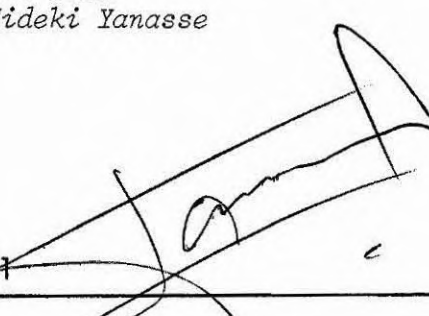



1. Publicação nº <i>INPE-3547-PRE/759</i>	2. Versão <i>2ª*</i>	3. Data <i>Junho, 1985</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DIN/DEP</i>	Programa <i>POPES</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>PLANEJAMENTO AGREGADO SISTEMA DE APOIO INDÚSTRIA AERONÁUTICA</i>			
7. C.D.U.: <i>519.87</i>			
8. Título <i>INPE-3547-PRE/759</i> <i>PLANEJAMENTO AGREGADO COM MODELOS MATEMÁTICOS: UMA EXPERIÊNCIA PRÁTICA</i>		10. Páginas: <i>16</i>	11. Última página: <i>09</i>
9. Autoria <i>Gilberto de Lima*</i> <i>Horacio Hideki Yanasse</i>		12. Revisada por <i>Paulo Renato de Moraes</i> Paulo Renato de Moraes	
Assinatura responsável 		13. Autorizada por  Marco Antonio Raupp Diretor Geral	
14. Resumo/Notas <i>Neste trabalho apresenta-se uma experiência prática do uso de um modelo de planejamento agregado de mão-de-obra de produção em uma indústria aeronáutica. O modelo admite demandas determinísticas e minimiza os custos de admissão, demissão, horas extras, horas regulares e horas ociosas ao longo do horizonte de planejamento. As variáveis de decisão são: mão-de-obra total, mão-de-obra regular e mão-de-obra extra. São permitidas subcontratações de serviço. Para o apoio à decisão, o modelo foi colocado em operação através de um sistema computacional integrado a outros sistemas de planejamento já implantados na empresa. O desempenho tem sido bem satisfatório.</i>			
15. Observações <i>*EMBRAER-SJC</i> <i>Este trabalho será apresentado no XVIII SOBRAPO, a realizar-se nos dias 6, 7 e 8 de novembro de 1985, em São José dos Campos-SP. * Versão revisada em Agosto de 1985.</i>			

PLANEJAMENTO AGREGADO COM MODELOS MATEMÁTICOS:
UMA EXPERIÊNCIA PRÁTICA

Gilberto de Lima - EMBRAER
Horário H. Yanasse - INPE

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se uma experiência prática do uso de um modelo de planejamento agregado de mão-de-obra de produção em uma indústria aeronáutica. O modelo admite demandas determinísticas e minimiza os custos de admissão, demissão, horas extras, horas regulares e horas ociosas ao longo do horizonte de planejamento. As variáveis de decisão são: mão-de-obra total, mão-de-obra regular e mão-de-obra extra. São permitidas subcontratações de serviço. Para o apoio à decisão, o modelo foi colocado em operação através de um sistema computacional integrado a outros sistemas de planejamento já implantados na empresa. O desempenho do modelo tem sido bem satisfatório.

ABSTRACT

In this paper, a practical experience in the use of an aggregate planning model for production work force in an aeronautic corporation is presented. The model assumes deterministic demands and minimizes the costs of hiring and dismissing, and regular, overtime and idle hours over the planning horizon. The decision variables are: total work force, and work force both in regular and in overtime hours. Subcontracts are allowed. To support decision making, the model was put into operation through a computational system integrated with other planning systems already implemented in the corporation. The model's performance has been quite satisfactory.

1. Introdução

A empresa aeronáutica em questão encontra-se envolvida em grandes programas de desenvolvimento e produção seriada de aeronaves. Nesta empresa é comum surgirem variações na carga de trabalho devido à instabilidade do mercado ou à novas atividades surgidas das campanhas de ensaio de um protótipo, por exemplo. Frente a uma nova situação de carga, a Diretoria tem que decidir sobre os níveis de mão-de-obra e hora-extra, de forma que a produção consequente supra o mercado nos prazos pré-estipulados. Visando a tomada de decisão, planos sobre mão-de-obra, hora-extra, produção, máquinas e instalações são elaborados pela seção de planejamento desta empresa (PPL). Esta tarefa de planejamento, nos moldes antigos, tornou-se cada vez mais complexa com o crescimento da corporação. Foram adotados, então, novas técnicas e sistemas de trabalho.

