1. Publicação nº	2. Versão	3. Data	5. Distribuição
INPE-2760-PRE/335	*2ª Versão**	*Maio, 1983*	☐ Interna ☒ Externa ☐ Restrita
4. Origem *DSI*	Programa *NAS*		

6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es)

SELEÇÃO DE PROJETOS *CONJUNTOS NEBULOSOS*
ADMINISTRAÇÃO DE P & D *PROGRAMAÇÃO INTEIRA*

7. C.D.U.: *519.8*

8. Título *INPE-2760-PRE/335*

SELEÇÃO DE PROJETOS DE P & D COM RETORNOS NÃO-NUMÉRICOS

10. Páginas: *15*

11. Última página: *14*

12. Revisada por

Horácio Hideki Yanasse

9. Autoria *Oscar Pereira Dias Jr.*

13. Autorizada por

Nelson de Jesus Parada
Diretor

Assinatura responsável

14. Resumo/Notas

Este trabalho aborda o problema da seleção de projetos avaliados por múltiplos critérios sujeitos a restrições lineares, onde as variáveis de decisão são do tipo zero-um (aceita ou rejeita). As avaliações dos projetos em cada um dos critérios são feitas usando valores lingüísticos ao invés de valores numéricos, com seu significado representado por conjuntos nebulosos. A determinação do grau em que uma dada alternativa de seleção de projetos pertence ao conjunto nebuloso das soluções não-dominadas, é feita por um algoritmo de rápida convergência e baixo tempo de processamento em computador.

* *Versão revisada em julho de 1983.*

15. Observações

Trabalho aceito para apresentação no XVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Florianópolis, outubro de 1983.

SELEÇÃO DE PROJETOS DE P & D COM RETORNOS NÃO-NUMÉRICOS

OSCAR PEREIRA DIAS JR.

Instituto de Pesquisas Espaciais
Conselho Nacional de Desenvolvimento
Científico e Tecnológico
Caixa Postal 515
12200 São José dos Campos, SP

RESUMO

Este trabalho aborda o problema da seleção de projetos avaliados por múltiplos critérios sujeitos a restrições lineares, onde as variáveis de decisão são do tipo zero-um (aceita ou rejeita). As avaliações dos projetos em cada um dos critérios são feitas usando valores linguísticos ao invés de valores numéricos, com seu significado representado por conjuntos nebulosos. A determinação do grau em que uma dada alternativa de seleção de projetos pertence ao conjunto nebuloso das soluções não-dominadas é feita por um algoritmo de rápida convergência e baixo tempo de processamento em computador.

ABSTRACT

This paper deals with the multi-criteria project selection problem subject to linear constraints, with zero-one decision variables (accept or reject kind). The project appraisals in each criterium are done using linguistic instead of numeric values, with their meaning represented by fuzzy sets. The computation of the grade of membership of a given alternative, in the fuzzy set of all nondominated alternatives, is made by an algorithm that converges rapidly on the final solution taking very little computer processing time.

1. INTRODUÇÃO

O problema da seleção de projetos (PSP), com múltiplos critérios ponderados e restrições lineares, pode ser definido como:

$$\begin{aligned} &\max \quad \lambda^T C x \\ &\text{suj. a } x \in X, \end{aligned} \qquad \text{(PSP)}$$

onde:

λ é o vetor m-dimensional, $\{\lambda_i\}$, dos pesos relativos dos critérios de avaliação;

C é a matrix $m \times n$, $\{c_{ij}\}$, dos valores dos projetos, segundo cada critério de avaliação;

x é o vetor de decisão n-dimensional, $\{x_j\}$; $x_j = 0,1$;

X é o conjunto $\{x \mid Ax \leq b;\ x_j = 0,1\}$;

A é a matriz $p \times n$, $\{a_{kj}\}$, dos coeficientes das restrições lineares; e

b é o vetor p-dimensional, $\{b_k\}$, das constantes das restrições lineares.

