



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

ESTUDO DO ESPAÇO DE FASE DO MOVIMENTO ORBITAL DE UM SATÉLITE NA VIZINHANÇA DE UMA RESSONÂNCIA

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(PIBIC/CNPq/INPE)**

Juan Galvarino Cerda Balcazar (FEG-UNESP, Bolsista PIBIC/CNPq)
E-mail: mec04226@feg.unesp.br
(de Março/2005 a Julho/2005)

Dr. Antônio F. Bertachini de A. Prado (DMC/INPE, Orientador)
E-mail: prado@dem.inpe.br

COLABORADOR

Dr. Othon Cabo Winter (FEG/UNESP)
E-mail: ocwinter@feg.unesp.br

Maio de 2006

SUMÁRIO

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO TEÓRICA

- I- O problema de dois corpos**
- II- O potencial devido ao achatamento**
- III- Satélites Síncronos de Telecomunicação e GPS**

CAPÍTULO II – METODOLOGIA

- I- Formulação Matemática**
- II- Ferramenta Computacional e Obtenção de Dados**

CAPÍTULO III – RESULTADOS E ANÁLISES

CAPÍTULO IV – CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

CAPÍTULO V – REFERENCIAS

INTRODUÇÃO

Satélites síncronos em órbitas circulares ou elípticas tem sido de forma bem ampla, tanto para o uso de missões militares, abrangendo desde localização de soldados, até envio de mísseis intercontinentais, quanto para o uso civil, em navegação, localização por GPS(Global Positioning System, sigla em inglês), satélites de telecomunicação, etc.

Desde a década de 60, a união Soviética vem colocando em órbita muitos satélites de comunicação, da serie Molniya, com órbitas altamente excêntricas.

Os satélites síncronos são do ponto de vista dinâmico os mais complexos, devido aos harmônicos tesserais do geopotencial que produzem múltiplas ressonâncias que interagem provocando movimentos consideravelmente não-lineares quando comparados às órbitas não ressonantes.

Neste trabalho é proposto levar em consideração efeitos dinâmicos entre dois corpos, a Terra e um satélite artificial (Geoestacionário e GPS), onde o potencial da Terra será considerado não esférico. Isso é feito considerando-se algumas condições iniciais, bem como parâmetros da geometria do sistema. A ressonância considerada é a 1:1, o satélite realiza uma revolução enquanto a Terra realiza uma rotação, e a 2:1, o satélite realiza duas revoluções enquanto a Terra realiza uma rotação, considerando os harmônicos zonal e tesseral no desenvolvimento do geopotencial.

I - INTRODUÇÃO TEÓRICA

I. PROBLEMA DE DOIS CORPOS

O problema de dois corpos que descreve a interação gravitacional entre dois pontos de massa, pode ser resolvido analiticamente e a solução é a equação geral das cônicas. No entanto, o caso particular mais simples e talvez mais importante do problema de N corpos é o caso em que $N=3$, referente ao problema de três corpos. Mesmo assim nem esse caso possui uma solução analítica fechada.

Equação do movimento

Considerar o movimento de dois corpos de massas m_1 e m_2 , com seus respectivos vetores de posição \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 segundo a origem no ponto zero, no espaço inercial. O vetor que relaciona a posição relativa entre a massa m_1 e m_2 é o $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2$, e como a força gravitacional é a consequência da aceleração das massas, teremos:

$$F_1 = G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r} = m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1 \quad (1)$$

e

$$F_2 = G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r} = m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2 \quad (2)$$

Onde G é a constante universal gravitacional e seu valor é $G=6,67260 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{Kg}^{-2}$, com isso podemos escrever:

$$m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1 + m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2 = 0 \quad (3)$$

Integrando duas vezes, teremos:

$$m_1 \dot{\mathbf{r}}_1 + m_2 \dot{\mathbf{r}}_2 = \mathbf{a} \quad (4)$$

$$m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2 = \mathbf{a}t + \mathbf{b} \quad (5)$$

Onde \mathbf{a} e \mathbf{b} são constantes vetoriais devido à integração. Considerar \mathbf{R} como o vetor posição do centro de massa de m_1 e m_2 , teremos:

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

Onde podemos escrever:

$$\vec{R} = \frac{\vec{a}}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

e

$$\vec{R} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{m_1 + m_2} \quad (8)$$

Isso implica em que o centro de massa se move uniformemente em uma reta com velocidade constante.

Agora vamos considerar o movimento de m_2 em relação à m_1 , simplificando o problema e mostrar a sua parte mais importante. Com isso a equação 1 e 2, introduzi-las na equação $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$, teremos a seguinte equação:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \mu \frac{\vec{r}}{r^3} = 0 \quad (9)$$

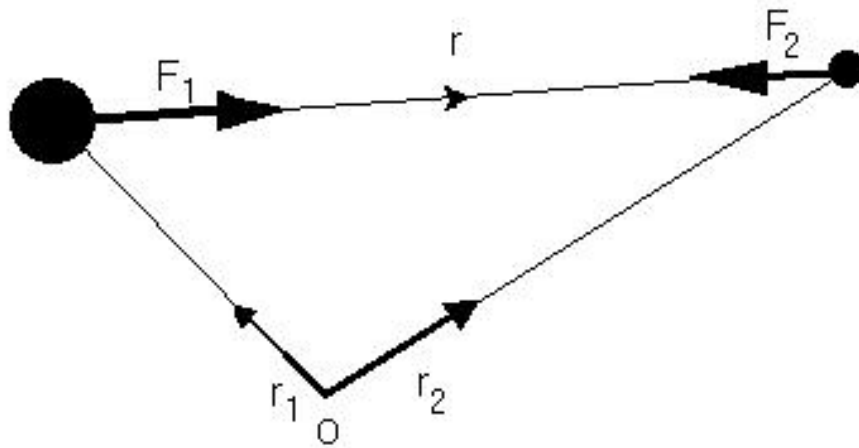


Figura 1.1. Diagrama de forças agindo sobre as massas m_1 e m_2 , com a posição dos vetores.