O modelo matemático aqui apresentado foi desenvolvido dentro da nova filosofia do planejamento, que se baseou em aspectos teóricos de sistemas e modelos hierarquizados. (Veja Linger et alii, 1979; Dahl et alii, 1972; Grajew e Tolovi, 1979; Hax e Meal, 1975; Bitran et alii, 1981; 1982; Contador, 1982; Contador e Yanasse, 1984).

É interessante fazer-se algumas poucas observações inerentes ao setor produtivo nesta indústria aeronáutica, antes da apresentação do modelo matemático.

A manufatura dos produtos encontra-se repartida entre três unidades de produção: Unidade de Peças Primárias (UPP), Unidade de Montagem de Célula (UMC) e Unidade de Montagem Final (UMF). A intercambialidade de mão-de-obra entre elas não é aconselhável, dada as tarefas especializadas em cada unidade.

A nível de planejamento agregado, estas unidades podem ser consideradas independentes. Isto pode ser justificado pelo fato de que nesta indústria, nem todos os produtos finais exigem serviço das três unidades de produção. Além de aeronaves completas, esta indústria aeronáutica produz outros itens que demandam grande parte da força de trabalho de produção: peças de reposição, corpos de prova, "kits" de montagens, etc. Além disso, existe uma grande flexibilidade na montagem de um produto de longo ciclo de fabricação. Pequenos desvios na carga de trabalho são tolerados sem prejuízo nas metas estabelecidas.

O modelo, portanto, não é um de múltiplos estágios e é apresentado a seguir.

2. O modelo

O modelo matemático aqui apresentado destina-se a análise do problema de planejamento tático de mão-de-obra. Neste nível, todas as atividades de uma certa unidade de produção são agregadas e expressas em horas, representando um único produto para o modelo. Os resultados deste modelo são as entradas para um modelo de planejamento operacional, que nada mais faz do que desagregar estas informações. Tipicamente, o modelo é implementado a cada vez que o planejamento estratégico altera as metas dos programas em andamento ou decide, por exemplo, avaliar o impacto do lançamento de um novo programa. Estabelecida as novas metas, a PPL calcula a carga de trabalho futura para as unidades de produção, através de um sistema mecanizado que utiliza tempos padrões da empresa e fatores de decréscimo de tempos por aprendizagem. Uma vez determinada a carga futura, o modelo é implementado buscando minimizar os custos variáveis pertinentes ao processo: custo de admissão, treinamento, demissão, hora ociosa e hora-extra. As variáveis de decisão selecionadas são: força de trabalho total, força de trabalho produzindo em hora regular e força de trabalho produzindo em hora-extra. A produção em hora-extra e a variação no nível de mão-de-obra são limitadas. Existem em certas unidades de produção restrições adicionais devido à capacidade de máquinas e também à possibilidade de sub-contratos.

O horizonte de planejamento considerado é sub-dividido em um número finito de períodos de igual duração. Para cada período o modelo fornece, como principais resultados, os valores ótimos do nível de mão-de-obra, da produção total e da produção em hora-extra.

Dada a característica da empresa, a carga de trabalho num certo período não precisa ser cumprida integralmente. Uma certa porcentagem de desvio é tolerada, desde que a carga total para o horizonte de planejamento seja cumprida. Vale ressaltar que as metas estabelecidas a nível de planejamento estratégico são consideradas viáveis, a nível de planejamento tático, se houver solução viável do modelo para cada unidade de produção. Caso isto não ocorra as metas deverão ser revistas.

O modelo básico utilizado foi inspirado em diversos modelos de planejamento agregado da literatura (Johnson and Montgomery (1974); Hax (1978); Lippman et alii (1967), Hanssmann e Hess (1960), para citar alguns), e pode ser representado como:

$$\text{Min } \sum_{t=1}^T \left[k_1(t) x_t + k_2(t) y_t + k_3(t) z_t + k_4(t) (w_t - u_t) \right]$$

sujeito a:

$$0 \leq u_t \leq w_t \quad t = 1, \dots, T; \quad (1)$$

$$z_t \leq \alpha w_t \quad t = 1, \dots, T; \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^T z_t \leq \gamma \sum_{t=1}^T w_t, \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^T (u_t + z_t + s_t) = \sum_{t=1}^T \tau_t \quad (4)$$

$$(1-\delta)\tau_t \leq u_t + z_t + s_t \leq (1+\delta)\tau_t \quad t = 1, \dots, T; \quad (5)$$

$$x_t \leq \beta w_t \quad t = 1, \dots, T; \quad (6)$$

$$y_t \leq \epsilon w_t \quad t = 1, \dots, T; \quad (7)$$

$$w_{t+1} = w_t + x_t - y_t \quad t = 1, \dots, T; \quad (8)$$

$$s_t \leq S_t \quad t = 1, \dots, T; \quad (9)$$

$$u_t + z_t \leq M_t \quad t = 1, \dots, T; \quad (10)$$

$$x_t \geq 0, y_t \geq 0, z_t \geq 0, w_t \geq 0, u_t \geq 0, s_t \geq 0, \quad t=1, \dots, T;$$

considerando as restrições oriundas no planejamento estratégico, onde os parâmetros são:

T = horizonte de planejamento subdividido em períodos (t) de igual duração, expresso em meses de produção;

τ_t = carga de trabalho no período t, expressa em horas de produção;

- β = porcentagem máxima permitida de admissões em qualquer período;
 ϵ = porcentagem máxima permitida de demissões em qualquer período;
 γ = porcentagem máxima permitida para o total de hora-extra para o horizonte de planejamento;
 α = porcentagem máxima permitida de hora-extra num período qualquer;
 δ = porcentagem máxima permitida para o desvio de produção num período qualquer;
 M_t = capacidade de máquina no período t;
 S_t = capacidade de subcontrato no período t;

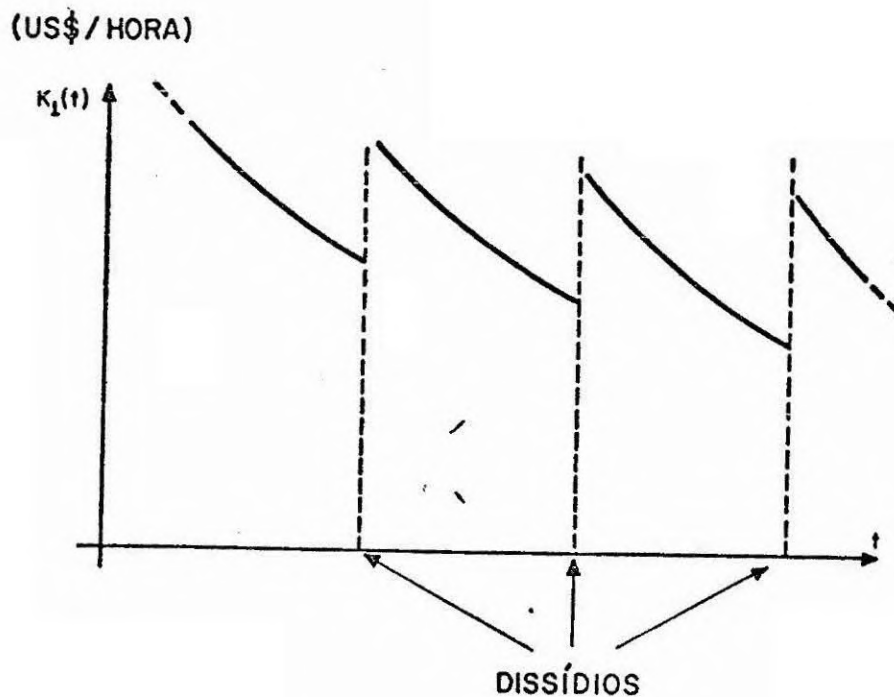
e as variáveis de decisão são:

- w_t = força de trabalho total no período t;
 u_t = força de trabalho produzindo em hora regular no período t;
 z_t = força de trabalho produzindo em hora-extra no período t;
 x_t = força de trabalho admitida no período t;
 y_t = força de trabalho demitida no período t;
 s_t = força de trabalho subcontratada no período t.

Portanto, a diferença $w_t - u_t$ representa a força de trabalho ociosa no período t.

A primeira parcela da função objetivo representa o custo devido a admissão e treinamento.

Através da análise estatística de dados históricos disponíveis no setor financeiro da empresa, ficou evidenciado que este custo é proporcional à quantidade de mão-de-obra engajada, sendo o coeficiente de proporcionalidade $k_1(t)$ variável conforme os índices de reajuste salarial (dissídios). Os custos presentes no modelo são expressos em US-dollar. Face a isto, leva-se também em consideração a taxa de desvalorização do cruzeiro em relação ao dolar no cálculo dos valores $k_1(t)$ ao longo do horizonte de planejamento. Graficamente, tem-se a seguinte forma para $k_1(t)$:



O cálculo de $k_1(t)$ é efetuado através de um programa computacional que utiliza o valor de $k_1(0)$, o coeficiente de proporcionalidade no início do 1º período, e os valores estimados dos índices de reajuste salarial e taxa de valorização para o horizonte de planejamento considerado. Pode-se ter soluções subótimas caso a solução do modelo for sensível a desvios nestes fatores.

