



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/04.17.18.21-TDI

**CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES APLICADO
AO MOVIMENTO DE ATITUDE DE SATÉLITES
SUBMETIDOS AOS TORQUES PERTURBADORES
GERADOS PELO MOVIMENTO DE UM LÍQUIDO**

Adriana Cavalcante Agostinho

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Evandro Marconi Rocco, aprovada em 24 de abril de 2019.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3T633UL>

INPE
São José dos Campos
2019

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GBDIR)

Serviço de Informação e Documentação (SESID)

CEP 12.227-010

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/7348

E-mail: pubtc@inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):

Presidente:

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CGCPT)

Membros:

Dra. Carina Barros Mello - Coordenação de Laboratórios Associados (COCTE)

Dr. Alisson Dal Lago - Coordenação-Geral de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CGCEA)

Dr. Evandro Albiach Branco - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (COCST)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia e Tecnologia Espacial (CGETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação-Geral de Observação da Terra (CGOBT)

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação - (CPG)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Ivone Martins - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

Cauê Silva Fróes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/04.17.18.21-TDI

**CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES APLICADO
AO MOVIMENTO DE ATITUDE DE SATÉLITES
SUBMETIDOS AOS TORQUES PERTURBADORES
GERADOS PELO MOVIMENTO DE UM LÍQUIDO**

Adriana Cavalcante Agostinho

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Evandro Marconi Rocco, aprovada em 24 de abril de 2019.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3T633UL>

INPE
São José dos Campos
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Agostinho, Adriana Cavalcante.

Ag75c Controle por modos deslizantes aplicado ao movimento de atitude de satélites submetidos aos torques perturbadores gerados pelo movimento de um líquido / Adriana Cavalcante Agostinho. – São José dos Campos : INPE, 2019.
xxxiv + 165 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/04.17.18.21-TDI)

Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2019.

Orientador : Dr. Evandro Marconi Rocco.

1. Movimento de atitude. 2. Satélite. 3. Controle por modos deslizantes. 4. Sloshing. I.Título.

CDU 629.7.062.2:629.78



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

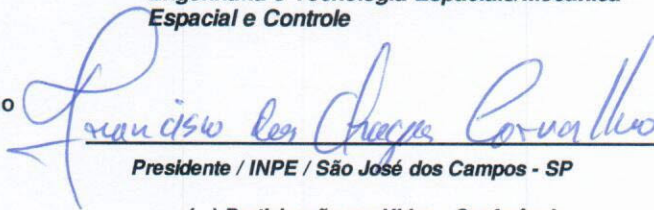
Aluno (a): **Adriana Cavalcante Agostinho**

Título: "CONTROLE POR MODOS DESLIZANTES APLICADO AO MOVIMENTO DE ATITUDE DE SATÉLITES SUBMETIDOS AOS TORQUES PERTURBADORES GERADOS PELO MOVIMENTO DE UM LÍQUIDO"

Aprovado (a) pela Banca Examinadora em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de **Doutor(a)** em

Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle

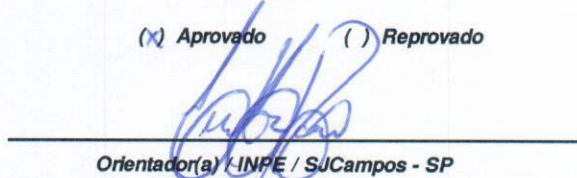
Dr. Francisco das Chagas Carvalho


Presidente / INPE / São José dos Campos - SP

() Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado () Reprovado

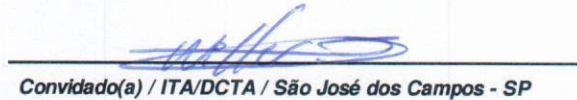
Dr. Evandro Marconi Rocco


Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

() Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado () Reprovado

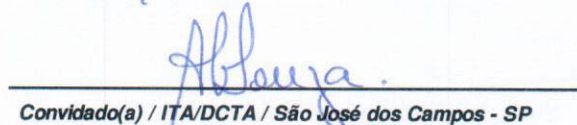
Dr. Willer Gomes dos Santos


Convidado(a) / ITA/DCTA / São José dos Campos - SP

() Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado () Reprovado

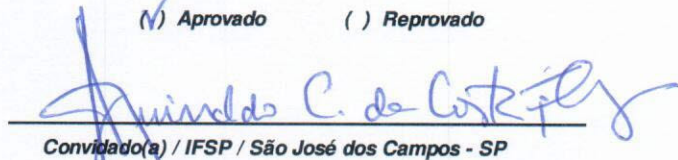
Dr. Alain Giacobini de Souza


Convidado(a) / ITA/DCTA / São José dos Campos - SP

() Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado () Reprovado

Dr. Aginaldo Cardozo da Costa Filho


Convidado(a) / IFSP / São José dos Campos - SP

() Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado () Reprovado

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

unanimidade

*“[] Ensina-me Senhor, o Teu caminho,
e andarei na Tua verdade; une o meu
coração ao temor do Teu nome.”
(salmo 86:11)*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, luz e caminho que conduz minha vida.

Agradeço ao meu orientador Dr. Evandro Marconi Rocco, pela a orientação que foi de grande importância, pelo empenho, paciência e perseverança. Sempre acreditando na minha capacidade, mesmo em momentos difíceis, para que eu pudesse alcançar os objetivos deste trabalho. Além disso, agradeço a sua amizade e compreensão, durante toda esta jornada, sempre com conselhos e palavras de incentivo. Esse trabalho é fruto do trabalho e parceria entre orientada e orientador. Sempre grata.

Ao Jefferson, meu esposo e companheiro inseparável, agradeço pelo carinho, compreensão e paciência durante todos estes anos que tive de ceder meu tempo aos estudos. Pelo otimismo durante os momentos onde o cansaço e o desespero predominaram.

Ao Bento, meu amado filho, agradeço por me ensinar a amar incondicionalmente. Graças a você, os meus dias são melhores. Com você voltei a ser criança.

Aos professores agradeço por todas as contribuições feitas a este trabalho e a mim. Estendo os meus agradecimentos ao professor Dr. Ijar Milagre da Fonseca.

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) e a todos seus funcionários, em especial e com muito carinho, a funcionária e amiga Valdirene Moreira, pelo afeto e atenção concedidos ao meu filho e a mim.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro.

RESUMO

Controlar a atitude do satélite significa apontar e manter o apontamento do veículo de acordo com os requisitos definidos durante uma missão espacial a função de controlar a atitude desse veículo espacial é desempenhada, de forma autônoma e independente, pelo Subsistema de Controle de Atitude (SCA). Nesta tese estuda-se a aplicação de técnica de controle não-linear ao movimento de atitude do satélite submetido a perturbações provenientes do movimento do líquido, denominado *sloshing*, em ambiente de microgravidade. No espaço, o *sloshing* apresenta um comportamento caótico e o seu efeito na malha de controle pode ter consequências diretas na atitude de um veículo, gerando incertezas na determinação da atitude e erros de apontamento capazes de comprometer os objetivos da missão para o qual foi projetado. A maior dificuldade envolvendo o estudo sobre *sloshing* é definir um modelo matemático que descreva o seu comportamento em microgravidade, bem como definir com exatidão parâmetros, que variam com o tempo, como massa do veículo e combustível, amortecimento e rigidez. Neste trabalho estuda-se a aplicação do Controle por Modos Deslizantes (SMC) no projeto do SCA de um veículo espacial submetido à ação do *sloshing*. O SMC tem como vantagem sua relativa simplicidade estrutural, robustez a variações nos parâmetros do sistema e baixa sensibilidade a perturbações externas e incertezas. Visando observar essas características dois estudos foram realizados na primeira etapa. O primeiro estudo comparou o desempenho do SMC ao clássico PID, e concluiu-se que ambos apresentavam um desempenho transitório e estacionário próximos. No segundo estudo, incertezas nos atuadores foram consideradas e, novamente, os controles SMC e PID foram comparados. Concluiu-se que o SMC apresenta desempenho transitório melhor que o PID. A segunda etapa do estudo foi considerar perturbações geradas pelo *sloshing* com o intuito de verificar a robustez do SMC. Um sistema mecânico análogo massa-mola-amortecedor foi considerado em cada eixo de coordenadas do tanque no espaço tridimensional. Três abordagens foram aplicadas para se obter o modelo matemático do movimento do líquido: newtoniana, lagrangiana e teoria da colisão entre corpos. O controle SMC foi robusto perante a esse tipo de perturbação.

Palavras-chave: Movimento de Atitude. Satélite. Controle por Modos Deslizantes. *Sloshing*.

SLIDING MODE CONTROL (SMC) APPLIED TO ATTITUDE MOTION OF A SATELLITE SUBMITTED TO DISTURBING TORQUES GENERATED BY THE MOVEMENT OF A LIQUID

ABSTRACT

Controlling the attitude of the satellite means pointing and maintaining the vehicle's pointing according to the requirements defined during a space mission design, the function of controlling the attitude is performed, autonomously and independently, by the Attitude Control Subsystem (ACS). This thesis studies the non-linear control technique applied to the attitude movement of the satellite, subjected to perturbations generated by the movement of the liquid, called sloshing, inside the fuel tank, in a microgravity environment. In space, sloshing has a chaotic movement and its effect on the control system can have direct consequences on the attitude of a vehicle, generating uncertainties in attitude determination and pointing errors capable of compromising the mission objectives for which it was designed. The major difficulty with the sloshing study is to define a mathematical model that describes its behavior in microgravity, as well as accurately define parameters, which vary with time, such as mass of the vehicle and fuel, damping and stiffness. In this thesis the application of the Sliding Mode Control (SMC) in the ACS project of a space vehicle, subjected to sloshing action, is studied. The advantage of SMC is its relative structural simplicity, robustness to variations in system parameters and low sensitivity to external disturbances and uncertainties. In order to observe these characteristics two studies were carried out in the first stage. The first study compared the performance of the SMC with the classic PID, it was concluded that both had a transient and stationary performance nearby. In the second study, uncertainties in the actuators were considered and again the SMC and PID controls were compared. It was concluded that the SMC presents transient performance better than the PID. In a second stage, a study was carried out with the purpose of verifying the robustness of the SMC with sloshing disturbances. A mechanical analog system mass-spring-damper was considered coupled to each coordinate axis of the tank in three-dimensional space. Three approaches were applied to obtain the mathematical model of liquid movement: Newtonian, Lagrangian and collision theory between bodies. SMC control was robust due to the presence of this type of disturbance.

Keywords: Motion of Attitude. Satellite. Sliding Modes Control. *Sloshing*.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 4.1 – Curva de resposta de um sistema.....	25
Figura 4.2 – Erro em regime permanente	26
Figura 4.3 – Superfície deslizante para sistemas de ordem dois ($n = 2$)	29
Figura 4.4 – Chattering.....	31
Figura 4.5 – Camada Limite	32
Figura 4.6 – Controle por modos deslizantes.....	33
Figura 4.7 – Influência do ganho proporcional na resposta do sistema	40
Figura 4.8 – Influência do tempo integral na resposta do sistema	41
Figura 4.9 – Oscilação constante com período P_{cr}	43
Figura 5.1 – Ilustração do fenômeno de <i>sloshing</i>	46
Figura 5.2 – Sistema de coordenadas para a obtenção das equações do <i>sloshing</i>	47
Figura 5.3 – Formas de ondas do <i>sloshing</i> para os três primeiros modos assimétricos para um tanque retangular.	47
Figura 5.4 – Deslocamento do centro de massa do fluido para os três primeiros modos simétricos para um tanque retangular.	48
Figura 5.5 – Sistema análogo tipo massa e mola.....	49
Figura 5.6 – Sistema análogo tipo pêndulo	50
Figura 5.7 – Sistema de um pêndulo para vários modos de vibração.....	50
Figura 5.8 – Sistema de um pêndulo e mola-amortecedor.....	51
Figura 5.9 – Modelo mecânico do <i>sloshing</i> com vibração em três eixo	53
Figura 5.10 – Representação do movimento do líquido no eixo de rolamento.	55
Figura 5.11 – Representação em três eixos do modelo mecânico.....	57

Figura 5.12 – Movimentação do sistema e fluído no espaço	63
Figura 5.13 – Modelo matemático da movimentação do sistema.....	64
Figura 5.14 – Modelo da movimentação do sistema	65
Figura 6.1 – Diagrama de blocos do sistema	69
Figura 6.2 – Diagrama de blocos do controle SMC.....	71
Figura 6.3 – Diagrama de blocos do controle PID.....	71
Figura 6.4 – Diagrama com as etapas da simulação	72
Figura 7.1 – Curva de ajuste do controle PID para o eixo de rolamento	75
Figura 7.2 – Curva de ajuste do controle PID para o eixo de arfagem.....	76
Figura 7.3 – Curva de ajuste do controle do PID no eixo de guinada	76
Figura 7.4 – Desempenho do controle PID no eixo de rolamento	78
Figura 7.5 – Desempenho do controle PID no eixo de arfagem.....	78
Figura 7.6 – Desempenho do controle PID no eixo de guinada	79
Figura 7.7 – Desempenho do controle SMC no eixo de rolamento	81
Figura 7.8 – Sobressinal do controle SMC no eixo de rolamento.....	81
Figura 7.9 – Sinal suavizado para o controle SMC no eixo de rolamento	82
Figura 7.10 – Desempenho do controle SMC no eixo de arfagem.....	83
Figura 7.11 – Curva de desempenho ampliada no eixo de arfagem	83
Figura 7.12 – Sinal suavizado no eixo de arfagem.....	84
Figura 7.13 – <i>Chattering</i> no controle SMC do eixo de rolamento.....	85
Figura 7.14 – <i>Chattering</i> no eixo de rolamento	85
Figura 7.15 – Sinal de controle com <i>chattering</i> no eixo de rolamento.....	86
Figura 7.16 – Curva de sinal de controle no eixo de rolamento ampliada.....	86
Figura 7.17 – <i>Chattering</i> no controle SMC do eixo de arfagem.....	87
Figura 7.18 – <i>Chattering</i> no eixo de arfagem	87

Figura 7.19 – Sinal de controle com <i>chattering</i> no eixo de arfagem.....	88
Figura 7.20 – Curva do sinal de controle no eixo de arfagem ampliada.....	88
Figura 7.21 – Desempenho do controle SMC no eixo de guinada	89
Figura 7.22 – Sinal de controle com <i>chattering</i> no eixo de guinada.....	89
Figura 7.23 – Desempenho dos controles SMC e PID no eixo de rolamento ..	91
Figura 7.24 – Erro de acompanhamento dos controles SMC e PID no eixo de rolamento	91
Figura 7.25 – Diferença entre erro de acompanhamento dos controles SMC e PID no eixo de rolamento	92
Figura 7.26 – Velocidade angular no eixo de rolamento	93
Figura 7.27 – Aceleração angular no eixo de rolamento	93
Figura 7.28 – Camada limite do controle SMC no eixo de rolamento	94
Figura 7.29 – Plano de fase do controle SMC no eixo de rolamento	95
Figura 7.30 – Plano de fase do controle SMC no eixo de rolamento ampliado	95
Figura 7.31 – Desempenho dos controladores no eixo de arfagem	96
Figura 7.32 – Erro de acompanhamento no eixo de arfagem	97
Figura 7.33 – Diferença entre erro de acompanhamento dos controles SMC e PID no eixo de arfagem.....	97
Figura 7.34 – Velocidade angular no eixo de arfagem.....	98
Figura 7.35 – Aceleração angular no eixo de arfagem.....	99
Figura 7.36 – Camada limite do controle SMC no eixo de arfagem	99
Figura 7.37 – Plano de fase do SMC no eixo de arfagem.....	100
Figura 7.38 – Desempenho dos controladores no eixo de guinada	101
Figura 7.39 – Erro de acompanhamento no eixo de guinada.....	101
Figura 7.40 – Diferença entre erro de acompanhamento dos controles SMC e PID no eixo de guinada	102

Figura 7.41 – Velocidade angular no eixo de guinada	103
Figura 7.42 – Aceleração angular no eixo de guinada	103
Figura 7.43 – Camada limite do controle SMC no eixo de arfagem	104
Figura 7.44 – Plano de fase do SMC no eixo de guinada	105
Figura 7.45 – Desempenho dos controladores no eixo de rolamento	106
Figura 7.46 – Erro de acompanhamento do controle SMC no eixo de rolamento	107
Figura 7.47 – Erro de acompanhamento do controle PID no eixo de rolamento	107
Figura 7.48 – Velocidade angular no eixo de rolamento	108
Figura 7.49 – Aceleração angular no eixo de rolamento	108
Figura 7.50 – Camada limite do controle SMC no eixo de rolamento	109
Figura 7.51 – Plano de fase do controle SMC no eixo de rolamento	109
Figura 7.52 – Desempenho dos controladores no eixo de arfagem	110
Figura 7.53 – Erro de acompanhamento do controle SMC no eixo de arfagem	111
Figura 7.54 – Erro de acompanhamento do controle PID no eixo de arfagem	111
Figura 7.55 – Velocidade angular no eixo de arfagem	112
Figura 7.56 – Aceleração angular no eixo de arfagem	113
Figura 7.57 – Camada limite do controle SMC no eixo de arfagem	113
Figura 7.58 – Plano de fase do controle SMC no eixo de arfagem	114
Figura 7.59 – Desempenho dos controladores no eixo de guinada	115
Figura 7.60 – Erro de acompanhamento do controle SMC no eixo de guinada	115
Figura 7.61 – Erro de acompanhamento do controle PID no eixo de guinada	116
Figura 7.62 – Velocidade angular no eixo de guinada	117

Figura 7.63 – Aceleração angular no eixo de guinada	117
Figura 7.64 – Camada limite do controle SMC no eixo de guinada.....	118
Figura 7.65 – Plano de fase do controle SMC no eixo de guinada.....	118
Figura 7.66 – Manobras de referência	121
Figura 7.67 – Comportamento do líquido durante manobras (SMC).....	123
Figura 7.68 – Comportamento do líquido durante manobras (PID).....	124
Figura 7.69 – Desempenho dos controladores no eixo de rolamento	125
Figura 7.70 – Erro de acompanhamento no eixo de rolamento.....	126
Figura 7.71 – Velocidade angular no eixo de rolamento referente ao controle SMC	127
Figura 7.72 – Velocidade angular no eixo de rolamento referente ao controle PID	127
Figura 7.73 – Aceleração angular no eixo de rolamento	128
Figura 7.74 – Desempenho dos controladores no eixo de arfagem	129
Figura 7.75 – Erro de acompanhamento no eixo de arfagem	129
Figura 7.76 – Velocidade angular no eixo de arfagem.....	130
Figura 7.77 – Desempenho dos controladores no eixo de guinada	131
Figura 7.78 – Erro de acompanhamento no eixo de guinada.....	131
Figura 7.79 – Velocidade angular no eixo de guinada	132
Figura 7.80 – Aceleração angular no eixo de guinada	132
Figura 7.81 – Manobras realizadas nos eixos de rotação	134
Figura 7.82 – Comportamento do líquido durante manobras (SMC).....	135
Figura 7.83 – Desempenho dos controladores no eixo de rolamento	136
Figura 7.84 – Erro de acompanhamento no eixo de rolamento.....	137
Figura 7.85 – Velocidade angular no eixo de rolamento	138
Figura 7.86 – Aceleração angular no eixo de rolamento	138

Figura 7.87 – Desempenho dos controladores no eixo de arfagem	139
Figura 7.88 – Erro de acompanhamento no eixo de arfagem	140
Figura 7.89 – Velocidade angular no eixo de arfagem	141
Figura 7.90 – Aceleração angular no eixo de arfagem.....	141
Figura 7.91 – Desempenho dos controladores no eixo de guinada	142
Figura 7.92 – Erro de acompanhamento no eixo de guinada.....	143
Figura 7.93 – Velocidade angular no eixo de guinada	144
Figura 7.94 – Aceleração angular no eixo de guinada	144
Figura 7.95 – Desempenho do controle SMC no eixo de rolamento	145
Figura 7.96 – Posição da Partícula no Tanque	146
Figura 7.97 – Erro de acompanhamento do SMC.....	147
Figura 7.98 – Impacto na parede do tanque	148
Figura 7.99 – Sinal de Controle e Sinal de Distúrbio.....	149

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
Tabela 4.1 - Parâmetros de desempenho do controle PID	42
Tabela 4.2 - Regra de sintonia de Ziegler e Nichols baseado no ganho crítico e do período crítico.....	43
Tabela 4.3 - Método de Ziegler e Nichols modificado	44
Tabela 7.1 - Valores de K_{cr} e P_{cr}	75
Tabela 7.2 - Método de Ziegler e Nichols	77
Tabela 7.3 - Novos ganhos do controlador PID	77
Tabela 7.4 - Dados para simulação dos controles	80
Tabela 7.5 - Dados dos parâmetros referente ao <i>sloshing</i>	120
Tabela 8.1 - Comparação do desempenho transitório entre os controles PID e SMC para o caso 1	151
Tabela 8.2 - Comparação do desempenho transitório entre os controles PID e SMC para o caso 2	153

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

- ATV - Automated Transfer Vehicle
- EDO - Equações Diferenciais Ordinárias
- ESA - European Space Agency
- GPS - Sistema de Posicionamento Global (*Global Positioning System*)
- INPE - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
- LMI - Desigualdades Matriciais Lineares (*Linear Matrix Inequality*)
- LQG - Linear Quadrático Gaussiano (*Linear Quadratic Gaussian*)
- LQR - Regulador Quadrático Linear (*Linear Quadratic Regulator*)
- LuVex - *Luftkissen Vehikel Experiment*
- PID - Controle Proporcional-Integral-Derivativo
- PWPF - *Pulse-Width Pulse-Frequency*
- SAS - Simulador de Atitude de Satélite (*Spacecraft Attitude Simulator*)
- SCA - Subsistema de Controle de Atitude
- SDRE - Equações de Riccati Dependentes do Estado (*State Dependent Riccati Equation*)
- SMC - Controle por Modos Deslizantes (*Sliding Mode Control*)
- SOR - *Successive Over Relaxation*
- SPD - Sistema de Posicionamento Dinâmico (*Dynamic Positioning Systems*)
- USP - Universidade de São Paulo
- ZARM - Centro de Tecnologia Espacial Aplicada e Microgravidade (*Center of Applied Space Technology and Microgravity*)

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Romano

\mathcal{A}	- Matriz de rotação
$b(\cdot)$	- Funções que multiplicam a entrada u , presentes na dinâmica dos sistemas referente à teoria SMC
$c(\cdot)$	- Variável usada na definição de sobressinal e representa a resposta de um sistema genérico
c	- Constante de amortecimento
c_c	- Amortecimento crítico
d_i	- Distância entre os centros de massa do satélite e do tanque, com $i = x, y$ e z
$f(\cdot)$	- Funções não conhecida presentes na dinâmica dos sistemas referente à teoria SMC
$\hat{f}(\cdot)$	- Estimativa das funções não conhecidas dadas por $f(\cdot)$ referente à teoria SMC
$F(\cdot)$	- Máximo erro de modelagem em relação à $f(\cdot)$ e $\hat{f}(\cdot)$ referente à teoria SMC
$e(\cdot)$	- Variável usada na definição de sobressinal e representa o erro de um sistema genérico para uma entrada $r(\cdot)$
e_{ss}	- Erro em regime permanente
E_c	- Energia cinética considerada na função de lagrange
$E_{c,s}$	- Energia cinética do satélite
$E_{c,l}$	- Energia cinética do líquido
E_p	- Energia potencial considerada na função de lagrange
$E_{p,s}$	- Energia potencial do satélite

$E_{p,l}$	- Energia potencial do líquido
$\vec{F}_{exc}(\cdot)$	- Vetor força excitadora
F_x, F_y e F_z	- Componentes da força que atua sobre a partícula
F_x^a, F_y^a e F_z^a	- Força amortecedora que atua sobre a partícula
F_x^m, F_y^m e F_z^m	- Força mola que atua sobre a partícula
F'_x, F'_y e F'_z	- Componente tangencial da força F_x, F_y e F_z
F''_x, F''_y e F''_z	- Componente normal da força F_x, F_y e F_z
\vec{h}	- Vetor momento angular do sistema
h_δ, h_θ e h_ψ	- Componentes do vetor momento angular nos eixos $\vec{o}\vec{x}$, $\vec{o}\vec{y}$ e $\vec{o}\vec{z}$ do sistema fixo ao corpo
I	- Matriz de inércia do corpo
I_x, I_y e I_z	- Inércia do satélite no eixo principal
I_{xy}, I_{yz} e I_{xz}	- Produto de inércia do satélite
k, k_i	- Ganho do termo descontínuo do controlador por modos deslizantes ($i = x, y, z$)
k_δ, k_θ e k_ψ	- Ganho do termo descontínuo do controlador por modos deslizantes nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente.
k	- Constante mola
K_D	- Ganho derivativo do controle PID
K_I	- Ganho integral do controle PID
K_P	- Ganho proporcional do controle PID
\mathcal{L}	- Função de Lagrange
m_p	- Massa da partícula referente à teoria das colisões
m_x, m_y, m_z	- Massa da partícula referente à abordagem newtoniana e

lagrangiana

- m_s - Massa do satélite referente a teoria das colisões
- \vec{M} - Vetor momento ou torque total do sistema
- M_δ, M_θ e M_ψ - Componentes do vetor momento nos eixos $\vec{o}\bar{x}$, $\vec{o}\bar{y}$ e $\vec{o}\bar{z}$ do sistema fixo ao centro de massa satélite, ou seja, nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente
- M_δ^p, M_θ^p e M_ψ^p - Torques provenientes dos atuadores nos eixos $\vec{o}\bar{x}$, $\vec{o}\bar{y}$ e $\vec{o}\bar{z}$ do sistema fixo ao centro de massa do satélite, ou seja, nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente.
- M_δ^d, M_θ^d e M_ψ^d - Torques provenientes de agentes perturbadores nos eixos $\vec{o}\bar{x}$, $\vec{o}\bar{y}$ e $\vec{o}\bar{z}$ do sistema fixo ao centro de massa do satélite, ou seja, nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente
- M_p - Sobressinal
- n - Ordem do sistema EDO referente à teoria SMC
- \vec{N} - Vetor torque externo referente à equação lagrangiana para coordenadas quase-generalizadas
- N_x, N_y e N_z - Componentes do vetor torque externo referente à equação lagrangiana para coordenadas quase-generalizadas.
- $oxyz$ - Sistema de coordenadas solidário ao satélite
- $\vec{o}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ - Sistema de coordenadas fixo ao tanque
- $OXYZ$ - Sistema de coordenadas inercial (fixo à Terra)
- p_x, p_y, p_z - Quantidade de movimento
- q_k - Coordenadas generalizadas
- \vec{Q} - Vetor força externa presente na formulação lagrangiana para coordenadas generalizadas

Q_x, Q_y e Q_z	- Componentes do vetor força externa presente na formulação lagrangiana para coordenadas generalizadas
$r(\cdot)$	- Variável usada na definição de sobressinal e representa o sinal de referência de um sistema genérico
\vec{r}_{pi}	- Vetor posição da partícula antes e após a colisão da partícula
\vec{R}	- Vetor referente à função dissipativa de Rayleigh
R_x, R_y e R_z	- Componentes da função dissipativa de Rayleigh
\vec{s}_{p0} e \vec{s}_{pf}	- Vetor posição inicial e final da partícula, respectivamente
s_δ, s_θ e s_ψ	- Variáveis que definem a superfície deslizante $S(t)$ nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente.
$s(\cdot)$	- Variáveis que definem a superfície deslizante $S(t)$
$S(\cdot)$	- Superfície deslizante
T	- Tempo
$t_{alcançe}$	- Tempo para a trajetória atingir a superfície deslizante $S(t)$
t_d	- Tempo de atraso da resposta transitória
t_p	- Instante de pico da resposta transitória
t_r	- Tempo de subida da resposta transitória
t_s	- Tempo de acomodação da resposta transitória
T_A	- Tempo de atraso do sistema
T_D	- Tempo derivativo referente ao controle PID
T_i	- Tempo integral referente ao controle PID
u	- Sinal de entrada do sistema referente à teoria SMC
u_{cont}	- Termo contínuo da ação de controle SMC
u_{desc}	- Termo descontínuo da ação de controle SMC

u_D	- Parcela derivativa do controle PID
u_I	- Parcela integral do controle PID
u_P	- Parcela proporcional do controle PID
\vec{v}_{p0} e \vec{v}_{pf}	- Vetor velocidade inicial e final da partícula, respectivamente
$\vec{v}_{pi,n}$	- Componente normal da velocidade da partícula antes e após a colisão
$\vec{v}_{pi,t}$	- Componente tangencial da velocidade da partícula antes e após a colisão
v_r	- Frequência do primeiro modo ressonante não modelado do sistema
v_s	- Taxa de amostragem do sistema
$V(\cdot)$	- Função candidata de Lyapunov
$\dot{V}(\cdot)$	- Derivada de primeira ordem da função candidata de Lyapunov
$\ddot{V}(\cdot)$	- Derivada de segunda ordem da função candidata de Lyapunov
\vec{x}	- Vetor de estado do sistema
x	- Variável escalar saída de interesse do sistema referente à teoria SMC
\bar{x}, \bar{y} e \bar{z}	- Variável escalar que define a posição da partícula no tanque
$\dot{\bar{x}}, \dot{\bar{y}}$ e $\dot{\bar{z}}$	- Variável escalar que define a velocidade da partícula no tanque
$\ddot{\bar{x}}, \ddot{\bar{y}}$ e $\ddot{\bar{z}}$	- Variável escalar que define a aceleração da partícula no tanque
x_δ, x_θ e x_ψ	- Componentes do vetor de estados \vec{x} em relação aos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente.

- $\dot{\vec{x}}$ - Vetor de estados referente à velocidade angular do satélite
- \dot{x} - Derivada de primeira ordem em relação ao tempo da saída de interesse do sistema
- $\dot{x}_\delta, \dot{x}_\theta$ e \dot{x}_ψ - Componentes do vetor velocidade angular $\dot{\vec{x}}$ em relação aos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente
- $\ddot{\vec{x}}$ - Vetor de estados referente à aceleração angular do satélite
- \ddot{x} - Derivada de segunda ordem em relação ao tempo da saída de interesse do sistema
- $\ddot{x}_\delta, \ddot{x}_\theta$ e \ddot{x}_ψ - Componentes do vetor aceleração angular $\ddot{\vec{x}}$ em relação aos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente.
- \vec{x}_d - Vetor sinal de referência ou posição desejada
- x_d - Sinal de referência ou posição desejada
- $x_{\delta d}, x_{\theta d}$ e $x_{\psi d}$ - Componentes do vetor posição angular desejada \vec{x}_d em relação aos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente.
- $\dot{\vec{x}}_d$ - Derivada de primeira ordem em relação ao tempo do vetor sinal de referência \vec{x}_d
- \dot{x}_d - Derivada de primeira ordem em relação ao tempo do sinal de referência ou posição desejada x_d
- $\dot{x}_{\delta d}, \dot{x}_{\theta d}$ e $\dot{x}_{\psi d}$ - Componentes do vetor velocidade angular desejada $\dot{\vec{x}}_d$ em relação aos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente.
- $\ddot{\vec{x}}_d$ - Derivada de segunda ordem em relação ao tempo do vetor sinal de referência \vec{x}_d
- \ddot{x}_d - Derivada de segunda ordem em relação ao tempo do sinal de referência ou posição desejada x_d

- $\ddot{x}_{\delta d}, \ddot{x}_{\theta d}$ e $\ddot{x}_{\psi d}$ - Componentes do vetor aceleração angular desejada $\ddot{\vec{x}}_d$ em relação aos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente.
- $\vec{\tilde{x}}$ - Vetor erro de acompanhamento
- \tilde{x} - Variável escalar erro de acompanhamento
- $\tilde{x}_{\delta}, \tilde{x}_{\theta}$ e \tilde{x}_{ψ} - Componentes do vetor erro de acompanhamento $\vec{\tilde{x}}$ em relação aos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente.
- $\dot{\vec{\tilde{x}}}$ - Derivada de primeira ordem em relação ao tempo do vetor erro de acompanhamento $\vec{\tilde{x}}$
- $\dot{\tilde{x}}$ - Derivada de primeira ordem em relação ao tempo do sinal erro de acompanhamento \tilde{x}
- $\dot{\tilde{x}}_{\delta}, \dot{\tilde{x}}_{\theta}$ e $\dot{\tilde{x}}_{\psi}$ - Componentes do vetor referente à primeira derivada do erro de acompanhamento nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente.
- $\ddot{\tilde{x}}$ - Derivada de segunda ordem em relação ao tempo do sinal erro de acompanhamento \tilde{x}
- $\ddot{\tilde{x}}_{\delta}, \ddot{\tilde{x}}_{\theta}$ e $\ddot{\tilde{x}}_{\psi}$ - Componentes do vetor referente à segunda derivada do erro de acompanhamento nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente.

Alfabeto Grego

- δ - Ângulo de rolamento
- θ - Ângulo de arfagem
- ψ - Ângulo de guinada
- ς - Fator de amortecimento

α	- Ângulo de incidência da partícula com relação a componente tangencial da velocidade
γ	- Ângulo de incidência da partícula com relação a componente tangencial da velocidade
ϕ	- Largura da camada limite do controle SMC nos eixos de rolamento, arfagem e guinada do sistema de coordenadas fixo ao satélite
ϕ_δ, ϕ_θ e ϕ_ψ	- Largura da camada limite do controle SMC nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente
η	- Parâmetro de ajuste do controle SMC
η_δ, η_θ e η_ψ	- Parâmetro de ajuste do controle SMC nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente
λ	- Parâmetro de ajuste do controle SMC
$\lambda_\delta, \lambda_\theta$ e λ_ψ	- Parâmetro de ajuste do controle SMC, relacionado à largura de banda em malha fechada, nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente
$\vec{\omega}$	- Vetor velocidade angular do satélite
$\omega_\delta, \omega_\theta$ e ω_ψ	- Componentes do vetor velocidade angular $\vec{\omega}$ nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente
$\dot{\vec{\omega}}$	- Vetor aceleração angular
$\dot{\omega}_\delta, \dot{\omega}_\theta$ e $\dot{\omega}_\psi$	- Componentes do vetor aceleração angular $\dot{\vec{\omega}}$ nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente
$\tilde{\omega}$	- Matriz anti-simétrica da velocidade angular
ω_o	- Frequência de oscilação

Simbologia Especial

- T - (Sobrescrito) Transposição
- \wedge - (Sobre a variável) Valor estimado
- \sim - (Sobre a variável) Erro - diferença entre valor real e valor desejado
- \cdot - (Sobre a variável) Derivada em relação ao tempo
- $\ddot{}$ - (Sobre a variável) Derivada de segunda ordem em relação ao tempo
- Δ - (Ao lado da variável) Variação

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Definição do problema	3
1.2 Objetivos	3
1.3 Justificativa	4
1.4 Organização do trabalho	6
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	9
3 DINÂMICA E CINEMÁTICA DE ATITUDE DO SATÉLITE.....	17
3.1 Sistemas de coordenadas.....	17
3.2 Equações do movimento de atitude.....	18
3.2.1 Cinemática	18
3.2.2 Dinâmica	20
4 TÉCNICAS DE CONTROLE DE SISTEMAS.....	23
4.1 Critério de Avaliação do Desempenho do Controlador	23
4.1.1 Regime transitório	24
4.1.2 Regime estacionário	26
4.2 Controle por Modos Deslizantes (SMC).....	27
4.2.1 Conceito do controlador SMC	28
4.2.2 Análise da Estabilidade.....	33
4.2.3 Adaptação da dinâmica de atitude ao controle SMC	35
4.3 Controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID).....	39
4.3.1 Controle Proporcional	40
4.3.2 Controle Integral.....	41
4.3.3 Controle Derivativo.....	42

4.3.4 Critério de Ajuste dos Parâmetros do Controle PID	42
5 MODELO MATEMÁTICO DO MOVIMENTO DE UM LÍQUIDO	45
5.1 Introdução	45
5.2 Apresentação do modelo do <i>sloshing</i>	53
5.2.1 Formulação newtoniana para o movimento de partícula	54
5.2.2 Aplicação da teoria lagrangiana ao movimento do líquido	57
5.2.3 Movimento de líquido baseado na teoria da colisão de partículas	61
6 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO	69
6.1 Simulador de Atitude de Satélite (SAS)	69
6.2 Estudo de Casos	72
7 RESULTADOS	73
7.1 Ajuste dos Parâmetros do Controle SMC	73
7.2 Ajuste dos Parâmetros do Controle PID	74
7.3 Resultados obtidos para os controles SMC e PID na ausência de distúrbios e incertezas nos atuadores	80
7.4 Resultados obtidos para os controles SMC e PID com ausência de distúrbios externos e presença de incertezas nos atuadores	105
7.5 Desempenho do SMC considerando perturbações provenientes do <i>sloshing</i>	119
7.5.1 Abordagem Newtoniana	120
7.5.2 Abordagem Lagrangiana	133
7.5.3 Abordagem da colisão de partícula	145
8 CONCLUSÃO	151
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	157
ANEXO A – ABORDAGEM LAGRANGIANA	163

1 INTRODUÇÃO

Entende-se por atitude de um satélite como sendo a sua orientação angular no espaço em relação a um dado referencial conhecido. Controlar a atitude de um satélite significa apontar e manter o seu apontamento conforme os requisitos definidos durante o projeto de uma missão espacial. Podemos citar como exemplos a necessidade de apontar antenas de comunicação para estações na Terra, para outro satélite ou mesmo para a Lua.

A função de controlar a atitude de um satélite é desempenhada, de forma autônoma e independente, pelo Subsistema de Controle de Atitude (SCA) composto por computadores a bordo do satélite, atuadores e sensores. As informações provenientes dos sensores de atitude são processadas e filtradas, posteriormente comparadas com uma referência previamente estabelecida. Os erros entre o estado estimado e a referência serão usados pelo algoritmo de controle, que acionará os atuadores de forma adequada, no sentido de reduzir ou eliminar estes erros.

O modelo matemático que descreve a dinâmica do satélite possui não-linearidades, que algumas técnicas clássicas de controle desprezam em sua estrutura, por exemplo, o clássico controle PID. A presente tese estuda e avalia o desempenho do controle por modos deslizantes (SMC). Tal técnica surgiu no final da década de 1970, na antiga União Soviética, sendo desenvolvida por Utkin (1978) e posteriormente modificada e adaptada por Slotine e Li (1991). Sua principal característica é a presença das incertezas do modelo na sua estrutura. Para avaliar a robustez do controle SMC, o mesmo é comparado com o controle PID.

Na prática, para analisar e determinar a atitude do satélite por meio de um SCA é essencial conhecer os fenômenos responsáveis por provocar as perturbações em sua malha de controle. Tais perturbações poderão ser de natureza diversa (interna ou externa ao sistema) e afetam tanto a dinâmica do satélite como o seu desempenho. Logo, torna-se importante considerar esses efeitos no projeto.

Embora hajam diversos tipos de perturbações que podem afetar a malha de controle, o presente trabalho visa considerar os torques perturbadores provenientes do movimento livre do líquido em reservatórios, pois afetam sua cinemática. O comportamento do fluido confinado em um reservatório em ambiente de microgravidade é conhecido na literatura por *sloshing* e será representado pelo combustível do veículo espacial.

O *sloshing* pode ter consequências diretas na atitude de um veículo espacial, gerando incertezas na determinação da atitude que podem resultar em erros de apontamento capazes de comprometer os objetivos da missão para a qual o veículo espacial foi projetado. Além disso, conforme o fluido se movimenta, a distribuição de massa do veículo se altera modificando o tensor de inércia do satélite.