Considerar $\mu = G(m_1 + m_2)$ como a constante gaussiana. Como podemos observar que esta equação vetorial apresenta derivadas de segunda ordem, para resolvermos ela precisaremos obter seis constantes, com isso obter a órbita relativa e obter como o raio \mathbf{r} varia com o tempo.

Como o campo gravitacional é conservativo, ou seja, tanto a energia do sistema como o momento angular se conservam. Para a conservação da energia do sistema, teremos:

$$\ddot{\mathbf{r}} + \mu \frac{\dot{\mathbf{r}}}{r^3} = 0 \quad (10)$$

Multiplicando por $\dot{\mathbf{r}}$, teremos:

$$\dot{\mathbf{r}} \ddot{\mathbf{r}} + \mu \frac{\dot{\mathbf{r}}}{r^3} \dot{\mathbf{r}} = 0 \quad (11)$$

Aplicando as seguintes definições algébricas:

$$\dot{\mathbf{r}} \ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} \dot{\mathbf{v}}$$

$$\dot{\mathbf{v}} \dot{\mathbf{v}} = \dot{v} v$$

$$\mathbf{r} \mathbf{r} = r r$$

Teremos a seguinte equação:

$$\dot{v} v + \mu \frac{\dot{r}}{r^3} r = 0$$

Onde podemos obter:

$$v \dot{v} + \mu \frac{\dot{r}}{r^2} = 0 \Rightarrow v \frac{dv}{dt} + \mu \frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt}$$

Onde:

$$v \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} \right)$$

e

$$\mu \frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{-\mu}{r} \right)$$

Onde:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \right) = 0$$

Com isso podemos concluir, depois de integrar a equação acima, que:

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = \text{constante} \quad (12)$$

Chama-se energia mecânica específica esta equação, pois ela é uma constante do movimento.

Para a conservação do momento angular (\mathbf{h}) – grandeza física obtida pelo produto da massa inercial de um corpo por sua velocidade.

Podemos definir como massa inercial como a razão entre a força aplicada a um corpo pela sua aceleração, na física Newtoniana, isso é provado fazendo o produto vetorial de \mathbf{r} pela equação do movimento.

$$\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} (\vec{r} \times \vec{r}) = \vec{0}$$

Lembrando que o produto vetorial de dois vetores de mesma direção produz o vetor nulo.

$$\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = \vec{0}$$

$$\frac{d}{dt} (\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) = \dot{\vec{r}} \times \dot{\vec{r}} + \vec{r} \times \ddot{\vec{r}}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} (\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) = \vec{0}$$

$$\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{h} = \text{cte} \quad (13)$$

O termo entre parênteses é uma constante, que é definida pelo produto vetorial entre \mathbf{r} e \mathbf{v} , ao plano que contém \mathbf{r} e \mathbf{v} . Como \mathbf{r} e \mathbf{v} se mantém perpendicular no mesmo plano, significa que \mathbf{h} é constante.

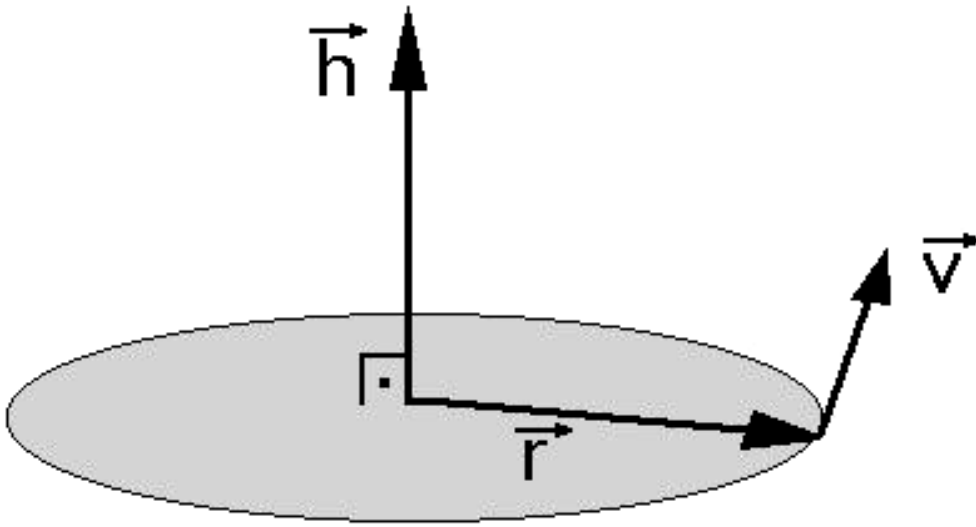


Figura 1.2. Visualização dos respectivos vetores \mathbf{v} , \mathbf{r} e \mathbf{h} .

Considerando uma transformação de coordenadas retangulares para polares, teremos nosso novo sistema (r, θ) , referente a uma origem no centro de massa m_1 e arbitrário para a correspondente de $\theta=0$.

