




1. Publicação nº <i>INPE-3549-PRE/761</i>	2. Versão	3. Data <i>Junho, 1985</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DIN</i>	Programa <i>POPES</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>BIN-PACKING</i> <i>FLUXO EM REDE</i> <i>PLANEJAMENTO HIERÁRQUICO</i>			
7. C.D.U.: <i>519.87</i>			
8. Título <i>UM MODELO DE TRANSPORTE UTILIZANDO ABORDAGEM HIERÁRQUICA</i>		10. Páginas: <i>17</i>	
		11. Última página: <i>16</i>	
		12. Revisada por	
9. Autoria <i>José Iram Mota Barbosa</i> <i>Horacio Hideki Yanasse</i>		 <i>Paulo Renato de Moraes</i>	
Assinatura responsável 		13. Autorizada por  <i>Marco Antonio Raupp</i> Diretor Geral	
14. Resumo/Notas <i>Neste trabalho é proposta uma metodologia para fornecer subsídios à tomada de decisão quanto ao transporte de água existente no Estado do Ceará durante períodos de grandes secas. É utilizada uma abordagem hierarquizada composta de dois modelos, um endereçamento ao planejamento tático e o outro a operações, correspondentes a cada nível de decisão. O modelo tático é de fluxo em rede com algumas restrições adicionais, e o modelo operacional é um problema de "bin-packing".</i>			
15. Observações <i>Este trabalho será apresentado no XVIII SOBRAPO, a realizar-se nos dias 6, 7 e 8 de novembro de 1985, em São José dos Campos-SP.</i>			

UM MODELO DE TRANSPORTE QUE UTILIZA ABORDAGEM HIERÁRQUICA

J.I.M. Barbosa - INPE/CNPq
Horacio H. Yanasse - INPE/CNPq

RESUMO

Neste trabalho é proposta uma metodologia para fornecer subsídios à tomada de decisão quanto ao transporte de água existente no Estado do Ceará durante períodos de grandes secas. É utilizada uma abordagem hierarquizada composta de dois modelos, um endereçamento ao planejamento tático e o outro a operações, correspondentes a cada nível de decisão. O modelo tático é de fluxo em rede com algumas restrições adicionais, e o modelo operacional é um problema de "bin-packing".

ABSTRACT

In this paper a methodology to support decision making about the water transportation problem in Ceará State during periods of extreme droughts is suggested. A hierarchical approach composed of two models is used, one addressed to the tactical planning and the other to operations, corresponding to each level of decision making. The tactical model is a network flow problem with some side constraints, and the operational model is a bin packing problem.

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho é relatado um problema prático (vide Ruiz et alii, 1985) para o qual é proposto o desenvolvimento de um sistema integrado que dê suporte ao planejamento tático e às operações de controle relativo ao abastecimento de água às populações carentes, existente no Estado do Ceará durante períodos de grandes secas.

Este problema pode ser caracterizado como segue:

Um conjunto de localidades (pontos de entrega) deve ser abastecido de água transportada por carros-pipas de fontes (pontos de oferta) próximas. As demandas de água devem ser recebidas em cada localidade dentro de um prazo determinado.

Visualizando a rede viária através de um grafo, tem-se que, para esta aplicação em particular, este grafo não é completo (uma localidade não está necessariamente ligada diretamente a todas as outras localidades). Além disto, podem existir mais de dois ramos que ligam diretamente dois nós neste grafo (este é o caso de haver, para estas duas localidades, uma estrada asfaltada e uma outra estrada de terra).

A frota para executar o transporte de água é composta de veículos contratados no mercado por quilômetro rodado. Estes veículos são de tipos diferentes; cada tipo com características próprias em termos de capacidade de carga, vias de acesso e custo de operação. O órgão que contrata o uso destes veículos impõe uma restrição quanto à quilometragem máxima de rodagem que ele paga por mês a cada veículo, pois ele ainda não tem controle sobre quais rotas são utilizadas para a entrega da água.

Por questões operacionais não é possível abastecer simultaneamente, numa mesma fonte, mais que um número fixo de veículos correspondente ao número de motos-bombas instaladas nesta fonte.