A correta determinação do tensor de inércia é fundamental para o dimensionamento do sistema de controle de atitude. Para isso é necessário um modelo análogo do movimento do fluido no interior do reservatório. Logo, a presente tese visa realizar um estudo sobre as possíveis técnicas e modelos que possam representar o *sloshing*, bem como agregar a sua dinâmica no controle do SCA. Assim, o combustível no interior do tanque será excitado durante a execução da manobra de atitude. O movimento do combustível e seu impacto na parede do tanque produzirão forças e torques que poderão mudar o centro de gravidade e o apontamento do satélite. O SCA irá atuar de forma a evitar essa mudança.

Na prática, com o intuito de modelar o efeito do *sloshing*, a *European Space Agency* (ESA) conduziu uma série de experimentos com o veículo *Sloshsat-Flevo* lançado em fevereiro de 2005. Apesar dos americanos terem realizados diversos estudos na área, principalmente nas décadas de 60 e 70, o *Sloshsat* foi o primeiro satélite inteiramente dedicado a estudar o comportamento de um líquido confinado em um reservatório em ambiente de microgravidade (KRAMER, 2019).

1.1 Definição do problema

O problema geral abordado nesta tese é controlar um veículo espacial (satélite) que realiza manobras de atitude em torno de seus eixos de rotação. A dinâmica de atitude considera em seu modelo os eixos principais de inércia bem como os seus produtos de inércia. Nesse contexto, o subsistema de controle, representado pelo controlador SMC, deve ser capaz de manter o apontamento do satélite que será submetido a alguns tipos de manobras. Assim, tem-se um problema de interação de dinâmica de atitude do satélite e controle SMC.

Como um problema específico abordado por este trabalho, e para testar a robustez do controle, em uma segunda etapa, será considerado que esse veículo contém um tanque com combustível em seu interior que ao ser excitado apresenta um movimento caótico. O subsistema de controle deve ser capaz de absorver a ação do *sloshing* e manter o apontamento do veículo. Deve-se observar que o *sloshing* é o elemento perturbador da malha de controle do SMC e, ao mesmo tempo, o controle de atitude é um elemento excitador do movimento do *sloshing* que provoca a perturbação. Assim, considerando o tanque com fluido como parte da estrutura do satélite, tem-se um problema de interação do fluido com o subsistema de controle. Visto que, o controle excita o fluido e o movimento do fluido, por sua vez, pode sobrecarregar o sistema de controle.

1.2 Objetivos

A presente tese tem por objetivo aplicar a técnica de controle não linear por modos deslizante (SMC) no movimento de atitude do satélite e submeter esse controle a ação do *sloshing*.

Pretende-se que o controle SMC seja capaz de manter as manobras desejadas nos eixos de rotação do satélite, perante a ausência e a presença de incerteza nos atuadores. A análise de desempenho do sistema é obtida utilizando o ambiente de simulação *Spacecraft Attitude Simulator – SAS* (ROCCO, 2008; COSTA FILHO, 2010; ROCCO et al., 2011 e ROCCO e COSTA FILHO, 2015). O SAS é uma ferramenta computacional capaz de simular manobras de atitude

de um satélite ao longo do tempo. Em sua estrutura há diversos subsistemas, como por exemplo, sensores, atuadores e controladores, que em conjunto permitem a simulação de manobras de atitude do satélite. O simulador considera também não-linearidades devido a falhas, erros, ruídos e modos de operação. A teoria de controle SMC aplicada na tese foi fundamentada e desenvolvida por Slotine e Li (1991).

Outra pretensão da tese é analisar o desempenho do controle SMC diante da ação de agentes perturbadores na dinâmica de atitude do satélite. Na tese essa perturbação é representada pelo *sloshing*, definido na literatura como o movimento do líquido confinado em tanques. Em microgravidade, o *sloshing* apresenta um movimento caótico e um modelo matemático que descreva completamente esse comportamento ainda não foi validado por meio de testes. Na área acadêmica, muitos artigos descrevem a dinâmica do *sloshing* por meio da mecânica dos fluidos. Porém, essa abordagem além de complexa pode acarretar em dificuldades computacionais para obtenção da solução. Assim, são propostas três abordagens a fim de obter um modelo análogo mecânico para o movimento do líquido que seja capaz de representar o seu comportamento em ambiente de microgravidade e possa ser avaliado facilmente por meio de simuladores.

1.3 Justificativa

A técnica de controle PID é a mais aplicada no controle de diversos sistemas mecânicos, incluindo o controle de veículos espaciais. O controle PID embora seja facilmente implementado em computadores, não considera as não-linearidades do modelo da planta a ser controlado em sua dinâmica, bem como o efeito de perturbações externas e internas. Por essa razão na presente tese, optou-se por empregar a técnica de controle não-linear por modos deslizantes (SMC). Essa técnica considera em sua estrutura as incertezas nos parâmetros do modelo matemático da planta e também as incertezas na estrutura do modelo dos atuadores. Além disso, o controle SMC inclui em sua dinâmica as não-linearidades provenientes de perturbações externas ao processo que, na tese em questão, é representada pelo movimento do fluido (*sloshing*). Essa

abordagem assegura o desempenho e estabilidade do veículo espacial para todas as manobras. O desempenho do controlador não é afetado quando o sistema é submetido a perturbações. A estabilidade do controlador pode ser provada utilizando a teoria de Lyapunov.

Tannuri (2002), utilizou a técnica SMC no controle de posicionamento de embarcações flutuantes em alto mar, pois havia sido provado por meio de ensaios que o controle PD associado ao filtro de Kalman Estendido apresentava problema de desempenho e dificuldade de ajuste dos ganhos devido às não-linearidades não consideradas durante o projeto e às variações das condições ambientais. Porém, Tannuri (2002) realizou somente simulações com o sistema projetado em ambiente *Matlab/Simulink*. Assim, Agostinho (2009) propôs realizar um estudo sobre SMC e validar o sistema em laboratório complementando o trabalho de Tannuri (2002). Todos os ensaios foram executados no laboratório do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica (USP).

Como mencionado anteriormente, o desempenho do SMC será avaliado quando o sistema for submetido à ação de um agente perturbador, no caso estudado é *sloshing*. Este representa o combustível contido no tanque do satélite e a sua dinâmica pode afetar o sucesso de uma missão espacial. Em ambiente de microgravidade, o movimento do líquido contido em tanques é desordenado (IBRAHIM, 2005).

Manter a estabilidade do veículo durante as manobras é a função do subsistema de controle e a presença de líquido na estrutura requer cuidadosa análise, uma vez que seu movimento pode representar alguns riscos como: ruptura da parede do tanque onde o líquido está confinado, alteração das propriedades de inércia do veículo e instabilidade e perda da manobra. Em alguns casos podem ocorrer problemas de estabilidade nas espaçonaves, associados ao *sloshing*.

Por essa razão, a definição de um modelo que represente a dinâmica do *sloshing* é de suma importância. E submeter o controle SMC a ação do *sloshing* mostraria a sua robustez.

Certamente, testes em laboratórios são imprescindíveis para validar o controle e o modelo proposto para o movimento do líquido em ambiente de microgravidade. Recentemente, a *European Space Agency* (ESA) conduziu uma série de experimentos com o veículo *Sloshsat-Flevo* a fim de modelar o efeito do *sloshing*, o que demonstra a relevância do problema abordado por este trabalho. Entretanto ensaios em laboratório em ambiente de microgravidade são extremamente difíceis de executar. Três possibilidades existem para criar ambientes de microgravidade: veículos em órbita, voos balísticos ou lançamento balístico de cápsulas no interior de torres submetidas a vácuo como é feito no *Center of Applied Space Technology and Microgravity* (ZARM). Todas essas possibilidades são onerosas e, com exceção das trajetórias orbitais, permitem um tempo relativamente curto para a realização do experimento, que não possibilitaria um estudo adequado da interação do movimento de *sloshing* e do controle de atitude. Assim para a análise de uma missão espacial a modelagem e simulação do movimento de *sloshing* e o seu efeito no controle de atitude de um satélite é fundamental, já que não há possibilidade de ensaiar o controle do veículo sob a ação do *sloshing* em laboratório, a não ser que o próprio veículo fosse colocado em órbita. Dessa maneira, esta tese é resultado do esforço de se obter modelos que possam ser utilizados na análise de missão de veículos espaciais e representa uma contribuição significativa na modelagem e simulação do controle de atitude sob a ação do movimento de fluidos no interior desses veículos.

1.4 Organização do trabalho

A presente seção expõe os tópicos a serem abordados no presente trabalho. O Capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica referente aos temas relacionados diretamente ao tema desta tese, ou que de algum modo serviram de motivação na elaboração do mesmo. O Capítulo 3 apresenta o modelo matemático do movimento de atitude do satélite, ou seja, as equações da dinâmica e cinemática de corpos rígidos. O Capítulo 4 descreve as técnicas de controle adotadas no trabalho bem como o critério de desempenho que avaliará o comportamento do modelo. O Capítulo 5 refere-se a teoria acerca do *sloshing*.

Será descrito o modelo matemático para o movimento do líquido por meio de três abordagens distintas. O Capítulo 6 refere-se ao procedimento metodológico, onde é descrito o simulador SAS e os casos a serem considerados nas simulações. Capítulo 7 apresenta os resultados obtidos, a fim de averiguar o desempenho do modelo desenvolvido, bem como o processo de ajuste dos ganhos dos controles SMC e PID. Por fim, o Capítulo 7 apresenta as conclusões sobre os principais resultados obtidos, por meio de simulações, ressaltando as dificuldades e acertos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A presença de líquidos a bordo de satélites dá origem a problemas dinâmicos que afetam significativamente o movimento de atitude do veículo espacial. O estudo e o conhecimento prévio das interações entre o movimento de atitude de satélites e o movimento interno de líquido são fundamentais para o projeto de um subsistema de controle de atitude. Apresenta-se a seguir uma revisão da literatura sobre os principais artigos e trabalhos acadêmicos envolvendo a teoria sobre movimento do fluido confinados em tanques e sobre técnica de controle aplicado a dinâmica de atitude de satélites.

Stofan e Pavli (1962) estudaram mecanismos para reduzir os efeitos do *sloshing* na dinâmica do veículo espacial. Assim, foi avaliada a eficácia de amortecimento de *sloshing* para um sistema com fluido contido em bolsa de expulsão positiva e diafragmas em tanques esféricos.

Dodge e Garza (1967) apresentam análises e comparações experimentais para *sloshing* em um tanque cilíndrico rígido sob condições de acelerações axiais moderadamente pequenas. A dinâmica do fluido foi representada por um modelo análogo mecânico, a massa e a frequência natural foram então relacionadas pelo número de Bond gerando curvas de ensaio. Conclui-se que a massa em *sloshing* e a frequência natural do primeiro modo para condições de microgravidade são menores que para as condições de alta gravidade. A dinâmica e estudos dos líquidos em relação a diversos tipos de reservatórios, técnicas de simulação e ensaio, foram assuntos abordados. Dodge (2000) apresenta uma atualização do documento publicado em 1966. Este documento tornou-se através dos anos uma referência no estudo do comportamento dos líquidos e ainda hoje é referência em diversos trabalhos sobre o assunto.

Sayar e Baumgarten (1982) apresentam uma análise linear e não linear dos amortecedores de *sloshing*. Os autores consideram uma estrutura vibrando acoplada a um recipiente parcialmente cheio com fluido em modo de vibração livre. O sistema foi representado por um modelo mecânico tipo pêndulo, reproduzindo o movimento do fluido. As equações do movimento foram obtidas pelo método de Lagrange.

Em Ortiz (1996), um breve estudo sobre o fenômeno do *sloshing* foi realizado e modelado a partir da dinâmica do fluido, para um sistema de multi-corpos acoplados/fixados em um reservatório rígido.

Dodge (2000) apresentou uma atualização do documento publicado por Abramson (1966) como NASA SP-106 “*The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers*”. Este documento, durante anos, foi considerado uma referência no estudo do comportamento dos líquidos. Porém, Dodge concluiu ser necessária uma revisão desse documento tendo em vista que: (a) nem todas as informações apresentadas de uma forma didática, facilitando o entendimento; (b) muitos os resultados numéricos são apresentados como gráficos e tabelas decorrentes de métodos analíticos aproximados devido aos poucos recursos computacionais da época; (c) hoje estes resultados estão disponíveis de um modo mais preciso; e (d) o contínuo avanço no estudo do *sloshing* e da tecnologia associada, sobre tudo no que se refere à mecânica dos fluidos em microgravidade. Dodge (2000) enfatiza principalmente os seguintes capítulos do documento NASA SP-106: Capítulo 2 – *Sloshing* Lateral em Contêineres em Movimento, Capítulo 3 – Efeitos Não-lineares em *Sloshing* Lateral, Capítulo 4 – Amortecimento Dos Movimentos do Líquido e do *Sloshing* Lateral, Capítulo 6 – Representação Analítica do *Sloshing* Lateral por Modelos Matemáticos Equivalentes, Capítulo 7 – Estabilidade e Controle do Veículo (mas extremamente condensado) e Capítulo 11 – Comportamento do Propelente Líquido para Baixo e G Zero. Além disso, um novo capítulo foi incluído denominado Movimentos do Líquido em Tanques Girantes.

Ibrahim (2005), no Capítulo 12 de seu livro, discute a dinâmica do *sloshing* em microgravidade. Ele apresenta importantes tópicos referentes à física dos fluidos em microgravidade como: a mecânica de uma superfície livre do líquido sob microgravidade; a estabilidade estática e dinâmica da superfície livre do líquido; linha de contato; e ângulos de contato entre outros. Ibrahim (2005) ressalta que o efeito do potencial gravitacional regular sobre a massa de um líquido é de estabilização levando seu volume para o fundo do seu contêiner. Quando a força sobre o líquido diminui, seu volume assume qualquer posição dentro de seu contêiner de uma maneira imprevisível. Assim os problemas da

dinâmica do *sloshing* do líquido sob microgravidade são diferentes daqueles encontrados sob um campo gravitacional regular. Sob microgravidade as forças de tensão superficial começam predominar em detrimento da força gravitacional. A razão entre a força gravitacional e a força de capilaridade é chamada de número de Bond. Valores muito pequenos do número Bond, indicam que as forças de capilaridade predominam e neste caso a superfície livre do líquido não será plana, mas subirá ao redor das paredes verticais de um contêiner. Afirma ainda que, o estudo do comportamento do líquido em microgravidade envolve a mecânica e a termodinâmica dos sistemas capilares.

Veldman (2006) em seu artigo escreveu um capítulo sobre *sloshing* em ambiente de microgravidade embarcado em uma espaçonave. Os ensaios foram realizados com o satélite *Sloshsat* FLEVO, desenvolvido pela *Dutch National Aerospace Laboratory* NLR e lançado em fevereiro de 2005. A massa do *Sloshsat* FLEVO é 95 kg e seu interior contém um tanque cilíndrico com extremidades semi-esférica e volume de 86,9 litros. Este tanque foi parcialmente preenchido com 33,5 kg de água destilada, o que permitiu o movimento livre do *sloshing* livremente durante os experimentos. O movimento do *Sloshsat* FLEVO é controlado por doze propulsores. Durante oito dias foram realizadas várias medidas da velocidade angular e da aceleração linear para o movimento do *Sloshsat*. Neste artigo, Veldman (2006) apresenta alguns resultados para a chamada manobra de *flat-spin*. Além de da manobra *flat-spin* validar o modelo, concluiu-se que a frequência do *sloshing* no interior do tanque foi adotada corretamente para o movimento do satélite, embora o amortecimento foi um pouco superestimado.

Luppes et al. (2006) investigaram a influência do *sloshing* em espaçonaves e satélites e enfatizaram que o aumento da quantidade de líquido nos tanques e sua influência sobre a dinâmica da espaçonave está se tornando cada vez mais importante. O *sloshing* pode prejudicar as manobras no espaço, tais como a acoplagem de veículos de transporte de carga de líquido ou o ponto de observação dos satélites. Luppes et al. (2006) ressaltam que o estudo envolvendo a interação entre o *sloshing* e a dinâmica de espaçonaves, por meio de torre de queda ou voo parabólico, na prática é difícil devido a curta

duração da queda livre. Por essa razão, optou-se por realizar experiências com o satélite *Sloshsat* FLEVO em uma órbita.

Carneiro (2009) em sua pesquisa de mestrado estudou o comportamento de líquidos contidos em reservatórios e amortecedores de líquidos geralmente usados para a estabilização de satélites estabilizados por rotação. O trabalho visou dar uma contribuição para a melhor compreensão do fenômeno de *sloshing* em ambiente de microgravidade e, dessa forma, proporcionar um melhor entendimento do impacto do *sloshing* no movimento de atitude de satélites artificiais. Os resultados mostraram que o *sloshing* pode atuar passivamente como amortecedor de nutação para satélites estabilizados por rotação. Mostrou-se também que o *sloshing* pode causar efeitos indesejáveis na atitude e requerer esforço de controle adicional.

Reyhanoglu (2011) apresentou, em artigo, o equacionamento do movimento do líquido baseado na mecânica Lagrangiana. Dois modelos mecânicos análogos foram propostos: um sistema massa–mola e um modelo de um pêndulo. Para o modelo em que se substitui o *sloshing* pela dinâmica de um pêndulo, são projetados duas leis de controle, uma baseada na teoria de Lyapunov e outra usando o método LQR. Estas duas leis são aplicadas a dinâmica não linear do satélite.

Souza (2013) em sua pesquisa de mestrado investigou os efeitos do movimento de líquido e da flexibilidade de um painel solar no desempenho e na robustez no sistema de controle de atitude de um satélite artificial. Utilizou-se a dinâmica de um pêndulo como análogo mecânico da dinâmica do movimento do líquido e a técnica do filtro de Kalman para estimar parâmetros do sistema. Estimou-se o comprimento da haste do pêndulo e sua frequência de oscilação a fim de interpretar os efeitos do movimento do líquido. Investigou-se também três métodos de controle: o Regulador Linear Quadrático (LQR), Regulador Linear Gaussiano (LQG) e o H_{∞} .

Souza (2017) aplicou as técnicas de controle robusto H_{∞} e H_{∞} com alocação de pólos via LMI, objetivando incrementar a robustez de um sistema de controle de atitude. No modelo matemático do satélite considerou-se as perturbações

devido ao movimento flexível do corpo e dos líquidos e as incertezas devido à variação dos parâmetros.

Carneiro (2017) em seu trabalho de doutorado abordou o comportamento de líquidos contidos em contêineres parcialmente cheios, em ambiente de microgravidade. Inicialmente é realizado um estudo comparativo entre modelos mecânicos análogos massa-mola e pêndulo em ambiente com gravidade $g = 9,81m/s^2$, ambiente com baixa gravidade ($g = 0,07m/s^2$) e ambiente de microgravidade ($g \approx 0$) utilizando a formulação de Lagrange. A análise dos resultados obtidos mostra que os dois modelos são semelhantes. Em seguida, é apresentada uma abordagem para a solução do problema do *sloshing* associado com o movimento de líquidos dentro de contêineres utilizando-se as equações de NavierStokes. Nesta abordagem, a velocidade relativa ao fluxo do fluido é discretizada utilizando-se o método de diferenças finitas e a equação de Poisson para a pressão é resolvida pelo método SOR (*Successive Over Relaxation*).

Segue uma breve revisão bibliográfica sobre as técnicas de controle aplicadas ao controle de satélites:

John e Markley (1996) aplicaram a técnica de controle por modos deslizantes ao movimento de atitude do satélite, baseado nos parâmetros de Rodrigues modificado. Porém, conceitos envolvendo a ideia de camada limite e chattering não foram questionados no trabalho. Os critérios de estabilidade por Lyapunov foram então aplicados no estudo da estabilidade do controle.

Yongqiang et al. (2001) para resolver o problema de rastreamento de atitude de um veículo espacial rígido, de forma a seguir uma atitude de referência desejada, propuseram aplicar a técnica de controle por modos deslizantes variante no tempo. Os parâmetros do controlador foram otimizados por meio de algoritmo genético. A estabilidade foi verificada aplicando o método de Lyapunov.

Arantes (2005) propôs em seu trabalho um estudo sobre técnicas de controle de atitude para satélites estabilizados em três eixos, utilizando-se diferentes atuadores, tais como: rodas de reação, volantes de inércia e bobinas

magnéticas. Foram utilizados a teoria do Regulador Linear Quadrático (LQR) e Regulador Quadrático Gaussiano (LQG).

Guan et al. (2005) aplicaram a técnica de controle por modos deslizantes adaptativo fuzzy para a estabilização da atitude de um satélite flexível. O controle nebuloso adaptativo é utilizado para obter o controle equivalente por modos deslizantes e a lei adaptativa é então derivada. A lógica fuzzy foi empregada para suavizar a ação de controle adaptativa a fim de atenuar o fenômeno do chattering.

Fonseca et al. (2012), em artigo, aplicaram a técnica de controle PID no movimento de um satélite, composto de propulsores e rodas de reação. Empregou-se a abordagem Lagrangiana para coordenadas quase generalizadas para derivar as equações de movimento. O gradiente gravitacional, a pressão solar de radiação e o arrasto atmosférico foram incluídos no modelo matemático como perturbações externas.

Cubillos (2008) aplicou técnicas de controle na atitude de um Satélite constituído de um corpo rígido e dois painéis flexíveis. O Regulador Linear Quadrático (LQR), Regulador Linear Gaussiano (LQG) e o Controle H^∞ foram então aplicados.

Gonzales (2009), em seu trabalho de mestrado, empregou a técnica de controle SDRE, associada à técnica do filtro de kalman, para sistema de controle de atitude, possibilitando incorporar as não linearidades do modelo do simulador no projeto do controlador e a estimação dos estados do sistema provenientes dos sensores.

Komanduri et al. (2010) aplicaram as técnicas de controle por modos deslizantes (SMC) e regulador quadrático linear (LQR) no movimento de atitude de satélite artificial. Para avaliar o comportamento do modelo, Komanduri et al. (2010) utilizaram o simulador dinâmico de satélite LuVex (do alemão *Luftkissen Vehikel Experiment*), projetado e construído no *Center of Applied Space Technology and Microgravity* (ZARM) da Universidade de Bremen, na Alemanha. Este simulador dinâmico de satélite permite investigar alguns aspectos do comportamento dinâmico de um satélite real simplificando o

problema por meio da redução do grau de liberdade do modelo. Os atuadores considerados no modelo são propulsores do tipo liga-desliga representados por um modulador PWPF (*pulse-width pulse-frequency*). Dois aspectos importantes foram considerados: a presença de ruídos nas medidas dos sensores e de um atraso de tempo na malha de controle, resultantes das medidas dos sensores, das conexões de comunicação para transferência de dados, e da geração do sinal até a realização da atuação. O controlador SMC projetado baseou-se na teoria proposta por Utkin e, para evitar as oscilações de alta frequência à ação de controle considerou em sua estrutura uma função saturação. O controle LQR mostrou-se bastante estável diante de atrasos e ruídos. Além disso, o controlador LQR foi eficaz em altas frequências, e banda de frequência mais larga que no caso SMC. Por outro lado, o SMC se mostrou mais robusto, rejeitando os ruídos, obtendo bom desempenho.

Bellar et al. (2010) aplicaram a técnica de controle por modos deslizantes no controle de microsatélite estabilizado por gradiente gravitacional. A ideia dos autores em aplicar técnica SMC foi decorrente das limitações do controle PID, que atua em regiões lineares do sistema. Para cada eixo de rotação os autores definiram uma superfície deslizante distinta.

Crassidis e Markley (2012) empregou a técnica não linear no controle de satélites usando parâmetros de Rodrigues modificados, podendo assim representar uma parametrização mínima com singularidade em 360° e possibilitando rotações maiores que 180° . Os resultados da simulação indicaram que o algoritmo de controle foi capaz de controlar com precisão a atitude do satélite para manobras onde o ângulo de rotação é grande.

Em Santos e Rocco (2012) um controlador proporcional-integral-derivativo (PID) fuzzy foi projetado para ser aplicado no sistema de controle de atitude de satélites equipados com rodas de reação.

Ibrahim et al. (2012) aplicaram a técnica de controle por modos deslizantes no controle de atitude do satélite baseado em quatérnios. Dentro da teoria foi inserido o conceito da camada limite e *chattering*. Para demonstrar a robustez

do controle perturbações externas na forma de impulsos constantes foram aplicadas na malha de controle.

Sofyali e Jafarov (2014) trabalharam com o problema de controle de atitude puramente magnético, aplicando a técnica de controle por modos deslizantes. As perturbações ambientais foram consideradas na dinâmica do sistema na forma de impulsos. O sistema de controle de atitude magnética foi projetado usando o método direto de Lyapunov no âmbito da teoria de controle por modos deslizante.

Santos (2015) propôs em sua tese a aplicação de técnicas multivariáveis para o controle e estabilização de atitude satélites, usando a fusão das técnicas de controle Fuzzy e/ou algoritmos genéticos, com as técnicas de controle LQR, SDRE e H^∞ .

FENG et al. (2015) aplicaram a técnica de controle por modos deslizantes para estabilizar as manobras de atitude do satélite. A cinemática do modelo de atitude baseou-se nos parâmetros simétricos de Euler (quatérnios). No modelo da ação de controle do SMC considerou o conceito de chaveamento de alta frequência e a teoria de Lyapunov foi utilizada para provar a estabilidade do controle.

3 DINÂMICA E CINEMÁTICA DE ATITUDE DO SATÉLITE

A atitude de um satélite está diretamente relacionada a sua orientação no espaço, ou seja, a partir da atitude pode se conhecer a maneira como o corpo se orienta. Para analisar a orientação do satélite, três sistemas de coordenadas são utilizados: um sistema inercial (fixo no centro de massa da Terra), um sistema de coordenadas fixo ao centro de massa do satélite com os eixos paralelos aos eixos do sistema inercial e um sistema solidário ao satélite que rotaciona com o corpo. Tais sistemas estão relacionados por meio de uma matriz de rotação de atitude. Os elementos da matriz de rotação podem ser obtidos por diferentes parametrizações, tais como os ângulos de Euler e os quatérnios. O presente capítulo descreverá os sistemas de coordenadas a serem considerados e o modelo matemático no movimento de atitude de um corpo rígido.

3.1 Sistemas de coordenadas

O sistema de coordenadas inercial, $OXYZ$, tem a sua origem no centro de massa da Terra. O eixo X do sistema aponta na direção do ponto vernal, o eixo Z aponta para a direção do pólo Norte geográfico e o eixo Y completa o sistema dextrógiro (WERTZ, 1978). O sistema de coordenadas do corpo, $oxyz$, tem origem no centro de massa do satélite e mantém os seus eixos paralelos aos eixos X , Y e Z .

Os ângulos de Euler, cuja teoria será abordada na próxima seção, são definidos como ângulos de rotações sobre os eixos do corpo. Assim, de acordo com Wertz (1978), define-se:

- ângulo de rolamento (δ): mede a rotação do corpo em torno do eixo x e este movimento é denominado rolamento;
- ângulo de arfagem (θ): mede a rotação em torno do eixo y e tal movimento é denominado arfagem;
- ângulo de guinada (ψ): mede a rotação em torno do z e seu movimento é denominado guinada.

3.2 Equações do movimento de atitude

O modelo matemático do movimento de atitude do satélite é composto por duas partes: cinemática e dinâmica. As equações da cinemática não envolvem as forças e os torques associados ao movimento. Elas descrevem a velocidade do satélite em termos da sua orientação em relação a um dado sistema de coordenadas. A cinemática pode ser representada pelos ângulos de Euler, parâmetros simétricos de Euler (também conhecido como quatérnios), parâmetros de Rodrigues (vetor de Gibbs) e parâmetros de Rodrigues modificados. Nesta tese será adotada a representação por ângulos de Euler. A representação por ângulos de Euler tem maior sentido físico e serve para a apresentação dos resultados gráficos. As equações da dinâmica envolvem forças, torques, perturbações e velocidades angulares que descrevem o comportamento do satélite em movimento. As próximas seções abordam esse conceito por meio do modelo matemático da cinemática e da dinâmica de atitude do satélite.

3.2.1 Cinemática

A orientação de um corpo no espaço é definida por um conjunto de parâmetros que permitem correlacionar, num instante de tempo qualquer, um sistema inercial em relação a um sistema de coordenadas que gira com o corpo móvel. A essa correlação dá-se o nome de atitude (HUGHES, 1986). No espaço tridimensional, tal orientação pode ser descrita por meio de três parâmetros denominados ângulos de Euler (δ, θ, ψ) , que indicam um conjunto de três rotações sucessivas realizadas sobre os eixos do sistema de coordenadas cartesianos de forma a girar o sistema inercial até o alinhamento com o sistema fixado ao corpo móvel.

Qualquer que seja a orientação final do corpo, ela pode ser obtida a partir de uma sequência de rotações realizada ao redor de quaisquer eixos, desde que a primeira e a segunda, ou a segunda e a terceira rotação não sejam realizadas sobre o mesmo eixo. Da mesma forma que o produto de matrizes não é comutativo, uma sequência de três rotações também não comuta. Isto significa que a simples troca da ordem das rotações individuais leva a resultados e

transformações diferentes. A transformação de coordenadas que relaciona o sistema inercial $OXYZ$ com o sistema de coordenadas solidário ao corpo $oxyz$ pode ser representada na forma matricial pela Equação (3.1):

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathcal{A} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

sendo \mathcal{A} a matriz de rotação que descreve a orientação relativa aos dois sistemas de coordenadas. A matriz de rotação é definida pelo produto matricial de três rotações elementares descritas pelos ângulos de Euler. Existem doze conjuntos possíveis de ângulos de Euler para descrever um referencial em relação a outro (WERTZ, 1978). Esses conjuntos ou sequências são divididos em dois tipos:

- Tipo 1 (anti-simétrico): as rotações são feitas, sucessivamente, em cada um dos três eixos. Esse tipo de rotação apresenta uma singularidade em $\theta = \pm \pi/2$ rad. As sequências são 1-2-3, 2-1-3, 3-2-1, 2-3-1, 3-1-2 e 1-3-2.
- Tipo 2 (simétrico): a primeira e terceira rotação são feitas sobre o mesmo eixo. Esse tipo de rotação apresenta uma singularidade em $\theta = 0$ rad e $\theta = \pi$ rad. As sequências são 3-1-3, 2-1-2, 1-2-1, 2-3-2, 1-3-1 e 3-2-3.

De acordo com Chobotov (1991), para exemplificar, considere a sequência de rotações 3-1-3 ($R_3(\delta) \leftarrow R_1(\theta) \leftarrow R_3(\psi)$). A matriz de rotação \mathcal{A} será:

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{313} = \begin{bmatrix} c\delta & s\delta & 0 \\ -s\delta & c\delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta & s\theta \\ 0 & -s\theta & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\psi & s\psi & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{A}_{313} = \begin{bmatrix} c\delta c\psi - s\delta c\theta s\psi & c\delta s\psi + s\delta c\theta c\psi & s\delta s\theta \\ -s\delta c\psi - c\delta c\theta s\psi & -s\delta s\psi + c\delta c\theta c\psi & c\delta s\theta \\ s\theta s\psi & -s\theta c\psi & c\theta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

em que $c = \cos$ e $s = \sin$. Substituindo a Equação (3.2) na equação (3.1), tem-se:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\delta c\psi - s\delta c\theta s\psi & c\delta s\psi + s\phi c\delta c\psi & s\delta s\theta \\ -s\delta c\psi - c\delta c\theta s\psi & -s\delta s\psi + c\phi c\delta c\psi & c\delta s\theta \\ s\theta s\psi & -s\theta c\psi & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

A cinemática da atitude de um satélite artificial é dada pela derivada no tempo da matriz de rotação. Assim, as componentes da variação dos ângulos de Euler em relação ao sistema de coordenadas solidário ao corpo serão expressas por:

$$\begin{aligned} \omega_\delta &= \dot{\theta} \cos\delta + \dot{\psi} \sin\theta \sin\delta \\ \omega_\theta &= \dot{\psi} \sin\theta \cos\delta - \dot{\theta} \sin\delta \\ \omega_\psi &= \dot{\delta} + \dot{\psi} \cos\theta \end{aligned} \quad (3.4)$$

Portanto, reescrevendo o sistema de equações (3.4), obtém-se as equações diferenciais da cinemática do corpo rígido para uma sequência de rotação 3-1-3. Ou seja:

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \frac{1}{s\theta} \begin{bmatrix} \sin\delta & \cos\delta & 0 \\ -\sin\delta \cos\theta & -\cos\delta \cos\theta & \sin\theta \\ \cos\delta \sin\theta & -\sin\delta \sin\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_\delta \\ \omega_\theta \\ \omega_\psi \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Em função das singularidades, os ângulos de Euler são pouco utilizados para representar a atitude em modelos numéricos, a menos que se garanta que a atitude estará distante dos pontos singulares, pois caso contrário podem ocorrer erros numéricos significativos. Contudo, deve-se reconhecer que os três ângulos de Euler são de fácil visualização quando comparados com outras representações da atitude.

3.2.2 Dinâmica

A dinâmica rotacional de um corpo rígido determina como os parâmetros da atitude variam com o tempo para uma determinada velocidade angular, e pode ser representada a partir da derivada temporal da quantidade de movimento angular no referencial inercial. De acordo com Sidi (1997) o torque aplicado a um sistema é dado pela Equação (3.6):

$$\vec{M} = \dot{\vec{h}} \quad (3.6)$$

sendo $\vec{M} = [M_\delta \quad M_\theta \quad M_\psi]^T$ o vetor momento ou torque total que atua no sistema e $\vec{h} = [h_\delta \quad h_\theta \quad h_\psi]^T$ o vetor quantidade de movimento angular, ou simplesmente, momento angular. Considerando o referencial fixo ao corpo do satélite, a Equação (3.6) torna-se:

$$\vec{M} = \dot{\vec{h}} + (\vec{\omega} \times \vec{h}) \quad (3.7)$$

sendo:

$$\vec{h} = \mathbf{I} \cdot \vec{\omega} \quad (3.8)$$

com $\vec{\omega} = [\omega_\delta \quad \omega_\theta \quad \omega_\psi]^T$ denominado vetor velocidade angular e \mathbf{I} a matriz de inércia de corpo dada por:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Substituindo a Equação (3.8) na Equação (3.7) tem-se:

$$\vec{M} = (\mathbf{I} \cdot \dot{\vec{\omega}}) + [\vec{\omega} \times (\mathbf{I} \cdot \vec{\omega})] \quad (3.10)$$

Reescrevendo a Equação (3.10) na forma matricial:

$$\mathbf{M} = \mathbf{I}\dot{\vec{\omega}} + \tilde{\vec{\omega}}\mathbf{I}\vec{\omega} \quad (3.11)$$

tendo, de acordo com Chobotov (1991):

$$\tilde{\vec{\omega}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\psi & \omega_\theta \\ \omega_\psi & 0 & -\omega_\delta \\ -\omega_\theta & \omega_\delta & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Assim, reescrevendo a Equação (3.11) em termos de suas componentes obtém-se:

$$\begin{bmatrix} M_\delta \\ M_\theta \\ M_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_\delta \\ \dot{\omega}_\theta \\ \dot{\omega}_\psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\psi & \omega_\theta \\ \omega_\psi & 0 & -\omega_\delta \\ -\omega_\theta & \omega_\delta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_\delta \\ \omega_\theta \\ \omega_\psi \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_\delta \\ M_\theta \\ M_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x\dot{\omega}_\delta - I_{xy}\dot{\omega}_\theta - I_{xz}\dot{\omega}_\psi \\ -I_{xy}\dot{\omega}_\delta + I_y\dot{\omega}_\theta - I_{yz}\dot{\omega}_\psi \\ -I_{xz}\dot{\omega}_\delta - I_{yz}\dot{\omega}_\theta + I_z\dot{\omega}_\psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a_1\omega_\theta + a_2\omega_\psi \\ a_1\omega_\delta + a_3\omega_\psi \\ -a_4\omega_\delta + a_5\omega_\theta \end{bmatrix}$$

com

$$a_1 = I_{xz}\omega_\delta + I_{yz}\omega_\theta$$

$$a_2 = I_{xy}\omega_\delta + (I_z - I_y)\omega_\theta + I_{yz}\omega_\psi$$

$$a_3 = (I_x - I_z)\omega_\delta - I_{xy}\omega_\theta - I_{xz}\omega_\psi$$

$$a_4 = I_{xy}\omega_\delta + I_{yz}\omega_\psi$$

$$a_5 = (I_y - I_x)\omega_\delta + I_{xy}\omega_\theta + I_{xz}\omega_\psi$$

Portanto, as Equações de Euler para o corpo rígido, considerando os produtos de inércia do sistema, são:

$$M_\delta = I_x\dot{\omega}_\delta - I_{xy}\dot{\omega}_\theta - I_{xz}\dot{\omega}_\psi - a_1\omega_\theta + a_2\omega_\psi$$

$$M_\theta = -I_{xy}\dot{\omega}_\delta + I_y\dot{\omega}_\theta - I_{yz}\dot{\omega}_\psi + a_1\omega_\delta + a_3\omega_\psi \quad (3.13)$$

$$M_\psi = -I_{xz}\dot{\omega}_\delta - I_{yz}\dot{\omega}_\theta + I_z\dot{\omega}_\psi - a_4\omega_\delta + a_5\omega_\theta$$

As Equações (3.13) representam as equações diferenciais ordinárias, não lineares, acopladas, denominadas de equações da dinâmica rotacional de Euler. A solução dessas equações nos fornece a velocidade angular, ω , em um dado instante. As equações da cinemática junto com as equações da dinâmica rotacional de Euler completam o conjunto de equações diferenciais necessários para descrever a alteração na atitude de um corpo rígido sob a influência de um torque variante no tempo.

4 TÉCNICAS DE CONTROLE DE SISTEMAS

Muitas técnicas de controle, baseadas em diferentes algoritmos, têm sido usadas para estabilizar diversos sistemas: atitude de satélite, posicionamento dinâmico de navios, controle de ponte rolante, manipuladores robóticos, entre outros. Na literatura, podem-se encontrar: controle por alocação de pólos, controle PID, LQR, H_∞ , modos deslizantes e *backstepping*, entre outros. Evidentemente, os diferentes algoritmos de controle usados têm sempre o mesmo objetivo, ou seja, obter o melhor desempenho ou o melhor comportamento robusto.

A presente tese avalia o desempenho do Controle por Modos Deslizantes (SMC) no movimento de atitude do satélite e, compara o seu resultado com o clássico controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Esse capítulo aborda a teoria envolvendo tais técnicas, bem como o critério de desempenho adotado e o processo de ajuste de parâmetros dos mesmos de forma a garantir uma dada especificação de desempenho.

A Seção 4.1 descreve o critério de desempenho a ser adotado para avaliar os controles SMC e PID. As Seções 4.2 e 4.3 abordam a teoria envolvendo tais controles.

4.1 Critério de Avaliação do Desempenho do Controlador

De acordo com Ogata (1998), em casos práticos, as características de desempenho do controle em malha fechada são especificadas no domínio do tempo e consistem em duas partes: a resposta transitória e a resposta estacionária. Ainda segundo Ogata (1998), entende-se por resposta transitória aquela que vai do estado inicial até o estado final. Por resposta estacionária entende-se a maneira como o sinal de saída do sistema se comporta quando o tempo tende ao infinito.

A análise da resposta temporal é baseada no tipo de sinal de entrada a que o sistema é submetido. Tais sinais, também denominados de referência ou estado desejado, são do tipo: degrau, rampa, parábola, impulso e senóide, entre outros. A resposta ao degrau é a mais empregada, pois além de ser

simples de testar, ela representa uma excitação bastante severa sobre o sistema, dado que a entrada muda bruscamente de nível no instante da aplicação do degrau. Assim, o estudo das variáveis relacionadas ao desempenho do controlador é realizado por meio da resposta do sistema mediante a uma entrada degrau unitário. Porém, tais conceitos podem ser estendidos para outros tipos de referências com amplitudes variadas.