Podemos notar que há um movimento o centro de massa de m_1 e m_2 no plano inercial, enquanto que o referencial linear permanece fixo.

Considere \hat{r} e $\hat{\theta}$ vetores unitários de direção ao longo da trajetória do respectivo vetor direção, teremos a seguinte relação:

$$\vec{r} = r \hat{r}; \quad \dot{\vec{r}} = \dot{r} \hat{r} + r \dot{\theta} \hat{\theta}; \quad \ddot{\vec{r}} = \left(\ddot{r} - r \dot{\theta}^2 \right) \hat{r} + \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(r^2 \dot{\theta} \right) \right] \hat{\theta} \quad (14)$$

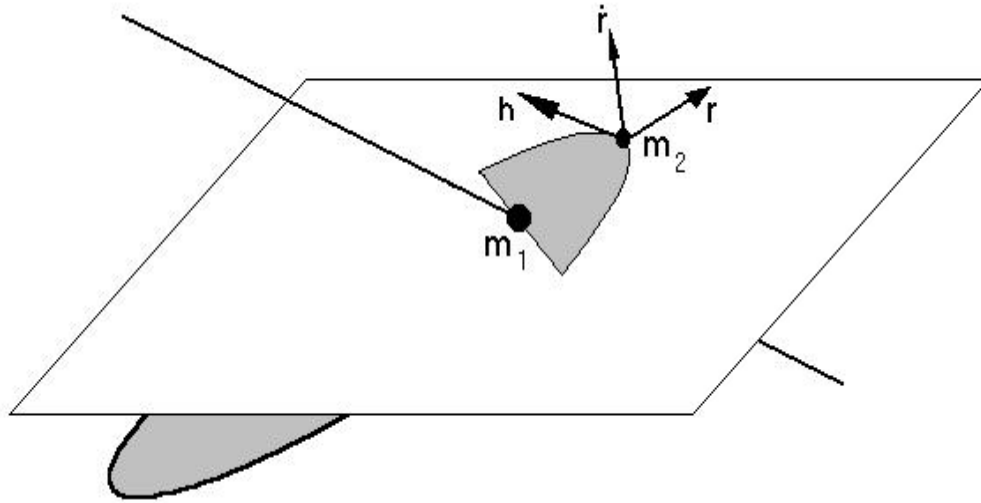


Figura 1.3. Movimento relativo de duas massas, no plano inercial e girante.

Substituindo a expressão $r \times \dot{r} = h$ por $h = r^2 \dot{\theta} \hat{z}$, onde \hat{z} é um vetor unitário perpendicular ao plano da órbita. Pela regra da mão direita, os dois vetores unitários formam um triângulo, com isso teremos:

$$h = r^2 \dot{\theta} \quad (15)$$

Considerando o movimento das duas massas m_1 e m_2 durante um intervalo δt , onde o tempo inicial é $t=0$, tem as seguintes coordenadas polares (r, θ) , com o respectivo δt , essas coordenadas se tornam $(r + \delta r, \theta + \delta \theta)$. Com isso a área de varredura do vetor em relação ao tempo δt é :

$$\delta A \approx \frac{1}{2} r(r + \delta r) \text{sen } \delta \theta \approx \frac{1}{2} r^2 \delta \theta \quad (16)$$

Realizando algumas alterações, aproximações e fazer $\delta t \rightarrow 0$, nos teremos a seguinte equação:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} h \quad (17)$$

Onde h é uma constante, implicando que a área varrida pelo vetor é diretamente proporcional ao tempo decorrido, ou seja, a velocidade de varredura é constante, como Kepler pode constatar em seus estudos de um modelo planetário.

Posição e velocidade de uma órbita

Nos podemos obter a equação escalar do movimento relativo substituição a equação para \vec{r} a partir equação 14 na equação abaixo

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \mu \frac{\vec{r}}{r^3} = 0 \quad (18)$$

e comparando as componente \hat{r} nos obtemos:

$$\ddot{r} - r \dot{\theta}^2 = -\frac{\mu}{r^2} \quad (19)$$

No podemos resolver esta equação e encontrar um r em função de θ , fazendo a substituição por $\mu = 1/r$ eliminando o tempo e fazendo uso da constante $h = r^2 \dot{\theta}$. Para diferenciar r com o respectivo tempo, nos obtemos:

$$\dot{r} = -\frac{1}{u^2} \frac{du}{d\theta} \dot{\theta} = -h \frac{du}{d\theta} \quad (20)$$

e

$$\ddot{r} = -h \frac{d^2 u}{d\theta^2} \dot{\theta} = -h^2 u^2 \frac{d^2 u}{d\theta^2} \quad (21)$$

E com isso nos podemos reescrever desta forma:

$$\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = \frac{\mu}{h^2} \quad (22)$$

Esta é uma equação diferencial de segunda ordem com a seguinte solução geral:

$$u = \frac{\mu}{h^2} [1 + e \cos(\theta - \varpi)] \quad (23)$$

Onde e é a amplitude e ϖ é a fase, onde são duas constantes de integração e substituindo ela por r teremos:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \varpi)} \quad (24)$$

Esta é a equação geral das cônicas em coordenadas polares, onde e é a excentricidade e p é o semilatus rectun, com isso teremos:

$$p = h^2 / \mu \quad (25)$$

As possíveis formas de cônicas:

- Circulo $e = 0$ $p = a$
- Elipse $0 < e < 1$ $p = a(1 - e^2)$
- Parábola $e = 1$ $p = 2q$
- Hipérbole $e > 1$ $p = a(e^2 - 1)$

Onde “a” é semi-eixo maior da cônica. Podemos perceber que dependendo do ângulo que o plano corta o cone, há a formação de certas cônicas, por exemplo, para um circulo o plano corta o cone perpendicular ao eixo do cone.