As demais parcelas na função objetivo, $k_2(t)y_t$, $k_3(t)z_t$, $k_4(t)(w_t - u_t)$, referem-se ao custo de demissão, hora-extra e hora ociosa, respectivamente, e foram determinadas de maneira similar ao custo de admissão e treinamento.

Ressalta-se que o custo de hora ociosa é admitido ser igual ao custo salarial mais encargos trabalhistas.

A formulação da função objetivo do modelo buscou representar a minimização dos principais componentes de custo presentes no processo de balanceamento da mão-de-obra: hora-extra, hora ociosa, admissão (treinamento) e demissão. Matéria prima, folha de pagamento, depreciação, manutenção de estoque de componentes e outros fatores não são penalizados no modelo visto que representam custos que sempre estarão presentes na produção, uma vez estabelecidos os prazos e quantidades a cumprir. Este critério simplificado de modelar os custos pertinentes ao problema é bastante adequada

do ao caso em questão visto que, no cotidiano da empresa, a escolha dos níveis de mão-de-obra é sempre fruto de uma solução de compromisso entre "hora-extra x admissão" e "hora ociosa x demissão", sujeita às restrições do planejamento estratégico.

A Restrição 1 impõe que a força de trabalho em hora regular seja menor ou igual à força de trabalho total. A Restrição 2 limita o total de horas-extras num período e a Restrição 3 limita o total de hora-extra em todo o horizonte de planejamento. A Restrição 4 impõe que a carga de trabalho seja integralmente cumprida e a Restrição 5 limita o desvio de carga num período qualquer. As Restrições 6 e 7 limitam a força de trabalho admitida e demitida, respectivamente, num período qualquer. A Restrição 8 estipula o valor da força de trabalho total para um período em função das admissões e demissões no período anterior. A Restrição 9 limita os subcontratos e a 10 limita a capacidade produtiva à capacidade das máquinas.

Convém fazer alguns comentários adicionais neste ponto. O custo do subcontrato tem sido igual ao custo da hora de produção regular e, portanto, nesta situação é sempre vantajoso utilizar o subcontrato do que hora-extra ou admissão.

Quanto aos parâmetros utilizados no modelo, pode-se dizer que as porcentagens de admissão e demissão são estabelecidas pela Diretoria que levam em consideração a situação do mercado de mão-de-obra, acordos sindicais e fatores de cunho social. A porcentagem máxima de hora-extra também é estipulada pela Diretoria. A porcentagem máxima de desvio de carga prevista vem de observações práticas que têm verificado que variações de até 10% são frequentemente observadas sem que haja comprometimento das metas estabelecidas. Esta flexibilidade se deve às características de baixa frequência e longo ciclo de fabricação do produto. A carga de trabalho é calculada através de um sistema computacional que leva em conta os prazos e quantidades pré-estabelecidas e os tempos padrões da empresa. O cálculo é feito para todos os períodos do horizonte de planejamento (geralmente 1 ano). Este horizonte é expresso em "meses", segundo o calendário de produção; este calendário é construído a partir do calendário civil excluindo-se os dias

não produtivas (sábados, domingos, feriados). A cada cinco dias produtivos tem-se uma "semana" de produção e a cada 4 "semanas" tem-se 1 "mês" de produção.

Algumas observações já podem ser realizadas sobre a solução ótima a ser obtida do modelo:

- a) não pode haver admissão e demissão simultaneamente num mesmo período ($x_t y_t = 0$, $t=1, \dots, T$);
- b) não pode haver simultaneamente hora-extra e hora-ociosa num mesmo período ($z_t (w_t - u_t) = 0$, $t=1, \dots, T$).
- c) não pode haver subcontratos e hora-ociosa simultaneamente num mesmo período ($s_t (w_t - u_t) = 0$, $t=1, \dots, T$).

Tais relações podem ser obtidas diretamente da análise do modelo proposto, dada as características da função objetivo e das restrições. Estas relações poderiam ser adaptadas ao método simplex para torná-lo mais eficiente na solução do problema em questão, mas isto não foi explorado neste trabalho.

Considera-se ainda que a força de trabalho inicial é dada e a força de trabalho no final do período T não deve ser despedida.

A utilização corriqueira do modelo dentro da empresa somente viabilizou-se com a implementação de um sistema interativo que teve como diretrizes básicas de desenvolvimento as técnicas da teoria evolutiva e da programação estruturada (Veja Grajew e Tolovi, 1978; Linger et alii, 1979). Ele foi construído em forma hierárquica, podendo ser representado segundo uma estrutura modular. Em Lima (1983) é apresentada uma descrição detalhada dos módulos que compõem o sistema desenvolvido, bem como os programas codificados em APL.

