MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/05.06.15.47-TDI

ESTUDO DO CONTROLE AERODINÂMICO DO VETOR EMPUXO EM UMA TUBEIRA AXISSIMÉTRICA

Daniel Resemini

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Combustão e Propulsão, orientada pelo Dr. Fernando de Souza Costa, aprovada em 25 de abril de 2019.

URL do documento original:
<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3T9526E>

INPE
São José dos Campos
2019

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Gabinete do Diretor (GBDIR)
Serviço de Informação e Documentação (SESID)
CEP 12.227-010
São José dos Campos - SP - Brasil
Tel.:(012) 3208-6923/7348
E-mail: pubtc@inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):

Presidente:

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CGCPT)

Membros:

Dra. Carina Barros Mello - Coordenação de Laboratórios Associados (COCTE)

Dr. Alisson Dal Lago - Coordenação-Geral de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CGCEA)

Dr. Evandro Albiach Branco - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (COCST)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia e Tecnologia Espacial (CGETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação-Geral de Observação da Terra (CGOBT)

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação - (CPG)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Ivone Martins - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

Cauê Silva Fróes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/05.06.15.47-TDI

ESTUDO DO CONTROLE AERODINÂMICO DO VETOR EMPUXO EM UMA TUBEIRA AXISSIMÉTRICA

Daniel Resemini

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Combustão e Propulsão, orientada pelo Dr. Fernando de Souza Costa, aprovada em 25 de abril de 2019.

URL do documento original:
<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3T9526E>

INPE
São José dos Campos
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Resemini, Daniel.

R311e Estudo do controle aerodinâmico do vetor empuxo em uma tubeira axissimétrica / Daniel Resemini. – São José dos Campos : INPE, 2019.

xxviii + 135 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/05.06.15.47-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Combustão e Propulsão) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2019.

Orientador : Dr. Fernando de Souza Costa.

1. Propulsão de foguete. 2. Controle da vetoração de empuxo. 3. Arduino. 4. Nitrato de potássio. I.Título.

CDU 629.76:629.7.03

Esta obra foi licenciada sob uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada.

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License.

Aluno (a): ***Daniel Resemini***

Título: **"ESTUDO DO CONTROLE AERODINÂMICO DO VETOR EMPUXO EM UMA TUBEIRA AXISSIMÉTRICA"**

Aprovado (a) pela Banca Examinadora em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de ***Mestre*** em

Engenharia e Tecnologia Espaciais/Combustão e Propulsão

Dr. Fernando de Souza Costa

Presidente / Orientador(a) / INPE / Cachoeira Paulista - SP

( ) Participação por Video - Conferência

(X) Aprovado ( ) Reprovado

Dr. Rodrigo Intini Marques

Membro da Banca / INPE / Cachoeira Paulista - SP

( ) Participação por Video - Conferência

(X) Aprovado ( ) Reprovado

Dr. Leonardo Henrique Gouvêa

Convidado(a) / ITA/CTA / São José dos Campos - SP

( ) Participação por Video - Conferência

(X) Aprovado ( ) Reprovado

Este trabalho foi aprovado por:

( ) maioria simples

(X) unanimidade

São José dos Campos, 25 de abril de 2019

“Quem ousa, vence”.

Aos meus dois amores Luiz Fernando Resemini e Ana Duarte, pelo carinho e companheirismo.

AGRADECIMENTOS

A minha mãe Nelmen e minha madrinha Vera pelo apoio em todos esses anos.

Ao meu orientador, Dr. Fernando de Souza Costa, por sempre acreditar em mim e ter paciência comigo.

Ao meu colega de pós-graduação, Lucas Vinícius de Souza, pela enorme ajuda.

Aos técnicos da oficina mecânica que tanto me ajudaram.

Aos funcionários do alojamento que sempre me trataram tão bem.

Aos guardas do INPE, em especial ao Paulo e ao Wagner, pela amizade.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro.

RESUMO

Sistemas de controle do vetor empuxo são essenciais para a colocação de cargas úteis em órbita, aterrissagem e reutilização de foguetes, para alcançar alvos militares entre outros. Este trabalho apresenta um estudo de um sistema de controle do vetor de empuxo para um motor-foguete a propelente sólido, utilizando aerofólios adjacentes à saída da tubeira e componentes comerciais. Apresenta-se uma análise dos componentes e a integração do sistema de controle do vetor de empuxo. O programa de controle e a parte eletrônica basearam-se em uma plataforma Arduino e um filtro de Kalman foi utilizado para a redução do ruído dos dados de entrada provenientes da unidade de medição inercial. Dados experimentais do motor foram obtidos, incluindo pressões de câmara, empuxos e taxas de queima, e foram comparados a valores teóricos obtidos de um modelo simplificado da câmara de combustão. Esses e outros dados levantados dos componentes do sistema de controle e dos testes são utilizados no código de controle. Os resultados indicam a factibilidade de implementação de um sistema de controle do vetor de empuxo eficiente e de baixo custo, a partir de componentes amplamente disponíveis no mercado, para foguetes de aceleração moderada.

Palavras-chave: Propulsão de foguete. Controle da vetoração de empuxo. Arduino. Nitrato de Potássio.

A STUDY OF AN AERODYNAMIC THRUST VECTORING CONTROL SYSTEM FOR AN AXISYMMETRIC NOZZLE

ABSTRACT

Thrust vector control systems are essential for placing payloads into orbit, landing and re-use of rockets, to reach military targets and other applications. This work presents a study of a control system of the thrust vector of a rocket motor using a solid propellant, with airfoils adjacent to the nozzle outlet and off the shelf components. An analysis is presented of the components and the integration of the thrust vector control system. The control program and the electronic part were based on an Arduino platform and a Kalman filter was adopted to reduce the noise of the input data from the inertial measurement unit. Experimental motor data were obtained, including chamber pressures, thrust levels and mass flow rates, and were compared to theoretical values obtained from a simplified combustion chamber model. These data as well as other data collected from the components of the control and testing systems are used in the control code. The results indicate the feasibility of a low cost off the shelf and efficient thrust vectoring control system for rockets with low to moderate accelerations.

Keywords: Rocket propulsion. Thrust vectoring control. Arduino. Potassium nitrate.

LISTA DE FIGURAS

Pág.

Figura1.1 - DC-X da McDonnell Douglas. 2
Figura 1.2 - X-33 da Lockheed Martin. 3
Figura 2.1 - Desenho esquemático das pressões em um motor foguete..... 6
Figura 2.2 - Curva de pressão ou empuxo transiente para um motor foguete 9
Figura 2.3 - Geometrias de grão propelente. 10
Figura 2.4 - Perfil da curva de empuxo ou de pressão. 11
Figura 2.5 - Desenho esquemático de um motor foguete a propelente sólido. . 11
Figura 2.6 - Componentes das forças atuando em um aerofóllio. 14
Figura 2.7 - Ondas de choque oblíquo e de expansão em um aerofólio simétrico. 21
Figura 2.8 - Vista da parte traseira do V-2 alemão. 25
Figura 2.9 - Desenho esquemático do princípio de funcionamento de um sistema de controle vetorial do empuxo. 25
Figura 2.10 - Diversos tipos de mecanismos utilizados para controlar o vetor de empuxo. 26
Figura 2.11 - Mecanismo de controle do vetor de empuxo utilizado no V-2. 27
Figura 2.12 - Vista da parte traseira do Míssil Scud. 28
Figura 2.13 - Vista traseira do veículo lançador israelense Shavit. 28
Figura 3.1 - Temperatura de chama adiabática para varias razões O/C em massa e pressão de câmara de 5 a 20 bar. 31
Figura 3.2 - Pressão no motor foguete versus a razão de expansão. 34
Figura 3.3 - Temperatura dos gases em função da razão de expansão para várias pressões de câmara. 34
Figura 3.4 - Pressão dos gases em função da razão de expansão para várias pressões de câmara. 35
Figura 3.5 - Densidade dos gases em função da razão de expansão para várias pressões de câmara. 35
Figura 3.6 - Velocidade dos gases em função da razão de expansão para várias pressões de câmara. 36
Figura 3.7 - Fração mássica de carbonato de potássio em função da razão de expansão para várias pressões de câmara. 36
Figura 3.8 - Fração mássica de dióxido de carbono em função da razão de expansão para várias pressões de câmara. 37
Figura 3.9 - Fração mássica de vapor d'água em função da razão de expansão para várias pressões de câmara. 37

Figura 3.10 - Fração mássica de monóxido de carbono em função da razão de expansão para várias pressões de câmara. 38
Figura 3.11 - Fração mássica de hidróxido de potássio em função da razão de expansão para várias pressões de câmara. 38
Figura 3.12 - Densidade dos gases na câmara, garganta e saída da tubeira para várias pressões de câmara. 39
Figura 3.13 - Velocidade na saída da tubeira para várias pressões de câmara. 39
Figura 3.14 - Pressão dinâmica na saída da tubeira para várias pressões de câmara. 40
Figura 3.15 - Resultados da simulação para a pressão de câmara em função do tempo para grãos de 40 a 80 mm de comprimento. 41
Figura 3.16 - Resultados da simulação para o empuxo em função do tempo para grãos de 40 a 80 mm de comprimento. 41
Figura 3.17 - Nitrato de potássio comercial na forma de fertilizante N-P-K 12-0-45. 42
Figura 3.18 - Moedor automático para afinamento do nitrato de potássio. 43
Figura 3.19 - Peneira para seleção da granulometria do nitrato de potássio. ... 43
Figura 3.20 - Pesagem e mistura do nitrato de potássio com a sacarose na proporção adequada. 44
Figura 3.21 - Placa de aquecimento e panela. 44
Figura 3.22 - Propelente sendo misturado com espátula. 45
Figura 3.23 - Molde com banho maria sobre a placa de aquecimento e isolante térmico 45
Figura 3.24 - Prensagem do grão propelente no molde utilizando 2 toneladas. 46
Figura 3.25 - Equipamento para inibição do grão com resina epóxi. 47
Figura 3.26 - Grão propelente após a 1ª camada de epóxi. 47
Figura 3.27 - Grão propelente após a 2ª camada de inibição, sendo encapsulado em papelão. 48
Figura 3.28 - Grão propelente recebendo uma camada de epóxi externa ao encapsulamento. 48
Figura 3.29 - Desenho esquemático do teste de identificação do sistema do pêndulo. 49
Figura 3.30- Balanço de forças no pêndulo durante a queima. 50
Figura 3.31 - Montagem do pêndulo para o teste. 51
Figura 3.32 - Dados experimentais da orientação do pêndulo em função do tempo. 52
Figura 3.33 - Desenho esquemático do arranjo experimental do teste estático do motor a propelente sólido. 53

Figura 3.34 - Desenho esquemático do arranjo experimental do teste estático para obtenção dos parâmetros aerodinâmicos do aerofólio. 55
Figura 3.35 - Coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque do aerofólio para Mach de 2 a 2,6. 56
Figura 3.36 - Configuração final do experimento para a caracterização do aerofólio. 57
Figura 3.37 - Desenho esquemático da relação entre o torque medido e o torque aerodinâmico. 59
Figura 3.38 - Vista isométrica do desenho do corpo do experimento. 60
Figura 3.39 - Desenho esquemático dos componentes de massa e seus respectivos braços de alavanca do experimento. 61
Figura 3.40 - Resposta ao degrau de entrada para o caso I usando sintonização automática com otimização da sisotool para controlador PID. 67
Figura 3.41 - Gráficos do lugar das raízes e de Bode para o caso I. 68
Figura 3.42 - Sintonização do controlador do caso II com os requisitos para a resposta transitória. 69
Figura 3.43 - Gráficos do lugar das raízes e de Bode para o caso II. 70
Figura 3.44 - Sintonização do controlador do caso III com os requisitos para a resposta transitória 71
Figura 3.45 - Gráfico do lugar das raízes e de Bode para o caso III. 72
Figura 3.46 - Vistas lateral e frontal do teste dinâmico do sistema de controle. 73
Figura 3.47 - Transmissão do servo para o aerofólio. 74
Figura 3.48 - Vistas lateral e de topo do teste dinâmico do sistema de controle. 75
Figura 3.49 - Sistema referencial de medição do sensor MPU6050. 75
Figura 3.50 - Algoritmo do código de controle do vetor empuxo. 77
Figura 4.1 - Sobreposição da orientação do pêndulo para os três testes. 79
Figura 4.2 - Dados experimentais de empuxo e pressão do primeiro teste estático. 81
Figura 4.3 - Dados experimentais de empuxo e pressão do segundo teste estático. 82
Figura 4.4 - Comparação entre a curva de empuxo da simulação e os dados experimentais de empuxo do terceiro teste estático. 84
Figura 4.5 - Dados experimentais de empuxo e de pressão do quinto teste estático. 85
Figura 4.6 - Dados experimentais de empuxo e pressão do sexto teste estático. 86
Figura 4.7 - Comparação entre o impulso total obtido na simulação e o impulso total calculado a partir de dados experimentais de empuxo. 87

Figura 4.8 - Comparação entre o impulso específico obtido na simulação e o impulso específico calculado a partir de dados experimentais de empuxo. 87
Figura 4.9 - Imagem capturada durante a queima no primeiro teste estático para caracterização do aerofólio. 89
Figura 4.10 - Dados experimentais de pressão de câmara e força de sustentação do primeiro teste estático para caracterização do aerofólio. 90
Figura 4.11 - Imagem capturada durante a queima no segundo teste estático para caracterização do aerofólio. 92
Figura 4.12 - Dados experimentais de pressão de câmara e força de sustentação do segundo teste estático para caracterização do aerofólio..... 93
Figura 4.13 - Fator teórico-experimental para o coeficiente de sustentação em função da pressão de câmara. 95
Figura 4.14 - Primeiro teste do código de controle. 96
Figura 4.15 - Segundo teste do código de controle. 97

LISTA DE TABELAS

Pág.

Tabela 2.1 - Coeficientes aerodinâmicos. 16
Tabela 3.1 - Dados de entrada para simulação. 30
Tabela 3.2 - Coeficiente de sustentação teórico em função da pressão de câmara. 56
Tabela 3.3 - Parâmetros da planta para os casos de análise. 64
Tabela 3.4 - Parâmetros do atuador para os casos de análise. 64
Tabela 3.5 - Especificação completa da planta e do atuador para os casos de análise. 65
Tabela 3.6 - Requisitos da resposta transitória do sistema. 65
Tabela 3.7 - Principais linhas de programação e bibliotecas utilizadas no loop de controle. 78
Tabela 4.1 - Identificação da função de transferência e dos parâmetros do pêndulo para os três testes. 80
Tabela 4.2 - Força e coeficiente de sustentação experimentais. 91
Tabela 4.3 - Fator entre o coeficiente de sustentação teórico e experimental. . 91
Tabela 4.4 - Força e coeficiente de sustentação experimentais. 93
Tabela 4.5 - Fator entre o coeficiente de sustentação teórico e experimental. . 94
Tabela A.1 - Propriedades termodinâmicas e propulsivas - P_c = 8 bar. 103
Tabela A.2 - Espécies químicas - P_c = 8 bar. 103
Tabela A.3 - Propriedades termodinâmicas e propulsivas - P_c =10 bar. 104
Tabela A.4 - Espécies químicas - P_c = 10 bar. 104
Tabela A.5 - Parâmetros termodinâmicos e propulsivos - P_c = 12 bar. 105
Tabela A.6 - Espécies químicas - P_c = 12 bar. 105
Tabela A.7 - Propriedades termodinâmicas e propulsivas - P_c = 14 bar. 106
Tabela A.8 - Espécies químicas - P_c = 14 bar. 106
Tabela A.9 - Propriedades termodinâmicas e propulsivas - P_c = 16 bar. 107
Tabela A.10 - Espécies químicas - P_c =16 bar. 107
Tabela A.11 - Dados Termodinâmicos e propulsivos KNSU 60/40. 115

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CEA – Equilíbrio Químico com Aplicações [Chemical Equilibrium with Applications]

OTS – “De Prateleira” ou Comercialmente Disponíveis [Off The Shelf]

PID – Proporcional, Integral e Derivativo

Sisotool – Ferramenta pra Sistema de uma Entrada e uma Saída [Single Input, Single Output Tool]

TVC – Controle do Vetor de Empuxo [Thrust Vectoring Control]

VLS – Veículo Lançador de Satélites

LISTA DE SÍMBOLOS

A – área ou força axial

a – parâmetro da taxa de regressão ou velocidade do som

$\boldsymbol{C_F}$ – coeficiente de empuxo

c – corda do aerofólio

D – arrasto ou diâmetro

F – empuxo

g – aceleração da gravidade

I – momento de inércia

$\boldsymbol{I_{sp}}$ – impulso específico

K – ganho do controlador

L – força de sustentação

M – número de Mach ou momento angular

m – massa

$\dot{\boldsymbol{m}}$ – vazão mássica

N – força normal

n – expoente da taxa de regressão

P – pressão

p – pressão

R – constante do gás

r – distância

$\dot{\boldsymbol{r}}$ – taxa de queima

P – pressão

q – pressão dinâmica

S – área

s – área

T – temperatura

t – tempo

u – componente horizontal da velocidade do escoamento

V – volume ou velocidade

v – componente vertical da velocidade do escoamento

$\boldsymbol{v_e}$ – velocidade de exaustão

w – componente transversal da velocidade do escoamento

x – distância horizontal ou distância ao longo da superfície do aerofólio

y – distância vertical ou altura da superfície do aerofólio

z – distância transversal

α – ângulo de ataque do aerofólio

Δ – variação

$\boldsymbol{\Gamma}$ – constante

γ – razão de calores específicos

φ – coeficiente de descarga ou potencial de velocidade

λ – constante

μ – coeficiente de atritoou ângulo de Mach

ρ – massa específica

θ – inclinação da superfície do aerofólio em relação ao escoamento ou

posição angular do pêndulo

τ – tensão cisalhante

Subscritos

a – designa condição ambiente

$burn$ – designa queima

c – designa condição na câmara

$crit$ – designa condição crítica

e – designa condição na seção de exaustão da tubeira

f – designa combustível ou força de atrito

inf – designa superfície inferior do aerofólio

P – designa pressão

sup – designa superfície superior do aerofólio

t – designa condição na garganta da tubeira

0 – designa condição de estagnação ou condição padrão

^ – designa flutuação

∞ – designa condição de escoamento livre

SUMÁRIO

Pág.