4.1.1 Regime transitório

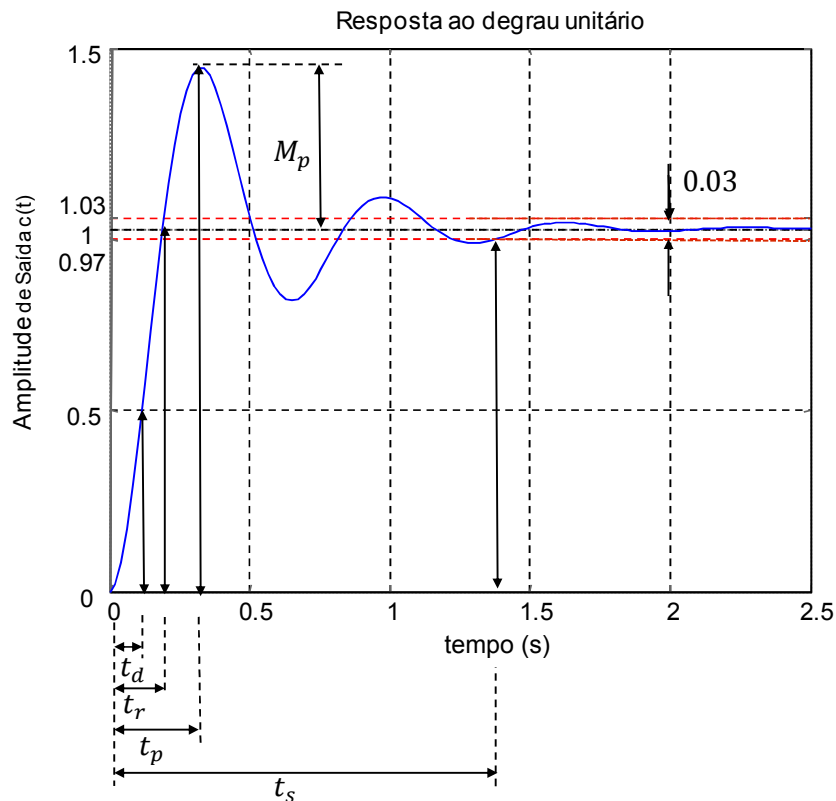
De acordo com Ogata (1998), em casos práticos, as características de desempenho do controle são especificadas no domínio do tempo e as variáveis associadas à resposta são: tempo de atraso, tempo de subida, instante de pico, tempo de acomodação e sobressinal máximo. Teoricamente, as variáveis citadas acima serão definidas mediante a uma entrada do tipo degrau unitário, por questões já mencionadas. Segue abaixo a definição dessas variáveis:

- a. tempo de atraso (t_d): tempo necessário para a resposta do sistema em malha fechada atingir 50% do valor final.
- b. tempo de subida (t_r): tempo necessário para a resposta passar de 10% a 90%, 5% a 95% ou 0% a 100% do seu valor final. Para sistemas de segunda ordem subamortecidos, normalmente se usa o tempo de subida de 10 a 90%.
- c. instante de pico (t_p): tempo necessário para a resposta alcançar o primeiro pico do sobressinal.
- d. tempo de acomodação (t_s): tempo necessário para a curva de resposta alcançar e permanecer dentro de uma faixa em torno do valor final, normalmente 2%, 3% ou 5% do valor final.
- e. sobressinal (M_p): máximo valor de pico da curva de resposta medido a partir do valor unitário. Em geral, o valor final de regime estacionário da resposta difere da unidade, então se usa o máximo sobressinal percentual. No caso geral, em que o degrau não é unitário, o sobressinal é definido como sendo:

$$M_p = \frac{c(t_p) - c(t \rightarrow \infty)}{c(t \rightarrow \infty)} \quad (4.1)$$

É importante observar que no caso em que o degrau é unitário, $c(\infty) = 1$ e, portanto, $M_p = c(t_p) - 1$. A Figura 4.1 ilustra graficamente as variáveis do desempenho transitório de um sinal.

Figura 4.1 - Curva de resposta de um sistema



Fonte: Produção do autor

A razão para se definir os parâmetros da resposta transitória tomando por base o caso oscilatório é que, em geral, deseja-se que a resposta ao degrau seja rápida (t_r pequeno) e com pouco sobressinal (M_p pequeno). No entanto, esses dois requisitos são conflitantes. Por um lado, a resposta não oscilatória seria interessante, pois M_p seria nulo; no entanto, neste caso, a resposta seria, em muitos casos práticos, lenta. Em geral, tempos de subida aceitáveis são obtidos apenas à custa de uma resposta de caráter oscilatório, o que significa existência de sobressinal.

4.1.2 Regime estacionário

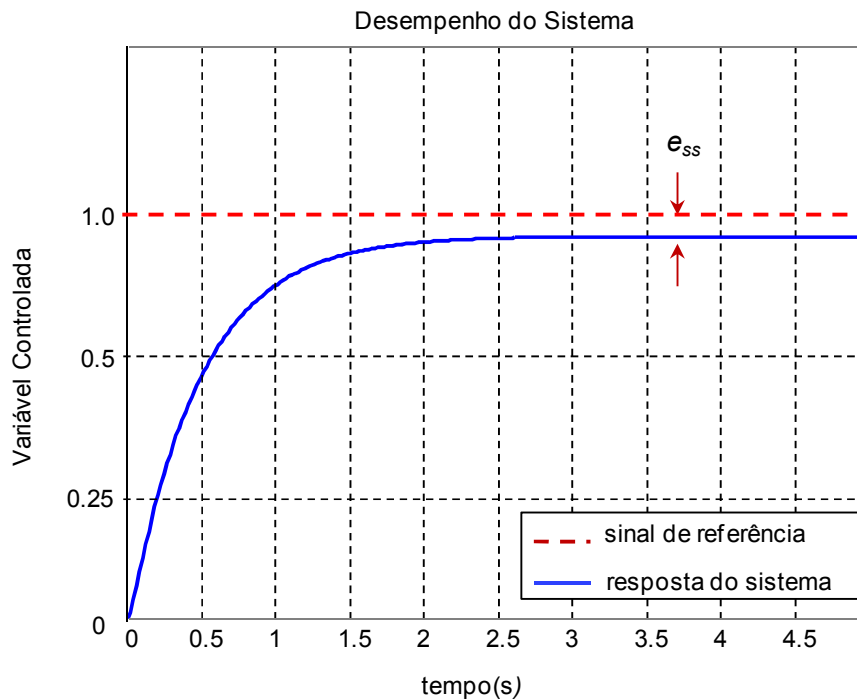
Em sistemas de controle em malha fechada, é desejável que a saída em regime permanente seja igual ao sinal de referência, quando o tempo tender ao infinito, de acordo com a Equação (4.2)(OGATA, 1998):

$$e(t \rightarrow \infty) = r(t \rightarrow \infty) - c(t \rightarrow \infty) \quad (4.2)$$

tendo r como sinal de referência e c a resposta do sistema.

Entretanto, em algumas situações esta igualdade não é atingida e temos o que chamamos de erro em regime permanente (e_{ss}). A Figura 4.2 ilustra o comportamento de um sistema a uma entrada do tipo degrau unitário. A resposta do sistema não atinge o valor final igual a 1 e produz um erro em regime permanente. Os erros em um sistema de controle em malha fechada podem ser atribuídos a muitos fatores, por exemplo, atrito estático, folga e ruídos.

Figura 4.2 - Erro em regime permanente



Fonte: Produção do autor

4.2 Controle por Modos Deslizantes (SMC)

Nesta seção será apresentada a teoria e o projeto do controlador SMC, baseado na metodologia desenvolvida por Utkin (1978) e posteriormente modificada e adaptada por Slotine e Li (1991).

Essa técnica consiste em se reduzir o problema de controle de um sistema genérico, descrito por equações não-lineares de ordem n , para um sistema de primeira ordem, com incertezas nos parâmetros e/ou em sua própria estrutura matemática. Assim, essa metodologia projeta uma lei de controle capaz de fazer com que, no espaço de estados, todas as trajetórias desse sistema convirjam para uma superfície chamada de superfície deslizante $S(t)$. A dinâmica desta superfície deve ser escolhida pelo projetista de modo que todas as trajetórias dentro da superfície $S(t)$ convirjam para os valores desejados. Após a trajetória atingir o interior da superfície deslizante, é dito que o sistema está operando em modo deslizante. Quando o sistema está em modo deslizante, o modelo torna-se insensível à variações paramétricas e perturbações externas. Essa propriedade garante robustez ao SMC. Entretanto, da forma como fora proposta por Utkin (1978), a metodologia de controle por modos deslizantes apresenta alguns problemas que dificultam sua aplicação prática e tal fato está relacionado aos elevados ganhos de controle e principalmente a existência de oscilações de alta frequência no esforço de controle, denominadas de *chattering*. Assim, Slotine e Li (1991) desenvolveram adaptações na metodologia clássica para eliminar a ocorrência do *chattering*, de forma a garantir um menor esforço de controle perante o desempenho global do sistema.

Tanuri et al (2009) e Agostinho (2009), aplicaram a técnica de controle SMC no posicionamento dinâmico de embarcações em alto mar. Tannuri (2002) aplicou essa metodologia em sistemas de posicionamento de embarcações na Baía de Campos, localizada no litoral norte do estado do Rio de Janeiro (RJ). O controle SMC demonstrou-se robusto e eliminou os problemas relacionados ao ajuste dos parâmetros. A abordagem matemática considerada nessa seção baseia-se na teoria detalhada e exposta em Slotine e Li (1991).

4.2.1 Conceito do controlador SMC

Considere o seguinte sistema não linear de ordem n com uma única entrada, descrito pela Equação (4.3):

$$x^{(n)} = f(\vec{x}, t) + b(\vec{x}, t)u(t) \quad (4.3)$$

com $n = 2, 3, \dots, \infty$ e sendo $\vec{x} = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{(n-1)}]^T$ o vetor de estados, x a saída de interesse, u a entrada de controle, $b(\vec{x}, t)$ uma função conhecida e $f(\vec{x}, t)$ uma função não conhecida exatamente e que portanto deve ser estimada. Assim, define-se $\hat{f}(\vec{x}, t)$ como sendo a estimativa dessa função e $F(\vec{x}, t)$ o máximo erro de modelagem, ou seja:

$$|\hat{f}(\vec{x}, t) - f(\vec{x}, t)| < F(\vec{x}, t) \quad (4.4)$$

Para simplificar as notações, será omitida a dependência das funções f , \hat{f} e F em relação às variáveis de \vec{x} e o tempo t . O projeto do controlador baseado na teoria de SMC consiste em duas etapas. A primeira etapa refere-se à escolha de uma função escalar, ou seja, $s(\vec{x}, t)$, que definirá a superfície deslizante $S(t)$ ¹. Essa função deve ser adequadamente escolhida pelo projetista, de forma a obter o comportamento dinâmico desejado. Slotine e Li (1991) definem essa função como sendo:

$$s(\vec{x}, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x} \quad (4.5)$$

sendo λ uma constante estritamente positiva, cujo valor deve ser escolhido pelo projetista e \tilde{x} o erro de acompanhamento associado à trajetória pré-definida (desejada) e ao vetor que contém os erros associados a cada variável de estado.

O erro de acompanhamento do modelo é expresso por:

$$\vec{\tilde{x}} = \vec{x} - \vec{x}_d \quad (4.6)$$

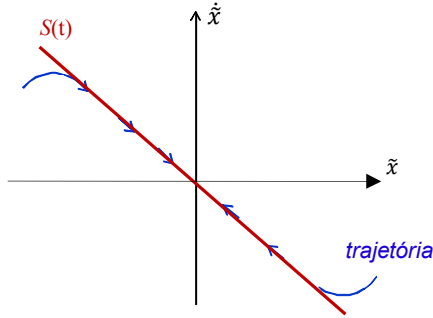
com condições iniciais $\vec{x}(0)$ e $\vec{x}_d(0)$. Por exemplo, para um sistema de 2ª ordem a Equação (4.6) é expressa da seguinte forma:

¹ Na literatura encontram-se outras denominações para a superfície deslizante, tais como: superfície de comutação, chaveamento, deslizamento ou escorregamento.

$$s(\vec{x}, t) = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} = (\dot{x} - \dot{x}_d) + \lambda(x - x_d) \quad (4.7)$$

tendo a superfície deslizante $S(t)$ ilustrada na Figura 4.3.

Figura 4.3 – Superfície deslizante para sistemas de ordem dois ($n = 2$)



Fonte: Adaptada de Slotine e Li (1991)

A Equação (4.7) não prevê a eliminação de possíveis diferenças em regime estacionário (*offsets*) entre o valor real e o desejado. Assim, na presença de *offset*, Slotine e Li (1991) sugerem incluir um termo integral na parcela envolvendo o erro de acompanhamento da Equação (4.6), ou seja:

$$s(\vec{x}, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \int_0^t \tilde{x} dt \quad (4.8)$$

Exemplificando, para um sistema de segunda ordem ($n = 2$) a variável s passará a ser definida como sendo:

$$s(\vec{x}, t) = \dot{\tilde{x}} + 2\lambda\tilde{x} + \lambda^2 \int_0^t \tilde{x} dt \quad (4.9)$$

A segunda etapa consiste em definir uma lei de controle que garanta que todas as trajetórias convirjam para essa superfície. Para que isso ocorra, a lei de controle do sistema deverá apresentar dois termos em seu equacionamento:

$$u(t) = u_{con}(t) + u_{desc}(t) \quad (4.10)$$

sendo $u_{con}(t)$ e $u_{desc}(t)$ denominados termos contínuo e descontínuo da lei de controle, respectivamente. O termo contínuo da ação de controle é definido pelas derivadas temporais de $s(\vec{x}, t)$. Para exemplificar, considere o sistema de segunda ordem dado anteriormente. Deve-se então derivar uma única vez a

Equação (4.9) em relação ao tempo para que o termo contínuo da ação de controle possa ser definido, ou seja:

$$s(\vec{x}, t) = \dot{\tilde{x}} + 2\lambda\tilde{x} + \lambda^2 \int_0^t \tilde{x} dr = \ddot{\tilde{x}} + 2\lambda\dot{\tilde{x}} + \lambda^2\tilde{x}$$

$$\dot{s}(\vec{x}, t) = f + bu + d - \ddot{x}_d + 2\lambda(\dot{x} - \dot{x}_d) + \lambda^2(x - x_d) \quad (4.11)$$

Na ausência de erros de modelagem e distúrbios, a melhor estimativa para o termo contínuo da lei de controle é dada quando $\dot{s} = s = 0$. Portanto:

$$\hat{u}_c = \frac{1}{b} [\ddot{x}_d - 2\lambda(\dot{x} - \dot{x}_d) - \lambda^2(x - x_d) - \hat{f}] \quad (4.12)$$

Para considerar as incertezas do modelo, deve-se adicionar um termo descontínuo na ação de controle. Logo:

$$u_d = k \operatorname{sgn}(s) \quad (4.13)$$

sendo a função sinal $\operatorname{sgn}(s)$ dada por:

$$\begin{cases} \operatorname{sgn}(s) = +1 & \text{se } s > 0 \\ \operatorname{sgn}(s) = -1 & \text{se } s < 0 \end{cases}$$

e k um parâmetro dado pela condição de deslizamento que será definido adiante. A lei de controle $u(t)$ deve garantir que fora da superfície $S(t)$ as trajetórias converjam para a mesma região no espaço de estado. Para tanto, deve-se respeitar a seguinte relação:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 < \eta |s| \quad (4.14)$$

tendo η como uma constante positiva. Tal relação é denominada condição de deslizamento e diz que a distância à superfície $S(t)$, medida por s^2 , diminui para todas as trajetórias. A condição de deslizamento será satisfeita para todos os valores admissíveis de f se e somente se:

$$k \geq F + \eta \quad (4.15)$$

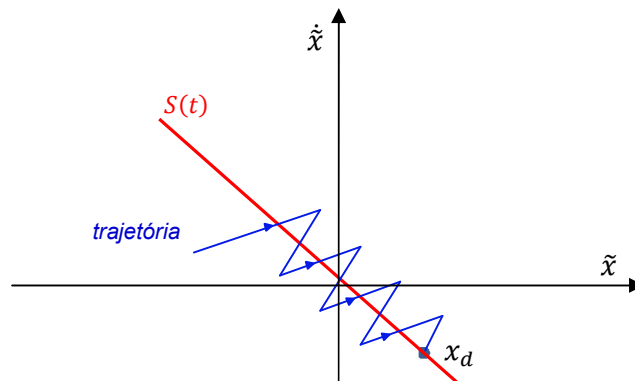
O estudo da estabilidade do sistema, que será descrito na Seção 4.2.2, é realizado a partir da condição de deslizamento, que também é definida como candidata a função de Lyapunov.

A Equação (4.15) mostra que o ganho do termo chaveado η é responsável pelas incertezas do modelo e que quanto maior forem às incertezas do modelo, maior deverá ser o valor de k . A velocidade de convergência da trajetória a superfície $S(t)$ está ligada à η . Pode-se mostrar que, iniciando-se de uma condição $x(0)$ diferente de $x_d(0)$, que resulta em $s(0) \neq 0$, o tempo que o sistema controlado deverá levar para atingir a superfície $S(t)$ será definido como sendo:

$$t_{alcançe} \leq \frac{|s(0)|}{\eta} \quad (4.16)$$

Pode-se verificar na Equação (4.13) que a lei de controle se assemelha a um controle *on-off* em s , na medida em que quanto maior o erro de acompanhamento maior é o termo descontínuo através da superfície $S(t)$. Isto pode acarretar na existência de oscilação elevada de alta frequência na ação de controle $u(t)$ quando o sistema está próximo à superfície $S(t)$. Tais oscilações, ilustradas na Figura 4.4, são denominadas *chattering*.

Figura 4.4 – Chattering



Fonte: Adaptada de Slotine e Li (1991)

Segundo Slotine e Li (1991), para evitar o *chattering*, deve-se “suavizar” a função sinal utilizada na lei de controle da Equação (4.13), definindo-se uma “camada limite” em torno da superfície $S(t)$ dentro da qual ocorrerá a transição de sinal. Assim, a lei de controle suavizada será dada por:

$$u(t) = \hat{u}_{con} - k \text{sat}\left(\frac{s}{\phi}\right) \quad (4.17)$$

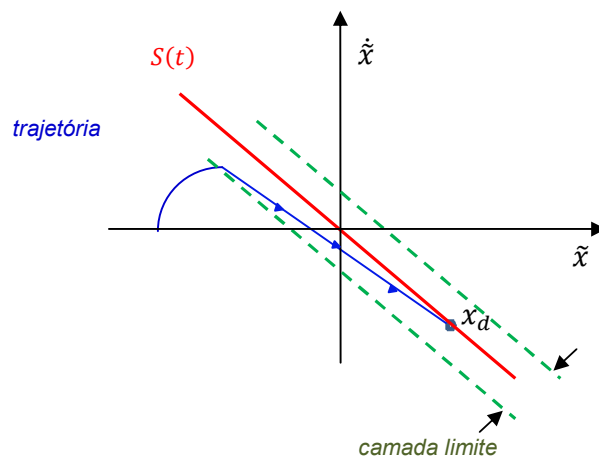
com

$$\text{sat}\left(\frac{s}{\phi}\right) = \begin{cases} \frac{s}{\phi} & \text{se } \left|\frac{s}{\phi}\right| \leq 1 \\ \text{sgn}\left(\frac{s}{\phi}\right) & \text{se } \left|\frac{s}{\phi}\right| > 1 \end{cases}$$

sendo ϕ denominado largura da camada limite. Esse parâmetro representa a distância da resposta do sistema em relação a superfície $S(t)$, de acordo com a Figura 4.5 e definido pela Equação (4.18):

$$|\tilde{x}(t)| < \frac{\phi}{\lambda} \quad (4.18)$$

Figura 4.5 – Camada Limite



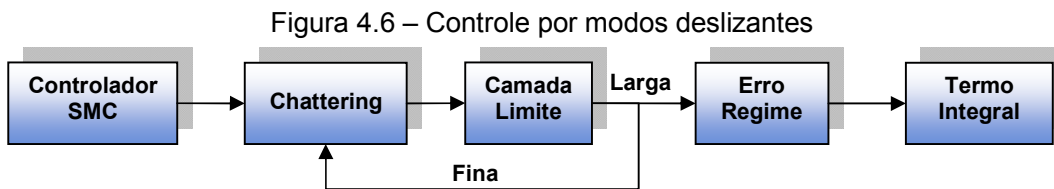
Fonte: Adaptada de Slotine e Li (1991)

Slotine e Li (1991) sugerem um critério para ajuste do parâmetro λ :

- i. λ deve ser menor que a frequência do primeiro modo ressonante não modelado do sistema (ν_r) conforme a seguinte relação: $\lambda < \frac{2\pi}{3} \nu_r$
- ii. λ deve ser menor que o maior tempo de atraso de transporte (T_A) do sistema conforme a seguinte relação: $\lambda < \frac{1}{3T_A}$

- iii. λ deve ser menor que a taxa de amostragem (v_s) do sistema conforme a seguinte relação: $\lambda < \frac{1}{5} v_s$
- iv. λ escolhido será o menor valor calculado pelos itens acima.

Resumidamente, a Figura 4.6 ilustra as etapas no projeto do SMC. Após definir a variável s , caso haja a presença de oscilações de alta frequência, ou seja, chaveamentos contínuos na ação de controle total, deve-se inserir a camada limite para evitar o desgaste dos atuadores. Porém, a camada limite não poderá ser muito fina, pois não será possível eliminar o *chattering*. Caso seja muito larga, ocorrerá erro em regime permanente e o projetista deverá, então, inserir o termo integral na variável s .



Fonte: Produção do autor

4.2.2 Análise da Estabilidade

A estabilidade de um sistema não-autônomo é comprovada utilizando a teoria da estabilidade de Lyapunov em conjunto com o Lema de Barbalat (SLOTINE e LI,1991). Em Agostinho (2009), provou-se a estabilidade do controle SMC aplicado a Sistemas de Posicionamento Dinâmico para embarcações flutuantes. O Lema de Barbalat assegura que se a função escalar $V(s, t)$ satisfizer as seguintes condições:

- i. $V(s, t)$ é limitada inferiormente
- ii. $\dot{V}(s, t)$ é negativa semi-definida
- iii. $\dot{V}(s, t)$ é uniformemente contínuo no tempo

então $V(s, t) \rightarrow 0$ para $t \rightarrow \infty$.

A função $V(s, t)$, dada pela Equação (4.19), é chamada de função candidata de Lyapunov e a condição (i) é satisfeita automaticamente por esta definição.

$$V(s, t) = \frac{1}{2}s^2 \quad (4.19)$$

A condição de deslizamento (ou condição de alcançabilidade) é obtida derivando-se a função $V(s, t)$, de acordo com a Equação (4.20):

$$\dot{V}(s, t) = s\dot{s} < 0 \quad (4.20)$$

Porém, a Equação (4.20) é substituída pela condição de alcançabilidade- η (PERRUQUETTI e BARBOT, 2002), ou seja:

$$\dot{V}(s, t) = s\dot{s} \leq -\eta|s| \quad (4.21)$$

sendo esta uma condição mais restritiva e que assegura a convergência de $s \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

A condição (ii) é demonstrada considerando que a lei de controle u é projetada para satisfazer a condição de deslizamento, garantindo que a derivada de $V(s, t)$ será negativa semi-definida, ou seja:

$$\dot{V}(s, t) \leq -\eta|s| \quad (4.22)$$

$$\dot{V}(s, t) = 0 \therefore \dot{V}(s, t) \text{ é negativa semi- definida}$$

Derivando uma única vez a Equação (4.22), obtém-se:

$$\dot{\dot{V}}(s, t) \leq -\eta \frac{d}{dt}|s| \quad (4.23)$$

com

$$\frac{d}{dt}|s| = \begin{cases} +1 & \text{se } s > 0 \\ -1 & \text{se } s < 0 \end{cases}$$

Logo, sendo η uma constante positiva, pode assegurar que $\dot{V}(s, t) \leq -\eta$. Isto implica que $\dot{V}(s, t)$ é limitada, e $\dot{V}(s, t)$ é uniformemente contínua no tempo. Desde que as condições (i), (ii) e (iii) sejam verificadas, o lema garante que $\dot{V}(s, t) \rightarrow 0$ para todas as trajetórias. Finalmente, como $\dot{V}(s, t) \leq -\eta|s|$, pode inferir $\dot{V}(s, t) \rightarrow 0$ é equivalente a $s \rightarrow 0$.

4.2.3 Adaptação da dinâmica de atitude ao controle SMC

A dinâmica que descreve o movimento de atitude do satélite será representada por um sistema não linear e com entradas e saídas acopladas descritas por três equações diferenciais, definidas no conjunto de Equações (3.13), ou seja:

$$\begin{aligned} M_\delta &= I_x \dot{\omega}_\delta - I_{xy} \dot{\omega}_\theta - I_{xz} \dot{\omega}_\psi - a_1 \omega_\theta + a_2 \omega_\psi \\ M_\theta &= -I_{xy} \dot{\omega}_\delta + I_y \dot{\omega}_\theta - I_{yz} \dot{\omega}_\psi + a_1 \omega_\delta + a_3 \omega_\psi \\ M_\psi &= -I_{xz} \dot{\omega}_\delta - I_{yz} \dot{\omega}_\theta + I_z \dot{\omega}_\psi - a_4 \omega_\delta + a_5 \omega_\theta \end{aligned}$$

sendo:

$$\begin{aligned} a_1 &= I_{xz} \omega_\delta + I_{yz} \omega_\theta \\ a_2 &= I_{xy} \omega_\delta + (I_z - I_y) \omega_\theta + I_{yz} \omega_\psi \\ a_3 &= (I_x - I_z) \omega_\delta - I_{xy} \omega_\theta - I_{xz} \omega_\psi \\ a_4 &= I_{xy} \omega_\delta + I_{yz} \omega_\psi \\ a_5 &= (I_y - I_x) \omega_\delta + I_{xy} \omega_\theta + I_{xz} \omega_\psi \end{aligned}$$

em que I_x , I_y e I_z são os momentos de inércia do corpo no eixo principal; I_{xy} , I_{yz} e I_{xz} são os produtos de inércia; M_δ , M_y e M_ψ são os torques aplicados no sistema; ω_δ , ω_θ e ω_ψ são as velocidades angulares e $\dot{\omega}_\delta$, $\dot{\omega}_\theta$ e $\dot{\omega}_\psi$ são as acelerações angulares nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente. Os torques aplicados ao corpo correspondem a uma somatória do torque proveniente dos atuadores e do torque derivado de forças perturbadoras (ou distúrbios) internas ou externas ao sistema. Assim, reescrevendo o sistema acima, tem-se:

$$\begin{aligned} M_\delta^p + M_\delta^d &= I_x \dot{\omega}_\delta - I_{xy} \dot{\omega}_\theta - I_{xz} \dot{\omega}_\psi - a_1 \omega_\theta + a_2 \omega_\psi \\ M_\theta^p + M_\theta^d &= -I_{xy} \dot{\omega}_\delta + I_y \dot{\omega}_\theta - I_{yz} \dot{\omega}_\psi + a_1 \omega_\delta + a_3 \omega_\psi \\ M_\psi^p + M_\psi^d &= -I_{xz} \dot{\omega}_\delta - I_{yz} \dot{\omega}_\theta + I_z \dot{\omega}_\psi - a_4 \omega_\delta + a_5 \omega_\theta \end{aligned} \quad (4.24)$$

sendo M_δ^p , M_θ^p e M_ψ^p os torques provenientes dos atuadores e M_δ^d , M_θ^d e M_ψ^d os torques provenientes das forças perturbadoras, nos eixos de rotação. O

sistema descrito pelas Equações (4.24) é dado em função da aceleração angular, e para aplicar a teoria desenvolvida em Slotine e Li (1991) o projeto do controlador deverá ser reescrito em função da posição e velocidade. Logo, reescrevendo o conjunto de Equações (4.24), tem-se:

$$\begin{aligned}
\dot{\omega}_\delta &= \frac{I_{xy}}{I_x} \dot{\omega}_\theta + \frac{I_{xz}}{I_x} \dot{\omega}_\psi - \frac{1}{I_x} (a_1 \omega_\theta - a_2 \omega_\psi) + \frac{1}{I_x} (M_\delta^p + M_\delta^d) \\
\dot{\omega}_\theta &= \frac{I_{xy}}{I_y} \dot{\omega}_\delta + \frac{I_{yz}}{I_y} \dot{\omega}_\psi - \frac{1}{I_y} (a_1 \omega_\delta + a_3 \omega_\psi) + \frac{1}{I_y} (M_\theta^p + M_\theta^d) \\
\dot{\omega}_\psi &= \frac{I_{xz}}{I_z} \dot{\omega}_\delta + \frac{I_{yz}}{I_z} \dot{\omega}_\theta + \frac{1}{I_z} (a_4 \omega_\delta - a_5 \omega_\theta) + \frac{1}{I_z} (M_\psi^p + M_\psi^d)
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Considerando a seguinte mudança de variáveis:

$$\begin{aligned}
\vec{x} &= [x_\delta \quad x_\theta \quad x_\psi], \\
\vec{\omega} &= \dot{\vec{x}} = [\omega_\delta \quad \omega_\theta \quad \omega_\psi] = [\dot{x}_\delta \quad \dot{x}_\theta \quad \dot{x}_\psi] \\
\dot{\vec{\omega}} &= \ddot{\vec{x}} = [\dot{\omega}_\delta \quad \dot{\omega}_\theta \quad \dot{\omega}_\psi] = [\ddot{x}_\delta \quad \ddot{x}_\theta \quad \ddot{x}_\psi].
\end{aligned}$$

Então, as Equações (4.25) podem ser reescritas como sendo:

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_\delta &= \frac{I_{xy}}{I_x} \ddot{x}_\theta + \frac{I_{xz}}{I_x} \ddot{x}_\psi - \frac{1}{I_x} (A_1 \dot{x}_\theta + A_2 \dot{x}_\psi) + \frac{1}{I_x} (M_\delta^p + M_\delta^d) \\
\ddot{x}_\theta &= \frac{I_{xy}}{I_y} \ddot{x}_\delta + \frac{I_{yz}}{I_y} \ddot{x}_\psi - \frac{1}{I_y} (A_3 \dot{x}_\delta + A_4 \dot{x}_\psi) + \frac{1}{I_y} (M_\theta^p + M_\theta^d) \\
\ddot{x}_\psi &= \frac{I_{xz}}{I_z} \ddot{x}_\delta + \frac{I_{yz}}{I_z} \ddot{x}_\theta + \frac{1}{I_z} (A_5 \dot{x}_\delta - A_6 \dot{x}_\theta) + \frac{1}{I_z} (M_\psi^p + M_\psi^d)
\end{aligned} \tag{4.26}$$

com

$$\begin{aligned}
A_1 &= (I_{xz} \dot{x}_\delta + I_{yz} \dot{x}_\theta) \\
A_2 &= (I_{xy} \dot{x}_\delta + (I_z - I_y) \dot{x}_\theta + I_{yz} \dot{x}_\psi) \\
A_3 &= ((I_x - I_z) \dot{x}_\delta - I_{xy} \dot{x}_\theta - I_{xz} \dot{x}_\psi) \\
A_4 &= (I_{xy} \dot{x}_\delta + I_{yz} \dot{x}_\psi) \\
A_5 &= ((I_y - I_x) \dot{x}_\delta + I_{xy} \dot{x}_\theta + I_{xz} \dot{x}_\psi)
\end{aligned}$$

Definindo as equações que descrevem a superfície deslizante nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente:

$$\begin{aligned}
s_\delta &= \dot{\tilde{x}}_\delta + 2\lambda_\delta \tilde{x}_\delta + \lambda_\delta^2 \int_0^t \tilde{x}_\delta dt \\
s_\theta &= \dot{\tilde{x}}_\theta + 2\lambda_\theta \tilde{x}_\theta + \lambda_\theta^2 \int_0^t \tilde{x}_\theta dt \\
s_\psi &= \dot{\tilde{x}}_\psi + 2\lambda_\psi \tilde{x}_\psi + \lambda_\psi^2 \int_0^t \tilde{x}_\psi dt
\end{aligned} \tag{4.27}$$

sendo \tilde{x}_δ , \tilde{x}_θ e \tilde{x}_ψ os erros de acompanhamento do sistema, ou seja:

$$\begin{aligned}
\tilde{x}_\delta &= x_\delta - x_{\delta d} \\
\tilde{x}_\theta &= x_\theta - x_{\theta d} \\
\tilde{x}_\psi &= x_\psi - x_{\psi d}
\end{aligned} \tag{4.28}$$

com x_δ , x_θ e x_ψ correspondendo as posições atuais do sistema e $x_{\delta d}$, $x_{\theta d}$ e $x_{\psi d}$ as posições desejadas ou sinal de referência. Derivando as Equações (4.27) uma única vez e igualando-as à zero, obtêm-se as correspondentes acelerações:

$$\dot{s}_{\delta\theta\psi} = 0 \tag{4.29}$$

Substituindo as Equações (4.28) nas Equações (4.29) tem-se:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_\delta &= \dot{x}_{\delta d} + 2\lambda_\delta \dot{\tilde{x}}_\delta + \lambda_\delta^2 \tilde{x}_\delta \\
\dot{x}_\theta &= \dot{x}_{\theta d} + 2\lambda_\theta \dot{\tilde{x}}_\theta + \lambda_\theta^2 \tilde{x}_\theta \\
\dot{x}_\psi &= \dot{x}_{\psi d} + 2\lambda_\psi \dot{\tilde{x}}_\psi + \lambda_\psi^2 \tilde{x}_\psi
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Logo, para considerar o termo contínuo da ação de controle devem-se substituir as Equações (4.30) nas Equações (4.27), obtendo:

$$\begin{aligned}
M_\delta^p &= -M_\delta^d - I_{xy}\dot{x}_\theta - I_{xz}\dot{x}_\psi + A_1\dot{x}_\theta - A_2\dot{x}_\psi + (\dot{x}_{\delta d} + 2\lambda_\delta \dot{\tilde{x}}_\delta + \lambda_\delta^2 \tilde{x}_\delta)I_x \\
M_\theta^p &= -M_\theta^d - I_{xy}\dot{x}_\delta - I_{yz}\dot{x}_\psi + A_1\dot{x}_\delta + A_3\dot{x}_\psi + (\dot{x}_{\theta d} + 2\lambda_\theta \dot{\tilde{x}}_\theta + \lambda_\theta^2 \tilde{x}_\theta)I_y \\
M_\psi^p &= -M_\psi^d - I_{xz}\dot{x}_\delta - I_{yz}\dot{x}_\theta - A_4\dot{x}_\delta + A_5\dot{x}_\theta + (\dot{x}_{\psi d} + 2\lambda_\psi \dot{\tilde{x}}_\psi + \lambda_\psi^2 \tilde{x}_\psi)I_z
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Por fim, deve-se incluir nas Equações (4.31) o termo descontínuo da ação de controle, dado pelas Equações (4.17), obtendo:

$$\begin{aligned}
M_{\delta}^p &= -M_{\delta}^d - I_{xy}\ddot{x}_{\theta} - I_{xz}\ddot{x}_{\psi} + A_6 - k_{\delta}\text{sat}(s_{\delta}/\phi_{\delta}) \\
M_{\theta}^p &= -M_{\theta}^d - I_{xy}\ddot{x}_{\delta} - I_{yz}\ddot{x}_{\psi} + A_7 - k_{\theta}\text{sat}(s_{\theta}/\phi_{\theta}) \\
M_{\psi}^p &= -M_{\psi}^d - I_{xz}\ddot{x}_{\delta} - I_{yz}\ddot{x}_{\theta} + A_8 - k_{\psi}\text{sat}(s_{\psi}/\phi_{\psi})
\end{aligned} \tag{4.32}$$

com

$$\begin{aligned}
A_6 &= A_1\dot{x}_{\theta} - A_2\dot{x}_{\psi} + (\ddot{x}_{\delta d} + 2\lambda_{\delta}\dot{\tilde{x}}_{\delta} + \lambda_{\delta}^2\tilde{x}_{\delta})I_x \\
A_7 &= A_1\dot{x}_{\delta} + A_3\dot{x}_{\psi} + (\ddot{x}_{\theta d} + 2\lambda_{\theta}\dot{\tilde{x}}_{\theta} + \lambda_{\theta}^2\tilde{x}_{\theta})I_y \\
A_8 &= -A_4\dot{x}_{\delta} + A_5\dot{x}_{\theta} + (\ddot{x}_{\psi d} + 2\lambda_{\psi}\dot{\tilde{x}}_{\psi} + \lambda_{\psi}^2\tilde{x}_{\psi})I_z
\end{aligned}$$

Não se tem exatamente o modelo matemático completo desse distúrbio e, portanto, deve ser estimado. Logo:

$$\begin{aligned}
M_{\delta}^p &= -\widehat{M}_{\delta}^d - I_{xy}\ddot{x}_{\theta} - I_{xz}\ddot{x}_{\psi} + A_6 - k_{\delta}\text{sat}(s_{\delta}/\phi_{\delta}) \\
M_{\theta}^p &= -\widehat{M}_{\theta}^d - I_{xy}\ddot{x}_{\delta} - I_{yz}\ddot{x}_{\psi} + A_7 - k_{\theta}\text{sat}(s_{\theta}/\phi_{\theta}) \\
M_{\psi}^p &= -\widehat{M}_{\psi}^d - I_{xz}\ddot{x}_{\delta} - I_{yz}\ddot{x}_{\theta} + A_8 - k_{\psi}\text{sat}(s_{\psi}/\phi_{\psi})
\end{aligned} \tag{4.33}$$

O controlador aqui projetado será robusto a imprecisões na avaliação do sistema. Estas imprecisões devem-se aos erros de modelagem e aos esforços provocados pelas perturbações. Não serão considerados erros nos demais termos das Equações (4.33), pois dependem apenas da inércia do sistema e das posições e velocidades angulares do corpo em questão. Os parâmetros λ_i são constantes positivas e definidas pela projetista. Os parâmetros ϕ_i são sintonizados de forma a eliminar o *chattering*. Os ganhos k_i são calculados de acordo com as estimativas do erro de modelagem e as imprecisões nas forças e momentos devido às perturbações. Para satisfazer a condição de deslizamento, estes ganhos são definidos da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
k_{\delta} &\geq \eta_{\delta} + |1/I_x|\max |M_{\delta}^d - \widehat{M}_{\delta}^d| \\
k_{\theta} &\geq \eta_{\theta} + |1/I_y|\max |M_{\theta}^d - \widehat{M}_{\theta}^d| \\
k_{\psi} &\geq \eta_{\psi} + |1/I_z|\max |M_{\psi}^d - \widehat{M}_{\psi}^d|
\end{aligned} \tag{4.34}$$

4.3 Controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

A maioria absoluta dos controladores empregados em processos industriais é baseada em algoritmos PID. Os primeiros algoritmos PID eram projetados por meio de sistemas hidráulicos ou pneumáticos, tendo evoluído depois para eletrônica analógica e atualmente projetados digitalmente por meio de microprocessadores. Até os dias atuais, os controladores PID são utilizados em grande escala devido ao seu desempenho em uma ampla gama de condições de funcionamento e por outra parte devido à sua simplicidade funcional, que permite aos engenheiros operá-los de uma forma simples e direta. Como o nome sugere, o algoritmo PID é composto por três termos, ou seja:

$$u(t) = u_p(t) + u_I(t) + u_D(t) \quad (4.35)$$

onde os termos se referem às parcelas proporcional (P), integral (I) e derivativo (D), respectivamente. De acordo com Ogata (2009), matematicamente, estas parcelas são dadas pelas Equações (4.36):

$$u_p(t) = K_P e(t)$$
$$u_I(t) = K_I \int e(t) dt = \frac{K_P}{T_i} \int e(t) dt \quad (4.36)$$

$$u_D(t) = K_D \dot{e}(t) = K_P T_D \dot{e}(t)$$

sendo K_P , K_D , K_I , T_i e T_D denominados ganho do controle proporcional, ganho derivativo, ganho integral, tempo integral e tempo derivativo, respectivamente. Logo, a equação total do controlador no domínio do tempo é dada por:

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_D \dot{e}(t) \right) \quad (4.37)$$

sendo k_p , T_i e T_D considerados parâmetros do controle, cujo ajuste será discutido adiante. As características de cada termo do controle PID são abordadas a seguir.

