo matemático proposto ficará restrita à Seção 4.3.

Figura 3.7 - Visão geral do procedimento para calcular a chance de reconhecimento de um marco.

Fonte: Produção do autor.

Para o andamento desta seção o quesito principal a ser considerado é o conjunto de dados produzidos pelo modelo. A saída do modelo é uma lista ordenada dos marcos

a serem percorridos na trajetória, ou seja, um conjunto de marcos que fazem parte da rota definida pelo planejamento realizado.

No caso da abordagem desenvolvida, foi considerada a possibilidade de um replanejamento da rota. Considerando um replanejamento, outros marcos além dos pré-estabelecidos no planejamento inicial poderiam ser detectados durante o voo. Ou seja, podem ocorrer casos onde o VANT sobrevoe um marco que não faz parte da rota pré-estabelecida. Neste caso, o sistema de navegação aérea por marcos poderia utilizar estes marcos identificados, para a correção do INS. A identificação de novos marcos pode ocorrer quando, por exemplo, há um marco intermediário entre os marcos estabelecidos na rota (que, por possuir uma menor chance de reconhecimento não foi adotado pelo planejamento) ou o VANT saiu da rota pré-estabelecida e está sobrevoando outro marco da região. Na Figura 3.8 estas situações são representadas. Note que a trajetória realizada pelo VANT não é linear devido aos erros acumulativos do INS.

Figura 3.8 - Situações onde pode ser necessário identificar um marco fora da rota.

Fonte: Produção do autor.

Desta forma, além da rota definida, foi considerado que todos os marcos detectados da região deveriam ser repassados ao sistema de navegação, não somente os marcos da rota planejada. Na Figura 3.9 é apresentada uma visão geral do **módulo de**

planejamento da rota. A imagem apresenta um resumo do que foi exposto nesta seção, evidenciando as operações realizadas, assim como as entradas e saídas do módulo.

Figura 3.9 - Visão geral do módulo de planejamento automático de marcos.

Fonte: Produção do autor.

4 ANÁLISE E RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados dos estudos realizados durante o desenvolvimento do trabalho. A primeira seção apresenta uma análise de diferentes métodos de agrupamento para o desenvolvimento do módulo de detecção automática de marcos. Os resultados deste módulo são apresentados na seção seguinte. Posteriormente, são apresentados os estudos realizados para o desenvolvimento do módulo de planejamento da rota. Por fim, é apresentada uma interface gráfica desenvolvida para facilitar a utilização da abordagem.

4.1 Análise de métodos de agrupamento para detecção de marcos

Na Seção 3.3 foi mostrado que o **módulo de detecção automática de marcos** desenvolvido se baseia no método desenvolvido por Melo et al. (2016). A abordagem utilizada consiste em extrair um conjunto de pontos característicos de uma imagem aérea da região de voo, para agrupar os pontos extraídos baseados em sua disposição na imagem. Ou seja, utilizar a relação espacial dos pontos para detectar um objeto (marco) em uma imagem referência.

Foram avaliados como os diferentes métodos de agrupamento se apresentam para este tipo de aplicação. Para a realização da análise, o conjunto de algoritmos selecionados para os testes visou reunir um grupo de algoritmos heterogêneo e abragente. Ao todo foram testados 11 métodos de agrupamento: 4 particionais (K-Means (LLOYD, 1982), X-Means (PELLEG; MOORE, 2000), X-Means Adaptado (MELO et al., 2016), Mean-Shift (CHENG, 1995)); 2 hierárquicos (Ward (WARD JR, 1963), Agglomerative Clustering (MÜLLNER, 2011)); 1 baseado em grade (Birch (ZHANG et al., 1996)); 1 baseado em modelo probabilístico (Gaussian Mixture (DEMPSTER et al., 1977))); 1 baseado em redes neurais artificiais (Self-Organized Map (KOHONEN, 1990)); 1 baseado em redes de comunicação (Affinity Propagation (FREY; DUECK, 2007)); e, 1 baseado em densidade (DBSCAN (ESTER et al., 1996)). Para a realização dos testes foram utilizadas duas bibliotecas de auxílio: a scikit-learn [1], implementada em Python, e a WEKA [2], implementada em JAVA. Além disso, foi feita a implementação, em Python, da adaptação do algoritmo X-Means proposta em Melo et al. (2016)).

Existem diferentes cenários nos quais o VANT pode realizar o voo. Além disso, as imagens aéreas utilizadas como referência do voo, podem ser capturadas por

[1] https://scikit-learn.org/
[2] https://www.cs.waikato.ac.nz/ ml/weka/

diferentes tipos de sensores. Com isto, existem muitas possibilidades para gerar o conjunto de dados para os testes, por exemplo, regiões de pastagem, regiões urbanas, regiões de floresta ou regiões de plantação. Na Figura 4.1 são apresentados diferentes cenários (regiões) onde podem ocorrer os voos.

Figura 4.1 - Diferentes tipos de regiões de voo. Canto superior esquerdo: pastagem; canto inferior esquerdo: floresta; Canto superior direito: região urbana e canto inferior direito: plantação.

Fonte: Produção do autor.

Desta forma, para limitar o número de testes foram selecionados dois ortomosaicos gerados a partir de voos reais realizados por VANTs. As imagens adotadas são de regiões onde são realizados testes com sistemas de navegação por imagem, tornando o conjunto de dados mais representativo. Estas regiões serão apresentadas nas próximas seções.

Para gerar o conjunto de pontos característicos das imagens foi utilizado o extrator e descritor de características ORB (*Oriented Fast and Rotated Brief*) (RUBLEE et al., 2011). O ORB foi adotado para gerar o conjunto de pontos característicos devido a três fatores principais: o modelo de extração/descrição dos *keypoints* e a escalabilidade. O modelo de extração de pontos característicos do ORB utiliza um modelo de detecção de cantos. Este tipo de detecção é indicado quando a imagem

possui um número significativo de objetos construídos pelo homem, o que gera muitos cantos para detecção, como é o caso das imagens selecionadas. Já o segundo fator se relaciona com o casamento de imagens por descritores, pois o modelo de descrição de pontos do ORB utiliza um vetor binário e isto acelera o processo de correspondência de pontos característicos. O métodos SURF e SIFT, que possuem um custo computacional mais alto que o ORB, o que pode limitar o número de pontos gerados (SZELISKI, 2010). Além disto, o ORB permite determinar o número de pontos característicos extraídos da imagem.

Definido o extrator e descritor ORB, o próximo passo consistiu em extrair o conjunto de dados para alimentar os modelos. Como o algoritmo permite especificar o número de pontos característicos extraídos da imagem foi determinado um número de pontos para testes. Foi estipulado que o conjunto com 4000 pontos característicos seria utilizado para comparar os métodos.

Os métodos estudados possuem diferentes parâmetros de ajuste, 6 baseiam-se no número de grupos para gerar os grupamentos, 4 utilizam outros parâmetros para gerar o número de grupos e 2 utilizam um intervalo $[min, max]$ do número de grupos para gerar os agrupamentos. Assim, para melhor explanar esta seção, o conjunto C_m composto pelos 11 métodos foi subdividido da seguinte forma:

- $Ck = \{$*K-Means, Agglomerative Clustering, Ward, Birch, Gaussian Mixture*$\}$ utilizam somente o número k de grupos, como parâmetro.
- $Cp = \{$*Mean Shift, DBSCAN, Affinity Propagation, SOM*$\}$ usam outros parâmetros para determinar os k grupos.
- $Ci = \{$*X-Means, X-Means Adaptado*$\}$, selecionam automaticamente k a partir de um intervalo do número de grupos.

No caso do método *Gaussian Mixture*, o parâmetro a ser ajustado é o número de componentes que é igual ao número de grupos gerados ao final da execução, assim, o método foi colocado em C_k. Para comparar estes diferentes métodos de agrupamento para a detecção de marcos, foram consideradas as características da aplicação. Umas das justificativas para o desenvolvimento é que uma análise visual para determinar o conjunto de marcos para o voo pode não representar o melhor conjunto para a navegação. Desta forma, não se pode adotar um conjunto de marcos observados como conjunto verdade para comparação pois, consequentemente, não será obtido um número ideal. Outra característica da aplicação é que o tempo de execução

deve ser pequeno, pois trata-se de uma aplicação em tempo real. As principais consequências destas considerações para a análise são então:

(i) Não existe um conjunto verdade para comparação.;

(ii) Não há um número ideal de grupos para o *clustering*;

(iii) O tempo de execução do método deve ser baixo.

Estas ponderações guiaram a análise a ser realizada. A ponderação (i) determinou o tipo de métrica utilizada para qualificar os agrupamentos. Considerando (i), as métricas deveriam utilizar o próprio conjunto de grupos gerado para qualificar o agrupamento. Assim foram adotadas duas métricas principais para a análise: silhueta e sobreposição de grupamentos sobre uma região retangular. Estas métricas foram abordadas na Seção 2.4.2. Em relação a (ii), como não existe um número ideal de grupos e a maioria dos métodos utilizam um número k de grupos como parâmetro, foi adotada uma estratégia baseada no número de grupos. Onde seria estipulado um intervalo $[min, max]$ de grupos para os testes.

Para estipular o intervalo foi verificado que um número muito baixo ou muito alto de k, apresenta bons resultados em relação às métricas, mas não representa bem a região da imagem onde estão localizados os marcos. Na Figura 4.2 são apresentados dois exemplos de agrupamento utilizando o algoritmo *K-Means* com número k igual 2 e 100. Nos casos apresentados é possível verificar que, com $k = 2$ a imagem foi dividida em duas grandes regiões que englobam um grande número de marcos. Já com k = 100 é possível notar que os agrupamentos geram um número muito grande de marcos, o que também não representa bem a ideia de detecção proposta.

Desta forma, a estratégia encontrada para limitar os testes e analisar os métodos aplicando diferentes parâmetros de entrada foi realizar uma análise visual da imagem e determinar um número mínimo de objetos em destaque (marcos) considerando as principais construções da imagem e assim estipular um intervalo de testes. Para limitar o número de experimentos foi estipulado que seriam realizados 20 testes para cada algoritmo. Desta forma, foi estipulado um intervalo $[min, max]$ de grupamentos que gerassem 20 casos de teste, onde:

- min = número de marcos observados.
- $max = min + 19$

Figura 4.2 - Agrupamento gerado pelo método *K-Means* com k=2 e k=100. São apresentados os valores obtidos para as métricas silhueta e sobreposição de grupos.

Fonte: Produção do autor

Para os métodos de Cp foram estipulados empiricamente diferentes intervalos para cada método. No caso destes métodos, foram gerados testes cujos parâmetros gerassem um número de grupos dentro do intervalo estipulado. Assim, foi estipulado um intervalo $[min, max]$ de testes para cada um dos estudos de caso e as métricas foram contabilizadas. Os parâmetros que obtiveram o melhor valor, segundo o coeficiente silhueta, foram escolhidos para a comparação entre os métodos. Já a sobreposição foi utilizada como métrica auxiliar na comparação. Por fim, são apresentadas os diferentes conjuntos de grupos produzidos pelos métodos para verificar se o comportamento das métricas se adéquam à aplicação.

4.1.1 Estudo de Caso 1

A imagem adotada para o estudo de caso 1, é um ortomosaico da região da Universidade do Vale do Paraíba (UNIVAP) em São José dos Campos, São Paulo. A imagem foi gerada a partir de imagens obtidas por um VANT comercial (Phantom 4) a uma altura de 70 metros. De acordo com as definições realizadas anteriormente, foi feita uma análise visual para determinar um número mínimo de marcos na região do Estudo de Caso 1, como mostra a Figura 4.3. A seleção dos marcos focou em determinar as regiões da imagem onde são visualizadas construções: prédios, casas e galpões. No experimento foram visualizados pelo menos 15 marcos definindo um intervalo $[15, 34]$ para os testes. Cabe ressaltar, que esta análise não tem o intuito de ser o conjunto verdade. Ou seja, os marcos selecionados não necessariamente serão os marcos detectados pelos métodos.

Figura 4.3 - Análise visual para estimar um número mínimo de marcos na região 1.

Fonte: Produção do autor

A partir desta análise, os métodos foram ajustados baseados neste intervalo. Os resultados são apresentados na Tabela A.1 do Anexo A. Para comparar os resultados, de acordo com o coeficiente silhueta, calculado para cada método, foram selecionadas as configurações que apresentaram os maiores valores para a métrica. Na Figura 4.4 é apresentado um gráfico com os valores da silhueta para cada um dos métodos.

Figura 4.4 - Melhores resultados para o coeficiente silhueta de cada método considerando a região 1.

Fonte: Produção do autor

O método *Affinity Propagation* apresentou o maior valor para o coeficiente silhueta (0,596) e pelo menos quatro outros métodos (*Mean Shift*, *k-Means*, *Ward* e *Birch*) obtiveram resultados semelhantes com valores acima de 0,56. Outra observação a ser feita é que os métodos que obtiveram maiores valores, segundo o coeficiente, apresentaram um número de grupos diferente do observado (15). Para os algoritmos *Affinity Propagation* e *Mean Shift* o número de grupos gerados foi 35 e 23, respectivamente. Para os demais métodos, o valor do número de grupos é apresentado na Tabela A.1 do Anexo A.

Considerando as melhores configurações, segundo a silhueta, foi avaliado o número de sobreposições apresentadas para os métodos. Na Figura 4.5, é apresentado um gráfico comparativo entre os métodos em relação ao número de sobreposições.

Figura 4.5 - Resultados da sobreposição considerando os melhores resultados para o coeficiente silhueta na região 1.

Fonte: Produção do autor

Analisando o gráfico apresentado é possível notar que os algoritmos que obtiveram os melhores valores para o coeficiente silhueta, também apresentaram um baixo número de sobreposições. Dentre os algoritmos que obtiveram os melhores valores para a silhueta, método *Mean Shift* apresentou o melhor resultado com 75 sobreposições. O método *Agglomerative Clustering* apresentou um resultado incompatível com a métrica silhueta que apresentou o menor número de sobreposições (16), porém, com

baixo resultado com a silhueta. Analisando a imagem referente ao *Agglomerative Clustering* na Tabela 4.1 foi constatado que o número baixo de sobreposições se deve ao modo como foram agrupados os pontos característicos, dois grupos detinham a maioria dos pontos gerando duas grandes regiões. Isto resultou em poucas sobreposições, porém este baixo valor não refletiu em uma boa detecção. Outro fator analisado foi o tempo de execução dos métodos. Na Figura 4.6 é apresentado um gráfico comparativo considerando o tempo médio de execução para os métodos.

Figura 4.6 - Tempo de execução médio dos métodos para região 1.

Fonte: Produção do autor

Neste quesito, dentre os métodos que obtiveram os melhores resultados segundo as métricas avaliadas (*Affinity Propagation*, *Mean Shift*, *k-Means*, *Ward* e *Birch*), o método *k-Means* obteve o menor tempo de execução. Já os métodos *Ward* e *Affinity Propagation* obtiveram os maiores tempos de execução dentre todos os métodos.

Na Tabela 4.1 é apresentado um conjunto de imagens referente aos resultados dos agrupamentos obtidos e os pontos característicos (*key points*) extraídos da região do Estudo de Caso 1. Na imagem são apresentados os agrupamentos gerados pelos métodos considerando a análise da silhueta, ou seja, são apresentados apenas os grupamentos com maiores valores da silhueta para cada método. As imagens são apresentadas para uma análise visual avaliando o comportamento dos grupamentos

para verificar se as métricas utilizadas refletiam em uma pontuação compatível com a aplicação.

Tabela 4.1 - Resultado do *clustering* para os métodos com maior valor da silhueta, estudo de caso 1.

Keypoints Região 1

X-Means Adaptado N-grupos = 34

Ward - N grupos =34

X-Means - N grupos = 17

Agglomerative - N Grupos = 19

Affinity P. - Damping = 0, 867

(Continua)

Tabela 4.1 - Continuação

Birch - N Grupos = 34

DBSCAN - Eps = 847

Gaussian Mix - N Componentes = 33

K-Means - N Grupos = 33

Mean Shift - Band Width = 1106

SOM - H/W = 5/5

Fonte: Produção do autor.

Analisando-se as figuras foi constatado que os métodos que apresentaram melhores resultados (*Affinity Propagation*, *Mean Shift*, *k-Means*, *Ward* e *Birch*) para o coeficiente silhueta também apresentaram os melhores modelos de detecção. Estes métodos geraram grupos bem separados resultando em marcos mais bem definidos.

Outros métodos como o SOM e *X-Means* também se apresentaram adequados para a aplicação, porém, apresentaram valores piores em relação às métricas. Além disso, foram verificadas algumas diferenças entre a detecção manual e a realizada entre os métodos. Analisando os locais da imagem onde foram identificados pontos característicos, é possível notar que alguns dos marcos selecionados manualmente não refletiam nas regiões onde se localizavam o maior número de pontos característicos. Um exemplo disto, ocorre com o marco 13 da Figura 4.3, o marco não foi detectado pelos métodos, apesar de ser uma construção bem definida da região. Avaliando a disposição dos pontos característicos extraídos da imagem é possível notar que a região onde se localiza o marco 13 não possui um grande número de pontos, o que fez com que o objeto não fosse detectado pelo método automático. Assim, é possível concluir que, em alguns casos, a seleção manual não gera as melhores condições para o casamento de imagens. Ressaltando a premissa de que uma seleção manual pode não refletir nos melhores marcos para a navegação.

4.1.2 Estudo de Caso 2

A imagem escolhida para o estudo de caso 2, foi um ortomosaico da região do IEAv em São José dos Campos, São Paulo. A imagem foi gerada a partir de imagens obtidas por um VANT a 80 metros de altura. Do mesmo modo que no Estudo de Caso 1, foi realizada uma análise visual para determinar um número mínimo de marcos na região do Estudo de Caso 2, como mostra a Figura 4.7. No experimento foram visualizados pelo menos 18 marcos definindo um intervalo $[18, 37]$ para os testes. Assim como na região 1 a seleção dos marcos visou construções da região.

A partir desta análise, os métodos foram ajustados baseados neste intervalo. A tabela de resultados é apresentada na Tabela B.1 do Anexo B. Novamente, foram selecionadas as configurações que apresentaram maiores valores para a métrica silhueta para comparar os resultados. Na Figura 4.8 é apresentado um gráfico com os valores da silhueta para as configurações dos métodos, destacando em vermelho, o método que apresentou o maior valor. Assim como no Estudo de Caso 1, os 5 métodos que apresentaram os melhores resultados foram: *Ward*, *k-Means*, *Mean Shift*, *Birch* e *Affinity Propagation*. Porém, para este caso, o método que apresentou o melhor resultado foi o *Ward* com 0,5958 para o coeficiente. Os outros algoritmos que apresentaram resultados semelhantes obtiveram valores acima de 0,57. Do mesmo modo que no Estudo de Caso 1, os métodos apresentaram diferentes números de grupos. Dentre os métodos destacados, o número de grupos gerados foi de 30 e 31 respectivamente para o *Affinity Propagation* e o *Mean Shift*. Para os demais métodos destacados o

Figura 4.7 - Análise visual para estimar um número mínimo de marcos na região 2.

Fonte: Produção do autor

número de grupos é apresentado junto ao gráfico.

Figura 4.8 - Melhores resultados para o coeficiente silhueta de cada método considerando a região 2.

Fonte: Produção do autor

Considerando as melhores configurações segundo a silhueta, foi avaliado o número de sobreposições apresentadas para os métodos. Na Figura 4.9, é apresentado um gráfico comparativo entre os métodos em relação ao número de sobreposições.

Figura 4.9 - Resultados da sobreposição considerando os melhores resultados para o coeficiente silhueta na região 2.

Fonte: Produção do autor

Os valores apresentados para a sobreposição de grupos, consideram os parâmetros dos métodos que obtiveram os melhores valores para a silhueta. Ou seja, podem haver outras configurações que apresentem melhores valores em relação a sobreposição dos métodos. No caso deste estudo a avaliação da sobreposição foi adotada como uma avaliação auxiliar a avaliação da silhueta. O resultado desta métrica foi um pouco diferente do apresentado para o Estudo de Caso 1. Porém, o algoritmo *Mean Shift* se manteve com o menor número de sobreposições, 177 ao todo. Dentre os métodos melhores avaliados para a silhueta o algoritmo *Ward* apresentou o quarto pior resultado para esta métrica. Além disso, outros métodos como o *X-Means* e SOM apresentaram um baixo índice de sobreposições. Novamente, o algoritmo *Agglomerative Clustering* apresentou o menor número de sobreposições. Analisando a imagem do agrupamento resultante apresentado na Tabela 4.2 a mesma situação apresentado no Estudo de Caso 1 foi verificada.