O sistema admite também entregas compartilhadas por tipos diferentes de veículos, ou seja, o transporte de água de uma fonte para uma certa localidade pode ser compartilhado por veículos de diferentes tipos. Por exemplo, um tipo de veículo transpor

ta a água até uma localidade intermediária onde então um outro tipo de veículo recebe esta água e leva-a até a localidade final. É evidente que este tipo de entrega só pode ser feito se neste local intermediário existir infra-estrutura para manuseio da água, por exemplo capacidade de armazenamento.

O que se deseja é minimizar os custos de transporte de água para atender a demanda dentro de um determinado horizonte de planejamento. São informações importantes para a tomada de decisão a determinação de locais potencialmente interessantes para a construção de tanques de transbordo e a quantificação da água retirada de cada fonte. Além disto, deseja-se elaborar uma programação diária de distribuição que satisfaça todas as restrições de funcionamento do sistema.

Após uma análise do problema, foram identificados dois níveis hierárquicos de decisão no sistema, o mais alto relativo às secretarias do governo que estão interessadas no planejamento tático do transporte de água e o mais baixo relativo à CEDEC, órgão vinculado às Secretarias, que se preocupa com a parte operacional do transporte.

Isto tem paralelo na logística industrial (vide Hax, 1977) que envolve um grande número de decisões e afeta vários níveis da organização. Incluído no processo logístico está a alocação efetiva dos recursos (controle, programação, distribuição etc.) e a operação e programação do dia a dia (atribuição de tarefas particulares para máquinas específicas, despacho, expedição e processamento de tarefas etc). Comumente, as decisões de utilização dos recursos são consideradas pelo planejamento tático da firma e as decisões de operação e programação do dia a dia são consideradas pelo controle de operações.

Os dois tipos de decisões citados acima diferem em escopo, nível de gerenciamento envolvido, tipo de informação de suporte e horizonte de planejamento. Quando são designados sistemas formais para suportar as decisões nestes dois níveis, é usual desenvolver dois sistemas distintos: um endereçado ao planejamento tático e o outro às operações de controle. Contudo, os dois sistemas devem interagir um com o outro porque as decisões do planejamento tático proporcionam restrições às operações de controle, e as decisões das operações de controle resultam em de

terminadas saídas que são analisadas para reavaliar as ações do planejamento tático. Isto sugere o desenvolvimento de um sistema de planejamento hierárquico que seja sensível à estrutura organizacional da firma e que defina um esquema para particionar e ligar as atividades de planejamento.

Seguindo esta hierarquia, propõe-se abordar o problema de transporte conforme o esquema mostrado na Figura 1. O modelo agregado no nível 1 (mais elevado) fornece o custo total, o fluxo da água e conseqüentemente o correspondente número de voltas dadas pelos diversos tipos de veículos, necessários para o transporte da água.

O nível 2 utiliza as rotas com os respectivos números de viagens fornecidos pelo nível 1 para calcular o número de veículos necessários para a execução do serviço em cada fonte de abastecimento.