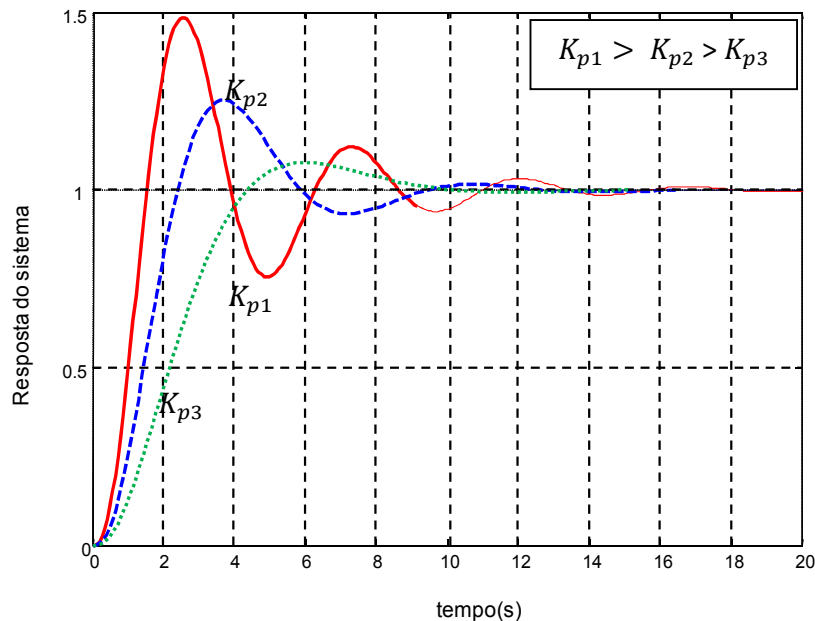
4.3.1 Controle Proporcional

A concepção mais elementar de um controlador corresponde ao controle proporcional. Neste caso, a saída do controlador é proporcional ao sinal de erro, conforme Equação (4.36). O ganho do controlador K_p , é adimensional e define o quanto a variável de controle deve variar em relação a uma variação unitária do sinal de erro.

Em geral, o aumento do ganho K_p do controlador tende a produzir uma resposta mais rápida, mas valores elevados do ganho podem provocar oscilações excessivas na resposta ou mesmo causar a instabilidade do sistema.

A maior desvantagem do controle proporcional é a dificuldade de eliminar erros estacionários que surgem após uma mudança do sinal de referência ou a presença de uma perturbação constante na saída (OGATA,1998). Uma forma de eliminar este problema é usar um termo integral. A Figura 4.7 ilustra o influencia do ganho proporcional na resposta do sistema.

Figura 4.7 – Influência do ganho proporcional na resposta do sistema



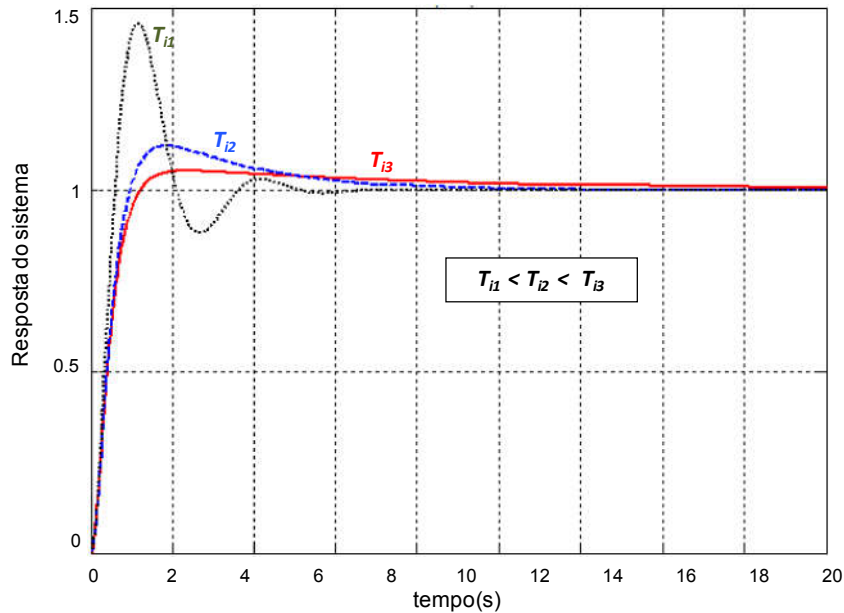
Fonte: Produção do autor

4.3.2 Controle Integral

A ação de controle integral é responsável por eliminar o erro estacionário do sistema e dificilmente é utilizada sozinha. Porém, o aumento da parcela integral no controle PID pode ser responsável por respostas oscilatórias e, portanto, desestabilizando o sistema. Tais oscilações podem ser reduzidas por meio da sintonia apropriada do controlador ou inserindo a ação derivativa.

A Figura 4.8 ilustra a influência do parâmetro T_i na resposta de um sistema de segunda ordem a uma entrada do tipo degrau unitário. Para valores elevados de T_i ($T_i \rightarrow \infty$), a ação proporcional predomina na resposta do sistema. Observa-se que, neste caso, existe um erro em regime permanente. À medida que o valor de T_i diminui, a ação integral predomina sobre a ação proporcional e a resposta tende a se aproximar mais rapidamente da referência, ou seja, o erro em regime tende a ser anulado mais rapidamente. Diminuindo-se excessivamente T_i observa-se que a resposta começa a ficar mais oscilatória tendendo a instabilidade.

Figura 4.8 - Influência do tempo integral na resposta do sistema



Fonte: Produção do autor

4.3.3 Controle Derivativo

A ação derivativa sempre é usada em conjunto com um controlador proporcional ou proporcional-integral. Ela tem a função de "antecipar" a ação de controle a fim de que o sistema reaja rapidamente, diminuindo o erro estacionário, e estabilizando. Além disso, melhora a resposta dinâmica do sistema, diminuindo o tempo de acomodação. No entanto, se a medida da saída contém ruído, isto é, se ela contém componentes flutuantes de alta frequência, então a derivada da variável medida amplifica consideravelmente o ruído, a menos que a medida seja previamente filtrada. Um inconveniente com esta estrutura surge durante variações bruscas no valor de referência e, portanto, no erro. Neste caso, o termo derivativo tende a se tornar muito grande, provocando uma "sobrecarga" no controlador.

A Tabela 4.1 contém, de forma resumida, o comportamento do sistema mediante ao aumento dos parâmetros do controle PID.

Tabela 4.1- Parâmetros de desempenho do controle PID

Ganhos do Controle	t_r	M_p	t_s	e_{ss}
Proporcional	Diminui	Aumenta	Sem Alteração	Diminui
Integral	Diminui	Aumenta	Aumenta	Elimina
Derivativo	Sem Alteração	Diminui	Diminui	Sem Alteração

Fonte: Dorf e Bishop (2011)

4.3.4 Critério de Ajuste dos Parâmetros do Controle PID

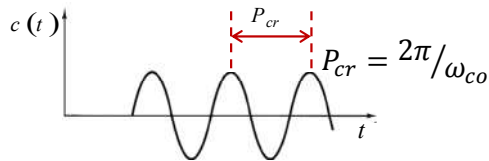
Após definir a planta do processo e projetado o controle PID a etapa seguinte consiste em obter os ganhos para esse controle até que o desempenho do sistema seja satisfatório. Na prática há alguns métodos para ajustar os ganhos do controle PID baseados no modelo matemático do sistema ou mesmo na resposta em frequência (OGATA, 2009), a saber:

- Métodos de Ziegler-Nichols:
 - Método da Curva de Reação
 - Método da resposta em Frequência

- Métodos Analíticos
- Alocação de Pólos
- Ajuste Manual

Para ajustar os parâmetros do controle PID, considerou-se o método do período crítico de Ziegler-Nichols. Neste método deve-se colocar o sistema em malha fechada e usar apenas o controlador proporcional. Em seguida aplica-se variação em degrau na referência e vai-se aumentando o ganho do controlador até se obter na saída uma resposta oscilatória, conforme a Figura 4.9. A frequência de oscilação é denominada frequência crítica ω_{co} . Assim, os valores do ganho crítico K_{cr} e do período crítico P_{cr} podem ser calculados. Os ganhos do controlador PID são então calculados, a partir dos valores de K_{cr} e P_{cr} , usando as relações de Ziegler-Nichols que constam na Tabela 4.2 (OGATA, 2009).

Figura 4.9 - Oscilação constante com período P_{cr}



Fonte: Adaptado de Ogata (2009)

Tabela 4.2 – Regra de sintonia de Ziegler e Nichols baseado no ganho crítico e do período crítico

Controle	K_p	T_i	T_D
P	$0,50K_{cr}$	Infinito	0
PI	$0,45K_{cr}$	$P_{cr}/1,2$	0
PID	$0,60K_{cr}$	$P_{cr}/2,0$	$P_{cr}/8,0$

Fonte: Ogata (2009)

Porém, este método deve ser usado com cuidado, pois os resultados nem sempre são satisfatórios. Dependendo da aplicação, o sobressinal resultante desses ajustes de ganhos pode ser insatisfatório para mudanças de referência, conforme descrito em Raut e Vaishnav (2014). Neste caso, recomenda-se

utilizar o método de Ziegler-Nichols modificado, com os ajustes indicados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Método de Ziegler e Nichols modificado

Método	K_p	T_I	T_D
Ziegler-Nichols original	$0,60K_{cr}$	$P_{cr}/2,0$	$P_{cr}/8,0$
Com sobressinal	$0,33K_{cr}$	$P_{cr}/2,0$	$P_{cr}/3,0$
Sem sobressinal	$0,20K_{cr}$	$P_{cr}/2,0$	$P_{cr}/3,0$

Fonte: Raut e Vaishnav (2014)

5 MODELO MATEMÁTICO DO MOVIMENTO DE UM LÍQUIDO

Este capítulo apresenta uma breve introdução à teoria do movimento de líquidos em reservatórios, denominado *sloshing*. Dodge (2000) e Ibrahim (2005) abordaram esse assunto em seus respectivos livros, usando o conceito de mecânica dos fluidos e a teoria de ondas estacionárias para definir uma expressão que descrevesse o comportamento do líquido em movimento, considerando o formato do tanque.

Porém, tal abordagem torna-se complexa e, à priori, a ideia do trabalho é propor uma abordagem mais simplista sobre o assunto. Assim, o presente trabalho propõe abordar o assunto por meio de três formulações distintas. A primeira formulação será baseada na abordagem lagrangiana, aplicada em diversos trabalhos acadêmicos. A segunda formulação será a newtoniana, mencionada por Dodge (2000), e a terceira abordagem será baseada na teoria das colisões entre partículas.

5.1 Introdução

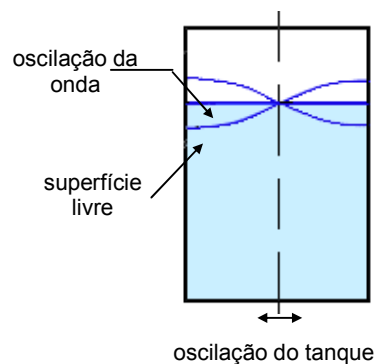
No âmbito da mecânica dos fluidos, um fenômeno de particular interesse é o estudo da geração de ondas em meios confinados. Defini-se *sloshing* como o movimento da superfície livre do líquido no interior de um reservatório. A sua agitação dentro do reservatório pode gerar ondas extremamente energéticas. O *sloshing* pode ser causado por qualquer distúrbio externo e dependendo da intensidade dessa força e da forma do reservatório, a superfície líquida livre apresenta movimentos e características distintas: plano, não plano, rotacional, pulsante irregular, simétrico, assimétrico, quase periódico e caótico.

O *sloshing* é de interesse em diversas áreas de pesquisas: engenharia naval, aeroespacial e automotiva, por exemplo. Satélites, foguetes, caminhões tanques, aviões e navios podem, sob certas circunstâncias, estarem sujeitos a cargas harmônicas de alta amplitude provenientes do *sloshing*, podendo alcançar ressonância. Tais modos de ondas, quando refletidas nas paredes do reservatório, impõem forças hidrodinâmicas que podem gerar um efeito desestabilizante. Esta interação entre fluido e a estrutura pode causar a ruptura do reservatório, instabilidade e perda de manobra em veículos que transportam

líquidos. No caso dos satélites, o *sloshing* requer cuidadosa análise, pois além de dissipar energia interna no veículo ocasiona problemas de estabilidade, alterando as propriedades de inércia.

De acordo com Dodge (2000), o *sloshing* é caracterizado por uma onda estacionária formada na superfície do líquido quando um tanque parcialmente cheio oscila como mostrado na Figura 5.1. O principal efeito dinâmico do *sloshing* em um tanque é a oscilação do centro de massa do líquido e o movimento da onda tem uma frequência natural que depende da forma do tanque e da aceleração da gravidade ou da aceleração axial do tanque. Na Figura 5.1 pode-se observar que a onda de *slosh* tem um pico e um vale. Neste caso a onda é chamada de onda fundamental e tem a frequência natural mais baixa, esta frequência é também chamada de modo 1 ou modo fundamental. Podem ocorrer ainda ondas com dois ou mais picos ou vales o que indica frequências naturais maiores, também chamadas de modos de ordem superior.

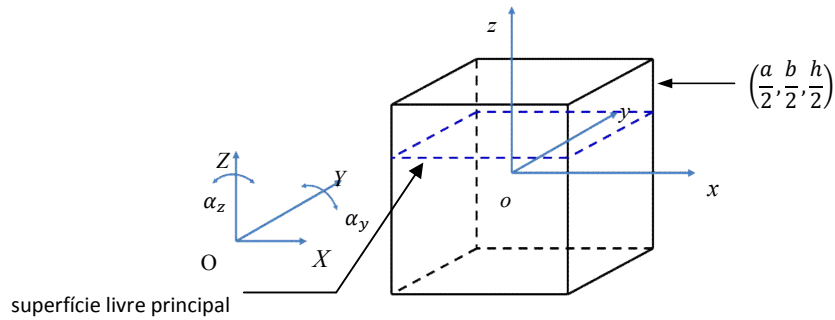
Figura 5.1 – Ilustração do fenômeno de *sloshing*



Fonte: Adaptada de Dodge (2000)

A fim de obter uma relação entre a frequência natural e modo de oscilação do fluido, Dodge (2000) apresentou uma abordagem matemática para o fluido ideal sem viscosidade, em um tanque rígido. Nesta abordagem, é adotado um sistema de coordenadas inercial X, Y, Z e um sistema de coordenadas x, y, z fixo em um tanque de dimensão $(a/2, b/2, h/2)$, conforme ilustrado na Figura 5.2. Considerando o tanque retangular sem excitação (estacionário), chegou-se à seguinte expressão para as frequências naturais ω_n (DODGE, 2000):

Figura 5.2 - Sistema de coordenadas para a obtenção das equações do *sloshing*



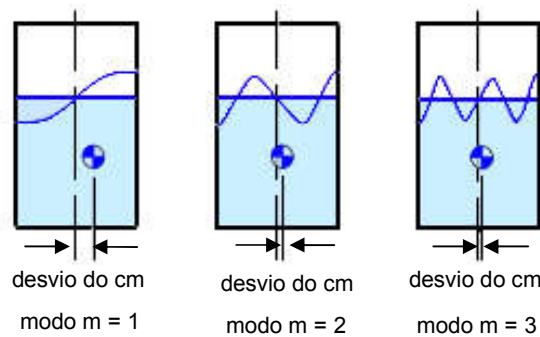
Fonte: Adaptada de Dodge (2000)

$$\omega_n^2 = \pi(2m - 1) \left(\frac{g}{a}\right) \tanh \left[\pi(2m - 1) \left(\frac{h}{a}\right) \right] \quad (5.1)$$

com m indicando que ω_n depende do número do modo m . A frequência diminui à medida que a profundidade h diminui ou a largura a do tanque aumenta. O modo $m = 1$ tem a mais baixa de todas as frequências naturais.

A Figura 5.3 mostra o deslocamento relativo do centro de massa do líquido para as três primeiras formas de ondas assimétricas. O deslocamento do centro de massa para o modo fundamental $m = 1$ é substancialmente maior que os outros modos para a mesma amplitude máxima da onda. Uma vez que a oscilação do centro de massa é a fonte das forças e torques induzidos pelo *sloshing*, a onda para $m = 1$ produz muito mais força e torque do que qualquer outro modo.

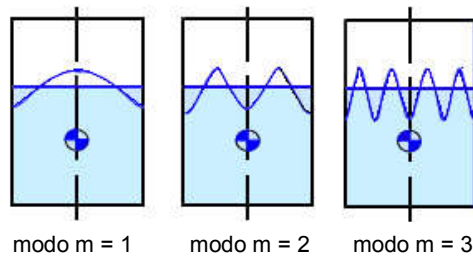
Figura 5.3 – Formas de ondas do *sloshing* para os três primeiros modos assimétricos para um tanque retangular.



Fonte: Adaptada de Dodge (2000)

A Figura 5.4 ilustra as primeiras formas de ondas simétricas que, como pode ser observado, não provocam deslocamento do centro de massa do líquido para qualquer um destes modos, não produzindo forças ou torques laterais.

Figura 5.4 – Deslocamento do centro de massa do fluido para os três primeiros modos simétricos para um tanque retangular.



Fonte: Adaptada de Dodge (2000)

De acordo com Ibrahim (2005), quanto menor essa frequência, menor o modo de vibração e maior o deslocamento de massa líquida do sistema. Por essa razão, os primeiros modos de vibração são os mais estudados. Quanto menor a sua frequência, maior é o efeito de *sloshing*, e quanto maior é sua frequência menor é o efeito de *sloshing* (DODGE, 2000). O movimento de líquido dentro de reservatórios tem um número infinito de frequências naturais, porém os modos mais baixos de vibração são os mais excitados pelo movimento de um veículo e, por isso, são comumente estudados (DODGE, 2000). Em satélites, para se evitar problemas maiores provocados pela atuação do *sloshing*, recomenda-se que as frequências do sistema de controle, as frequências da estrutura elástica do veículo e as frequências do *sloshing* do fluido sejam completamente distintas, caso contrário pode haver ressonância.

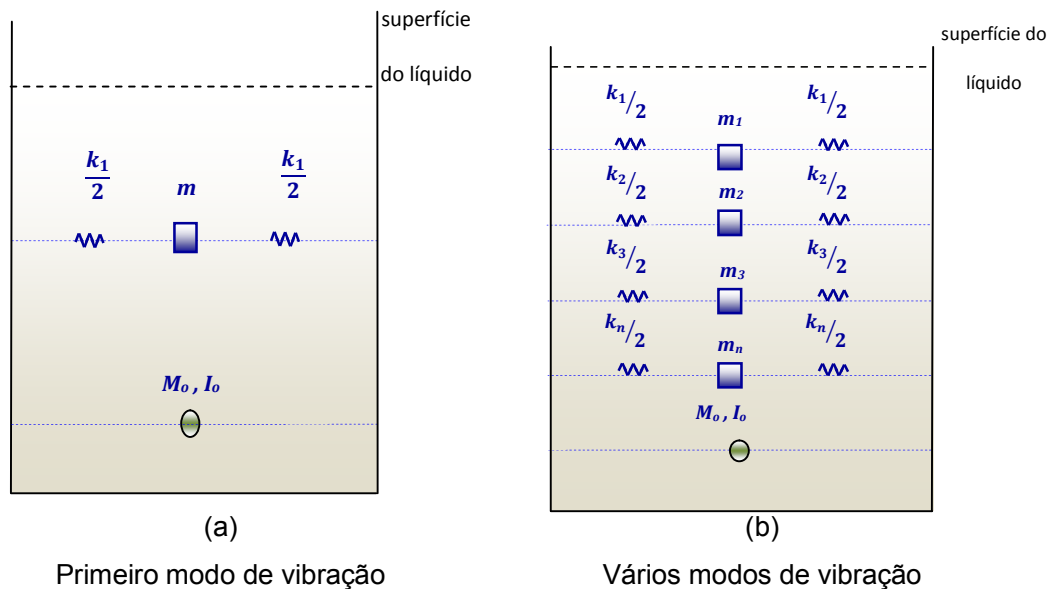
Conforme Ibrahim (2005), o formato do tanque influencia o sentido do fluxo do fluido. Em tanques retangulares cuja medida da sua largura for muito menor que seu comprimento, o movimento do *sloshing* é normalmente descrito considerando-se um ou os dois sentidos do fluxo do fluido. No caso de tanques esféricos ou cilíndricos a dinâmica do *sloshing* é normalmente descrita nas três dimensões do fluxo do fluido.

De acordo com Ibrahim (2005), o problema básico do *sloshing* restringiu-se na estimativa da distribuição da pressão hidrodinâmica, forças, momentos e

frequências naturais da superfície livre do líquido. Estes parâmetros têm um efeito direto na estabilidade dinâmica e desempenho dos sistemas em movimento. Porém, devido a sua complexidade, a dinâmica do *sloshing* é usualmente representada por modelos mecânicos análogos que descrevem o comportamento do fenômeno, podendo definir as ações e reações devido a forças e torques atuantes no sistema. A principal vantagem em se optar por um modelo mecânico equivalente é a sua simplificação nas equações do movimento, comparada com as equações dinâmicas do fluido (IBRAHIM, 2005). Estes modelos análogos mecânicos podem ser do tipo: massa-mola, pêndulo ou a combinação dos dois, em que a massa representa a quantidade de líquido deslocado para um dado modo de vibração do *sloshing*.

Para os sistemas representados pela Figura 5.5, cada conjunto de massa-mola representa um modo de vibração. Assim a Figura 5.5 (a) representa o primeiro modo ($m = 1$) de vibração do *sloshing*. As variáveis k (constante elástica) e m (massa do líquido em deslocamento), são referentes ao movimento de *sloshing*, M_o e I_o (massa do corpo rígido e seu momento de inércia, respectivamente). Por analogia, a Figura 5.5 (b) representa $m = 4$ modos de vibração (IBRAHIM, 2005).

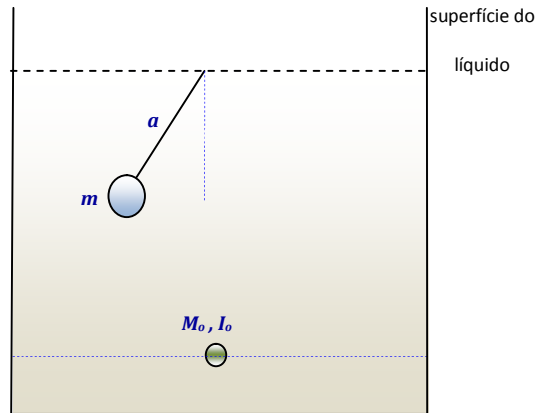
Figura 5.5 – Sistema análogo tipo massa e mola



Fonte: Produção do autor

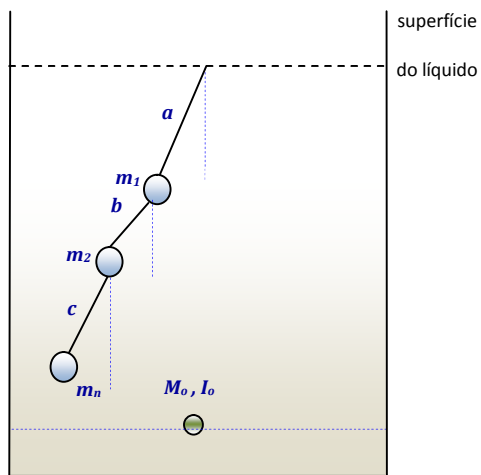
A Figura 5.6 ilustra o sistema análogo mecânico tipo pêndulo, em que a massa m representa a massa deslocada do primeiro modo do movimento e a é o braço do pêndulo. A Figura 5.7 representa o modo de vibração $m = 3$ nessa configuração.

Figura 5.6 – Sistema análogo tipo pêndulo



Fonte: Produção do autor

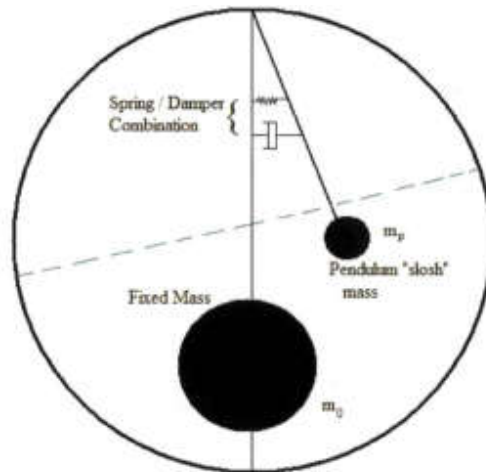
Figura 5.7 – Sistema de um pêndulo para vários modos de vibração



Fonte: Produção do autor

Para estudar o movimento de um líquido dentro do tanque em foguetes, Marsell et al. (2000) adotaram um modelo mecânico análogo tipo pêndulo associado a mola-amortecedor, conforme ilustra Figura 5.8.

Figura 5.8 – Sistema de um pêndulo e mola-amortecedor



Fonte: Marsell et al. (2000)

Porém, há uma situação em que o comportamento do líquido é caótico e o conceito sobre modos de vibrações não se aplica. Essa situação refere-se ao comportamento do líquido em microgravidade. Nessa situação a força sobre o líquido diminui e seu volume assume qualquer posição no reservatório. Ou seja, sob microgravidade as forças de tensão superficial começam predominar em relação à força gravitacional e o movimento do líquido no espaço tende a ter um comportamento caótico, sem a presença de uma superfície livre definida.

Sidi (1997) menciona que ao definir um modelo análogo mecânico para o movimento do líquido, deve-se considerar:

- a) Pequenos deslocamentos, pequenas velocidades e pouco escoamento do líquido na superfície livre;
- b) Tanque rígido;
- c) Fluido pouco viscoso, incompressível e homogêneo;

d) Campo de fluxo não rotacional.

Assim, o modelo da dinâmica do *sloshing* pode ser próximo ao modelo de um sistema mecânico composto por massa-mola ou por pêndulos (ABRAMSON, 1966).

De acordo com Abramson (1966) os parâmetros dos modelos análogos mecânicos dependem dos parâmetros geométricos do tanque e das características físico-químicas do fluido usado. Para o modelo análogo massa-mola ilustrado na Figura 5.5 (a) a frequência de vibração do líquido é dado pela Equação (5.2):

$$\omega_{osc} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.2)$$

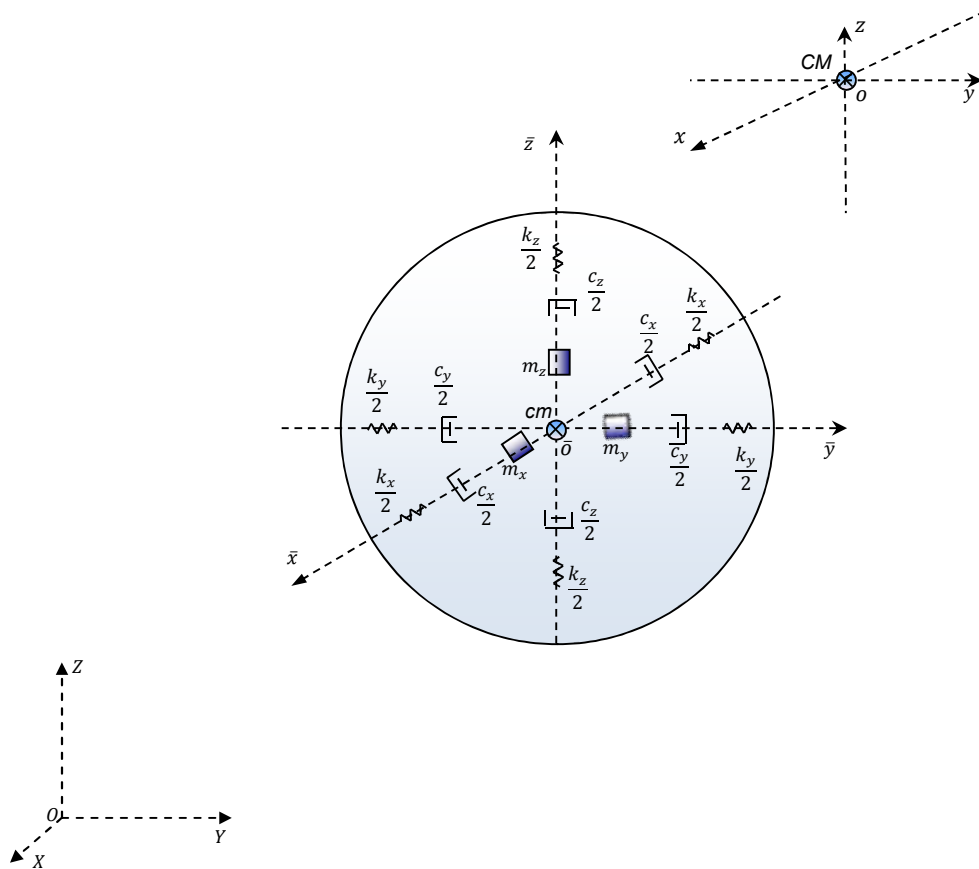
Para o modelo análogo mecânico ilustrado na Figura 5.6 a frequência de vibração do líquido é dado pela Equação (5.3)

$$\omega_{osc} = \sqrt{\frac{g}{a}} \quad (5.3)$$

5.2 Apresentação do modelo do *sloshing*

Conforme mencionado na seção anterior, a presente pesquisa visa além da avaliação da técnica de controle SMC, comparar os modelos matemáticos para *sloshing* obtidos por meio de técnicas distintas. Para tanto, o movimento do fluido será representado por três sistemas massa-mola-amortecedor fixo nos eixos de coordenadas no tanque, conforme ilustra a Figura 5.9, e a massa do sistema encontra-se em seu centro de massa.

Figura 5.9 – Modelo mecânico do *sloshing* com vibração em três eixo



Fonte: Produção do autor

Os termos m_i , k_i e c_i , com $i = x, y, z$, corresponde a massa, constante da mola e constante do amortecedor em cada eixo de coordenada do tanque. Para simplificar o modelo, admi-ti-se que as massas nos três eixos de coordenadas, bem como as constantes das molas e amortecedores sejam iguais, ou seja: $m_x = m_y = m_z = m$, $k_x = k_y = k_z = k$ e $c_x = c_y = c_z = c$. Assim, de acordo

com o esquemático, o líquido se deslocará nos três eixos de coordenadas do tanque. O sistema será submetido à ação de uma força excitadora que provocará o deslocamento dessas massas nos eixos de coordenadas fixo ao tanque (\overline{oxyz}), e atuará como agente perturbador na malha de controle do movimento de atitude do satélite exigindo a atuação do controle SMC no apontamento do mesmo. O sistema de coordenadas $oxyz$ e $OXYZ$ são, respectivamente, fixos no centro de massa do satélite e da Terra. A primeira técnica a ser abordada é a formulação newtoniana, descrita na Seção 5.2.1. A segunda técnica é a lagrangiana, descrita na Seção 5.2.2. E por último, a Seção 5.2.3, discutirá um modelo obtido através da teoria da colisão entre corpos.

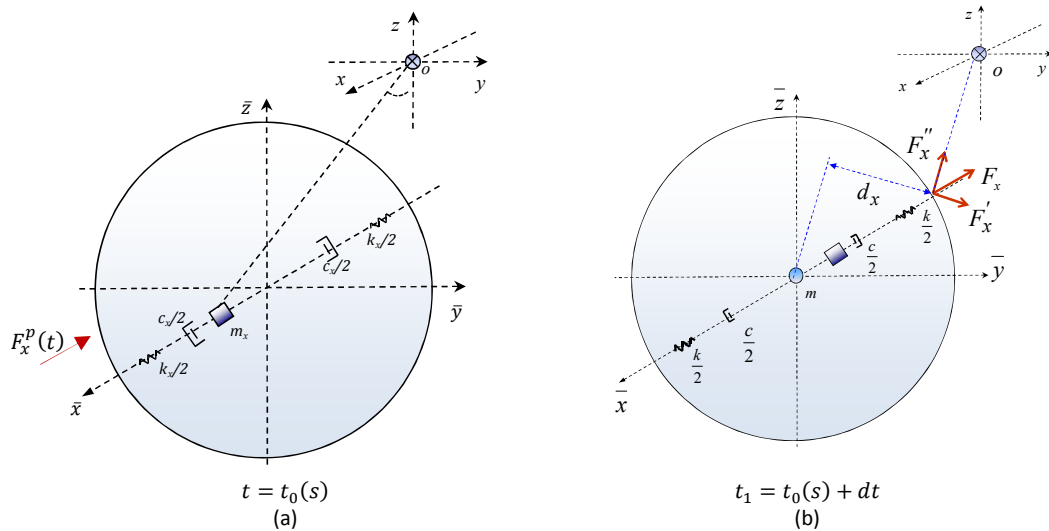
5.2.1 Formulação newtoniana para o movimento de partícula

A mecânica da partícula formulada por Isaac Newton (1642-1727) se fundamenta em três leis conhecidas como as leis de Newton. Em sua teoria, Newton considerava a força como um agente, que atuando sobre uma partícula, fosse capaz de alterar o seu estado de movimento. Logo, estando uma partícula em repouso, esta sairia desse estado somente se uma força externa atuasse sobre ela. Assim, a primeira lei de Newton diz: “Cada partícula permanece em seu estado de repouso, ou em movimento retilíneo e uniforme, a não ser que forças externas atuem sobre ela”. Tal lei pode ser enunciada em sua forma mais moderna como a lei da conservação do *momentum* ou quantidade de movimento. Assim tem-se a segunda lei de Newton, ou o princípio do *momentum* linear, como também é chamada, e pode ser assim enunciada: “A soma das forças que atuam sobre uma partícula é igual à derivada temporal do seu *momentum* linear”. Por fim, a terceira Lei de Newton, conhecida como a Lei da Ação e Reação, se refere a dois corpos em interação, relacionando as forças estabelecidas entre eles (HALLIDAY, 1993).

De acordo com estas leis, uma vez conhecidas as forças que atuam sobre um dado corpo, sua posição e sua velocidade em um dado instante de tempo, é possível determinar o seu comportamento mecânico (ou seja, a posição, velocidade e aceleração) em qualquer outro instante. Baseado nesses

princípios e nos enunciados das Leis de Newton pensou-se em desenvolver um simulador para o modelo proposto na seção anterior (Figura 5.9). Assim, supondo que no instante t_0 uma força perturbadora (F_x^p) seja aplicada na direção do eixo \bar{ox} (Figura 5.10), provocando o deslocamento da massa m do fluido. No instante seguinte (t_1), pelo princípio da ação e reação, as molas sofrem um deslocamento \bar{x} , provocando a oscilação do fluido, e os amortecedores tentam reduzir o impacto da força perturbadora sobre o sistema. Assim, duas outras forças atuam na massa m : a força mola (F_x^m) e a força amortecedora (F_x^a). O sistema massa-mola-amortecedor ao se deslocar produzirá uma rotação no centro de massa do satélite e, portanto, um torque no mesmo. Nos instantes seguintes o processo se repete. Trata-se, então, de um sistema com apenas um grau de liberdade, pois a coordenada \bar{x} é suficiente para descrever o movimento do sistema no eixo.

Figura 5.10 – Representação do movimento do líquido no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

Sabe-se que a taxa de variação da quantidade de movimento de uma partícula ao longo do tempo é igual à força resultante que atua sobre a partícula e possui a mesma direção e o mesmo sentido dessa força. Matematicamente, tem-se:

$$\sum F_x = \dot{p}_x \quad (5.4)$$

em que $p_x = m\dot{x}$ e $\sum F_x$ são, respectivamente a quantidade de movimento da partícula e soma das forças que atuam sobre a partícula massa m no eixo \bar{ox}

do tanque. Desenvolvendo a Equação (5.4) e desconsiderando a variação de massa ao longo do tempo:

$$\sum F_x = m\ddot{x} \quad (5.5)$$

Logo, o movimento de translação no eixo de rolamento é descrito pela Equação (5.6):

$$F_x^p + 2F_x^m + 2F_x^a = m\ddot{x} \quad \Rightarrow \quad F_x^p + k\bar{x} + c\dot{\bar{x}} = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = \frac{c}{m}\dot{\bar{x}} + \frac{k}{m}\bar{x} + \frac{1}{m}F_x^p \quad (5.6)$$

Ao movimentar a massa m_x no eixo no eixo de rolamento um torque N_x é gerado no centro de massa do satélite. Esse torque atuará como um elemento perturbador na malha de controle do sistema e o controle SMC será responsável por eliminar os possíveis erros no apontamento do satélite. A equação que descreve o movimento é dada por:

$$N_x = F'_x d_x \quad \text{e} \quad I_x \dot{\omega}_x = F'_x d_x$$

$$\dot{\omega}_x = \frac{F'_x d_x}{I_x} \quad (5.7)$$

sendo $\dot{\omega}_x$ a aceleração angular do satélite, d_x a distância entre os centros de massa do satélite e do tanque, I_x a inércia no eixo de rolamento e F'_x a componente tangencial de F_x responsável pelo torque N_x no centro de massa do satélite. Por analogia, as equações diferenciais que descrevem o movimento de translação no eixo de arfagem e guinada são representadas, respectivamente, por:

$$\ddot{y} = \frac{c}{m_y}\dot{y} + \frac{k}{m_y}y + \frac{1}{m_y}F_y^p \quad (5.8)$$

$$\ddot{z} = \frac{c}{m_z}\dot{z} + \frac{k}{m_z}z + \frac{1}{m_z}F_z^p \quad (5.9)$$

O movimento rotacional em ambos os eixos são descritos por:

$$\dot{\omega}_y = \frac{F'_y d_y}{I_y} \quad \text{e} \quad \dot{\omega}_z = \frac{F'_z d_z}{I_z} \quad (5.10)$$

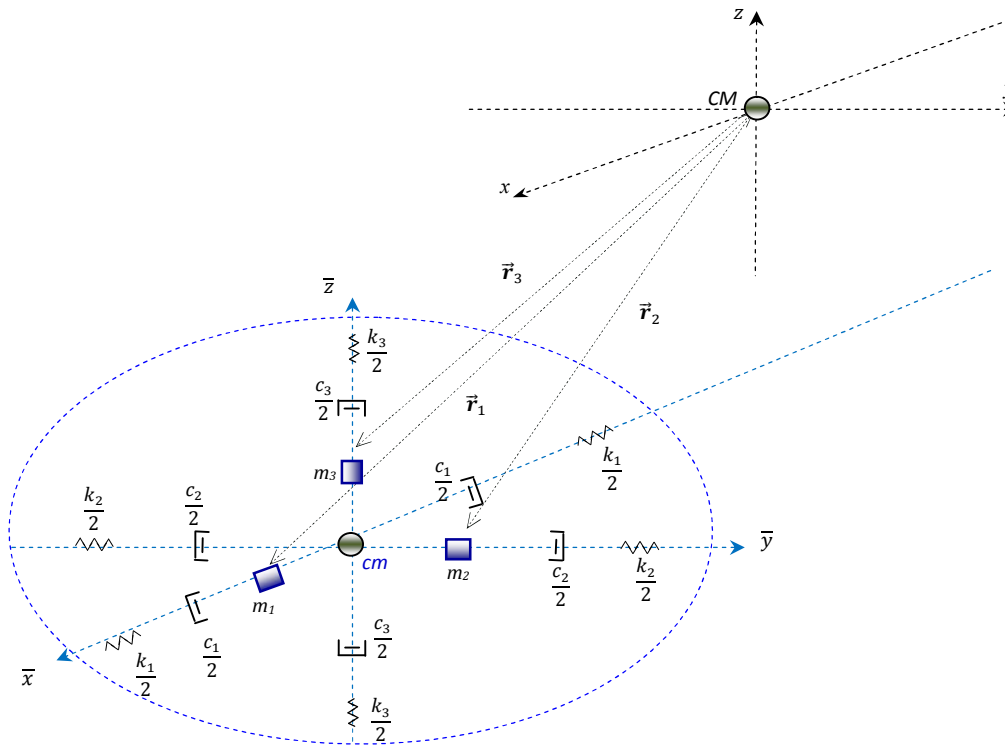
sendo $\dot{\omega}_y$ e d_y a aceleração angular do satélite em y e a distância entre os centros de massa do satélite e do tanque para esse eixo, respectivamente; $\dot{\omega}_z$

e d_z a aceleração angular do satélite em z e a distância entre os centros de massa do satélite e do tanque para esse eixo, respectivamente; I_x e I_y a inércia nos eixos de arfagem e guinada, respectivamente; F'_y a componente tangencial de F_y responsável pelo torque N_y no centro de massa do satélite e F'_z a componente tangencial de F_z responsável pelo torque N_z no centro de massa do satélite.