1 INTRODUÇÃO 1
1.1 Motivação 2
1.2 Objetivos 4
1.2.1 Objetivos específicos 4
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 5
2.1 Modelo teórico do motor-foguete a propelente sólido 5
2.1.1 Parâmetros propulsivos 5
2.1.2 Modelo para a operação da câmara de combustão 8
2.2 Aerodinâmica do aerofólio sob escoamento supersônico 13
2.2.1 Coeficientes aerodinâmicos 15
2.2.2 Escoamento supersônico linearizado 17
2.3 Controle do vetor de empuxo 24
3 METODOLOGIA 29
3.1 Projeto do motor a propelente sólido 29
3.2 Simulação da operação do motor a propelente sólido 40
3.3 Preparação do grão propelente 42
3.4 Teste dinâmico do pêndulo 49
3.5 Testes estáticos do motor a propelente sólido 53
3.6 Teste estático do motor usando aerofólio com ângulo de ataque fixo 54
3.6.1 Conversão da força medida na célula de carga em força de sustentação do aerofólio 57
3.7 Teste dinâmico do sistema completo a quente 59
3.7.1 Modelagem do sistema físico no domínio do tempo 59
3.7.2 Modelagem do sistema físico no domínio da frequência e a função de transferência da planta 62
3.7.3 Projeto do controlador 65
3.7.3.1 Controlador PID caso I 66
3.7.3.2 Controlador PID caso II 68
3.7.3.3 Controlador PID caso III 70

3.7.4 Sistema de referência 73
3.7.5 Algoritmo de controle 76
4 RESULTADOS 79
4.1 Resultados da identificação do sistema 79
4.2 Resultados dos testes estáticos para o desenvolvimento do motor 81
4.3 Resultados dos testes estáticos para a caracterização do aerofólio 88
4.4 Resultados dos testes dinâmicos do sistema completo a quente 96
5 CONCLUSÃO 98
5.1 Trabalhos futuros 99
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 100
APÊNDICE A – PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS E PROPULSIVAS .. 103
APÊNDICE B – CÓDIGO PARA ESTIMATIVA DE DESEMPENHO DO MOTOR A PROPELENTE SÓLIDO 108
APÊNDICE C – TABELA COM DADOS CEA NASA KNSU 60/40 115
APÊNDICE D – EXEMPLO SYSTEM IDENTIFICATION 116
APÊNDICE E – EXEMPLO SISOTOOL 121
APÊNDICE F – CÓDIGO DE CONTROLE ARDUINO 125

1 INTRODUÇÃO

Sistemas de controle de empuxo de foguetes são usados na colocação de cargas úteis em órbita, aterrissagem e reutilização de veículos lançadores, alcance de alvos militares e outras aplicações.

O estudo dos sistemas de controle de empuxo tem sido de grande interesse da indústria aeroespacial e da comunidade científica desde meados do século XX, sendo um dos principais trabalhos sobre esse assunto a obra publicada por Greensite (1970).

Esse tipo de projeto apresenta desafios enormes, principalmente pelo fato de um foguete ser um sistema não linear, com parâmetros como a massa, o tensor de inércia e a pressão de câmara, por exemplo, variáveis no tempo. Além disso, ocorre o acoplamento entre os graus de liberdade do sistema, por exemplo, entre o rolamento, a guinada e a arfagem do foguete.

Alguns trabalhos experimentais envolvendo o controle de modelos de foguete foram feitos recentemente. No trabalho de Souza (2012) um modelo fixo do VLS, com três graus de liberdade, é utilizado e o desenvolvimento de um sistema de controle PID é realizado. Já no trabalho de Santos (2018), um modelo exclusivamente para o controle de rolamento, similar ao modelo feito por Arcadipane (2012), é proposto.

Um modelo complexo do sistema físico e de seu controle é apresentado no trabalho de Aguiar (2017), no qual a dinâmica dos seis graus de liberdade se encontra acoplada e os coeficientes aerodinâmicos variam com o tempo. No estudo apresentado por Silva (2014), no entanto, o controle considerando as dinâmicas acopladas é comparado ao controle considerando a dinâmica planar e chega-se à conclusão de que os resultados considerando-se esse modelo simplificado são satisfatórios principalmente para veículos com velocidade de rolamento nula.

Outro aspecto importante sobre um sistema de controle do vetor de empuxo é o tipo de controlador. Enquanto Kadam (2009) sugere a utilização do controlador proporcional derivativo (PD) ou proporcional integral derivativo

(PID), dependendo dos requisitos da missão, Silva (2004) analisa esses tipos de controladores e conclui que seriam efetivos apenas no caso de funcionamento nominal do veículo lançador, indicando a utilização de um controlador adaptativo para o caso de falha de um dos motores ou outras condições não nominais. O controlador PID desenvolvido por Souza e Leite Filho, 2011, utiliza um modelo simplificado, empregando a técnica de pólos congelados, ou seja, admitindo parâmetros como o centro de massa e o momento de inércia como constantes num pequeno intervalo de tempo.

1.1 Motivação

A colocação de cargas úteis em órbita, aplicações militares e o interesse por missões tripuladas têm estimulado o desenvolvimento de tecnologias propulsivas de controle de empuxo. A reutilização de veículos lançadores proporciona a redução dos custos de lançamento e também motiva esse desenvolvimento. No início dos anos 1990, a NASA contratou as empresas McDonnell Douglas e Lockheed Martin para desenvolverem os projetos DC-X e X-33, respectivamente, precursores dessa nova geração de veículos lançadores. As Figuras 1.1 e 1.2 mostram, respectivamente, as imagens dos veículos DC-X e X-33.

Figura1.1 - DC-X da McDonnell Douglas.

Fonte: Boeing (2019).

Figura 1.2 - X-33 da Lockheed Martin.

Fonte: NASA (2019).

Aliado a isso, a progressiva miniaturização da eletrônica causou uma redução no volume e massa das cargas úteis que outrora só seriam inseridas em órbita com a utilização de enormes e dispendiosos veículos lançadores. Novas agências e indústrias vislumbraram a oportunidade de explorar o lançamento de satélites, o turismo espacial e até mesmo a mineração de asteróides, como é caso das americanas SpaceX, Blue Origin, Virgin Galatic, Masten Space, EXOS Aerospace Systems & Technologies, Firefly Aerospace, Ursa Major Technologies, Vector Launch e até mesmo de empresas que não possuíam tradição na exploração especial, como é o caso da espanhola PLD Space.

Uma tecnologia comum a todos os veículos lançadores de satélites sejam eles reutilizáveis ou não é o controle do vetor de empuxo. Enquanto seria extremamente difícil inserir um satélite em órbita sem controlar a trajetória do veículo lançador, é impossível aterrissá-lo sem o uso desta tecnologia, tornando-a de extremo interesse e relevância para o setor aeroespacial.

Enquanto muitos trabalhos se limitam a estudar a teoria de controle ou a propulsão de maneira isolada, cria-se uma lacuna muito grande na interface entre os engenheiros de controle e os de propulsão.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral analisar e projetar um sistema de controle do vetor de empuxo de um motor-foguete a propelente sólido.

1.2.1 Objetivos específicos

Aplicar a teoria de controle, avaliando em detalhe os aspectos mais relevantes da combustão, propulsão e aerodinâmica.

Desenvolver protótipo de motor foguete a propelente sólido.

Desenvolver atuador aerodinâmico a ser utilizado na saída da tubeira do motor-foguete.

Desenvolver um pêndulo com um grau de liberdade, para teste do sistema de controle.

Implementar e validar experimentalmente um sistema de controle do vetor de empuxo completo, incluindo eletrônica *off-the-shelf* de baixo custo.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Modelo teórico do motor-foguete a propelente sólido

Um motor de foguete a propulsão química funciona com o princípio básico de converter a energia química contida nas ligações moleculares da mistura propelente em energia cinética de exaustão dos gases, o que gera uma força sobre o foguete denominada empuxo.

No caso de motores de foguete a combustível sólido a câmara de combustão é o próprio local onde a mistura propelente se encontra armazenada.

A temperatura dos produtos da combustão na câmara é aproximadamente a temperatura de chama adiabática. Porém, modelagens envolvendo a troca de calor por condução, convecção e radiação pelas paredes do motor podem dar aproximação ainda melhor da temperatura dos produtos gasosos.

A variação na quantidade de movimento dos produtos da combustão é causada pela conversão de energias e causa um efeito contrário, na mesma direção e com a mesma magnitude, sentida pelo restante do corpo no qual o motor está instalado. Uma vez que se deseja obter a maior velocidade de ejeção possível dos produtos da combustão, busca-se projetar um bocal convergente divergente ou tubeira capaz de aproveitar ao máximo a energia térmica e o diferencial de pressão do fluido.

2.1.1 Parâmetros propulsivos

A equação para o empuxo $\boldsymbol{F}$ produzido pela ejeção de massa de propelentes pela tubeira é (SUTTON, 1992):

$$\boldsymbol{F} = \dot{\boldsymbol{m}}\boldsymbol{v_e} \tag{2.1}$$

onde $\dot{m}$ é a vazão mássica do foguete e v_e é a velocidade de ejeção dos propelentes.

Levando em consideração a diferença entre a pressão ambiente P_a e a pressão na saída da tubeira P_e (SUTTON, 1992), o empuxo fica:

$$\boldsymbol{F = \dot{m}v_e + (P_e - P_a)A_e} \tag{2.2}$$

onde A_e é a área da saída da tubeira.

Esse termo de diferença de pressão será nulo sempre que a saída da tubeira estiver ajustada a uma dada pressão atmosférica ($P_e = P_a$). A Figura 2.1 mostra um esquema das pressões atuando em um motor foguete. Na Figura 2.1 P_{tc} é a pressão total na câmara, P_t é a pressão na garganta e P_e é a pressão de saída da tubeira.

Figura 2.1 - Desenho esquemático das pressões em um motor foguete.

Fonte: Sutton (1992).

Uma tubeira tem como principal função expandir os gases de exaustão até uma pressão próxima à pressão ambiente. O número de Mach do escoamento na saída da tubeira pode ser determinado a partir da razão entre a pressão na saída da tubeira e a pressão de estagnação dos gases de exaustão.

Essa pressão de estagnação pode ser considerada a pressão de câmara, onde a velocidade do escoamento é muito pequena em comparação à velocidade do escoamento na garganta ou na saída. A razão de expansão da tubeira pode ser relacionada aos números de Mach na garganta M_t e na saída da tubeira M_e (HUZEL;HUANG, 1967).

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{M_t}{M_e}\sqrt{\left(\frac{1+\frac{M_e^2(\gamma-1)}{2}}{1+\frac{M_t^2(\gamma-1)}{2}}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \tag{2.3}$$

onde A_t é a área da garganta da tubeira.

Para uma razão entre a pressão na câmara e a pressão na seção de saída da tubeira maior que dois, aproximadamente, o escoamento dos gases torna-se sônico na garganta, ou seja, $M_t = 1$ e a Equação 2.3 se reduz a Equação 2.4.

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{1}{M_e}\sqrt{\left(\frac{1+\frac{M_e^2(\gamma-1)}{2}}{1+\frac{(\gamma-1)}{2}}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \tag{2.4}$$

O coeficiente de empuxo é um parâmetro de desempenho propulsivo definido por:

$$C_F = \frac{F}{P_0 A_t} \tag{2.5}$$

No caso de escoamento isentrópico unidimensional de uma mistura de gases perfeitos com propriedades constantes, o coeficiente de empuxo fica (SUTTON, 1992):

$$\mathbf{C_F} = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}\left(1-\left(\frac{P_e}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} + \frac{A_e}{A_t}\frac{(P_e-P_{amb})}{P_0} \tag{2.6}$$

A Equação 2.5 indica que o coeficiente de empuxo depende da pressão ambiente e da razão de expansão da tubeira, uma vez que a razão de pressões na saída depende diretamente da razão de expansão. O coeficiente de empuxo possui valor máximo quando a pressão da saída da tubeira for igual à pressão ambiente.

Uma vez conhecido o coeficiente de empuxo, o empuxo pode ser calculado por:

$$\boldsymbol{F = P_0 C_f A_t} \tag{2.7}$$

Outro parâmetro propulsivo importante para a análise do desempenho de um motor foguete é o impulso específico (I_{sp}). Este é definido como o impulso total por unidade de peso de propelente ejetado (SUTTON, 1992):

$$\boldsymbol{I_{sp} = \frac{F}{\dot{m} g_0}} \tag{2.8}$$

onde g_0 é a aceleração da gravidade ao nível do mar, com módulo de 9,80665 m/s². Valores maiores desse parâmetro estão associados a um desempenho melhor do sistema propulsivo.

2.1.2 Modelo para a operação da câmara de combustão

Para o projeto de um motor foguete é de fundamental importância a acurácia na predição dos parâmetros termodinâmicos como a pressão, densidade (massa específica) e a razão de calores específicos, bem como os parâmetros propulsivos como o empuxo e o impulso específico. Para tal, é necessário modelar o transiente de pressão durante os períodos de pressurização e de despressurização do motor, ilustrados na Figura 2.2.

Figura 2.2 - Curva de pressão ou empuxo transiente para um motor foguete

A câmara de combustão de um motor foguete possui sua fase de pressurização, de operação nominal e de despressurização.

Fonte: Sutton (1992).

Uma vez que a vazão mássica de propelente sendo queimado é dada pela seguinte equação:

$$\dot{m}_f = \rho S_{burn} \dot{r} \tag{2.9}$$

Demonstrando a sua dependência da área de queima S_{burn}, densidade (massa específica) da mistura propelente sólida e da taxa de queima $\dot{r}$.

Esta, por sua vez, depende principalmente da pressão de câmara, como pode ser visto na equação da taxa de regressão ou queima (SEIDEL, 1965).

$$\dot{r} = a{P_c}^n \tag{2.10}$$

Diferentes configurações de grão propelente, como demonstrados na Figura 2.3, são capazes de fornecer áreas de queima com diversos perfis e,

consequentemente, vazões mássicas e curvas de pressão com características próprias, conforme ilustrado na Figura 2.4.

Com a finalidade de modelar a evolução da pressão de câmara de um motor a propelente sólido, convém representar um motor com grão propelente de área de queima constante, por sua simplicidade. A Figura 2.5 representa um motor a propelente sólido, com área de queima constante, que será modelado em seguida.

Figura 2.3 - Geometrias de grão propelente.

Diferentes geometrias do canal interno do grão propelente vistas de corte lateral e frontal.

Fonte: Sutton (1992).

Figura 2.4 - Perfil da curva de empuxo ou de pressão.

Diferentes geometrias do canal do grão propelente fornecem curvas de empuxo e de pressão típicas.

Fonte: Sutton (1992).

Figura 2.5 - Desenho esquemático de um motor foguete a propelente sólido.

Balanço de massa na câmara de combustão de um motor foguete a propelente sólido.

Fonte: Seidel (1965).

A Equação 2.11 representa a vazão mássica sendo expelida pela tubeira (SEIDEL, 1965):

$$\dot{m}_{noz} = P_c A_t \left(\frac{2}{R_c T_c}\right)^{\frac{1}{2}} \varphi \tag{2.11}$$

sendo φ o coeficiente de descarga da tubeira.

É necessário primeiramente verificar se a pressão de câmara atual é superior ou inferior à pressão crítica, que pode ser calculada pela Equação 2.12, dada em função da razão de calores específicos dos produtos da combustão (gases de exaustão):

$$P_{crit} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{2.12}$$

Para uma pressão de câmara inferior à pressão crítica, o coeficiente de descarga possui a seguinte relação:

$$\varphi = \left(\frac{P_{atm}}{P_c}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \left\{\frac{\gamma}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{P_{atm}}{P_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{2.13}$$

Para uma pressão de câmara igual ou superior à pressão crítica, o coeficiente de descarga atinge seu valor máximo, que possui a seguinte forma:

$$\varphi_{max} = \left(\frac{\gamma}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \tag{2.14}$$

Aplicando a conservação de massa, tendo como volume de controle o volume de gás resultante da subtração do volume da câmara pelo volume do grão, a variação da massa de gás armazenada na câmara pode ser obtida pela Equação 2.15 como o balanço entre a vazão mássica de gás sendo gerada pela combustão do grão propelente e a vazão mássica de gás sendo expelida pela tubeira no intervalo de tempo desejado.

$$\Delta m_c = (\dot{m}_f - \dot{m}_{noz})\Delta t \tag{2.15}$$

O incremento da pressão de câmara é calculado pela derivação da equação de estado do gás ideal.

$$\frac{dP_c}{dt} = \frac{d(\rho_c R_c T_c)}{dt} \tag{2.16}$$

Aplicando a regra da cadeia para a derivação do produto chega-se ao incremento de pressão.

$$\Delta P_c = \Delta\rho_c(R_c T_c) + \Delta R_c(\rho_c T_c) + \Delta T_c(\rho_c R_c) \tag{2.17}$$

Para modelos mais simplificados $\Delta \mathrm{R_c}$ e $\Delta \mathrm{T_c}$ são considerados desprezíveis, sendo $\Delta\rho_c$ o principal responsável pela pressurização da câmara.
A pressão de câmara pode ser atualizada a partir da Equação 2.17 por uma integração numérica simples.

2.2 Aerodinâmica do aerofólio sob escoamento supersônico

Um aerofólio é um perfil bidimensional projetado para provocar variação na direção e na velocidade do escoamento de um fluido. A corda de um aerofólio é definida como a distância entre o seu bordo de ataque e o seu bordo de fuga. O ângulo de ataque de um aerofólio é definido como o ângulo entre a direção da corda do aerofólio e a direção do escoamento. Em aeronaves controla-se o ângulo de ataque para que as resultantes das distribuições de pressão e de tensão cisalhante dêem sustentação e alterem a direção do vôo.

As relações que podem ser escritas para determinar as forças resultantes normal e axial em um aerofólio a partir das suas distribuições de pressão e de tensão nas superfícies superior e inferior (p_{sup}, p_{inf}, τ_{sup}, τ_{inf}), entre os bordos de ataque e de fuga são (ANDERSON, 2005):

$$N = -\int_{BA}^{BF} \left(p_{sup} \cos\theta + \tau_{sup} \sin\theta\right) ds_{sup} +$$

$$\int_{BA}^{BF} \left(p_{inf} \cos\theta + \tau_{inf} \sin\theta\right) ds_{inf} \qquad (2.18)$$

$$A = \int_{BA}^{BF} \left(-p_{sup} \sin\theta + \tau_{sup} \cos\theta\right) ds_{sup} +$$

$$\int_{BA}^{BF} \left(p_{inf} \sin\theta + \tau_{inf} \cos\theta\right) ds_{inf} \qquad (2.19)$$

onde ds é o elemento infinitesimal do perfil do aerofólio, e o ângulo θ é a inclinação da superfície do aerofólio em relação à direção do escoamento.

A definição da força de sustentação "*L*" (do inglês *lift*) de um corpo é a componente da força resultante perpendicular à direção da velocidade do escoamento enquanto a força de arrasto "*D*" (do inglês *drag*) é a componente paralela à direção da velocidade do escoamento.

Figura 2.6 - Componentes das forças atuando em um aerofóllio.

Ilustração da decomposição das forças aerodinâmicas atuando sobre um aerofólio.

Fonte: Anderson (2005).

Portanto, a relação geométrica entre as forças de sustentação e de arrasto a partir das componentes normal e axial de um aerofólio é (ANDERSON, 2005):

$$L = N\,cos(\alpha) - A\,sin(\alpha) \tag{2.20}$$

$$D = N\,sin(\alpha) + A\,cos(\alpha) \tag{2.21}$$

Um dos maiores objetivos da aerodinâmica teórica é o cálculo da pressão e da tensão cisalhante ao longo de toda a superfície de um corpo, para sua geometria, a partir das condições do escoamento.

A pressão dinâmica de um fluido pode ser definida como sua "energia cinética específica", ou seja, sua energia cinética por unidade de volume. Pode-se obter a pressão dinâmica de um fluido subtraindo sua pressão estática da pressão total.

$$q_\infty = \frac{\rho_\infty {u_\infty}^2}{2} \tag{2.22}$$

Esse parâmetro é crítico em um projeto, pois deve ser inferior ao valor máximo suportado pela estrutura aerodinâmica.