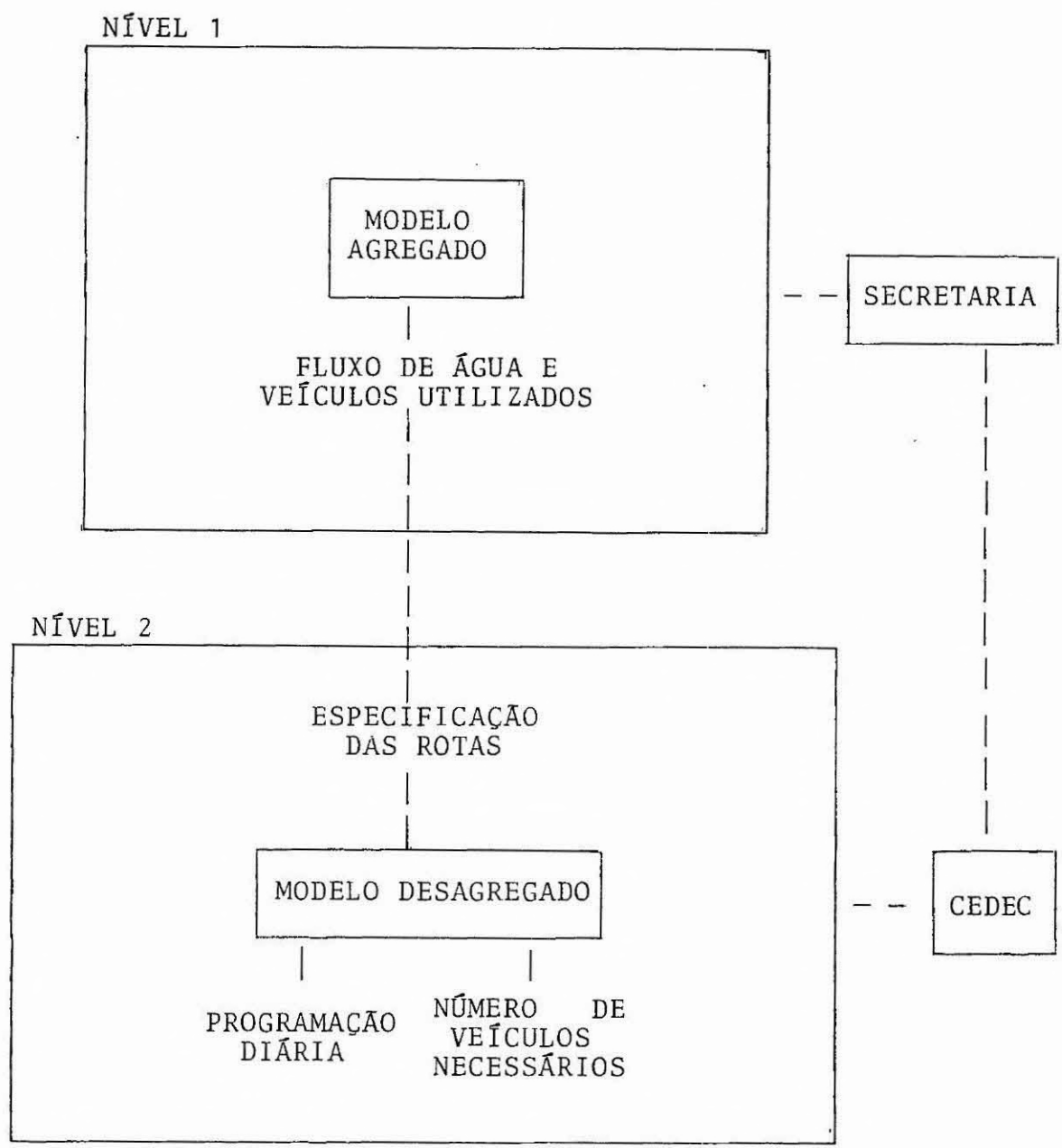


Fig. 1 - Estratégia a ser adotada.

2. MODELO AGREGADO

O modelo agregado permite determinar um esquema de fluxo da água das diversas fontes para os diversos pontos de demanda a um menor custo. Com o conhecimento deste esquema, a Secretaria de Abastecimento do Estado do Ceará disporá de informações quanto ao tipo de veículo que deve ser usado para o transporte da água, a quantidade de água que seria interessante retirar de cada fonte que abastece o sistema e o custo por m^3 da água que seria transportada. Outras informações, tais como localidades interessantes para a construção de tanques receptores, podem também ser obtidas através de análises com o uso deste modelo.

Antes de apresentar a formulação matemática do modelo agregado, será útil introduzir a notação simbólica usada, descrever os parâmetros e as variáveis de decisão do modelo.

2.1 - PARÂMETROS

- D_i = quantidade de água (em metros cúbicos) demandada pela localidade i durante o horizonte considerado,
- Q_k = capacidade de carga de um veículo do tipo k ,
- $D_{i,j,k}$ = distância (em km) entre os nós i - j para veículos do tipo k ,
- C_k = custo total (por quilômetro) de um veículo do tipo k ,
- $T_{i,k}$ = tempo que um veículo do tipo k leva para ser recarregado por uma moto-bomba instalada no nó i (i pode ser uma fonte ou um nó de transbordo),
- N_i = número de motos-bombas instaladas no nó de carregamento i ,
- T = número limite de horas trabalhadas por uma moto-bomba durante o horizonte considerado.