3. Comentários

Uma aplicação típica deste trabalho envolvendo a implementação do modelo para as três unidades de produção (UPP, UMF, UMC), foi realizada. Este exemplo, descrito a seguir refere-se a uma situação real, ressaltando-se que os parâmetros referentes a

custos foram intencionalmente alterados (proporcionalmente) devido a questões de sigilo industrial. Os resultados do modelo são comparados com os resultados de um dos métodos convencionais em uso na empresa. Pode-se descrever a solução proposta pelo método convencional comparado como sendo:

a) Unidades UMC e UMF

Sejam as hipóteses $\tau_t \geq w_{t-1}$ e $\tau_t - w_{t-1} \geq \gamma w_{t-1}$. Se estas hipóteses forem verdadeiras em um período t qualquer, a solução é $w_t = \tau_t / (1 + \gamma)$; $z_t = \gamma w_t$; $x_t = w_t - w_{t-1}$; $y_t = 0$. Se somente $\tau_t \geq w_{t-1}$, a solução é $w_t = w_{t-1}$; $z_t = \tau_t - w_t$; $x_t = y_t = 0$. Se $\tau_t < w_{t-1}$, a solução é: $w_t = \tau_t$, $z_t = x_t = 0$; $y_t = w_t - w_{t-1}$.

Uma vez que são conhecidos os valores de τ_t , γ e w_0 (força de trabalho inicial), as regras anteriores podem ser sucessivamente aplicadas para $t = 1, 2, \dots, T$ de forma a determinar todos os valores das variáveis w_t , z_t , x_t e y_t .

Vale ressaltar que, para um período qualquer, o método estipula que só poderá haver admissões se toda a hora-extra permitida tiver sido empregada; havendo demissões não pode ser programada hora-extra; não é permitido haver hora ociosa ($u_t = w_t$).

b) Unidade UPP

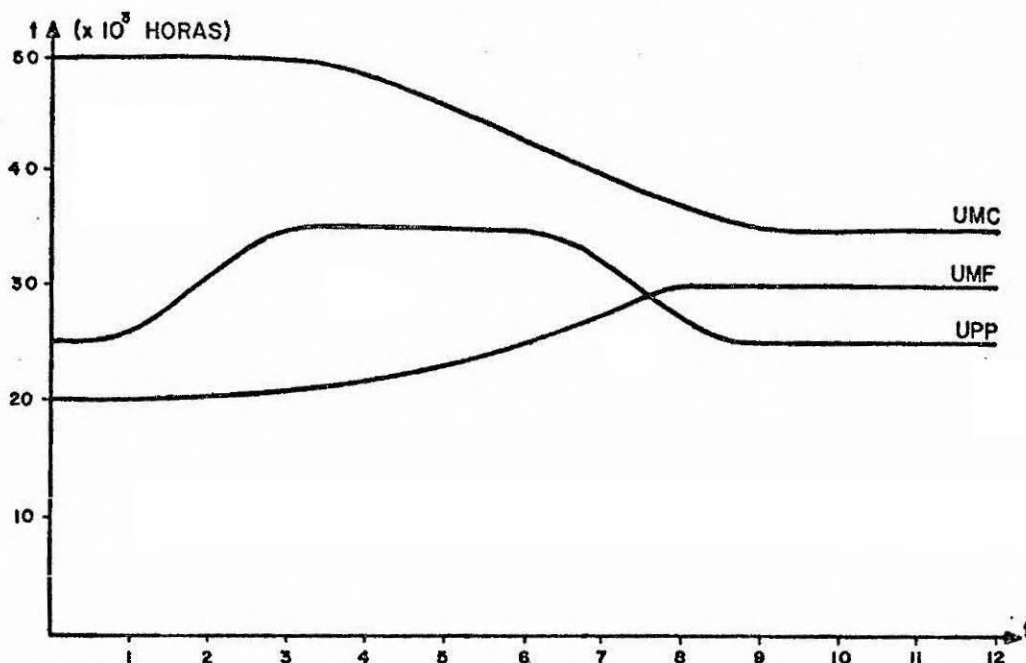
Sejam as hipóteses $\tau_t \geq w_{t-1}$; $\tau_t - w_{t-1} \geq S_t$; $\tau_t - w_{t-1} - S_t \geq \gamma \cdot w_{t-1}$. Se as três hipóteses forem verdadeiras, então a solução é: $w_t = (\tau_t - S_t) / (1 + \gamma)$; $s_t = S_t$; $z_t = \gamma \cdot w_t$; $x_t = w_t - w_{t-1}$; $y_t = 0$. Se somente as duas primeiras hipóteses forem verdadeiras, a solução é: $z_t = \tau_t - S_t$; $w_t = w_{t-1}$; $s_t = S_t$; $x_t = y_t = 0$. Se a primeira hipótese for falsa, a solução é: $w_t = \tau_t$, $z_t = x_t = y_t = s_t = 0$.