O tempo de execução médio dos métodos foi semelhante ao apresentado para o Estudo de Caso 1. Na Figura 4.10 é apresentado um gráfico comparativo considerando

o tempo médio de execução para os métodos. O método *DBSCAN* obteve o menor tempo de execução. Já os métodos *Ward* e *Affinity Propagation* obtiveram os maiores tempos dentre todos os métodos.

Figura 4.10 - Tempo de execução médio dos métodos para região 2.

Fonte: Produção do autor

Assim como no estudo de caso 1 é apresentado o resultado do agrupamento para os métodos para uma análise visual. Na Tabela 4.2 são apresentados os grupamentos para os métodos que obtiveram os melhores valores para a silhueta.

Tabela 4.2 - Resultado do *clustering* para os métodos com maior valor da silhueta, estudo de caso 2.

Keypoints Região 2

X-Means Adaptado N-grupos = 37

Ward - N grupos = 34

X-Means - N grupos = 23

Agglomerative - N Grupos = 18

Affinity P. - Damping = 0,905

Birch - N Grupos = 24

DBSCAN - Eps = 966,1

(Continua)

Tabela 4.2 - Continuação

Gaussian Mix - N Componentes = 21

K-Means - N Grupos = 20

Mean Shift - Band Width = 1617,2

SOM - H/W = 6/4

Fonte: Produção do autor.

Analisando as figuras considerou-se que os métodos que apresentaram melhores resultados (*Affinity Propagation*, *Mean Shift*, *k-Means*, *Ward* e *Birch*) também apresentaram os melhores modelos de detecção. Estes métodos geraram grupos bem separados resultando em marcos melhor definidos. Assim como no primeiro experimento, os algoritmos SOM e *X-Means* também apresentaram bons modelos de detecção. Neste experimento também foi identificado diferenças entre os marcos detectados manualmente e pelos métodos. A partir das imagens é possível verificar que alguns pontos característicos foram identificados em regiões diferentes dos marcos selecionados manualmente. O que justifica as diferenças encontradas.

4.1.3 Conclusões da análise de métodos de agrupamento para detecção de marcos

De acordo com os experimentos realizados nos Estudos de Caso 1 e 2, cinco métodos se destacaram dos demais (*Affinity Propagation*, *Mean Shift*, *k-Means*, *Ward* e *Birch*). Dentre estes métodos, os algoritmos *Ward* e *Affinity Propagation* exigem um maior tempo de execução do que os outros métodos. Assim sendo, optou-se por não selecionar estes métodos para o desenvolvimento do módulo automático de detecção

de marcos. Em relação aos outros três métodos foi avaliado que qualquer um poderia ser utilizado para aplicação. Porém, considerando um modelo de detecção automático, os métodos *Birch* e *k-Means* necessitam do número de grupos como parâmetro para realizar o agrupamento. Neste sentido, determinar um número de grupos para o agrupamento não é uma tarefa trivial. Como foi apresentado nos experimentos, diferentes imagens possuem um número diferente de marcos e consequentemente um número diferente de grupos. Desta forma, em um modelo automático, realizar uma análise visual anterior ao agrupamento descaracterizaria a premissa de automático. Assim sendo, como o método *Mean Shift* gera um número de marcos automaticamente baseado na largura de banda e foi verificado que seria possível estimar uma largura de banda considerando diferentes características do voo, o *Mean Shift* foi o escolhido para o desenvolvimento do método de detecção automática de marcos.

4.2 Resultados do módulo detecção automática de marcos

O módulo de detecção automática de marcos foi desenvolvido para considerar diferentes situações de voo.Os fatores considerados para este desenvolvimento foram a altura do voo e o ângulo de abertura da câmera. Como foi abordado na Seção 2.3.3, estes fatores determinam o campo de visão da câmera embarcada no VANT e, consequentemente, os marcos que podem ser identificados durante o voo. Baseando-se nestes fatores, foi desenvolvido um algoritmo para estimar o parâmetro largura de banda utilizado no *Mean Shift*. Este parâmetro limita a distância entre os elementos de um grupo e seu centroide e determina o número de grupos ao final da execução. Considerando o funcionamento do método, foi possível propor um modelo adaptativo (auto configurado) para a detecção dos marcos. Ou seja, dependendo da altura e do ângulo de abertura da câmera, diferentes marcos serão detectados na imagem. Além disso, visando aumentar a chance de reconhecimento dos marcos, os grupos que apresentam, ao final da execução do *Mean Shift*, um número menor que 4 pontos característicos não são considerados para a detecção.

Nesta seção são apresentados diferentes experimentos para a avaliação do módulo de detecção proposto. Nestes experimentos, foram utilizados diferentes valores para a altura do voo e o ângulo de abertura da câmera. A imagem da região utilizada no Estudo de Caso 2 (Seção 4.1.2) foi a imagem escolhida para a realização dos testes. Assim como na análise dos métodos de agrupamento, o algoritmo ORB foi utilizado para gerar o conjunto de pontos para o agrupamento. Os parâmetros do algoritmo ORB também foram mantidos gerando um conjunto com 4000 pontos.

4.2.1 Detecção de marcos variando o ângulo de abertura da câmera

O primeiro experimento consistiu em aplicar o módulo de detecção automático de marcos considerando duas condições de voo hipotéticas $v1$ e $v2$ com mesma altura. A definição da altura e dos ângulos de abertura consideraram voos com VANTs de pequeno porte e abertura de câmera compatível a câmeras comerciais. Para a detecção é adotada uma altura de 60 metros e ângulos de abertura com ângulos de 40°e 60°. Para a comparação foi calculada a área média da região detectada para cada marco baseado nas informações geográficas da imagem. Além disto, foi contabilizado o número total de marcos detectados e a área total dos marcos. Na Tabela 4.3 são apresentados os resultados obtidos nos experimentos considerando os voos $v1$ e $v2$. São apresentados: a altura (m), o ângulo de abertura da câmera(°), o número de marcos detectados na região, a área média (m^2) de cada marco, a área total detectada (m^2) e o número de marcos detectados na região.

Tabela 4.3 - Resultados da detecção variando o ângulo de abertura da câmera.

Voo	**Altura**	**Ângulo**	**N°de marcos**	**Área média**	**Área total**
$v1$	60	40	69	543,361	37491,9
$v2$	60	60	52	1447,12	75250,2

Os resultados obtidos mostraram que o voo $v1$ com ângulo de abertura menor apresenta um número de marcos (69) maior se comparado com $v2$ (52). Em contrapartida, a área média da região dos marcos para $v1$ (543,361m^2) é menor que a área média dos marcos para o voo $v2$ (1447,12m^2). Além disto, a área total dos marcos detectados (37491,9m^2) também é menor que a área total de $v2$ (75250,2m^2). Nas Figuras 4.11 e 4.12 são apresentados os resultados da detecção para $v1$ e $v2$ respectivamente.

Figura 4.11 - Detecção dos marcos para $v1$ (altura de voo igual à 60 metros e ângulo de abertura da câmera igual à 40°).

Fonte: Produção do autor

No geral, a detecção com ângulo de abertura igual à 60° gerou marcos com áreas maiores se comparados com os marcos detectados com ângulo igual à 40°.

Os resultados corroboraram com o intuito do experimento, ou seja, o objetivo era mostrar que dada uma altura constante, quanto maior o ângulo de abertura, maior é a área de visão da câmera e consequentemente maior a área dos marcos detectados. Em contrapartida, quanto menor o ângulo de abertura da câmera, menor é a área dos marcos detectados.

Figura 4.12 - Detecção dos marcos para $v2$ (altura de voo igual à 60 metros e ângulo de abertura da câmera igual à 60°).

Fonte: Produção do autor

4.2.2 Detecção de marcos variando a altura do voo

O segundo experimento consistiu em manter o ângulo de abertura da câmera constante e variar a altura do voo na detecção dos marcos. Assim como no experimento anterior foram comparados dois voo hipotéticos. O voo $v2$ com ângulo de abertura igual à 60°e altura igual à 60 metros foi mantido para este experimento. Foi definido um outro voo hipotético $v3$ com o mesmo ângulo de abertura de $v2$, porém, a uma altura de 100 metros. Na Tabela 4.4 são apresentados os resultados obtidos nos experimentos considerando os voos $v2$ e $v3$. São apresentados: a altura (m), o ângulo de abertura da câmera(°), o número de marcos detectados na região, a área média (m^2) de cada marco, a área total detectada (m^2) e o número de marcos detectados na região.

O voo $v3$ apresentou um número menor de marcos (20) se comparado com $v2$ (52). Além disto, a área média da região dos marcos (9560,06 m^2) e a área total (191201

Tabela 4.4 - Resultados da detecção variando o altura de voo.

Voo	**Altura**	**Ângulo**	**N°de marcos**	**Área média**	**Área total**
$v2$	60	60	52	1447,12	75250,2
$v3$	100	60	20	9560,06	191201

m^2) para $v3$ se apresentaram maiores em comparação aos resultados de $v2$. Na Figura 4.13 é apresentada a representação visual da detecção dos marcos para $v3$. A detecção para o voo $v2$ foi anteriormente apresentada na Figura 4.12.

Figura 4.13 - Detecção dos marcos para $v3$ (altura de voo igual à 100 metros e ângulo de abertura da câmera igual à 60°).

Fonte: Produção do autor

Analisando as imagens das detecções realizadas, é possível notar que, o tamanho dos marcos gerados para $v3$ a uma altura igual à 100 metros abrangiam uma região maior do que os marcos detectados para $v2$ a uma altura de 60 metros.

No experimento apresentado foi visto que: dada um ângulo de abertura da câmera constante, quanto maior a altura do voo, maior é a área de visão da câmera e consequentemente maior a área dos marcos detectados. Em contrapartida, quanto menor a altura do voo, menor é a área dos marcos detectados.

4.2.3 Conclusões dos resultados obtidos para a o módulo de detecção automática de marcos

Os experimentos apresentados nas Seções 4.2.1 e 4.2.2 mostraram que o módulo de detecção automática de marcos proposto gera um conjunto diferente de marcos a partir de diferentes condições de voo. Este modelo adaptativo para detectar os marcos visa aumentar as chances de reconhecimento dos marcos durante o voo. Como foi apresentado na Seção 2.3, a altura de voo e o ângulo de abertura da câmera têm uma relação direta com a área de visão da câmera embarcada. De certo modo, esta área de visão limita o tamanho do marco que pode ser reconhecido. Supondo-se que um marco detectado abranja uma região maior que a área de visão da câmera embarcada, dificilmente o marco será reconhecido. Pois, a imagem capturada em voo abrange somente parte da imagem georreferenciada do marco (Seção 2.3.2). Outra observação que pode ser considerada é que, caso a imagem capturada em voo abranja uma região muito maior que o tamanho dos marcos detectados, a chance de mais de um marco ser visualizado em voo aumenta. Caso isto ocorra dois ou mais marcos podem ser identificados ao mesmo tempo e isto exigiria mais cálculos para determinar a posição do VANT. Neste caso, identificar mais marcos ao mesmo tempo pode trazer maior acurácia na estimação da posição, porém o tempo para realizar os cálculos necessários para estimar a posição do VANT aumenta. Como se trata de uma aplicação em tempo real, aumentar o tempo para estimar a posição pode prejudicar o sistema. Deste modo, ajustar o tamanho dos marcos dependendo das condições de voo facilitaria o reconhecimento em voo.

Considerando os experimentos realizados, os resultados obtidos foram considerados satisfatórios. A detecção realizada gerou marcos bem definidos nas regiões com o maior número de pontos característicos. Porém, para afirmar que a detecção automática dos marcos aumenta as chances de reconhecimento, serão necessários testes embarcados para verificar se o número de marcos reconhecidos em voo aumenta quando comparado com uma detecção manual.

4.3 Análise de modelagens para o planejamento de rotas

Nesta seção é apresentado um conjunto de experimentos para avaliar diferentes modelos matemáticos para resolução do problema do planejamento de rotas de VANTs que utilizam um sistema de navegação baseado em marcos. Estes experimentos tomaram como base os estudos apresentados em Ulian et al. (2017), que apresentaram diferentes modelos matemáticos para a solução do problema do planejamento de rotas. No estudo, o planejamento foi modelado como um problema de otimização biobjetivo visando maximizar a chance (pontuação) de reconhecimento e minimizar a distância entre o ponto de partida e de chegada. Estes objetivos buscam gerar uma rota para o VANT passando pelos marcos mais significativos, extraídos da região de voo, na menor distância possível. As modelagens consideram o planejamento da rota como um problema de roteamento em grafos e foi modelado a partir de um conjunto de equações lineares. Os modelos foram validados através do sistema de modelagem algébrica AMPL. Os autores apresentaram 6 diferentes modelagens e 3 foram consideradas viáveis pelos autores para aplicações reais, as quais serão consideradas no presente trabalho tendo em vista a aplicação do trabalho. O intuito dos experimentos com estas 3 modelagens foi avaliar a possível utilização de um dos modelos no sistema de planejamento automático de rotas proposto. Além das modelagens apresentadas em Ulian et al. (2017), foi proposta outra modelagem (Seção 4.3.1) que também é analisada neste estudo.

Todos os experimentos apresentados nesta seção utilizaram um conjunto de marcos gerados a partir do **módulo de planejamento automático da rota** apresentado na Seção 3.4. Na seção em questão, foi apresentado como os marcos são pontuados em relação a chance de reconhecimento e como estabelecer a distância entre eles. A região de voo utilizada nos experimentos foi a mesma adotada nos testes do **módulo de detecção automática** apresentados na Seção 4.2. Esta região foi adotada por características de cobertura do solo que facilitam a detecção de pontos característicos, além ser um local onde voos testes podem ser realizados com maior frequência. Isto pode, viabilizar a validação das rotas geradas a partir de testes em voos reais. Pelos mesmos motivos apresentados nos experimentos da Seção 4.1, o método ORB foi utilizado como o algoritmo de extração e descrição de pontos característicos para a detecção. Todas as 4 diferentes modelagens foram codificadas utilizando agora a biblioteca GLPK.

As modelagens matemáticas avaliadas neste estudo partem de um conjunto de relações em comum. Desta forma, serão apresentadas as partes em comum entre as

modelagens para, posteriormente, apresentar os modelos completos com suas respectivas funções objetivo e restrições.

As modelagens representaram o planejamento de rotas como um problema de roteamento em grafos. Desta forma, os vértices do grafo representam os marcos detectados e as arestas são as distâncias entre os marcos. A primeira etapa apresentada consiste na definição do problema e estabelecimento dos objetivos. Como foi abordado no início da seção, as modelagens definem dois objetivos distintos: maximizar a chance de reconhecimento e minimizar a distância da rota. Em (4.1) é representado o objetivo de minimizar a distância entre os pontos de partida e chegada (ULIAN et al., 2017).

$$min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{4.1}$$

sujeito à:

$$x_{ij} \in [0, 1], \forall i, j = 1, 2, ..., n \tag{4.2}$$

$$c_{ij} \geq 0; , \forall i, j = 1, 2, ..., n \tag{4.3}$$

Onde: c_{ij} é o peso da aresta ij e representa a distância entre o marco i até o marco j. As variáveis de decisão da função objetivo são definidas por x_{ij} e indicam se o arco i, j está na rota ($x_{ij} = 1$) ou não ($x_{ij} = 0$). No somatório em (4.1), n representa o número total de marcos considerados para alimentar o modelo.

Em (4.4) é representado o objetivo de maximizar a chance de reconhecimento (ULIAN et al., 2017).

$$max \sum_{i=1}^{n} p_i y_i \tag{4.4}$$

sujeito à:

$$y_i \in [0, 1], \forall i = 1, 2, ..., n \tag{4.5}$$

$$p_i \geq 0, \forall i = 1, 2, ..., n \tag{4.6}$$

Onde: p_i é o peso associado ao vértice i e representa a chance (pontuação) de reconhecimento do marco i. As variáveis de decisão da função objetivo são definidas como y_i e indicam se o vértice (marco) i está na rota ($y_i = 1$) ou não ($y_i = 0$). No somatório em (4.4), n representa novamente o número total de marcos.

Para manter o fluxo entre o ponto de partida e chegada do grafo foi estabelecido que as restrições (4.7) devem ser respeitadas (ULIAN et al., 2017).

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} - \sum_{k=1}^{n} x_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = b \\ -1, & \text{se } i = e \\ 0, & \text{se } i \neq b \text{ ou } i \neq e \end{cases}, \forall i = 1, 2, ..., n. \tag{4.7}$$

Onde: b é o vértice de partida da rota e e é o vértice de chegada da rota.

As restrições (4.7) indicam que a diferença entre o somatório das variáveis de decisão das arestas que partem do vértice i e o somatório das variáveis de decisão das arestas que chegam ao vértice i devem apresentar 3 comportamentos distintos. A diferença deve ser igual à 1 quando o vértice i é o ponto de partida, ou seja, esta restrição faz com que a rota sempre tenha uma aresta saindo do ponto de partida. A diferença entre os somatórios deve ser igual à -1 quando o vértice em questão é o ponto de chegada da rota. Isto faz com que sempre tenha uma aresta chegando ao vértice e. Já para os demais vértices do grafo a diferença dos somatórios deve ser igual à 0. Esta condição faz com que sempre que haja uma aresta ij chegando em um vértice (marco) i deve existir outra aresta ki partindo do mesmo vértice (marco) i.

Além disto, para manter a relação entre as variáveis de decisão do problema, a restrição (4.8) deve ser considerada. Neste caso, a equação desconsidera os pontos de partida e chegada, pois estes pontos não necessariamente se localizam em regiões onde foram detectados marcos na imagem. E desta forma, não existe uma pontuação (chance) de reconhecimento associado a estes vértices do grafo.

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \sum_{k=1}^{n} x_{ki} = y_i, \forall i | i \neq b, i \neq e. \tag{4.8}$$

Definido o comportamento geral do grafo, a seguir são apresentadas as restrições

específicas da aplicação. As restrições consideradas restringem o problema em relação à autonomia do veículo e ao tempo para ocorrência de erros significativos no INS. A restrição 4.9 modela a autonomia do veículo (ULIAN et al., 2017).

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \leq A \tag{4.9}$$

Onde: A é a autonomia de voo, que representa a distância máxima que pode ser percorrida pelo veículo.

A restrição (4.9) garante que os modelos irão gerar soluções que apresentem uma distância total percorrida sempre menor que a distância máxima permitida pelo tempo de bateria (combustível) do veículo. As restrições (4.10) restringem em relação aos erros do INS (ULIAN et al., 2017).

$$x_{ij}\frac{c_{ij}}{v} \leq T_{INS}, \forall i, j = 1, 2, ..., n \tag{4.10}$$

Onde: T_{INS} representa o tempo para ocorrência de erros significativos no INS e v é a velocidade média do voo.

As restrições apresentadas em (4.10), fazem com que os marcos que fazem parte da rota sempre estejam a uma distância máxima determinada por T_{INS} e v. Ou seja, dado um valor v, as arestas do grafo, que necessitam de um tempo maior que T_{INS}, para serem percorridas são desconsideradas para gerar a solução.

A seguir são apresentados os modelos desenvolvidos por Ulian et al. (2017), evidenciando suas respectivas funções objetivo e restrições. Durante o texto, as modelagens serão referenciadas por: **Modelo 1** (método da soma ponderada (minimização)), **Modelo 2** (método ϵ-restrito (maximização)), **Modelo 3** (método ϵ-restrito (minimização)). Além das modelagens definidas por Ulian et al. (2017), é apresentada na Seção 4.3.1 uma proposta de modelagem, que é referenciada durante o texto como **Modelo Proposto**.

Modelo 1 - Método da soma ponderada (minimização):

O **Modelo 1** (4.11), considera o método da soma ponderada para a modelagem (Seção 2.5.2.1), gerado a partir da soma ponderada entre os objetivos (4.1) e (4.4) considerando um processo de minimização (ULIAN et al., 2017).

$$min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} - \sum_{i=1}^{n} p_i y_i \tag{4.11}$$

Sujeito a:

(4.2), (4.3), (4.5), (4.6), (4.7), (4.8), (4.9) e (4.10)

Modelo 2 - Método ϵ-restrito (maximização):

O **Modelo 2** (4.12), foi obtido considerando o método ϵ-restrito (Seção 2.5.2.2). No caso, o **Modelo 2** considerou o objetivo (4.4) de maximizar a chance de reconhecimento e restringir o objetivo (4.1) de minimizar a distância a um valor a (ULIAN et al., 2017), conforme a restrição (4.13).

$$max \sum_{i=1}^{n} p_i y_i \tag{4.12}$$

Sujeito a:

(4.2), (4.3), (4.5), (4.6), (4.7), (4.8), (4.9) e (4.10)

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \leq a \tag{4.13}$$

Onde: a é o limite para a distância, utilizado para aplicar o método ϵ-restrito.