2.2 - VARIÁVEIS DE DECISÃO

$x_{i,j,k}$ = número de viagens de veículos do tipo k do nó i ao nó j através do arco (i,j) durante o horizonte considerado,

$y_{i,j,k}$ = quantidade de água (em metros cúbicos) a ser transportada do nó i para o nó j através do arco (i,j) pelos veículos do tipo k , durante o horizonte considerado.

Definem-se ainda os conjuntos:

$A_j = \{i/i \text{ é um nó da rede, e o arco } (i,j) \text{ pertence à rede}\};$

$B_j = \{i/i \text{ é um nó da rede, e o arco } (j,i) \text{ pertence à rede}\};$

$S =$ conjunto de todas as fontes que abastecem o sistema.

O sistema de transporte de água implantado pelo Governo visa apenas atender às populações carentes no sentido de ofertar água (gratuita) a elas. Não visa lucros; portanto a função-objetivo adequada é a minimização dos custos do transporte de água.

O pagamento é efetuado com base na quilometragem rodada, independentemente de o carro-pipa estar vazio ou cheio. Assim, o custo total incorrido por toda a frota durante o horizonte considerado é dado por:

$$\sum_k \sum_j \sum_{i \in A_j} C_k \cdot D_{i,j,k} \cdot x_{i,j,k}.$$

As restrições de equilíbrio de massa são dadas por:

$$\sum_k \sum_{i \in A_j} y_{i,j,k} - \sum_{h \in B_j} y_{j,h,k} = \begin{cases} D_j, & \text{se } j \text{ for um centro de demanda,} \\ 0, & \text{se } j \text{ for um nó de transbordo.} \end{cases}$$

Para que haja uma circulação dos veículos, é necessário que para um mesmo tipo de caminhão, o número total de chegadas em um nó j seja igual ao número total de saídas, ou seja:

$$\sum_{i \in A_j} x_{i,j,k} = \sum_{h \in B_j} x_{j,h,k}$$

para todo j e para todo k .

Para assegurar que a capacidade de carga dos veículos que trafegam em um arco (i,j) seja suficiente para transportar a água neste arco, deve-se ter

$$y_{i,j,k} \leq Q_k \cdot x_{i,j,k}$$

para todo arco (i,j) pertencente à rede e para todo k .

O carregamento de um veículo é feito por uma moto-bomba que demanda um certo tempo para executar este serviço. Para assegurar a viabilidade do carregamento da frota é necessário introduzir uma restrição de tempo naqueles nós onde os veículos se abastecem.

Nas fontes de abastecimento, o tempo total gasto durante todo o período em consideração para recarregar os veículos que se abastecem em um nó i deve ser no máximo igual ao tempo total disponível das motos-bombas neste nó. Para as fontes de abastecimento tem-se:

$$\sum_k \sum_{j \in B_i} T_{i,k} \cdot x_{i,j,k} \leq T \cdot N_i$$

para toda fonte i de abastecimento.

Para os nós de transbordo, esta restrição fica um pouco diferente. A quantidade

$$\sum_{h \in B_j} y_{j,h,k}/Q_k - \sum_{i \in A_j} y_{i,j,k}/Q_k,$$

sendo positiva, significa que no nó j está havendo abastecimento de veículo. Para viabilizar o despacho nos nós de transbordo introduz-se o conjunto de restrições:

$$z_{j,k} \geq \sum_{h \in B_j} y_{j,h,k}/Q_k - \sum_{i \in A_j} y_{i,j,k}/Q_k$$

$$\sum_k T_{j,k} \cdot z_{j,k} \leq T \cdot N_j$$

$z_{j,k} \geq 0$ para todo $n\tilde{o}$ j de transbordo e todo k .

No caso de um determinado $n\tilde{o}$ n\~ao ter capacidade pa-
ra armazenar al\~em da pr\~opria demanda, $N_j = 0$ (ou $Z_{jk} = 0$).

Al\~em das restri\~oes acima, deve-se ter tamb\~em as
restri\~oes de n\~ao-negatividade das vari\~aveis $x_{i,j,k}$; $y_{i,j,k}$ para
todo i, j, k .