O problema PSP, como descrito acima, pode ser resolvido por um algoritmo qualquer de programação inteira zero-um. Entretanto, quando não se conhece o vetor λ, o problema da seleção de projetos pode ser transformado num problema com múltiplas funções-objetivo (uma para cada critério), agora com a finalidade de encontrar todas as soluções eficientes (não-dominadas) de um problema descrito por:

$$\begin{aligned} &\max \quad Cx \\ &\text{suj. a } x \in X. \end{aligned} \qquad \text{(PSP')}$$

Para a solução de PSP' já foram desenvolvidos alguns algoritmos — como, por exemplo, aquele apresentado em Bitran (1979) — que, todavia, requerem grande tempo de processamento em computador quando o valor de n se torna alto. Como ilustração desse fato, os dados mostrados em Bitran (1979), acerca do desempenho do algoritmo lá apresentado, indicam tempos de processamento acima de 100 segundos de CPU, de um computador Burroughs B-6700, na solução de problemas com $n = 18$, $m = 3$ e $p = 4$.

Ainda em Bitran (1979) é utilizada uma variação do algoritmo citado para solucionar um problema originário de PSP', considerando-se os valores da matriz C como intervalos numéricos ao invés de números. Esse algoritmo, como o anterior, apresenta a limitação de não ser adequado para a solução de problemas com valores de n elevados.

Uma variação do problema PSP, que pode ser entendida como um problema intermediário entre PSP e PSP', é aquela que resulta quando se adota a mesma formulação de PSP, mas admite-se que os valores de c_{ij} sejam considerados valores lingüísticos ao invés de numéricos. Por exemplo, as avaliações dos projetos podem ser feitas utilizando conceitos lingüísticos tais como: *muito baixo*, *baixo*, *médio*, *acima de médio*, *alto* etc., tirados de um vocabulário definido convenientemente. Esta abordagem, em geral, representa mais fielmente a situação que envolve a seleção de projetos de pesquisa e desenvolvimento.

Entretanto, o problema assim colocado ainda está mal definido; uma melhor definição desse problema, bem como um algoritmo para a sua solução, são os tópicos que se verão a seguir.

2. O PROBLEMA DA SELEÇÃO DE PROJETOS COM RETORNOS NA FORMA LINGÜÍSTICA

Uma vez tendo-se os conceitos lingüísticos resultantes da avaliação dos projetos em cada um dos critérios, eles podem ser representados por conjuntos nebulosos para permitir um tratamento quantitativo do problema. Esta operação consiste em associar o conceito lingüístico a uma escala numérica através de uma função (função de pertinência do conjunto nebuloso correspondente) que faz corresponder a cada valor da escala um grau entre zero e um, o qual traduz a compatibilidade daquele valor numérico com o conceito lingüístico que ele pretende representar. Por exemplo, o conceito *alto* pode ser representado, numa escala de 0 a 10, por um conjunto nebuloso com função de pertinência μ_{alto} dada por:

$$\mu_{alto}(u) = \exp\left[-(u-10)^2 / 10 \right] ; \; 0 \leq u \leq 10.$$

Considere-se, então, para o problema em questão a seguinte notação:

$U = \{u \in R \mid 0 \leq u \leq \ell;\ \ell > 0\}$ é o conjunto universo sobre o qual estão definidos os conjuntos nebulosos associados aos valores lingüísticos dos projetos, em cada um dos critérios de avaliação;

$h_{ij}(c_{ij})$ é a função de pertinência do conjunto nebuloso, definido em U, que representa o valor lingüístico do projeto j em relação ao critério i; $i = 1, 2, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, n$; $c_{ij} \in U$;

C é a matriz $\{c_{ij}\}$ que se obtém tomando um particular conjunto de valores para c_{ij}, $i = 1, 2, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, m$.

Por outro lado, o problema definido como PSP tem como objetivo encontrar uma solução ótima para a situação que ele descreve. Este objetivo, entretanto, não pode mais ser mantido no problema em questão, a menos que se estabeleça uma relação de preferência muito rígida entre conjuntos nebulosos, o que não faz parte dos propósitos deste trabalho. Todavia, ainda que de uma forma não-rígida, deve-se estabelecer alguma relação de preferência entre os conjuntos nebulosos para permitir uma comparação entre alternativas de ação.

Com este propósito, serão adotados os conceitos de *preferência nebulosa* e *dominação nebulosa*, apresentados em Orlovsky (1980), em razão de seu apelo intuitivo. As definições que se seguem foram extraídas daquele trabalho.