Modelo 3 - Método ϵ-restrito (minimização):

O **Modelo 3** (4.14) também utiliza o método ϵ-restrito. Porém, o objetivo adotado foi o de minimização da distância, considerando a função de maximização da chance de reconhecimento como uma restrição. Desta forma, o **Modelo 3** adota objetivo (4.1) como objetivo do modelo e restringe o objetivo (4.4) a um valor l (ULIAN et al., 2017), conforme a restrição (4.15).

$$min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{4.14}$$

Sujeito a:

(4.2), (4.3), (4.5), (4.6), (4.7), (4.8), (4.9) e (4.10)

$$\sum_{i=1}^{n} p_i y_i \geq l \tag{4.15}$$

Onde: l é o valor limite para o somatório da chance de reconhecimento dos marcos, utilizado para aplicar o método ϵ-restrito.

4.3.1 Modelo Proposto

O modelo desenvolvido considerou como referência as modelagens definidas em Ulian et al. (2017). Desta forma, o modelo proposto também foi modelado como um problema de roteamento em grafos através de um conjunto de equações lineares. Além disto, foram considerados os mesmos objetivos dos modelos tomados como referência, ou seja, deseja-se minimizar a distância total entre o ponto de partida e de chegada e maximizar a chance de reconhecimento passando pelos marcos mais significativos da rota, além de, respeitar a distância máxima permitida pela bateria. Também foi realizado um procedimento para que os erros do INS sejam levados em consideração na modelagem, porém, não tratando-os como uma restrição do problema.

A ideia geral do modelo foi definir uma estratégia para estabelecer a função objetivo do problema como uma função mono-objetivo, considerando as relações diretas entre a maximização da chance de reconhecimento, a minimização da distância e os erros acumulativos do INS.

Durante a validação dos modelos, foi verificado que estabelecer um tempo limite para ocorrência de erros significativos no INS não é uma tarefa trivial e dependeria de um conjunto de testes para estabelecer um valor confiável para o parâmetro. No desenvolvimento foi averiguado que, para os sistemas inerciais de VANTs comerciais de baixo custo utilizados como referência no estudo, o tempo limite para ocorrência de erros significativos do INS é muito baixo. Estabelecer um tempo baixo para este parâmetro pode fazer com que os modelos não gerem soluções para o problema. Pois, dependendo da disposição dos marcos na região do voo, pode não existir um número suficiente de marcos a uma distância que respeite o tempo limite para que a rota seja gerada.

Nas modelagens propostas por Ulian et al. (2017) este fator foi considerado como uma restrição ao voo. Ou seja, se o tempo para ir de um marco para outro for maior que o tempo T_{INS} utilizado nas restrições (4.10), a aresta é desconsiderada para a rota. Já para a modelagem proposta o fator foi considerado, porém não foi tomado

como uma restrição ao voo.

Durante os estudos, foi avaliado que o tempo para corrigir o INS pode não ser tomado como uma restrição. Pois, mesmo que o INS seja corrigido em uma frequência menor, não necessariamente o marco não será identificado e, desta forma, a missão pode ser concluída. Além disto, caso o VANT saia da rota, outros marcos podem ser identificados na trajetória. Desta forma, poderia ser definido um replanejamento da rota baseado neste novos marcos identificados.

A partir desta premissa, foi utilizada uma estratégia para considerar os erros acumulativos do INS sem adotá-los como uma restrição. A estratégia encontrada foi associar os erros do INS à chance de reconhecimento. Partindo da premissa que os erros do INS são acumulativos aumentando no decorrer da trajetória, assumiu-se que a chance de reconhecimento dos marcos irá decair em função da distância percorrida. Ou seja, como os erros do INS aumentam em relação à distância percorrida, foi considerado que a chance de um marco ser reconhecido diminui em função da distância entre os marcos. Desta forma, foi considerado que quanto mais distante um marco está de outro, menor será sua chance de reconhecimento.

Na Figura 4.14 é apresentada a ideia proposta. Na imagem são mostrados três vértices de um grafo: A, B e C que representam possíveis marcos em uma rota. Com suas respectivas chances de reconhecimento: 1,0; 0,5 e 0,75. No grafo, o vértice C possui maior chance de reconhecimento que B, porém como ele está a uma distância maior em relação a A, o peso (chance de reconhecimento) associado a C é menor do que o peso associado a B. Além disto, como A está a distâncias diferentes em relação a B e C o peso associado a A será diferente em relação a B e C.

De forma mais intuitiva, suponha dois VANTs V_1 e V_2, onde V_1 está sobre o marco B e V_2 está sobrevoando o marco C. O marco A tem uma chance de reconhecimento definida, porém dependendo do observador V_1 ou V_2 sua chance de reconhecimento será diferente em relação à distância. No caso para V_2 é associado um valor maior para a chance de reconhecimento de A do que o valor associado para V_1. Pois, C está a uma distância maior em relação a A do que a B.

Estabelecida a estratégia para determinar os pesos do grafo, foi definida outra relação que associa a distância entre os marcos e a chance de reconhecimento. Primeiramente, foi definido que a função objetivo para o modelo parte da ideia da minimização da distância total percorrida no grafo. Porém, os valores a serem minimizados no grafo não representam diretamente as distâncias no mundo real, ou

seja, os pesos associados às arestas são definidos através de uma ponderação entre os objetivos: maximizar a chance de reconhecimento e minimizar a distância total percorrida. Para associar o objetivo de maximização da chance de reconhecimento à função de minimização foi considerado que a aresta do grafo, formada pelas distâncias entre o marco de partida e o de chegada, será ponderada em relação a chance de reconhecimento do marco destino através de uma divisão. A ideia é relacionar os dois objetivos considerando que, quanto maior a chance de reconhecimento do marco de chegada que forma a aresta, menor será o peso associado à aresta. Isto faz com que a função objetivo de minimização privilegie as arestas formadas pelos marcos de destino com maior chance de reconhecimento.

Figura 4.14 - Relação entre a distância e a chance de reconhecimento de um vértice (marco) do grafo para aplicar a ideia de erros acumulativos do INS.

Fonte: Produção do autor

Na Figura 4.15 é exposta a ideia central da estratégia. Na imagem foram considerados três nós (marcos): A, B e C. E foram definidas as arestas (A, B), (A, C), (B, A) e (C, A). Os marcos B e C estão a uma mesma distância em relação a A (100 metros), porém, com chances diferentes para o reconhecimento, 1,0 para o marco B e 0,5 para C. A chance de reconhecimento para o nó A é de 0,2. Observe que foi estabelecida uma mesma chance de reconhecimento para A, pois A está a uma mesma distância em relação a B e a C. No grafo apresentado pode ser visto que o peso associado à aresta (A, C) é maior que o peso associado á aresta (A, B). Ou seja, o peso associado à aresta do grafo é ponderado em relação à chance de reconhecimento. Além disto,

como a distância de A é a mesma para B e C, o peso associado às arestas (B, A) e (C, A) é a mesma. Estabelecendo a ideia de minimização da distância no grafo e supondo que a rota deve sair do no A, o modelo proposto iria preterir a aresta (A, C) em relação à aresta (A, B). Pois, neste caso, o peso associado à aresta (A, B) é menor que o peso associado à aresta (A, C). Observe que a ideia de maximizar a chance de reconhecimento foi respeitada, pois o peso (chance de reconhecimento) associado a B é maior que o peso do nó C.

Figura 4.15 - Relação entre a distância e a chance de reconhecimento de um vértice (marco) do grafo.

Fonte: Produção do autor

Assim como os demais modelos, o **Modelo Proposto** é apresentado em detalhes, definindo sua função objetivo e restrições.

Modelo Proposto - Modelo mono objetivo (minimização):

O **Modelo Proposto** adotou-se uma estratégia para determinar a função mono-objetivo do modelo. Apesar dos objetivos serem opostos, onde um objetivo é de minimização e o outro é de maximização, existe uma relação direta entre eles. As variáveis de decisão dos diferentes objetivos estão vinculadas pela restrição (4.8). Analisando-se a forma como Ulian et al. (2017) modelaram o problema, foi definida a função objetivo (4.16), que mescla os objetivos (4.1) e (4.4) e considera os erros associados do INS, através de duas ponderações. A primeira ponderação apresen-

tada em (4.16) realiza uma divisão entre c_{ij} e p_J para definir os pesos das variáveis de decisão do modelo. Já a segunda ponderação apresentada em (4.17) realiza uma divisão entre p_j e c_{ij} para definir os valores associados a p_C. A primeira ponderação associa os objetivos de maximizar a chance de reconhecimento e minimizar a distância entre os pontos de partida e de chegada e, a segunda ponderação, associa o erro acumulativo do INS à chance de reconhecimento.

$$min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{c_{ij}}{p_C} x_{ij} \tag{4.16}$$

$$p_C = \frac{pj}{c_{ij}} \tag{4.17}$$

Sujeito a:

(4.2), (4.3), (4.5), (4.6), (4.7) e (4.9)

Onde: p_C representa a chance de reconhecimento ponderada.

4.3.2 Validação dos Modelos

A primeira avaliação realizada consistiu em validar os modelos a partir de sua codificação sobre a biblioteca GLPK. Ou seja, foi avaliado se as diferentes modelagens geram soluções factíveis para o problema. Além disto, foi realizada uma análise dos métodos em relação a sua utilização na abordagem automática para o planejamento de rotas. Para o experimento foi detectado um conjunto de marcos considerando um voo hipotético a uma altura média de 60 metros e ângulo de abertura da câmera com 60°. A partir destes parâmetros foi detectado um conjunto de 50 marcos na região. Na Figura 4.12 é apresentado o conjunto de marcos detectados e os pontos de partida e de chegada utilizados nos testes. Note que os pontos de partida e de chegada não estão localizados em regiões onde foram detectados marcos.

Além disto, foram definidos outros dois parâmetros utilizados em restrições das modelagens: autonomia do veículo A e tempo para erros significativos no INS, T_{INS}. O parâmetro autonomia do veículo foi definido considerando a velocidade média do voo e o tempo de bateria (combustível) do veículo. O valor A foi definido a partir da Equação 4.18.

$$A = v_m * t_{bc} \tag{4.18}$$

Onde: v_m é velocidade média do voo e t_{bc} é o tempo de bateria ou combustível do veículo.

Figura 4.16 - Detecção dos marcos considerando a altura de voo igual à 60 metros e ângulo de abertura da câmera igual à 60 °.

Fonte: Produção do autor

Para o experimento, foi definido o valor de 6 metros por segundo (21,6 km/h) para a velocidade média (v_m) e o valor de 900 segundos (15 minutos) para o tempo de bateria (t_{bc}). O que gerou uma distância máxima A de 5400 metros. Estes valores são compatíveis a VANTs comerciais de pequeno porte. Em relação ao valor definido para T_{INS}, foi adotado o valor de 18 segundos. Nos experimentos apresentados por Ulian et al. (2017) foi adotado o valor de 2 segundos para T_{INS} que é compatível aos sistemas inerciais de VANTs de pequeno porte considerados nos testes. Porém, foi verificado que, para os marcos detectados na região e considerando uma velocidade média de 6 m/s e o tempo limite T_{INS} de 2 segundos, as diferentes modelagens não

geravam soluções factíveis para o problema. Desta forma, depois de realizar alguns testes preliminares, foi definido o valor de 18 segundos para T_{INS}. A Tabela C.1 do Anexo C apresenta os valores obtidos no experimento de validação.

Modelo 1:

Durante a validação do **Modelo 1** foi verificado que as soluções geradas pela modelagem não eram factíveis para o problema. Na Figura 4.17 é apresentado o resultado obtido para o **Modelo 1**. Na imagem, os vértices do grafo são representados por círculos com tamanhos diferentes. Quanto maior o tamanho do círculo, maior a chance de reconhecimento do marco. Já as setas indicam a direção das arestas. Na Figura 4.17 pode ser visto que a solução encontrada pelo **Modelo 1** gerou subgrafos ou sub-rotas ou ciclos (destacados por elipses em vermelho) fora da grafo principal (rota principal Partida/Chegada). A princípio, o surgimento destes ciclos foram entendidos como erros na codificação da abordagem, porém, após análise do problema e resultado gerados pelo *solver*, verificou-se que todas as restrições do modelo foram respeitadas. Desta forma, o **Modelo 1**, para este conjunto de dados, foi considerado inviável para solução do problema pois, para eliminar os ciclos, um tempo maior seria necessário inviabilizando o uso em uma aplicação real onde a resposta precisa ser fornecido de forma rápida.

Figura 4.17 - Rota gerada pelo **Modelo 1**.

Fonte: Produção do autor

<u>**Modelo 2**</u>:

O método ϵ-restrito utilizado no **Modelo 2** necessita da definição de um intervalo $[min, max]$ para variar o valor limite a que restringe a distância total que pode ser percorrida. Para gerar o intervalo foi considerado que o valor min é igual à d_{pc} que corresponde à menor distância possível (distância euclidiana) entre o ponto de partida e o ponto de chegada ($min = d_{pc}$). Para o valor máximo foi adotado: $max = d_{pc} + (d_{pc}/2.0)$. Considerando os pontos de partida e de chegada definidos no exemplo, o valor obtido para d_{pc} foi de aproximadamente 482 metros. Assim, foi definido que a iria variar no intervalo $[482, 783]$. Além disto, foi estipulado um valor ϵ igual à 10 metros. Este valor foi definido empiricamente analisando a variabilidade das soluções geradas.

A partir do intervalo definido, foi gerada a curva de *trade-off* dos objetivos para o **Modelo 2**. Considerando todo o conjunto de testes foram geradas 5 soluções diferentes. Além disto, para alguns valores estipulados para a não se obteve solução. Na Figura 4.18 é apresentada a curva *trade-off*, onde os pontos em destaque no gráfico representam os valores para os objetivos onde foram encontradas soluções.

Figura 4.18 - Curva de trade-off gerada para o **Modelo 2**.

Fonte: Produção do autor

O método gerou um número restrito de soluções, desta forma, foi possível analisar manualmente qual das soluções apresentou os melhores resultados. Na Tabela C.1 do Anexo é apresentado os valores de todas as soluções encontradas de acordo com os valores adotados para a. Na Figura 4.19 é apresentado a solução considerada a melhor dentre os valores de a testados para o **Modelo 2**. A rota gerada pelo modelo obteve os seguintes resultados para os objetivos definidos: 548,34 metros para a distância total e 3,32 para a chance de reconhecimento.

Diferentemente do **Modelo 1**, o **Modelo 2** gerou soluções viáveis para o problema. Porém, o método ϵ-restrito exige que sejam geradas um conjunto de soluções baseadas no valor limitante imposto ao objetivo tomado como restrição do modelo. Desta forma, para que o **Modelo 2** seja utilizado na abordagem automática, é necessário o envolvimento de decisor que faria a escolha automática entre as soluções. No experimento realizado, foi gerado um conjunto limitado de soluções e foi possível analisá-las individualmente para escolher uma boa solução. Porém, este processo manual pode se tornar inviável caso o modelo gere um conjunto maior de soluções.

Figura 4.19 - Rota considerada a melhor solução encontrada pelo **Modelo 2**.

Fonte: Produção do autor

<u>**Modelo 3**</u>:

Assim como o **Modelo 2**, o **Modelo 3** utiliza o método ϵ-restrito para a modelagem. Assim, é necessário estipular um intervalo $[min, max]$ para variar os valores da constante l que limita a função objetivo adotada como restrição. Porém diferentemente do **Modelo 2**, não foi possível determinar uma equação simples que gere os valores específicos do intervalo $[min, max]$ para o **Modelo 3**. No caso dos valores associados a chance de reconhecimento, não é tão simples calcular um valor mínimo ou máximo entre os pontos de partida e chegada para ser utilizado no intervalo. Desta forma, a estratégia adotada foi definir um intervalo empiricamente baseado nos valores de reconhecimento obtidos pelo **Modelo 2**. Assim, definiu-se o intervalo $[1,7; 3,7]$ para o **Modelo 3**. Além disto, definiu-se o valor de $0,2$ para ϵ. Na Figura 4.20 é apresentada a curva de *trade-off* para o **Modelo 3**. Dentro do intervalo estipulado foram geradas 4 soluções diferentes. Avaliando as soluções produzidas pelo **Modelo 3**, foi verificado que o **Modelo 3** não gerou soluções diferentes das

produzidas pelo **Modelo 2**.

Figura 4.20 - Curva de trade-off gerada para o **Modelo 3**.

Fonte: Produção do autor

Na Figura 4.21 é apresentada a rota considerada a melhor solução encontrada pelo **Modelo 3**. Observe que ela apresenta a mesma rota apresentada na Figura 4.19 e os mesmos valores para cada um dos objetivos analisados.

Em relação a utilização do **Modelo 3** para o planejamento automático de rotas, uma consideração importante é a forma como foi definido o intervalo $[min, max]$. Para o **Modelo 2**, foi possível determinar um intervalo baseado na distância mínima entre os pontos de partida e de chegada da rota. Já para o modelo **Modelo 3** o intervalo teve que ser definido empiricamente. Desta forma, apesar dos modelos apresentarem a mesma solução, considerando a ideia de um planejamento automático, seria necessário o desenvolvimento de um método automático para gerar um intervalo $[min, max]$ para ser utilizado no **Modelo 3**. Assim, considera-se mais interessante utilizar o **Modelo 2** ao invés do **Modelo 3**, tendo em vista que geram a mesma

rota.

Figura 4.21 - Rota considerada a melhor solução encontrada pelo **Modelo 3**.

Fonte: Produção do autor

Modelo Proposto:

Durante o desenvolvimento do **Modelo Proposto** foi verificado a necessidade de atribuir um valor à chance de reconhecimento para os pontos de partida e de chegada da rota, para que não ocorra problemas com a formulação.

Para não priorizar e nem preterir estes nós na solução, adotou-se que os valores de pj para os pontos de chegada e partida da rota seriam iguais a média dos valores da chance de reconhecimento de todos os marcos detectados na imagem. Na Figura 4.22 é apresentada a rota obtida através da solução produzida pelo **Modelo Proposto**. A rota gerada pelo modelo obteve os seguintes valores para os objetivos: 588,52 metros para a distância total e 3,43 para a chance de reconhecimento.

Assim como o **Modelo 2** e o **Modelo 3**, o **Modelo Proposto** gerou uma solução

viável para o problema. Avaliando o modelo referente a sua utilização na abordagem automática proposta, o **Modelo Proposto** gera uma única solução para o problema e, desta forma, diferentemente do **Modelo 2** e do **Modelo 3** não há a necessidade do envolvimento de um decisor.

Figura 4.22 - Rota gerada pelo **Modelo Proposto**.

Fonte: Produção do autor

Realizando um comparativo geral entre os modelos, pode-se concluir que o **Modelo 1** não gerou uma solução factível para o problema e, desta forma, o modelo não será utilizado para os demais experimentos. Já para os demais modelos que geraram soluções factíveis para o problema, conclui-se que qualquer um dos modelos poderia ser utilizado para a abordagem proposta. Porém, como o **Modelo 3** gerou o mesmas soluções do **Modelo 2** e não foi possível encontrar uma forma automática para gerar o intervalo $[min, max]$ necessário para aplicar o método ϵ-restrito, o **Modelo 3** também foi retirado dos experimentos posteriores.

4.3.3 Análise aprofundada do Modelo Proposto e do Modelo 2

A partir da validação dos modelos apresentada na Seção 4.3.2, considerou-se que o **Modelo 2** e o **Modelo Proposto** são os modelos mais indicados (dentre os modelos avaliados) para o desenvolvimento da abordagem proposta. A partir disto, foi realizado um experimento mais aprofundado para comparar os dois modelos.

O experimento realizado focou em dois aspectos: a qualidade da rota e o tempo de execução do modelo. A análise da qualidade da rota consistiu em comparar os modelos a partir dos objetivos definidos, ou seja, comparar as soluções geradas pelos modelos considerando os resultados obtidos para a distância total percorrida e para a chance total de reconhecimento. Já a análise do tempo de execução comparou o tempo necessário para aplicar o modelo considerando um número diferente de marcos. O tempo de execução é um fator importante para a abordagem proposta, pois como já comentado pode ser necessário um replanejamento da rota estipulada.

A avaliação dos modelos utilizando o **modelo de detecção automática de rotas** desenvolvido, considerou diferentes conjuntos de marcos e pontos de partida e de chegada. A região de voo para os testes foi a mesma utilizada para a validação dos modelos. Para o teste, parâmetros adotados na detecção dos marcos foram estipulados empiricamente para gerar um número diferente de marcos detectados para a comparação de tempo entre os métodos. Já os pontos de partida e chegada da rota foram definidos considerando regiões viáveis para o pouso e lançamento do VANT. A seguir são apresentados os parâmetros utilizados.