O modelo proposto anteriormente \u00e9 um modelo de flu-
xo em rede com algumas restri\~oes adicionais. Para o problema de
fluxo em rede existem algoritmos especializados que exploram a es-
trutura deste problema, tornando-se extremamente eficientes.

Talvez seja poss\~ivel explorar a estrutura do modelo
de fluxo existente. Por\~em, n\~ao \u00e9 objetivo deste trabalho explorar
esta caracter\~istica deste modelo. O modelo de programa\~ao linear
resultante pode ser resolvido utilizando os pacotes comerciais do
m\~etodo simplex existentes, os quais podem fornecer tamb\~em outras
informa\~oes relativas a uma an\~alise de sensibilidade.

Vale salientar que a integridade das vari\~aveis de
decis\~ao $x_{i,j,k}$ foi relaxada. Isto simplifica a solu\~ao do modelo
e n\~ao constitui uma aproxima\~ao comprometedora da veracidade do
modelo se se considerar que a solu\~ao encontrada \u00e9 um valor m\~edio
e, como tal, dever\~a ser satisfeito em m\~edia. Por outro lado, as
fra\~oes encontradas possivelmente poderiam ser ajustadas com n\~ume-
ros inteiros mais pr\~oximos e, dependendo da magnitude dos $x_{i,j,k}$,
isto pode n\~ao ser significativo em termos de custo incorrido. De-
ve-se salientar ainda que varia\~oes e erros dos pr\~oprios dados
utilizados podem estar afetando a solu\~ao \u00f3tima mais que a pr\~opria
simplifica\~ao feita, de modo que um esfor\~o maior ao considerar
as vari\~aveis inteiras talvez n\~ao teria significado.

O fato de haver um modelo agregado linear torna pos-
s\~ivel realizar uma an\~alise de sensibilidade param\~etrica com rela-
tiva facilidade. Al\~em disto, os pre\~cos sombras relacionados \u00e0s

restrições são disponíveis durante a solução do problema e fornecem subsídios adicionais à tomada de decisão. No modelo proposto, por exemplo, os preços sombras associados ao conjunto de restrições de satisfação da demanda representam o valor que um metro cúbico de água tem para o sistema, em cada centro de demanda.

Ainda como discussão acerca do modelo desenvolvido, este pode ser simplificado quando aplicado a problemas com distâncias simétricas, ou seja, $D_{i,j,k} = D_{j,i,k}$. Neste caso, o conhecimento do caminho ótimo que liga uma fonte a um centro de demanda é suficiente para estabelecer a rota ótima, pois a volta do centro de demanda para a fonte de abastecimento é exatamente pelo mesmo caminho, ou um caminho alternativo de mesma distância. Assim, em problemas simétricos, basta levar em consideração apenas a ida dos veículos e computar duplamente o custo.

Com isto, algumas restrições no modelo geral podem ser omitidas ou modificadas apropriadamente, levando ao modelo a seguir.

$$\text{Min } \sum_k \sum_j \sum_{i \in A_j} 2 \cdot C_k \cdot D_{i,j,k} \cdot x_{i,j,k}$$

S.A.

$$1. \sum_k \sum_{i \in A_j} Q_k \cdot x_{i,j,k} - \sum_{h \in B_j} Q_k \cdot x_{j,h,k} = \begin{cases} D_j, & \text{se } j \text{ for um centro de demanda} \\ 0, & \text{se } j \text{ for um n\u00f3 de transbordo.} \end{cases}$$

$$2. \sum_k \sum_{j \in B_i} T_{i,k} \cdot x_{i,j,k} \leq T \cdot N_i$$

para toda fonte i de abastecimento

$$3. z_{j,k} \geq \sum_{h \in B_j} x_{j,h,k} - \sum_{i \in A_j} x_{i,j,k}$$

$$4. \sum_k T_{j,k} \cdot z_{j,k} \leq T \cdot N_j$$

para todo n\u00f3 de transbordo j

$$5. x_{i,j,k} \geq 0, z_{j,k} \geq 0 \text{ para todo } i,j,k.$$

3. MODELO OPERACIONAL

Para operacionalizar a solução do problema é necessário elaborar um mecanismo que desagregue a solução apresentada no nível 1 e forneça as informações operacionais requeridas pela CEDEC.