DEFINIÇÃO: Dados dois conjuntos nebulosos *não-interativos*, definidos em Y, com funções de pertinência ν_1 e ν_2, então

$$\eta\ (\nu_2,\nu_1) = \sup_{y,z,\in Y} \min\ \{\nu_1(y),\ \nu_2(z),\ \mu(z,y)\} \qquad (2.1)$$

define o grau de preferência do conjunto nebuloso ν_2 sobre ν_1, onde:

X é o conjunto das alternativas viáveis (como definido anteriormente);

Y é o conjunto universo das estimativas (valores numéricos) associadas às alternativas em X; e

$\mu(z,y)$ é o grau em que z é preferível a y.

DEFINIÇÃO: Para um dado conjunto de alternativas X e uma relação de preferência η a ele associada, define-se como *subconjunto de alternativas não-dominadas* o conjunto nebuloso com função de pertinência η^{ND} da forma:

$$\eta^{ND}\ (x) = 1 - \sup_{y \in X}\ [\eta(y,x) - \eta(x,y)], \qquad (2.2)$$

onde o valor de $\eta^{ND}(x)$ é entendido como o grau em que a alternativa x $(x \in X)$ não é dominada por qualquer outro elemento do conjunto X. Para simplificar a notação, $\eta^{ND}(x)$ será denominado *grau de não-dominação* de x.

Estas definições foram estendidas em Dias Jr. (1983) para o caso em que os conjuntos nebulosos ν_1 e ν_2 são interativos, e, quando aplicadas ao problema em questão, tomando-se Y igual a U, resultam nas seguintes expressões para $\eta(x^1, x^2)$ e $\eta^{ND}(x^0)$:

$$\eta\,(x^1, x^2) = \max_{\substack{z,y \in U \\ z \geq y}} \left[\max_{C \in A(z,y)} \min_{i,j} \{h_{ij}(c_{ij})\} \right], \qquad (2.3)$$

onde:

$\eta\,(x^1, x^2)$ = relação de preferência induzida no conjunto X pela relação de preferência $\eta\,(\nu_1,\nu_2)$ em U;

$x^1, x^2 \in X$;

C é a matriz $\{c_{ij}\}$;

$A\,(z,y) = \left\{C \mid \sum_i \sum_j \lambda_i\, c_{ij}\, x_j^1 = z \;\text{ e }\; \sum_i \sum_j \lambda_i\, c_{ij}\, x_j^2 = y;\; c_{ij} \in U\right\}$;

$\min_{i,j} \{h_{ij}(c_{ij})\}$ = notação adotada para representar a operação $\min\,\{h_{11}(c_{11}), h_{12}(c_{12}), \ldots, h_{mn}(c_{mn})\}$;

e

$$\eta^{ND}(x^0) = \min_{x \in X} \left[\max_{c_{ij}} \min_{i,j} \{h_{ij}(c_{ij})\}\right] \qquad (2.4)$$

$$\text{suj. a } \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x \geq 0$$

$$c_{ij} \in U \quad \forall\, i,j$$

$$x^0 \text{ (dado) } \in X.$$

As expressões (2.3) e (2.4) são válidas somente quando os conjuntos nebulosos h_{ij} forem normais, isto é, $\sup_{c_{ij}} h_{ij}(c_{ij}) = 1$.

Desse modo o problema denominado PSP evoluiu para o seguinte problema, quando se tomam os valores dos projetos expressos por conceitos lingüísticos e se mantêm válidas as demais características do PSP:

"dada uma alternativa de escolha de projetos (x^0), determinar o seu grau de não-dominação $\eta^{ND}_{-}(x^0)$".

Matematicamente, isto corresponde a resolver o problema descrito em (2.4).