Analogamente ao caso para a UMC e UMF, as regras anteriores podem ser sucessivamente aplicadas para $t=1,2,\dots,T$ para se determinar os valores de todas as variáveis, uma vez que sejam conhecidos os valores de w_0 , γ , S_t e τ_t . Para um período qualquer, o método estipula que só poderá haver admissões se toda a hora-extra permitida e todo o sub-contrato disponível tiverem sido empregados; havendo demissões não pode ser programado hora-extra e/ou sub-contrato; só pode ser programada hora-extra quando todo o sub-contrato tiver sido empregado; não é permitido hora ociosa.

Para o caso da UPP, o método também estipula que se a desigualdade $w_t + z_t \leq M_t$, $t=1,2,\dots,T$ não for satisfeita, as metas de produção estabelecidas devem ser revistas.

Pelo exposto anteriormente é fácil perceber que se trata de uma metodologia bastante simplificada. A carga de trabalho prevista, encontra-se representada na figura seguinte e foi calculada a partir das metas estabelecidas pelo planejamento estratégico (prazos, quantidades) para um horizonte de planejamento de 12 meses de produção.

CARGA DE TRABALHO PREVISTA



Os demais parâmetros utilizados na implementação do modelo e do método convencional foram:

- $\alpha = 0,15$; $\gamma = 0,10$; $\delta = 0,05$; $\beta = 0,10$; $\epsilon = 0,05$.
- Força de trabalho inicial: UPP: $w_0 = 25.000$ horas; UMC: $w_0 = 40.000$ horas; UMF: $w_0 = 18.000$ horas.
- Porcentagens de reajuste salarial (dissídio): no período 4:39,31%, no período 10:43,16%.
- Desvalorização médio do cruzeiro em relação ao dólar americano por período durante o horizonte de planejamento considerado: 5,0%.
- Parâmetros iniciais de custo, supostos iguais para as três unidades de produção, nesta aplicação:

$$k_1(0) = 1,4 \text{ US\$/hora};$$

$$k_2(0) = 1,5 \text{ US\$/hora};$$

$$k_3(0) = 1,2 \text{ US\$/hora};$$

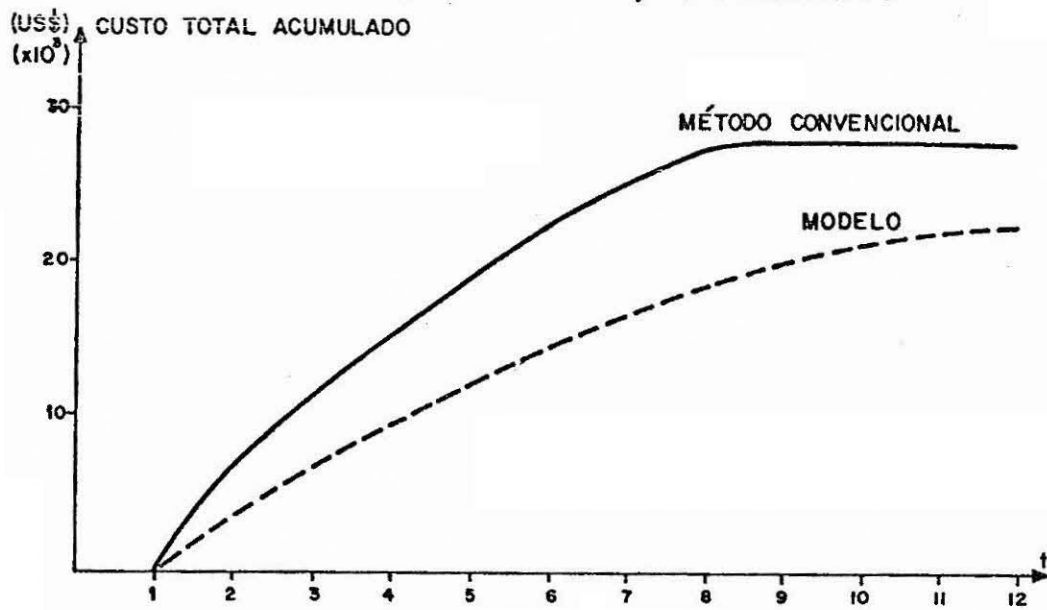
$$k_4(0) = 1,9 \text{ US\$/hora};$$

Os valores de $k_1(t)$, $k_2(t)$, $k_3(t)$, $k_4(t)$, $t = 1, 2, \dots, 12$, são calculados a partir da porcentagem de dissídio e da taxa mensal de desvalorização do cruzeiro em relação ao dólar.