- $s_1 = 80m$ e $60°$
- $s_2 = 100m$ e $40°$
- $s_3 = 40m$ e $60°$

Estes parâmetros geraram respectivamente: 28, 40 e 69 marcos. Já para a definição dos pontos de partida e de chegada foram definidos três pontos (E, N) apresentados a seguir:

- $p_1 = (E_1, N_1) = (412499, 7428190)$
- $p_2 = (E_2, N_2) = (412481, 7428590)$
- $p_3 = (E_3, N_3) = (412249, 7428560)$

Na Imagem 4.23 são apresentadas a localização dos pontos na região do voo.

Figura 4.23 - Pontos de referência para as rotas: p_1, p_2 e p_3

Fonte: Produção do autor

A partir da localização (E, N) dos pontos foram definidas duas diferentes trajetórias (partida, chegada):

- t_n = (ponto de partida, ponto de chegada)
- $t_1 = (p_1, p_2)$
- $t_2 = (p_3, p_1)$

A partir das trajetórias e das detecções foram gerados 6 voos hipotéticos para realização do experimento:

- v_n = (detecção adotada, trajetória)

- $v_1 = (s_1, t_1)$
- $v_2 = (s_2, t_1)$
- $v_3 = (s_3, t_1)$
- $v_4 = (s_1, t_2)$
- $v_5 = (s_2, t_2)$
- $v_6 = (s_3, t_2)$

Além destes valores, o **Modelo 2** necessita da definição de um intervalo $[min, max]$ para variar o valor a da restrição (4.13) e de um valor ϵ utilizado para aplicar método ϵ-restrito. Para estes valores foi adotada as seguintes relações:

- d_{pc} = distância euclidiana entre o ponto de partida e chegada.
- $[min, max] = [d_{pc}, d_{pc} + (\frac{d_{pc}}{2.0})]$.
- $\epsilon = 0.1 * d_{pc}$. Ou seja, 10% da distância entre a partida e chegada.

Com a definição dos voos hipotéticos e dos parâmetros para o **Modelo 2**, os dois modelos foram aplicados aos diferentes voos definidos. Como o **Modelo 2** gera um conjunto de soluções para o problema foi adotada a mesma estratégia apresentada na seção anterior. Ou seja, foi realizada uma análise manual para determinar uma solução adequada gerada pelo método. Esta solução escolhida foi a utilizada para a comparação entre o **Modelo 2** e o **Modelo Proposto**. Na Tabela D.1 do anexo D é apresentado o resultado de todas as soluções geradas pelos modelos.

Na Tabela 4.5 é apresentada uma comparação entre dos resultados obtidos pelos modelos. No caso do **Modelo 2** é apresentado somente o resultado da solução considerada a melhor dentre as soluções geradas pelo modelo.

Analisando os resultados apresentados na Tabela 4.5, dos 6 voos testados, 3 (v_3, v_4 e v_6) apresentaram rotas diferentes para os métodos. Comparando estas rotas é possível notar que existe uma diferença pequena entre os valores obtidos para a distância total a ser percorrida e para a chance de reconhecimento das rotas geradas pelo **Modelo 2** e pelo **Modelo Proposto**. O único voo que apresentou uma diferença que pode ser considerada significativa na rota foi o voo v_3. No caso deste voo, a rota gerada pelo **Modelo 2** tem uma distância significativamente menor

Tabela 4.5 - Resultados dos objetivos para as melhores rotas obtidas pelo **Modelo 2** e **Modelo Proposto**

	Modelo 2		**Modelo Proposto**	
Voo	**Distância**	**Reconhecimento**	**Distância**	**Reconhecimento**
v_1	532,325843m	2,369508	532,325843m	2,369508
v_2	584,309461m	3,065440	584,309461m	3,065440
v_3	516,486767m	2,625710	578,242865m	3,748324
v_4	502,593580m	2,268212	500,498989m	2,227681
v_5	497,370177m	2,71346	497,370177m	2,71346
v_6	462,076772m	3,098439	479,000569m	3,064704

em comparação a rota gerada pelo **Modelo Proposto**. Em contrapartida a rota do **Modelo Proposto** obteve maior valor para a chance de reconhecimento. Porém, como a seleção da rota do **Modelo 2** ficou a critério de uma análise subjetiva, a solução selecionada pode não necessariamente ser a melhor solução gerada pelo modelo.

Realizando uma análise do experimento, não foi encontrada nenhuma evidência para determinar um modelo como superior ao outro em relação a qualidade das rotas produzidas. Desta forma, concluiu-se que os dois modelos produzem soluções adequadas para o problema e que qualquer um dos modelos poderia ser adotado para o planejamento das rotas.

A segunda parte do experimento consistiu em comparar os modelos referente ao tempo de execução para aplicar os métodos. Na Figura 4.24 é apresentado um gráfico com o tempo de execução dos métodos condicionado ao número de marcos detectados. No caso do **Modelo 2** foi considerado o tempo necessário para gerar todas as soluções.

Analisando o gráfico da Figura 4.24 foi verificado que o tempo necessário para executar ambos os modelos é relativamente baixo. Porém, como o **Modelo 2** gera n soluções para o problema, seu tempo de execução é superior ao tempo necessário para aplicar o **Modelo Proposto**. Para reduzir o tempo de execução do **Modelo 2**, condicionado ao número de soluções geradas, um número menor de iterações para aplicar o método ϵ-restrito poderia ser considerado. Porém, esta estratégia pode eliminar boas soluções afetando a qualidade do método. Além disto, o tempo de execução apresentado pode aumentar ainda mais, considerando a inclusão de um decisor para seleção automática das soluções. Desta forma, no quesito tempo de execução o **Modelo Proposto** foi superior ao **Modelo 2**.

Figura 4.24 - Tempo de execução dos modelos.

Fonte: Produção do autor

4.3.4 Conclusões da análise de modelagens para o planejamento de rotas

Nesta seção foram apresentados experimentos que visaram avaliar diferentes modelagens matemáticas aplicadas ao planejamento de rotas para sistemas de navegação baseado em marcos. Na Tabela 4.6 é apresentado um resumo comparativo dos experimentos realizados.

No experimento de validação dos modelos (Seção 4.3.2) foram avaliadas 4 diferentes modelagens, 3 modelagens foram propostas por Ulian et al. (2017) e 1 modelagem foi desenvolvida durante o estudo. De acordo com os experimentos realizados, duas modelagens foram consideradas melhores opções para o desenvolvimento de uma abordagem automática para o planejamento de rotas. O **Modelo 1** foi descartado, pois não gerou soluções factíveis para o problema. Já o **Modelo 3** gerou soluções factíveis, porém, avaliando a proposta de automatização do processo, o **Modelo 3**

Tabela 4.6 - Comparação entre os modelos.

Modelo	**Validação**	**Possibilidade de Automação**	**Qualidade**	**Menor Tempo de execução**
Modelo 1	-	-	-	-
Modelo 2	✓	✓	✓	-
Modelo 3	✓	-	✓	-
Modelo Proposto	✓	✓	✓	✓

foi desconsiderado para os demais experimentos. Assim, o **Modelo 2** e o **Modelo Proposto** foram avaliados com mais detalhes.

No experimento apresentado na Seção 4.3.3, o **Modelo 2** e o **Modelo Proposto** foram comparados avaliando dois aspectos: qualidade da rota e tempo de execução. No quesito qualidade da rota, os dois modelos avaliados apresentaram bons resultados e não foi possível verificar nenhum aspecto que evidenciasse um dos modelos como a melhor opção para a abordagem proposta. Porém, no quesito tempo de execução, o **Modelo Proposto** apresentou melhores resultados do que o **Modelo 2**. Além disto, comparando os métodos em relação a abordagem automática proposta, o **Modelo 2** apresenta outra desvantagem em relação ao **Modelo Proposto**. Considerando a aplicação do **Modelo 2** a uma abordagem automática, seria necessário o envolvimento de um decisor para selecionar uma das soluções geradas pelo modelo, o que poderia afetar ainda mais o desempenho do modelo. Desta forma, o **Modelo Proposto** foi considerado o mais indicado.

4.4 Interface gráfica

Nesta seção é apresentada a interface gráfica aplicada a abordagem. O programa é executado passando como argumento do arquivo executável o caminho da imagem georreferenciada, o caminho para salvar as informações geradas e o nome do método de extração e detecção de pontos característicos. No caso são consideradas 5 diferentes opções: ORB, SURF, AKAZE, BRISK e SIFT. Na Figura 4.25 é apresentado um exemplo de execução do programa.

Figura 4.25 - Console para execução do programa.

Fonte: Produção do autor

Na Figura 4.26 é apresentada a janela principal do programa. Ela exibe a imagem selecionada previamente e disponibiliza algumas funções iniciais. Acima dos botões é apresentada uma numeração utilizada na Tabela 4.7.

Figura 4.26 - Janela principal do programa.

Fonte: Produção do autor

Na Tabela 4.7 é descrita as funcionalidades dos botões. O número de referência dos botões estão associados a numeração apresentada na Figura 4.26.

Tabela 4.7 - Descrição das funcionalidades dos botões da janela principal.

Botão	**Descrição**
1_a	Move a imagem para esquerda caso esteja aproximada.
2_a	Move a imagem para direita caso esteja aproximada.
3_a	Move a imagem para cima caso esteja aproximada.
4_a	Move a imagem para baixo caso esteja aproximada.
5_a	Retorna a exibição inicial caso o botão 6 for pressionado.
6_a	Aplica *zoom in* e exibe a imagem evidenciando os valores RGB.
7_a	Aproxima a imagem (*zoom in*).
8_a	Afasta a imagem (*zoom off*)
9_a	Salva a imagem
10_a	Abre a janela de configurações da aplicação

Ao pressionar o botão 10 a janela de configurações é exibida, ela contêm o conjunto de parâmetros relacionados ao planejamento de rotas. Na Figura 4.27 é apresentada a janela de configurações da aplicação, no caso explicitado são exibidos os parâmetros do método ORB. Dependendo do parâmetro passado na execução do programa diferentes parâmetros do detector de pontos característicos são exibidos.

Figura 4.27 - Janela de configurações do programa.

Fonte: Produção do autor

As funcionalidades da janela de configurações são apresentadas na Tabela 4.8. A numeração de referência dos botões é apresentada na Figura 4.27

Tabela 4.8 - Descrição das funcionalidades dos botões da janela de configurações.

Botão	**Descrição**
1_b	Alterna a exibição de imagem na janela principal entre a imagem da rota, imagem da detecção e a imagem georreferenciada
2_b	*Trackbar* que determina a altura do voo.
3_b	*Trackbar* que determina a velocidade de voo.
4_b	*Trackbar* que determina o tempo para erros do INS.
5_b	*Trackbar* que determina o ângulo de abertura da câmera.
6_b	*Trackbar* que determina o tempo de autonomia
7_b	Move o ponto inicial da rota na direção x da imagem. O ponto é apresentado na imagem Rota.
8_b	Move o ponto inicial da rota na direção y da imagem. O ponto é apresentado na imagem Rota.
9_b	Move o ponto final da rota na direção x da imagem. O ponto é apresentado na imagem Rota.
10_b	Move o ponto final da rota na direção y da imagem. O ponto é apresentado na imagem Rota.
11_b	*Trackbar* que determina o parâmetro *n_feature* do método ORB. O parâmetro determina o número máximo de pontos característicos extraídos da imagem.
12_b	*Trackbar* que determina o parâmetro *scaleFactor* do método ORB.
13_b	*Trackbar* que determina o parâmetro *nlevels* do método ORB. O parâmetro determina o número de níveis da pirâmide. Cada nível da pirâmide representa uma imagem suavizada da imagem do nível abaixo. Este parâmetro determina o grau de invariância em relação a escala.
14_b	*Trackbar* que determina o parâmetro *edgeThreshold* do método ORB. O parâmetro determina o tamanho da borda onde os pontos característicos não são detectados. Deve corresponder aproximadamente ao parâmetro *patchSize*.

(Continua)

Tabela 4.8 - Continuação

15_b	*Trackbar* que determina o parâmetro *WTA_k* do método ORB. O parâmetro especifica o número de pontos que produzem cada elemento do descritor BRIEF orientado. O valor padrão 0 significa o BRIEF onde pegamos um par de pontos aleatórios e comparamos seus brilhos, então obtemos uma resposta de 0/1. Outros valores possíveis são 1 e 2. Por exemplo, 1 significa que tomamos 3 pontos aleatórios (claro, essas coordenadas de pontos são aleatórias, mas são geradas a partir da semente pré-definida, portanto cada elemento do descritor BRIEF é calculado deterministicamente a partir de o retângulo de pixels), encontre o ponto de brilho máximo e índice de saída do vencedor (0, 1 ou 2). Essa saída ocupará 2 bits e, portanto, precisará de uma variante especial de distância Hamming.
16_b	*Trackbar* que determina o parâmetro *scoreType* do método ORB. O parâmetro em 0 especifica o padrão Harris para classificar os classificar os pontos chave; em 1 especifica um valor alternativo para classificar os pontos chave (Seção 2.1.3.2).
17_b	*Trackbar* que determina o parâmetro *patchSize* do método ORB. O parâmetro determina tamanho do *patch* usado pelo descritor BRIEF orientado. Naturalmente, em camadas de pirâmide menores, a área de imagem percebida coberta por um recurso será maior.
18_b	Realiza a detecção dos marcos e calcula a rota de acordo com os parâmetros definidos.
19_b	Salva as informações da rota e as imagens dos marcos detectados.

A estratégia de utilizar *trackbars* para especificar os parâmetros, foi utilizada para minimizar os erros na definição dos parâmetros. O intervalo das *trackbars* dos parâmetros de voo foram definidos considerando VANTs de pequeno porte, os intervalos definidos tentaram ser o mais compatível possível com este tipo de veículo. Já os intervalos das *trackbars* do ORB foram definidos empiricamente avaliando o comportamento da aplicação.

Os parâmetros 7_b, 8_b, 9_b e 10_b são definidos com o auxílio visual da imagem Rota. Quando o botão 1_b é alternado para Rota é apresentada uma imagem com os pontos iniciais e finais. Sempre que o programa é executado o ponto inicial é apresentado no canto superior esquerdo e o ponto final é apresentado no canto inferior direito. Na Figura 4.28 é apresentada uma visualização do comportamento da aplicação quando 1_b está em Rota. Na imagem a esquerda é apresentado o comportamento

da aplicação antes com os pontos inicial e final da rota em destaque. Já na imagem a direita é apresentada a janela de configurações com o *radio box* selecionado em Rota.

Figura 4.28 - Comportamento da aplicação na imagem Rota antes do cálculo da rota.

Fonte: Produção do autor

Após o cálculo da rota o comportamento da janela principal muda apresentado a rota. Na Figura 4.29 é apresentado um exemplo do comportamento da aplicação após o cálculo da rota. No canto inferior esquerdo são apresentadas as informações da distância e chance de reconhecimento da rota calculada.

Por fim, ao pressionar o botão Salvar Rota são salvas as imagens recortadas dos marcos, as informações geográficas dos marcos e as informações da rota calculada.

Figura 4.29 - Comportamento da aplicação na imagem Rota depois do cálculo da rota.

Fonte: Produção do autor

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposta uma metodologia para o planejamento automático de rotas em sistemas de navegação aérea baseado no reconhecimento de marcos. A expectativa é que esta metodologia irá aumentar as chances do cumprimento dos voos, com base na escolha automática dos marcos mais adequados.

A metodologia desenvolvida pode ser divida em duas etapas: o modelo automático de detecção automática de marcos e o modelo de planejamento automático de rotas. Os resultados do modelo automático para detecção de marcos foram bons considerando que o conjunto de marcos detectados se localizavam nas regiões com maior concentração de pontos característicos. Os marcos detectados se encontravam em regiões de maior concentração de pontos característicos que podem possibilitar um melhor reconhecimento durante a navegação. Além disto, o modelo de detecção desenvolvido se mostrou adaptativo e autoconfigurado a diferentes condições de voo, o que permite maior flexibilidade para a aplicação.

Em relação ao modelo de planejamento automático de rotas, os resultados foram avaliados como adequados no sentido de que as rotas estabelecidas pela abordagem privilegiam os marcos com maiores chances de reconhecimento, mantendo a distância percorrida sempre dentro de um limite considerado aceitável para a navegação. Além disto, um dos objetivos específicos pré-estabelecidos era desenvolver um método com um baixo tempo de execução que possibilite um replanejamento em tempo real. Os resultados se mostraram promissores neste quesito, considerando que o modelo de planejamento atingiu um tempo de execução considerado aceitável para um replanejamento em tempo real. (SHIMABUKURO et al., 2003)

No desenvolvimento do trabalho foram analisadas diferentes técnicas encontradas na literatura. Porém foram propostas outras técnicas durante o desenvolvimento. Estas novas técnicas foram consideradas as principais contribuições do trabalho. A primeira técnica proposta aplica melhorias em relação a detecção de marcos por agrupamento de pontos característicos. A técnica desenvolvida considera os parâmetros do voo para a geração do conjunto de marcos. Com isto foi possível desenvolver um modelo adaptativo permitindo gerar diferentes conjuntos de marcos dependendo de parâmetros de voo, o que não era considerado nos modelos tomados como referência. A segunda contribuição, em relação aos estudos anteriormente desenvolvidos, foi a modelagem matemática adotada no planejamento das rotas. O modelo proposto para calcular a rota se mostrou robusto em relação às outras modelagens encontradas na literatura. Além disto, o modelo apresentou tempo de execução menor que

os modelos tomados como referência.

Por fim, em relação a trabalhos futuros pode-se levantar algumas melhorias e possibilidades de outros trabalhos relacionados. O modelo do cálculo para a chance de reconhecimento dos marcos não foi estatisticamente avaliado, ou seja, o modelo para o cálculo do reconhecimento considerou apenas as características das imagens dos marcos para pontuar os marcos e realizar o planejamento. Uma possível melhoria da proposta é desenvolver um modelo estatístico para atribuir a chance de reconhecimento dos marcos, o que pode melhorar os resultados da navegação. Outro aspecto que pode ser melhorado é em relação à aplicação de técnicas de programação paralela na abordagem, principalmente nos modelos de detecção de pontos característicos, que foram identificados, durante o desenvolvimento, como o gargalo da aplicação. Além disto, pode-se realizar uma análise para o uso de heurísticas no cálculo da rota. Nos casos estudados, o modelo matemático conseguiu obter um bom desempenho em relação ao tempo de execução. Porém, considerando regiões maiores o número de marcos detectados pode aumentar consideravelmente, o que pode afetar no desempenho de um método exato. Por fim um trabalho futuro a ser realizado é integrar o modelo de planejamento de rotas ao sistema de navegação aérea baseado em marcos visando o desenvolvimento de um modelo de replanejamento de rotas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGGARWAL, C. C. **Data classification: algorithms and applications**. [S.l.]: CRC, 2014. 38, 39

AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL. **Regulamento Brasileiro de Aviação Civil**. 5 2017. Disponível em: <http://www.anac.gov.br/assuntos/legislacao/legislacao-1/rbha-e-rbac/rbac/rbac-e-94-emd-00>. 2

ALOTAIBI, K. A.; ROSENBERGER, J. M.; MATTINGLY, S. P.; PUNUGU, R. K.; VISOLDILOKPUN, S. Unmanned aerial vehicle routing in the presence of threats. **Computers and Industrial Engineering**, v. 115, p. 190 – 205, 2018. ISSN 0360-8352. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S036083521730517X>. 33

ANGRISANO, A. **GNSS/INS integration methods**. 168 p. Dottorato di ricerca (PhD) in Scienze Geodetiche e Topografiche Thesis — Universita'degli Studi di Napoli PARTHENOPE, 2010. 3

BAY, H.; ESS, A.; TUYTELAARS, T.; GOOL, L. V. Speeded-up robust features (surf). **Computer Vision and Image Understanding**, v. 110, n. 3, p. 346 – 359, 2008. ISSN 1077-3142. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1077314207001555>. 17, 21, 60

CALONDER, M.; LEPETIT, V.; STRECHA, C.; FUA, P. Brief: binary robust independent elementary features. In: EUROPEAN CONFERENCE ON COMPUTER VISION, 11., 2010, Crete. **Proceedings...** Berlin: Springer, 2010. p. 778–792. 20, 21, 22

CANNY, J. A computational approach to edge detection. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, PAMI-8, n. 6, p. 679–698, Nov 1986. ISSN 0162-8828. 15

CHENG, D.; ZHANG, S.; DENG, Z.; ZHU, Y.; ZONG, M. kNN algorithm with data-driven k value. In: ADVANCED DATA MINING AND APPLICATIONS, 10., 2014. **Proceedings...** Berlin: Springer, 2014. p. 499–512. ISBN 978-3-319-14717-8. 40