Lembrando das seguintes relações algébricas :

$$b^2 = a^2(1 - e^2)$$

Substituindo b no semi-eixo menor teremos:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta - \varpi)} \quad (26)$$

Na mecânica celeste e costume o uso de termo em longitude quando referimo-nos a qualquer ângulo que esta sendo medido com o respectiva linha de referencia no espaço inercial, com isso o ângulo θ é chamado de anomalia verdadeira.

Substituindo $f = \theta - \varpi$ na equação 26, teremos uma função periódica, de período de π , com isso ela se torna:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(f)} \quad (27)$$

Usando as coordenadas cartesianas do sistema central do centro de massa com os pontos no pericentro, as componentes de posição vetorial se tornam:

$$x = r \cos(f)$$

e

$$y = r \sin(f)$$

Em uma órbita de período e área varrida por um vetor radial tem a expressão de área igual a $A = \pi ab$, para a elipse. Para a equação 17, a área é igual a ht/a , e com isso teremos que $h^2 = \mu a(1 - e^2)$, com isso desenvolvendo, teremos:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\mu} a^3 \quad (28)$$

II. O POTENCIAL GRAVITACIONAL DEVIDO AO ACHATAMENTO

As equações do movimento são as seguintes (Martins Lara e Antonio Elipe, 2002):

$$\ddot{x} - 2\varpi \dot{y} = \Omega_x \quad (29)$$

$$\ddot{y} + 2\varpi \dot{x} = \Omega_y \quad (30)$$

$$\ddot{z} = \Omega_z \quad (30)$$

Onde a função que descreve o potencial total devido ao achatamento é:

$$\Omega = \frac{1}{2} \varpi^2 (x^2 + y^2) - \mathcal{V}(x, y, z) \quad (31)$$

onde $\mathcal{V}_{(x,y,z)}$ que é a parte da que é a energia devido ao potencial gravitacional com o efeito do achatamento.

$$\mathcal{V} = -\frac{\mu}{r} \left[1 + \left(\frac{\alpha}{r} \right)^2 \left\{ 3C_{2,2} \frac{x^2 - y^2}{r^2} - \frac{1}{2} C_{2,0} \left(1 - 3 \frac{z^2}{r^2} \right) \right\} \right] \quad (32)$$

Sendo μ é a constante gravitacional, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ é o raio da órbita do satélite, α é o raio equatorial da Terra e os coeficientes harmônicos são $C_{2,0} = -0,1082630 \times 10^{-2}$ e $C_{2,2} = 0,1814964 \times 10^{-5}$ (Deprit e López, 1996),

Sendo que a energia total do sistema, que é uma constante, pois é um problema de dois corpos, é:

$$C = 2\Omega - (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \quad (33)$$

III. SATÉLITES SÍNCRONOS DE TELECOMUNICAÇÃO E GPS

Sabemos que a Terra não é redonda, há um achatamento de aproximadamente 20 Km na região dos pólos esse achatamento causa mudanças no seu potencial gravitacional, tornando-o mais complexo para a efetuar cálculos de órbitas ao redor daquele, por isso levamos em consideração esse fenômeno.

GPS é um sistema de abrangência global como o nome sugere tem facilitado todas atividades, tanto militares quanto civis, que necessitam de posicionamento, permitindo que concepções antigas e que de certa forma ficaram estagnadas e até esquecidas no tempo, pudessem ser colocadas em prática. Um exemplo disto é o que vem ocorrendo com a

agricultura de precisão, um conceito estabelecido por volta de 1929, que só agora vem sendo colocado em prática, graças à integração de várias geotecnologias, dentre elas o GPS, que além de melhorar a vida, ajuda nas pesquisas de diversas áreas como a geológica, ambientais, e outras mais áreas de pesquisa.

A concepção do sistema GPS permite que um usuário, em qualquer ponto da superfície terrestre, ou próximo a ela, tenha sempre a disposição de pelo menos 4 satélites para serem rastreados, permitindo navegação, tanto aeroespacial quanto naval, em tempo real, sob quaisquer condições meteorológicas.

O princípio básico de navegação pelo sistema GPS é relativamente simples, consiste na medida das distâncias entre o usuário e cada um dos satélites rastreadores. Conhecendo as coordenadas dos satélites em um sistema de referência, é possível calcular as coordenadas da antena do receptor em terra, no mesmo sistema de referência dos satélites, do ponto de vista geométrico, apenas três distâncias, não pertencentes ao mesmo plano, seriam suficientes para se determinar o posicionamento do usuário. Neste caso, o problema se reduziria à solução de um sistema de três equações a três incógnitas, uma quarta medida é necessária em razão do não sincronismo entre os relógios dos satélites e dos receptores em poder dos usuários, devido a força gravitacional, que causa um fenômeno de “lentidão” do tempo devido a esta, comprovada pela teoria da relatividade geral, o que adiciona uma incógnita ao problema.

O GPS disponibiliza dois tipos de serviços, conhecidos por: SPS (Standard Positioning Service – Serviço de Posicionamento Padrão) e PPS (Precise Positioning Service – Serviço de Posicionamento Preciso). O SPS é um serviço de posicionamento e tempo padrão que está disponível a todos usuários do globo, sem cobrança de qualquer taxa. O PPS proporciona melhores resultados, mas é restrito ao uso militar e a usuários autorizados.