2.2.1 Coeficientes aerodinâmicos

Os coeficientes aerodinâmicos mostrados na Tabela 2.1 são números adimensionais utilizados para determinar as características aerodinâmicas de um corpo. Eles trazem todos os corpos aerodinâmicos para uma mesma escala por se basearem em proporções entre forças em vez de simplesmente utilizar as forças em si (ANDERSON, 2005).

Tabela 2.1 - Coeficientes aerodinâmicos.

Coeficiente de sustentação	$C_L = \frac{L}{q_\infty S}$
Coeficiente de arrasto	$C_D = \frac{D}{q_\infty S}$
Coeficiente da força normal	$C_N = \frac{N}{q_\infty S}$
Coeficiente da força axial	$C_A = \frac{A}{q_\infty S}$
Coeficiente do momento	$C_M = \frac{M}{q_\infty S l}$
Coeficiente de pressão	$C_P = \frac{P - P_\infty}{q_\infty}$
Coeficiente de atrito	$c_f = \frac{\tau}{q_\infty}$

Fonte: Produção do autor.

Todas as forças e momentos aerodinâmicos podem ser medidos através de um modelo estacionário em um túnel de vento. Os coeficientes aerodinâmicos podem então ser calculados com as fórmulas acima. A grande vantagem de trabalhar com os coeficientes aerodinâmicos é o fato de que com a análise dimensional eles podem ser reduzidos a funções de apenas três variáveis: o ângulo de ataque, o número de Reynolds e o número de Mach.

Os coeficientes da força normal e da força axial podem ser reescritos a partir do coeficiente de pressão como um balanço entre as pressões inferiores e superiores em um aerofólio (ANDERSON, 2005):

$$C_N = \frac{1}{c}\left[\int_0^c \left(C_{P,inf} - C_{P,sup}\right) dx + \int_0^c \left(C_{f,sup}\frac{dy_{sup}}{dx} - C_{f,inf}\frac{dy_{inf}}{dx}\right) dx\right] \qquad (2.23)$$

$$C_A = \frac{1}{c}\left[\int_0^c \left(C_{P,sup}\frac{dy_{sup}}{dx} - C_{P,inf}\frac{dy_{inf}}{dx}\right)dx + \int_0^c \left(C_{f,sup} + C_{f,inf}\right)dx\right] \quad (2.24)$$

Para uma superfície sem atrito (ANDERSON, 2005):

$$C_N = \frac{1}{c}\int_0^c \left(C_{P,inf} - C_{P,sup}\right)dx \quad (2.25)$$

$$C_A = \frac{1}{c}\int_0^c \left(C_{P,sup}\frac{dy_{sup}}{dx} - C_{P,inf}\frac{dy_{inf}}{dx}\right)dx \quad (2.26)$$

2.2.2 Escoamento supersônico linearizado

Quando ocorre um escoamento isentrópico irrotacional ao redor de um corpo delgado (fino), pode-se escrever:

$$u = V_\infty + \hat{u} \quad (2.27)$$

$$v = \hat{v} \quad (2.28)$$

$$w = \hat{w} \quad (2.29)$$

onde V_∞ é a velocidade do escoamento livre (admitida apenas com componente em x), $\hat{u}$, $\hat{v}$ e $\hat{w}$ são perturbações nas componentes *x*, *y*, *z*, respectivamente da velocidade do escoamento.

Pode-se definir o potencial das perturbações de velocidade, tal que:

$$\hat{u} = \frac{d\hat{\varphi}}{dx} \quad (2.30)$$

$$\hat{v} = \frac{d\hat{\varphi}}{dy} \quad (2.31)$$

$$\hat{w} = \frac{d\hat{\varphi}}{dz} \quad (2.32)$$

Logo, a equação do potencial da perturbação de velocidade em um escoamento isentrópico irrotacional ao redor de um corpo delgado é dada por:

$$\left[a^2 - \left(V_\infty + \frac{\partial \widehat{\varphi}}{\partial x}\right)^2\right]\frac{\partial^2 \widehat{\varphi}}{\partial x^2} + \left[a^2 - \left(\frac{\partial \widehat{\varphi}}{\partial y}\right)^2\right]\frac{\partial^2 \widehat{\varphi}}{\partial y^2} - 2\left(V_\infty + \frac{\partial \widehat{\varphi}}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial \widehat{\varphi}}{\partial y}\right)\frac{\partial^2 \widehat{\varphi}}{\partial x \partial y} = 0 \quad (2.33)$$

A Equação 2.33 pode ser linearizada, resultando em:

$$(1 - M_\infty^2)\frac{\partial^2 \widehat{\varphi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \widehat{\varphi}}{\partial y^2} = 0 \quad (2.34)$$

Esta equação é aplicável tanto para o escoamento subsônico quanto para o supersônico. Quando o escoamento é subsônico, $(1 - M_\infty^2) > 0$, gerando-se uma equação elíptica. Quando o escoamento é supersônico, $(1 - M_\infty^2) < 0$, a Equação 2.34 torna-se hiperbólica, podendo ser reescrita como:

$$\lambda^2 \frac{\partial^2 \widehat{\varphi}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \widehat{\varphi}}{\partial y^2} = 0 \quad (2.35)$$

onde:

$$\lambda = \sqrt{M_\infty^2 - 1} \quad (2.36)$$

Após manipulação matemática para resolver essa equação diferencial hiperbólica chega-se à conclusão de que φ é constante ao longo de linhas onde $x - \lambda y = constante$ (ANDERSON, 2005).
Portanto, pode-se chegar à seguinte relação:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \quad (2.37)$$

Como se sabe que $\tan \mu = \frac{1}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$, onde μ é o ângulo de Mach, pode-se concluir que a linha onde φ é constante é uma linha de Mach.

Partindo da definição do coeficiente de pressão:

$$C_P = \frac{P - P_\infty}{q_\infty} \tag{2.38}$$

Após algumas operações pode-se chegar a:

$$C_P = \frac{2}{\gamma M_\infty^2}\left(\frac{P}{P_\infty} - 1\right) \tag{2.39}$$

que relaciona o coeficiente de pressão com o número de Mach e a pressão do escoamento livre e com a pressão local sobre o aerofólio.

Após utilizar a equação da energia para um escoamento adiabático e reescrevê-la em função das velocidades de perturbação é possível representar o coeficiente de pressão da seguinte forma aproximada (ANDERSON, 1990):

$$C_P = -\frac{2\hat{u}}{V_\infty} \tag{2.40}$$

Sendo θ o ângulo entre a tangente à superfície de um corpo e o escoamento livre, na superfície pode-se utilizar uma condição de contorno para a condição de escoamento tangencial à superfície:

$$tan\,\theta = \frac{v}{u} = \frac{\hat{v}}{V_\infty + \hat{u}} \tag{2.41}$$

Para pequenas perturbações $\hat{u}$ é desprezível e essa relação pode ser reescrita:

$$\hat{v} = \frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial y} = V_\infty\, tan\,\theta \tag{2.42}$$

A linearização ocorre quando se consideram pequenos valores de inclinação da superfície em relação ao escoamento livre, as quais se possam considerar $\tan\theta \cong \theta$.

$$\hat{v} = V_\infty \theta \tag{2.43}$$

Como $\frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial x} = \hat{u}$, $\frac{\partial \hat{\varphi}}{\partial y} = \hat{v}$ e $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\lambda}$:

$$\hat{u} = -\frac{\hat{v}}{\lambda} = -\frac{V_\infty \theta}{\lambda} \tag{2.44}$$

E assim reescreve-se C_P (Anderson, 2005):

$$C_P = \frac{2\theta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \tag{2.45}$$

Essa equação é importante porque estabelece que o coeficiente de pressão é diretamente proporcional à inclinação da superfície em relação ao escoamento livre em um determinado ponto.

Para um aerofólio o coeficiente de pressão pode ser calculado ponto a ponto ao longo de toda a sua superfície. Com isso pode-se calcular o coeficiente de pressão para os ângulos de todos os pontos do seu perfil. O gráfico do coeficiente de pressão de um aerofólio é utilizado como critério de projeto quando se deseja aumentar a sustentação ou evitar a ocorrência de ondas de choque por exemplo.

A teoria da linearização prediz um coeficiente de pressão positivo para compressão e negativo para expansão. Com isso, é de fundamental importância determinar se a superfície do aerofólio sob análise está causando ondas de choque oblíquo ou ondas de expansão no escoamento.

Um aerofólio com forma diamante simétrico com 15 graus de meio ângulo é uma aplicação de cálculo simplificado para os coeficientes de pressão. É importante lembrar que o ângulo efetivo que cada superfície do aerofólio terá em relação ao escoamento livre é uma função do ângulo de ataque.

No caso da superfície superior esquerda, por exemplo, para 10 graus de ângulo de ataque esse ângulo efetivo será de 5 graus, pois a superfície com ângulo de ataque nulo possui 15 graus em relação ao escoamento livre.

Já a superfície inferior esquerda terá um ângulo efetivo de 25 graus. Essa consideração é importante para delimitar a amplitude operacional na qual um aerofólio desse tipo estará respeitando a premissa de pequenos ângulos da superfície em relação ao escoamento livre.

Figura 2.7 - Ondas de choque oblíquo e de expansão em um aerofólio simétrico.

Aerofólio diamante-simétrico imerso em um escoamento supersônico apresentando ondas de choque oblíquo e de expansão.

Fonte: Adaptado de Anderson (2005).

Considerando-se ângulos de ataque inferiores a 15 graus, o lado esquerdo do aerofólio, sempre estará causando ondas de choque oblíquas, enquanto que o lado direito sempre causará ondas de expansão. Portanto, é necessário

integrar os coeficientes de pressão com sinais diferentes para esses intervalos, analisando sempre o ângulo efetivo entre a superfície e o escoamento livre.

Utilizando a relação linearizada para C_P no cálculo dos coeficientes das forças normais e axiais atuantes sobre um aerofólio supersônico em forma diamante com 15 graus de meio ângulo, sem atrito, com um ângulo de ataque α:

$$C_N = \frac{1}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{1}{c} \left[\int_0^{\frac{c}{2}} \big(2(\theta + \alpha) - 2(\theta - \alpha)\big) dx + \int_{\frac{c}{2}}^{c} \big(-2(\theta + \alpha) + 2(\theta - \alpha)\big) dx \right] \quad (2.46)$$

Após a integração e simplificações:

$$C_N = \frac{4\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \quad (2.47)$$

O mesmo pode ser feito para o coeficiente da força axial:

$$C_A = \frac{1}{c} \left[\int_0^{\frac{c}{2}} \left(\frac{2(\theta - \alpha)}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} - \frac{2(\theta + \alpha)}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \right) tan\, \theta + \int_{\frac{c}{2}}^{c} \left(-\frac{2(\theta + \alpha)}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} + \frac{2(\theta - \alpha)}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \right) tan\, \theta \right] \quad (2.48)$$

Também após a integração e simplificações assume a forma:

$$C_A = -\frac{4\alpha\, tan\, \theta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \quad (2.49)$$

É interessante notar que a teoria linearizada considera a utilização de pequenos ângulos tanto para o ângulo de ataque quanto para o ângulo da superfície do aerofólio em relação ao escoamento livre. Consequentemente espera-se valores muito pequenos para o coeficiente axial uma vez que $\tan 15 = 0.2679$ radianos.

A partir da decomposição vetorial dos coeficientes das forças normal e axial em um aerofólio, podem-se calcular os coeficientes de sustentação e de arrasto:

$$C_L = C_N \cos\alpha - C_A \sin\alpha \tag{2.50}$$

$$C_D = C_N \sin\alpha + C_A \cos\alpha \tag{2.51}$$

Para valores pequenos do ângulo de ataque, linearizam-se as equações para o coeficiente de sustentação e o coeficiente de arrasto utilizando as aproximações $\cos\alpha \cong 1$ e o $\sin\alpha \cong \alpha$. As relações acima são reescritas como:

$$C_L = C_N - C_A\alpha \tag{2.52}$$

$$C_D = C_N\alpha + C_A \tag{2.53}$$

Finalmente podem-se substituir os valores de C_A e de C_N nessas relações, resultando em:

$$C_L = \frac{4\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} + \frac{4\alpha \tan\theta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}\alpha \tag{2.54}$$

$$C_D = \frac{4\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}\alpha - \frac{4\alpha \tan\theta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \tag{2.55}$$

E, então:

$$C_L = \frac{4\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}(1 + \alpha \tan\theta) \tag{2.56}$$

$$C_D = \frac{4\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}(\alpha - \tan\theta) \tag{2.57}$$

Para pequenos valores tanto para o ângulo de ataque quanto para o ângulo da superfície do aerofólio em relação ao escoamento livre, as expressões anteriores podem ser simplificadas para (ANDERSON, 2005):

$$C_L = \frac{4\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \tag{2.58}$$

$$C_D = \frac{4\alpha^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \tag{2.59}$$

2.3 Controle do vetor de empuxo

A tese de Von Brauhn, intitulada, em tradução para o português, "*Construção, Teoria e Solução Experimental para o Problema do Foguete de Propelente Líquido"*, data de meados de 1934. Mantida como "Classificada" pelo exército Alemão, não foi publicada até 1960. Essa teria sido o passo inicial para o desenvolvimento da série de mísseis balísticos conhecidos como "*Aggregat*", palavra que se refere a um conjunto de partes e componentes mecânicos trabalhando juntos, ou seja, um mecanismo.

O V-2 foi o primeiro míssil balístico do mundo e o mais conhecido da Alemanha nazista, pois, possuía um alcance de aproximadamente 300 km. Foi desenvolvido com o objetivo primário de atingir a cidade de Londres quando lançado a partir da costa da Holanda.

Além de fornecer força propulsiva ao foguete, um sistema propulsivo pode também gerar momentos rotacionais ao seu corpo e consequentemente controlar sua orientação de forma a seguir uma trajetória desejada. A Figura 2.9 ilustra a deflexão da força propulsiva e o braço de alavanca desta em relação ao centro de massa do foguete. Um mecanismo de controle vetorial do empuxo só é efetivo durante o tempo de queima do propelente do foguete, uma vez que atua sobre a saída do jato de exaustão do motor.

Figura 2.8 - Vista da parte traseira do V-2 alemão.

Sistema de controle vetorial de empuxo por superfícies aerodinâmicas utilizado no V-2.

Fonte: Worldwar2 (2019).

Figura 2.9 - Desenho esquemático do princípio de funcionamento de um sistema de controle vetorial do empuxo.

Ilustração da deflexão da força propulsiva e do braço de alavanca entre esta e o centro de massa do foguete.

Fonte: Sutton (1992).

Um modelo simplificado da dinâmica translacional e rotacional do foguete para a análise de controle, considerando-o um corpo rígido se encontra descrito no trabalho de Wie e Du (2008). Já o trabalho de Jung (1993) inclui a modelagem do torque acoplado que o próprio mecanismo de controle produz sobre o foguete. Modelos com 3 ou 6 graus de liberdade para determinação da

trajetória de veículos lançadores também podem ser encontrados em Tewari (2007) e Cornelisse et al. (1979).

Existem algumas formas de controlar o direcionamento do vetor de empuxo de um foguete. As mais conhecidas se encontram ilustradas na Figura 2.10:

Figura 2.10 - Diversos tipos de mecanismos utilizados para controlar o vetor de empuxo.

Ilustração do controle do vetor de empuxo por deflexão do motor, tubeira móvel, divergente flexível, atuadores aerodinâmicos, colar rotativo na saída da tubeira, pás, injeção fluídica lateral e propulsores auxiliares.

Fonte: Sutton (1992).

O V-2 utilizava controle vetorial do empuxo através de superfícies aerodinâmicas projetadas para essa aplicação, conforme mostra a Figura 2.11. Levando em consideração a elevada temperatura de queima do etanol com oxigênio líquido, chegando a atingir os 2700 graus celsius, essas superfícies aerodinâmicas eram fabricadas em grafite para que sua estrutura resistisse aos aproximados 60 segundos de queima.

Figura 2.11 - Mecanismo de controle do vetor de empuxo utilizado no V-2.

Módulo de controle com atuadores aerodinâmicos a ser integrado na saída da tubeira do foguete.

Fonte: V2rocket (2019).

Esse mecanismo de controle aerodinâmico era modular e foi pioneiro, inspirando e sendo utilizado até mesmo nos mísseis mais modernos da atualidade. A figura abaixo mostra as superfícies de controle aerodinâmico em um míssil Scud Russo, conforme mostrado na Figura 2.12:

Figura 2.12 - Vista da parte traseira do Míssil Scud.

Fonte: Wikipedia (2019).

Apesar desse mecanismo de controle ser bastante utilizado para sistemas de defesa, a indústria aeroespacial também mostra aplicações não militares para essa tecnologia. O veículo lançador de satélite isralense do tipo Shavit, mostrado na Figura 2.13, é um ótimo exemplo do uso civil desse mecanismo originalmente desenvolvido com interesses militares.

Figura 2.13 - Vista traseira do veículo lançador israelense Shavit.

Fonte: Wkiwand (2019).

3 METODOLOGIA

Essa seção é destinada a detalhar a metodologia para obtenção dos parâmetros do sistema de controle do vetor empuxo.

Inicialmente apresenta-se o projeto de um motor foguete a propelente sólido e a preparação do grão propelente. Em seguida é apresentado o sistema de aerofólios para controle do vetor empuxo e um sistema de pêndulo para a caracterização dos aerofólios e do sistema de controle. Por fim, são descritos o sistema de controle, o algoritmo de controle e a análise de estabilidade para sintonização dos ganhos do controlador PID.

3.1 Projeto do motor a propelente sólido

O projeto do motor a propelente sólido foi realizado com ajuda do código CEA da NASA (referencia). Este código determina as condições de equilíbrio químico na câmara de combustão para uma dada composição e temperatura de entrada dos propelentes e para pressões na câmara especificadas, usando a minimização da energia livre de Gibbs e uma técnica de multiplicadores de Lagrange e a técnica de Newton-Raphson generalizada para busca de raízes. As condições dos produtos da combustão na tubeira são determinadas considerando escoamento isentrópico unidimensional, congelado ou em equilíbrio.

Adotou-se uma mistura de nitrato de potássio e sacarose 60/40 m/m para produzir um empuxo de 100 N com pressão de câmara de 10 bar.

O propelente foi escolhido em função de sua ampla disponibilidade, baixo custo, baixa toxicidade, parâmetros balísticos e método de preparo conhecidos, baixa temperatura de combustão e taxa de regressão relativamente lenta. O empuxo de 100 N foi adotado para limitar a vazão mássica de propelente e a pressão de câmara de 10 bar foi escolhida para limitar a vazão de propelente e também por questões de segurança. A

proporção 60/40 m/m foi escolhida para redução da temperatura de combustão.

A Tabela 3.1 mostra os dados de entrada para determinação das propriedades termodinâmicas e propulsivas do motor.

Tabela 3.1 - Dados de entrada para simulação.

Problema (Rocket)	
%massa de Combustível	40
Pressão de Câmara (bar)	5, 10, 15, 20
A_e/A_t	1,4, 1,5, 1,6,..., 3

Reação				
Reagente	Nome da Substância	Fórmula Química	$m_{substância}/m_{reagente}$	h_f^0 (kJ/mol)
Oxidante	Nitrato de Potássio	KNO_3 (a)	100	Substância catalogada
Combustível	Sacarose	$C_{12}H_{22}O_{11}$	100	-2221,2

(a)Para faixa de temperatura inicial de 298 a 400K

Fonte: Produção do autor.