3. ALGORITMO PARA O CÁLCULO DE $\eta^{ND}(x^0)$

Em Dias Jr. (1983) encontram-se as provas das seguintes proposições:

PROPOSIÇÃO 3.1: Os problemas (a) e (b) que se seguem têm o mesmo valor ótimo.

$$\text{(a)}\quad \min_{x\in X}\left\{z(x) = \max_{c_{ij}} \min_{i,j} \{h_{ij}(c_{ij})\}\right\}$$

$$\begin{aligned} \text{suj. a } & \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x \geq 0 \\ & c_{ij} \in U \qquad \forall\ i,j \\ & x^0 \text{ (dado)} \in X; \end{aligned}$$

$$\text{(b)}\quad \max_{c_{ij}} \min_{i,j} \{h_{ij}(c_{ij})\}$$

$$\begin{aligned} \text{suj. a } & \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x \geq 0 \qquad \forall\ x \in X \\ & c_{ij} \in U \qquad \forall\ i,j \\ & x^0 \text{ (dado)} \in X. \end{aligned}$$

PROPOSIÇÃO 3.2: Sejam os problemas P_1, P_2 e P_3 descritos abaixo:

$$P_1 :\quad \max_{c_{ij}} \left[y = \min_{i,j} \{h_{ij}(c_{ij})\}\right]$$

$$\begin{aligned} \text{suj. a } & \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x^1 \geq 0 \\ & \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x^2 \geq 0 \\ & \quad\vdots \qquad\qquad \vdots \\ & \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x^p \geq 0 \\ & x^0, x^1, x^2, \ldots, x^p \in X \text{ (dados)} \\ & c_{ij} \in U \qquad \forall\ i,j; \end{aligned}$$

$$P_2: \max_{c_{ij}} \left[y = \min_{i,j} \{h_{ij}(c_{ij})\} \right]$$

$$\begin{aligned} \text{suj. a } & \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x^1 \geq 0 \\ & \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x^2 \geq 0 \\ & \quad \vdots \qquad\quad \vdots \\ & \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x^p \geq 0 \\ & \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x^q \geq 0 \\ & x^0, x^1, \ldots, x^p, x^q \in X \text{ (dados)} \\ & c_{ij} \in U \qquad \forall\, i,j; \end{aligned}$$

$$P_3: \max_{c_{ij}} \left[y = \min_{i,j} \{h_{ij}(c_{ij})\} \right]$$

$$\begin{aligned} \text{suj. a } & \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x^q \geq 0 \\ & x^0, x^q \in X \text{ (dados)} \\ & c_{ij} \in U \qquad \forall\, i,j. \end{aligned}$$

Seja c'_{ij} $(i = 1, \ldots, m;\ j = 1, 2, \ldots, n)$ uma solução de P_1, com valor ótimo $y' > 0$, construída como se segue:

$$c'_{ij} = \max c_{ij}, \quad \text{com} \quad h_{ij}(c_{ij}) \geq y', \quad \text{se} \quad x^0_j = 1 \quad \text{e}$$

$$c'_{ij} = \min c_{ij}, \quad \text{com} \quad h_{ij}(c_{ij}) \geq y', \quad \text{se} \quad x^0_j = 0; \quad \forall\, i,j.$$

Se existir $x^q \in X$ tal que $\lambda^T C' x^0 - \lambda^T C' x^q < 0$, onde $C' = \{c'_{ij}\}$, então existirá uma solução de P_3 que também é solução de P_2.

PROPOSIÇÃO 3.3: Seja o problema:

$$\text{determinar } z^* = \max_{c_{ij}} \left[\min_{i,j} \{h_{ij}(c_{ij})\} \right]$$

$$\begin{aligned} \text{suj. a } & \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x \geq 0 \\ & x^0, x \in X \text{ (dados)};\ x^0 \neq x \\ & c_{ij} \in U \qquad \forall\, i,j. \end{aligned}$$

Supondo que h_{ij} é contínua em U, $\forall$ i,j, então dados $0 \leq z' \leq 1$ e $C' = \{c'_{ij}\}$ tais que:

$$c'_{ij} = \max c_{ij} \quad \text{tal que} \quad h_{ij}(c_{ij}) \geq z', \quad \text{se} \quad x^0_j = 1 \quad \text{e}$$

$$c'_{ij} = \min c_{ij} \quad \text{tal que} \quad h_{ij}(c_{ij}) \geq z', \quad \text{se} \quad x^0_j = 0; \ \forall\ i,j$$

têm-se:

$$\lambda^T C' x^0 - \lambda^T C' x < 0 \Rightarrow z^* < z',$$

$$\lambda^T C' x^0 - \lambda^T C' x > 0 \Rightarrow z^* \geq z', \text{ e}$$

$$\lambda^T C' x^0 - \lambda^T C' x = 0 \Rightarrow z^* = z'.$$

As Proposições 3.1, 3.2 e 3.3 justificam os algoritmos que se seguem para a determinação de $\eta^{ND}(x^0)$.