5.2.2 Aplicação da teoria lagrangiana ao movimento do líquido

Nesta seção será aplicada a formulação lagrangiana ao movimento do líquido. A teoria de Lagrange para coordenadas quase generalizadas e para coordenadas generalizadas encontra-se no ANEXO A. A Figura 5.11 equivale ao modelo ilustrado pela Figura 5.9, com os vetores posição para cada eixo de coordenadas. Para simplificação, consideraram-se os eixos \bar{z} e z coincidentes.

Figura 5.11 – Representação em três eixos do modelo mecânico



Fonte: Produção do autor.

Os vetores posição \vec{r}_1 , \vec{r}_2 e \vec{r}_3 em relação ao centro de massa do satélite são dados por:

$$\vec{r}_1 = \bar{x}\hat{i} - z\hat{k} \quad \vec{r}_2 = \bar{y}\hat{j} - z\hat{k} \quad \vec{r}_3 = (z - \bar{z})\hat{k} \quad (5.11)$$

A velocidade linear do sistema em relação ao centro de massa do satélite é definida como sendo:

$$\vec{v}_i = \dot{\vec{r}}_i + \vec{\omega} \times \vec{r}_i \quad (5.12)$$

com $\vec{\omega}$ sendo o vetor velocidade angular. Logo:

$$\begin{aligned} \vec{v}_1 &= (\dot{\bar{x}} - z\omega_y)\hat{i} + (z\omega_x + \bar{x}\omega_z)\hat{j} - \bar{x}\omega_y\hat{k} \\ \vec{v}_2 &= (-z\omega_y - \bar{y}\omega_z)\hat{i} + (\dot{\bar{y}} + z\omega_x)\hat{j} + \bar{y}\omega_x\hat{k} \\ \vec{v}_3 &= (z - \bar{z})\omega_y\hat{i} + (-z + \bar{z})\omega_x\hat{j} - \dot{\bar{z}}\hat{k} \end{aligned} \quad (5.13)$$

Assim, a energia cinética do líquido ($E_{c,l}$) e do satélite ($E_{c,s}$) são definidas, respectivamente, por:

$$E_{c,l} = \frac{1}{2}m[\vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2 + \vec{v}_3^2] \quad (5.14)$$

$$E_{c,s} = \frac{1}{2}[I_x\omega_x^2 + I_y\omega_y^2 + I_z\omega_z^2] \quad (5.15)$$

Logo, a energia cinética total do sistema corresponde à soma das Equações (5.14) e (5.15). Ou seja:

$$E_c = \frac{1}{2}\left[m(\vec{v}_1^2 + \vec{v}_2^2 + \vec{v}_3^2) + I_x\omega_x^2 + I_y\omega_y^2 + I_z\omega_z^2\right] \quad (5.16)$$

tendo:

$$\begin{aligned} \vec{v}_1^2 &= \dot{\bar{x}}^2 - 2\dot{\bar{x}}z\omega_y + b_1\bar{x} + b_2 \\ \vec{v}_2^2 &= \dot{\bar{y}}^2 + 2z\omega_x\dot{\bar{y}} + b_3\bar{y} + b_4 \\ \vec{v}_3^2 &= \dot{\bar{z}}^2 + b_5\bar{z} + b_6 \end{aligned} \quad (5.17)$$

com:

$$b_1 = \bar{x}\omega_z^2 + 2z\omega_x\omega_z + \bar{x}\omega_y^2$$

$$b_2 = z^2\omega_y^2 + z^2\omega_x^2$$

$$b_3 = \bar{y}\omega_x^2 + (2z\omega_y + \bar{y}\omega_z)\omega_z$$

$$b_4 = z^2\omega_x^2 + z^2\omega_y^2$$

$$b_5 = \bar{z}\omega_x^2 - 2z\omega_x^2 + \bar{z}\omega_y^2 - 2z\omega_y^2$$

$$b_6 = z^2(\omega_x^2 + \omega_y^2).$$

Assim, simplificando a Equação (5.16), tem-se:

$$E_c = \frac{1}{2}m[\dot{\bar{x}}^2 - 2\dot{\bar{x}}z\omega_y + b_1\bar{x} + b_2 + \dot{\bar{y}}^2 + 2z\omega_x\dot{\bar{y}} + b_3\bar{y} + b_4 + \dot{\bar{z}}^2 + b_5\bar{z} + b_6] + \frac{1}{2}[I_x\omega_x^2 + I_y\omega_y^2 + I_z\omega_z^2] \quad (5.18)$$

A energia potencial do líquido ($E_{p,l}$) e a energia potencial do satélite ($E_{p,s}$) são, respectivamente, dadas por:

$$E_{p,l} = \frac{1}{2}k(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2) \quad (5.19)$$

$$E_{p,s} = 0 \quad (5.20)$$

Logo, a energia potencial total (E_p) do sistema será a soma das Equações (5.19) e (5.20), ou seja:

$$E_p = \frac{1}{2}k(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2) \quad (5.21)$$

De acordo com Meirovitch (1990), a função langrangiana do sistema será obtida subtraindo a Equação (5.19) da Equação (5.18), ou seja:

$$\mathcal{L} = E_c - E_p$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m[\dot{\bar{x}}^2 - 2\dot{\bar{x}}z\omega_y + b_1\bar{x} + b_2 + \dot{\bar{y}}^2 + 2z\omega_x\dot{\bar{y}} + b_3\bar{y} + b_4 + \dot{\bar{z}}^2 + b_5\bar{z} + b_6] - \frac{1}{2}k(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2) \quad (5.22)$$

A função dissipativa de Rayleigh (MEIROVITCH,1990) é definida pela Equação (5.23):

$$R = \frac{1}{2}c (\dot{\bar{x}}^2 + \dot{\bar{y}}^2 + \dot{\bar{z}}^2) \quad (5.23)$$

Resolvendo as Equações A.10 definidas no ANEXO A, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\bar{x}}} &= m(\dot{\bar{x}} - z\omega_y); & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{x}} &= m(\bar{x}\omega_z^2 + \bar{x}\omega_y^2 + z\omega_x\omega_z) - k\bar{x}; & \frac{\partial R}{\partial \dot{\bar{x}}} &= c\dot{\bar{x}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\bar{y}}} &= m(\dot{\bar{y}} + z\omega_x); & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{y}} &= m(\bar{y}\omega_x^2 + z\omega_y\omega_z + \bar{y}\omega_z^2) - k\bar{y}; & \frac{\partial R}{\partial \dot{\bar{y}}} &= c\dot{\bar{y}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\bar{z}}} &= m\dot{\bar{z}}; & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{z}} &= m(\bar{z}\omega_x^2 - z\omega_x^2 + \bar{z}\omega_y^2 - z\omega_y^2) - k\bar{z}; & \frac{\partial R}{\partial \dot{\bar{z}}} &= c\dot{\bar{z}} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Substituindo o sistema de Equações (5.24) nas equações de Lagrange definidas no conjunto de Equações (A.7), do ANEXO A, obtêm-se as seguintes equações diferenciais:

$$\begin{aligned} \ddot{\bar{x}} + \frac{c}{m} \dot{\bar{x}} - \left(\omega_z^2 + \omega_y^2 - \frac{k}{m} \right) \bar{x} - \dot{z}\omega_y - z\dot{\omega}_y - z\omega_x\omega_z - \frac{1}{m} Q_x &= 0 \\ \ddot{\bar{y}} + \frac{c}{m} \dot{\bar{y}} - \left(\omega_x^2 + \omega_z^2 - \frac{k}{m} \right) \bar{y} + \dot{z}\omega_x + z\dot{\omega}_x - z\omega_y\omega_z - \frac{1}{m} Q_y &= 0 \\ \ddot{\bar{z}} + \frac{c}{m} \dot{\bar{z}} - \left(\omega_x^2 + \omega_y^2 - \frac{k}{m} \right) \bar{z} + z\omega_x^2 + z\omega_y^2 - \frac{1}{m} Q_z &= 0 \end{aligned} \quad (5.25)$$

A formulação lagrangiana para as coordenadas quase generalizadas ω_x , ω_y e ω_z é obtida por meio das Equações (A. 10) definidas no ANEXO A. Assim, os termos $\partial \mathcal{L} / \partial \omega_x$, $\partial \mathcal{L} / \partial \omega_y$ e $\partial \mathcal{L} / \partial \omega_z$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_x} &= m[z\omega_z\bar{x} + 3z^2\omega_x + z\dot{\bar{y}} + \omega_x\bar{y}^2 + (\bar{z} - 2z)\bar{z}\omega_x] + I_x\omega_x \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_y} &= m[-\dot{\bar{x}}z + \bar{x}^2\omega_y + z^2\omega_y + z\omega_z\bar{y} + z^2\omega_y + \bar{z}^2\omega_y + z^2\omega_y] + I_z\omega_z \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_z} &= m[(\bar{x}\omega_z + z\omega_x)\bar{x} + (2z\omega_y + \bar{y}\omega_z)\bar{y}] + I_z\omega_z \end{aligned}$$

Logo, a formulação lagrangiana para as coordenadas quase generalizadas são descritas pelo conjunto de Equações (5.26):

$$\begin{aligned}
& (\bar{y}^2 + 3z^2 - 2z\bar{z} + I_x)\dot{\omega}_x + z\bar{x}\dot{\omega}_z + 2(\bar{y}\dot{\bar{y}} + \bar{z}\dot{\bar{z}})\omega_x - \bar{x}z\omega_x\omega_y - 2\bar{y}z\omega_y^2 \\
& + (3z^2 + \bar{z}^2 - \bar{y}^2 - I_z)\omega_y\omega_z + (z\bar{y} + I_z)\omega_z^2 + \ddot{\bar{y}} - \frac{1}{m}N_x = 0 \\
& (3z^2 + \bar{z}^2 + \bar{x}^2)\dot{\omega}_y + (I_z + z\bar{y})\dot{\omega}_z + (\bar{x}\dot{\bar{x}} + 2\bar{z}\dot{\bar{z}})\omega_y - z\omega_z^2\bar{x} - \ddot{\bar{x}}z \\
& + (\bar{x}^2\omega_z + z\bar{x}\omega_x + 2z\bar{y}\omega_y + \bar{y}^2\omega_z + I_z\omega_z - I_x)\omega_x \\
& - (\bar{z}^2 - 2z\bar{z} + 3z^2 - \bar{y}^2)\omega_x\omega_z - \frac{1}{m}N_y = 0 \tag{5.26} \\
& (\bar{y} + I_z)\dot{\omega}_z + z\bar{x}\dot{\omega}_x + 2\bar{y}z\dot{\omega}_y + 2\bar{x}\dot{\bar{x}}\omega_z + \bar{x}^2\omega_z + z\dot{\bar{x}}\omega_x + 3\dot{\bar{y}}z\omega_y + 2\bar{y}\dot{\bar{y}}\omega_z \\
& + (3z^2 + \bar{y}^2 - z\bar{z} - 2\bar{y}z + I_x)\omega_x\omega_y - \bar{x}z\omega_x^2 - (\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + I_z)\omega_x\omega_z \\
& + z\omega_y\omega_z\bar{x} - \frac{1}{m}N_z = 0
\end{aligned}$$

Assim, o modelo matemático que descreve o movimento do líquido dentro do tanque, em três eixos de coordenadas, é representado pela Equação (5.25) e pela Equação (5.26).

5.2.3 Movimento de líquido baseado na teoria da colisão de partículas

O movimento do líquido no espaço tende a ter um comportamento caótico, sem a presença de uma superfície livre definida conforme mencionado na seção anterior. Visando obter um modelo que se assemelhe a esse comportamento, a presente seção aplicará a teoria da colisão de partículas (HALLIDAY, 1993).

Assim, considere inicialmente o sistema, satélite e o líquido contido no tanque, em repouso. Suponha que o centro geométrico do tanque e o centro de massa do satélite não sejam coincidentes e que toda massa do líquido contido no tanque seja representada por uma partícula, conforme ilustra a Figura 5.12. Essa abordagem terá três fases: o instante em que o satélite está em repouso e recebe a ação de uma força excitadora (\vec{F}_{exc}); o instante seguinte, onde ocorre

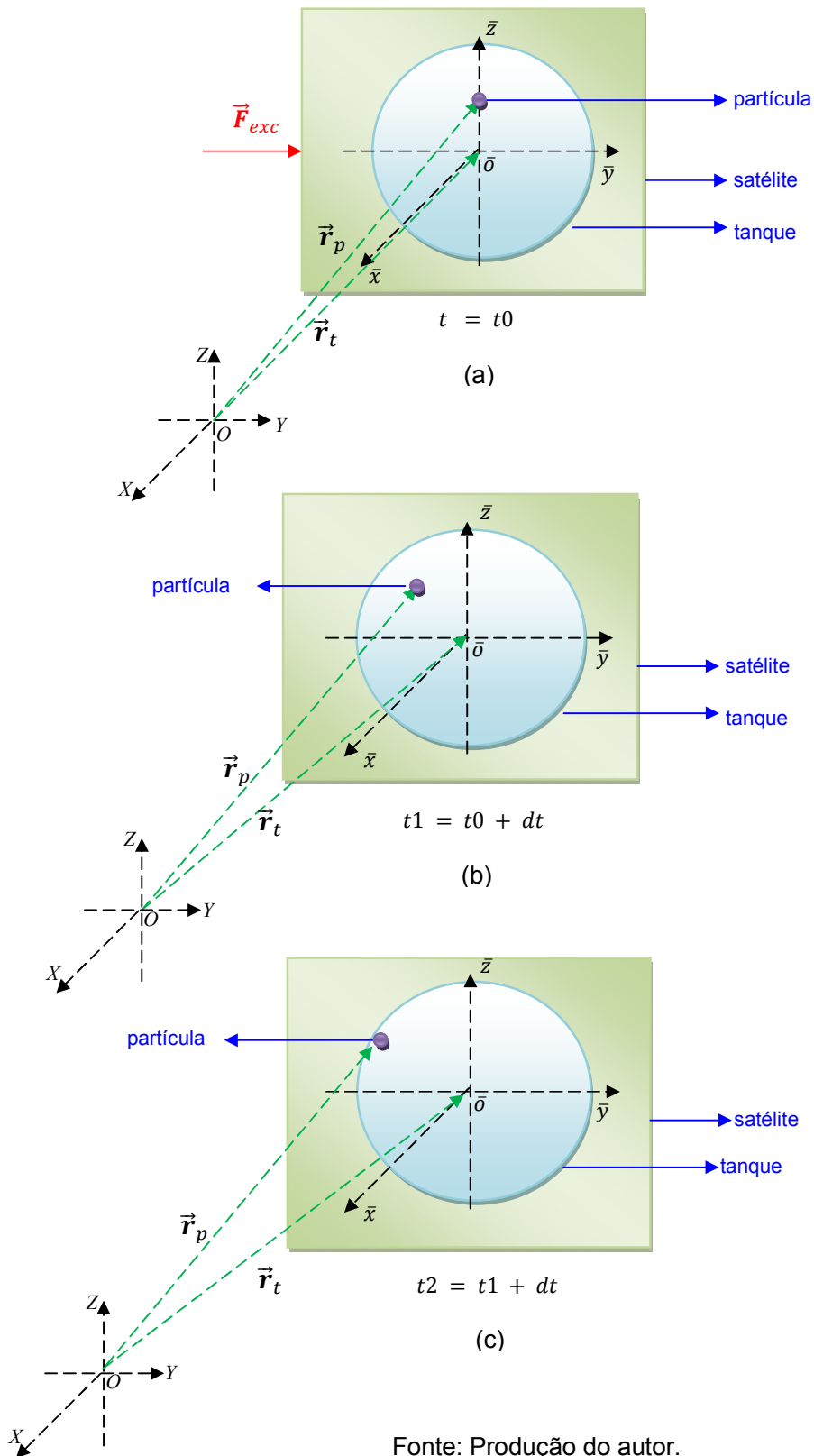
o deslocamento do sistema, com uma velocidade constante; e o instante do impacto da parede do tanque com a partícula, gerando uma força na parede do tanque e acarretando em um torque no centro de massa do satélite que poderá afetar o movimento de atitude do veículo, exigindo a atuação do sistema de controle SMC para amenizar e/ou eliminar os erros de manobras. Logo, no primeiro instante de tempo (t_0), relativamente pequeno, o sistema é submetido à ação de uma força de excitação (Figura 5.12-b). Tal força é do tipo impulsiva, já que o intervalo de tempo que a mesma atua sobre o sistema é pequeno.

Matematicamente tem-se:

$$\Delta \vec{v}_s = \vec{F}_{exc} \cdot \frac{\Delta t}{m_s} \quad (5.27)$$

sendo \vec{F}_{exc} a força excitadora, m_s a massa do satélite e Δt o intervalo de tempo que \vec{F}_{exc} atuou no sistema. Sendo a massa do satélite e a força excitadora parâmetros de projeto, a variação de velocidade do satélite é facilmente definida. No instante seguinte (t_1) a força excitadora deixa de agir, o satélite e o tanque se movimentam, em relação ao referencial $OXYZ$, no sentido em que ela foi aplicada e com comportamento de movimento uniforme (Figura 5.12-b).

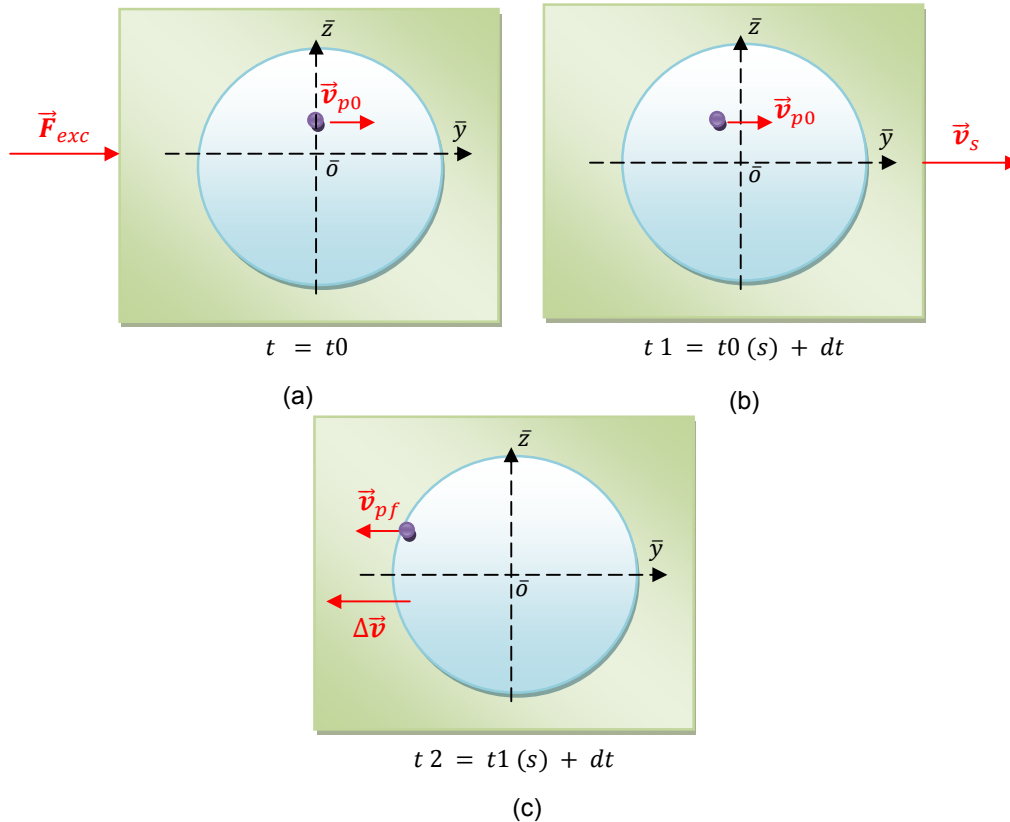
Figura 5.12 – Movimentação do sistema e fluido no espaço



Fonte: Produção do autor.

Logo, para um observador em $OXYZ$, o satélite em conjunto com o tanque se deslocam, porém a partícula permanece praticamente em repouso. Assim, temos que a velocidade inicial da partícula (\vec{v}_{p0}) é menor do que a velocidade do satélite (\vec{v}_s), conforme ilustra Figura 5.13.

Figura 5.13 – Modelo matemático da movimentação do sistema



Fonte: Produção do autor.

A variação de velocidade da partícula é dada por (HALLIDAY, 1993):

$$\Delta \vec{v}_p = \vec{v}_{pf} - \vec{v}_{p0} \quad (5.28)$$

Reescrevendo a Equação (5.26), tem-se a velocidade da partícula no instante t_2 :

$$\vec{v}_{pf} = \Delta \vec{v}_p + \vec{v}_{p0} \quad (5.29)$$

tendo $\Delta \vec{v}_s = \Delta \vec{v}_p$. Assim, é possível definir a sua posição dentro do tanque como sendo:

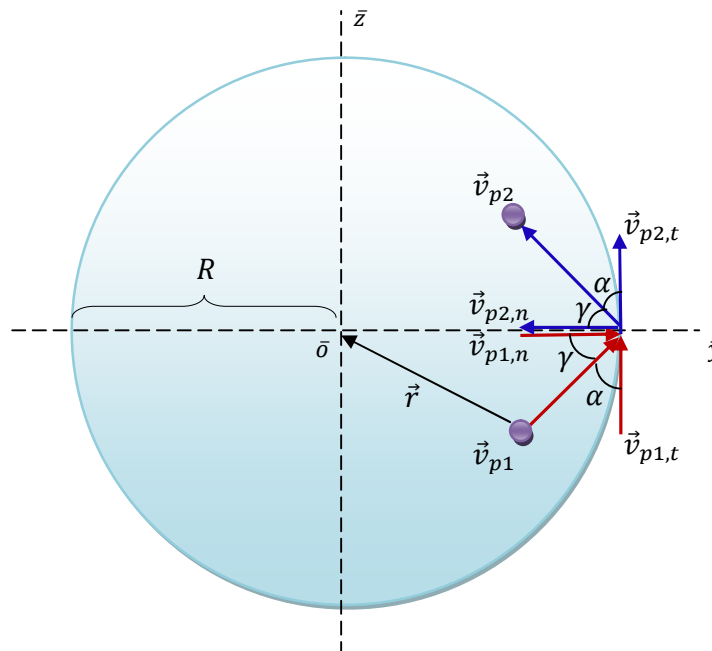
$$\vec{s}_{pf} = \vec{s}_{p0} + \vec{v}_{pf}t \quad (5.30)$$

sendo \vec{s}_{pf} e \vec{s}_{p0} a posição final e a posição inicial da partícula, respectivamente.

No instante t_2 a parede do tanque colide com a partícula (Figura 5.12-c e Figura 5.13-c). A colisão considerada no presente modelo é do tipo elástica. Isto significa que durante o choque a energia cinética do sistema é conservada e os corpos não sofrem deformação durante o impacto. Logo, o satélite transfere energia para a partícula e esta começa a se deslocar em conjunto com o veículo. Uma parte da energia é dissipada na forma de calor e a outra parte na forma de movimento, ocorrendo à desaceleração do sistema até o instante que outra força de excitação perturbe o sistema.

A teoria de colisões entre corpos possibilita definir a velocidade de colisão entre a partícula e o tanque, bem como a força de impacto entre esses corpos. Conforme mencionado anteriormente, essa força poderá afetar a manobra do veículo. Assim, a sua definição é de grande importância no projeto e será a próxima etapa a ser definida. Analisando o instante em que a partícula se choca com a parede do tanque. Suponha o caso que a partícula esteja localizada em um ponto qualquer do tanque, colidindo com a parede, conforme ilustrado na Figura 5.14.

Figura 5.14 – Modelo da movimentação do sistema



Fonte: Produção do autor.

Sendo \vec{v}_{p1} a velocidade da partícula no instante t_1 (antes da colisão); \vec{v}_{p2} a velocidade da partícula no instante $t_2 = t_1 + dt$ (após a colisão); $\vec{v}_{p1,n}$ e $\vec{v}_{p1,t}$ as componentes normal e tangencial de \vec{v}_{p1} , respectivamente; $\vec{v}_{p2,n}$ e $\vec{v}_{p2,t}$ as componentes normal e tangencial de \vec{v}_{p2} , respectivamente; α e γ os ângulos de incidência em relação a parede do tanque. Os ângulos α e γ são expressos em função do produto escalar entre a posição e a velocidade da partícula em relação ao centro geométrico do tanque. Logo, sendo um sistema tri-dimensional, tem-se:

$$|\vec{r}_{pi}| = \sqrt{r_{pi,x}^2 + r_{pi,y}^2 + r_{pi,z}^2} \quad (5.31)$$

$$|\vec{v}_{pi}| = \sqrt{v_{pi,x}^2 + v_{pi,y}^2 + v_{pi,z}^2} \quad (5.32)$$

sendo o índice $i = 1, 2, \dots, \infty$.

Os ângulos de incidência da partícula em relação à parede do tanque são obtidos por meio do produto escalar entre os vetores definidos pelas Equações (5.31) e (5.32). Assim:

$$\vec{r}_{pi} \cdot \vec{v}_{pi} = r_{pi,x}v_{pi,x} + r_{pi,y}v_{pi,y} + r_{pi,z}v_{pi,z} \quad (5.33)$$

$$\vec{r}_{pi} \cdot \vec{v}_{pi} = |\vec{r}_{pi}| |\vec{v}_{pi}| \cos\alpha \quad (5.34)$$

Logo, substituindo a Equação (5.34) na Equação (5.33), tem-se:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\vec{r}_{pi} \cdot \vec{v}_{pi}}{|\vec{r}_{pi}| |\vec{v}_{pi}|}\right) \quad (5.35)$$

Então:

$$\gamma = 90^\circ - \arccos\left(\frac{\vec{r}_{pi} \cdot \vec{v}_{pi}}{|\vec{r}_{pi}| |\vec{v}_{pi}|}\right) \quad (5.36)$$

A velocidade normal à parede do tanque é a componente de interesse, pois poderá influenciar no torque aplicado no centro de massa do satélite, cujo valor será definido como sendo:

$$\vec{v}_{ni} = \vec{v}_{pi} \cos\gamma \quad (5.37)$$

Portanto, a força de colisão (\vec{F}_{ci}) entre os corpos será dada por:

$$\vec{F}_{ci} = 2m_s \frac{\vec{v}_{ni}}{\Delta t} \quad (5.38)$$

sendo a velocidade da partícula antes (\vec{v}_{p1}) e após a colisão (\vec{v}_{p2}) diferentes, bem como a velocidade do satélite antes (\vec{v}_{s1}) e após (\vec{v}_{s2}) a colisão também diferentes, e que a colisão entre partícula e tanque seja perfeitamente elástica. Pela teoria da conservação do momento (HALLIDAY, 1993), tem-se:

$$\begin{aligned} m_p \vec{v}_{p,1} + m_s \vec{v}_{s,1} &= m_p \vec{v}_{p,2} + m_s \vec{v}_{s,2} \\ m_p (\vec{v}_{p,1} - \vec{v}_{p,2}) &= m_s (\vec{v}_{s,2} - \vec{v}_{s,1}) \end{aligned} \quad (5.39)$$

No presente caso, a energia cinética do sistema se conserva. Logo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_p \vec{v}_{p,1}^2 + \frac{1}{2} m_s \vec{v}_{s,1}^2 &= \frac{1}{2} m_p \vec{v}_{p,2}^2 + \frac{1}{2} m_s \vec{v}_{s,2}^2 \\ m_p \vec{v}_{p,1}^2 + m_s \vec{v}_{s,1}^2 &= m_p \vec{v}_{p,2}^2 + m_s \vec{v}_{s,2}^2 \\ m_p (\vec{v}_{p,1}^2 - \vec{v}_{p,2}^2) &= m_s (\vec{v}_{s,2}^2 - \vec{v}_{s,1}^2) \end{aligned} \quad (5.40)$$

Dividindo a Equação (5.40) pela Equação (5.39), tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{m_p (\vec{v}_{p,1}^2 - \vec{v}_{p,2}^2)}{m_p (\vec{v}_{p,1} - \vec{v}_{p,2})} &= \frac{m_s (\vec{v}_{s,2}^2 - \vec{v}_{s,1}^2)}{m_s (\vec{v}_{s,2} - \vec{v}_{s,1})} \\ \frac{(\vec{v}_{p,1} + \vec{v}_{p,2})(\vec{v}_{p,1} - \vec{v}_{p,2})}{(\vec{v}_{p,1} - \vec{v}_{p,2})} &= \frac{(\vec{v}_{s,2} + \vec{v}_{s,1})(\vec{v}_{s,2} - \vec{v}_{s,1})}{(\vec{v}_{s,2} - \vec{v}_{s,1})} \\ \vec{v}_{p,1} + \vec{v}_{p,2} &= \vec{v}_{s,2} + \vec{v}_{s,1} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Logo, no caso de colisões perfeitamente elásticas, as velocidades relativas antes e depois da colisão são iguais em módulo. Reescrevendo a Equação (5.41), tem-se:

$$\vec{v}_{s,2} = \vec{v}_{p,2} + \vec{v}_{p,1} - \vec{v}_{s,1} \quad (5.42)$$

ou

$$\vec{v}_{p,2} = \vec{v}_{s,2} + \vec{v}_{s,1} - \vec{v}_{p,1} \quad (5.43)$$

Substituindo a Equação (5.42) na Equação (5.39):

$$\begin{aligned}
 m_p(\vec{v}_{p,1} - \vec{v}_{p,2}) &= m_s(\vec{v}_{p,2} + \vec{v}_{p,1} - \vec{v}_{s,1} - \vec{v}_{s,1}) \\
 m_p(\vec{v}_{p,1} - \vec{v}_{p,2}) &= m_s(\vec{v}_{p,2} + \vec{v}_{p,1} - 2\vec{v}_{s,1}) \\
 m_p\vec{v}_{p,1} - m_p\vec{v}_{p,2} &= m_s\vec{v}_{p,2} + m_s\vec{v}_{p,1} - 2m_s\vec{v}_{s,1} \\
 (m_p - m_s)\vec{v}_{p,1} &= (m_s + m_p)\vec{v}_{p,2} - 2m_s\vec{v}_{s,1} \\
 \vec{v}_{p,2} &= \frac{(m_p - m_s)}{(m_s + m_p)}\vec{v}_{p,1} + \frac{2m_s}{(m_s + m_p)}\vec{v}_{s,1}
 \end{aligned} \tag{5.44}$$

Substituindo a Equação (5.43) na Equação (5.39):

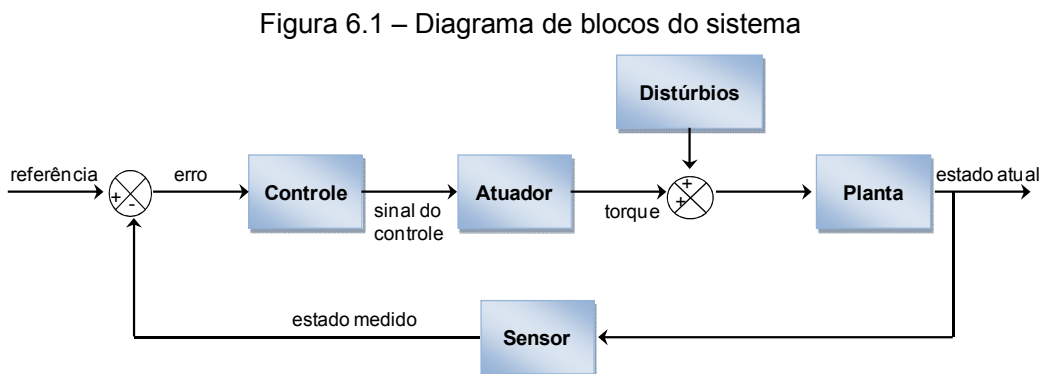
$$\begin{aligned}
 m_p(\vec{v}_{p,1} - \vec{v}_{s,2} - \vec{v}_{s,1} + \vec{v}_{p,1}) &= m_s(\vec{v}_{s,2} - \vec{v}_{s,1}) \\
 2m_p\vec{v}_{p,1} - m_p\vec{v}_{s,2} - m_p\vec{v}_{s,1} &= m_s\vec{v}_{s,2} - m_s\vec{v}_{s,1} \\
 \vec{v}_{s,2} &= \frac{(m_s - m_p)}{(m_s + m_p)}\vec{v}_{s,1} + \frac{2m_p}{(m_s + m_p)}\vec{v}_{p,1}
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

6 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

O presente capítulo tem como finalidade apresentar o método proposto para resolver o problema abordado na tese. Três casos serão analisados e avaliados: o primeiro tem por objetivo analisar o desempenho transitório dos controladores PID e SMC na ausência de perturbações externas e incertezas nos atuadores. O segundo caso a ser estudado considera as incertezas nos atuadores e não só compara o desempenho de ambos controladores como também verifica a sua robustez. O terceiro caso tem o propósito de avaliar o desempenho do PID considerando perturbações na sua malha de controle, proveniente do movimento do líquido no reservatório. Assim, segue uma breve descrição sobre o simulador utilizado.

6.1 Simulador de Atitude de Satélite (SAS)

A Figura 6.1 ilustra o diagrama de blocos simplificado do simulador SAS (ROCCO, 2008; COSTA FILHO, 2010; ROCCO et al., 2011 e ROCCO e COSTA FILHO, 2015).



Fonte: Produção do autor.

De forma geral, o subsistema de controle deve ser capaz de reagir às perturbações e manter a estabilidade do sistema. Para isso, o sinal de saída contendo os estados atuais é comparado com um sinal de referência e, o desvio, denominado erro, é utilizado para determinar o sinal de controle que deve efetivamente ser aplicado ao processo. Este é determinado de forma a corrigir o desvio entre a saída e o sinal de referência, garantindo o bom desempenho do sistema. Segue a descrição de cada bloco do simulador SAS:

(a) Referência: indica o comportamento ou estado que o projetista deseja que o sistema controlado em malha fechada apresente. A referência adotada na tese será discutida na Seção 6.2.3.

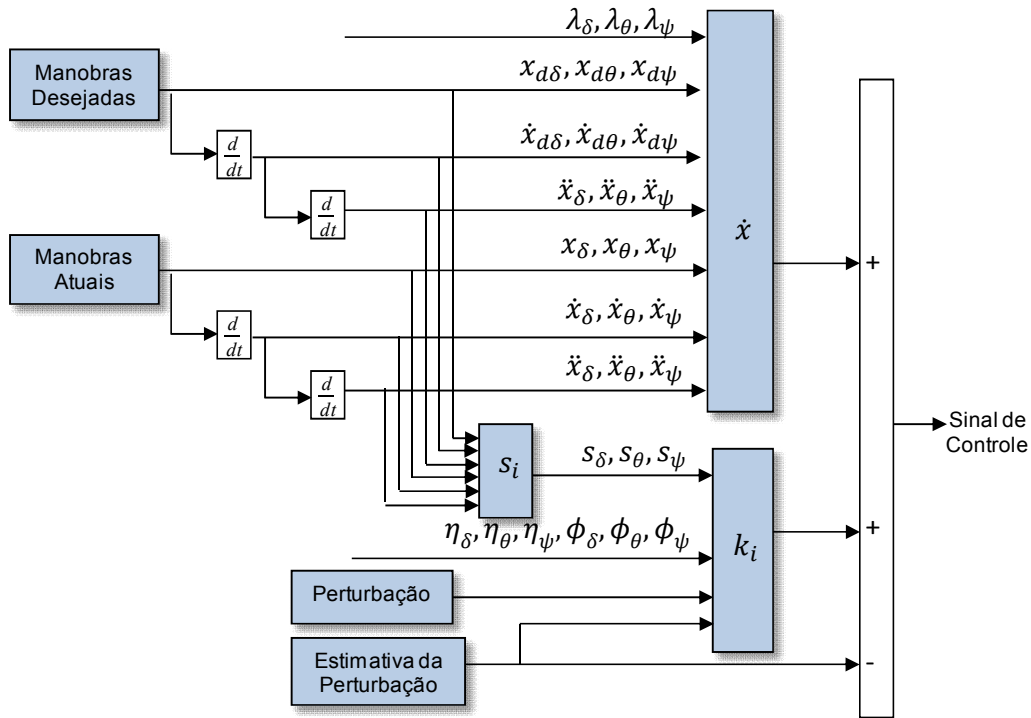
(b) Planta: esse bloco refere-se à dinâmica de atitude do satélite. Admitiu-se que o sistema inercial e o sistema fixo ao centro de massa do corpo sejam inicialmente coincidentes. Ao longo do tempo, o apontamento referente ao sistema inercial permanecerá fixo e o apontamento referente ao sistema solidário ao corpo evoluirá. Assim, a cada instante calcula-se uma matriz de cossenos diretores capaz de transformar as coordenadas angulares de um sistema para outro.

(c) Atuador: este módulo é responsável por calcular os torques necessários a serem impostos aos atuadores a fim de manter o satélite na atitude desejada. Os atuadores mais comuns para efetuar as manobras de atitude são: propulsores a gás, rodas de reação, bobinas eletromagnéticas, volante de inércia e amortecedores de nutação. Na presente tese a dinâmica desses atuadores foi modelada por uma combinação sucessiva de não linearidades como zona morta, limitador de taxa de variação, saturação e atraso de tempo, além de ruídos e desvios (viés), de forma a simular o comportamento de uma bobina magnética ou de uma roda de reação, por exemplo.

(d) Sensor: os sensores são os elementos responsáveis pela leitura do estado em que o processo se encontra. Na prática, podem ser representados por magnetômetros, unidade inercial, sensores solares, sensores de estrela e GPS. Os sensores medem o estado e enviam para o controlador a atual situação do processo para que este possa tomar as medidas necessárias. Porém, tais medidas contém erros e desvios. No simulador tais erros são representados por uma somatória de sinais, como por exemplo, ruídos e desvio (viés), rampa, impulso e ondas senoidais que são somados ao valor da variável que está sendo medida. A presente tese considerou os sensores como sendo ideais pois, caso contrário, deveria-se incluir o projeto de um filtro de Kalman para estimar o estado. Além disso, o erro considerado pelo controle não seria exatamente o estado atual que se deseja comparar com a referência.

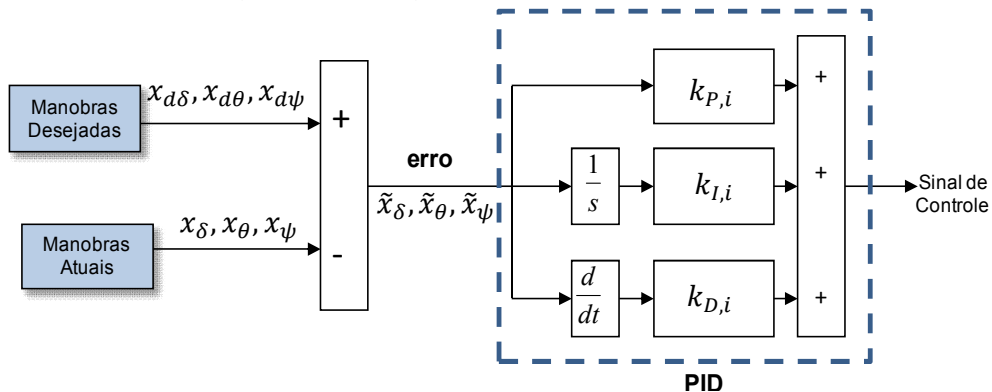
(e) Controle: o bloco de controle deve corrigir o erro entre o sinal realimentado e o sinal de referência do sistema. Esse bloco contém a dinâmica do controle por modos deslizante SMC, representada pelas Equações (4.33), descritas na Seção 4. A Figura 6.2 e Figura 6.3 ilustram o diagrama de blocos de cada controle.