CHENG, Y. Mean shift, mode seeking, and clustering. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 17, n. 8, p. 790–799, Aug 1995. ISSN 0162-8828. 39, 40, 71

CHUNHUI, Z.; RONGZHI, W.; TIANWU, Z.; QUAN, P. Visual odometry and scene matching integrated navigation system in uav. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INFORMATION FUSION (FUSION), 17., 2014. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2014. p. 1–6. 5

COELHO, B. N.; COELHO, V. N.; COELHO, I. M.; OCHI, L. S.; K., R. H.; ZUIDEMA, D.; LIMA, M. S.; COSTA, A. R. da. A multi-objective green uav routing problem. **Computers and Operations Research**, v. 88, p. 306 – 315, 2017. ISSN 0305-0548. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054817301028>. 33

COMANICIU, D.; MEER, P. Mean shift: a robust approach toward feature space analysis. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 24, n. 5, p. 603–619, May 2002. ISSN 0162-8828. 39, 40

CONTE, G.; DOHERTY, P. An integrated uav navigation system based on aerial image matching. In: AEROSPACE CONFERENCE, 9., 2008. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2008. p. 1–10. 3, 5

COOK, K. L. B. The silent force multiplier: the history and role of uavs in warfare. In: AEROSPACE CONFERENCE, 2007. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2007. p. 1–7. ISSN 1095-323X. 1, 2

DANTZIG, G. B. Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities. **Activity Analysis of Production and Allocation**, v. 13, p. 339–347, 1951. 47

DASKIN, M. S. **Network and discrete location: models, algorithms, and applications**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. 48, 50, 51

DEB, K.; GOODMAN, E.; COELLO, C.; KLAMROTH, K.; MIETTINEN K., M. S.; REED, P. **Multi objective optimization using evolutionary algorithms**. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2001. 51, 52

DEMPSTER, A. P.; LAIRD, N. M.; RUBIN, D. B. Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (methodological)**, p. 1–38, 1977. 71

DOHERTY, P.; CONTE, G. Vision-based unmanned aerial vehicle navigation using geo-referenced information. **EURASIP Journal on Advances in Signal Processing**, v. 2009, n. 1, p. 387308, Jun 2009. ISSN 1687-6180. Disponível em: <https://doi.org/10.1155/2009/387308>. 5, 27, 29, 31

DUIN, R. P. W.; FRED, A. L. N.; LOOG, M.; PĘKALSKA, E. Mode seeking clustering by knn and mean shift evaluated. In: STRUCTURAL, SYNTACTIC, AND STATISTICAL PATTERN RECOGNITION. **Proceedings...** Berlin: Springer, 2012. p. 51–59. ISBN 978-3-642-34166-3. 40

ESTER, M.; KRIEGEL, H.-P.; SANDER, J.; XU, X. A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON KNOWLEDGE DISCOVERY AND DATA MINING, 2., 1996. **Proceedings...** Menlo Park: AAAI, 1996. p. 226–231. 71

FAHLSTROM, P.; GLEASON, T. **Introduction to UAV systems**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012. 1, 2

FREY, B. J.; DUECK, D. Clustering by passing messages between data points. **Science**, v. 315, n. 5814, p. 972–976, 2007. ISSN 0036-8075. Disponível em: <http://science.sciencemag.org/content/315/5814/972>. 71

FUKUNAGA, K.; HOSTELER, L. The estimation of the gradient of a density function, with applications in pattern recognition. **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 21, n. 1, p. 32–40, Jan 1975. ISSN 0018-9448. 39

GALINDO, J. C. F. **Proposta de um método de extração de características aplicado ao problema de estimação da posição de um VANT em navegação autônoma**. 3139–3144 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, 2016. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/handle/1843/BUOS-ATJKXV>. 3

GOLDBARG, M.; LUNA, H. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. Rio de Janeiro: CAMPUS, 2005. ISBN 9788535215205. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=Q-bNGAAACAAJ>. 32, 46, 47, 48

GOLTZ, G. A. M.; SHIGUEMORI, E. H.; SILVA, J. D. S.; VELHO, H. F. d. C. Detecção de bordas em imagens aéreas e de satélite com uso de redes neurais artificiais. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL (CNMAC)., 9-11 set., Cuiabá, MT. **Resumos...** [S.l.], 2009. Acesso em: 07 abr. 2018. 15

HARRIS, C.; STEPHENS, M. A combined corner and edge detector. In: ALVEY VISION CONFERENCE. **Proceedings...** [S.l.]: Citeseer, 1988. v. 15, n. 50, p. 10–5244. 16, 17, 18

HASSABALLAH, M.; ABDELMGEID, A. A.; ALSHAZLY, H. A. Image features detection, description and matching. In: AWAD, A. I.; HASSABALLAH, M. (Ed.). **Image feature detectors and descriptors**. [S.l.]: Springer, 2016. p. 11–45. 9, 10, 12, 16, 20, 23, 25

HRUSCHKA; EBECKEN. A genetic algorithm for cluster analysis. **Intelligent Data Analysis**, v. 7, p. 15–25, 02 2003. 38

HUÁMAN, A. **OpenCV Documentation Harris Corner Detection**. 2014. Disponível em: <https://docs.opencv.org/3.0-beta/doc/py_tutorials/py_feature2d/py_features_harris>. Acesso em: 1 de maio 2018. 20

JAIMES, B. R. A. **Estratégias para aumentar a robustez de estimação de posição geográfica em VANTs através de imagens**. 141 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, 2016. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/handle/1843/BUOS-ATJMTK>. 4

JAIN, R.; KASTURI, R.; SCHUNCK, B. G. **Machine vision**. New York: McGraw-Hill, 1995. 13

KELLY, J.; SARIPALLI, S.; SUKHATME, G. S. Combined visual and inertial navigation for an unmanned aerial vehicle. In: FIELD AND SERVICE ROBOTICS, 6., 2008. **Procedings...** Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. p. 255–264. 5

KIM, J.; SUKKARIEH, S. Real-time implementation of airborne inertial-slam. **Robotics and Autonomous Systems**, v. 55, n. 1, p. 62–71, 2007. 31

KLEE, V.; MINTY, G. J. **How good is the simplex algorithm**. [S.l.: s.n.], 1970. 47

KOHONEN, T. The self-organizing map. **Proceedings of the IEEE**, v. 78, n. 9, p. 1464–1480, Sept 1990. ISSN 0018-9219. 71

LAKEMOND, R.; SRIDHARAN, S.; FOOKES, C. Hessian-based affine adaptation of salient local image features. **Journal of Mathematical Imaging and Vision**, v. 44, n. 2, p. 150–167, 2012. 16

LEITHOLD, L. **El cálculo**. [S.l.]: Oxford University Press Harla, 1998. 18

LINDEBERG, T. Feature detection with automatic scale selection. **International Journal of Computer Vision**, v. 30, n. 2, p. 79–116, 1998. 17

LLOYD, S. Least squares quantization in pcm. **IEEE Transactions on Information Theory**, v. 28, n. 2, p. 129–137, March 1982. ISSN 0018-9448. 71

LOWE, D. G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints. **International Journal of Computer Vision**, v. 60, n. 2, p. 91–110, 2004. 17, 20

MANSUR, S.; HABIB, M.; PRATAMA, G. N. P.; CAHYADI, A. I.; ARDIYANTO, I. Real time monocular visual odometry using optical flow: study on navigation of quadrotors uav. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SCIENCE AND TECHNOLOGY - COMPUTER (ICST), 3., 2017. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 2017. p. 122–126. 5, 27

MARR, D.; HILDRETH, E. Theory of edge detection. **Proceedings Royal Society B**, v. 207, n. 1167, p. 187–217, 1980. 15

MEJDOUB, M.; AMAR, C. B. Classification improvement of local feature vectors over the knn algorithm. **Multimedia Tools and Applications**, v. 64, n. 1, p. 197–218, May 2013. ISSN 1573-7721. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11042-011-0900-4>. 40

MELO, A. S.; SILVA FILHO, P. F.; SHIGUEMORI, E. H. Automatic landmark selection for uav autonomous navigation. In: CONFERENCE ON GRAPHICS, PATTERNS AND IMAGES, 16., 2016. **Proceedings...** São José dos Campos: UNESP, 2016. p. 6–10. 60, 61, 71

MICHAELSEN, E.; JAGER, K.; ROSCHKOWSKI, D.; DOKTORSKI, L.; ARENS, M. Object-oriented landmark recognition for uav-navigation. **Pattern Recognition and Image Analysis**, v. 21, n. 2, p. 152–155, Jun 2011. ISSN 1555-6212. Disponível em: <https://doi.org/10.1134/S1054661811020763>. 5, 30

MIKOLAJCZYK, K.; SCHMID, C. A performance evaluation of local descriptors. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 27, n. 10, p. 1615–1630, 2005. 20

MUELLA, M. T. d. A. H. **Morfologia e dinâmica das irregularidades ionosféricas de pequena escala e imageamento ionosférico por GPS**. 386 p. Tese (Doutorado em Geofísica Espacial) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2008. Disponível em: <http://mtc-m16c.sid.inpe.br/rep/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2008/09.25.12.42?mirror=sid.inpe.br/mtc-m18@80/2008/03.17.15.17.

24{&}metadatarepository=sid.inpe.br/mtc-m18@80/2008/09.25.12.42.07>. 3

MÜLLNER, D. Modern hierarchical, agglomerative clustering algorithms. **arXiv preprint arXiv:1109.2378**, 2011. 71

NEWCOME, L. R. **Unmanned aviation: a brief history of unmanned aerial vehicles**. [S.l.]: Aiaa, 2004. 1

NG, P. C.; HENIKOFF, S. Sift: Predicting amino acid changes that affect protein function. **Nucleic Acids Research**, v. 31, n. 13, p. 3812–3814, 2003. 60

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. **Numerical optimization**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. 47, 50

PELLEG, D.; MOORE, A. X-means: Extending k-means with efficient estimation of the number of clusters. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MACHINE LEARNING, 17., 2000. **Proceedings...** San Francisco: Morgan Kaufmann, 2000. p. 727–734. 71

PERES, H. F. Desenvolvimento de veículos aéreos não tripulados no brasil: Interesses nacionais, desafios internacionais. **Conjuntura Austral**, v. 6, n. 31, p. 29–41, 2015. 2

PREWITT, J. M. Object enhancement and extraction. **Picture processing and Psychopictorics**, v. 10, n. 1, p. 15–19, 1970. 14

ROBERTS, L. G. **Machine perception of three-dimensional solids**. Tese (Doutorado) — Massachusetts Institute of Technology, 1963. 14

ROSTEN, E.; DRUMMOND, T. Fusing points and lines for high performance tracking. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER VISION, 10., 2005. **Proceedings...** [S.l.], 2005. v. 2, p. 1508–1515. 16

ROUSSEEUW, P. J. Silhouettes: a graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 20, p. 53 – 65, 1987. ISSN 0377-0427. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377042787901257>. 43

RUBLEE, E.; RABAUD, V.; KONOLIGE, K.; BRADSKI, G. Orb: an efficient alternative to sift or surf. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER VISION, 13., 2011. **Proceedings...** [S.l.], 2011. p. 2564–2571. 59, 72

SECRETARIA DE DESENVOLVIMENTO E COMPETITIVIDADE INDUSTRIAL. **Estudo sobre a indústria brasileira e europeia de veículos aéreos não tripulados**. 2017. Disponível em: <http://www.mdic.gov.br/noticias/2274-sdci-publica-estudo-sobre-veiculos-aereos-nao-tripulados>. 1

SHIGUEMORI, E. H.; MARTINS, M. P.; MONTEIRO, M. V. T. **Landmarks recognition for autonomous aerial navigation by neural networks and Gabor transform**. 2007. 6497 - 6497 - 9 p. Disponível em: <https://doi.org/10.1117/12.705138>. 3, 5, 6, 29, 34, 35, 37

SHIMABUKURO, Y. E.; HUETE, T. M. andAlfredo; ARAI, E.; LATORRE, F. D. B. E.-S. M. L. Analise dos dados hiperespectrais do EO-1 obtidossobre a Floresta Nacional de Tapajos no estado do Para. In: SIMPoSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO, 11., 2003, Belo Horizonte. **Anais...** São Jose dos Campos: INPE, 2003. p. 1099–1106. Disponível em: <goto-/ltid.inpe.br/sbsr/2002/11.17.13.39>. Acesso em: 22 abr. 2004. 123

SILVA, C. A. O. **Avaliação da técnica de casamento de imagens aplicada à localização geográfica de VANTs**. 82 p. Dissertação (Mestrado em Inteligência Computacional) — Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, 2015. Disponível em: <https://www.ppgee.ufmg.br/defesas/1244M.PDF>. 4, 5, 28, 29

SILVA FILHO, P.; RODRIGUES, M.; SAOTOME, O.; SHIGUEMORI, E. H. Fuzzy-based automatic landmark recognition in aerial images using orb for aerial auto-localization. In: BEBIS, G.; BOYLE, R.; PARVIN, B.; KORACIN, D.; MCMAHAN, R.; JERALD, J.; ZHANG, H.; DRUCKER, S. M.; KAMBHAMETTU, C.; CHOUBASSI, M. E.; DENG, Z.; CARLSON, M. (Ed.). **Advances in Visual Computing**. New York City: Springer International Publishing, 2014. p. 467–476. ISBN 978-3-319-14249-4. 56

SILVA FILHO, P. F. F. **Automatic landmark recognition in aerial images for the autonomous navigation system of unmanned aerial vehicles**. 158 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrônica e Computação) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos, 2016. Disponível em: <http://www.bdita.bibl.ita.br/tesesdigitais/71989.pdf>. 5, 31, 35, 56

SILVA, W. **Navegação autônoma de VANT em período noturno com imagens infravermelho termal**. 126 p. Dissertação (Mestrado em Computação

Aplicada) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2016. Disponível em: <http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3M8CSN8>. 4, 5, 6, 7

SJANIC, Z. **Navigation and SAR Auto-focusing in a Sensor Fusion Framework**. 97 p. Tese (Doctorate in studies in science and technology) — Linköping University, 2011. 4

SMITH, S. M.; BRADY, J. M. Susan—a new approach to low level image processing. **International Journal of Computer Vision**, v. 23, n. 1, p. 45–78, 1997. 16

SOBEL, I.; FELDMAN, G. A 3x3 isotropic gradient operator for image processing. In: DUDA, R.; HART, P. (Ed.). **Pattern classification and scene analysis**. New York: John Wiley, 1968. p. 271–272. 14

SOUZA, C.; DIAS, M. H. C.; SANTOS, J. Análise da vulnerabilidade de receptores gps comerciais sob ação de interferência intencional. In: SIMPÓSIO DE GUERRA ELETRÔNICA (SIGE), 8., 2006. **Anais...** São José dos Campos: ITA, 2006. p. 1–4. 3

SULLIVAN, J. M. Revolution or evolution? the rise of the uavs. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON TECHNOLOGY AND SOCIETY, 2005. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2005. p. 94–101. ISSN 2158-3404. 1

SZELISKI, R. **Computer vision: algorithms and applications**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2010. 9, 11, 12, 15, 16, 25, 73

ULIAN, J. G.; PINTO, M. J.; MEDEIROS, F. L. L. Um modelo multiobjetivo para o planejamento de rota para vants considerando a identificação automática de marcos. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 49., 2017. **Anais...** 2017. p. 8. Disponível em: <http://www.sbpo2017.iltc.br/pdf/169309.pdf>. 33, 67, 68, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 101, 103, 115

VALAVANIS, K. P. **Advances in unmanned aerial vehicles: state of the art and the road to autonomy**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008. 1

WARD JR, J. H. Hierarchical grouping to optimize an objective function. **Journal of the American Statistical Association**, v. 58, n. 301, p. 236–244, 1963. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1963.10500845>. 71

WEN, Z.; CAI, Z. Mean shift algorithm and its application in tracking of objects. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MACHINE LEARNING AND CYBERNETICS, 2006. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 2006. p. 4024–4028. ISSN 2160-133X. 39, 40

ZHANG, T.; RAMAKRISHNAN, R.; LIVNY, M. Birch: An efficient data clustering method for very large databases. **SIGMOD**, v. 25, n. 2, p. 103–114, jun. 1996. ISSN 0163-5808. Disponível em: <http://doi.acm.org/10.1145/235968.233324>. 71

ANEXO A - ESTUDO DE CASO 1 (ANÁLISE DOS MÉTODOS DE AGRUPAMENTO)

Cabeçalho da tabela:

M: Método, **P**: Parâmetro, **VP**: Valor do Parâmetro, **NG**: ao fim da execução, **TE**: Tempo de Execução, **NS**: Número de Sobreposições, **S**: Coeficiente Silhueta, **Nk < 16**: Grupos com número de pontos chave menores que 16 e **Nk > 16**: Grupos com número de pontos chave maiores que 16

Tabela A.1 - Resultados obtidos para os diferentes métodos de agrupamento considerando o Estudo de Caso 1.

M	P	VP	NG	TE	NS	S	Nk < 16	Nk > 16
Mean Shift	Bandwidth	1490.0000	15	0.076516	57	0.527026	3	12
Mean Shift	Bandwidth	1458.0000	16	0.071648	40	0.531902	3	13
Mean Shift	Bandwidth	1426.0000	15	0.077572	39	0.536270	3	12
Mean Shift	Bandwidth	1394.0000	16	0.080083	42	0.531378	3	13
Mean Shift	Bandwidth	1362.0000	17	0.079249	53	0.513267	3	14
Mean Shift	Bandwidth	1330.0000	18	0.089633	30	0.514845	6	12
Mean Shift	Bandwidth	1298.0000	18	0.109752	53	0.507117	5	13
Mean Shift	Bandwidth	1266.0000	17	0.090628	68	0.510478	4	13
Mean Shift	Bandwidth	1234.0000	21	0.090672	61	0.516947	6	15
Mean Shift	Bandwidth	1202.0000	22	0.093562	382	0.466238	5	17
Mean Shift	Bandwidth	1170.0000	22	0.091950	45	0.568615	6	16
Mean Shift	Bandwidth	1138.0000	25	0.091071	476	0.525262	7	18
Mean Shift	Bandwidth	1106.0000	23	0.098080	75	**0.569391**	7	16
Mean Shift	Bandwidth	1074.0000	24	0.096148	129	0.559063	7	17
Mean Shift	Bandwidth	1042.0000	25	0.100144	81	0.559138	8	17
Mean Shift	Bandwidth	1010.0000	27	0.094458	43	0.551522	9	18
Mean Shift	Bandwidth	978.0000	30	0.104528	125	0.548293	11	19
Mean Shift	Bandwidth	946.0000	29	0.103082	134	0.551545	9	20
Mean Shift	Bandwidth	914.0000	29	0.104788	105	0.564800	9	20
Mean Shift	Bandwidth	882.0000	34	0.110631	118	0.550474	11	23
K-Means	N^o de grupos	15	15	0.016734	63	0.534412	1	14
K-Means	N^o de grupos	16	16	0.016439	452	0.479978	0	16
K-Means	N^o de grupos	17	17	0.017016	453	0.534085	0	17
K-Means	N^o de grupos	18	18	0.035193	767	0.504404	1	17
K-Means	N^o de grupos	19	19	0.052742	154	0.535360	0	19
K-Means	N^o de grupos	20	20	0.019007	356	0.489016	0	20
K-Means	N^o de grupos	21	21	0.036481	530	0.545907	0	21
K-Means	N^o de grupos	22	22	0.020844	441	0.544065	0	22
K-Means	N^o de grupos	23	23	0.021748	596	0.508463	1	22
K-Means	N^o de grupos	24	24	0.022195	420	0.535444	1	23
K-Means	N^o de grupos	25	25	0.035781	451	0.548043	1	24
K-Means	N^o de grupos	26	26	0.029955	466	0.544214	0	26
K-Means	N^o de grupos	27	27	0.040842	408	0.540522	0	27
K-Means	N^o de grupos	28	28	0.025140	80	0.538058	1	27
K-Means	N^o de grupos	29	29	0.029205	341	0.545510	2	27
K-Means	N^o de grupos	30	30	0.026946	244	0.581365	2	28
K-Means	N^o de grupos	31	31	0.070862	61	0.550860	2	29

(Continua)