ALGORITMO 1:

1. Inicialize fazendo $x^{ot} = 0$ (vetor nulo) e $z^* = 1$.

2. Resolva, utilizando o algoritmo 2, o problema:

$$z^* = \max_{c_{ij}} \left[\min_{i,j} \{ h_{ij}(c_{ij}) \} \right]$$

$$\text{suj. a } \lambda^T C x^0 - \lambda^T C x^{ot} \geq 0$$

$$c_{ij} \in U \qquad \forall\ i,j.$$

3. Utilize os valores de c_{ij} obtidos no passo 2 e resolva:

$$y^* = \max \lambda^T C x$$

$$\text{suj. a } x \in X$$

(C é a matriz $\{c_{ij}\}$);

seja x^{ot} a solução ótima.

4. Se $\lambda^T C x^0 = y^*$ então pare e $\eta^{ND}(x^0) = z^*$; em caso contrário, volte ao passo 2.

(Observe neste algoritmo que ao final do passo 3, na primeira iteração, x^{ot} corresponde a uma solução com $\eta^{ND} = 1$.)

ALGORITMO 2:

1. Inicialize com $a = z^*$; $b = 0$; e = erro permitido.

2. Calcule c^*_{ij}, $\forall\, i,j$ de modo que

$$c^*_{ij} = \max c_{ij}, \quad \text{com} \quad h_{ij}(c_{ij}) \geq z^*, \quad \text{se} \quad x^0_j = 1 \quad \text{e}$$

$$c^*_{ij} = \min c_{ij}, \quad \text{com} \quad h_{ij}(c_{ij}) \geq z^*, \quad \text{se} \quad x^0_j = 0.$$

3. Calcule $\Delta = \lambda^T C^* x^0 - \lambda^T C^* x^{ot}$, onde $C^* = \{c^*_{ij}\}$.

4. Se $\Delta = 0$ então pare;
   se $\Delta < 0$ então faça $a = z^*$ e vá para o passo 5;
   se $\Delta > 0$ então faça $b = z^*$ e vá para o passo 5.

5. Faça $zaux = (a+b)/2$; se $|z^* - zaux| \leq e$ então pare; em caso contrário, faça $z^* = zaux$ e volte ao passo 2.

4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

A utilização efetiva do método aqui proposto necessita que estejam disponíveis:

- um vocabulário com todos os termos lingüísticos possíveis, ou uma regra de construção desses termos, para representar as avaliações dos projetos candidatos em cada um dos critérios;

- as funções de pertinência correspondentes aos termos lingüísticos, determinadas por um consenso de opiniões entre pessoas participantes do processo; e

- um "tradutor" que, uma vez dados os conceitos lingüísticos, associe a eles as funções de pertinência correspondentes.

Quanto aos dois primeiros itens, foge aos objetivos deste trabalho apresentá-los em sua forma definitiva. Todavia, para um maior esclarecimento, pode-se encontrar em Dias Jr. (1983) um vocabulário com as características mencionadas acima.

Quanto ao terceiro item, deve-se ressaltar que o programa de computador que executa os algoritmos 1 e 2, e encontra-se em Dias Jr. (1983), não faz a tradução automática dos conceitos lingüísticos em funções de pertinência correspondentes, necessitando, portanto, que tais funções lhe sejam fornecidas diretamente como dados de entrada.

Tendo em vista esta limitação operacional, no exemplo apresentado a seguir associar-se-ão funções de pertinência quadráticas hipotéticas aos conceitos lingüísticos, com o único objetivo de ilustrar o método e sem qualquer intenção de que tais curvas representem efetivamente os conceitos correspondentes.

Para facilitar essa associação, optou-se pela representação de uma curva do tipo $a_2x^2 + a_1x + a_0$ através de seus parâmetros u_1, u_2 e h_m que representam, respectivamente, a menor raiz, a maior raiz e o valor máximo, como ilustrado na Figura 4.1.