A Figura 3.1 apresenta as temperaturas de chama adiabática para pressões de câmara de 5 a 20 bar para diferentes razões O/C em massa.

Figura 3.1 - Temperatura de chama adiabática para varias razões O/C em massa e pressão de câmara de 5 a 20 bar.

Fonte: Produção do autor.

Com base nos resultados expostos na Figura 3.1, uma razão de mistura entre oxidante e combustível de 1,5 foi escolhida, respeitando restrições do material que se deseja utilizar tanto para a câmara de combustão como para o aerofólio que será empregado em testes posteriores deste trabalho, o aço 304, que possui temperatura de fusão de aproximadamente 1450°C.

A Tabela 3.2 mostra os parâmetros termodinâmicos obtidos para razão O/C = 1,5 e pressão de câmara de 10 bar.

Tabela 3.2 - Parâmetros termodinâmicos para razão O/C=1,5 e pressão de câmara de 10 bar.

Parâmetros termodinâmicos (O/C = 1,5)	
Pressão (bar)	10,0
Temperatura (K)	1456,8
Densidade (kg/m3)	3,055
Massa Molar (kg/mol)	33,424
C_P (kJ/kgmol)	2,221
γ	1,134

Fonte: Produção do autor.

A razão de expansão da tubeira foi ajustada para uma pressão de câmara de 10 bar e uma pressão de saída de 0,95 bar, com dados obtidos pelo código CEA NASA. Visando o preenchimento da seção divergente e da área de saída da tubeira durante a operação do motor, ou seja, de um regime levemente sub-expandido para a pressão de 8 bar, que se deseja iniciar o controle, e um regime de expansão ótima para a pressão de operação principal de 10 bar, uma razão de expansão de 2,4 foi adotada.

Considerando um empuxo de 100 N, impulso específico de 116 s, conforme Apêndice A, calculou-se a vazão mássica do motor:

$$\dot{m} = \frac{F}{g_0 Isp} = \frac{100}{9.8065 \times 116} = 0{,}088\ kg/s$$

A área da garganta foi calculada por

$$A_t = \frac{\dot{m}\sqrt{RT_c}}{\Gamma P_c}$$

onde $\Gamma = \sqrt{\gamma}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\right)} = 0{,}6354$, $R = \frac{8314}{33{,}424} = 248{,}74$, T_c = 1456,8 K, P_c = 10 bar, dando o diâmetro da garganta:

$$D_t = \sqrt{\frac{4A_t}{\pi}} \cong 10\ mm$$

Considerando a razão de expansão de 2,4 o diâmetro de saída fornece espaço suficiente para posicionamento dos aerofólios.

A Figura 3.2 mostra os perfis de pressão ao longo do motor para diferentes pressões de câmara. Pode-se identificar nesta figura a razão de expansão de 2,4, necessária para o escoamento atingir a pressão de 0,95 bar na saída da tubeira com uma pressão de câmara de 10 bar.

Uma análise termoquímica mais completa do motor foi em seguida realizada usando a razão de expansão 2,4 com pressões de câmara de 8, 10, 12, 14 e 16 bar.

As Figuras 3.3 a 3.11 mostram os perfis teóricos de temperaturas, pressões, densidades, velocidades e frações de massa ao longo do motor foguete, até esta razão de expansão de 2,4, admitindo-se escoamento unidimensional adiabático em equilíbrio.

A Figura 3.12 mostra as densidades (massas específicas) ao longo do motor foguete para várias pressões de câmara, com a razão de expansão fixada em 2,4, enquanto as Figuras 3.13 e 3.14 mostram, respectivamente, as velocidades e pressões na saída tubeira para diferentes pressões de câmara, para essa mesma razão de expansão.

Figura 3.2 - Pressão no motor foguete versus a razão de expansão.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.3 - Temperatura dos gases em função da razão de expansão para várias pressões de câmara.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.4 - Pressão dos gases em função da razão de expansão para várias pressões de câmara.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.5 - Densidade dos gases em função da razão de expansão para várias pressões de câmara.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.6 - Velocidade dos gases em função da razão de expansão para várias pressões de câmara.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.7 - Fração mássica de carbonato de potássio em função da razão de expansão para várias pressões de câmara.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.8 - Fração mássica de dióxido de carbono em função da razão de expansão para várias pressões de câmara.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.9 - Fração mássica de vapor d'água em função da razão de expansão para várias pressões de câmara.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.10 - Fração mássica de monóxido de carbono em função da razão de expansão para várias pressões de câmara.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.11 - Fração mássica de hidróxido de potássio em função da razão de expansão para várias pressões de câmara.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.12 - Densidade dos gases na câmara, garganta e saída da tubeira para várias pressões de câmara.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.13 - Velocidade na saída da tubeira para várias pressões de câmara.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.14 - Pressão dinâmica na saída da tubeira para várias pressões de câmara.

Fonte: Produção do autor

3.2 Simulação da operação do motor a propelente sólido

Um código em linguagem Matlab foi desenvolvido para simulação da queima do propelente na câmara de combustão, com base nas equações descritas no Capítulo 2. A listagem do código é apresentada no Apêndice B e os dados termodinâmicos utilizados nesse código se encontram no Apêndice C.

Foram usados os coeficientes balísticos *a*=0,0029 e n=0,32 e a densidade de 1860 kg/m^3 (VYVERMAN, 1978) para a mistura de 60/40 de nitrato de potássio com sacarose e os resultados da pressurização e do empuxo gerado para diversos comprimentos de grão com queima cigarrete em uma câmara de combustão de comprimento 150mm foram agrupados nas Figuras 3.15e 3.16.

Figura 3.15 - Resultados da simulação para a pressão de câmara em função do tempo para grãos de 40 a 80 mm de comprimento.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.16 - Resultados da simulação para o empuxo em função do tempo para grãos de 40 a 80 mm de comprimento.

Fonte: Produção do autor.

3.3 Preparação do grão propelente

Um método de preparação do grão propelente foi desenvolvido para garantir a uniformidade e a estabilidade de queima.

Para a realização de testes do motor foguete é necessário um alto nível de padronização e confiabilidade no preparo da mistura propelente a ser utilizada para a confecção do grão propelente.

Questões como a distribuição homogênea da razão entre oxidante e combustível e oxidante, da granulometria do oxidante ou mesmo da moldagem do grão propelente têm impacto direto na estabilidade da queima e, consequentemente, nos resultados dos testes.

Com o objetivo de atender esses requisitos, uma série de etapas de beneficiamento da mistura propelente foi pensada e implementada. Estas etapas se encontram descritas pelas Figuras 3.17 a 3.28.

O nitrato de potássio é utilizado como oxidante na mistura propelente empregada no preparo do grão. Ele é facilmente encontrado em um grau de pureza acima de 95% na forma de fertilizante, conforme mostra a Figura 3.17.

Figura 3.17 - Nitrato de potássio comercial na forma de fertilizante N-P-K 12-0-45.

Fonte: Produção do autor.

A primeira etapa do beneficiamento empregado é a moagem. O moedor automático é responsável por triturar o nitrato de potássio até este ter sua granulometria tão fina quanto o desejável. Esse equipamento se encontra ilustrado na Figura 3.18.

Figura 3.18 - Moedor automático para afinamento do nitrato de potássio.

Fonte: Produção do autor.

Após a moagem o nitrato de potássio passa pelo processo de peneiramento. A Figura 3.19 mostra a peneira de Mesh 140 utilizada para selecionar a granulometria do nitrato de potássio que se deseja usar na mistura propelente em, no máximo, 0,105 mm de diâmetro.

Figura 3.19 - Peneira para seleção da granulometria do nitrato de potássio.

Fonte: Produção do autor.

O nitrato de potássio selecionado pelo peneiramento passa então pela pesagem e mistura com a sacarose, conforme mostrado na Figura 3.20. A mistura propelente utilizada é de 60% de nitrato de potássio para 40% de sacarose em massa.

Figura 3.20 - Pesagem e mistura do nitrato de potássio com a sacarose na proporção adequada.

Fonte: Produção do autor.

A placa de aquecimento mostrada na Figura 3.21 fornece, de forma controlada, a temperatura adequada para o derretimento da sacarose.

Figura 3.21 - Placa de aquecimento e panela.

Fonte: Produção do autor.

A agitação constante da mistura propelente evita que a sacarose degrade devido ao aquecimento excessivo no fundo da panela. A Figura 3.22 mostra o preparo dessa mistura utilizando uma espátula de madeira.

Figura 3.22 - Propelente sendo misturado com espátula.

Fonte: Produção do autor.

O banho maria torna possível verter a mistura propelente no molde sem que esta solidifique rápido demais, fazendo com que o grão propelente fique sem rachaduras nas extremidades. Utiliza-se óleo mineral e uma manta térmica feita em algodão e fibra de vidro, conforme se pode notar na Figura 3.23.

Figura 3.23 - Molde com banho maria sobre a placa de aquecimento e isolante térmico

Fonte: Produção do autor.

A prensa hidráulica mostrada na Figura 3.24 é usada para acomodar o propelente no molde, evitando bolhas. Para essa compressão é utilizado um êmbolo com apenas 1 mm de folga em relação ao diâmetro do molde com o papelão. Inicia-se a compressão 10 min após toda a mistura propelente ter sido vertida no molde.

Figura 3.24 - Prensagem do grão propelente no molde utilizando 2 toneladas.

Fonte: Produção do autor.

A resina epóxi é um material ótimo para evitar que a queima ocorra em uma face não desejada do grão propelente. Portanto, até três aplicações são necessárias para que haja uma camada homogênea e de espessura satisfatória para que o grão propelente possa ser envelopado. A Figura 3.25 mostra alguns dos equipamentos empregados nesse processo e a Figura 3.26 mostra o grão propelente após a primeira aplicação de epóxi.

Figura 3.25 - Equipamento para inibição do grão com resina epóxi.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.26 - Grão propelente após a 1ª camada de epóxi.

Fonte: Produção do autor.

O grão propelente é encapsulado cuidadosamente com papelão a fim de um melhor isolamento térmico da sua superfície lateral. A Figura 3.27 ilustra essa etapa.

Figura 3.27 - Grão propelente após a 2ª camada de inibição, sendo encapsulado em papelão.

Fonte: Produção do autor.

Após o encapsulamento, uma camada adicional de epóxi é utilizada para garantir a integridade do papelão durante a queima. O resultado dessa aplicação pode ser percebido na Figura 3.28.

Figura 3.28 - Grão propelente recebendo uma camada de epóxi externa ao encapsulamento.

Fonte: Produção do autor.

3.4 Teste dinâmico do pêndulo

Esse teste teve como objetivo a obtenção do coeficiente de atrito rotacional (amortecimento) do pêndulo para melhor compreensão da planta e análise de estabilidade do sistema de controle. A Figura 3.29 mostra o arranjo experimental para a determinação do coeficiente de amortecimento do pêndulo. A orientação do pêndulo foi medida ao longo do tempo utilizando o sensor MPU6050.

Figura 3.29 - Desenho esquemático do teste de identificação do sistema do pêndulo.

Fonte: Produção do autor.

A combinação dos pesos dos elementos usados no pêndulo somariam cerca de 102 a 107 N, enquanto o empuxo é esperado a atingir de 100 a 150 N, conforme ilustrado na Figura 3.30. Com isso, a força sentida no rolamento do pêndulo é de cerca de 7 a 47 N e o seu coeficiente de atrito deve ser medido de forma coerente, uma vez que este é maior para uma

maior força resultante agindo sobre este. Portanto, os ensaios dinâmicos do pêndulo não devem ser realizados com o sistema completo, incluindo o motor, o propelente e o mecanismo de controle. Em vez disso, foi considerado conveniente provocar a oscilação apenas do tubo e adotar o coeficiente de atrito obtido dessa forma para realizar o resto da análise do sistema, conforme mostrado na Figura 3.31.

Figura 3.30- Balanço de forças no pêndulo durante a queima.

Ilustração do balanço de forças atuando nos rolamentos do pêndulo durante a operação do motor foguete.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.31 - Montagem do pêndulo para o teste.

Fonte: Produção do autor.

A orientação do pêndulo, liberado do repouso a partir da orientação de aproximadamente 15 graus, é adquirida pelo MPU6050 e a Figura 3.32 mostra sua oscilação amortecida.

Figura 3.32 - Dados experimentais da orientação do pêndulo em função do tempo.

Dados de orientação do pêndulo, liberado a partir dos 15 graus em relação à vertical, obtidos com o sensor MPU6050.

Fonte: Produção do autor.

3.5 Testes estáticos do motor a propelente sólido

Com o objetivo de desenvolver o motor a propelente sólido, um experimento denominado teste estático foi empregado para avaliar diretamente a pressão de operação e o empuxo do motor foguete. Com esses parâmetros sendo medidos é possível determinar com mais precisão outros parâmetros de interesse para testes posteriores, como a velocidade, a densidade e a pressão dinâmica dos gases na saída da tubeira. A Figura 3.33 ilustra o arranjo experimental utilizado no teste estático do motor em desenvolvimento.

Figura 3.33 - Desenho esquemático do arranjo experimental do teste estático do motor a propelente sólido.

Fonte: Produção do autor.

3.6 Teste estático do motor usando aerofólio com ângulo de ataque fixo

Esse teste teve como objetivo a caracterização dos parâmetros aerodinâmicos do aerofólio. Para isso, os parâmetros obtidos diretamente foram a força medida na célula de carga e pressão de operação do motor. A partir desses dados foi possível determinar outros parâmetros como o torque, a força de sustentação e coeficiente de sustentação do aerofólio para escoamento supersônico.

A Figura 3.34 mostra de forma esquemática a disposição dos principais componentes e equipamentos que foram utilizados nesse teste.

Uma vez que se dispõe da bancada e equipamento necessários para a obtenção da força e do coeficiente de sustentação experimental, é importante dispor desses parâmetros teóricos para uma comparação posterior e, assim, ser possível uma calibração mais precisa do código de controle. O coeficiente de sustentação teórico pode ser calculado pela equação 2.58, tendo-se o ângulo de ataque do aerofólio e o número de Mach do escoamento na saída da tubeira, que estão relacionados à pressão de câmara.

A Figura 3.35 apresenta o coeficiente de sustentação teórico para os diversos números de Mach e ângulos de ataque até 10 graus.

Figura 3.34 - Desenho esquemático do arranjo experimental do teste estático para obtenção dos parâmetros aerodinâmicos do aerofólio.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.35 - Coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque do aerofólio para Mach de 2 a 2,6.

Fonte: Produção do autor.

Para o ângulo de ataque de 10 graus o coeficiente de sustentação teórico em função de alguns valores para a pressão de câmara se encontra na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Coeficiente de sustentação teórico em função da pressão de câmara.

$P_{câmara}$ (bar)	ρ (kg/m^3)	$v_{saída}$ (m/s)	Mach	C_L
5	0,204	1196,5	2,086	0,381
10	0,407	1198,4	2,087	0,381
15	0,610	1199,1	2,087	0,381

Fonte: Produção do autor.

A Figura 3.36 mostra o arranjo experimental que foi montado e devidamente instrumentado para a realização desse teste.

Figura 3.36 - Configuração final do experimento para a caracterização do aerofólio.

Fonte: Produção do autor.

3.6.1 Conversão da força medida na célula de carga em força de sustentação do aerofólio

A força medida na célula de carga pode ser relacionada à força de sustentação provida pelo aerofólio com ângulo de ataque de 10 graus. Essa correlação é feita a partir do torque transmitido ao eixo de rotação (rolamentos), uma vez que o aerofólio está situado a 1,225 m do rolamento, enquanto que a célula de carga se situa a aproximadamente 0,98 m do mesmo, como está ilustrado na Figura 3.37.

A relação entre os torques é dada por:

$$Torque_{aerofólio} = Torque_{célula\ de\ carga} \tag{3.1}$$

Portanto:

$$L * r_{aerofólio} = F_{célula\ de\ carga} * r_{célula\ de\ carga} \tag{3.2}$$

$$L = \frac{F_{célula\ de\ carga} * r_{célula\ de\ carga}}{r_{aerofólio}} \tag{3.3}$$

Sendo $r_{aerofólio} = 1{,}225$ m e $r_{celuladecarga} = 0{,}98$ m, então:

$$L = 0{,}8 * F_{célula\ de\ carga} \tag{3.4}$$

Figura 3.37 - Desenho esquemático da relação entre o torque medido e o torque aerodinâmico.

Fonte: Produção do autor.

3.7 Teste dinâmico do sistema completo a quente

Este teste teve como objetivo a verificação da eficiência do código de controle para uma entrada degrau de 10 graus de atitude do pêndulo. Para isso, os parâmetros obtidos diretamente são a orientação do pêndulo pelo tempo, a pressão de câmara, o sinal de controle e o ângulo de ataque do aerofólio. A partir desses parâmetros é possível calcular a velocidade angular, a aceleração angular e os tempos de pico e de acomodação do pêndulo.

3.7.1 Modelagem do sistema físico no domínio do tempo

Com o objetivo de controlar o vetor de empuxo fornecido pelo motor a propulsão sólida os gases produtos da combustão do propelente devem ser

desviados pelos aerofólios, gerando um torque em relação ao eixo de rotação do corpo do experimento. A Figura 3.38 mostra a vista isométrica do desenho do corpo desse experimento:

Figura 3.38 - Vista isométrica do desenho do corpo do experimento.

Fonte: Produção do autor.

O sistema de controle do vetor de empuxo pode ser descrito pela seguinte relação, adaptada a partir de Tewari (2011) para o pêndulo desse experimento:

$$I\ddot{\theta} + \mu\dot{\theta} + (\sum m_i r_i) g \sin\theta = L r_{tvc} \tag{3.5}$$

onde θ é a posição angular, I é o momento de inércia referente à um grau de liberdade, L é a força de sustentação gerada pelo aerofólio, μ é o coeficiente de atrito rotacional do pêndulo, ou coeficiente de amortecimento, e r_i é a distância do componente de massa m_i ao eixo de rotação do pêndulo. O torque resultante $I\ddot{\theta}$, atuando no pêndulo, é composto pelo torque gerado pela força de sustentação, o torque de amortecimento $\mu\dot{\theta}$ e o torque gerado pela gravidade.

Para facilitar a análise e aumentar a precisão do modelo do sistema físico, este foi dividido em três principais componentes mecânicos: o tubo de rotação, o

motor com o mecanismo de controle e o grão propelente. Ao passo que as massas e braços de alavanca dos dois primeiros são invariáveis com o tempo, esses parâmetros variam para o terceiro. Com isso, uma análise para diferentes momentos de operação deverá ser realizada.

A Figura 3.39 mostra um desenho esquemático dos principais componentes de massa do experimento assim como seus respectivos braços de alavanca em relação ao eixo de rotação.

Figura 3.39 - Desenho esquemático dos componentes de massa e seus respectivos braços de alavanca do experimento.

Fonte: Produção do autor.

A fim de obter-se uma equação linear, admite-se que o experimento desloque-se apenas por pequenos ângulos de orientação θ. Com isso, pode-se simplesmente substituir o termo não linear $\sin\theta$ por θ sem grandes erros.