Tabela A.1 - Continuação

K-Means	N^o de grupos	32	32	0.037238	260	0.539404	2	30
K-Means	N^o de grupos	33	33	0.038851	268	**0.583550**	0	33
K-Means	N^o de grupos	34	34	0.055676	201	0.547293	0	34
Ward	N^o de grupos	15	15	1.495601	261	0.541474	0	15
Ward	N^o de grupos	16	16	3.713498	482	0.539431	0	16
Ward	N^o de grupos	17	17	5.991422	482	0.543929	0	17
Ward	N^o de grupos	18	18	8.330020	486	0.545503	0	18
Ward	N^o de grupos	19	19	10.793371	435	0.550507	0	19
Ward	N^o de grupos	20	20	13.195115	523	0.557814	0	20
Ward	N^o de grupos	21	21	15.547315	650	0.526162	0	21
Ward	N^o de grupos	22	22	17.875090	650	0.525937	1	21
Ward	N^o de grupos	23	23	20.179142	497	0.535509	1	22
Ward	N^o de grupos	24	24	22.539730	559	0.538311	1	23
Ward	N^o de grupos	25	25	24.932769	559	0.524845	1	24
Ward	N^o de grupos	26	26	27.360792	559	0.525743	1	25
Ward	N^o de grupos	27	27	29.842975	412	0.536066	1	26
Ward	N^o de grupos	28	28	32.324583	409	0.538454	2	26
Ward	N^o de grupos	29	29	34.829610	409	0.540492	2	27
Ward	N^o de grupos	30	30	37.336096	391	0.543610	2	28
Ward	N^o de grupos	31	31	39.868751	265	0.540451	2	29
Ward	N^o de grupos	32	32	42.430704	264	0.542985	3	29
Ward	N^o de grupos	33	33	45.070402	341	0.562533	3	30
Ward	N^o de grupos	34	34	47.812426	352	**0.566060**	3	31
Agglomerative	N^o de grupos	15	15	0.563894	239	0.104554	9	6
Agglomerative	N^o de grupos	16	16	0.525783	239	0.092893	10	6
Agglomerative	N^o de grupos	17	17	0.557731	239	0.088102	11	6
Agglomerative	N^o de grupos	18	18	0.531192	57	0.105612	11	7
Agglomerative	N^o de grupos	19	19	0.529842	16	**0.227590**	11	8
Agglomerative	N^o de grupos	20	20	0.502624	16	0.218062	12	8
Agglomerative	N^o de grupos	21	21	0.513694	16	0.210848	13	8
Agglomerative	N^o de grupos	22	22	0.510278	16	0.204226	13	9
Agglomerative	N^o de grupos	23	23	0.512245	16	0.074615	14	9
Agglomerative	N^o de grupos	24	24	0.518808	16	0.159494	14	10
Agglomerative	N^o de grupos	25	25	0.499087	21	0.132823	15	10
Agglomerative	N^o de grupos	26	26	0.500975	21	0.131844	16	10
Agglomerative	N^o de grupos	27	27	0.497516	21	0.133213	16	11
Agglomerative	N^o de grupos	28	28	0.532058	21	0.132307	17	11
Agglomerative	N^o de grupos	29	29	0.497587	44	0.047435	17	12
Agglomerative	N^o de grupos	30	30	0.511788	65	0.053106	17	13
Agglomerative	N^o de grupos	31	31	0.579811	68	0.019288	18	13
Agglomerative	N^o de grupos	32	32	0.519589	68	0.018429	19	13
Agglomerative	N^o de grupos	33	33	0.496030	9	0.127955	19	14
Agglomerative	N^o de grupos	34	34	0.498810	9	0.128296	20	14
DBSCAN	EPS	863.5000	15	0.035082	1930	0.392367	8	7
DBSCAN	EPS	847.0000	15	0.034632	1930	**0.392367**	8	7
DBSCAN	EPS	830.5000	17	0.034317	2714	0.324878	7	10
DBSCAN	EPS	797.5000	18	0.033766	2714	0.315685	8	10
DBSCAN	EPS	781.0000	19	0.033462	2714	0.159627	9	10
DBSCAN	EPS	764.5000	19	0.033130	2713	0.159444	9	10
DBSCAN	EPS	748.0000	19	0.032625	2713	0.159444	9	10
DBSCAN	EPS	731.5000	21	0.032358	3190	0.160883	10	11
DBSCAN	EPS	715.0000	24	0.032315	3209	0.131995	12	12

(Continua)

Tabela A.1 - Continuação

DBSCAN	EPS	698.5000	24	0.031828	3209	0.131685	12	12
DBSCAN	EPS	682.0000	26	0.031708	3210	0.134550	13	13
DBSCAN	EPS	665.5000	27	0.050624	3600	0.248880	13	14
DBSCAN	EPS	649.0000	27	0.031143	4054	0.248362	13	14
DBSCAN	EPS	632.5000	28	0.030881	4059	0.179269	14	14
DBSCAN	EPS	616.0000	29	0.030499	4059	0.179510	15	14
DBSCAN	EPS	599.5000	29	0.030188	4057	0.178192	15	14
DBSCAN	EPS	583.0000	29	0.029686	4048	0.175746	15	14
DBSCAN	EPS	566.5000	32	0.029347	3651	0.311427	16	16
DBSCAN	EPS	550.0000	33	0.030918	3643	0.311577	16	17
Birch	N^o de grupos	15	15	0.355702	390	0.532323	0	15
Birch	N^o de grupos	16	16	0.371836	390	0.537290	0	16
Birch	N^o de grupos	17	17	0.371742	394	0.538879	0	17
Birch	N^o de grupos	18	18	0.363882	395	0.547422	0	18
Birch	N^o de grupos	19	19	0.371843	395	0.547145	1	18
Birch	N^o de grupos	20	20	0.378955	344	0.552480	1	19
Birch	N^o de grupos	21	21	0.357660	430	0.566432	1	20
Birch	N^o de grupos	22	22	0.392956	555	0.534664	1	21
Birch	N^o de grupos	23	23	0.356742	655	0.533483	1	22
Birch	N^o de grupos	24	24	0.359050	486	0.543234	1	23
Birch	N^o de grupos	25	25	0.364618	427	0.552063	1	24
Birch	N^o de grupos	26	26	0.374474	427	0.538578	1	25
Birch	N^o de grupos	27	27	0.363588	378	0.553816	1	26
Birch	N^o de grupos	28	28	0.356126	375	0.556241	2	26
Birch	N^o de grupos	29	29	0.355463	375	0.556991	2	27
Birch	N^o de grupos	30	30	0.356271	374	0.559593	3	27
Birch	N^o de grupos	31	31	0.362512	374	0.561773	3	28
Birch	N^o de grupos	32	32	0.360364	374	0.563415	3	29
Birch	N^o de grupos	33	33	0.365150	374	0.567415	3	30
Birch	N^o de grupos	34	34	0.364470	372	**0.568374**	3	31
Gaussian Mx	N^o de componentes	15	15	0.182626	1864	0.442340	0	15
Gaussian Mx	N^o de componentes	16	16	0.160999	2144	0.467361	0	16
Gaussian Mx	N^o de componentes	17	17	0.133294	2043	0.488745	0	17
Gaussian Mx	N^o de componentes	18	18	0.200144	3550	0.380241	0	18
Gaussian Mx	N^o de componentes	19	19	0.166048	2414	0.440875	0	19
Gaussian Mx	N^o de componentes	20	20	0.200345	2052	0.399185	0	20
Gaussian Mx	N^o de componentes	21	21	0.296352	2035	0.408614	0	21
Gaussian Mx	N^o de componentes	22	22	0.274140	2730	0.400363	0	22
Gaussian Mx	N^o de componentes	23	23	0.220863	1811	0.430569	1	22
Gaussian Mx	N^o de componentes	24	24	0.220274	1238	0.475997	0	24
Gaussian Mx	N^o de componentes	25	25	0.336362	2527	0.449504	2	23
Gaussian Mx	N^o de componentes	26	26	0.230918	1253	0.473923	2	24
Gaussian Mx	N^o de componentes	27	27	0.250658	1242	0.478405	0	27
Gaussian Mx	N^o de componentes	28	28	0.161226	967	0.524905	2	26
Gaussian Mx	N^o de componentes	29	29	0.253794	2010	0.460685	1	28
Gaussian Mx	N^o de componentes	30	30	0.169673	560	0.539268	2	28
Gaussian Mx	N^o de componentes	31	31	0.306003	1365	0.511382	2	29
Gaussian Mx	N^o de componentes	32	32	0.197977	638	0.531724	2	30
Gaussian Mx	N^o de componentes	33	33	0.175842	813	**0.548852**	2	31
Gaussian Mx	N^o de componentes	34	34	0.447985	1613	0.502874	2	32
Affinity P	Damping	0.8000	34	18.614025	186	0.585481	2	32
Affinity P	Damping	0.8095	34	35.124566	186	0.585169	2	32

(Continua)

Tabela A.1 - Continuação

Affinity P	Damping	0.8190	34	18.225181	266	0.585815	2	32
Affinity P	Damping	0.8285	34	17.359740	174	0.580903	2	32
Affinity P	Damping	0.8380	34	18.842379	174	0.579755	2	32
Affinity P	Damping	0.8475	34	16.557046	275	0.584744	2	32
Affinity P	Damping	0.8570	34	16.038627	236	0.583911	2	32
Affinity P	Damping	0.8665	34	15.782706	215	0.585805	2	32
Affinity P	Damping	0.8760	35	17.154060	182	**0.595626**	2	33
Affinity P	Damping	0.8855	34	17.830796	217	0.584401	2	32
Affinity P	Damping	0.8950	34	18.849689	189	0.588372	2	32
Affinity P	Damping	0.9045	33	16.483186	184	0.585803	1	32
Affinity P	Damping	0.9140	33	18.481577	182	0.585695	1	32
Affinity P	Damping	0.9235	34	19.712463	189	0.592572	1	33
Affinity P	Damping	0.9330	34	21.850642	189	0.592572	1	33
Affinity P	Damping	0.9425	34	24.619323	184	0.592725	1	33
Affinity P	Damping	0.9520	34	27.856197	184	0.592725	1	33
Affinity P	Damping	0.9615	34	32.778688	184	0.592725	1	33
Affinity P	Damping	0.9710	34	41.547265	182	0.593603	1	33
Affinity P	Damping	0.9805	26	50.145001	516	0.536501	1	25
SOM	H/W	4/4	15	14.371454	115	0.498562	0	15
SOM	H/W	5/4	19	17.531456	253	0.488337	0	19
SOM	H/W	4/5	19	17.481412	253	0.488337	0	19
SOM	H/W	5/5	24	21.851474	335	**0.512696**	2	22
SOM	H/W	6/5	29	26.084168	42	0.499930	3	26
SOM	H/W	5/6	29	26.051984	42	0.499930	3	26
SOM	H/W	6/6	35	31.894913	297	0.491982	3	32
SOM	H/W	6/4	23	22.614879	271	0.495927	2	21
SOM	H/W	4/6	23	22.778217	271	0.495927	2	21
X-Means	Intervalo (min,max)	(15, 35)	17	0.05148	570	**0.490018**	2	15
X-Means Adpt	Intervalo (min,max)	(15, 35)	34	0.07512	490	**0.464766**	6	28

ANEXO B - ESTUDO DE CASO 2 (ANÁLISE DOS MÉTODOS DE AGRUPAMENTO)

Cabeçalho da tabela:

M: Método, **P**: Parâmetro, **VP**: Valor do Parâmetro, **NG**: N grupos ao fim da execução, **TE**: Tempo de Execução, **NS**: Número de Sobreposições, **S**: Coeficiente Silhueta, **C-H**: Coeficiente Calinsk-Harabasz, **Nk < 16**: Grupos com número de pontos chave menores que 16 e **Nk > 16**: Grupos com número de pontos chave maiores que 16

Tabela B.1 - Resultados obtidos para os diferentes métodos de agrupamento considerando o Estudo de Caso 2.

M	P	VP	NG	TE	NS	S	Nk < 16	Nk > 16
Mean Shift	Bandwidth	2236.0000	18	0.111562	309	0.538750	1	17
Mean Shift	Bandwidth	2194.7457	20	0.095389	191	0.531953	3	17
Mean Shift	Bandwidth	2153.4914	21	0.091646	176	0.532182	4	17
Mean Shift	Bandwidth	2112.2372	24	0.091106	479	0.544089	6	18
Mean Shift	Bandwidth	2070.9829	24	0.099087	490	0.538521	6	18
Mean Shift	Bandwidth	2029.7286	23	0.095552	363	0.549053	5	18
Mean Shift	Bandwidth	1988.4743	24	0.098899	522	0.539076	6	18
Mean Shift	Bandwidth	1947.2200	27	0.092591	440	0.547238	8	19
Mean Shift	Bandwidth	1905.9658	27	0.093865	484	0.548295	8	19
Mean Shift	Bandwidth	1864.7115	27	0.100133	485	0.513584	8	19
Mean Shift	Bandwidth	1823.4572	28	0.095764	137	0.549097	8	20
Mean Shift	Bandwidth	1782.2029	28	0.104999	431	0.561040	8	20
Mean Shift	Bandwidth	1740.9486	28	0.107001	488	0.558277	9	19
Mean Shift	Bandwidth	1699.6944	31	0.105099	202	0.581172	10	21
Mean Shift	Bandwidth	1658.4401	33	0.112699	219	0.570182	11	22
Mean Shift	Bandwidth	1617.1858	30	0.112329	177	**0.589343**	9	21
Mean Shift	Bandwidth	1575.9315	34	0.106477	242	0.579786	14	20
Mean Shift	Bandwidth	1534.6772	34	0.111473	267	0.547360	14	20
Mean Shift	Bandwidth	1493.4230	34	0.117897	202	0.571404	13	21
Mean Shift	Bandwidth	1452.1687	37	0.118404	265	0.571794	16	21
K-Means	N^o de grupos	18	18	0.046387	140	0.584497	0	18
K-Means	N^o de grupos	19	19	0.030345	352	0.577613	0	19
K-Means	N^o de grupos	20	20	0.026703	202	**0.588778**	0	20
K-Means	N^o de grupos	21	21	0.051529	254	0.564919	0	21
K-Means	N^o de grupos	22	22	0.022922	228	0.586694	0	22
K-Means	N^o de grupos	23	23	0.022275	244	0.566107	0	23
K-Means	N^o de grupos	24	24	0.022883	294	0.585120	0	24
K-Means	N^o de grupos	25	25	0.066144	335	0.578593	0	25
K-Means	N^o de grupos	26	26	0.056402	330	0.587352	0	26
K-Means	N^o de grupos	27	27	0.025135	230	0.575709	1	26
K-Means	N^o de grupos	28	28	0.054522	344	0.548980	0	28
K-Means	N^o de grupos	29	29	0.026822	504	0.531989	1	28
K-Means	N^o de grupos	30	30	0.027569	533	0.540294	1	29
K-Means	N^o de grupos	31	31	0.035840	365	0.551614	0	31
K-Means	N^o de grupos	32	32	0.075937	224	0.539766	2	30
K-Means	N^o de grupos	33	33	0.072728	307	0.524396	0	33

(Continua)

Tabela B.1 - Continuação

K-Means	N^o de grupos	34	34	0.030387	143	0.549795	0	34
K-Means	N^o de grupos	35	35	0.076672	289	0.544670	0	35
K-Means	N^o de grupos	36	36	0.066514	373	0.530926	1	35
K-Means	N^o de grupos	37	37	0.066789	324	0.526783	0	37
Ward	N^o de grupos	18	18	1.457754	241	0.588340	0	18
Ward	N^o de grupos	19	19	3.730302	354	0.590201	0	19
Ward	N^o de grupos	20	20	6.035283	317	0.593630	0	20
Ward	N^o de grupos	21	21	8.367153	317	**0.596328**	0	21
Ward	N^o de grupos	22	22	10.725381	372	0.589088	0	22
Ward	N^o de grupos	23	23	13.108162	372	0.593336	0	23
Ward	N^o de grupos	24	24	15.510042	261	0.593724	0	24
Ward	N^o de grupos	25	25	17.954899	276	0.587585	0	25
Ward	N^o de grupos	26	26	20.405946	391	0.574354	0	26
Ward	N^o de grupos	27	27	22.854841	390	0.579201	0	27
Ward	N^o de grupos	28	28	25.324617	390	0.572217	0	28
Ward	N^o de grupos	29	29	27.829373	394	0.552871	0	29
Ward	N^o de grupos	30	30	30.354223	417	0.553395	0	30
Ward	N^o de grupos	31	31	32.907620	396	0.556733	0	31
Ward	N^o de grupos	32	32	35.496164	373	0.554440	0	32
Ward	N^o de grupos	33	33	38.127455	259	0.558403	0	33
Ward	N^o de grupos	34	34	40.766013	259	0.555812	0	34
Ward	N^o de grupos	35	35	43.402208	189	0.556907	0	35
Ward	N^o de grupos	36	36	46.064633	177	0.559920	0	36
Ward	N^o de grupos	37	37	48.727762	177	0.550842	0	37
Agglomerative	N^o de grupos	18	18	0.539893	208	-0.128484	11	7
Agglomerative	N^o de grupos	19	19	0.509397	199	-0.143636	12	7
Agglomerative	N^o de grupos	20	20	0.512731	199	-0.148474	13	7
Agglomerative	N^o de grupos	21	21	0.515749	199	-0.166884	14	7
Agglomerative	N^o de grupos	22	22	0.517190	199	-0.164383	14	8
Agglomerative	N^o de grupos	23	23	0.503664	12	0.127500	14	9
Agglomerative	N^o de grupos	24	24	0.502970	15	0.095887	15	9
Agglomerative	N^o de grupos	25	25	0.503077	15	0.074773	16	9
Agglomerative	N^o de grupos	26	26	0.530899	15	0.073545	17	9
Agglomerative	N^o de grupos	27	27	0.517805	15	0.062928	18	9
Agglomerative	N^o de grupos	28	28	0.510422	15	0.047243	19	9
Agglomerative	N^o de grupos	29	29	0.510436	15	0.044745	20	9
Agglomerative	N^o de grupos	30	30	0.519525	18	0.040056	21	9
Agglomerative	N^o de grupos	31	31	0.502848	18	**0.124638**	21	10
Agglomerative	N^o de grupos	32	32	0.501370	21	0.055384	22	10
Agglomerative	N^o de grupos	33	33	0.509139	24	0.040102	23	10
Agglomerative	N^o de grupos	34	34	0.515586	31	0.021149	23	11
Agglomerative	N^o de grupos	35	35	0.502851	31	0.000520	24	11
Agglomerative	N^o de grupos	36	36	0.498949	31	0.000374	25	11
Agglomerative	N^o de grupos	37	37	0.528768	31	-0.000831	26	11
DBSCAN	EPS	966.1000	18	0.029202	3382	**0.247872**	4	14
DBSCAN	EPS	950.2000	20	0.030811	3413	0.214083	4	16
DBSCAN	EPS	934.3000	20	0.028312	3436	0.213323	4	16
DBSCAN	EPS	918.4000	20	0.028004	3436	0.212634	4	16
DBSCAN	EPS	902.5000	21	0.027892	3435	0.244543	4	17
DBSCAN	EPS	886.6000	22	0.027762	3447	0.222144	5	17
DBSCAN	EPS	870.7000	23	0.027422	3451	0.176042	7	16
DBSCAN	EPS	854.8000	23	0.027161	3451	0.176042	7	16

(Continua)