O funcionamento do GPS é suportado por três segmentos principais: o segmento espacial, constituído pela constelação de satélites e toda a tecnologia de comunicação de dados a partir dos mesmos; o segmento de controle, formado por um conjunto de estações terrestres onde funciona toda a inteligência e controle do Sistema; e, o Segmento de usuários, constituído pelos receptores GPS e todas as técnicas e processos, empregados pelos usuários em suas aplicações.

II - METODOLOGIA

O objetivo deste estudo é a obtenção de mapas que tornam possível a visualização das regiões caóticas e ressonantes de uma determinada órbita, neste caso trataremos de órbitas de satélites artificiais do tipo GPS e Geoestacionário, no que envolve um planeta não esférico, neste caso a Terra.

Órbitas ressonantes causam uma serie de problemas, devido a sua complexidade em encontrar uma solução para um sistema não-linear de equações, pois a sua ressonância causa esse tipo de reação na órbita.

Para este estudo, consideramos a seguinte configuração.

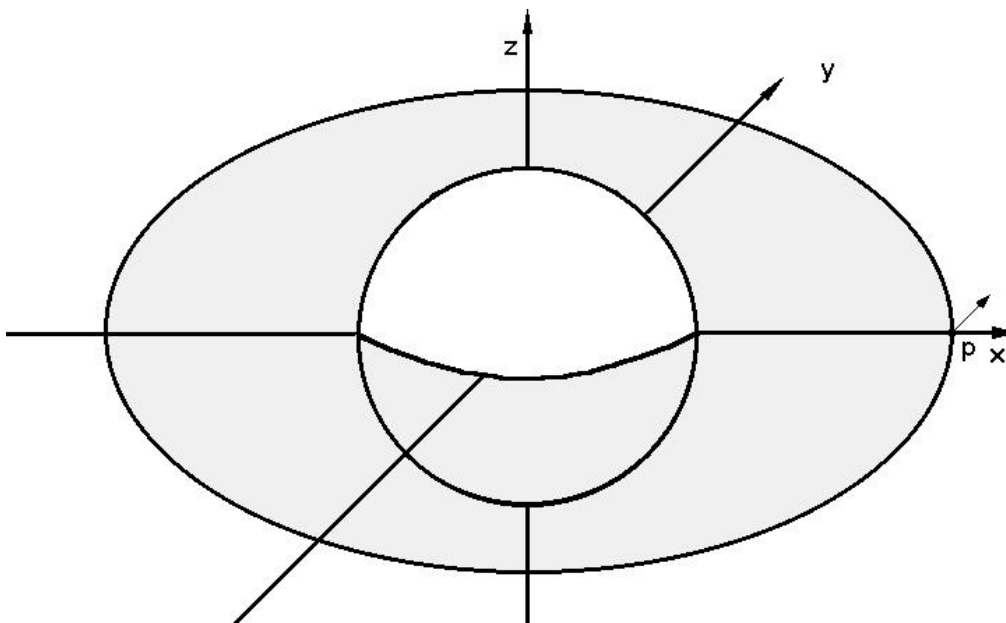


Figura 2.1. Condição inicial.

A partir de agora vamos considerar algumas condições iniciais, o satélite sendo lançado na posição no ponto p, tendo como demais condições iniciais pontos próximos a ele, um Δx .

E considerando o sistema contendo uma dada energia, tendo

I. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Para a análise do problema e necessário o calculo do raio orbital do satélite GPS, Geoestacionário, suas respectivas velocidades e energias. Para o calculo do raio orbital teremos:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_t + m_{sat})} a^3 \quad (34)$$

Como $m_t \gg m_{sat}$, podemos fazer a seguinte aproximação:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_t)} a^3 \quad (35)$$

Como o $T = T_{Geo} = 2T_{GPS}$, teremos a seguinte relação:

$$\sqrt[3]{\frac{T^2 \times G \times m_t}{4\pi^2}} = a$$

, para o Geoestacionário;

$$\sqrt[3]{\frac{T^2 \times G \times m_t}{16\pi^2}} = a$$

, para o GPS.

Para está relação veremos que $a_{GPS} \cong 0,63 a_{Geo}$.

Para a obtermos as velocidades, vamos utilizar o problema circular de dois corpos, onde:

$$v^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

Como $r \cong a$, podemos escrever :

$$v^2 = \frac{\mu}{a}$$

Para a obtenção da Energia do sistema, vamos utilizar a fórmula do artigo(Martins Lara e Antonio Elipe, 2002),onde:

$$C = 2\Omega - \vec{v}^2$$

Onde Ω e a componente do potencial gravitacional levando-se em consideração o achatamento da Terra.

Para tanto devido a complexidade do problema e as limitações da Seção de Poincaré, vamos basear nosso estudo duas dimensões, X e Y, considerando plano 0z, com isso as equações do movimento, considerando $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, teremos:

$$\ddot{x} - 2\omega \dot{y} = \Omega_x$$

$$\ddot{y} + 2\omega \dot{x} = \Omega_y$$

Desenvolvendo as derivadas teremos:

$$\ddot{x} - 2\dot{\varpi} \dot{y} = \varpi^2 \times \alpha - \frac{\mu \times x}{r^2} + \frac{3x\mu\alpha^2(C_{2,0} - 4C_{2,2})}{2r^2} - \frac{15C_{2,2}\mu\alpha^2 x(x^2 - y^2)}{r^7} \quad (36)$$

$$\ddot{y} + 2\dot{\varpi} \dot{x} = \varpi^2 \times \alpha - \frac{\mu \times y}{r^2} + \frac{3y\mu\alpha^2(C_{2,0} + 4C_{2,2})}{2r^2} - \frac{15C_{2,2}\mu\alpha^2 y(x^2 - y^2)}{r^7} \quad (37)$$

Com os seus respectivos coeficientes, ao qual os valores estão na introdução teórica. São essas as equações que serão introduzidas na rotina de integração para obtermos os valores desejados.