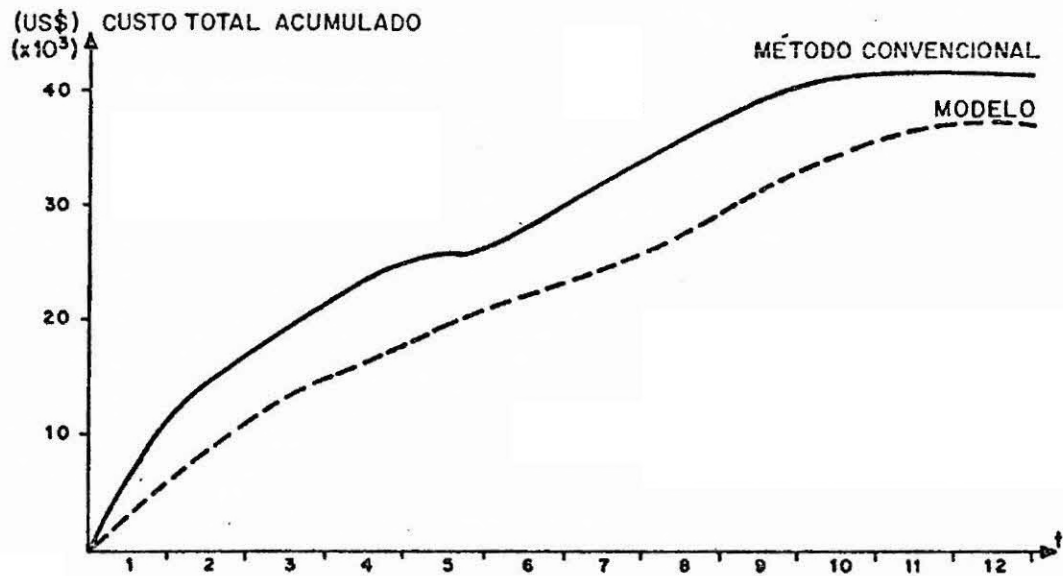
- Capacidade de subcontrato: $S_t = 3000$ horas, $t = 1, 2, \dots, 12$.
- Capacidade de máquinas: $M_t = 36000$ horas, $t = 1, 2, \dots, 12$.

A partir dos parâmetros previamente definidos foi implementado o modelo e o método convencional. Os gráficos a seguir comparam as curvas de custo total acumulado ao longo do horizonte de planejamento, para as três unidades de produção.