Tabela B.1 - Continuação

DBSCAN	EPS	838.9000	24	0.026976	3450	0.174943	8	16
DBSCAN	EPS	823.0000	24	0.026968	3450	0.174867	8	16
DBSCAN	EPS	807.1000	24	0.026778	3450	0.174867	8	16
DBSCAN	EPS	791.2000	27	0.026627	3431	0.148692	9	18
DBSCAN	EPS	775.3000	29	0.045594	3446	0.141218	10	19
DBSCAN	EPS	759.4000	30	0.026063	3396	0.235166	9	21
DBSCAN	EPS	743.5000	31	0.025760	3428	0.141462	9	22
DBSCAN	EPS	727.6000	31	0.025562	3428	0.141462	9	22
DBSCAN	EPS	711.7000	32	0.027602	3427	0.141301	11	21
DBSCAN	EPS	695.8000	33	0.026175	3425	0.143106	12	21
DBSCAN	EPS	679.9000	34	0.025781	3424	0.133720	12	22
DBSCAN	EPS	664.0000	37	0.026413	3434	0.078018	14	23
Birch	N^o de grupos	18	18	0.360717	241	0.588868	0	18
Birch	N^o de grupos	19	19	0.360541	354	0.590728	0	19
Birch	N^o de grupos	20	20	0.359748	317	0.594157	0	20
Birch	N^o de grupos	21	21	0.359413	372	0.586917	0	21
Birch	N^o de grupos	22	22	0.359211	372	0.591165	0	22
Birch	N^o de grupos	23	23	0.360385	323	0.595446	0	23
Birch	N^o de grupos	24	24	0.360935	212	**0.595833**	0	24
Birch	N^o de grupos	25	25	0.360807	212	0.588267	0	25
Birch	N^o de grupos	26	26	0.361130	327	0.575036	0	26
Birch	N^o de grupos	27	27	0.359882	327	0.579275	0	27
Birch	N^o de grupos	28	28	0.360302	350	0.579766	0	28
Birch	N^o de grupos	29	29	0.360107	354	0.561154	0	29
Birch	N^o de grupos	30	30	0.360561	331	0.558844	0	30
Birch	N^o de grupos	31	31	0.359030	374	0.555808	0	31
Birch	N^o de grupos	32	32	0.403431	374	0.556672	1	31
Birch	N^o de grupos	33	33	0.358753	260	0.559349	1	32
Birch	N^o de grupos	34	34	0.362053	260	0.557027	1	33
Birch	N^o de grupos	35	35	0.359948	196	0.558836	1	34
Birch	N^o de grupos	36	36	0.359407	196	0.561272	1	35
Birch	N^o de grupos	37	37	0.359446	196	0.560146	1	36
Gaussian Mx.	N^o de componentes	18	18	0.269957	5115	0.413639	0	18
Gaussian Mx.	N^o de componentes	19	19	0.210799	5059	0.482913	0	19
Gaussian Mx.	N^o de componentes	20	20	0.217046	4657	0.501734	0	20
Gaussian Mx.	N^o de componentes	21	21	0.087262	1639	**0.562100**	0	21
Gaussian Mx.	N^o de componentes	22	22	0.119225	2630	0.516625	0	22
Gaussian Mx.	N^o de componentes	23	23	0.207498	2548	0.532055	1	22
Gaussian Mx.	N^o de componentes	24	24	0.145344	2405	0.530414	0	24
Gaussian Mx.	N^o de componentes	25	25	0.285648	3014	0.481308	0	25
Gaussian Mx.	N^o de componentes	26	26	0.126542	1792	0.554664	0	26
Gaussian Mx.	N^o de componentes	27	27	0.214746	2429	0.517047	0	27
Gaussian Mx.	N^o de componentes	28	28	0.171406	1410	0.526250	0	28
Gaussian Mx.	N^o de componentes	29	29	0.388256	2462	0.466809	0	29
Gaussian Mx.	N^o de componentes	30	30	0.171765	3164	0.484063	0	30
Gaussian Mx.	N^o de componentes	31	31	0.257121	2064	0.507746	1	30
Gaussian Mx.	N^o de componentes	32	32	0.364077	5209	0.482079	0	32
Gaussian Mx.	N^o de componentes	33	33	0.411894	3936	0.438020	0	33
Gaussian Mx.	N^o de componentes	34	34	0.315049	3091	0.466941	0	34
Gaussian Mx.	N^o de componentes	35	35	0.618190	3453	0.467757	1	34
Gaussian Mx.	N^o de componentes	36	36	0.253377	2535	0.479116	0	36
Gaussian Mx.	N^o de componentes	37	37	0.213680	1998	0.497192	1	36

(Continua)

Tabela B.1 - Continuação

Affinity Prop.	Damping	0.7925	32	20.551395	361	0.535254	0	32
Affinity Prop.	Damping	0.8019	34	17.463081	378	0.535286	0	34
Affinity Prop.	Damping	0.8113	34	19.067945	369	0.537687	0	34
Affinity Prop.	Damping	0.8206	34	17.337859	375	0.550620	0	34
Affinity Prop.	Damping	0.8300	33	14.512977	506	0.537350	0	33
Affinity Prop.	Damping	0.8394	33	19.371778	485	0.537096	0	33
Affinity Prop.	Damping	0.8488	33	19.292645	523	0.537607	0	33
Affinity Prop.	Damping	0.8581	32	21.380477	482	0.540278	0	32
Affinity Prop.	Damping	0.8675	32	23.302101	414	0.541621	0	32
Affinity Prop.	Damping	0.8769	32	25.460663	343	0.560284	0	32
Affinity Prop.	Damping	0.8863	33	25.678181	379	0.547128	0	33
Affinity Prop.	Damping	0.8956	33	26.922183	383	0.546624	0	33
Affinity Prop.	Damping	0.9050	31	27.953048	198	**0.569525**	0	31
Affinity Prop.	Damping	0.9144	33	30.031666	422	0.547376	0	33
Affinity Prop.	Damping	0.9238	33	33.015888	422	0.548706	0	33
Affinity Prop.	Damping	0.9331	31	22.772213	193	0.568489	0	31
Affinity Prop.	Damping	0.9425	31	25.657407	193	0.568489	0	31
Affinity Prop.	Damping	0.9519	31	29.654659	193	0.567383	0	31
Affinity Prop.	Damping	0.9613	31	35.969243	193	0.568489	0	31
Affinity Prop.	Damping	0.9706	31	47.057387	193	0.568489	0	31
SOM	H/W	5/4	19	17.672443	193	0.473638	0	19
SOM	H/W	4/5	19	17.890152	193	0.473638	0	19
SOM	H/W	5/5	24	21.880544	212	0.506665	1	23
SOM	H/W	6/5	29	26.485078	203	0.480843	2	27
SOM	H/W	5/6	29	26.224814	203	0.480843	2	27
SOM	H/W	6/6	35	31.231021	314	0.478152	3	32
SOM	H/W	6/4	23	22.881455	192	**0.511803**	0	23
SOM	H/W	4/6	23	22.531547	192	0.511803	0	23
X-Means	Intervalo (min,max)	18/38	23	0.051514	178	**0.551666**	0	23
X-Means Adpt	Intervalo (min,max)	18/38	37	0.079550	446	**0.471967**	6	31

ANEXO C - VALIDAÇÃO DOS MÉTODOS (ANÁLISE DE MODELAGENS PARA O PLANEJAMENTO DE ROTAS)

Abreviações da tabela:

M: Modelo, **Nm**:Número de marcos, **Dt**: Distância total em metros **Cr**: Somatório da (pontuação) chance de reconhecimento, **Rt**: Restrição específica do método, **Cv**: Valor para a restrição específica do método, **Z**: Valor da Função Objetivo, **At**: Autonomia do voo em segundos, **Ti**: Tempo para erros INS em segundos **Te**: Tempo de execução do método em segundos, **Modelo 1**: método da soma ponderada (minimização), **Modelo 2**: método ϵ-restrito (maximização), **Modelo 3**: (método ϵ-restrito (minimização)), **Modelo 4**: (Método uniobjetivo (minimização)), **SNF**: Solução não factível.

Na tabela os modelos que não apresentaram solução são explicitados em **Z** por **NS**. Já os modelos que geraram soluções, porém foram consideradas não factíveis são explicitados em **Z** por **SNF**.

Tabela C.1 - Resultados obtidos para as diferentes modelagens.

M	Nm	Dt	Cr	Rt	Cv	Z	At	Ti	Te
Modelo 1	50	797,575236	11,839862	None	None	**SNF**	900,0	18,0	0,044509
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	482,0	**NS**	900,0	18,0	0,008825
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	487,0	**NS**	900,0	18,0	0,007850
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	492,0	**NS**	900,0	18,0	0,010576
Modelo 2	50	493,045246	1.790693	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	497,0	1.790693	900,0	18,0	0,007875
Modelo 2	50	501,954411	2.121876	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	502,0	2.1218762	900,0	18,0	0,008612
Modelo 2	50	501,954411	2.121876	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	507,0	2.1218767	900,0	18,0	0,009807
Modelo 2	50	501,954411	2.121876	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	512,0	2.121876	900,0	18,0	0,008136
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	517,0	**NS**	900,0	18,0	0,009281
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	522,0	**NS**	900,0	18,0	0,008391
Modelo 2	50	523,885896	2.701716	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	527,0	2.701726	900,0	18,0	0,007896
Modelo 2	50	523,885896	2.701716	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	532,0	2.701716	900,0	18,0	0,008989
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	537,0	**NS**	900,0	18,0	0,008371
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	542,0	**NS**	900,0	18,0	0,008198
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	547,0	**NS**	900,0	18,0	0,009698
Modelo 2	50	548,342582	3.316625	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	552,0	3.316652	900,0	18,0	0,009680
Modelo 2	50	548,342582	3.316625	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	557,0	3.316651	900,0	18,0	0,009409
Modelo 2	50	548,342582	3.316625	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	562,0	3.316627	900,0	18,0	0,009114
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	652,0	**NS**	900,0	18,0	0,008011
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	657,0	**NS**	900,0	18,0	0,008039
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	662,0	**NS**	900,0	18,0	0,008112
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	667,0	**NS**	900,0	18,0	0,008393
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	672,0	**NS**	900,0	18,0	0,007936
Modelo 2	50	674,066840	5.353249	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	677,0	5.353249	900,0	18,0	0,007997
Modelo 2	50	674,066840	5.353249	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	682,0	5.3531909	900,0	18,0	0,008148
Modelo 2	50	674,066840	5.353249	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	687,0	5.352149	900,0	18,0	0,008085
Modelo 2	50	674,066840	5.353249	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	692,0	5.3532009	900,0	18,0	0,008048
Modelo 2	50	674,066840	5.353249	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	697,0	5.353249	900,0	18,0	0,008153

(Continua)

Tabela C.1 - Continuação

Modelo 2	50	674,066840	5.353249	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	702,0	5.352259	900,0	18,0	0,008182
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	707,0	**NS**	900,0	18,0	0,008388
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	712,0	**NS**	900,0	18,0	0,008160
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	717,0	**NS**	900,0	18,0	0,008154
Modelo 2	50	-	-	$C_i x_{ij} \leq$ **Cv**	722,0	**NS**	900,0	18,0	0,008087
Modelo 3	50	-	-	$C_i Pi \geq$ **Cv**	17	**NS**	900,0	18,0	0,029737
Modelo 3	50	493,045246	1.790693	$C_i Pi \geq$ **Cv**	1,9	493,0452459	900,0	18,0	0,038441
Modelo 3	50	501,954411	2.121876	$C_i Pi \geq$ **Cv**	2,1	501,365914	900,0	18,0	0,008721
Modelo 3	50	-	-	$C_i Pi \geq$ **Cv**	2,3	**NS**	900,0	18,0	0,007864
Modelo 3	50	-	-	$C_i Pi \geq$ **Cv**	2,5	**NS**	900,0	18,0	0,009315
Modelo 3	50	523,885896	2.701716	$C_i Pi \geq$ **Cv**	2,7	523,8797019	900,0	18,0	0,007753
Modelo 3	50	-	-	$C_i Pi \geq$ **Cv**	2,9	**NS**	900,0	18,0	0,008035
Modelo 3	50	548,342582	3.316625	$C_i Pi \geq$ **Cv**	3,1	548,326783	900,0	18,0	0,007964
Modelo 3	50	548,342582	3.3166250	$C_i Pi \geq$ **Cv**	3,3	547,681359	900,0	18,0	0,008001
Modelo 3	50	-	-	$C_i Pi \geq$ **Cv**	3,5	**NS**	900,0	18,0	0,008054
Modelo Proposto	50	588,520263	3.4279236	None	None	11802,411531	900,0	18,0	0,038457

ANEXO D - VALIDAÇÃO DOS MÉTODOS (ANÁLISE DETALHADA DOS MODELOS)

Abreviações da tabela:

M: Modelo, **Nm**:Número de marcos, **Dt**: Distância total em metros **Cr**: Somatório da (pontuação) chance de reconhecimento, **Rt**: Restrição específica do método, **Cv**: Valor para a restrição específica do método, **Z**: Valor da Função Objetivo, **At**: Autonomia do voo em segundos, **Ti**: Tempo para erros INS em segundos **Te**: Tempo de execução do método em segundos, **M2**: método ϵ-restrito (maximização), **MP**: Modelo proposto (Método mono objetivo (minimização)), **SNF**: Solução não factível. **Av**: Altura do voo, **Ac**: Ângulo de abertura da câmera, **Pp**: Ponto de partida, **Pc**: Ponto de chegada.

Na tabela, os modelos que não apresentaram solução são explicitados em **Z** por **NS**. Já os modelos que geraram soluções, porém foram consideradas não factíveis são explicitados em **Z** por **SNF**. Para facilitar a apresentação dos experimentos os valores de **Pc** e **Pp** são definidos da seguinte forma:

- p1 $= (E_1, N_1) = (412499, 7428190)$
- p2 $= (E_2, N_2) = (412481, 7428590)$
- p3 $= (E_3, N_3) = (412249, 742860)$

Tabela D.1 - Resultados obtidos para análise aprofundada do **Modelo 2** e do **Modelo 4**.

M	Pp	Pc	Av	Ac	Nm	Dt	Cr	Rt	Cv	Z	At	Ti	Te
MP	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	None	0	13125,568960	900	18	0,010938
M2	p1	p2	80m	60°	28	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	481	**NS**	900	18	0,004320
M2	p1	p2	80m	60°	28	484,945774	1,189375	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	485	1,183407	900	18	0,001656
M2	p1	p2	80m	60°	28	488,983114	1,550902	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	489	1,550122	900	18	0,001876
M2	p1	p2	80m	60°	28	488,983114	1,550902	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	493	1,552672	900	18	0,002199
M2	p1	p2	80m	60°	28	488,983114	1,550902	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	497	1,550702	900	18	0,001739
M2	p1	p2	80m	60°	28	488,983114	1,550902	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	501	1,550831	900	18	0,001779
M2	p1	p2	80m	60°	28	488,983114	1,550902	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	505	1,553102	900	18	0,002477
M2	p1	p2	80m	60°	28	488,983114	1,550902	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	509	1,550857	900	18	0,001788
M2	p1	p2	80m	60°	28	488,983114	1,550902	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	513	1,550121	900	18	0,002350
M2	p1	p2	80m	60°	28	488,983114	1,550902	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	517	1,551563	900	18	0,004140
M2	p1	p2	80m	60°	28	488,983114	1,550902	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	521	1,550561	900	18	0,001723
M2	p1	p2	80m	60°	28	488,983114	1,550902	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	525	1,550124	900	18	0,002254
M2	p1	p2	80m	60°	28	488,983114	1,550902	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	529	1,550617	900	18	0,001876
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	533	2,365025	900	18	0,001742
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	537	2,360755	900	18	0,001734

(Continua)

Tabela D.1 - Continuação

M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	541	2,360486	900	18	0,001779
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	545	2,363216	900	18	0,001778
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	549	2,365947	900	18	0,001783
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	553	2,368677	900	18	0,001769
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	557	2,364081	900	18	0,001746
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	561	2,360138	900	18	0,001801
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	565	2,363869	900	18	0,001766
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	569	2,369599	900	18	0,001800
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	573	2,370330	900	18	0,001776
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	577	2,373060	900	18	0,001877
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	581	2,376791	900	18	0,001781
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	585	2,378052	900	18	0,001773
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	589	2,378335	900	18	0,001743
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	593	2,380598	900	18	0,002317
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	597	2,380871	900	18	0,001766
M2	p1	p2	80m	60°	28	532,325843	2,369508	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	601	2,368944	900	18	0,001803
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	605	2,936998	900	18	0,001858
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	609	2,970825	900	18	0,001771
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	613	2,971059	900	18	0,002252
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	617	2,929216	900	18	0,001824
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	621	2,952495	900	18	0,001850
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	625	2,975773	900	18	0,001814
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	629	2,979905	900	18	0,001781
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	633	2,932233	900	18	0,002179
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	637	2,956095	900	18	0,001752
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	641	2,968888	900	18	0,001761
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	645	2,962167	900	18	0,001750
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	649	2,975445	900	18	0,001743
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	653	2,988724	900	18	0,002080
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	657	2,996200	900	18	0,002278
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	661	2,993528	900	18	0,001734
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	665	2,994856	900	18	0,001741
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	669	2,995331	900	18	0,001756
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	673	2,995511	900	18	0,001766
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	677	2,996739	900	18	0,001798
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	681	2,997674	900	18	0,002133
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	685	2,997853	900	18	0,002234
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	689	2,998482	900	18	0,001747
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	693	2,998710	900	18	0,002146
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	697	2,999189	900	18	0,001769
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	701	2,999518	900	18	0,001771
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	705	2,999841	900	18	0,001763
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	709	3,000125	900	18	0,002201
M2	p1	p2	80m	60°	28	602,971409	2,947574	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	713	3,001879	900	18	0,001856
M2	p1	p2	80m	60°	28	717,406166	4,253708	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	717	4,2302118	900	18	0,002290
M2	p1	p2	80m	60°	28	717,406166	4,253708	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	721	4,300346	900	18	0,001822
MP	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	None	0	12089,958317	900	18	0,008160
M2	p1	p2	100m	40°	40	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	481	**NS**	900	18	0,003789
M2	p1	p2	100m	40°	40	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	485	**NS**	900	18	0,003675
M2	p1	p2	100m	40°	40	489,972509	1,053232	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	489	1,04742	900	18	0,003652
M2	p1	p2	100m	40°	40	492,086848	1,391480	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	493	1,75084	900	18	0,004399
M2	p1	p2	100m	40°	40	494,908260	1,744835	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	497	1,77849	900	18	0,004160

(Continua)

Tabela D.1 - Continuação

M2	p1	p2	100m	40°	40	494,908260	1,744835	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	501	1,78428	900	18	0,004383
M2	p1	p2	100m	40°	40	494,908260	1,744835	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	505	1,79072	900	18	0,004164
M2	p1	p2	100m	40°	40	494,908260	1,744835	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	509	1,79716	900	18	0,004256
M2	p1	p2	100m	40°	40	494,908260	1,744835	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	513	1,80359	900	18	0,004458
M2	p1	p2	100m	40°	40	494,908260	1,744835	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	517	1,81003	900	18	0,004290
M2	p1	p2	100m	40°	40	494,908260	1,744835	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	521	1,71647	900	18	0,004329
M2	p1	p2	100m	40°	40	494,908260	1,744835	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	525	1,82290	900	18	0,004272
M2	p1	p2	100m	40°	40	494,908260	1,744835	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	529	1,72934	900	18	0,004329
M2	p1	p2	100m	40°	40	534,055198	2,374808	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	533	2,35782	900	18	0,004149
M2	p1	p2	100m	40°	40	534,055198	2,374808	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	537	2,36527	900	18	0,004329
M2	p1	p2	100m	40°	40	534,055198	2,374808	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	541	2,37024	900	18	0,004308
M2	p1	p2	100m	40°	40	534,055198	2,374808	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	545	2,37525	900	18	0,004319
M2	p1	p2	100m	40°	40	534,055198	2,374808	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	553	2,380162	900	18	0,004299
M2	p1	p2	100m	40°	40	534,055198	2,374808	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	557	2,382001	900	18	0,004280
M2	p1	p2	100m	40°	40	534,055198	2,374808	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	561	2,390107	900	18	0,004421
M2	p1	p2	100m	40°	40	534,055198	2,374808	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	565	2,395007	900	18	0,004391
M2	p1	p2	100m	40°	40	534,055198	2,374808	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	569	2,398046	900	18	0,004313
M2	p1	p2	100m	40°	40	534,055198	2,374808	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	573	2,399117	900	18	0,004406
M2	p1	p2	100m	40°	40	534,055198	2,374808	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	577	2,409880	900	18	0,005057
M2	p1	p2	100m	40°	40	534,055198	2,374808	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	581	2,419959	900	18	0,004287
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	585	3,071150	900	18	0,004170
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	589	3,010422	900	18	0,004490
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	593	3,013729	900	18	0,004561
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	597	3,017036	900	18	0,004279
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	601	3,020344	900	18	0,004205
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	605	3,023651	900	18	0,004266
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	609	3,026958	900	18	0,004270
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	613	3,030266	900	18	0,004335
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	617	3,033573	900	18	0,004655
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	621	3,036880	900	18	0,004316
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	625	3,040188	900	18	0,004335
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	629	3,043495	900	18	0,004357
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	633	3,046802	900	18	0,004247
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	637	3,050110	900	18	0,004292
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	641	3,053417	900	18	0,004254
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	645	3,056724	900	18	0,004234
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	649	3,060032	900	18	0,004409
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	653	3,063394	900	18	0,004963
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	657	3,066647	900	18	0,004223
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	661	3,069950	900	18	0,004185
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	665	3,073213	900	18	0,004223
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	669	3,076568	900	18	0,004262
M2	p1	p2	100m	40°	40	584,309461	3,065440	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	673	3,079860	900	18	0,004634
M2	p1	p2	100m	40°	40	676,187568	3,825116	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	677	3,831711	900	18	0,004280
M2	p1	p2	100m	40°	40	676,187568	3,825116	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	681	3,864185	900	18	0,004298
M2	p1	p2	100m	40°	40	676,187568	3,825116	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	685	3,896659	900	18	0,004311
M2	p1	p2	100m	40°	40	676,187568	3,825116	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	689	3,929133	900	18	0,004285
M2	p1	p2	100m	40°	40	676,187568	3,825116	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	693	3,961606	900	18	0,004112
M2	p1	p2	100m	40°	40	676,187568	3,825116	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	697	3,994080	900	18	0,005489
M2	p1	p2	100m	40°	40	702,180916	4,198510	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	701	4,102554	900	18	0,004325
M2	p1	p2	100m	40°	40	702,180916	4,198510	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	705	4,105928	900	18	0,005344
M2	p1	p2	100m	40°	40	702,180916	4,198510	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	709	4,109152	900	18	0,004272