II. FERRAMENTA COMPUTACIONAL E OBTENÇÃO DE DADOS

A técnica estudada para ser usada no projeto foi a seção de Poincaré, ela é uma ilustração das regiões regulares e caóticas de um problema de N corpos, ela funciona da seguinte maneira, há uma órbita, ela passa por vários planos, mas escolhemos um plano para analisar, por exemplo, $\dot{X} \times X$.

Como estamos interessados em analisar um plano (neste caso o plano nos eixos X e na sua respectiva velocidade), o método para isso é uma rotina numérica, onde o objetivo é analisar se o satélite cruza o respectivo plano.

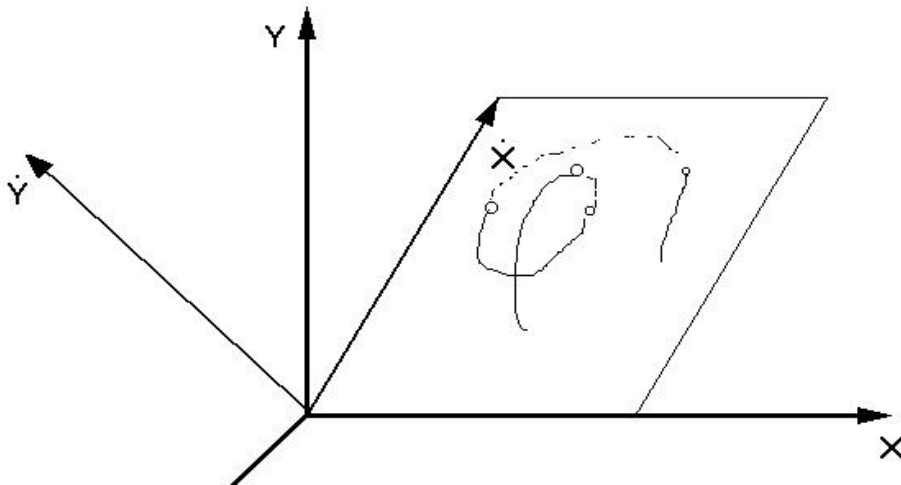


Figura 2.2. Representação artística dos que ocorre com uma órbita, bidimensional.

E com esses pontos analisar a característica de cada mapa apresenta. Para isso é utilizadas a linguagem FORTRAN e a rotina modificada CROSS3a.F. O programa funciona da seguinte maneira:

1 – Ele recebe de um arquivo de entrada os dados iniciais: Energia do Sistema, letra de identificação, número de pontos por condição inicial, número de condições iniciais e as condições iniciais.

2 – Depois ele realiza uma serie de simulações numéricas, onde temos integrações e métodos para achar os pontos mais próximos ao plano desejado.

3 – Descarrega à informações num arquivo de chamado res#####&.dat3, onde ##### é a Energia do Sistema e & a letra de identificação, ele conte o tempo, a velocidade em X e o espaço em X, separadas por colunas.

4 – Outro arquivo fornece um relatório sobre o andamento da rotina, se alguma irregularidade ocorrer, por exemplo, o satélite se aproximou muito da Terra, ou se afastou muito, ele para as integrações e fornece nesse arquivo o que ocorreu, o nome desse arquivo é fea#####&.dat3.

5 – Se gera o gráfico de $\dot{X} \times X$, para analisá-lo e estudar as regiões de caos e não-caos.

III – RESULTADOS

Nesta abordagem, entramos na rotina com as condições iniciais dadas da seguinte maneira, para o raio orbital do satélite geostacionário, onde esse raio é de aproximadamente 42164 Km=1 U.A., enquanto que outros parâmetro como o α (raio equatorial) $\alpha=6378$ Km=0,1513 U.A., $\omega=1.0$, o $\mu=1$ e os demais parâmetros são os mesmo, como $C_{2,2}$, $C_{2,0}$.

Com esse parâmetros pudemos calcular a energia do sistema, através da formula 33, e com isso, pudemos confeccionar tabelas com o valor das energias:

Tabela 1: Resultados dos cálculos da Energia do Sistema para o Geoestacionario.

Resultado para o Geoestacionario							
X	Y	Z	Vx	Vy	Vz	Raio	C
0,97	0,000	0,000	0,000	1,015	0,000	0,97	1,97185526E+00
0,98	0,000	0,000	0,000	1,010	0,000	0,98	1,98083476E+00
0,99	0,000	0,000	0,000	1,005	0,000	0,99	1,99022681E+00
1	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	1	2,00002503E+00
1,01	0,000	0,000	0,000	0,995	0,000	1,01	2,01022331E+00
1,02	0,000	0,000	0,000	0,990	0,000	1,02	2,02081575E+00
1,03	0,000	0,000	0,000	0,985	0,000	1,03	2,03179669E+00

Tabela 1: Resultados dos cálculos da Energia do Sistema para o Geoestacionario.