A Equação 3.11 fica, portanto, com a seguinte forma:

$$I\ddot{\theta} + \mu\dot{\theta} + (\sum m_i r_i) g\theta = L r_{tvc} \tag{3.6}$$

Substituindo a equação da força de sustentação na equação anterior, introduz-se o fator de correlação entre o coeficiente de sustentação teórico e experimental:

$$I\ddot{\theta} + \mu\dot{\theta} + (\sum m_i r_i) g\theta = f C_L q_\infty S r_{tvc} \tag{3.7}$$

Substituindo a equação do coeficiente de sustentação supersônico, da pressão dinâmica e simplificando:

$$I\ddot{\theta} + \mu\dot{\theta} + (\sum m_i r_i) g\theta = f \frac{2\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \rho_\infty {u_\infty}^2 S r_{tvc} \tag{3.8}$$

3.7.2 Modelagem do sistema físico no domínio da frequência e a função de transferência da planta

A partir da Equação 3.14, aplica-se a transformada de Laplace, resultando na Equação 3.15.

$$I[s^2\theta(s) - s\theta(0) - \theta'(0)] + \mu[s\theta(s) + \theta(0)] + g\left(\sum m_i r_i\right)\theta(s) =$$

$$f \frac{2\alpha(s)}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \rho_\infty {u_\infty}^2 S r_{tvc} \tag{3.9}$$

Sendo $\theta(0) = 0$ e $\theta^{'}(0) = 0$ a equação fica simplificada.

$$Is^2\theta(s) + \mu s\theta(s) + g(\sum m_i r_i)\theta(s) = f\frac{2\alpha(s)}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}\rho_\infty {u_\infty}^2 S r_{tvc} \qquad (3.10)$$

Pode-se explicitar a saída do sistema no domínio da freqüência.

$$\theta(s)[Is^2 + \mu s + g\sum m_i r_i] = \alpha(s)\left(f\frac{2\rho_\infty {u_\infty}^2 S r_{tvc}}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}\right) \qquad (3.11)$$

Finalmente a Equação 3.18 representa a razão entre a saída e a entrada do sistema no domínio da freqüência e essa expressão é denominada função de transferência do sistema.

$$KG(s) = \frac{\theta(s)}{\alpha(s)} = f\frac{2\rho_\infty {u_\infty}^2 S r_{tvc}}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}\frac{1}{[Is^2 + \mu s + g\sum m_i r_i]} \qquad (3.12)$$

Sendo o termo $f\frac{2\rho_\infty {u_\infty}^2 S r_{tvc}}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$ o ganho associado ao atuador e $\frac{1}{[Is^2 + \mu s + g\sum m_i r_i]}$ a função de transferência da planta.

Para o sistema desse trabalho, a análise foi feita para três casos, envolvendo tamanhos de grãos propelente de comprimento inicial de 65 mm. O caso I analisa um sistema referente ao início do controle, quando a pressão ultrapassa a condição de 8 bar. O caso II analisa a pressão de operação padrão, de aproximadamente 10 bar. Já o caso III analisa uma pressão de operação acima da de projeto, com o objetivo de garantir a

estabilidade do sistema mesmo em casos nos quais o motor apresenta alguma anomalia na sua operação.

Para o caso I é considerado o comprimento de 60 mm para o grão propelente no momento no qual o controle se inicia. Para os casos II e III será considerado um comprimento médio do grão propelentede 30 mm.

Todos os parâmetros da planta e do atuador se encontram detalhados nas Tabelas 3.3 e 3.4.

Com base nas Tabelas 3.3 e 3.4, o ganho do atuador e a função de transferência da planta foram calculados e se encontram na Tabela 3.5.

Tabela 3.3 - Parâmetros da planta para os casos de análise.

Parâmetros da planta	r_{tubo} (m)	$r_{motor+tvc}$ (m)	r_{prop} (m)	m_{tubo} (kg)	$m_{motor+tvc}$ (kg)	m_{prop} (kg)	μ	I_{xx} (kg.m^2)
Caso I	0,613	1,108	1,028	3,155	6,890	0,948	0,05	10,991
Casos II e III	0,613	1,108	1,013	3,155	6,890	0,474	0,05	10,476

Fonte: Produção do autor.

Tabela 3.4 - Parâmetros do atuador para os casos de análise.

Parâmetros do atuador	P_c (bar)	f	S (m^2)	r_{tvc} (m)	ρ_∞ (kg/m^3)	u_∞(m/s)	M_∞	Ganho atuador
Caso I	8	0,526	1x 10^{-4}	1,225	0,326	1136,9	2,086	29,662
Caso II	10	0,538	1x 10^{-4}	1,225	0,407	1137,4	2,087	37,887
Caso III	16	0,579	1x 10^{-4}	1,225	0,651	1138,1	2,087	65,298

Fonte: Produção do autor.

Tabela 3.5 - Especificação completa da planta e do atuador para os casos de análise.

	P_c (bar)	Ganho atuador	Torque de controle máximo (N.m)	$G(s)$
Caso I	8	29,662	5,176	$\frac{1}{10{,}991s^2 + 0{,}0493s + 103{,}381}$
Caso II	10	37,887	5,611	$\frac{1}{10{,}476s^2 + 0{,}0493s + 98{,}534}$
Caso III	16	65,298	11,394	

Fonte: Produção do autor.

3.7.3 Projeto do controlador

Para o projeto do controlador, primeiramente definem-se os requisitos esperados para a operação do sistema. A Tabela 3.6 apresenta esses requisitos referentes à resposta transitória do sistema, como o tempo de pico, o tempo de acomodação, o sobresinal máximo e o erro de estado estacionário:

Tabela 3.6 - Requisitos da resposta transitória do sistema.

Requisitos da resposta transitória do sistema	
θ_{ref} (rad)	0,1745
Tempo de pico - t_p (s)	<0,2
Sobresinal máximo - M_p (%)	< 10
Tempo de acomodação - t_s (s)	<2
Erro de estado estacionário (%)	<2

Fonte: Produção do autor.

Com os requisitos especificados na Tabela 3.6, para a resposta transitória do sistema, a função sisotool do Matlab será usada para sintonizar um controlador PID capaz de atendê-los. Além de cumprir esses requisitos, o controlador também deverá se mostrar estável para os três casos listados na Tabela 3.5 e gerar um sinal de controle que seja factível pelo atuador, ou seja, que não exceda a saturação de 10 graus de ângulo de ataque para o aerofólio, possuindo valores iguais ou inferiores ao torque de controle máximo.

3.7.3.1 Controlador PID caso I

Após o procedimento de inicialização da sisotool, explicado no Apêndice E, a sintonização automática dos ganhos de um controlador PID para o caso I foi realizada com a ferramenta de otimização, respeitando os requisitos da Tabela 3.6.

A resposta ao degrau de entrada e os parâmetros para a resposta transitória do sistema podem ser visualizados na Figura 3.40.

Os ganhos do controlador proposto para o caso I ficaram:

$$K_p = 43{,}46,\ K_i = 53 \text{ e} K_d = 8{,}91$$

A Figura 3.41 mostra o gráfico do lugar das raízes e também o diagrama de Bode para o caso I.

Figura 3.40 - Resposta ao degrau de entrada para o caso I usando sintonização automática com otimização da sisotool para controlador PID.

Fonte: Produção do autor.

Esse gráfico mostra o sobresinal máximo se adequando aos 10% de limite. O tempo de pico também atendeu ao requisito de ocorrer antes de 0,2s.

Figura 3.41 - Gráficos do lugar das raízes e de Bode para o caso I.

Fonte: Produção do autor.

Os gráficos de Bode da ferramenta sisotool para o caso I mostram que a margem de ganho é de -347 dB e a margem de fase é de 78,5 graus, o que demonstra um sistema bastante estável para esse controlador proposto.

3.7.3.2 Controlador PID caso II

Com a função de transferência do caso II devidamente carregada para a função sisotool, fez-se novamente uma sintonização automática para um controlador PID, mas, dessa vez optou-se por utilizar a ferramenta de otimização com base nos requisitos especificados na Tabela 3.6.

A resposta ao degrau de entrada e os parâmetros para a resposta transitória do sistema podem ser visualizados na Figura 3.42.

Figura 3.42 - Sintonização do controlador do caso II com os requisitos para a resposta transitória.

Fonte: Produção do autor.

A imagem mostra a resposta transitória do sistema em azul e os requisitos para a resposta transitória do sistema como traços pretos. Os ganhos do controlador proposto para o caso II ficaram:

$$K_p = 32{,}43,\ K_i = 39{,}549 \text{ e } K_d = 6{,}632$$

A Figura 3.43 mostra os gráficos do lugar das raízes e também o de Bode para o caso II.

Figura 3.43 - Gráficos do lugar das raízes e de Bode para o caso II.

Fonte: Produção do autor.

Os gráficos de Bode da ferramenta sisotool para o caso II mostram que a margem de ganho é infinita e a margem de fase é de 78,6 graus, o que demonstra um sistema bastante estável para esse controlador proposto.

3.7.3.3 Controlador PID caso III

Por fim restou sintonizar um controlador capaz de fazer com que a resposta transitória da função de transferência do caso III respeitasse os requisitos impostos pela Tabela 3.6. A ferramenta de otimização foi novamente utilizada e a resposta transitória desse sistema se encontra na Figura 3.44.

Figura 3.44 - Sintonização do controlador do caso III com os requisitos para a resposta transitória

Fonte: Produção do autor

A imagem mostra a resposta transitória do sistema em azul e os requisitos para a resposta transitória do sistema como traços pretos.

Os ganhos do controlador proposto para o caso III ficaram:

$$K_p = 18{,}82,\ K_i = 22{,}95 \text{ e} K_d = 3{,}84$$

A Figura 3.45 mostra os gráficos do lugar das raízes e também o de Bode para o caso III.

Figura 3.45 - Gráfico do lugar das raízes e de Bode para o caso III.

Fonte: Produção do autor.

Os gráficos de Bode da ferramenta sisotool para o caso III mostram que a margem de ganho é de -347 dB e a margem de fase é de 78,5 graus, o que demonstra um sistema bastante estável para esse controlador proposto.

3.7.4 Sistema de referência

É necessário criar um sistema de referência para o teste, no qual as diversas variáveis como o torque, a orientação do pêndulo e o ângulo de ataque do aerofólio o respeitem. Convenciona-se chamar o servo motor direito na vista frontal de “Servo 9” e o servo esquerdo de “Servo 10” devido aos números dos pinos digitais do Arduino nos quais estão conectados, como pode ser visto na Figura 3.46.

Figura 3.46 - Vistas lateral e frontal do teste dinâmico do sistema de controle.

Fonte: Produção do autor.

Com base nessa convenção, passa-se a adotar o sentido anti-horário como referência para a rotação positiva do pêndulo e, dessa forma, o torque no sentido anti-horário também possui sinal positivo. Como pode ser percebido pela Figura 3.47, o Servo 9 deverá ter rotação no sentido anti-horário para

girar o aerofólio no sentido horário, fazendo com que seu respectivo aerofólio gere torque positivo.

Figura 3.47 - Transmissão do servo para o aerofólio.

Fonte: Produção do autor.

Por fim, os dados obtidos pelo sensor MPU6050 também devem seguir a mesma referência que o resto do sistema. Considerando o sensor instalado no pêndulo conforme no esquema mostrado na Figura 3.48, a orientação do pêndulo com valor positivo está atribuída a valores positivos da variável relacionada à rotação no eixo x do sensor, que tem seu sistema referencial de medição ilustrado na Figura 3.49.

Figura 3.48 - Vistas lateral e de topo do teste dinâmico do sistema de controle.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.49 - Sistema referencial de medição do sensor MPU6050.

Fonte: Produção do autor.

3.7.5 Algoritmo de controle

Com base nos parâmetros obtidos a partir dos testes dinâmicos do pêndulo, dos testes estáticos do motor a propelente sólido e dos testes estáticos com o aerofólio, uma análise empregando a técnica dos pólos congelados foi realizada no capítulo 3.10.3 e, com isso, foi possível calibrar o código de controle desenvolvido para o Arduino, disponível no Apêndice F, com os dados termodinâmicos referentes à faixa de operação do motor, aos parâmetros aerodinâmicos do aerofólio e com os ganhos proporcional, integral e derivativo do controlador.

Primeiramente criaram-se vetores para correlacionar a pressão de câmara com as propriedades do escoamento na seção de saída da tubeira, como a velocidade, número de Mach e massa específica. Isso permite uma alimentação da pressão de câmara no código de controle em tempo real, a fim de calcular os ganhos do controlador para qualquer momento de operação. A pressão de câmara medida pelo transdutor de pressão passa por uma filtragem e, então, essas propriedades do escoamento na saída são continuamente calculadas através de uma interpolação entre a pressão de câmara atual e o vetor com pressões de câmara de 1 a 24 bar, com intervalo de 0,5 bar.

O algoritmo de operação do código de controle escrito para o Arduino pode ser visto na Figura 3.50.

Figura 3.50 - Algoritmo do código de controle do vetor empuxo.

Fonte: Produção do autor.

A Tabela 3.7 reúne as principais linhas de programação referentes aos blocos mostrados na Figura 3.50. Nela também se encontram as bibliotecas necessárias para a utilização das funções presentes nas linhas de programação.

Tabela 3.7 - Principais linhas de programação e bibliotecas utilizadas no loop de controle.

Bloco	Linhas de programação	Bibliotecas
Transdutor de pressão	Pressao = (((analogRead(0)-520)*(50-0.95))/(1023-520))+0.95;	

Filtro média móvel	myAverage += Pressao/4;
	myAverage.process();
	Pressao = myAverage.mean;
		GaussianAverage.h
		LinkedList.h

Interpolação dos parâmetros termodinâmicos na saída da tubeira	rho = FmultiMap(Pressao, Pres, dens, 47); M = FmultiMap(Pressao, Pres, Mach, 47); V = FmultiMap(Pressao, Pres, vel, 47);	
Referência	Setpoint = 10*0.0174533;	

Controlador PID	Input = kalAngleX*0.0174533;
	myPID.Compute();
	u = Output;
		PID_v1.h

Atuador	alfarad = u*(sqrt((M^2)-1))/(0.55*rho*(v^2)*A*r);
	alfa = alfarad*57.2958000;
	if ((alfa < 10) && (alfa > -10)) {
	myservo9.write((5*alfa)+90);
	myservo10.write((-5*alfa)+90); }
	if (alfa >= 10) {
	alfa = 10; }
	if (alfa <= -10) {
	alfa = -10; }
		Servo.h

Sensor MPU6050	accX = ((i2cData[0] << 8) | i2cData[1]);
	accY = ((i2cData[2] << 8) | i2cData[3]);
	accZ = ((i2cData[4] << 8) | i2cData[5]);
	gyroX = (i2cData[8] << 8) | i2cData[9];
	gyroY = (i2cData[10] << 8) | i2cData[11];
	gyroZ = (i2cData[12] << 8) | i2cData[13];
		Wire.h

Filtro de Kalman	kalAngleX = kalmanX.getAngle(roll, gyroXrate, dt);	Kalman.h

Fonte: Produção do autor.

4 RESULTADOS

4.1 Resultados da identificação do sistema

Foram realizados três testes com o objetivo da identificação do sistema físico. Os gráficos da orientação do pêndulo pelo tempo para esses casos analisados se encontram na Figura 4.1.

Figura 4.1 - Sobreposição da orientação do pêndulo para os três testes.

Fonte: Produção do autor.

Com base na Figura 4.1 percebe-se que os gráficos da oscilação do pêndulo dos três experimentos estão em fase, demonstrando uma boa reprodutibilidade do experimento e que parâmetros médios do sistema de segunda ordem modelado a partir desses dados terão grande coerência com o sistema real do experimento. Há uma redução da amplitude da oscilação nos três casos, de forma homogênea, em função da resistência do ar e atrito do rolamento.

As funções de transferência e os parâmetros do sistema de segunda ordem, estimados pela ferramenta de identificação do Matlab, estão organizados na Tabela 4.1. Um exemplo da utilização dessa ferramenta se encontra no Apêndice D.

Tabela 4.1 - Identificação da função de transferência e dos parâmetros do pêndulo para os três testes.

	Teste 1	Teste 2	Teste 3
Função de transferência	$\frac{1}{s^2 + 0.0336s + 39.78}$	$\frac{1}{s^2 + 0.0337s + 39.8}$	$\frac{1}{s^2 + 0.0343s + 39.8}$
Grau de correlação	96,87%	91,08%	89,32%
ω_n	6,307	6,308	6.308
ζ	0,00266	0,00267	0.00272
I_{xx} (kg.m^2)	1,456	1,456	1,456
μ	0,0489	0,0491	0.0499

Fonte: Produção do autor.

Com os valores do coeficiente de amortecimento da Tabela 4.1, obtidos através da identificação do sistema para os três testes realizados, pode-se finalmente estimar um valor médio de 0,0493, que foi utilizado para calibrar a função de transferência da planta, tornando-a mais fidedigna ao experimento desse trabalho e, consequentemente, também a função de transferência do sistema de controle a malha fechada.

4.2 Resultados dos testes estáticos para o desenvolvimento do motor

Tendo como objetivo o desenvolvimento do motor foguete a propelente sólido, a partir do dimensionamento obtido com a simulação, uma série de testes estáticos foi planejada, até que um aceitável grau de reprodutibilidade fosse alcançado.

1º teste estático:

Este teste foi de curta duração e o funcionamento do motor foguete ocorreu fora dos parâmetros desejados. A Figura 4.2 apresenta os dados de pressão e empuxo obtidos nesse teste.

Figura 4.2 - Dados experimentais de empuxo e pressão do primeiro teste estático.

Fonte: Produção do autor.

Como um primeiro teste estático, com o objetivo de desenvolver o motor a ser utilizado no experimento de controle do vetor de empuxo e, também,

testar o sistema de aquisição de dados de empuxo e de pressão, considerou-se mais prudente e conveniente o preparo de um grão propelente de menor massa total, implicando numa altura menor e, portanto, com baixo tempo de queima.

Esse teste apresentou, no entanto, um tempo de queima ainda menor que o esperado e uma pressão máxima de operação maior que a de projeto. Após uma análise dos dados de pressão de câmara, atribuiu-se a estas características uma má inibição lateral do grão propelente com resina epóxi. Essa inibição ineficiente não foi capaz de evitar a queima da área lateral do grão propelente, ocasionando a queima indesejada desta. Com isso a vazão mássica de propelente queimado foi superior à de projeto, causando uma pressurização excessiva da câmara de combustão.

2º teste estático:

Nesse teste ocorreu uma explosão do motor, que pode ser identificada como um pico de pressão na Figura 4.3.

Figura 4.3 - Dados experimentais de empuxo e pressão do segundo teste estático.

Fonte: Produção do autor.

Neste teste ocorreu novamente a queima indesejada da área lateral do grão propelente, indicando uma inibição ainda insuficiente desta.

A curva de empuxo mostra claramente o momento de calibração da célula de carga por volta dos 10 segundos utilizando um peso padrão de 5 kg. Esta só foi capaz de registrar até por volta dos 350 N e, logo depois, a célula de carga foi arrancada da bancada de teste.

A curva de pressão de câmara só foi capaz de registrar a pressão de câmara até os 30 bar, que corresponde ao limite de medição do transdutor de pressão. Acredita-se que a pressão de câmara foi muito superior a esse valor, no entanto.

As técnicas de inibição e encapsulamento do grão propelente foram aprimoradas para que os testes posteriores não apresentassem mais esse tipo de falha.