Com a resposta do modelo agregado em mãos, torna-se fácil especificar as rotas porque há a disponibilidade do fluxo dos carros que entram e saem dos diversos nós, dentro do horizonte considerado (as rotas são determinadas em função deste fluxo). Com estas rotas determinadas tem-se o número de viagens a serem dadas dentro do horizonte em consideração em cada uma delas, e a partir daí pode-se então elaborar uma lista das viagens que devem ser feitas cada dia a partir dos nós fontes e de transbordo.

As seguintes hipóteses são colocadas. As viagens a serem feitas em um dado dia são independentes (todas disponíveis no início da jornada de trabalho); não admitem interrupção, i.é., uma vez iniciada uma viagem por um dado veículo, este só ficará disponível após completar inteiramente a viagem iniciada; e toda a lista do dia deve ser completada (todas as entregas feitas) no final da jornada diária de trabalho considerada. O problema é encontrar o número mínimo de veículos que executem a lista de viagens diárias.

O problema apresentado acima é equivalente ao problema de sequenciamento proposto por Graham (1966) cuja solução proposta por Coffman et alii (1976) é baseada na solução do problema do "bin-packing" definido a seguir: "Dada uma lista $L=(a_1, \dots, a_n)$ de números reais ($0 < a_i \leq d$, $i=1, \dots, n$ e d um número real positivo), colocar os elementos de L dentro de um número mínimo L^* de "bins" de modo que nenhuma "bin" contenha número cuja soma exceda d ".

Coffman et alii (1976) mostraram que o problema do "bin-packing" definido acima é equivalente ao problema de sequenciamento proposto por Graham (1966).

O problema do "bin-packing" é NP-difícil (veja-se Cook, 1971 e Karp, 1972). A solução proposta por Coffman et alii (1976), e também sugerida neste trabalho, consiste em explorar a

similaridade do problema de sequenciamento proposto por Graham (1966) com o problema do "bin-packing" e aproveitar as heurísticas já desenvolvidas para esse problema.

As heurísticas do "bin-packing" mais estudadas são de fácil aplicação (veja-se Coffman et alii, 1976), as quais estão relacionadas a seguir.

Algoritmo 1: primeiro ajuste (first-fit). Sejam os "bins" indexados como B_1, B_2, \dots . Considera-se inicialmente que cada "bin" esteja vazio (ocupando o nível zero). Os números a_1, a_2, \dots, a_n serão colocados nesta ordem. Cada $a_k (1 \leq k \leq n)$ é colocado em B_j , onde j é o primeiro índice, tal que B_j ocupa o nível $B_j \leq d - a_k$.

Algoritmo 2: melhor ajuste (best-fit). Similar ao algoritmo 1 só que cada $a_k (1 \leq k \leq n)$ é colocado em B_j , onde j é tal que B_j ocupa o nível $B_j + a_k$ minimiza a capacidade não usada do "bin" (sobre todos os "bins" já utilizados).

Algoritmo 3: Primeiro ajuste com decrescimento (first-fit decreasing). A lista $L = (a_1, \dots, a_n)$ é inicialmente arranjada de forma que $a_i \geq a_{i+1}, i = 1, \dots, n$, e o algoritmo 1 é aplicado nesta última lista.

Algoritmo 4: melhor ajuste com decrescimento (best-fit decreasing). A lista $L = (a_1, \dots, a_n)$ é arranjada como no algoritmo 3, e o algoritmo 2 é aplicado nesta última lista.

Os desempenhos no pior caso para estas heurísticas podem ser encontrados em Johnson et alii (1974) e Fisher (1980).

Dada uma ocorrência de um problema de distribuição de água em uma dada região carente, alimentar-se-á o modelo descrito no "nível 1" com os dados relativos à ocorrência do problema.

O nível 1 fornecerá uma solução útil para as Secretarias Estaduais e também "entradas" para o "nível 2".

Como "entradas" do nível 2 tem-se a especificação das rotas com os correspondentes números de viagens a serem dadas pelos carros-pipas durante o período em consideração.

Uma vez feita a especificação das rotas invoca-se uma das heurísticas do "bin-packing" para fornecer a programação diária dos veículos.