Figura 6.2 – Diagrama de blocos do controle SMC



Fonte: Produção do autor.

Figura 6.3 – Diagrama de blocos do controle PID



Fonte: Produção do autor.

(f) Distúrbios: o movimento de atitude pode ser perturbado por forças internas e/ou externas ao sistema. Os distúrbios externos são torques que

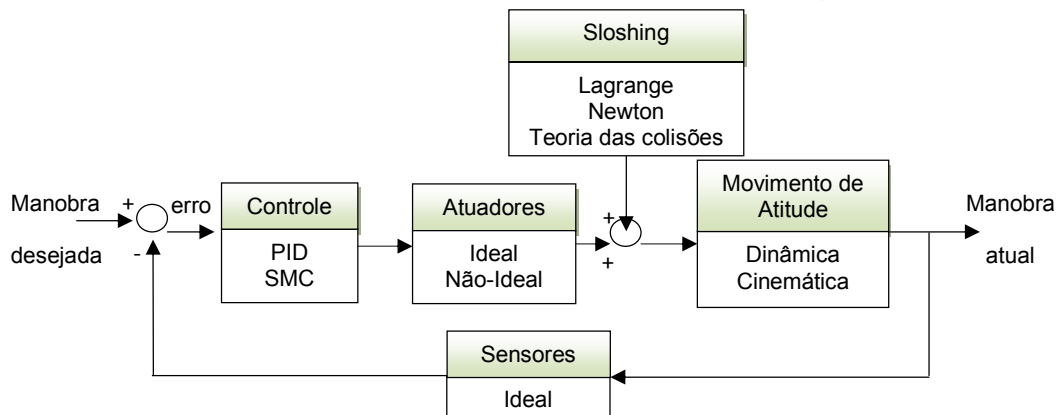
ocorrem devido a interação do satélite com o meio ambiente no qual ele se encontra, e são gerados por agentes externos, tais como: campo gravitacional, arrasto atmosférico, campo magnético, etc (PILCHOWSKI, 2019). Já os distúrbios internos são provenientes de forças e torques gerados pelo própria estrutura do satélite como, por exemplo, pelo movimento do líquido no reservatório, tema do trabalho. Assim, este bloco contém toda a dinâmica obtida na Seção 5.

6.2 Estudo de Casos

O presente capítulo apresenta três casos a serem avaliados utilizando o simulador SAS, a saber:

1. Desempenho do sistema de controle PID e SMC na ausência de distúrbios externos, ou seja, sem atuação do *sloshing* na malha de controle e sem a presença de ruídos nos atuadores e sensores.
2. Desempenho de ambos os sistemas de controle na ausência do *sloshing* e presença de incertezas nos atuadores e sensores ideais.
3. Desempenho do controle SMC na presença de distúrbios externos. Logo, o controle será submetido à ação do *sloshing*, obtido pelas três formulações mencionadas nas seções anteriores: lagrangiana, newtoniana e teoria das colisões. A Figura 6.4 ilustra resumidamente essas etapas.

Figura 6.4 – Diagrama com as etapas da simulação



Fonte: Produção do autor

7 RESULTADOS

O presente capítulo tem como finalidade apresentar os resultados obtidos por meio do simulador SAS para os casos apresentados na Seção 6.2. Assim, a Seção 7.1 e a Seção 7.2 apresentam os processos de ajuste dos parâmetros dos controles SMC e PID, respectivamente. A Seção 7.3 exibe os resultados gráficos para o primeiro caso, onde não há distúrbios no modelo e incertezas nos atuadores. A Seção 7.4 exibe os resultados gráficos para o segundo caso, onde não há distúrbios no modelo, porém consideraram-se incertezas nos atuadores. A Seção 7.5 exibe os resultados gráficos para o terceiro caso, onde se considera distúrbios no modelo e incertezas nos atuadores.

7.1 Ajuste dos Parâmetros do Controle SMC

Conforme mencionado no Capítulo 4, o cálculo do parâmetro λ deve atender critérios limitados por três termos: frequência do primeiro modo ressonante não modelado (v_r), tempo de atraso de transporte (T_A) e taxa de amostragem (v_s). O primeiro critério sugere que λ deve ser menor que a frequência do primeiro modo ressonante não modelado do sistema (v_r) respeitando a relação $\lambda < \left(\frac{2\pi}{3}\right) \cdot v_r$. Para um tempo de amostragem igual a 0,5 s observou-se que o sistema apresentava modo de ressonância. Assim, considerando no projeto que os modos ressonantes do modelo sejam iguais a 2,0 Hz, tem-se:

$$\lambda \leq \frac{2\pi}{3} v_R \Rightarrow \lambda \leq \frac{2\pi}{3} 2 \therefore \lambda \leq 4,2$$

O segundo critério sugere que λ deve ser menor que 1/3 do inverso dos atrasos de transporte não incluídos no modelo. O tempo de atraso considerado no projeto foi 1,0 s e este valor está relacionado com as características dos atuadores. Assim:

$$\lambda \leq \frac{1}{3T_A} \Rightarrow \lambda \leq \frac{1}{3 \times 1,0} \therefore \lambda \leq 0,33$$

O terceiro critério sugere que λ deve ser menor que 1/5 da taxa de amostragem do sistema. O simulador SAS apresentou uma frequência de amostragem de 4 Hz:

$$\lambda \leq \frac{1}{5} v_s \Rightarrow \lambda \leq \frac{1}{5} 4 \therefore \lambda \leq 0.8$$

Logo, os valores adotados para o parâmetro λ foram: $\lambda_\delta = 0,05$, $\lambda_\theta = 0,08$ e $\lambda_\psi = 0,09$. Lembrando que, o parâmetro λ deverá ser uma constante positiva maior que zero (SLOTINE e LI, 1991).

Os erros de acompanhamento do modelo \tilde{x} , \tilde{y} e \tilde{z} foram iguais a 5° , para todas as manobras. As espessuras das camadas limites foram ajustadas utilizando a Equação (4.18). Portanto, os valores de ϕ_δ , ϕ_θ e ϕ_ψ são:

$$\phi_\delta > |\tilde{x}(t)|\lambda_\delta \Rightarrow \phi_\delta > \frac{5\pi}{180} 0,05 \Rightarrow \phi_\delta > 0,004^\circ$$

$$\phi_\theta > |\tilde{y}(t)|\lambda_\theta \Rightarrow \phi_\theta > \frac{5\pi}{180} 0,08 \Rightarrow \phi_\theta > 0,007^\circ$$

$$\phi_\psi > |\tilde{z}(t)|\lambda_\psi \Rightarrow \phi_\psi > \frac{5\pi}{180} 0,09 \Rightarrow \phi_\psi > 0,008^\circ$$

Os parâmetros η_δ , η_θ e η_ψ foram calculados utilizando-se a Equação (4.14). O tempo de alcance admitido foi de 40 s, ou seja, caso o sistema apresente um erro de 5° nos eixos de rolamento, arfagem e guinada, o sistema levará 40 s para atingir a superfície de escorregamento. Assim:

$$\eta_\delta \leq \frac{2\lambda_\delta \tilde{x}_\delta}{t_{alcance}} \Rightarrow \eta_\delta \leq \frac{2 \times 0,05 \times 0,0873}{40} \therefore \eta_\delta \leq 0,00022^\circ/s$$

$$\eta_\theta \leq \frac{2\lambda_\theta \tilde{x}_\theta}{t_{alcance}} \Rightarrow \eta_\theta \leq \frac{2 \times 0,08 \times 0,0873}{40} \therefore \eta_\theta \leq 0,00035^\circ/s$$

$$\eta_\psi \leq \frac{2\lambda_\psi \tilde{x}_\psi}{t_{alcance}} \Rightarrow \eta_\psi \leq \frac{2 \times 0,09 \times 0,0873}{40} \therefore \eta_\psi \leq 0,00039^\circ/s$$

7.2 Ajuste dos Parâmetros do Controle PID

O controle PID contém três parâmetros, para cada manobra, a serem ajustados. Aplicou-se o método de Ziegler-Nichols em malha fechada para

ajusta os parâmetros (OGATA, 2009). Assim, aplicando um degrau unitário na entrada do sistema e fazendo $T_d = 0$ e $T_i \rightarrow \infty$, variou-se o ganho proporcional do sistema em malha fechada até obter uma oscilação constante na saída. Tal ganho é denominado ganho crítico K_{cr} . Os valores dos ganhos e dos períodos críticos para cada manobra são indicados na Tabela 7.1.

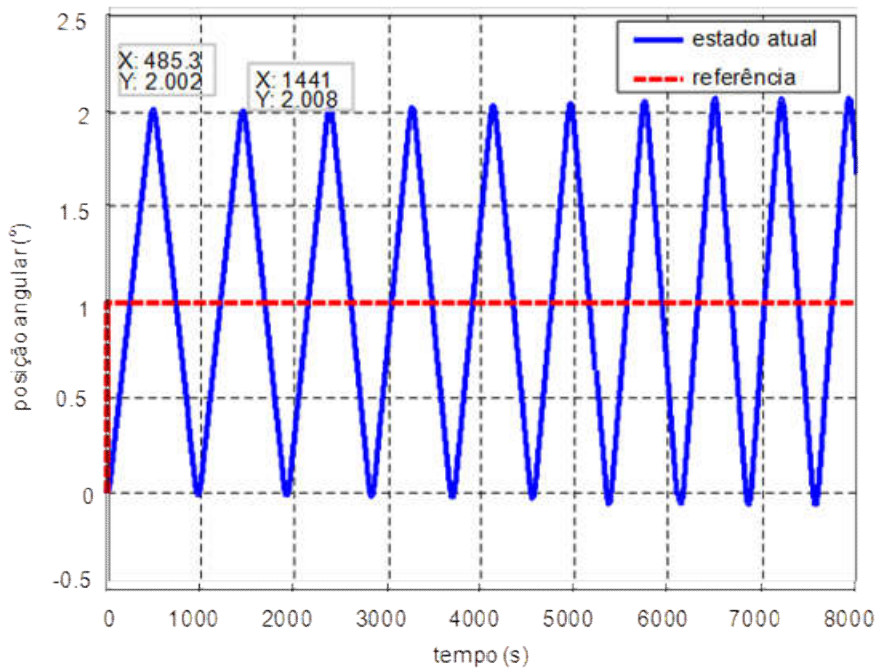
Tabela 7.1 - Valores de K_{cr} e P_{cr}

Manobras	K_{cr}	P_{cr}
Eixo de Rolamento	3,30087	1441 – 485,3 = 955,7 s
Eixo de Arfagem	3,3008	1398 – 473,5 = 924,5 s
Eixo de Guinada	3,30079	1407 – 473,5 = 933,5 s

Fonte: Produção do autor.

A Figura 7.1 ilustra a curva obtida para o cálculo do ganho crítico e do período crítico para o eixo de rolamento.

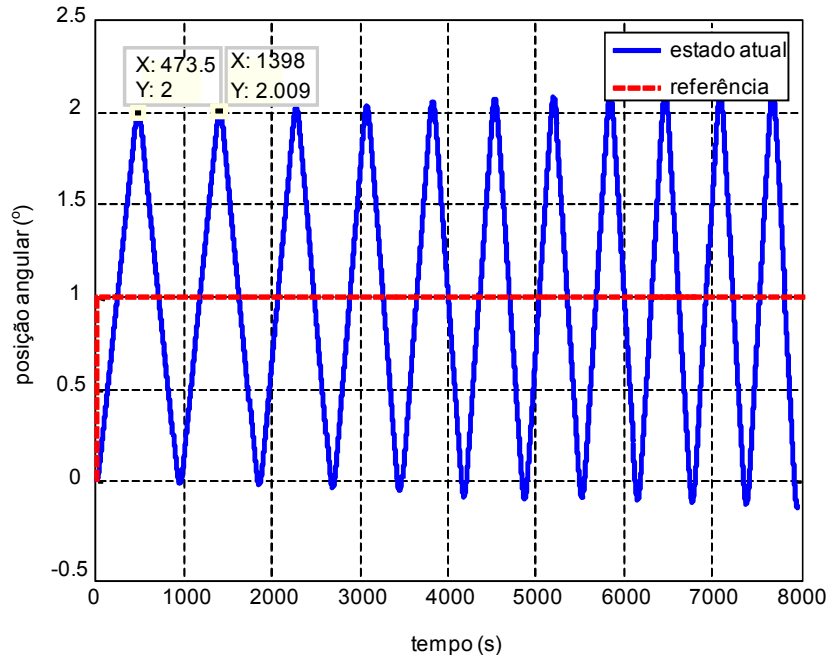
Figura 7.1 - Curva de ajuste do controle PID para o eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

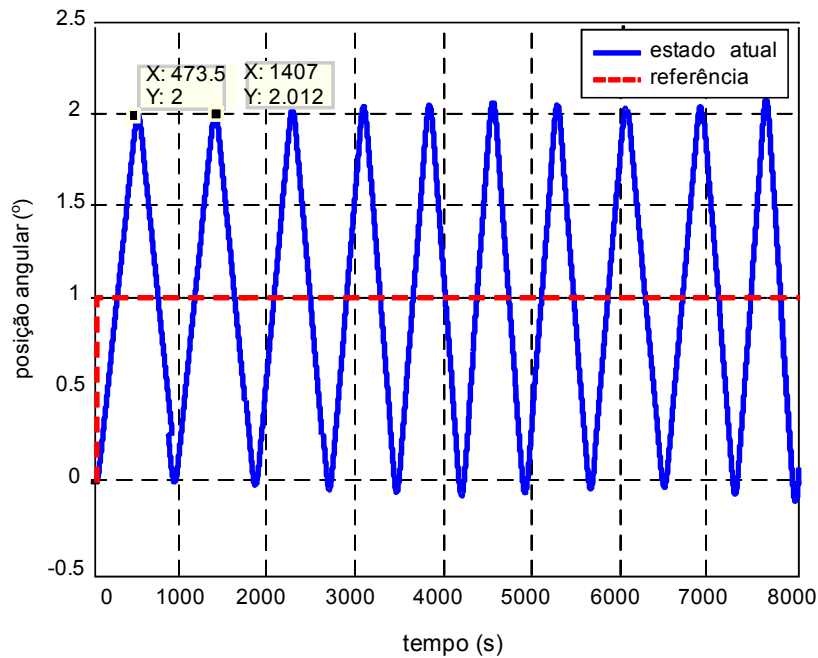
A Figura 7.2 e a Figura 7.3 ilustram as curvas obtidas para o cálculo do ganho crítico e do período crítico para os eixos de arfagem e guinada, respectivamente.

Figura 7.2 – Curva de ajuste do controle PID para o eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

Figura 7.3 – Curva de ajuste do controle do PID no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

Assim, utilizando os valores da Tabela 4.2, definiram-se os novos ganhos do controle PID para cada manobra, conforme indica a Tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Método de Ziegler e Nichols

Controle	Ganho Proporcional	Ganho Integral	Ganho Derivativo
PID	$K_p = 0.60 \times K_{cr}$	$K_I = \frac{K_p}{(0.50 \times P_{cr})}$	$K_D = K_p \times (0.125 \times P_{cr})$
Eixo de Rolamento	1,981	0,0041	236,6552
Eixo de Arfagem	1,980	0,0043	228,8138
Eixo de Guinada	1,980	0,0042	231,041

Fonte: Produção do autor

Assim, com os novos valores para os ganhos (Tabela 7.2), verifica-se que o sistema não amortece, apresentando um erro permanente. Os ganhos indicados pelo método de Ziegler e Nichols são apenas uma primeira aproximação para ajustar os ganhos. Normalmente eles devem ser seguidos de um processo experimental de sintonia fina por tentativa e erro. Assim, os valores dos ganhos do controlador PID foram reajustados a fim de obter melhores valores para os índices de desempenho. A Tabela 7.3 descreve os novos valores dos ganhos. O sobressinal e o tempo de acomodação diminuíram, pois a parcela do ganho derivativo aumentou consideravelmente.

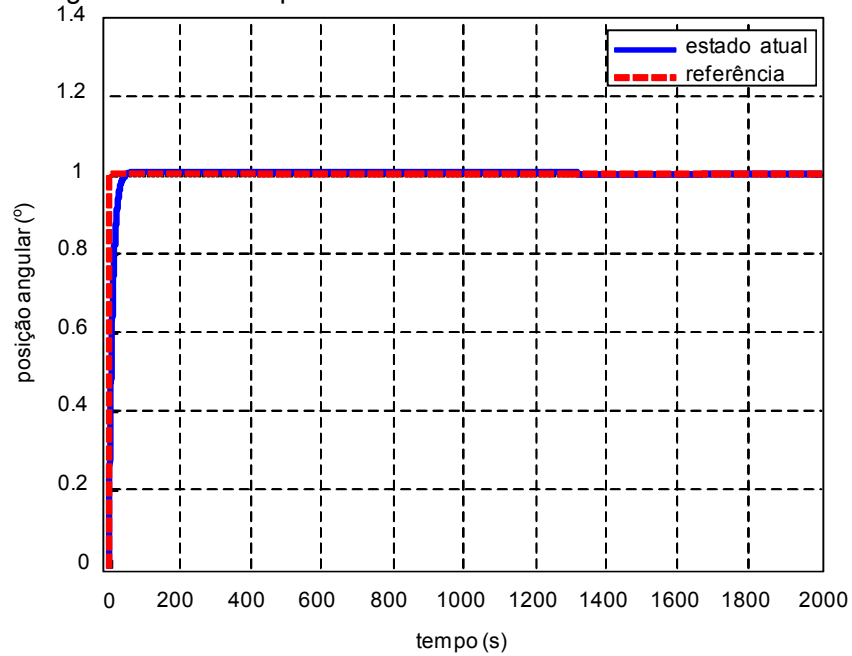
Tabela 7.3 - Novos ganhos do controlador PID

Controle PID	Ganho Proporcional (K_p)	Ganho Integral (K_I)	Ganho Derivativo (K_D)
Eixo de Rolamento	40	3×10^{-6}	350
Eixo de Arfagem	40	0,05	550
Eixo de Guinada	25	2.37×10^{-6}	300

Fonte: Produção do autor

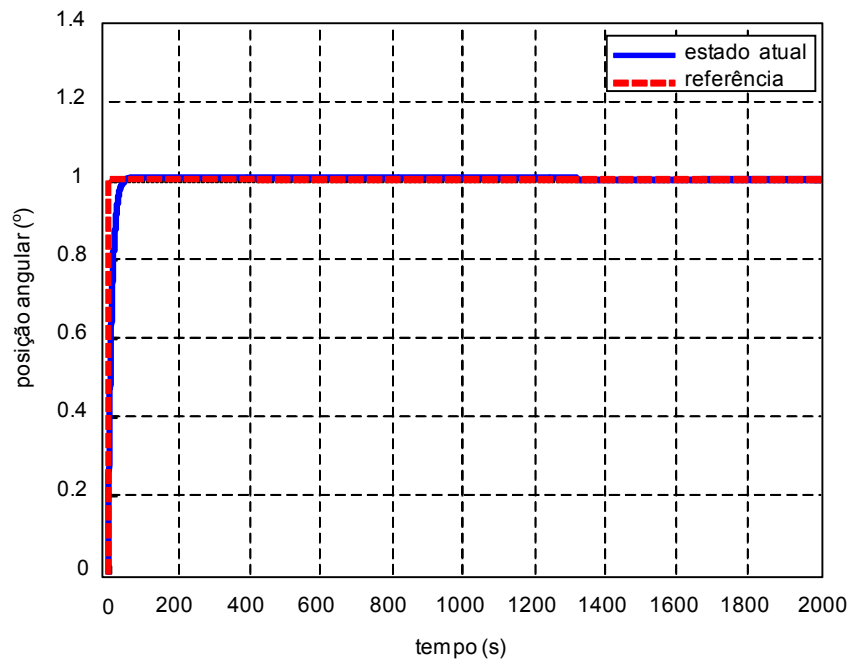
As Figuras 7.4 e 7.5 ilustram o comportamento do sistema nos eixos de rolamento e arfagem, respectivamente, para uma entrada do tipo degrau unitário e considerando os ganhos indicados na Tabela 7.3.

Figura 7.4 - Desempenho do controle PID no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

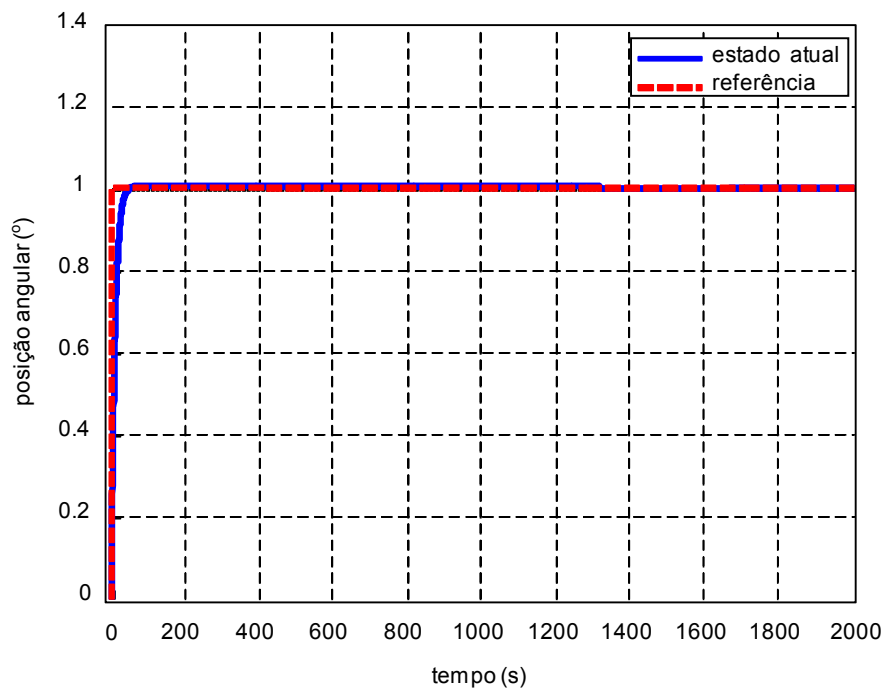
Figura 7.5 - Desempenho do controle PID no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.6 ilustra o comportamento do sistema no eixo de guinada para uma entrada do tipo degrau unitário considerando os ganhos indicados na Tabela 7.3.

Figura 7.6 - Desempenho do controle PID no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

7.3 Resultados obtidos para os controles SMC e PID na ausência de distúrbios e incertezas nos atuadores

A presente seção apresenta os resultados obtidos durante as simulações realizadas com o simulador SAS, considerando os controles SMC e PID na ausência de distúrbios na malha de controle e incertezas nos atuadores. Os valores adotados e calculados para simulação numérica dos controles SMC e PID, e que são apresentados nas Seções 7.1 e 7.2, constam na Tabela 7.4.

Tabela 7.4 – Dados para simulação dos controles

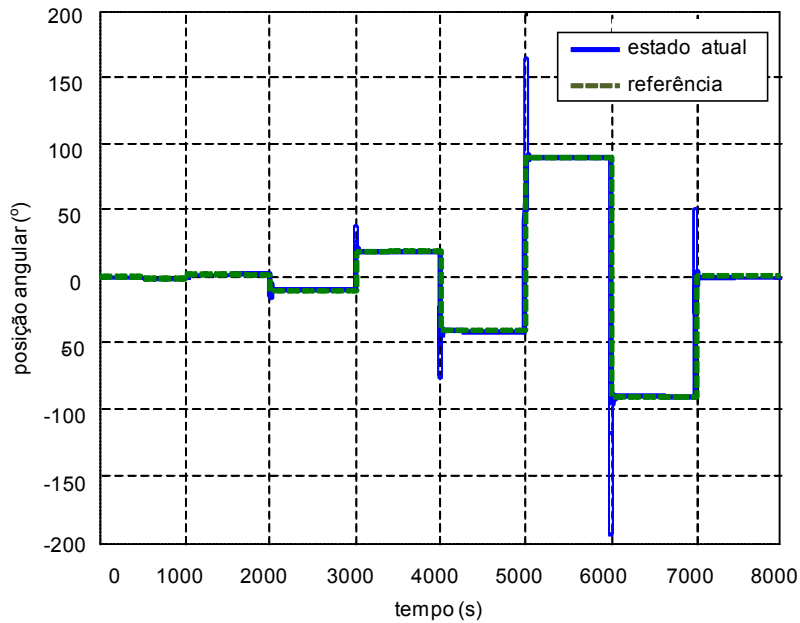
Dados de Simulação	Valores
Condições iniciais nos eixos de rolamento, arfagem e guinada	0 ° / 0 ° / 0 °
Tempo total de simulação	8000 s
Inércia nos eixos principais (I_x, I_y, I_z)	1000 kg · m ²
Produtos de inércia I_{xy}, I_{xy}, I_{xz}	100 kg · m ²
$\lambda_\delta, \lambda_\theta$ e λ_ψ	0,05 / 0,08 / 0,09
$\tilde{x}_\delta, \tilde{x}_{pitch}$ e \tilde{x}_{yaw}	5° / 5° / 5°
$\phi_\delta, \phi_{pitch}$ e ϕ_{yaw}	0,04 / 0,07 / 0,05
η_δ, η_θ e η_ψ	0,00022 / 0,00035 / 0,00039
Tempo de alcance	40 s
Ganhos do PID no eixo de rolamento (K_p, K_I, K_D)	40 / 3×10^{-6} / 350
Ganhos do PID no eixo de arfagem (K_p, K_I, K_D)	40 / 0,05 / 550
Ganhos do PID no eixo de guinada (K_p, K_I, K_D)	40 / $2,37 \times 10^{-6}$ / 300

Fonte: Produção do autor

A manobra desejada para o eixo de rolamento corresponde a uma sequência de degraus com amplitudes diferentes. O controle tenta acompanhar a manobra desejada. Nos instantes que ocorrem mudança da manobra de referência, o controle SMC apresenta um sobressinal elevado, conforme ilustra a Figura 7.7. Para mensurar o desempenho do controle por modos deslizantes, a curva de desempenho foi ampliada entre os instantes de tempo 2950 a 3100 s, conforme ilustra Figura 7.8. É possível mensurar o valor do sobressinal em torno de 17,2° e um tempo de pico igual a 3004 s. O tempo de subida foi igual a

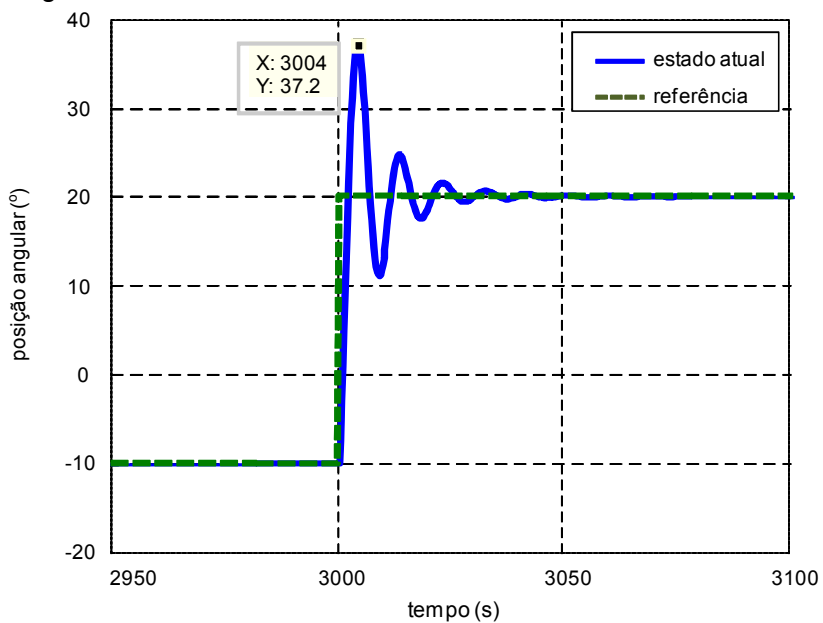
25 s, considerando o critério dos 5 %, tempo necessário para o sistema estabilizar. Este comportamento se estende para os demais instantes, demonstrando que os maiores valores para o sobressinal ocorrem quando há mudanças abruptas do sinal de referência.

Figura 7.7 – Desempenho do controle SMC no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

Figura 7.8 – Sobressinal do controle SMC no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

Para melhorar a resposta do sistema durante manobras no eixo de rolamento, a curva que representa a manobra desejada foi substituída por um degrau “suavizado”. A função que descreve essa curva é dada por:

$$x_d = \pm x_i \pm \frac{\Delta x_d}{2} (\tanh(\pm u_t) + 1)$$

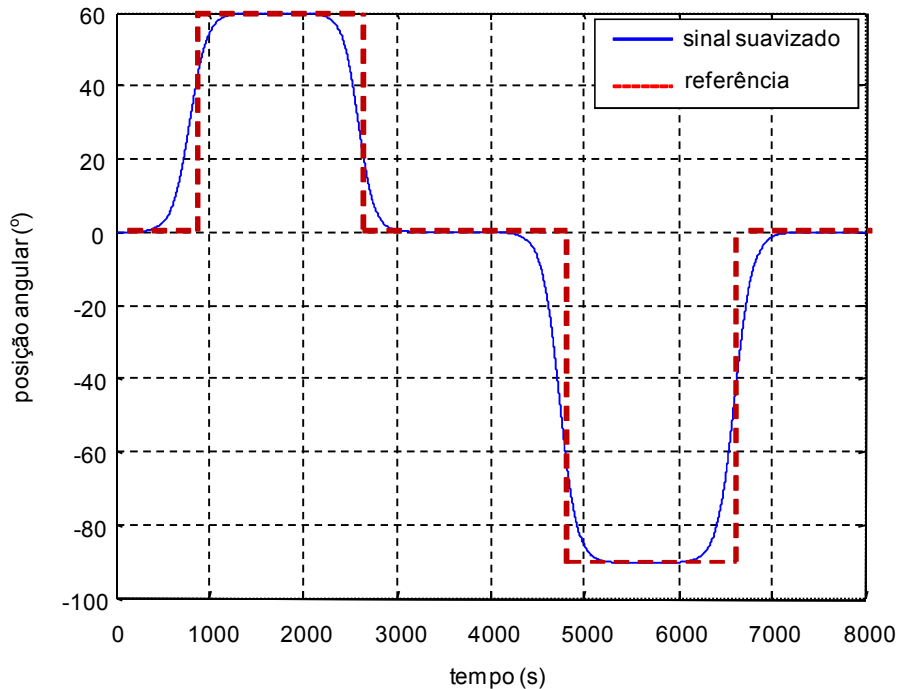
sendo x_d o sinal suavizado, x_i a posição inicial, Δx_d deslocamento e o termo u definido a seguinte forma:

$$u_t = a \frac{t}{t_{max}} - b$$

sendo t_{max} o tempo máximo para realizar a manobra, t é o vetor de tempo e os termos a e b são referentes a inclinação da curva suavizada.

A Figura 7.9 ilustra o sinal degrau suavizado de acordo com a expressão de x_d para o eixo de rolamento. No eixo de arfagem a manobra realizada corresponde a um sinal degrau com amplitude igual a 13° , ou seja, o satélite deverá sair da condição inicial 0° e atingir a posição 13° .

Figura 7.9 – Sinal suavizado para o controle SMC no eixo de rolamento

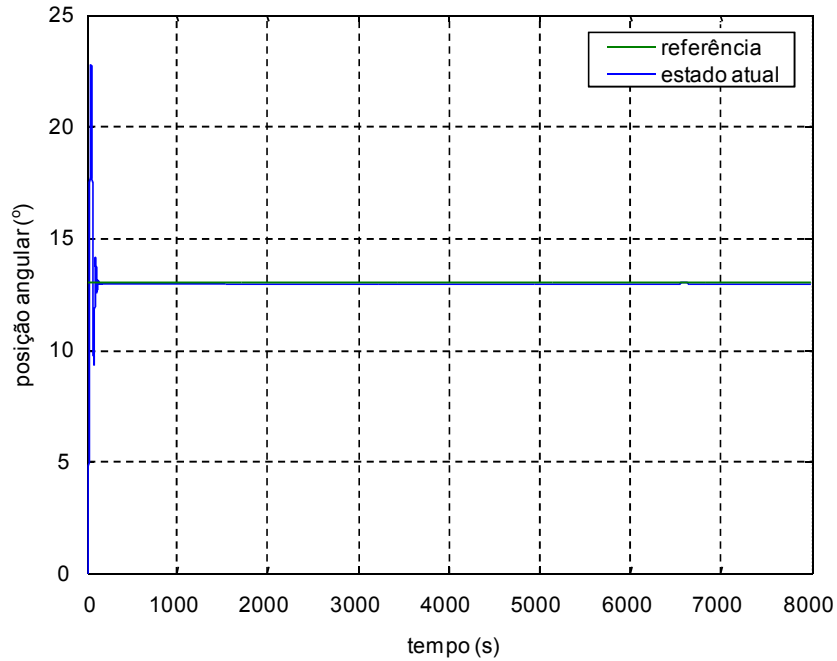


Fonte: Produção do autor

Observou-se o mesmo problema ocorrido no eixo de rolamento, ou seja, um sobressinal elevado na curva de desempenho de acordo com a Figura 7.10

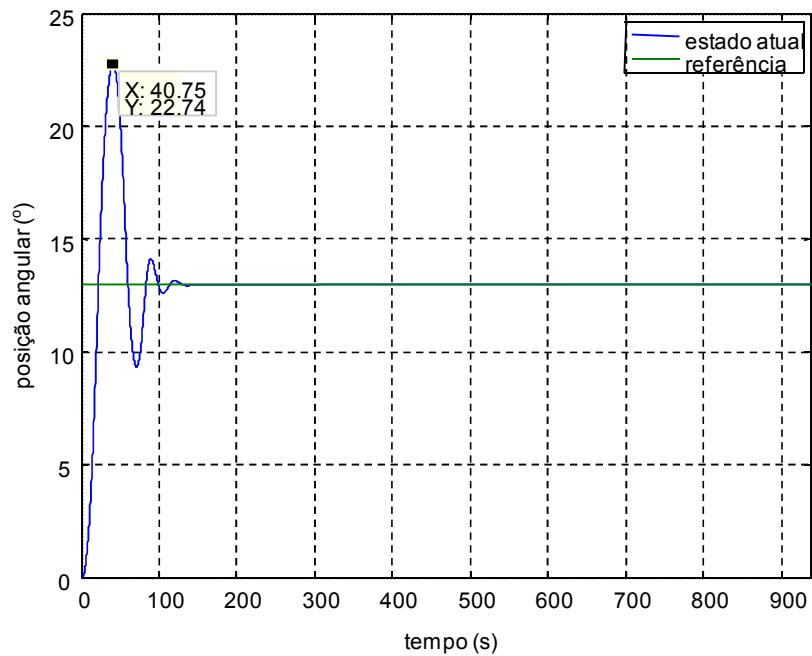
Ampliando o sinal é possível identificar que o valor do sobressinal é igual a $22,74^\circ$, aproximadamente (Figura 7.11).

Figura 7.10 – Desempenho do controle SMC no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

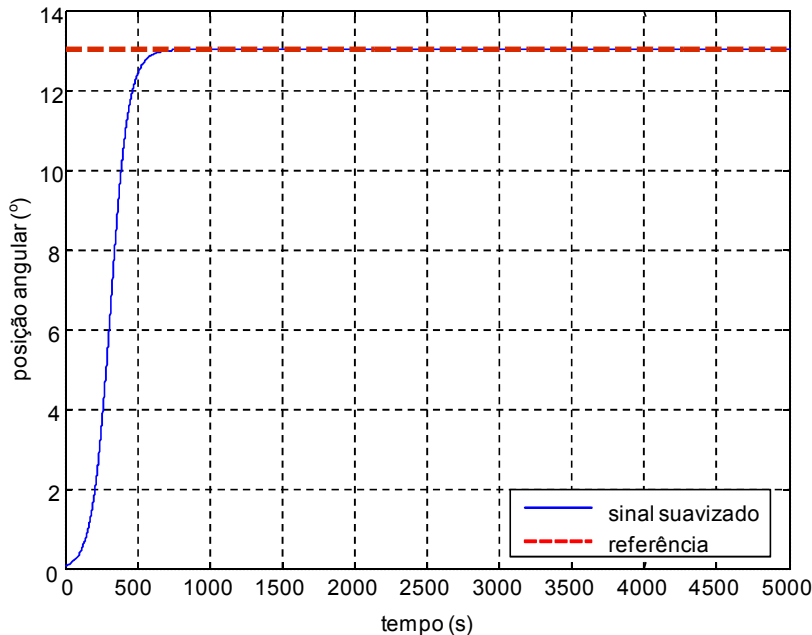
Figura 7.11 – Curva de desempenho ampliada no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

Por isso, optou-se também por suavizar o sinal de referência no eixo de arfagem utilizando o mesmo princípio anterior. A Figura 7.12 ilustra a curva suavizada no eixo de arfagem.

Figura 7.12 – Sinal suavizado no eixo de arfagem



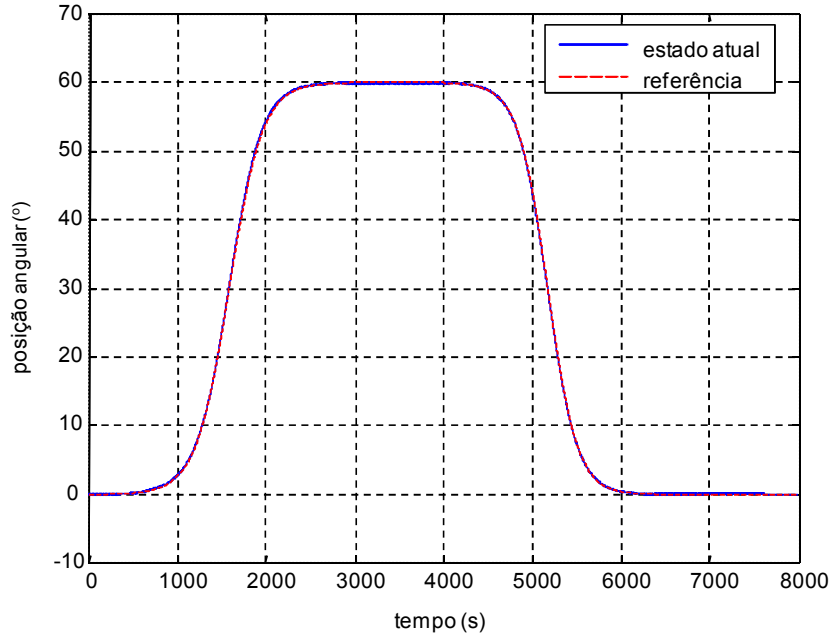
Fonte: Produção do autor

É de grande importância ressaltar que a suavização da curva de referência torna a simulação mais próxima de uma manobra real. Geralmente a inércia do sistema como todo é grande e as mudanças bruscas no sinal de referência poderiam exigir um esforço muito grande dos atuadores e comprometer o sistema de controle de atitude caso este não esteja capacitado a fornecer o torque exigido. Logo, ao suavizar a referência, o sistema irá acompanhar a trajetória desejada, porém, exigindo um esforço menor do sistema de controle SMC.