3º teste estático:

Esse teste teve funcionamento dentro dos parâmetros desejados, mas com muita instabilidade, como pode ser visto na Figura 4.4. Houve falha na aquisição de dados de pressão, mas, a partir dos dados de empuxo, estima-se uma pressão de operação de 10 bar.

Figura 4.4 - Comparação entre a curva de empuxo da simulação e os dados experimentais de empuxo do terceiro teste estático.

Fonte: Produção do autor.

Neste teste a inibição do grão propelente foi finalmente empregada adequadamente, utilizando duas camadas de epóxi na lateral do grão, ao invés de apenas uma, resultando na queima apenas da área circular desejada.

O circuito eletrônico responsável pela alimentação do transdutor de pressão apresentou falha, provavelmente causada por um curto circuito na solda.

Os dados de empuxo, porém, foram obtidos com sucesso e, após uma comparação com a curva de empuxo de projeto, concluiu-se que o teste e a queima ocorreram satisfatoriamente.

4º teste estático:

Nesse teste ocorreu também uma explosão do motor devido à instabilidade de queima. Houve falha na aquisição de dados de empuxo e pressão.

5º teste estático:

Neste teste o motor funcionou com pressão acima da de projeto, mas operou sem instabilidade. Para a redução das instabilidades de queima, o grão propelente passou a ser preparado com uma granulometria de oxidante mais fina e bem selecionada pela utilização de um moedor automático e peneiramento. Os dados de empuxo e de pressão de câmara pelo tempo se encontram na Figura 4.5.

Figura 4.5 - Dados experimentais de empuxo e de pressão do quinto teste estático.

Fonte: Produção do autor.

6º teste estático:

Neste teste o motor funcionou com pressão acima da de projeto, mas operou sem instabilidade. Os dados de empuxo e de pressão de câmara se encontram na Figura 4.6.

Figura 4.6 - Dados experimentais de empuxo e pressão do sexto teste estático.

Fonte: Produção do autor.

Os resultados desse teste foram escolhidos para uma análise comparativa entre o modelo de desempenho do motor a propelente sólido escrito em Matlab.

As Figuras 4.7 e 4.8 mostram essa comparação entre o impulso específico e o impulso total.

Figura 4.7 - Comparação entre o impulso total obtido na simulação e o impulso total calculado a partir de dados experimentais de empuxo.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.8 - Comparação entre o impulso específico obtido na simulação e o impulso específico calculado a partir de dados experimentais de empuxo.

Fonte: Produção do autor.

Com base nas Figuras 4.7 e 4.8, comparando-se os valores nos tempos finais, verificou-se uma correlação entre o impulso total experimental e o impulso total do modelo é de 98,18% enquanto a correlação entre o impulso específico experimental e o impulso específico do modelo é de 99,59%. No entanto, a fase transiente não foi bem representada teoricamente, uma vez que os coeficientes balísticos foram retirados da literatura e o modelo, por sua vez, é simplificado, utilizando propriedades termodinâmicas constantes. O isolamento térmico também influenciou os resultados experimentais uma vez que não permitia um isolamento adequado, havendo a penetração de gases quentes entre o grão e a parede da câmara de combustão.

Essa previsibilidade das condições finais de operação do motor a partir do modelo foi considerada satisfatória e a fase de desenvolvimento do motor a propelente sólido foi encerrada.

4.3 Resultados dos testes estáticos para a caracterização do aerofólio

1º teste estático para a caracterização do aerofólio:

Este teste teve funcionamento com pressão muito acima da de projeto, mas foi possível obter dados satisfatórios para a caracterização do aerofólio.

A Figura 4.9 mostra uma imagem capturada durante a queima nesse teste.

Figura 4.9 - Imagem capturada durante a queima no primeiro teste estático para caracterização do aerofólio.

Fonte: Produção do autor.

Nesse teste a curva de pressão passou do limite de medição do transdutor de pressão, que é de 30 bar, como pode ser visto na Figura 4.10. Esse pico de pressão pode ser atribuído a um problema na ignição, quando o fio elétrico usado como ignitor manteve-se preso dentro da câmara. No entanto, apenas os dados da despressurização do motor foram utilizados para analisar a força e o coeficiente de sustentação.

Com base nos dados obtidos pelo sistema de aquisição foi possível perceber um atraso de aproximadamente 0,18s entre a aquisição da curva de pressão e da curva da força de sustentação. Portanto, foi necessário um trabalho meticuloso para que os dados entre essas duas curvas estivessem de fato correlacionados.

Figura 4.10 - Dados experimentais de pressão de câmara e força de sustentação do primeiro teste estático para caracterização do aerofólio.

Fonte: Produção do autor.

Por conveniência, dados para dois pontos da curva de força de sustentação durante a despressurização, próximo às pressões de 10 e 15 bar, foram utilizados para o cálculo do coeficiente de sustentação experimental.

Primeiramente foi necessário calcular a pressão dinâmica teórica para esses dois pontos através da equação da pressão dinâmica, utilizando os dados da Tabela3.3:

$$q_{10} = \frac{\rho_{10} v_{10}^2}{2} = \frac{0{,}407 * 1198{,}4^2}{2} = 292259{,}08\ Pa \tag{4.1}$$

$$q_{15} = \frac{\rho_{15} v_{15}^2}{2} = \frac{0{,}6\ 10 * 1199{,}1^2}{2} = 438541{,}45\ Pa \tag{4.2}$$

Tendo-se esses valores para a pressão dinâmica, pode-se calcular o coeficiente de sustentação experimental a partir da força de sustentação experimental usando a equação do coeficiente de sustentação. A Tabela 4.2 reúne os coeficientes de sustentação experimentais para as pressões de câmara utilizadas para o cálculo.

Tabela 4.2 - Força e coeficiente de sustentação experimentais.

$P_{câmara}$(bar)	L_{exp}(N)	C_{Lexp}
9,83	0,611	0,205
14,93	0,986	0,220

Fonte: Produção do autor.

Por fim, compararam-se os valores calculados do coeficiente de sustentação experimental com seus valores teóricos presentes na Tabela 3.2 e foi obtido um fator entre 0 e 1 relacionando os dois, conforme a equação abaixo:

$$f = \frac{C_{Lexp}}{C_L} \tag{4.3}$$

A Tabela 4.3 foi montada para expor os resultados desse fator para os dois pontos analisados.

Tabela 4.3 - Fator entre o coeficiente de sustentação teórico e experimental.

$P_{câmara}$(bar)	f
9,83	0,538
14,93	0,578

Fonte: Produção do autor.

2º teste estático para caracterização do aerofólio:

Este teste teve funcionamento com pressão acima da de projeto, sem instabilidades e com excelente aquisição de dados para a caracterização do aerofólio. A Figura 4.11 mostra uma imagem capturada durante o teste.

Figura 4.11 - Imagem capturada durante a queima no segundo teste estático para caracterização do aerofólio.

Fonte: Produção do autor.

Esse teste apresentou resultados muito satisfatórios no ponto de vista da utilização na caracterização do aerofólio.

O mesmo procedimento adotado no teste anterior foi adotado neste teste também, apanhando-se dados correlacionados entre as curvas de pressão e de força de sustentação. No entanto, como nesse teste houve claramente um platô de operação, como mostrado pela Figura 4.12, com a curva de pressão se mantendo próxima de 14,5 bar, na maior parte da queima, o trabalho de correlação entre as duas curvas foi facilitado.

Com o valor da pressão dinâmica obteve-se o coeficiente de sustentação experimental. A Tabela 4.4 foi montada com o valor médio desse coeficiente durante esse platô operacional.

Figura 4.12 - Dados experimentais de pressão de câmara e força de sustentação do segundo teste estático para caracterização do aerofólio.

Fonte: Produção do autor.

Novamente calculou-se a pressão dinâmica para a pressão de interesse:

$$q_{14,5} = \frac{\rho_{14,5} v_{14,5}^2}{2} = \frac{0,59 * 1199^2}{2} = 424092,3\ Pa \tag{4.4}$$

Tabela 4.4 - Força e coeficiente de sustentação experimentais.

$P_{câmara}$ (bar)	L_{exp} (N)	C_{Lexp}
14,5	9,1	0,2145

Fonte: Produção do autor.

Novamente utilizou-se a equação 4.3, do fator entre o coeficiente de sustentação teórico e experimental, e o resultado se encontra na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 - Fator entre o coeficiente de sustentação teórico e experimental.

$P_{câmara}$ (bar)	f
14,5	0,563

Fonte: Produção do autor.

Com isso pode-se estimar o valor para esse fator de correlação entre os coeficientes de sustentação teórico e experimental como aproximadamente 0,579 para uma pressão de câmara de 16 bar, como pode ser visto na Figura 4.13.

Figura 4.13 - Fator teórico-experimental para o coeficiente de sustentação em função da pressão de câmara.

Fonte: Produção do autor.

4.4 Resultados dos testes dinâmicos do sistema completo a quente

Com o objetivo de validar o algoritmo de controle, dois testes do código de controle sem queima foram realizados. A pressão de câmara, em vez de ser fornecida pelo transdutor de pressão, foi diretamente inserida no código de controle como 10 bar para o primeiro teste e 15 bar para o segundo. O sensor MPU6050 foi, então, oscilado no mesmo grau de liberdade no qual estaria instalado no experimento, simulando um sistema em amortecimento, e os dados de orientação do pêndulo já filtrados (KalAngleX), o torque de controle e o ângulo de ataque de comando do aerofólio foram obtidos.

A Figura 4.14 mostra o comportamento desses parâmetros do código de controle pelo tempo para o primeiro teste.

Figura 4.14 - Primeiro teste do código de controle.

Fonte: Produção do autor

Como é possível perceber com base na Figura 4.14, uma vez que o sinal de referência está fixado em 5 graus, toda vez que a orientação (KalmanX) se encontra inferior à esse valor, o sinal de controle e, consequentemente, o

ângulo de ataque, se encontram no sentido contrário, demonstrando uma "intenção" do algoritmo de controle em trazer o sistema para a referência. Além disso, também se pode notar que as maiores diferenças entre o valor da orientação (kalAngleX) e o sinal de referência, coincidem com os picos no torque de controle enquanto as menores diferenças entre esses valores coincidem com os momentos de menor torque de controle.

Os dados do segundo teste do código de controle podem ser vistos na Figura 4.15.

Figura 4.15 - Segundo teste do código de controle.

Fonte: Produção do autor.

No segundo teste o sinal de referência estava fixado em 10 graus e a saturação para o ângulo de ataque do aerofólio foi em 10 graus.

Esse comportamento do código de controle demonstrou coerência com o projeto do controlador e, com isso, esse sistema está pronto para ser testado em operação com queima de propelente no motor foguete desenvolvido nesse trabalho.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposto um sistema completo de controle do vetor de empuxo para controlar a orientação de um pêndulo utilizando os gases produtos da combustão em um motor foguete a propelente sólido e um atuador aerodinâmico na saída da tubeira. Para tal, um motor a propelente sólido foi projetado, desenvolvido e testado e os componentes e a integração do sistema de controle do vetor de empuxo foram analisados.

Resultados satisfatórios da operação do motor foram obtidos e parâmetros como o impulso total e o impulso específico teóricos finais coincidiram com o que foi obtido pelo modelo escrito em Matlab.

O atuador aerodinâmico foi caracterizado com testes de queima e seus parâmetros aerodinâmicos foram obtidos e implementados numa análise mais fidedigna do sistema de controle.

Um programa para o controle do vetor empuxo e a parte eletrônica foram baseados na plataforma Arduino e um filtro de Kalman foi utilizado para reduzir o ruído dos dados de entrada provenientes da unidade de medição inercial. Além de códigos próprios, subrotinas de código aberto (bibliotecas) de diferentes fontes foram também utilizadas na elaboração do algoritmo de controle.

Os resultados indicam a factibilidade de implementação de um sistema de controle do vetor de empuxo eficiente e de baixo custo, a partir de componentes amplamente disponíveis no mercado, para foguetes de aceleração moderada (até 16g).

5.1 Trabalhos futuros

- Avaliar o sistema de controle com testes a quente.

- Incrementar em um grau de liberdade o controle do pêndulo.

- Realizar esse estudo sobre um sistema real de foguete em vôo, com controle de rolamento, guinada e arfagem.

- Implementação e validação em vôo do sistema de controle do vetor de empuxo sugerido.

- Representação e análise do sistema físico em espaço de estados, possibilitando uma melhor análise de sistemas não lineares, múltiplas entradas e saídas, controle ótimo, etc.

- Modelagem e simulação do sistema completo utilizando linguagens open source para modelagem de sistemas complexos, como Modelica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, D. F. **Simulação de uma missão espacial**: lançamento, injeção em órbita e reentrada. 2017. 97 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2017.

ANDERSON, J. D. **Fundamentals of aerodynamics**. New York: McGraw-Hill, 2005. (McGraw-Hill Series in aeronautical and aerospace engineering).

ARCADIPANE, A. **Active roll control system for a model rocket:** design, realization and testing.Dissertação (Mestrado em Engenharia Aeroespacial) – Università degli Studi di Palermo, Palermo, 2012.

BOEING. **Boeing images.** 2019. Disponível em: https://secure.boeingimages.com/C.aspx?VP3=CMS3&VF=Home.

BOND, A. C. **Experimental investigation of a flat-plate paddle jet vane operating on a rocket jet**.Virginia: Langley Aeronautical Laboratory, 1950. 49p.

CORNELISSE, J. W.; SCHOYER, H. F. R; WAKKER, K. F. **Rocket propulsion and spaceflight dynamics**.[S.l.]: Pitman, 1979.

GILLADETT, L. V.; WINEMAN, A. R. **Investigation of vanes immersed in the jet of a solid-fuel rocket motor**.Virginia: Langley Aeronautical Laboratory, 1952. 31p.

GREENSITE, L.A. **Analysis and design of space vehicle flight control systems**. New York,US: Spartan Books, 1970. 3,242,303,305 p. ISBN 0876715544.

HUZEL, D.K.; HUANG, D.H. **Modern engineering for design of liquid-propellant rocket engines**. Washington DC: AIAA, 1967.

JUNG, J. H. **Modeling and classical and advanced controlof asolid rocket motor thrust vector control system**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica e Ciência da Computação) – Massachusetts InsituteofTechnology, Cambridge, 1993.

KADAM, V. N. Practical design of flight control systems: some problems and their solutions. **Defense Science Journal**, v.55, n.3, p.211-221, 2005.

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. **Experimental aircraft.** 2019. Disponível em: https://www.nasa.gov/centers/armstrong/history/experimental_aircraft/X-33.html.

OGATA, K. **Modern control engineering**. Rio de Janeiro, RJ: Prentice-Hall, 1997.

SANTOS, G. C. **Projeto e implementação de sistema de controle de rolamento em foguete experimental**. 2018. 88 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Aeroespacial) – Universidade Federal do ABC, São Bernardo do Campo, 2018.

SEIDEL, H. H. **Transient chamber pressure and thrust in solid rocket Motors**. Huntsville, Alabama: Research Laboratories, Brown Engineering Company, 1965. 37p.

SILVA, A. G. **Análise e projeto de sistemas de controle de atitude para o veículo lançador de satélites (VLS)**. 2014. 234 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2014.

SOUZA, M. M. **Sistema de controle de atitude para modelo de VLS fixo com 3 graus de liberdade**. 2012. 66 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica / Aeronaves) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

SOUZA, J. P.; LEITE FILHO, W. C. Estudo comparativo de arquiteturas de controlador pid para veículos aerodinâmicamente instáveis.In: CONFERÊNCIA BRASILEIRADE DINÂMICA, CONTROLEE APLICAÇÕES, 2011, Águas de Lindóia, Brasil. **Anais...** 2011.

SUTTON, G. P. **Rocket propulsion elements**: an introduction to the engineering of rockets. New York: Wiley, 1992. 636p.

TEWARI, A. **Atmospheric and space flight dynamics**. New York: Birkhauser Boston, 2007. (Modeling and simulation in science, engineering and technology).

V2ROCKET. **A-4/V-2 resource site.** 2019. Disponível em: http://www.v2rocket.com.

VYVERMAN, T. **The potassium nitrate - sugar propellant**. Belgium: [s.n.], 1978.Report.

WIE, B; DU, W. **Analysis and design of launch vehicle flight control systems**.TP – 20090001165.NASA, 2008.11p. Disponível em: https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20090001165.pdf.

WIKIPEDIA. **Scud.** 2019. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Scud.

WIKIWAND. **Shavit.** 2019. Disponível em: https://www.wikiwand.com/en/Shavit.

WINEMAN, A. R. **Preliminary investigation of a fin-actuated jet-vane control system for stabilization of rocket-powered models**. Virginia: LangleyAeronauticalLaboratory, 1951. 29p.

WORLD WAR 2. **World War 2 facts.** 2019. Disponível em: http://www.worldwar2facts.org/.

APÊNDICE A – PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS E PROPULSIVAS

Tabela A.1 - Propriedades termodinâmicas e propulsivas - P_c = 8 bar.

Parâmetros (O/C = 1,5)	Câmara	Garganta	Saída
Ae/At	0,0	1,0	2,4
Pressão (bar)	8,000	4,619	0,847
Temperatura (K)	1453,1	1366,3	1162,3
Densidade (kg/m3)	2,448	1,508	0,326
Massa Molar (kg/mol)	33,407	33,456	33,501
Cp (kJ/kgmol)	2,314	2,097	1,826
Gamma	1,133	1,135	1,143
Mach	0,000	1,000	2,086
C* (m/s)	899,8	899,8	899,8
Cf	0,000	1,000	1,264
Isp (s)	NA	60,14	115,95
Ve (m/s)	0,000	899,8	1136,9

Fonte: Produção do autor.

Tabela A.2 - Espécies químicas - P_c = 8 bar.

Espécies (O/C=1,5)	Frações Mássicas		
	Câmara	Garganta	Saída
H2	0,012	0,012	0,014
CO	0,208	0,201	0,180
CO2	0,164	0,173	0,204
H2O	0,126	0,122	0,109
KOH	0,009	0,004	0,001
CH4	0,000	0,000	0,000
K2CO3	0,398	0,404	0,409
N2	0,083	0,083	0,083

Fonte: Produção do autor.

Tabela A.3 - Propriedades termodinâmicas e propulsivas - P_c =10 bar.

Parâmetros (O/C = 1,5)	Câmara	Garganta	Saída
Ae/At	0,0	1,0	2,4
Pressão (bar)	10,000	5,771	1,058
Temperatura (K)	1456,880	1368,2	1162,4
Densidade (kg/m3)	3,055	1,882	0,407
Massa Molar (kg/mol)	33,424	33,466	33,503
Cp (kJ/kgmol)	2,221	2,038	1,812
Gamma	1,134	1,137	1,144
Mach	0,000	1,000	2,087
C* (m/s)	900,0	900,0	900,0
Cf	0,000	1,000	1,264
Isp (s)	NA	60,2	116,0
Ve (m/s)	0,000	900,0	1137,4

Fonte: Produção do autor.

Tabela A.4 - Espécies químicas - P_c = 10 bar.

Espécies (O/C = 1,5)	Frações Mássicas		
	Câmara	Garganta	Saída
H2	0,012	0,012	0,014
CO	0,208	0,201	0,180
CO2	0,164	0,173	0,204
H2O	0,126	0,122	0,109
KOH	0,007	0,004	0,000
CH4	0,000	0,000	0,000
K2CO3	0,400	0,405	0,409
N2	0,083	0,083	0,083

Fonte: Produção do autor.