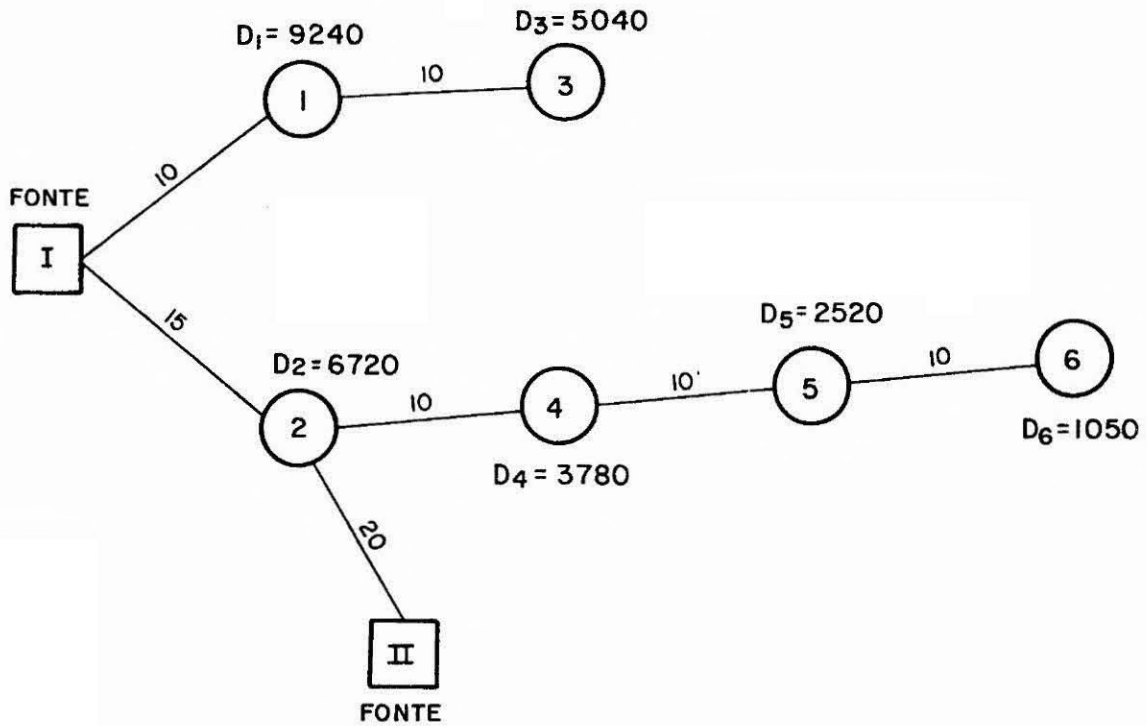
No modelo agregado admitiu-se que tanto as motos-bombas como os carros-pipas estão sendo efetivamente utilizados 100% da jornada diária de trabalho. Como consequência, os carros-pipas não poderiam ficar esperando na fila para serem enchidos pelas motos-bombas e estas não poderiam ficar ociosas esperando que algum veículo retorne para ser enchido. Como é pouco provável que seja sempre conseguida uma programação que respeite as observações acima, é necessário introduzir um fator de correção no parâmetro que representa a jornada de trabalho das motos-bombas na restrição de tempo do modelo agregado. Este fator de correção dá o tempo de aproveitamento ou tempo efetivamente útil dentro da jornada de trabalho.

Calcular analiticamente os tempos de aproveitamento aparenta ser um tanto difícil. Aqui é sugerida uma maneira prática de estimar tal tempo de modo a viabilizar a programação dos carros-pipas.

Inicialmente faz-se uma corrida do modelo agregado admitindo um aproveitamento de 100% da jornada diária de trabalho. A seguir utiliza-se uma das heurísticas do "bin-packing" para determinar o número de veículos (com respectiva programação) que devem ser alocados em cada fonte de abastecimento e não de transbordo. Simula-se o funcionamento de cada subsistema instalado nos nós de transbordo e fontes de abastecimento, de acordo com certas políticas definidas. Desta simulação retira-se o tempo médio que as motos-bombas ficaram ociosas e o tempo médio que os veículos permaneceram em fila; a primeira quantidade é utilizada para calibrar o tempo de aproveitamento do modelo agregado e a segunda para calibrar o tempo de aproveitamento de cada veículo. Novas corridas são feitas até que se encontre uma solução cuja programação dos carros-pipas seja viável.