Outro problema identificado durante as simulações foi à presença de chaveamento de alta frequência denominado *chattering*, conforme mencionado na literatura (SLOTINE e LI, 1991). A Figura 7.13 ilustra o desempenho transitório do controle SMC durante manobra no eixo de rolamento. O controle SMC consegue acompanhar a manobra desejada, porém não é possível identificar as oscilações de alta frequência. Ao ampliar a curva de desempenho

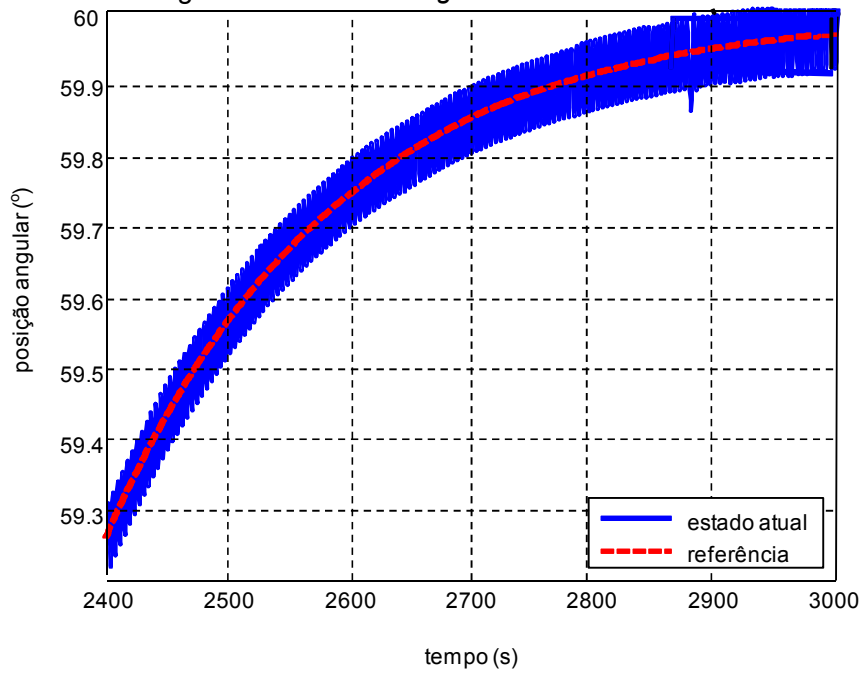
do SMC entre os instantes de 2400 s e 3000 s é possível identificar o *chattering*, conforme ilustra a Figura 7.14.

Figura 7.13 – *Chattering* no controle SMC do eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor.

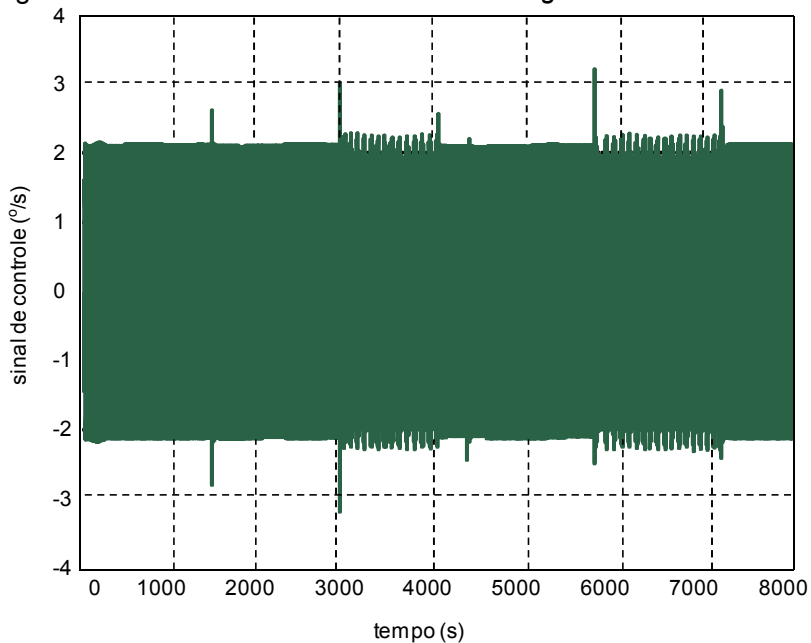
Figura 7.14 – *Chattering* no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor.

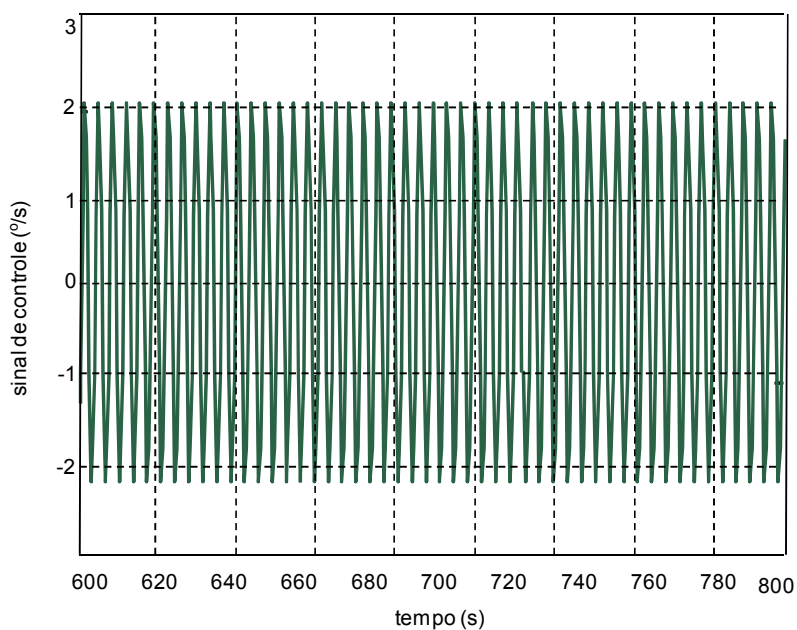
Assim, durante a manobra no eixo de rolamento o atuador chaveou provocando o desgaste dos atuadores e aumentando o consumo de combustível (Figura 7.15). Ampliando a curva do sinal de controle entre os instantes 600 s e 800 s, observa-se melhor o chaveamento de alta frequência (Figura 7.16).

Figura 7.15 – Sinal de controle com *chattering* no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor.

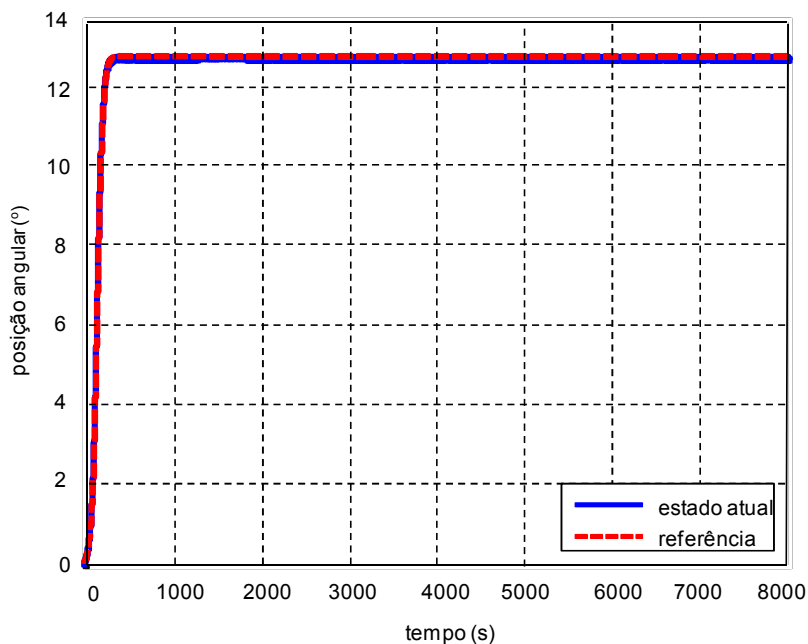
Figura 7.16 – Curva de sinal de controle no eixo de rolamento ampliada



Fonte: Produção do autor

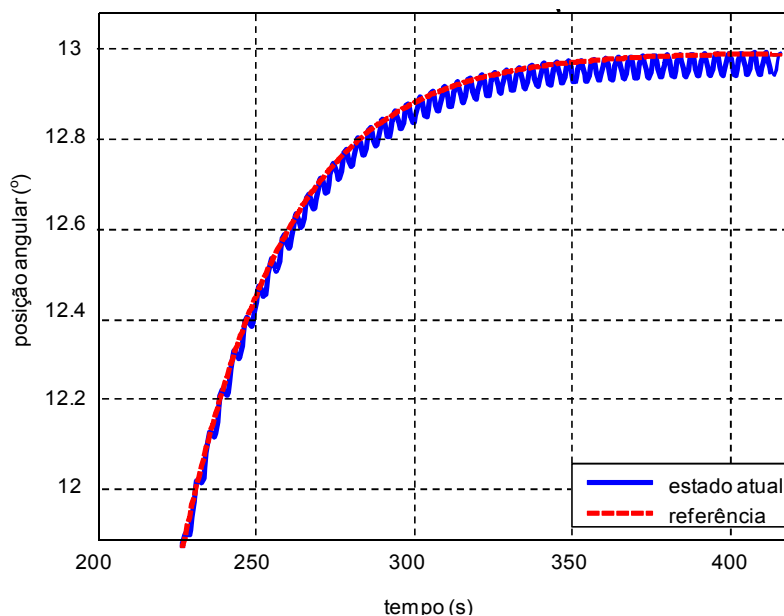
Para o eixo de arfagem, o controle SMC manteve a manobra (Figura 7.17). Ampliando a curva de desempenho entre os instantes 200 s e 450 s observa-se o *chattering* (Figura 7.18).

Figura 7.17 – *Chattering* no controle SMC do eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

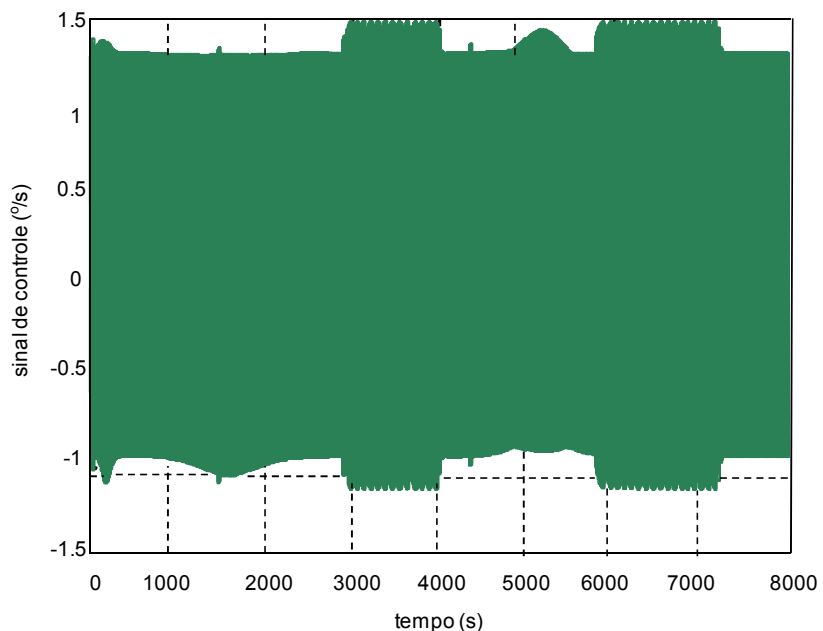
Figura 7.18 – *Chattering* no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

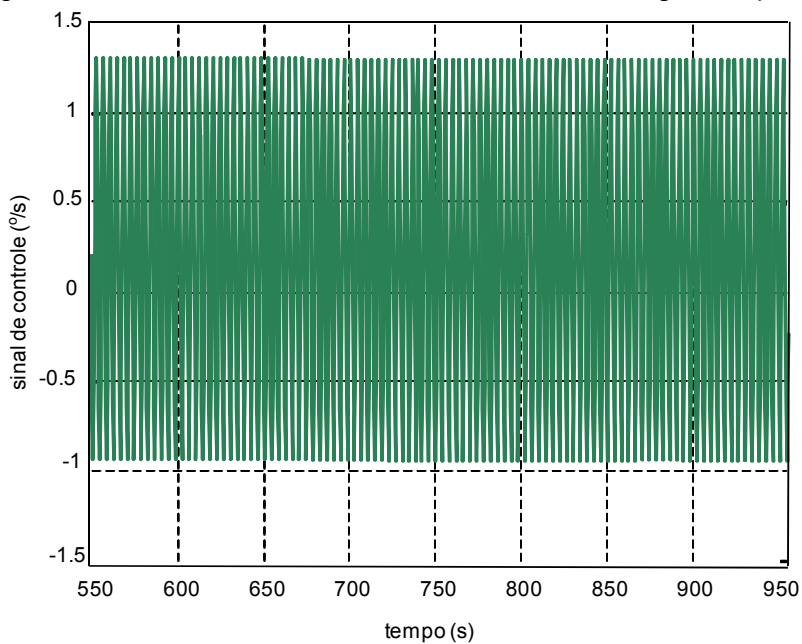
A Figura 7.19 ilustra o comportamento do sinal de controle na presença de *chattering*, observando-se que tais oscilações ocorreram durante toda a manobra. A Figura 7.20 é o sinal de controle ampliado entre os instantes 550 s e 950 s.

Figura 7.19 – Sinal de controle com *chattering* no eixo de arfagem



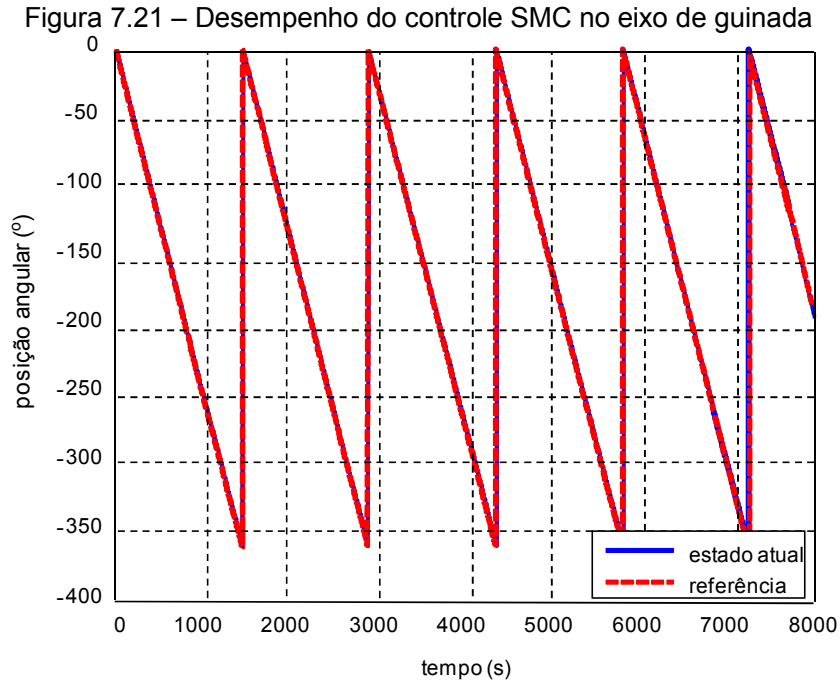
Fonte: Produção do autor.

Figura 7.20 – Curva do sinal de controle no eixo de arfagem ampliada



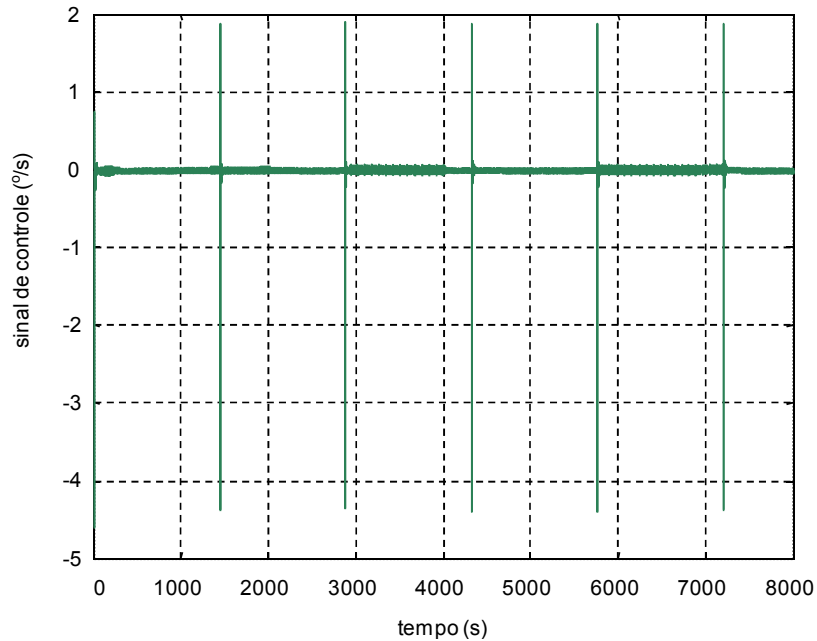
Fonte: Produção do autor.

Para o eixo de guinada, o controle SMC também mantém a manobra (Figura 7.21). O *chattering* está presente no sinal de controle e persiste durante toda a manobra (Figura 7.22).



Fonte: Produção do autor

Figura 7.22 – Sinal de controle com *chattering* no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor.

Deve-se ressaltar que o controle SMC considera o acoplamento entre os eixos de rolamento, arfagem e guinada em seu modelo matemático. Isto significa que o mau desempenho transitório e permanente, ou a presença de *chattering* em algum dos três eixos pode comprometer o bom desempenho dos demais eixos. Logo, a suavização do sinal de referência nos eixos de rolamento e arfagem pode melhorar o desempenho do sistema no eixo de guinada. Mediante aos problemas descritos, novas simulações foram realizadas considerando a parcela integral na ação de controle, conforme Slotine e Li (1991) sugerem, e a suavização da manobra nos eixos de rolamento e arfagem. As manobras a ser realizadas são:

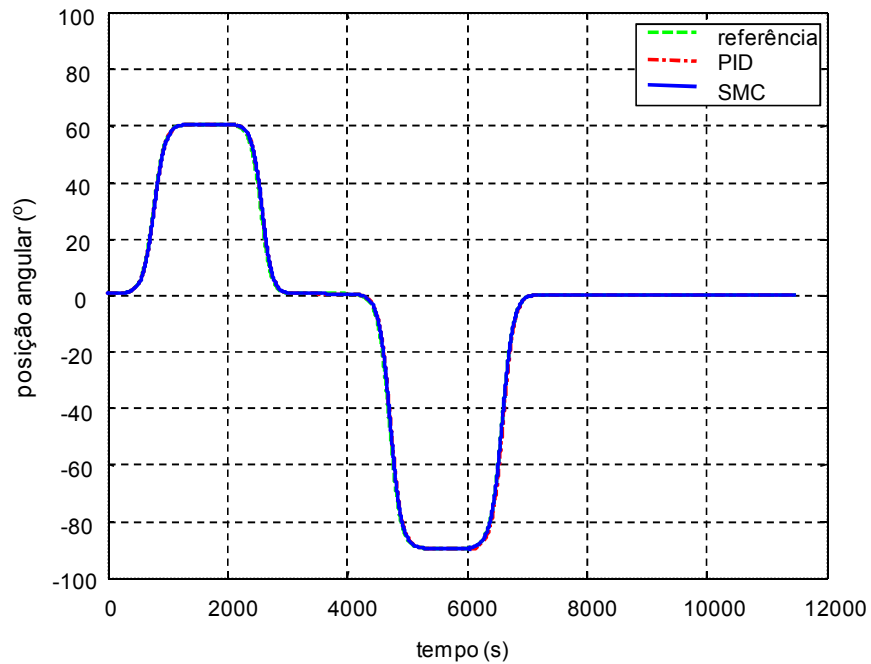
1. Eixo de rolamento: a primeira manobra inicia-se em 0° indo para 60° e retornando a 0° . Após alguns instantes, ocorre a segunda manobra, saindo de 0° indo para -90° e retornando para 0° .
2. Eixo de arfagem: a manobra inicia-se em 0° indo para 13° , permanecendo nessa posição até o final da simulação.
3. Eixo de guinada: a manobra permanece a mesma, ou seja, o modelo realiza uma rotação de 360° em torno de seu eixo.

Para avaliar o comportamento dos controladores SMC e PID em cada eixo, as seguintes curvas serão apresentadas: desempenho do controle, erro de acompanhamento, velocidade angular e aceleração angular para cada eixo de rotação. Duas outras curvas serão ilustradas somente para o SMC, a saber: plano de fase e camada limite com a superfície deslizante. Quanto ao critério de desempenho, serão observados os valores de sobressinal, tempo de pico e tempo de subida nos instantes onde os valores são mais críticos.

A Figura 7.23 ilustra o desempenho dos controladores SMC e PID no eixo de rolamento. Ambos os controles mantêm a manobra desejada e apresentam um desempenho transitório idêntico. Considerando a primeira manobra de 0° para 60° , observa-se que o valor de sobressinal e do tempo de pico são nulos. O sistema demorou aproximadamente 1400 s para atingir o valor desejado e estabilizar. O tempo de atraso do controle foi próximo a 800 s. O erro de acompanhamento dos controles SMC e PID converge para zero ao longo do

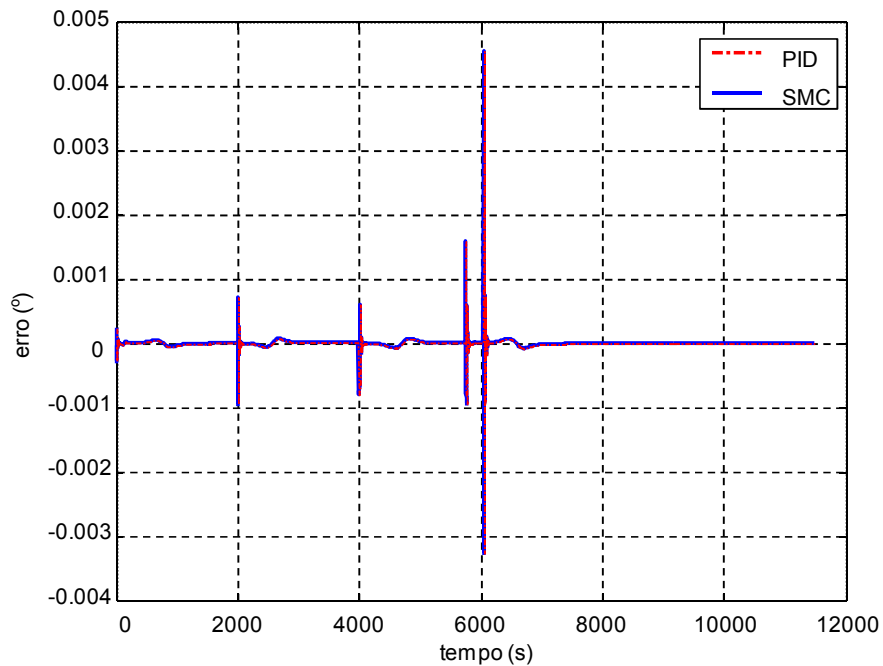
tempo (Figura 7.24) e o maior valor absoluto para o erro é de $0,0045^\circ$. Para o controle SMC, esse valor é inferior ao adotado em projeto, ou seja, 5° .

Figura 7.23 – Desempenho dos controles SMC e PID no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

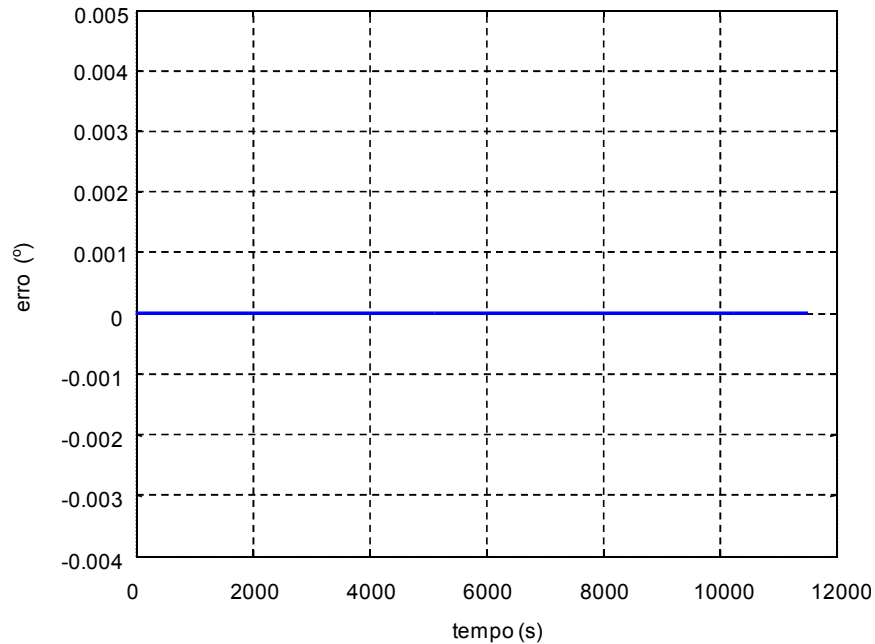
Figura 7.24 – Erro de acompanhamento dos controles SMC e PID no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

A diferença entre o erro de acompanhamento do controle SMC e erro de acompanhamento do controle PID é ilustrada na Figura 7.25 e demonstra que o erro para ambos os controles é idêntico.

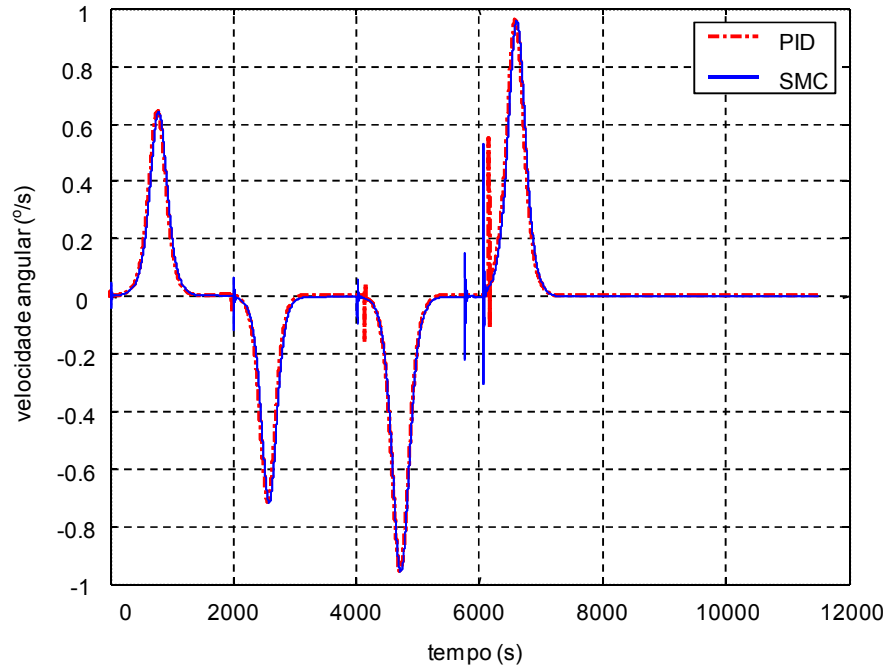
Figura 7.25 – Diferença entre erro de acompanhamento dos controles SMC e PID no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

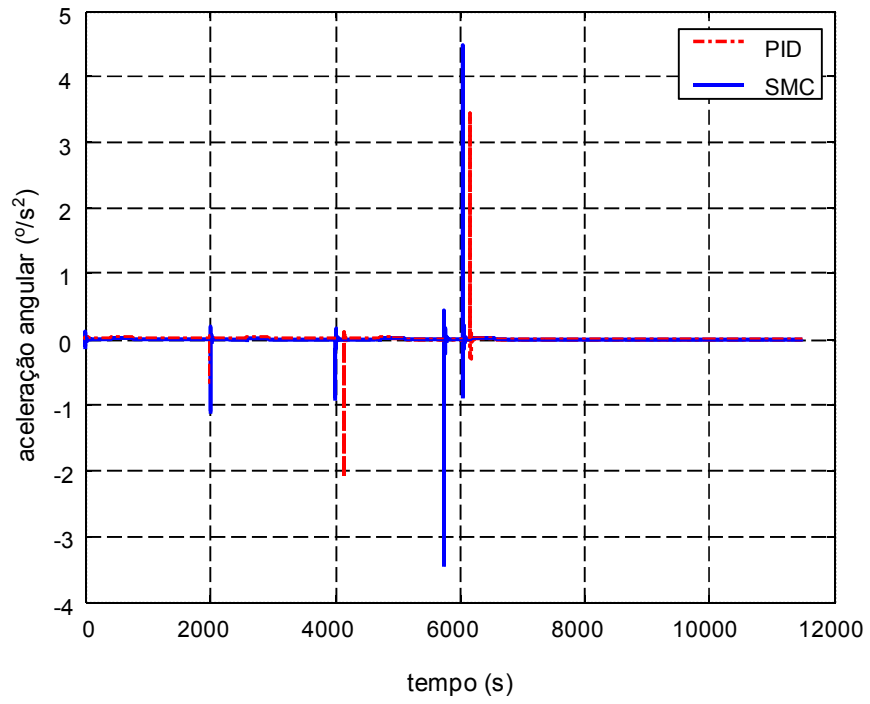
Para compensar esse erro o sistema aumenta a sua velocidade angular e, conseqüentemente, a aceleração angular conforme ilustram a Figura 7.26 e a Figura 7.27. Isto significa que os atuadores estão ligados nos instantes em que o sistema acelera. O controle SMC exigiu mais dos atuadores para manter a manobra em relação ao PID. Isto na prática pode significar desgaste dos atuadores e/ou gasto maior de combustível.

Figura 7.26 – Velocidade angular no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

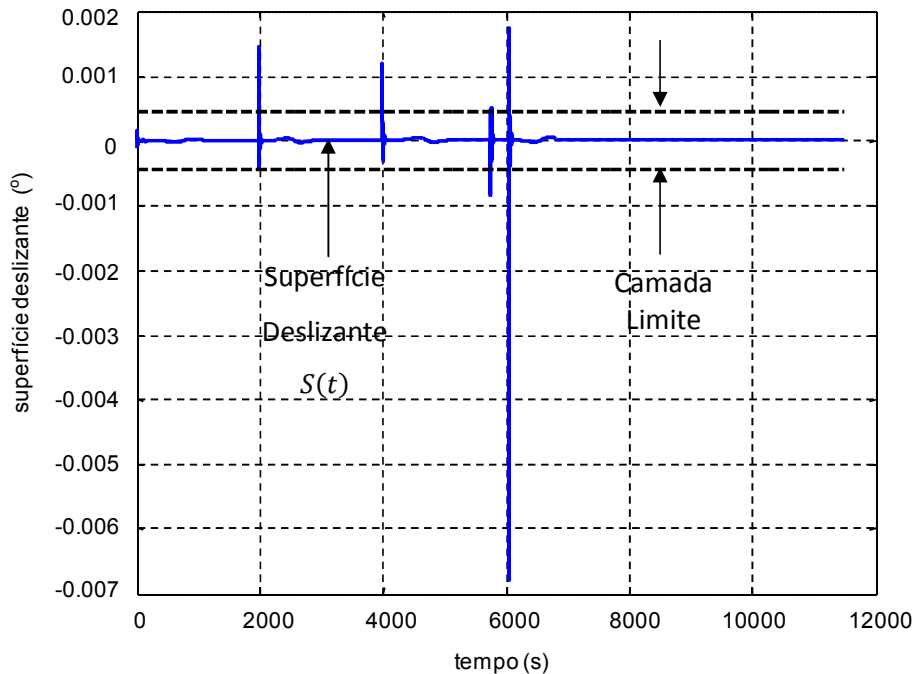
Figura 7.27 – Aceleração angular no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

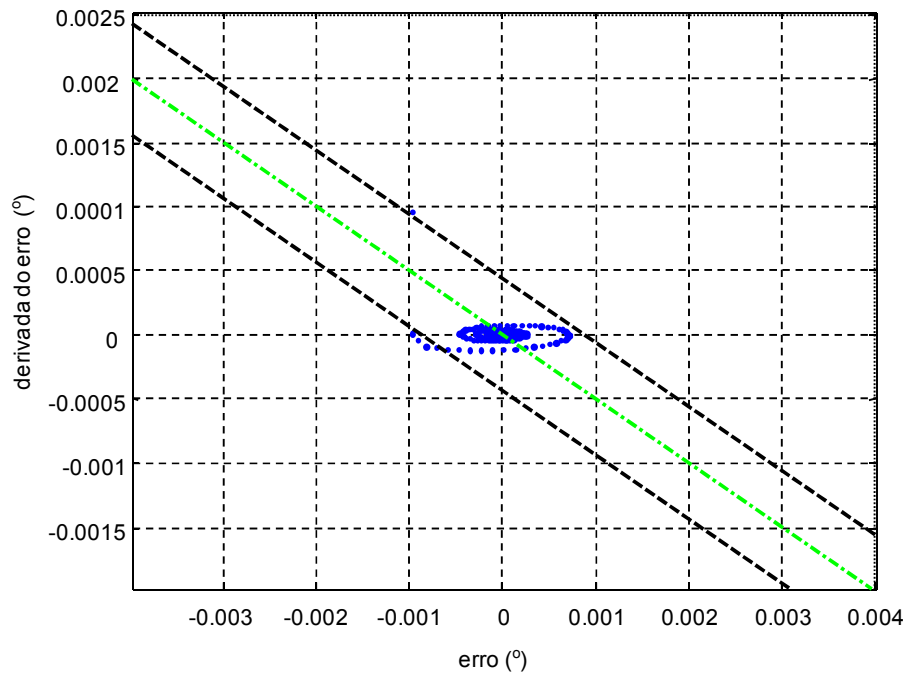
A Figura 7.28 exibe a camada limite do controle SMC no eixo de rolamento. Durante a manobra, a superfície deslizante $S(t)$ converge para o valor zero, permanecendo dentro da camada limite projetada. Observa-se que nos instantes em que o sistema apresentou um esforço maior para manter a manobra, $S(t)$ saiu da camada limite e retornou para ela rapidamente, atendendo a especificação de projeto do SMC, ou seja, tempo de retorno à camada limite foi igual a 40 s, conforme descrito na Seção 7.1. Esse valor corresponde ao tempo de alcance mencionado na literatura. O plano de fase contendo a camada limite e a superfície deslizante do controle SMC é ilustrada na Figura 7.29 e na Figura 7.30. A superfície deslizante sai de um ponto qualquer no plano de estado e converge para o ponto (0,0), conforme esperado.

Figura 7.28 – Camada limite do controle SMC no eixo de rolamento



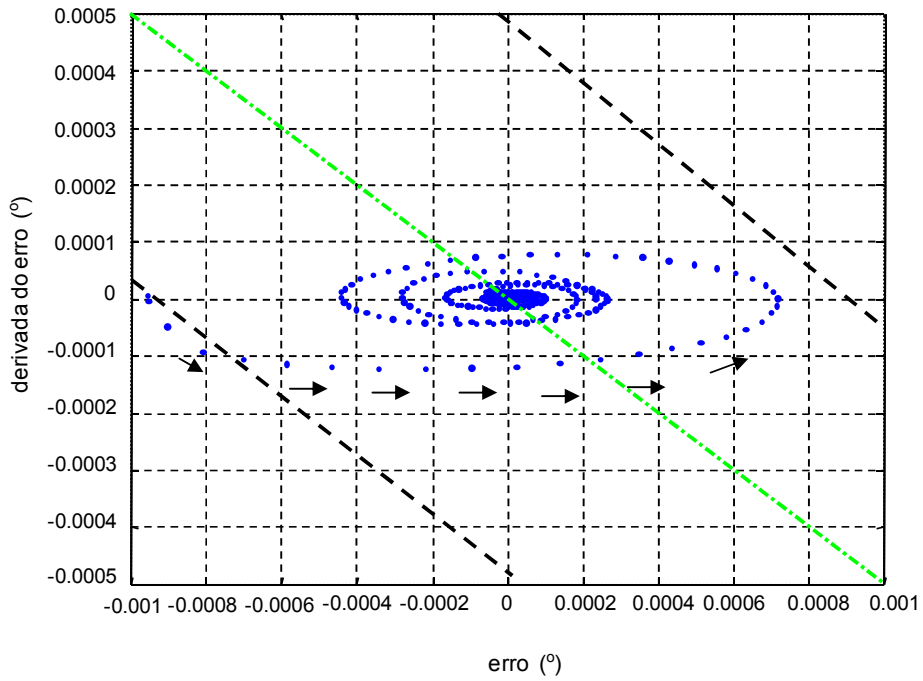
Fonte: Produção do autor

Figura 7.29 – Plano de fase do controle SMC no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

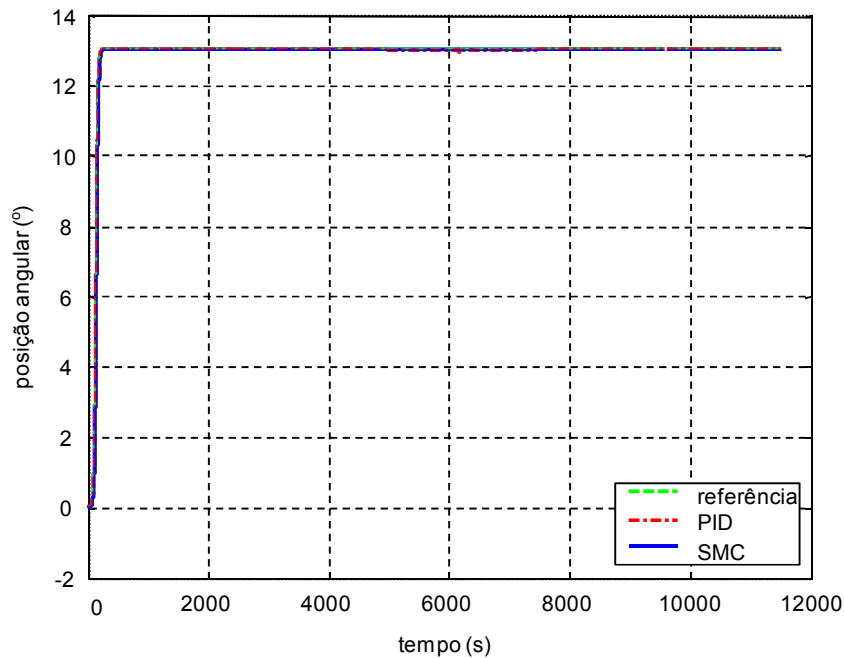
Figura 7.30 – Plano de fase do controle SMC no eixo de rolamento ampliado



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.31 ilustra o desempenho dos controles SMC e PID no eixo de arfagem. Os controles apresentaram um comportamento idêntico. O sistema acompanha a manobra desejada, sem apresentar oscilações e permanece estável nos instantes seguintes. Logo, o sobressinal e o tempo de pico são nulos. Os controles SMC e PID demoraram cerca de 300 s para atingir 100 % do valor final da manobra. O valor do tempo de atraso foi próximo a 200 s.