Resultado para o GPS							
X	Y	Z	Vx	Vy	Vz	Raio	C
0,6	0,000	0,000	0,000	1,291	0,000	0,6	2,02678256E+00
0,61	0,000	0,000	0,000	1,280	0,000	0,61	2,01155455E+00
0,62	0,000	0,000	0,000	1,270	0,000	0,62	1,99740826E+00
0,63	0,000	0,000	0,000	1,260	0,000	0,63	1,98430170E+00
0,64	0,000	0,000	0,000	1,250	0,000	0,64	1,97219549E+00
0,65	0,000	0,000	0,000	1,240	0,000	0,65	1,96105269E+00
0,66	0,000	0,000	0,000	1,231	0,000	0,66	1,95083859E+00

Depois de efetuados os cálculos, introduziu-se esse parâmetro na rotina, para poder avaliar o tipo de órbita que se formaria, não ocorreu nada, ouve uma variação muito grande de energia, causando a parada das integrações, com isso esses parâmetros foram recalculados, chegando no mesmo resultado, e mesmo assim, nada ocorreu.

Tento em vista que nada que se introduzia na rotina ocasionava algum resultado, apenas por curiosidade o aumento da energia do sistema, de alguma forma que não poderia ter acontecido, mas ocorreu, as rotinas não apresentaram mais essa variação brusca de energia, podendo prosseguir com as rotinas, mas isso foi muito estranho, pois o erro para a diferença na Energia do sistema é próximo a 50%, um erro, muito absurdo.

O interessante é que os resultados deveriam ser parecidos com esses obtidos, mas devido a essa variação de energia, isso não é possível, houve algum erro que não pode ser detectado.

Logo abaixo uns mapas, um de Geoestacionário e outro do GPS.

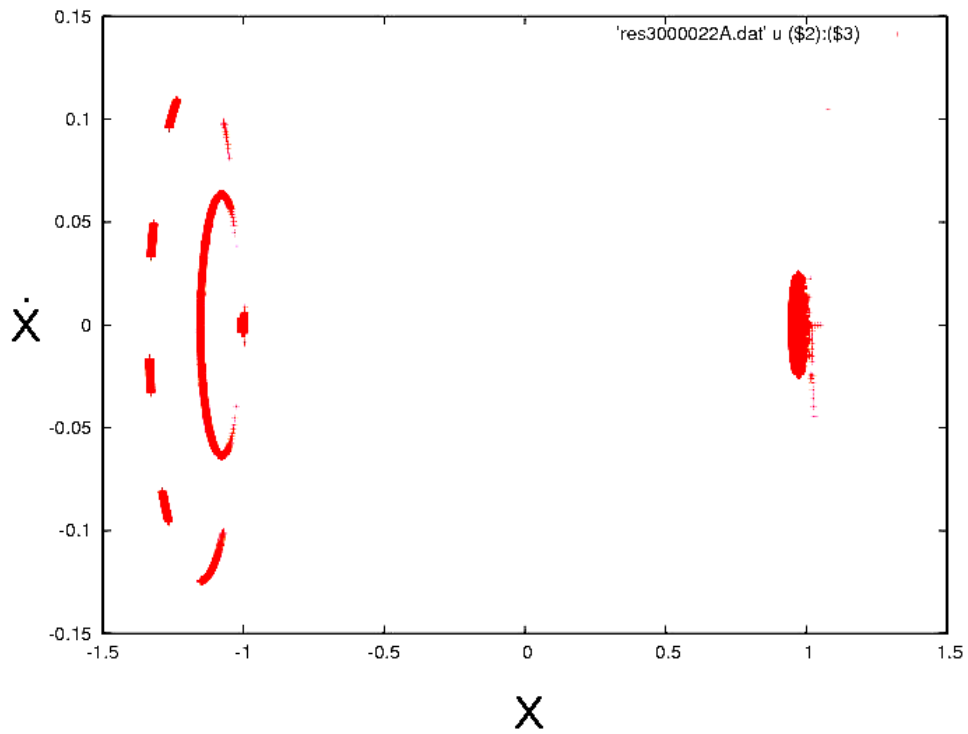


Figura 3.1. Gráfico da Seção de Poincaré para um Satélite Geostacionário.