Algumas políticas simples seriam, por exemplo despachar primeiro os veículos que fazem as maiores rotas e redespachá-los na ordem de retorno, despachar primeiro os veículos que fazem as menores rotas e redespachá-las na ordem de chegada etc.

A título ilustrativo é apresentado a seguir um exemplo hipotético da metodologia proposta. Os dados relevantes estão apresentados na Figura 2.



Tempo de abastecimento: 7 minutos
 Nº de bombas na fonte I: 2
 Nº de bombas na fonte II: 1
 Jornada diária: 8 horas
 Horizonte: 1 mês

Demanda nos nós em m³/mês
 Distâncias em km
 Custo/km: Cr\$165,00
 Velocidade média: 60km/hora
 1 único tipo de veículo com capacidade de 7.000 litros

Fig. 2 - Esquema do exemplo ilustrativo

Foi utilizado o algoritmo 4 combinado com a política "despachar primeiro os veículos que fazem as menores rotas e redespachá-los na ordem de chegada".

Na primeira corrida a fonte I abasteceu toda a rede com um custo de Cr\$24.700. Feita a simulação do funcionamento do sistema, obteve-se um aproveitamento de 85.2% do tempo para as motos-bombas na fonte I. Atualizado o tempo de aproveitamento na fonte I do modelo agregado e feita uma nova corrida, observou-se que a nova solução utiliza água das duas fontes, e o custo subiu para Cr\$25.599. Feita a simulação do funcionamento nas duas fontes, ambos foram viáveis. Neste exemplo é ilustrada também uma possível análise a ser feita pelos decisores com respeito a uma possível transferência da moto-bomba da fonte II para a fonte I.

Este exemplo mostra que o método proposto comporta-se de maneira satisfatória, pois em duas corridas conseguiu-se uma solução viável. Um exemplo com dados reais para o município de Quixadá, no Estado do Ceará, será apresentado por Barbosa (em preparação).

4. REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J.I.M. Um modelo de transporte utilizando abordagem hierárquica. Dissertação de Mestrado em Análise de Sistemas e Aplicações. São José dos Campos, INPE (em preparação).
- COFFMAN, E.G. JR.; BRUNO, J.L.; GRAHAM, R.L.; KOHLER, W.H.; SETHI, R.; STEIGLITZ, K.; ULLMAN, J.D. Computer and job-shop scheduling theory. New York, Wiley, 1976.
- COOK, S.A. The complexity of theorem-proving procedures. 3rd Annual ACM Symposium on the Theory of Computations, 151-158, 1971.
- FISHER, M.L. Worst-case analysis of heuristic algorithms. Management Science, 26(1):1-17, 1980.
- GRAHAM, R.L. Bounds for certain multiprocessing anomalies. Bell System Technical Journal, 45:1563-1581, 1966.

- HAX, A.C. Integration of strategic and tactical planning in the aluminum industry. In: Applied Mathematical Programming, chap. 6, BRADLEY, S.P.; HAX, A.C.; MAGNANTI, T.L. Reading, Mass., Assison-Wesley, 1977.
- JOHNSON, D.S.; DEMERS, A.; ULLMAN, J.D.; GAREY, M.R.; GRAHAM, R.L. Worst-case performance bounds for simple one-dimensional packing algorithms. SIAM Journal on Computing, 3(4):299-326, 1974.
- KARP, R.M. Reducibility among combinatorial problems, complexity of computer computations. R.E. Miller and J.W. Thatcher, eds., Plenum Press, New York 1972, pp. 85-104.
- RUIZ, W.; MORAIS, P.R. de; YANASSE, H.H.; DIAS, N.T.; MORAIS, T.K. de; OLIVEIRA, M.L.N. de; SANTOS, J.N.; MARTIN, P.R.; CÂMARA NETO, G. Documento suporte para um sistema de gerenciamento de recursos hídricos do Estado do Ceará. São José dos Campos, INPE, mar. 1985. 48 p. (INPE-3441-NTE/229).