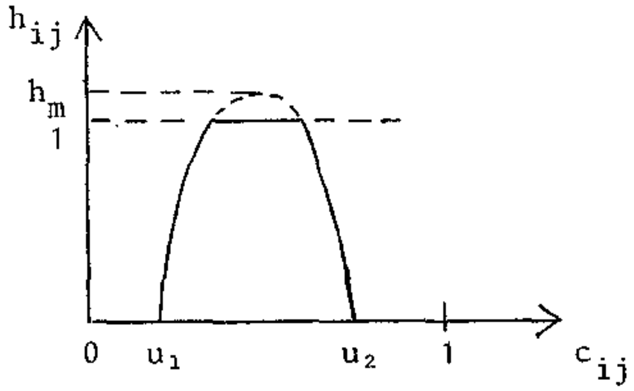

Fig. 4.1 - Representação de uma função de pertinência.

Como exemplo, considerar-se-ão, então, os seguintes dados:

a) n = 5 (número de projetos);

b) m = 3 (número de critérios);

c) uma única restrição linear, que pode ser uma restrição de custos, dada por:

$$50\ x_1 + 100\ x_2 + 20\ x_3 + 40\ x_4 + 60\ x_5 \leq 120;$$

d) as avaliações dos projetos mostradas na Tabela 4.1;

e) as funções de pertinência, definidas no intervalo [0,1] (Tabela 4.2), representando os conceitos da Tabela 4.1 (a rigor as funções h_{ij} são truncadas superiormente no valor 1).

TABELA 4.1

AVALIAÇÕES LINGÜÍSTICAS DOS PROJETOS

CRITÉRIO	PESO	PROJETO				
		1	2	3	4	5
1	.2	alto	alto	acima de médio	abaixo de médio mas não-baixo	médio
2	.5	baixo	médio	alto	muito baixo	médio
3	.3	acima de médio mas não-alto	médio superior	baixo	alto	médio

TABELA 4.2

PARÂMETROS DAS FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA

h_{ij}	u_1	u_2	h_m	h_{ij}	u_1	u_2	h_m	h_{ij}	u_1	u_2	h_m
h_{11}	0,7	1,3	1,0	h_{21}	-0,3	0,3	1,0	h_{31}	0,5	0,9	1,0
h_{12}	0,7	1,3	1,0	h_{22}	0,3	0,7	1,0	h_{32}	0,5	0,75	1,0
h_{13}	0,5	1,5	1,3	h_{23}	0,7	1,3	1,0	h_{33}	-0,3	0,3	1,0
h_{14}	0,1	0,5	1,0	h_{24}	-0,1	0,1	1,0	h_{34}	0,7	1,3	1,0
h_{15}	0,3	0,7	1,0	h_{25}	0,3	0,7	1,0	h_{35}	0,3	0,7	1,0

A listagem que se segue mostra os valores de $\eta^{ND}(x^0)$ para vários valores de x^0 considerados e o número de iterações na execução do algoritmo 1 até a obtenção do valor final de η^{ND}, para cada caso. O valor de η^{ND} está representado por NETA, e x^0 é o vetor de zeros e uns, onde um valor *zero* ou *um* na i-ésima posição significa, respectivamente, que o projeto i não faz parte ou faz parte da solução x^0.

```
ENTRE COM OS NUM.DE PROJETOS E OBJETIVOS : FORMATO LIVRE

 5 3

ENTRE COM OS PESOS RELATIVOS : FORMATO LIVRE

0.20 0.50 0.30

ENTRE COM OS PARAMETROS DE HIJ(CIJ) : FORMATO LIVRE
*** VARIAR J ANTES DE I
*** UUM   = MENOR RAIZ
*** UDOIS = MAIOR RAIZ
*** HM    = VALOR MAXIMO

      UUM      UDOIS      HM
    0.7000    1.3000    1.0000
    0.7000    1.3000    1.0000
    0.5000    1.5000    1.3000
    0.1000    0.5000    1.0000
    0.3000    0.7000    1.0000
   -0.3000    0.3000    1.0000
    0.3000    0.7000    1.0000
    0.7000    1.3000    1.0000
   -0.1000    0.1000    1.0000
    0.3000    0.7000    1.0000
    0.5000    0.9000    1.0000
    0.5000    0.7500    1.0000
   -0.3000    0.3000    1.0000
    0.7000    1.3000    1.0000
    0.3000    0.7000    1.0000

ENTRE COM OS CUSTOS DOS PROJETOS : FORMATO LIVRE

    50.00     100.00     20.00     40.00     60.00

ENTRE COM QUANT. DISPONIVEL DE RECURSOS : FORMATO LIVRE

     120.00

ENTRE COM O ERRO PERMITIDO P/O CALCULO DE NETA : FORMATO LIVRE

0.001000


ENTRE COM SOLUCAO PARA ANALISE : FORMATO 80I1

10110

NETA = 0.951
NUM.DE ITERACOES =    2


ENTRE COM SOLUCAO PARA ANALISE : FORMATO 80I1

11000
A SOLUCAO EM ANALISE NAO E VIAVEL
```

```
ENTRE COM SOLUCAO PARA ANALISE : FORMATO 80I1

00111

NETA = 1.000
NUM.DE ITERACOES =    1


ENTRE COM SOLUCAO PARA ANALISE : FORMATO 80I1

01100

NETA = 0.773
NUM.DE ITERACOES =    2


ENTRE COM SOLUCAO PARA ANALISE : FORMATO 80I1

10001

NETA = 0.000
NUM.DE ITERACOES =    1
```