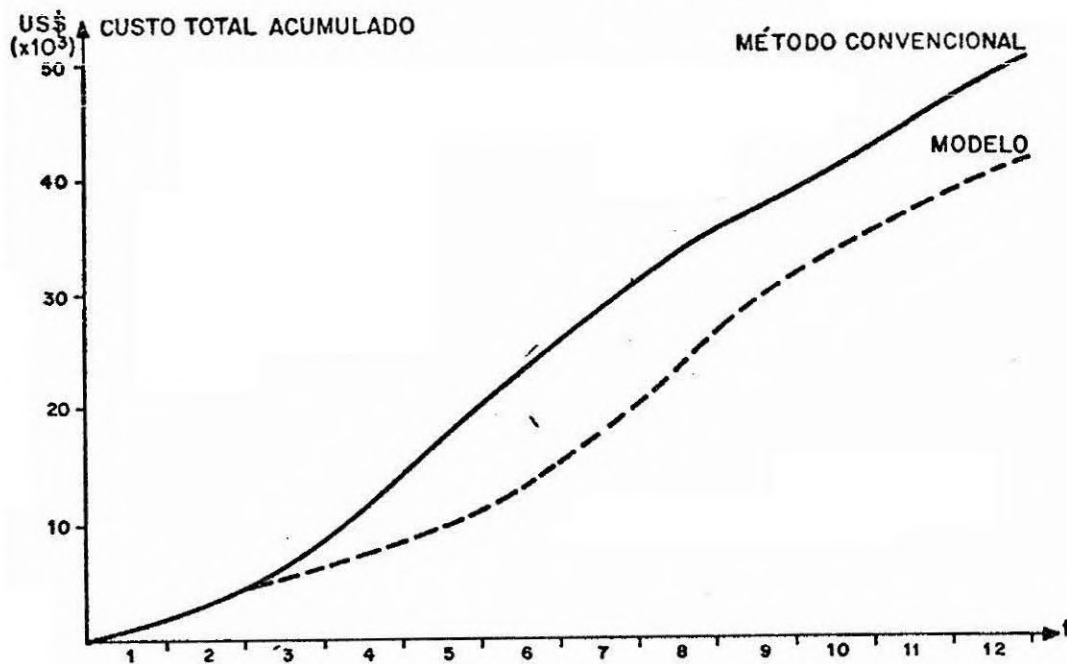
UNIDADE DE PEÇAS PRIMÁRIAS



UNIDADE DE MONTAGEM DE CÉLULA



UNIDADE DE MONTAGEM FINAL



Conforme pode ser observado o modelo conduz, nos três casos, a um custo total significativamente menor que o método convencional; no caso da UPP é cerca de 18% menor; no caso da UMC é 10% menor e para a UMF é 16% menor. Tais resultados são perfeitamente lógicos, visto que o modelo possui maior flexibilidade na utilização da hora-extra, da hora ociosa e da produção mensal. Um outro resultado importante diz respeito à força de trabalho total empregada em cada período de planejamento: o modelo empregou na UPP, UMC e UMF forças de trabalho total, respectivamente, 14%, 8% e 11% menores que a média mensal empregada pelo método convencional. Tal fato é bastante significativo visto que, na prática, é sempre desejável manter-se menores níveis de mão-de-obra.

A fim de analisar melhor o comportamento do modelo em si, foram elaboradas diversas análises de sensibilidade do mesmo. Esta análise mostrou que o modelo é pouco sensível às variações nos coeficientes de custo da função objetivo mas bastante sensível a variações na carga de trabalho e na capacidade das máquinas. Detalhes desta análise podem ser encontradas em Lima (1983).

O sistema de apoio a decisão desenvolvido possibilita analisar com rapidez a versatilidade situações reais ou hipotéticas de variações na carga de trabalho das necessidades de produção.

Este sistema veio a substituir satisfatoriamente os métodos convencionais utilizados na empresa, vários dos quais eram trabalhosos, demorados e muitas vezes "subjetivos".

Os resultados obtidos com a utilização deste modelo agregado nesta indústria aeronáutica estimulam a implementação de outros modelos matemáticos para o planejamento estratégico e para a programação de atividades. Problemas de programação e planejamento estratégico são amplamente abordados nos meios acadêmicos e são de grande importância para a indústria.

5. Referências

- LINGER, R.C.; MILLS, H.D.; WITT, B.I. Structured programming: theory and practice. Addison-Wesley, Reading, 1979.
- GRAJEW, J.; TOLOVI, J. Conception et mise en oeuvre des systems interactifs d'aide a la decision: L'approche evolutive. Tese de Doutorado, Université de Grenoble, October, 1978.
- HAX, A.C.; MEAL, H.C. Hierarchical integration of production planning and scheduling. In: Studies in Management Sciences, Vol. 1, Logistics, New York, North Holland, 1975.
- BITRAN, G.R.; HAAS, E.A.; HAX, A.C. Hierarchical production planning: a single stage system. Operations Research, 29:717-743, 1981.
- BITRAN, G.R.; HAAS, E.A.; HAX, A.C. Hierarchical production planning: a two stage system. Operations Research, 30:232-251, 1982.
- CONTADOR, J.L. Um sistema de planejamento agregado de estoque. Tese de Mestrado, ITA, 1982.
- CONTADOR, J.L.; YANASSE, H.H. Sistemas de planejamento hierárquico aplicados à produção: um estudo. São José dos Campos, INPE, Jun. 1984. 63 p. (INPE-3147-PRE/531).

- LIMA, G. Um sistema de apoio a decisões sobre planejamento agregado. Tese de Mestrado, ITA, 1983.
- DAHL, O.J.; DIJKSTRA, E.W.; HOARES, C.A.R. Structural programming. New York, Academic Press, 1972.
- JOHNSON, L.A.; MONTGOMERY, D.C. Operations Research in production planning, scheduling and inventory control. New York, Wiley, 1974.
- HAX, A.C. Aggregate production planning, in Handbook of Operations Research, J. Moder and S.E. Elmaghraby (eds). New York, Van Nostrand Reinhold, 1978.
- HANSSMAN, F.; HESS, S.W. A linear programming approach to production and employment scheduling. Management Technology, 1(1):46-51, 1960.
- LIPPMAN, S.A.; ROLFE, A.J.; WAGNER, H.M.; YUAN, J.S.C. Optimal production scheduling and employment smoothing with deterministic demands. Management Science, 14(3):127-158, 1967.