(Continua)

Tabela D.1 - Continuação

M2	p1	p2	100m	40°	40	702,180916	4,198510	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	713	4,123975	900	18	0,004445
M2	p1	p2	100m	40°	40	702,180916	4,198510	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	717	4,156449	900	18	0,004293
M2	p1	p2	100m	40°	40	702,180916	4,198510	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	721	4,188923	900	18	0,004363
MP	p1	p2	40m	60°	69	578,242865	3,748324	None	0	11031,898102	900	18	0,020149
M2	p1	p2	40m	60°	69	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	481	**NS**	900	18	0,021440
M2	p1	p2	40m	60°	69	482,405257	1,096209	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	485	1,092483	900	18	0,023465
M2	p1	p2	40m	60°	69	482,405257	1,096209	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	489	1,096282	900	18	0,020957
M2	p1	p2	40m	60°	69	482,405257	1,096209	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	493	1,103237	900	18	0,021876
M2	p1	p2	40m	60°	69	494,306337	2,147801	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	497	2,121146	900	18	0,021604
M2	p1	p2	40m	60°	69	494,306337	2,147801	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	501	2,132726	900	18	0,024351
M2	p1	p2	40m	60°	69	494,306337	2,147801	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	505	2,145306	900	18	0,021164
M2	p1	p2	40m	60°	69	508,854302	2,484514	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	509	2,487209	900	18	0,022340
M2	p1	p2	40m	60°	69	508,854302	2,484514	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	513	2,488127	900	18	0,018141
M2	p1	p2	40m	60°	69	516,486767	2,625710	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	517	2,623520	900	18	0,022695
M2	p1	p2	40m	60°	69	516,486767	2,625710	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	521	2,623707	900	18	0,018699
M2	p1	p2	40m	60°	69	516,486767	2,625710	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	525	2,623780	900	18	0,018879
M2	p1	p2	40m	60°	69	516,486767	2,625710	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	529	2,623853	900	18	0,025238
M2	p1	p2	40m	60°	69	516,486767	2,625710	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	533	2,623926	900	18	0,021217
M2	p1	p2	40m	60°	69	516,486767	2,625710	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	537	2,623999	900	18	0,018887
M2	p1	p2	40m	60°	69	516,486767	2,625710	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	541	2,624023	900	18	0,022317
M2	p1	p2	40m	60°	69	516,486767	2,625710	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	545	2,614257	900	18	0,025395
M2	p1	p2	40m	60°	69	516,486767	2,625710	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	549	2,628142	900	18	0,022367
M2	p1	p2	40m	60°	69	516,486767	2,625710	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	553	2,629275	900	18	0,021781
M2	p1	p2	40m	60°	69	555,944107	3,344673	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	557	3,346378	900	18	0,022004
M2	p1	p2	40m	60°	69	555,944107	3,344673	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	561	3,346945	900	18	0,020529
M2	p1	p2	40m	60°	69	555,944107	3,344673	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	565	3,347086	900	18	0,022480
M2	p1	p2	40m	60°	69	555,944107	3,344673	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	569	3,348101	900	18	0,021787
M2	p1	p2	40m	60°	69	555,944107	3,344673	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	573	3,349341	900	18	0,023586
M2	p1	p2	40m	60°	69	555,944107	3,344673	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	577	3,352582	900	18	0,018408
M2	p1	p2	40m	60°	69	578,242865	3,748324	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	581	3,735853	900	18	0,020288
M2	p1	p2	40m	60°	69	578,242865	3,748324	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	585	3,748553	900	18	0,018533
M2	p1	p2	40m	60°	69	578,242865	3,748324	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	593	3,749753	900	18	0,022215
M2	p1	p2	40m	60°	69	578,242865	3,748324	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	589	3,749914	900	18	0,021393
M2	p1	p2	40m	60°	69	578,242865	3,748324	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	597	3,750373	900	18	0,019884
M2	p1	p2	40m	60°	69	578,242865	3,748324	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	601	3,752454	900	18	0,018623
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	605	3,761054	900	18	0,021961
M2	p1	p2	40m	60°	69	578,242865	3,748324	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	609	3,764755	900	18	0,018799
M2	p1	p2	40m	60°	69	578,242865	3,748324	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	613	3,766554	900	18	0,018673
M2	p1	p2	40m	60°	69	578,242865	3,748324	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	617	3,767154	900	18	0,021310
M2	p1	p2	40m	60°	69	578,242865	3,748324	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	621	3,767854	900	18	0,021727
M2	p1	p2	40m	60°	69	578,242865	3,748324	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	625	3,769554	900	18	0,022417
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	629	4,531254	900	18	0,024314
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	633	4,584942	900	18	0,022117
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	637	4,563347	900	18	0,018139
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	641	4,568200	900	18	0,020714
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	645	4,573053	900	18	0,020827
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	649	4,577906	900	18	0,022060
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	653	4,582760	900	18	0,018992
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	657	4,587613	900	18	0,021662
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	661	4,592466	900	18	0,019171
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	665	4,597319	900	18	0,021155
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	669	4,602172	900	18	0,022376

(Continua)

Tabela D.1 - Continuação

M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	673	4,607025	900	18	0,018423
M2	p1	p2	40m	60°	69	630,566446	4,555416	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	677	4,611878	900	18	0,023721
M2	p1	p2	40m	60°	69	681,683144	5,175608	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	681	5,167320	900	18	0,022233
M2	p1	p2	40m	60°	69	681,683144	5,175608	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	685	5,175014	900	18	0,018585
M2	p1	p2	40m	60°	69	681,683144	5,175608	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	689	5,201403	900	18	0,018208
M2	p1	p2	40m	60°	69	681,683144	5,175608	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	693	5,208306	900	18	0,018862
M2	p1	p2	40m	60°	69	681,683144	5,175608	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	697	5,215529	900	18	0,018668
M2	p1	p2	40m	60°	69	681,683144	5,175608	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	701	5,219115	900	18	0,020844
M2	p1	p2	40m	60°	69	681,683144	5,175608	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	705	5,219514	900	18	0,022052
M2	p1	p2	40m	60°	69	681,683144	5,175608	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	709	5,220916	900	18	0,023904
M2	p1	p2	40m	60°	69	681,683144	5,175608	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	713	5,221542	900	18	0,021075
M2	p1	p2	40m	60°	69	681,683144	5,175608	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	717	5,221897	900	18	0,019264
M2	p1	p2	40m	60°	69	681,683144	5,175608	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	721	5,223662	900	18	0,021422
MP	p3	p1	80m	60°	28	500,498989	2,227681	None	None	12165,823534	900	18	0,001642
M2	p3	p1	80m	60°	28	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	399	**NS**	900	18	0,001713
M2	p3	p1	80m	60°	28	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	402	**NS**	900	18	0,002061
M2	p3	p1	80m	60°	28	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	405	**NS**	900	18	0,001610
M2	p3	p1	80m	60°	28	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	408	**NS**	900	18	0,001618
M2	p3	p1	80m	60°	28	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	411	**NS**	900	18	0,001934
M2	p3	p1	80m	60°	28	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	414	**NS**	900	18	0,001613
M2	p3	p1	80m	60°	28	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	417	**NS**	900	18	0,001590
M2	p3	p1	80m	60°	28	422,045869	0,902143	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	420	0,897770	900	18	0,001605
M2	p3	p1	80m	60°	28	422,045869	0,902143	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	423	0,902596	900	18	0,001765
M2	p3	p1	80m	60°	28	425,640264	1,180245	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	426	1,189283	900	18	0,001730
M2	p3	p1	80m	60°	28	425,640264	1,180245	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	429	1,189779	900	18	0,001737
M2	p3	p1	80m	60°	28	435,973561	1,541773	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	432	1,454902	900	18	0,001736
M2	p3	p1	80m	60°	28	435,973561	1,541773	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	435	1,549771	900	18	0,001718
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	438	1,580985	900	18	0,001736
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	441	1,583469	900	18	0,001703
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	444	1,584535	900	18	0,002306
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	447	1,587724	900	18	0,002201
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	450	1,589139	900	18	0,001715
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	453	1,590042	900	18	0,001719
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	456	1,590090	900	18	0,001758
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	459	1,590011	900	18	0,001700
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	462	1,591003	900	18	0,001711
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	465	1,592859	900	18	0,001736
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	468	1,592948	900	18	0,001737
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	471	1,593237	900	18	0,001727
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	474	1,596426	900	18	0,001730
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	477	1,599615	900	18	0,001733
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	480	1,600194	900	18	0,002145
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	483	1,605993	900	18	0,001749
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	486	1,601821	900	18	0,001761
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	489	1,602371	900	18	0,001698
M2	p3	p1	80m	60°	28	438,068152	1,582303	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	492	1,605560	900	18	0,001730
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	495	2,187492	900	18	0,001714
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	498	2,219382	900	18	0,001729
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	501	2,251272	900	18	0,001732
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	504	2,262720	900	18	0,001794
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	507	2,263042	900	18	0,002336
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	510	2,263288	900	18	0,001658

(Continua)

Tabela D.1 - Continuação

M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	513	2,263533	900	18	0,001837
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	516	2,263779	900	18	0,001772
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	519	2,264024	900	18	0,002051
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	522	2,264270	900	18	0,001741
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	525	2,264515	900	18	0,001753
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	528	2,267610	900	18	0,001749
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	531	2,268065	900	18	0,001745
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	534	2,268254	900	18	0,002295
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	537	2,268975	900	18	0,001719
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	540	2,269295	900	18	0,001810
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	543	2,269843	900	18	0,001757
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	546	2,269950	900	18	0,001763
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	549	2,267084	900	18	0,002151
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	552	2,272104	900	18	0,002241
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	555	2,272123	900	18	0,001761
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	558	2,272158	900	18	0,001981
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	561	2,272461	900	18	0,001751
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	564	2,272706	900	18	0,001719
M2	p3	p1	80m	60°	28	502,593580	2,268212	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	567	2,272952	900	18	0,002239
M2	p3	p1	80m	60°	28	573,239145	2,846278	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	570	2,819773	900	18	0,001989
M2	p3	p1	80m	60°	28	573,239145	2,846278	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	573	2,844321	900	18	0,002137
M2	p3	p1	80m	60°	28	573,239145	2,846278	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	576	2,846786	900	18	0,001736
M2	p3	p1	80m	60°	28	573,239145	2,846278	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	579	2,849131	900	18	0,002225
M2	p3	p1	80m	60°	28	573,239145	2,846278	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	582	2,851476	900	18	0,001707
M2	p3	p1	80m	60°	28	573,239145	2,846278	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	585	2,853821	900	18	0,001804
M2	p3	p1	80m	60°	28	573,239145	2,846278	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	588	2,856167	900	18	0,001876
M2	p3	p1	80m	60°	28	573,239145	2,846278	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	591	2,858512	900	18	0,002167
M2	p3	p1	80m	60°	28	573,239145	2,846278	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	594	2,860857	900	18	0,001896
M2	p3	p1	80m	60°	28	573,239145	2,846278	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	597	2,863202	900	18	0,001764
MP	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,71346None	None	0	9652,974217	900	18	0,003633
M2	p3	p1	100m	40°	40	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	399	**NS**	900	18	0,003684
M2	p3	p1	100m	40°	40	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	402	**NS**	900	18	0,004832
M2	p3	p1	100m	40°	40	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	405	**NS**	900	18	0,004562
M2	p3	p1	100m	40°	40	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	408	**NS**	900	18	0,003684
M2	p3	p1	100m	40°	40	410,258025	0,822335	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	411	0,822881	900	18	0,003954
M2	p3	p1	100m	40°	40	410,258025	0,822335	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	414	0,831478	900	18	0,004797
M2	p3	p1	100m	40°	40	415,101418	1,243715	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	417	1,232914	900	18	0,004053
M2	p3	p1	100m	40°	40	415,101418	1,243715	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	420	1,246413	900	18	0,003990
M2	p3	p1	100m	40°	40	421,495597	1,531435	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	423	1,535637	900	18	0,004675
M2	p3	p1	100m	40°	40	421,495597	1,531435	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	426	1,536281	900	18	0,003955
M2	p3	p1	100m	40°	40	421,495597	1,531435	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	429	1,543692	900	18	0,003994
M2	p3	p1	100m	40°	40	421,495597	1,531435	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	432	1,547569	900	18	0,004018
M2	p3	p1	100m	40°	40	421,495597	1,531435	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	435	1,548213	900	18	0,004009
M2	p3	p1	100m	40°	40	437,251983	1,869683	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	438	1,688312	900	18	0,004120
M2	p3	p1	100m	40°	40	437,251983	1,869683	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	441	1,693703	900	18	0,004965
M2	p3	p1	100m	40°	40	437,251983	1,869683	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	444	1,699093	900	18	0,004786
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	447	2,104484	900	18	0,004114
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	450	2,109874	900	18	0,005312
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	453	2,114245	900	18	0,004773
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	456	2,118106	900	18	0,004675
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	459	2,121967	900	18	0,004034
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	462	2,125827	900	18	0,004142

(Continua)

Tabela D.1 - Continuação

M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	465	2,129688	900	18	0,004520
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	468	2,133549	900	18	0,004099
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	471	2,137410	900	18	0,004045
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	474	2,141270	900	18	0,004155
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	477	2,145131	900	18	0,004060
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	480	2,148992	900	18	0,004264
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	483	2,152852	900	18	0,004008
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	486	2,156713	900	18	0,004052
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	489	2,160574	900	18	0,004379
M2	p3	p1	100m	40°	40	451,000164	2,116721	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	492	2,164435	900	18	0,004404
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	495	2,682958	900	18	0,010882
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	498	2,698667	900	18	0,004275
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	501	2,714347	900	18	0,005090
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	504	2,716827	900	18	0,004325
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	507	2,719308	900	18	0,004301
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	510	2,720817	900	18	0,004289
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	513	2,720842	900	18	0,004290
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	516	2,720867	900	18	0,005155
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	519	2,720892	900	18	0,004300
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	522	2,720917	900	18	0,004810
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	525	2,720941	900	18	0,005610
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	528	2,720966	900	18	0,004282
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	531	2,720991	900	18	0,004579
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	534	2,721301	900	18	0,004170
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	537	2,721304	900	18	0,004976
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	540	2,721306	900	18	0,004406
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	543	2,730907	900	18	0,004299
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	546	2,731155	900	18	0,005436
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	549	2,731403	900	18	0,004272
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	552	2,731651	900	18	0,004353
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	555	2,731899	900	18	0,005579
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	558	2,732147	900	18	0,004303
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	561	2,732395	900	18	0,004273
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	564	2,732643	900	18	0,004246
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	567	2,732891	900	18	0,005251
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	570	2,733139	900	18	0,004308
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	573	2,733387	900	18	0,004971
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	576	2,733635	900	18	0,004419
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	579	2,733883	900	18	0,004314
M2	p3	p1	100m	40°	40	497,370177	2,713460	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	582	2,734132	900	18	0,004347
M2	p3	p1	100m	40°	40	589,248284	3,473135	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	585	3,438009	900	18	0,005525
M2	p3	p1	100m	40°	40	589,248284	3,473135	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	588	3,462814	900	18	0,004309
M2	p3	p1	100m	40°	40	589,248284	3,473135	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	591	3,486383	900	18	0,005335
M2	p3	p1	100m	40°	40	589,248284	3,473135	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	594	3,509072	900	18	0,004362
M2	p3	p1	100m	40°	40	589,248284	3,473135	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	597	3,531760	900	18	0,004355
MP	p3	p1	60m	40°	69	479,000569	3,064704	None	0	9422,159936	900	18	0,018247
M2	p3	p1	60m	40°	69	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	399	**NS**	900	18	0,018195
M2	p3	p1	60m	40°	69	-	-	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	402	**NS**	900	18	0,021383
M2	p3	p1	60m	40°	69	404,772413	1,154658	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	405	1,158354	900	18	0,019669
M2	p3	p1	60m	40°	69	408,679164	1,635943	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	408	1,574418	900	18	0,017768
M2	p3	p1	60m	40°	69	411,096810	1,761156	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	411	1,756142	900	18	0,020545
M2	p3	p1	60m	40°	69	411,096810	1,761156	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	414	1,778414	900	18	0,021850

(Continua)

Tabela D.1 - Continuação

M2	p3	p1	60m	40°	69	411,096810	1,761156	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	417	1,799582	900	18	0,026461
M2	p3	p1	60m	40°	69	427,197562	2,411455	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	423	2,241918	900	18	0,020098
M2	p3	p1	60m	40°	69	427,197562	2,411455	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	426	2,363086	900	18	0,017668
M2	p3	p1	60m	40°	69	427,197562	2,411455	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	429	2,463232	900	18	0,021999
M2	p3	p1	60m	40°	69	432,145549	2,553591	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	432	2,549410	900	18	0,021112
M2	p3	p1	60m	40°	69	432,145549	2,553591	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	435	2,560639	900	18	0,019506
M2	p3	p1	60m	40°	69	439,778014	2,694788	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	438	2,566189	900	18	0,019497
M2	p3	p1	60m	40°	69	439,778014	2,694788	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	441	2,571690	900	18	0,022795
M2	p3	p1	60m	40°	69	439,778014	2,694788	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	444	2,577121	900	18	0,020636
M2	p3	p1	60m	40°	69	439,778014	2,694788	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	447	2,582552	900	18	0,022340
M2	p3	p1	60m	40°	69	439,778014	2,694788	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	450	2,587982	900	18	0,022316
M2	p3	p1	60m	40°	69	439,778014	2,694788	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	453	2,589343	900	18	0,018126
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	456	2,988438	900	18	0,017281
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	459	3,042744	900	18	0,018752
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	462	3,097050	900	18	0,020599
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	465	3,014353	900	18	0,018446
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	468	3,018980	900	18	0,020203
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	471	3,023608	900	18	0,020690
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	474	3,028235	900	18	0,026844
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	477	3,032863	900	18	0,023373
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	480	3,037490	900	18	0,020501
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	483	3,042118	900	18	0,022066
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	486	3,046745	900	18	0,020717
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	489	3,051371	900	18	0,019702
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	492	3,056000	900	18	0,022749
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	495	3,056062	900	18	0,021155
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	498	3,056525	900	18	0,019373
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	501	3,056988	900	18	0,022589
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	504	3,057451	900	18	0,024007
M2	p3	p1	60m	40°	69	462,076772	3,098439	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	507	3,057913	900	18	0,022359
M2	p3	p1	60m	40°	69	514,400354	3,905531	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	510	3,837656	900	18	0,022375
M2	p3	p1	60m	40°	69	514,400354	3,905531	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	513	3,883931	900	18	0,019101
M2	p3	p1	60m	40°	69	514,400354	3,905531	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	516	3,8924940	900	18	0,021468
M2	p3	p1	60m	40°	69	514,400354	3,905531	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	519	3,8961338	900	18	0,022061
M2	p3	p1	60m	40°	69	514,400354	3,905531	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	522	3,8997737	900	18	0,019581
M2	p3	p1	60m	40°	69	514,400354	3,905531	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	525	3,9034135	900	18	0,022912
M2	p3	p1	60m	40°	69	514,400354	3,905531	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	528	3,9070534	900	18	0,020107
M2	p3	p1	60m	40°	69	514,400354	3,905531	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	531	3,9106933	900	18	0,023212
M2	p3	p1	60m	40°	69	514,400354	3,905531	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	534	3,9143331	900	18	0,022280
M2	p3	p1	60m	40°	69	514,400354	3,905531	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	537	3,9179730	900	18	0,020452
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	540	4,216128	900	18	0,023799
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	543	4,252527	900	18	0,021202
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	546	4,288926	900	18	0,018987
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	549	4,325324	900	18	0,027615
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	552	4,361723	900	18	0,019897
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	555	4,398121	900	18	0,022610
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	558	4,434520	900	18	0,022573
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	561	4,470919	900	18	0,020170
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	564	4,507317	900	18	0,020983
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	567	4,543112	900	18	0,020735
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	570	4,578289	900	18	0,022834
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	573	4,613466	900	18	0,019281

(Continua)

Tabela D.1 - Continuação

M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	576	4,648643	900	18	0,020932
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	579	4,683820	900	18	0,020940
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	582	4,718997	900	18	0,021713
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	585	4,754174	900	18	0,022322
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	588	4,789351	900	18	0,022583
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	591	4,824528	900	18	0,019166
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	594	4,859705	900	18	0,021909
M2	p3	p1	60m	40°	69	565,517051	4,525723	$C_i x_{ij} \leq$**Cv**	597	4,894882	900	18	0,023051