5. ASPECTOS COMPUTACIONAIS

Os Algoritmos 1 e 2 foram programados em FORTRAN para um computador Burroughs B-6800 e foram feitos alguns testes para verificar a sua sensibilidade a mudanças nas formas de h_{ij}. Foram testadas três formas diferentes para aquela função: triangular, quadrática e normal. Dos resultados obtidos com cerca de 80 testes, onde cada teste correspondeu ao cálculo de η^{ND} para cada um dos três tipos de curva utilizados, observou-se que os algoritmos são pouco sensíveis à forma das funções h_{ij} no sentido de diferenciar entre "boas" soluções (por exemplo, η^{ND} acima de 0,7) e "más" soluções (por exemplo, η^{ND} abaixo de 0,3), que é o seu principal objetivo.

A velocidade de convergência para a solução final, nos testes realizados, foi extremamente alta, não tendo sido necessárias mais de três iterações (três passagens pelo passo 2 do Algoritmo 1) para chegar à solução final de problemas com o número de projetos variando entre 5 e 50, com o número de critérios entre 1 e 10, e com h_{ij} quadráticas. O tempo de processamento observado, no caso extremo em que n foi considerado igual a 50, ficou em torno de 1 segundo.

6. CONCLUSÕES

O algoritmo apresentado tem como principal objetivo fornecer uma avaliação (grau de não-dominação) de uma dada alternativa de seleção de projetos. A partir deste objetivo, sua utilização mais adequada seria complementar e não substituir qualquer dos métodos de otimização já existentes. Neste sentido, o algoritmo poderia ser utilizado:

- para testar uma solução ótima fornecida por um outro modelo que utilize dados de natureza diversa daquela aqui tratada; ou

- como parte de um algoritmo mais geral de busca da solução ótima (ou soluções eficientes).

Claramente, trata-se de um resultado ainda bastante limitado se comparado com os dos modelos de otimização aplicáveis a situações onde as variáveis e parâmetros são definidos de forma precisa e numérica. A razão disto está na complexidade computacional apresentada pelos modelos que tratam de variáveis lingüísticas. Todavia, os baixos tempos de processamento obtidos nos testes do algoritmo apresentado pode ser uma indicação de que trabalhos futuros nesta direção poderão levar a novos modelos que substituam com vantagem os modelos atuais, no contexto da Pesquisa e Desenvolvimento, onde as informações disponíveis apresentam-se, na melhor das hipóteses, de forma imprecisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BITRAN, G.R. Theory and algorithms for linear multiple objective programs with zero-one variables. *Mathematical Programming*, 17: 362-390, 1979.

DIAS JR., O.P. *Tratamento quantitativo de informações imprecisas no processo de seleção de projetos e alocação de recursos em P & D.* Tese de doutoramento apresentada na EPUSP em 1983.

ORLOVSKY, S.A. On formalization of a general fuzzy mathematical problem. *Fuzzy Sets and Systems*, 3(3): 311-321, May 1980.