Tabela A.5 - Parâmetros termodinâmicos e propulsivos - P_c = 12 bar.

Parâmetros (O/C = 1,5)	Câmara	Garganta	Saída
Ae/At	0,0	1,0	2,4
Pressão (bar)	12,000	6,922	1,269
Temperatura (K)	1459,590	1369,6	1162,5
Densidade (kg/m3)	3,662	2,257	0,488
Massa Molar (kg/mol)	33,437	33,473	33,504
Cp (kJ/kgmol)	2,156	1,997	1,804
Gamma	1,135	1,138	1,144
Mach	0,000	1,000	2,087
C* (m/s)	900,2	900,2	900,2
Cf	0,000	1,000	1,264
Isp (s)	NA	60,3	116,0
Ve (m/s)	0,000	900,2	1137,7

Fonte: Produção do autor.

Tabela A.6 - Espécies químicas - P_c = 12 bar.

Espécies (O/C = 1,5)	Frações Mássicas		
	Câmara	Garganta	Saída
H2	0,012	0,012	0,014
CO	0,208	0,201	0,180
CO2	0,163	0,173	0,204
H2O	0,126	0,122	0,109
KOH	0,006	0,003	0,000
CH4	0,000	0,000	0,000
K2CO3	0,401	0,406	0,410
N2	0,083	0,083	0,083

Fonte: Produção do autor.

Tabela A.7 - Propriedades termodinâmicas e propulsivas - P_c = 14 bar.

Parâmetros (O/C = 1,5)	Câmara	Garganta	Saída
Ae/At	0,0	1,0	2,4
Pressão (bar)	14,000	8,074	1,480
Temperatura (K)	1461,6	1370,6	1162,5
Densidade (kg/m3)	4,269	2,631	0,569
Massa Molar (kg/mol)	33,446	33,479	33,505
Cp (kJ/kgmol)	2,107	1,968	1,798
Gamma	1,136	1,138	1,144
Mach	0,000	1,000	2,087
C* (m/s)	900,3	900,3	900,3
Cf	0,000	1,000	1,264
Isp (s)	NA	60,3	116,1
Ve (m/s)	0,000	900,3	1137,9

Fonte: Produção do autor.

Tabela A.8 - Espécies químicas - P_c = 14 bar.

Espécies (O/C = 1,5)	Frações Mássicas		
	Câmara	Garganta	Saída
H2	0,012	0,012	0,014
CO	0,208	0,201	0,180
CO2	0,163	0,173	0,204
H2O	0,126	0,122	0,109
KOH	0,006	0,003	0,000
CH4	0,000	0,000	0,000
K2CO3	0,403	0,406	0,410
N2	0,083	0,083	0,083

Fonte: Produção do autor.

Tabela A.9 - Propriedades termodinâmicas e propulsivas - P_c = 16 bar.

Parâmetros (O/C = 1,5)	Câmara	Garganta	Saída
Ae/At	0,0	1,0	2,4
Pressão (bar)	16,000	9,225	1,690
Temperatura (K)	1463,2	1371,4	1162,6
Densidade (kg/m3)	4,876	3,005	0,651
Massa Molar (kg/mol)	33,454	33,483	33,507
Cp (kJ/kgmol)	2,070	1,946	1,795
Gamma	1,137	1,139	1,144
Mach	0,000	1,000	2,087
C* (m/s)	900,4	900,4	900,4
Cf	0,000	1,000	1,264
Isp (s)	NA	113,3	116,1
Ve (m/s)	0,000	900,4	1138,1

Fonte: Produção do autor

Tabela A.10 - Espécies químicas - P_c =16 bar.

Espécies (O/C = 1,5)	Frações Mássicas		
	Câmara	Garganta	Saída
H2	0,012	0,012	0,014
CO	0,208	0,201	0,180
CO2	0,162	0,172	0,204
H2O	0,126	0,122	0,109
KOH	0,005	0,002	0,000
CH4	0,000	0,000	0,000
K2CO3	0,403	0,407	0,410
N2	0,083	0,083	0,083

Fonte: Produção do autor.

APÊNDICE B – CÓDIGO PARA ESTIMATIVA DE DESEMPENHO DO MOTOR A PROPELENTE SÓLIDO

```
clear;
clc;

t(1) = 0.000;
dt = 0.010;                                %Passos de 0.01s
Patm = (10^5);                             %Pressão atmosférica em Pascal
R0 = 8.314;                                %J/mol*K
rhoar298 = 1.184;                          %kg/m3
g = 9.806;

%Especififcações do motor
Dt = 0.010;                                %diâmetro da garganta em m
At = pi()*(Dt^2)*0.25;                     %área da garganta em m2
Lc(1) = 0.150;                             %comprimento da câmara em m
Dc = 0.106;                                %diâmetro da câmara em m
tcasing = 0.001;                           %espessura do casing em m

%Dados propelente

rhoknsu = 1860;                            %kg/m3 (60/40)
a = 0.0029;                                %m/s.bar^n (60/40)
n = 0.32;                                  %adimensional
Dgrao = Dc-(2*tcasing);
Ab = pi()*(Dgrao^2)*0.25;                  %Área de queima

%Condições iniciais
Pc(1) = Patm;                              %pressão da câmara inicial
Pcbar(1) = 1.000;
Tc(1) = 298.15;                            %temperatura da câmara inicial
Lg(1) = 0.0435;                             %Comprimento do grão em m
Vc(1) = pi()*0.25*((Dc^2)*Lc(1) - (Dgrao^2)*Lg(1)) ; %volume inicial
da câmara m2
mc(1) = rhoar298*Vc(1);                     %Massa do ar dentro da câmara
em kg
gammac(1) = 1.4;
Mc(1) = 0.029;                              %Massa molecular do ar dentro
da câmara em Kg/mol
Rc(1) = R0/Mc(1);
rhoc(1) = rhoar298;
Cf(1) = 1;
Empuxo(1) = 0;
It(1) = 0;
mprop(1) = 0;
Isp(1) = 0;

%importa os dados do arquivo com resultados do CEA NASA
load'knsu6040.txt';
dados = knsu6040(:,:);
P = dados(:,1);                             %Pressao a partir de dados do
arquivo em bar
```

```
M = dados(:,2);                          %Massa molar a partir de dados
do arquivo em kg/mol
T = dados(:,3);                          %Temperatura a partir de dados
do arquivo em Kelvin
rho = dados(:,4);                          %Densidade a partir de dados
do arquivo em Kg/m3
gamma = dados(:,5);
Cforce = dados(:,6);
PiP = dados(:,7);

i = 1;

while Lg(i) > 0  %%%Build up



k(i)=i;

%%%%% Dados para o combustível queimado

% Área de queima, taxa de queima e vazão mássica do combustível

rdot(i) = a*(Pcbar(i)^n);            %taxa de queima do combustível em
m/s

Vb(i) = rdot(i)*Ab;                 %vazão volumétrica

mfdot(i) = rhoknsu*rdot(i)*Ab;      %Vazão mássica do combustível

mf(i) = mfdot(i)*dt;                %massa de combustível queimada


% Interpola as propriedades dos PRODUTOS da combustão de acordo com a
pressão atual da câmara

Mf(i) = (interp1(P,M,Pcbar(i)))/1000;   %kg/mol

Tf(i) = interp1(P,T,Pcbar(i));          %Kelvin

rhof(i) = interp1(P,rho,Pcbar(i));

gammaf(i) = interp1(P,gamma,Pcbar(i));

if (i>1)

Cf(i) = interp1(P,Cforce,Pcbar(i)); %coef empuxo

end

rP(i) = interp1(P,PiP,Pcbar(i)); %razao de pressao

%%%%% Vazão mássica na garganta

% Coeficiente de descarga
```

```
% Caso subcrítico

razaoP(i) = Patm/Pc(i);

Pcrit(i) = ((2/(gammac(i)+1))^(gammac(i)/(gammac(i)-1)));

if (Patm/Pc(i)) > ((2/(gammac(i)+1))^(gammac(i)/(gammac(i)-1)))

            phi(i)                                                    =
((Patm/Pc(i))^(1/gammac(i)))*(((gammac(i)/(gammac(i)-1))*(1-
((Patm/Pc(i))^((gammac(i)-1)/gammac(i)))))^0.5);

end

% Caso crítico

if (Patm/Pc(i)) <= ((2/(gammac(i)+1))^(gammac(i)/(gammac(i)-1)))

            phi(i)                                                    =
((gammac(i)/(gammac(i)+1))^0.5)*((2/(gammac(i)+1))^(1/(gammac(i)-1)));

end

mnozdot(i)          =          Pc(i)*At*((2/(Rc(i)*Tc(i)))^0.5)*phi(i);
%vazão mássica na garganta

mnoz(i)                        =                        mnozdot(i)*dt;
%saída de massa na garganta no intervalo dt

%Massa total de propelente expelida

mprop(i+1) = mprop(i) + mnoz(i);

%%%%% Conservação de massa na câmara

% Massa resultante na câmara

    mc(i+1) = mc(i) + mf(i) - mnoz(i);


% Massa molar média na câmara (Mc), Densidade média, Temperatura média

    Mc(i+1)    =    (Mf(i)*mf(i)+(Mc(i)*(mc(i)-mnoz(i))))/(mf(i)+mc(i)-
mnoz(i));

Rc(i+1) = R0/Mc(i+1);

Tc(i+1)  =  (Tf(i)*mf(i)+(Tc(i)*(mc(i)-mnoz(i))))/(mf(i)+mc(i)-mnoz(i));
%Temperatura média na câmara

Vc(i+1)            =            Vc(i)            +            Vb(i)*dt;
%volume resultante da câmara
```

```
rhoc(i+1)                        =                        mc(i+1)/Vc(i+1);
%Densidade média na câmara

gammac(i+1)             =             (gammaf(i)*mf(i)+(gammac(i)*(mc(i)-
mnoz(i))))/(mf(i)+mc(i)-mnoz(i));


% Cálculo da pressão da câmara

dPc(i+1)        =        ((rhoc(i+1)-rhoc(i))*Rc(i+1)*Tc(i+1))+((Rc(i+1)-
Rc(i))*rhoc(i+1)*Tc(i+1))+((Tc(i+1)-Tc(i))*rhoc(i+1)*Rc(i+1));

Pc(i+1)            =            Pc(i)            +            dPc(i+1)*dt;
%atualização da pressão

Pcbar(i+1) = Pc(i+1)/(10^5);

Cf(i+1) = Cf(i) + 2.4*(((Pcbar(i)/rP(i))-1)/Pcbar(i));

if (Cf(i+1) < 1)

Cf(i+1) = 1;

end


Empuxo(i+1) = Pc(i+1)*At*Cf(i+1);

It(i+1) = It(i) + Empuxo(i+1)*dt;

Isp(i+1) = It(i+1)/(mprop(i+1)*g);

%Análise de Instabilidades

Lstar(i)=Vc(i)/At;    %Comprimento característico

for m=1:4

    Flong(i,m)=m*(sqrt(gammac(i)*Rc(i)*Tc(i))/(2*(Lc(1)-Lg(i))));

Ftrans(i,m)=m*(sqrt(gammac(i)*Rc(i)*Tc(i))/(2*Dc));

end


% Atualizações para o loop

Lg(i+1)            =            Lg(i)            -            (rdot(i)*dt);
%comprimento do grão

t(i+1) = t(i) + dt;

    i = i+1;
end
```

```
while Pcbar(i)>1   %%%Blowdown



rdot(i+1)=0;

Cf(i) = interp1(P,Cforce,Pcbar(i)); %coef empuxo

rP(i) = interp1(P,PiP,Pcbar(i)); %razao de pressao


%%%%% Vazão mássica na garganta

% Coeficiente de descarga
% Caso subcrítico

razaoP(i) = Patm/Pc(i);

Pcrit(i) = ((2/(gammac(i)+1))^(gammac(i)/(gammac(i)-1)));

if (Patm/Pc(i)) > ((2/(gammac(i)+1))^(gammac(i)/(gammac(i)-1)))

            phi(i)                                                    =
((Patm/Pc(i))^(1/gammac(i)))*(((gammac(i)/(gammac(i)-1))*(1-
((Patm/Pc(i))^((gammac(i)-1)/gammac(i)))))^0.5);

end

% Caso crítico

if (Patm/Pc(i)) <= ((2/(gammac(i)+1))^(gammac(i)/(gammac(i)-1)))

            phi(i)                                                    =
((gammac(i)/(gammac(i)+1))^0.5)*((2/(gammac(i)+1))^(1/(gammac(i)-1)));

end

mnozdot(i)          =          Pc(i)*At*((2/(Rc(i)*Tc(i)))^0.5)*phi(i);
%vazão mássica na garganta

mnoz(i)                          =                        mnozdot(i)*dt;
%saída de massa na garganta no intervalo dt

%Massa total de propelente expelida

mprop(i+1) = mprop(i) + mnoz(i);

%%%%% Conservação de massa na câmara

% Massa resultante na câmara

    mc(i+1) = mc(i) - mnoz(i);
```

```
% Massa molar média na câmara (Mc), Densidade média, Temperatura média

    Mc(i+1) = (Mc(i)*(mc(i)-mnoz(i)))/(mc(i)-mnoz(i));

Rc(i+1) = R0/Mc(i+1);

Tc(i+1)            =            (Tc(i)*(mc(i)-mnoz(i)))/(mc(i)-mnoz(i));
%Temperatura média na câmara

Vc(i+1)                              =                              Vc(i);
%volume resultante da câmara

rhoc(i+1)                       =                       mc(i+1)/Vc(i+1);
%Densidade média na câmara

gammac(i+1) = (gammac(i)*(mc(i)-mnoz(i)))/(mc(i)-mnoz(i));


% Cálculo da pressão da câmara

dPc(i+1)        =        ((rhoc(i+1)-rhoc(i))*Rc(i+1)*Tc(i+1))+((Rc(i+1)-
Rc(i))*rhoc(i+1)*Tc(i+1))+((Tc(i+1)-Tc(i))*rhoc(i+1)*Rc(i+1));

Pc(i+1)            =            Pc(i)            +            dPc(i+1)*dt;
%atualização da pressão

Pcbar(i+1) = Pc(i+1)/(10^5);

Cf(i+1) = Cf(i) + 2.4*(((Pcbar(i)/rP(i))-1)/Pcbar(i));

if (Cf(i+1) < 1)

Cf(i+1) = 1;

end


Empuxo(i+1) = Pc(i+1)*At*Cf(i+1);

It(i+1) = It(i) + Empuxo(i+1)*dt;

Isp(i+1) = It(i+1)/(mprop(i+1)*g);

t(i+1) = t(i) + dt;

    i=i+1;

end


figure('name','Resultados       da       Simulação       -       Janela
1','NumberTitle','off');
subplot(2,1,1)
plot(t,Pcbar);xlabel('t (s)');ylabel('P_c (bar)');
```

```
title('Pressão de Câmara');
subplot(2,1,2)
plot(t,rdot);xlabel('t (s)');ylabel('r (m/s)');
title('Taxa de Queima');


figure('name','Resultados da Simulação - Janela
2','NumberTitle','off');
subplot(2,1,1)
plot(t,Empuxo); xlabel('t (s)');ylabel('F (N)');
title('Empuxo');
subplot(2,1,2)
xlabel('t (s)');ylabel('V_e (m/s)');
title('Velocidade de Exaustão');
```

APÊNDICE C – TABELA COM DADOS CEA NASA KNSU 60/40

Tabela C.1 - Dados Termodinâmicos e propulsivos KNSU 60/40.

Pc	M	Tc	ρ	gamma	Cf	PiP
1	33.11	1390.1	0.314	1.16	0	9.323
1.5	33.187	1406	0.468	1.158	1.262	9.355
2	33.236	1416.3	0.621	1.157	1.263	9.376
2.5	33.271	1423.8	0.774	1.156	1.263	9.392
3	33.297	1429.4	0.927	1.156	1.263	9.403
3.5	33.318	1433.9	1.079	1.155	1.263	9.412
4	33.335	1437.6	1.231	1.155	1.263	9.42
4.5	33.35	1440.6	1.384	1.154	1.263	9.426
5	33.361	1443.2	1.536	1.154	1.263	9.431
5.5	33.372	1445.4	1.688	1.154	1.263	9.435
6	33.381	1447.3	1.84	1.154	1.263	9.438
6.5	33.388	1449	1.992	1.154	1.263	9.441
7	33.395	1450.5	2.144	1.153	1.264	9.444
7.5	33.401	1451.9	2.296	1.153	1.264	9.447
8	33.407	1453.1	2.448	1.153	1.264	9.449
8.5	33.412	1454.2	2.599	1.153	1.264	9.451
9	33.417	1455.1	2.751	1.153	1.264	9.452
9.5	33.421	1456.1	2.903	1.153	1.264	9.454
10	33.424	1456.9	3.055	1.153	1.264	9.455
10.5	33.428	1457.6	3.207	1.153	1.264	9.457
11	33.431	1458.3	3.358	1.153	1.264	9.458
11.5	33.434	1459	3.51	1.153	1.264	9.459
12	33.437	1459.6	3.662	1.153	1.264	9.46
12.5	33.44	1460.2	3.814	1.152	1.264	9.461
13	33.442	1460.7	3.965	1.152	1.264	9.462
13.5	33.444	1461.2	4.117	1.152	1.264	9.462
14	33.446	1461.6	4.269	1.152	1.264	9.463
14.5	33.448	1462.1	4.421	1.152	1.264	9.464
15	33.45	1462.5	4.572	1.152	1.264	9.464
15.5	33.452	1462.9	4.724	1.152	1.264	9.465
16	33.454	1463.2	4.876	1.152	1.264	9.465

Fonte: Produção do autor.

APÊNDICE D – EXEMPLO SYSTEM IDENTIFICATION

Um arquivo é criado com os dados da orientação do pêndulo ao longo do tempo. A primeira coluna, com o degrau de entrada, é inserida enquanto a segunda coluna corresponde a variação da orientação. Esse arquivo é carregado para o ambiente Matlab e dois vetores são preenchidos com os dados das colunas de degrau de entrada e de orientação do pêndulo, conforme mostrado na Figura D.1.

Figura D.1 – Input system identification.

Fonte: Produção do autor.

Os dados obtidos pelo sensor são finalmente importados como “dados no domínio do tempo” para a ferramenta de identificação do sistema do Matlab. O vetor do degrau de entrada é associado ao input e o vetor de orientação do pêndulo é associado ao output do programa. O tempo de início é alterado para 0 segundo e o intervalo de amostragem alterado para 0.01 segundos e, então, dá-se o comando de “importar”.

Figura D.2 – Import de dados no system identification.

Fonte: Produção do autor.

Com os dados importados é possível estimar uma função de transferência para o sistema, que no caso do pêndulo desse experimento é uma planta de 2ª ordem, com dois pólos e nenhum zero.

Figura D.3 – Opções system identification.

Fonte: Produção do autor.

Figura D.4 – Especificação da função de transferência no system identification.

Fonte: Produção do autor.

Assim que o programa termina a rotina de estimativa da função de transferência, um bloco contendo a função de transferência estimada é carregado. A partir desse bloco podem-se ver detalhes como a função de transferência do modelo gerado, o grau de correlação do modelo em relação ao sinal original, o local dos pólos, etc.