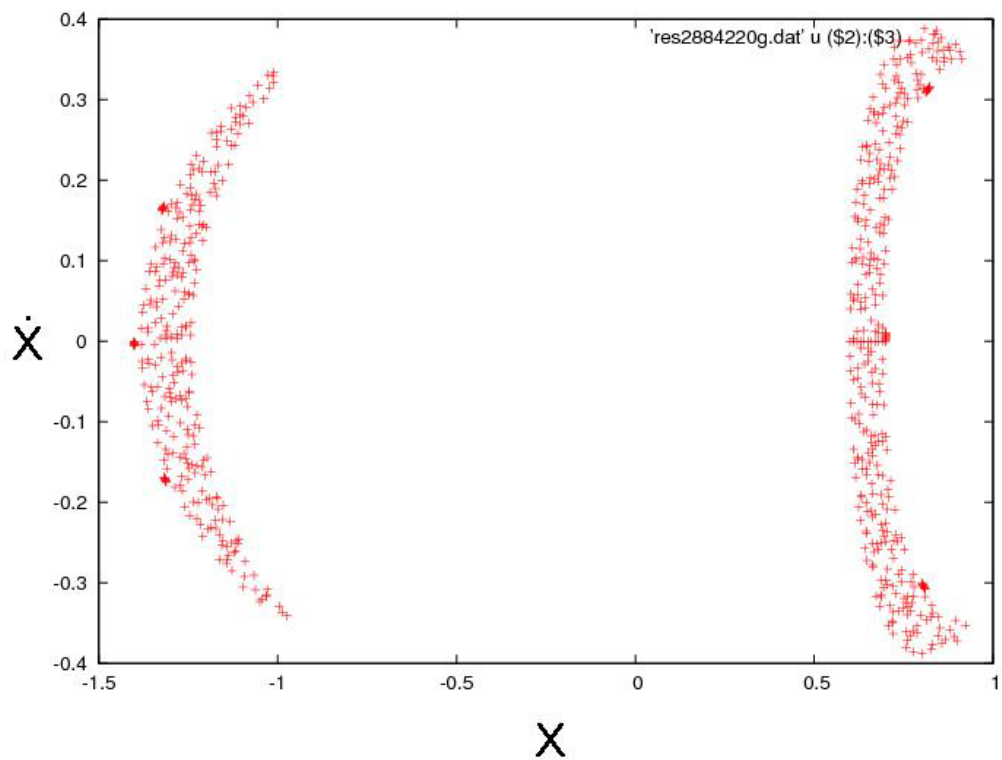


Figura 3.2. Gráfico da Seção de Poincaré para um Satélite GPS.

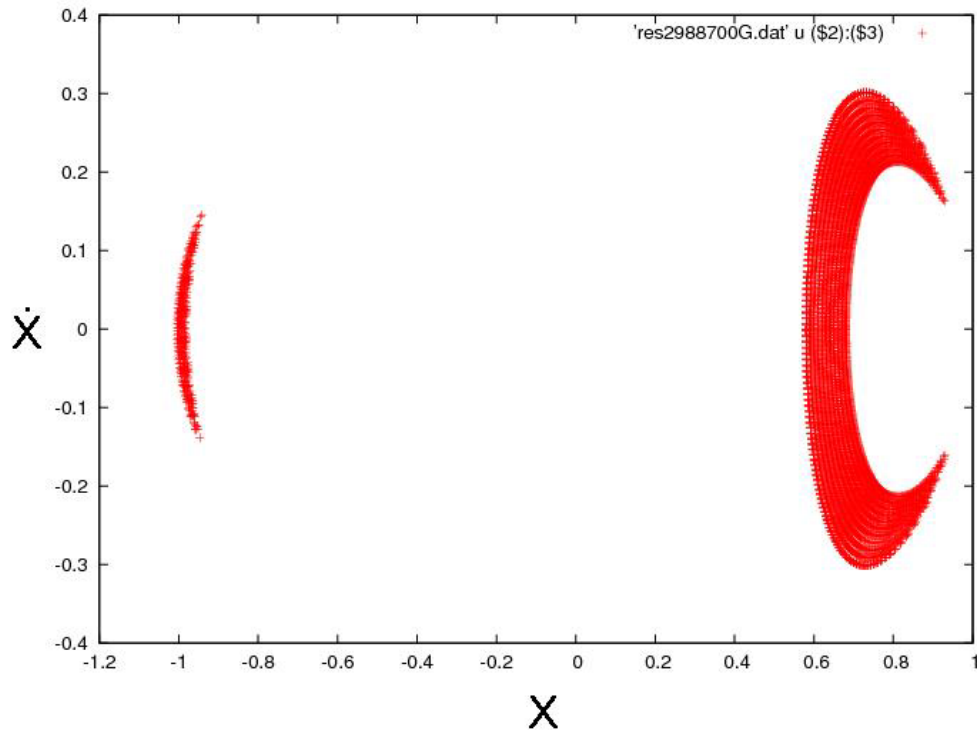


Figura 3.3. Gráfico da Seção de Poincaré para um Satélite GPS.

IV - CONCLUSÃO E RESULTADOS FUTUROS

O estudo aqui sugerido trata-se de algo cotidiano, havendo outros estudos anteriores que, no qual, podemos adquirir alguma informação para a melhoria deste trabalho.

Os resultados apresentados nesse relatório não foram satisfatórios, havendo problemas em alguns pontos desta pesquisa, havendo muitas incoerências com relação aos dados obtidos, ou seja, as Seções de Poincaré foram obtidas, mas não a energia do sistema correta, ele teve de ser aumentada para parâmetros que chegam a ser absurdos, com erro de mais de 40%, e com a energia do sistema as, mas com uma pequena alteração na rotina, para ela ignorar a energia contida no sistema, houve resultados mais absurdos.

De uma maneira geral, pode-se concluir que os resultados aqui obtidos não são nada satisfatórios e promissores, tendo em vista para a continuação desta pesquisa um estudo tridimensional das órbitas para tirar conclusões mais satisfatórias, e descobrir o que ocorreu para esse tipo de resultado ter ocorrido.

V - REFERENCIAS

- Murray, C.D. and Dermot, S.F.:1999 'Solar System Dynamics'
Cambridge University Press. pp. 63-67.
- Winter, O.C. and Murray, C.D.: 1994 'Atlas of the Planar, Circular, Restricted Three-Body Problem. I. Internal Orbits', Queen Mary and Westfiel College 1994.
- 9º.Escola de Verão 'Dinâmica Orbital & Planetologia'. UNESP-Guaratinguetá
- Neto, A.G.S.:2005 'Estudo Numérico de Órbitas Ressonantes no Movimento de Satélites Artificiais' 4º Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicação.
- Lara , M. and Elipe, A.: 2001,'Periodic Orbits Around Geostationary Positions'