Figura D.5 – Output com a função de transferência estimada.

Fonte: Produção do autor.

Figura D.6 – Especificações da função de transferência estimada.

Fonte: Produção do autor.

Figura D.7 – Comparação da resposta ao degrau da função de transferência estimada com os dados de entrada.

Fonte: Produção do autor.

Figura D.8 – Pólos e zeros da função de transferência estimada.

Fonte: Produção do autor.

APÊNDICE E – EXEMPLO SISOTOOL

A Figura E.1 apresenta os comandos necessários para executar a função sisotool.

Figura E.1 – Linhas de comando de entrada para a sisotool.

```
clear;

clc;

G=tf([29.662],[10.991 0.0493 103.381]); %função de transferência 8 bar

%G=tf([37.887],[10.476 0.0493 98.534]); %função de transferência 10 bar

%G=tf([65.298],[10.476 0.0493 98.534]); %função de transferência 16 bar

sisotool(G)
```

Fonte: Produção do autor.

Após o comando de executar o programa, a função sisotool da função de transferência para o caso com a pressão de operação de 8 bar inicializa o aplicativo de projeto do sistema de controle, surgindo sua interface conforme a Figura E.2.

Figura E.2 – Interface da sisotool.

Fonte: Produção do autor.

Com isso pode-se escolher a arquitetura dos blocos, como na Figura E.3 e ajustar os dados do sistema, alterando o ganho do bloco de referência F para a referência desejada para o sistema desse experimento, conforme a Figura E.4.

Figura E.3 – Arquitetura do controlador.

Fonte: Produção do autor.

Figura E.4 – Dados do sistema.

Fonte: Produção do autor.

O aplicativo também permite escolher o tipo de gráfico que se deseja visualizar e, assim, um gráfico de resposta (y) ao degrau de entrada (r) é escolhido na Figura E.5.

Figura E.5 – Gráficos para a análise.

Fonte: Produção do autor.

Na aba de sintonização automática a sintonização por controlador PID é escolhida e um controlador do tipo PD é selecionado, conforme na Figura E.6.

Figura E.6 – Sintonização automática.

Fonte: Produção do autor.

Ao clicar em “atualizar o compensador”, um novo ganho é calculado pelo programa incluindo um termo derivativo, conforme pode ser visto na Figura E.6. Esse compensador pode ser decomposto em dois termos da seguinte forma:

$$K_p + K_d s = 228{,}82 + 11{,}21s$$

Por essa expressão pode-se, enfim, encontrar o ganho proporcional e derivativo do controlador:

$$K_p = 228{,}82 \text{e} K_d = 11{,}21$$

APÊNDICE F – CÓDIGO DE CONTROLE ARDUINO

```
/* Copyright (C) 2012 Kristian Lauszus, TKJ Electronics. All rights reserved.

 This software may be distributed and modified under the terms of the GNU
 General Public License version 2 (GPL2) as published by the Free Software
 Foundation and appearing in the file GPL2.TXT included in the packaging of
 this file. Please note that GPL2 Section 2[b] requires that all works based
 on this software must also be made publicly available under the terms of
 the GPL2 ("Copyleft").

 Contact information
 -------------------

 Kristian Lauszus, TKJ Electronics
 Web      :  http://www.tkjelectronics.com
 e-mail   :  kristianl@tkjelectronics.com
 */
#include <PID_v1.h>
#include <Servo.h>
#include <Wire.h>
#include <Kalman.h> // Source: https://github.com/TKJElectronics/KalmanFilter
#include <LinkedList.h>
#include <Gaussian.h>
#include <GaussianAverage.h>

#define RESTRICT_PITCH // Comment out to restrict roll to ±90deg instead -
please read: http://www.freescale.com/files/sensors/doc/app_note/AN3461.pdf

Kalman kalmanX; // Create the Kalman instances
Kalman kalmanY;

/* IMU Data */
double accX, accY, accZ;
double gyroX, gyroY, gyroZ;
int16_t tempRaw;

double gyroXangle, gyroYangle; // Angle calculate using the gyro only
double compAngleX, compAngleY; // Calculated angle using a complementary
filter
double kalAngleX, kalAngleY; // Calculated angle using a Kalman filter


/*PID Control Data*/
double Input, Output, error, ITerm, dInput;
```

```
double Setpoint = 10.0000000*0.0174533; //setpoint em radianos
double Kp = 2, Ki = 1, Kd = 1;
double alfa, alfarad, alfa_old, u;
int SampleTime = 100;
float Pressao;

double A = 0.0000050; //area planar do aerofolio em metros
double r = 1.2250000; //braço de alavanca em metros

float rho;
float v;
float M;

float
Pres[]={1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5,5,5.5,6,6.5,7,7.5,8,8.5,9,9.5,10,10.5,11,11.5,12,1
2.5,13,13.5,14,14.5,15,15.5,16,16.5,17,17.5,18,18.5,19,19.5,20,20.5,21,21.5,22
,22.5,23,23.5,24};
float
vel[]={1187.140,1190.260,1192.108,1193.411,1194.395,1195.078,1195.679,11
96.124,1196.530,1196.830,1197.136,1197.333,1197.530,1197.743,1197.888,1
198.050,1198.246,1198.298,1198.390,1198.500,1198.535,1198.696,1198.748,
1198.840,1198.893,1198.950,1199.003,1198.985,1199.094,1199.146,1199.181
,1199.384,1199.384,1199.384,1199.384,1199.435,1199.435,1199.435,1199.43
5,1199.435,1199.435,1199.435,1199.435,1200.062,1200.062,1200.062,1200.0
62};
float
Mach[]={2.086,2.085,2.085,2.085,2.085,2.085,2.085,2.086,2.086,2.086,2.086,2.
086,2.086,2.086,2.086,2.086,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,
2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.08
7,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.087,2.088,2.088,2.088,2.088};
float
dens[]={0.041,0.062,0.082,0.102,0.123,0.143,0.163,0.184,0.204,0.224,0.245,0.
265,0.285,0.306,0.326,0.346,0.366,0.387,0.407,0.427,0.448,0.468,0.488,0.509,
0.529,0.549,0.569,0.590,0.610,0.630,0.651,0.671,0.691,0.711,0.732,0.752,0.77
2,0.793,0.813,0.833,0.854,0.874,0.894,0.914,0.935,0.955,0.975};

PID myPID(&Input, &Output, &Setpoint, Kp, Ki, Kd, DIRECT);

/*Servo*/
Servo myservo9; //servo 9
Servo myservo10; //servo 10

GaussianAverage myAverage = GaussianAverage(4);

uint32_t timer;
uint8_t i2cData[14]; // Buffer for I2C data

// TODO: Make calibration routine
```

```
float FmultiMap(float val, float * _in, float * _out, uint8_t size)
{
  // take care the value is within range
  // val = constrain(val, _in[0], _in[size-1]);
  if (val <= _in[0]) return _out[0];
  if (val >= _in[size-1]) return _out[size-1];

  // search right interval
  uint8_t pos = 1;  // _in[0] allready tested
  while(val > _in[pos]) pos++;

  // this will handle all exact "points" in the _in array
  if (val == _in[pos]) return _out[pos];

  // interpolate in the right segment for the rest
  return (val - _in[pos-1]) * (_out[pos] - _out[pos-1]) / (_in[pos] - _in[pos-1]) +
_out[pos-1];
}
//-----------------------------------------------------------------------------


void setup() {
  Serial.begin(9600);
  Wire.begin();
#if ARDUINO >= 157
  Wire.setClock(400000UL); // Set I2C frequency to 400kHz
#else
  TWBR = ((F_CPU / 400000UL) - 16) / 2; // Set I2C frequency to 400kHz
#endif

  i2cData[0] = 7; // Set the sample rate to 1000Hz - 8kHz/(7+1) = 1000Hz
  i2cData[1] = 0x00; // Disable FSYNC and set 260 Hz Acc filtering, 256 Hz Gyro
filtering, 8 KHz sampling
  i2cData[2] = 0x00; // Set Gyro Full Scale Range to ±250deg/s
  i2cData[3] = 0x00; // Set Accelerometer Full Scale Range to ±2g
  while (i2cWrite(0x19, i2cData, 4, false)); // Write to all four registers at once
  while (i2cWrite(0x6B, 0x01, true)); // PLL with X axis gyroscope reference and
disable sleep mode

  while (i2cRead(0x75, i2cData, 1));
  if (i2cData[0] != 0x68) { // Read "WHO_AM_I" register
    Serial.print(F("Error reading sensor"));
    while (1);
  }

  delay(100); // Wait for sensor to stabilize
```

```
  /* Set kalman and gyro starting angle */
  while (i2cRead(0x3B, i2cData, 6));
  accX = (i2cData[0] << 8) | i2cData[1];
  accY = (i2cData[2] << 8) | i2cData[3];
  accZ = (i2cData[4] << 8) | i2cData[5];

  // Source: http://www.freescale.com/files/sensors/doc/app_note/AN3461.pdf
eq. 25 and eq. 26
  // atan2 outputs the value of -π to π (radians) - see
http://en.wikipedia.org/wiki/Atan2
  // It is then converted from radians to degrees
#ifdef RESTRICT_PITCH // Eq. 25 and 26
  double roll  = atan2(accY, accZ) * RAD_TO_DEG;
  double pitch = atan(-accX / sqrt(accY * accY + accZ * accZ)) * RAD_TO_DEG;
#else // Eq. 28 and 29
  double roll  = atan(accY / sqrt(accX * accX + accZ * accZ)) * RAD_TO_DEG;
  double pitch = atan2(-accX, accZ) * RAD_TO_DEG;
#endif

  kalmanX.setAngle(roll); // Set starting angle
  kalmanY.setAngle(pitch);
  gyroXangle = roll;
  gyroYangle = pitch;
  compAngleX = roll;
  compAngleY = pitch;



  timer = micros();


  myPID.SetMode(AUTOMATIC);
  myPID.SetOutputLimits(-255, 255);

  myservo9.attach(9); //servo 9
  myservo10.attach(10); //servo 10
  delay(200);
  myservo9.write(90);
  myservo10.write(90);
  delay(1000);
}



//-------------------------------------------------------------
```

```
void loop() {

//Calcula a pressão utilizando um filtro a partir das medidas analógicas do transdutor de pressão

//Pressao = (((analogRead(0)-520)*(50-0.95))/(1023-520))+0.95;

//myAverage += Pressao/4;

//myAverage.process();

//Pressao = myAverage.mean;

Pressao = 15;


//----------------Interpolação dos dados termodinâmicos na saída da tubeira----------------

rho = FmultiMap(Pressao,Pres,dens,47);

M = FmultiMap(Pressao,Pres,Mach,47);

v = FmultiMap(Pressao,Pres,vel,47);


//-----------------Código para atualização da biblioteca de Kalman----------------------------

  /* Update all the values */
  while (i2cRead(0x3B, i2cData, 14));
  accX = ((i2cData[0] << 8) | i2cData[1]);
  accY = ((i2cData[2] << 8) | i2cData[3]);
  accZ = ((i2cData[4] << 8) | i2cData[5]);
  tempRaw = (i2cData[6] << 8) | i2cData[7];
  gyroX = (i2cData[8] << 8) | i2cData[9];
  gyroY = (i2cData[10] << 8) | i2cData[11];
  gyroZ = (i2cData[12] << 8) | i2cData[13];

  double dt = (double)(micros() - timer) / 1000000; // Calculate delta time
  timer = micros();

  // Source: http://www.freescale.com/files/sensors/doc/app_note/AN3461.pdf eq. 25 and eq. 26
  // atan2 outputs the value of -π to π (radians) - see http://en.wikipedia.org/wiki/Atan2
  // It is then converted from radians to degrees
```

```
#ifdef RESTRICT_PITCH // Eq. 25 and 26
  double roll  = atan2(accY, accZ) * RAD_TO_DEG;
  double pitch = atan(-accX / sqrt(accY * accY + accZ * accZ)) * RAD_TO_DEG;
#else // Eq. 28 and 29
  double roll  = atan(accY / sqrt(accX * accX + accZ * accZ)) * RAD_TO_DEG;
  double pitch = atan2(-accX, accZ) * RAD_TO_DEG;
#endif

  double gyroXrate = gyroX / 131.0; // Convert to deg/s
  double gyroYrate = gyroY / 131.0; // Convert to deg/s

#ifdef RESTRICT_PITCH
  // This fixes the transition problem when the accelerometer angle jumps
between -180 and 180 degrees
  if ((roll < -90 && kalAngleX > 90) || (roll > 90 && kalAngleX < -90)) {
    kalmanX.setAngle(roll);
    compAngleX = roll;
    kalAngleX = roll;
    gyroXangle = roll;
  } else
    kalAngleX = kalmanX.getAngle(roll, gyroXrate, dt); // Calculate the angle
using a Kalman filter

  if (abs(kalAngleX) > 90)
    gyroYrate = -gyroYrate; // Invert rate, so it fits the restriced accelerometer
reading
  kalAngleY = kalmanY.getAngle(pitch, gyroYrate, dt);
#else
  // This fixes the transition problem when the accelerometer angle jumps
between -180 and 180 degrees
  if ((pitch < -90 && kalAngleY > 90) || (pitch > 90 && kalAngleY < -90)) {
    kalmanY.setAngle(pitch);
    compAngleY = pitch;
    kalAngleY = pitch;
    gyroYangle = pitch;
  } else
    kalAngleY = kalmanY.getAngle(pitch, gyroYrate, dt); // Calculate the angle
using a Kalman filter

  if (abs(kalAngleY) > 90)
    gyroXrate = -gyroXrate; // Invert rate, so it fits the restriced accelerometer
reading
  kalAngleX = kalmanX.getAngle(roll, gyroXrate, dt); // Calculate the angle using
a Kalman filter
#endif

  gyroXangle += gyroXrate * dt; // Calculate gyro angle without any filter
  gyroYangle += gyroYrate * dt;
```

```
  //gyroXangle += kalmanX.getRate() * dt; // Calculate gyro angle using the
unbiased rate
  //gyroYangle += kalmanY.getRate() * dt;

  compAngleX = 0.93 * (compAngleX + gyroXrate * dt) + 0.07 * roll; // Calculate
the angle using a Complimentary filter
  compAngleY = 0.93 * (compAngleY + gyroYrate * dt) + 0.07 * pitch;

  // Reset the gyro angle when it has drifted too much
  if (gyroXangle < -180 || gyroXangle > 180)
    gyroXangle = kalAngleX;
  if (gyroYangle < -180 || gyroYangle > 180)
    gyroYangle = kalAngleY;


//------------IF para detecção de ignição em 8 bar de pressão de câmara------------
-------

  if(Pressao < 8){

  alfa = 0;

  myservo9.write(alfa+90);
  myservo10.write(alfa+90);

}

else
{


//--------------Operação nominal--------------------------------
  if (abs(kalAngleX*0.0174533 - Setpoint) > 0.00872665){

      if (Pressao > 10){
        Kp = 2;
        //Ki = 20;
        //Kd = 1;
      }

//    if (Pressao > 12){
//      Kp = 25;
//      Ki = 15;
//      Kd = 4;
//    }

//    if (Pressao > 14){
//      Kp = 20;
```

```
//      Ki = 10;
//      Kd = 3;
//    }

      if (Pressao > 16){
        Kp = 15;
       // Ki = 10;
        Kd = 3;
      }


//-----------------------Controlador PID-------------------------------------------------------

      Input = kalAngleX*0.0174533;                          //input da biblioteca pid
em radianos

      myPID.Compute();                                  //executando a biblioteca pid

      u = Output;                                       //torque de controle saída da
biblioteca pid

//-------------Atuador-------------------------------------------------------------------------

      alfarad = u*(sqrt((M^2)-1))/(0.55*rho*(v^2)*A*r);           //cálculo do angulo
de ataque em radianos

      alfa = alfarad*57.2958000;                            //angulo de ataque em
graus

      if ((alfa < 10) && (alfa > -10)) {                          //condição normal de
operação

      myservo9.write((5*alfa)+90);

      myservo10.write((-5*alfa)+90);

      }

      if (alfa >= 10) {                                 //saturação para angulos maiores
que 10

      alfa = 10;

      myservo9.write((5*alfa)+90);

      myservo10.write((-5*alfa)+90);

      }
```

```
    if(alfa <= -10) {                                   //saturação para angulos menores
que -10

    alfa = -10;

    myservo9.write((5*alfa)+90);

    myservo10.write((-5*alfa)+90);

    }

    }


  //--------------Dead zone-------------

  else {

  alfa = alfa_old;

  myservo9.write((5*alfa)+90);

  myservo10.write((-5*alfa)+90);

  }

alfa_old = alfa;

}



//----------------------------Print-------------------------------

  /* Print Data */
#if 0 // Set to 1 to activate
  Serial.print(accX); Serial.print("\t");
  Serial.print(accY); Serial.print("\t");
  Serial.print(accZ); Serial.print("\t");

  Serial.print(gyroX); Serial.print("\t");
  Serial.print(gyroY); Serial.print("\t");
  Serial.print(gyroZ); Serial.print("\t");

  Serial.print("\t");
#endif
```

```
Serial.print("Tempo"); Serial.print("\t");
Serial.print(millis()/1000.000,3); Serial.print("\t");
Serial.print("\t");

//Serial.print("Roll"); Serial.print("\t");
//Serial.print(roll); Serial.print("\t");
//Serial.print("\t");

//Serial.print("gyroXangle"); Serial.print("\t");
//Serial.print(gyroXangle); Serial.print("\t");
//Serial.print("\t");

//Serial.print("compAngleX"); Serial.print("\t");
//Serial.print(compAngleX); Serial.print("\t");
//Serial.print("\t");

Serial.print("kalAngleX"); Serial.print("\t");
Serial.print(kalAngleX,3); Serial.print("\t");
Serial.print("\t");

Serial.print("Pressao"); Serial.print("\t");
Serial.print(Pressao,3); Serial.print("\t");
Serial.print("\t");

Serial.print("Densidade"); Serial.print("\t");
Serial.print(rho,3); Serial.print("\t");
Serial.print("\t");

Serial.print("Mach"); Serial.print("\t");
Serial.print(M,3); Serial.print("\t");
Serial.print("\t");

Serial.print("Velocidade"); Serial.print("\t");
Serial.print(v,3); Serial.print("\t");
Serial.print("\t");

Serial.print("Setpoint"); Serial.print("\t");
Serial.print(Setpoint*57.2958000); Serial.print("\t");
Serial.print("\t");

Serial.print("Sinal de Controle"); Serial.print("\t");
Serial.print(u,3); Serial.print("\t");
Serial.print("\t");

Serial.print("Angulo de Ataque"); Serial.print("\t");
Serial.print(alfa,3); Serial.print("\t");
Serial.print("\t");
```

```
 // Serial.print(pitch); Serial.print("\t");
 // Serial.print(gyroYangle); Serial.print("\t");
 // Serial.print(compAngleY); Serial.print("\t");
 // Serial.print(kalAngleY); Serial.print("\t");

#if 0 // Set to 1 to print the temperature
  Serial.print("\t");

  double temperature = (double)tempRaw / 340.0 + 36.53;
  Serial.print(temperature); Serial.print("\t");
#endif

  Serial.print("\r\n");
  delay(5);

}
```