Figura 7.31 – Desempenho dos controladores no eixo de arfagem

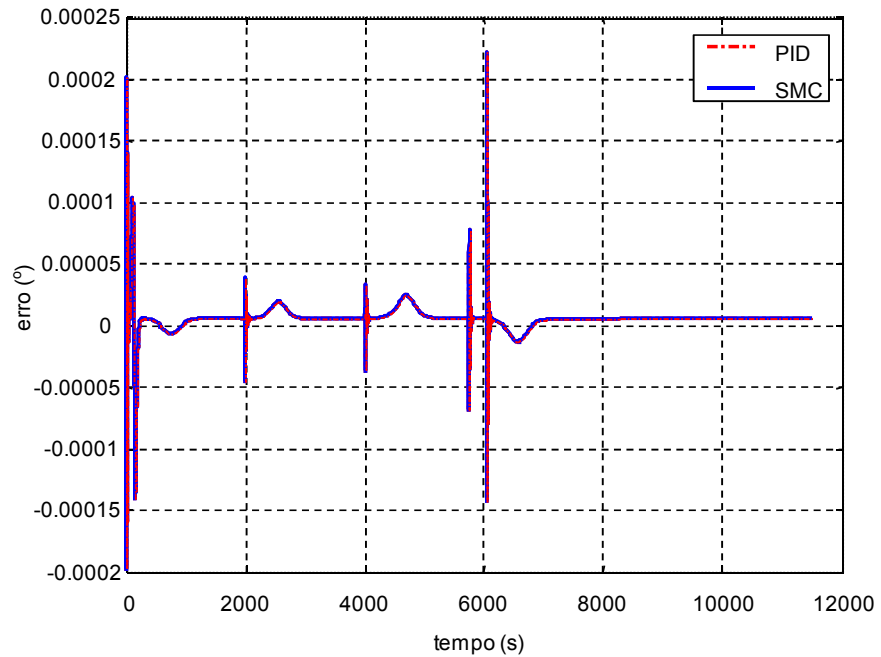


Fonte: Produção do autor

A Figura 7.32 corresponde à curva do erro de acompanhamento dos controles SMC e PID no eixo de arfagem. A Figura 7.33 ilustra a diferença entre o erro de acompanhamento do controle SMC e erro de acompanhamento do controle PID demonstrando que os valores são idênticos. O erro máximo para os controles SMC e PID é de $0,00023^\circ$ e inferior ao valor admitido em projeto (5°). Quando a manobra se inicia, o controle PID apresenta um erro maior que o SMC, $0,0002^\circ$, e durante os instantes seguintes converge para zero. Os erros nos instantes 2000 s, 4000 s e 6000 s, são provenientes da mudança da manobra no eixo de rolamento. No caso do SMC, esse fato procede, pois o controle de cada eixo de rotação é acoplado uns aos outros. No caso do PID

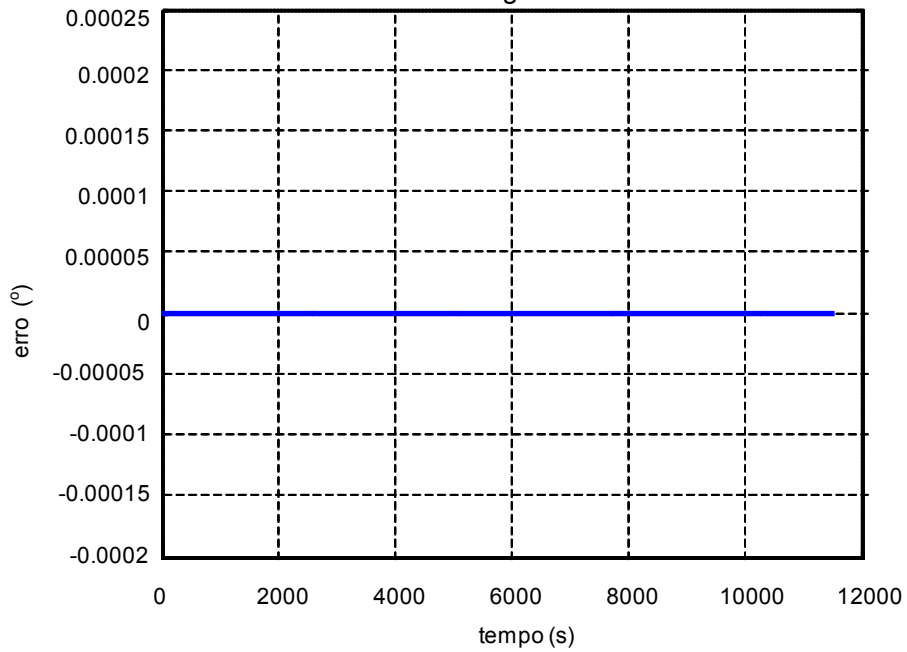
isto não ocorre e o erro poderia ser melhorado aumentando o seu ganho integral.

Figura 7.32 – Erro de acompanhamento no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

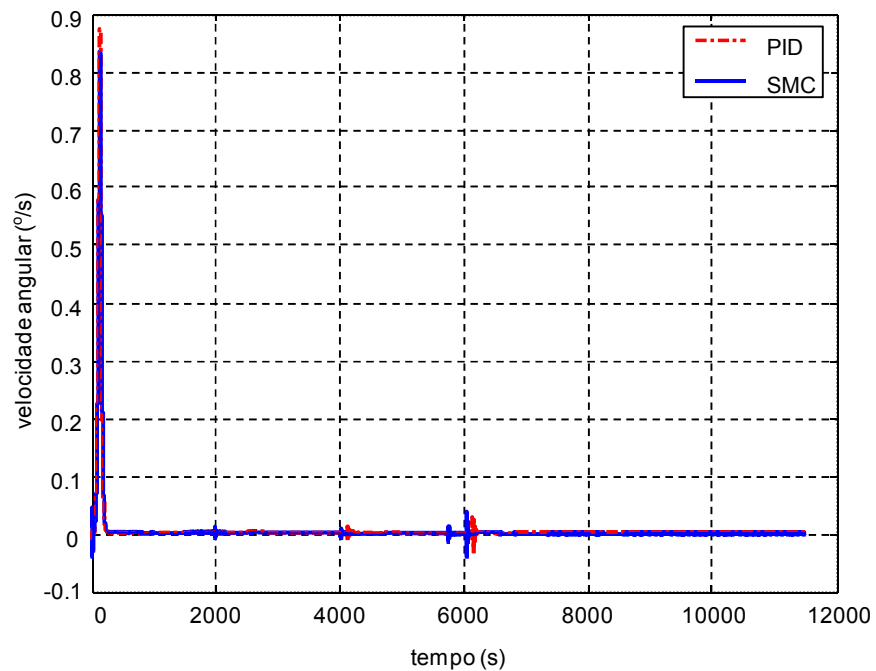
Figura 7.33 – Diferença entre erro de acompanhamento dos controles SMC e PID no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

Para compensar o erro e manter a manobra no eixo de arfagem, o sistema aumenta a velocidade angular nesse instante e acelera, acionando os atuadores (Figura 7.34 e Figura 7.35). No início da manobra os controles PID e SMC apresentam o maior valor para velocidade angular, próximo a $0,89\text{ }^\circ/\text{s}$ e $0,82\text{ }^\circ/\text{s}$, respectivamente.

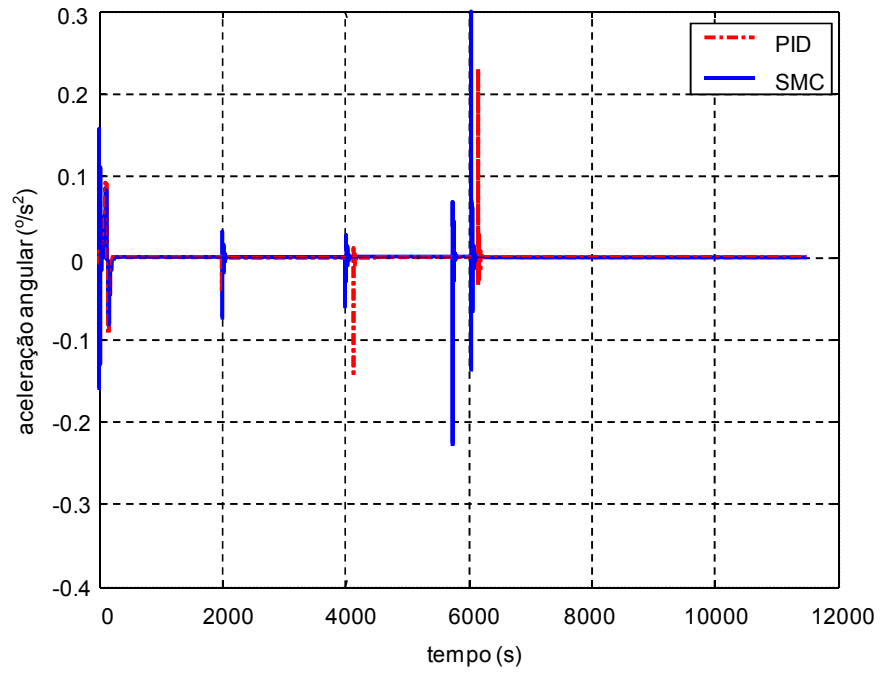
Figura 7.34 – Velocidade angular no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

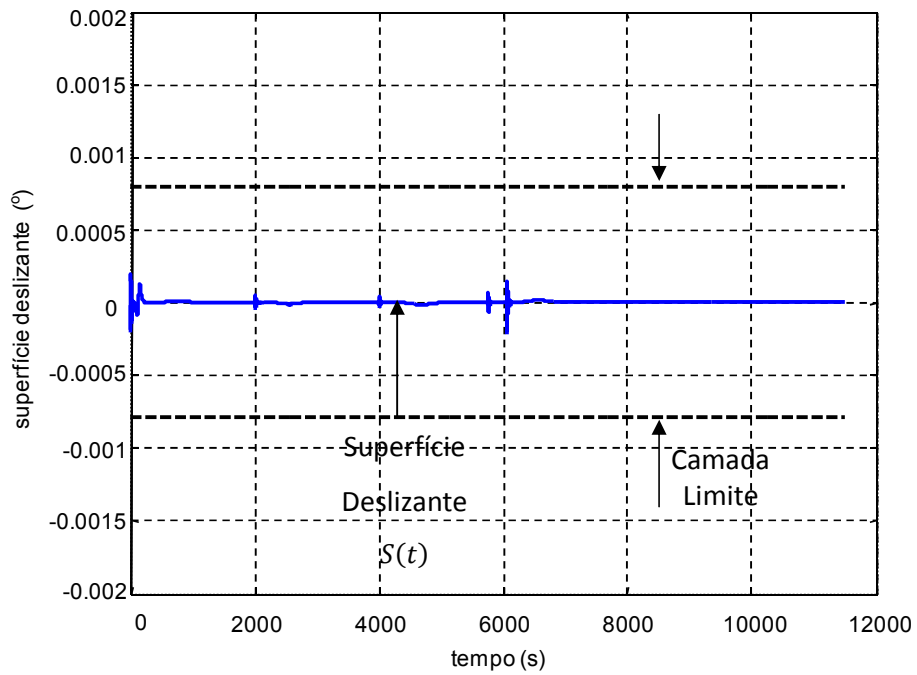
Durante a manobra no eixo de arfagem, a superfície deslizante permanece dentro da camada limite projetada (Figura 7.36).

Figura 7.35 – Aceleração angular no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

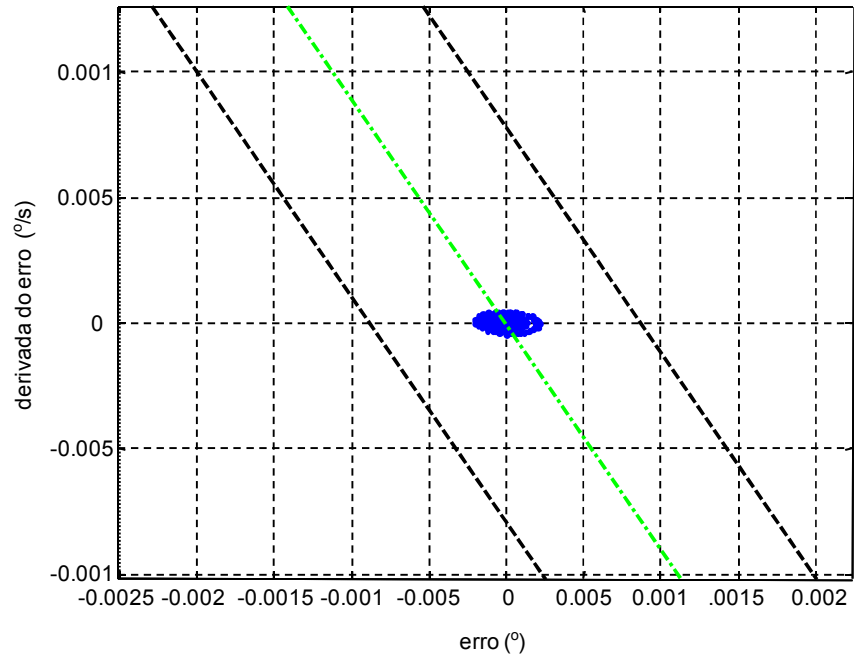
Figura 7.36 – Camada limite do controle SMC no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

Traçando o plano de fase, Figura 7.37, observa-se a superfície deslizante convergindo para o ponto (0,0).

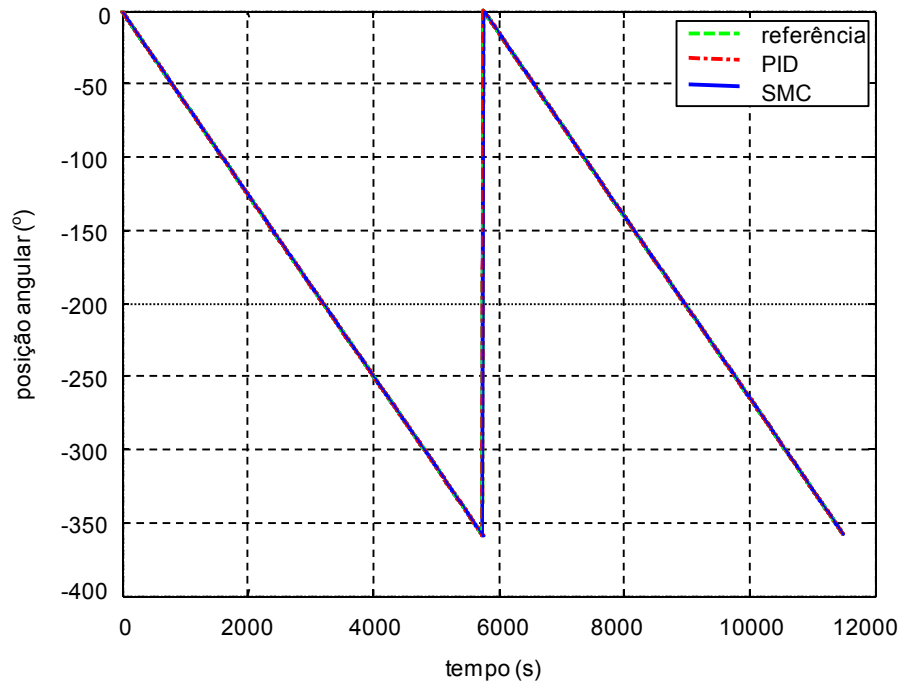
Figura 7.37 – Plano de fase do SMC no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

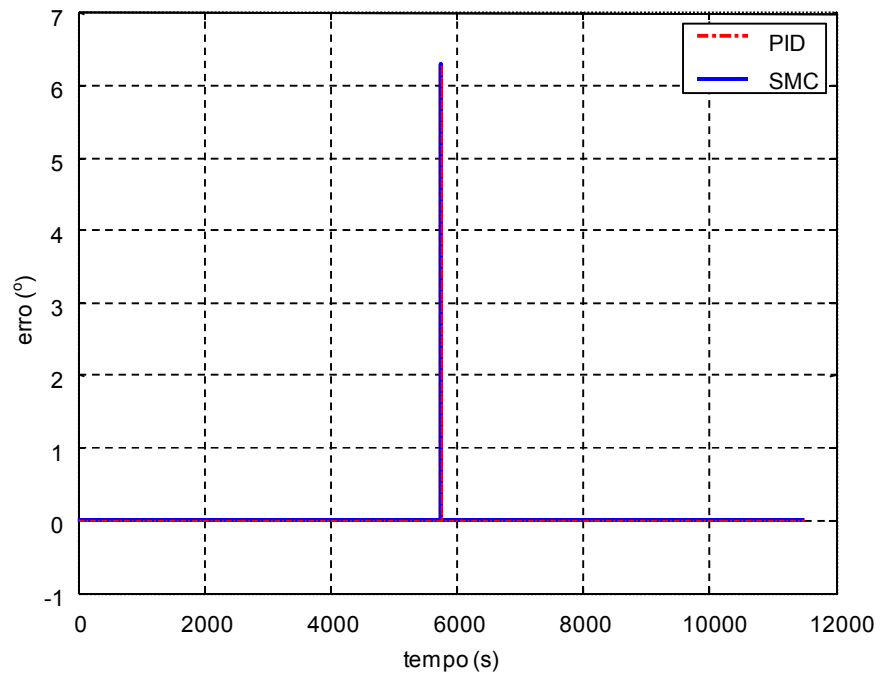
A Figura 7.38 ilustra o desempenho dos controles SMC e PID no eixo de guinada. Novamente, ambos os controles apresentaram o mesmo comportamento transitório. Os valores do sobressinal e tempo de pico são nulos. Os valores do tempo de subida e tempo de atraso foram aproximadamente 5800 s e 3100 s, respectivamente. De acordo com a Figura 7.39, no instante igual a 6000 s os controles PID e SMC apresentam um erro de acompanhamento de $6,5^\circ$ que converge para zero rapidamente.

Figura 7.38 – Desempenho dos controladores no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

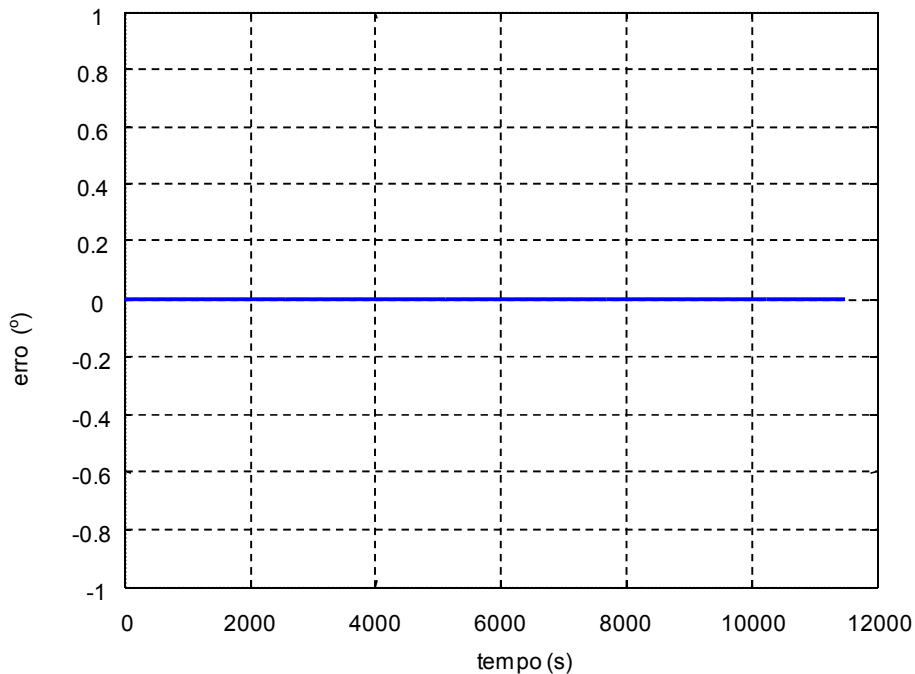
Figura 7.39 – Erro de acompanhamento no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.40 demonstra que a diferença entre os erros de acompanhamento dos controles SMC e PID é zero, ou seja, ambos os controles apresentando os mesmos valores para o erro em cada instante. Para o controle SMC este valor está acima do valor especificado em projeto (5°). Isto ocorre exatamente nos instantes que o satélite sai de -360° e retorna para a posição inicial. O controle SMC não conseguiu interpretar que a posição final (-360°) da manobra é exatamente igual à posição inicial (0°), apresentando-se sensível a essa mudança abrupta do sinal.

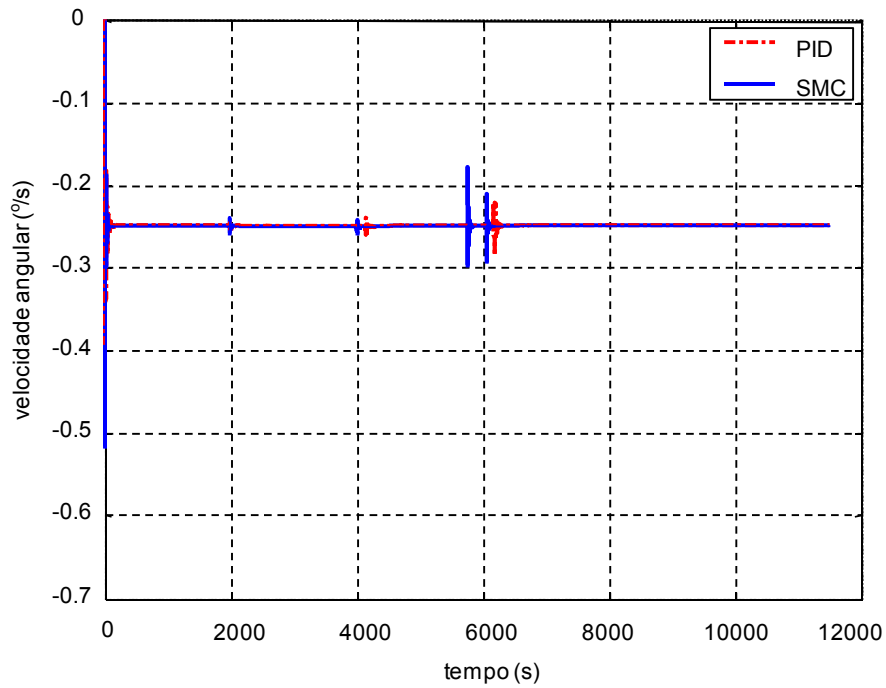
Figura 7.40 – Diferença entre erro de acompanhamento dos controles SMC e PID no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

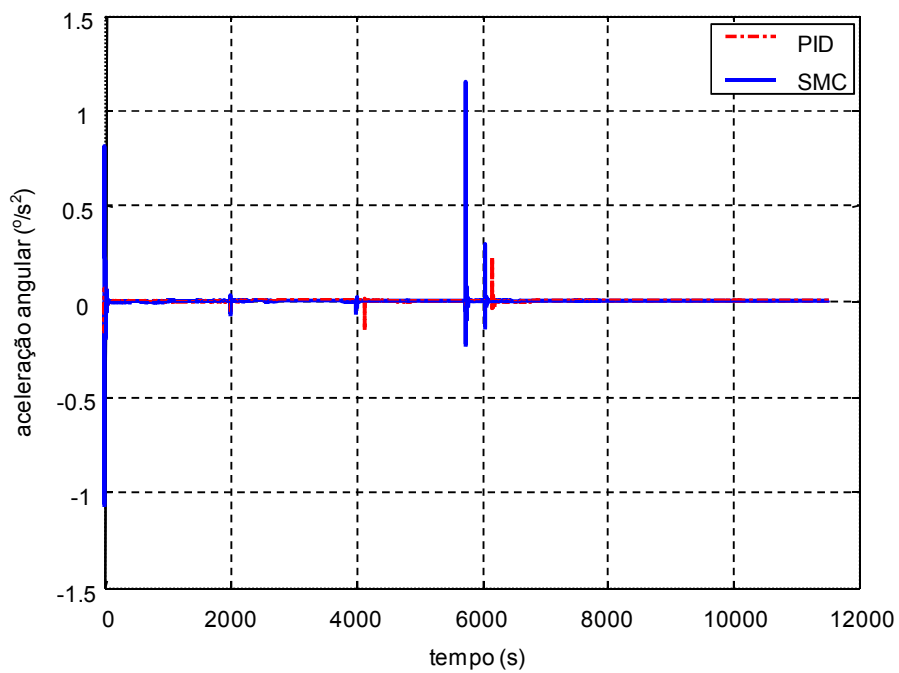
Para compensar o erro e manter a manobra no eixo de guinada, os controles SMC e PID aumentam a velocidade angular e a aceleração angular, ligando os atuadores (Figura 7.41 e Figura 7.42).

Figura 7.41 – Velocidade angular no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

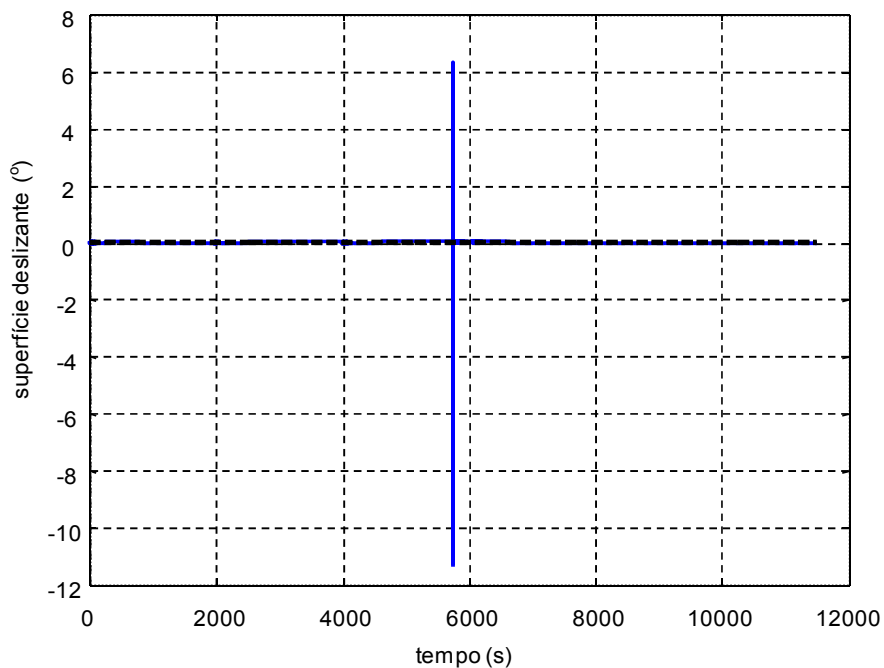
Figura 7.42 – Aceleração angular no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

Conclui-se que o controle SMC exigiu um esforço maior dos atuadores, significando um consumo maior de energia e/ou combustível e, até mesmo, maior desgastes dos atuadores. A Figura 7.43 exibe a camada limite e a superfície deslizante para o controle SMC no eixo de guinada. A camada limite foi estreita, porém a superfície deslizante $S(t)$ permanece em seu interior, convergindo para o valor zero. Nos instantes em que a manobra foi brusca, $S(t)$ saiu da camada limite e retornou para dentro da mesma em 0,80 s. No projeto determinou-se que ao sair da camada limite, a superfície deslizante deveria retornar para a mesma em 40 s. Este valor corresponde ao tempo de alcance e o valor obtido na simulação foi bem menor que o estimado. Ou seja, a superfície deslizante convergir mais rápido do que foi especificado.

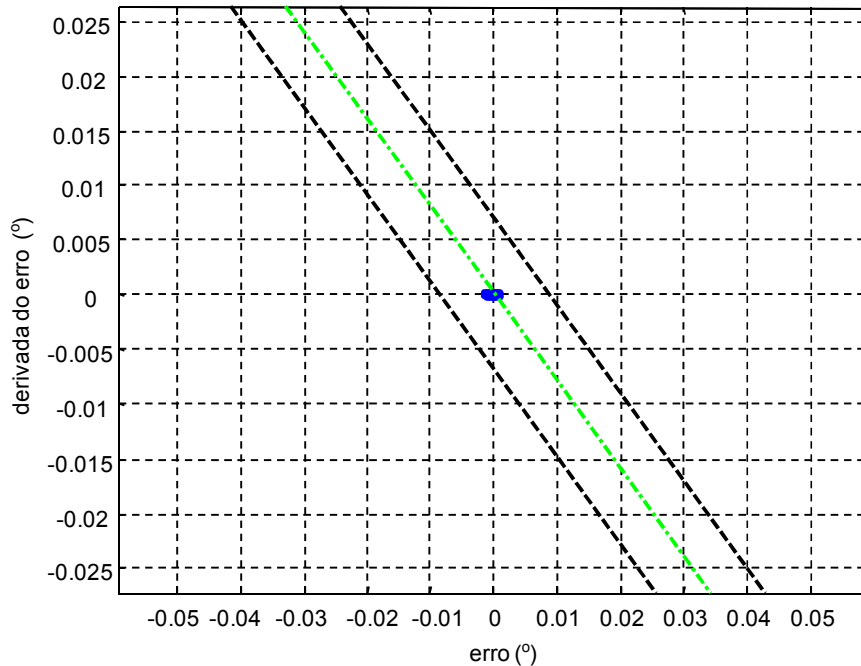
Figura 7.43 – Camada limite do controle SMC no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.44 representa o plano de fase para o controle SMC no eixo de guinada e demonstra que a superfície deslizante permaneceu dentro da camada limite convergindo para o ponto (0,0) do plano de fase.

Figura 7.44 – Plano de fase do SMC no eixo de guinada



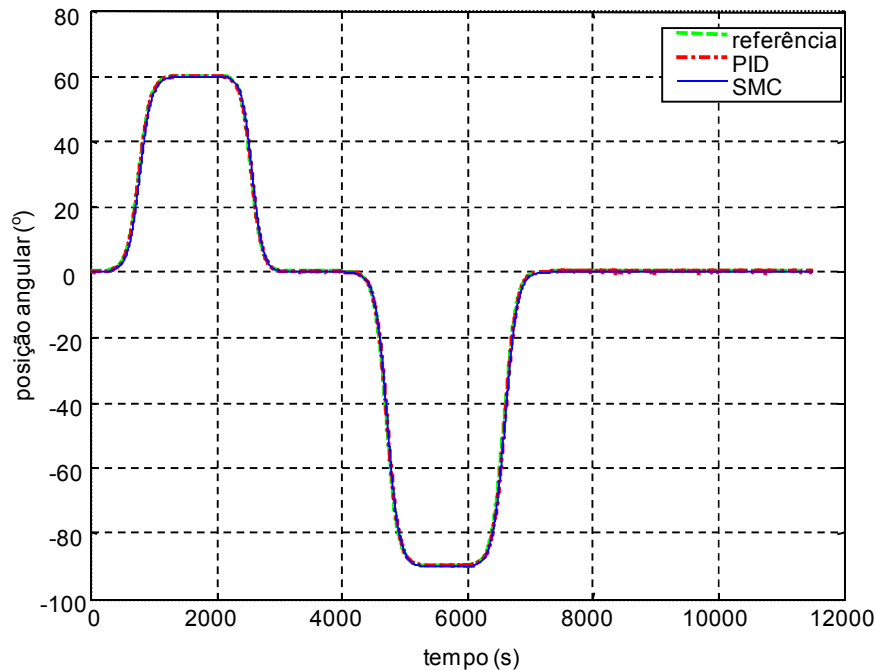
Fonte: Produção do autor

7.4 Resultados obtidos para os controles SMC e PID com ausência de distúrbios externos e presença de incertezas nos atuadores

O caso avaliado anteriormente considerava os atuadores ideais. Para o presente caso optou-se por inserir um ruído randômico, com variância de 0,01, nos três eixos de coordenadas e analisar o desempenho transitório dos controles SMC e PID. Ressalta-se que os valores dos parâmetros de ajuste são idênticos ao caso anterior. Os resultados obtidos para o controle SMC foram praticamente idênticos aos obtidos no caso anterior. O resultado mais significativo ocorreu no controle PID.

A Figura 7.45 ilustra o desempenho dos controles SMC e PID no eixo de rolamento. O sistema acompanhou a manobra desejada. Considerando a primeira manobra, os valores obtidos para sobressinal, tempo de pico e tempo de atraso 0° , 0 s e 800 s, respectivamente. Quanto ao tempo de subida do sistema, este é aproximadamente igual a 1500 s.

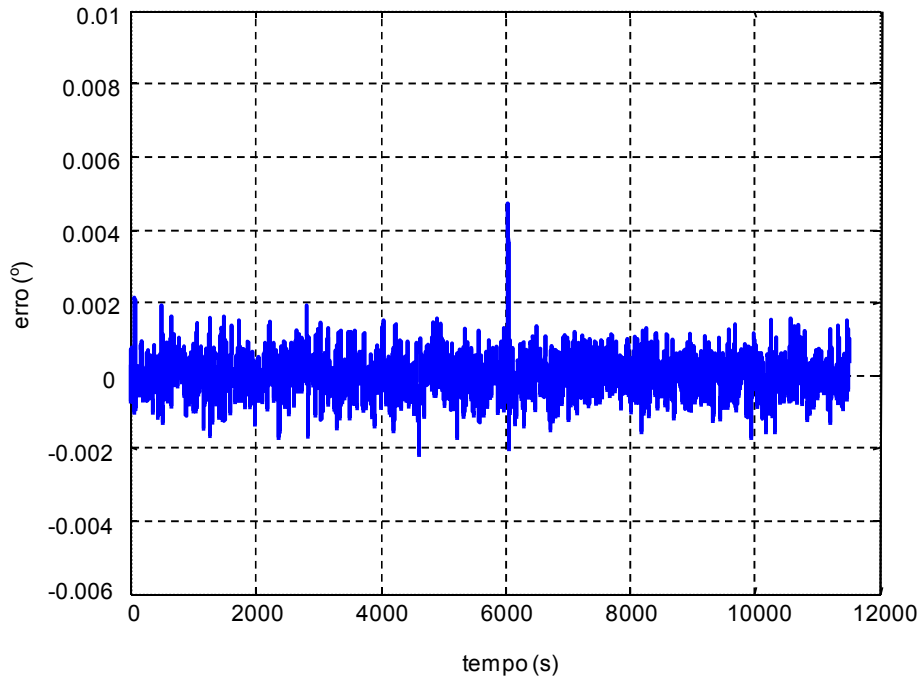
Figura 7.45 – Desempenho dos controladores no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

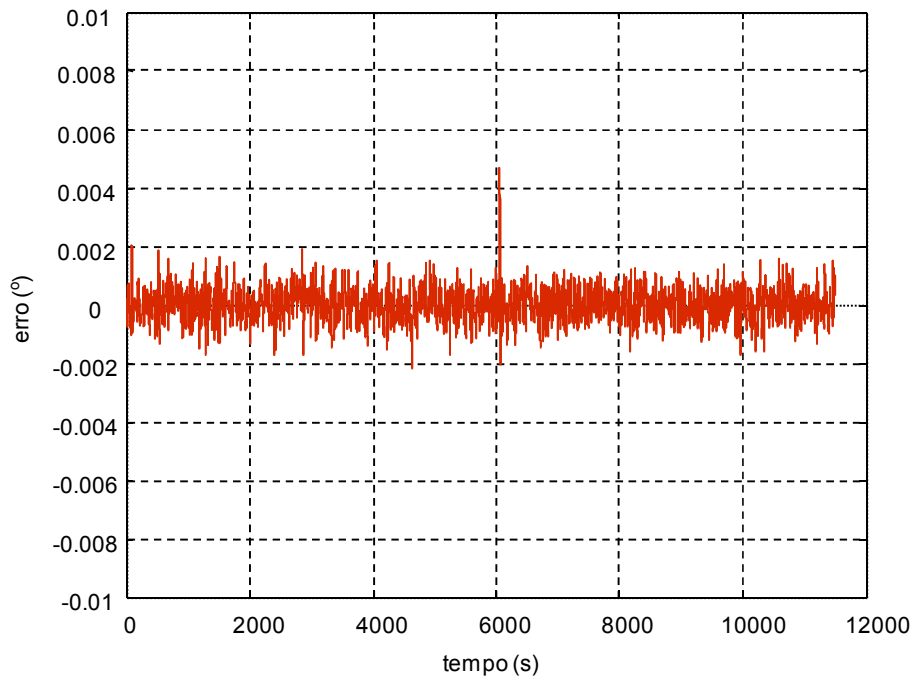
Tanto o controle SMC quanto o controle PID apresentaram ruído no erro de acompanhamento. A amplitude do erro de acompanhamento, para ambos os controles, foi muito pequena (Figura 7.46 e Figura 7.47). Próximo a 6000 s o erro atinge o seu maior valor absoluto, $0,005^\circ$. Para o controle SMC, esse valor é bem inferior ao adotado em projeto (5°). Como o valor é pequeno, pode-se considerar que para o controle SMC o erro converge para zero.

Figura 7.46 – Erro de acompanhamento do controle SMC no eixo de rolamento



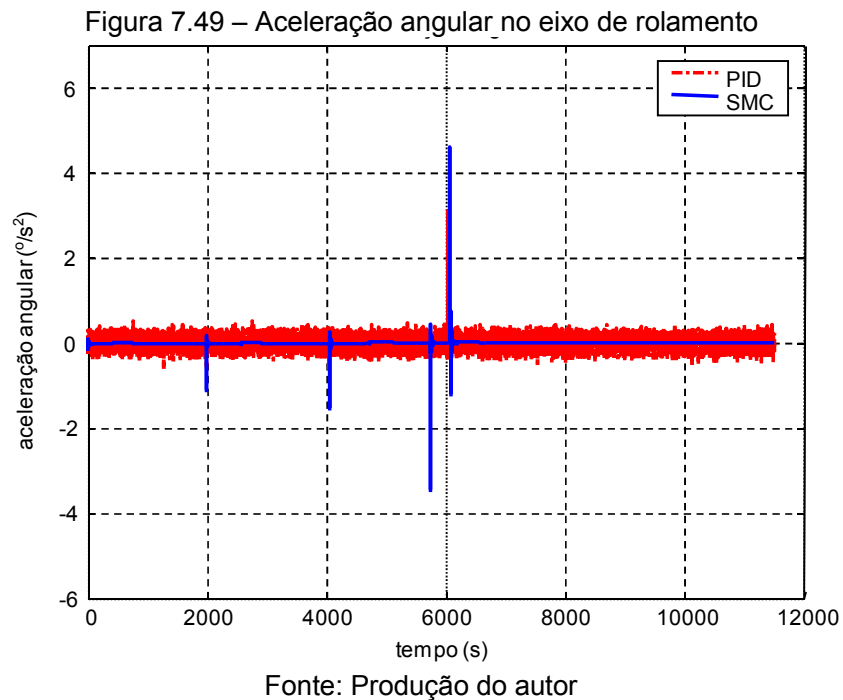
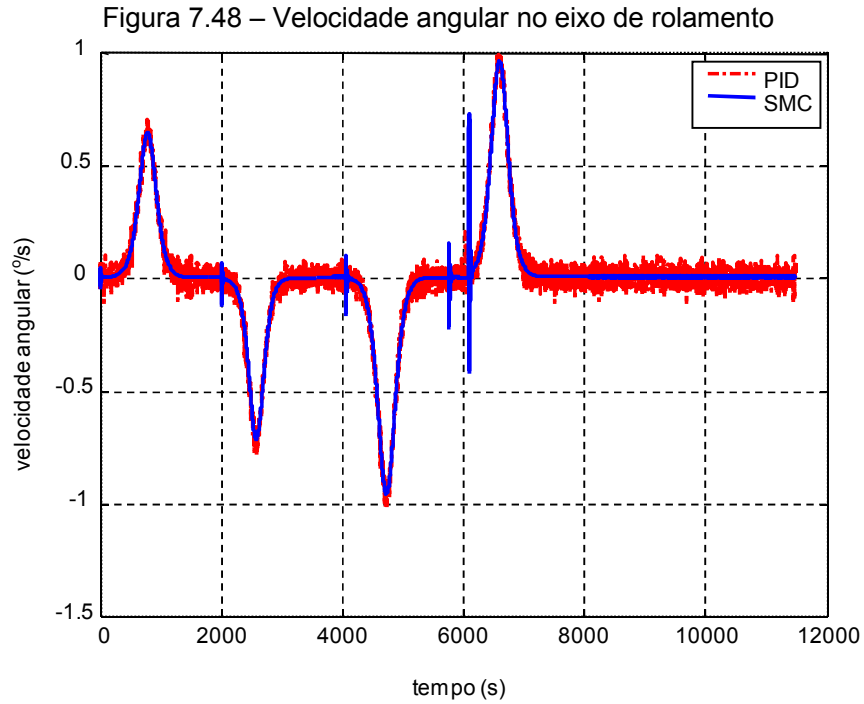
Fonte: Produção do autor

Figura 7.47 – Erro de acompanhamento do controle PID no eixo de rolamento



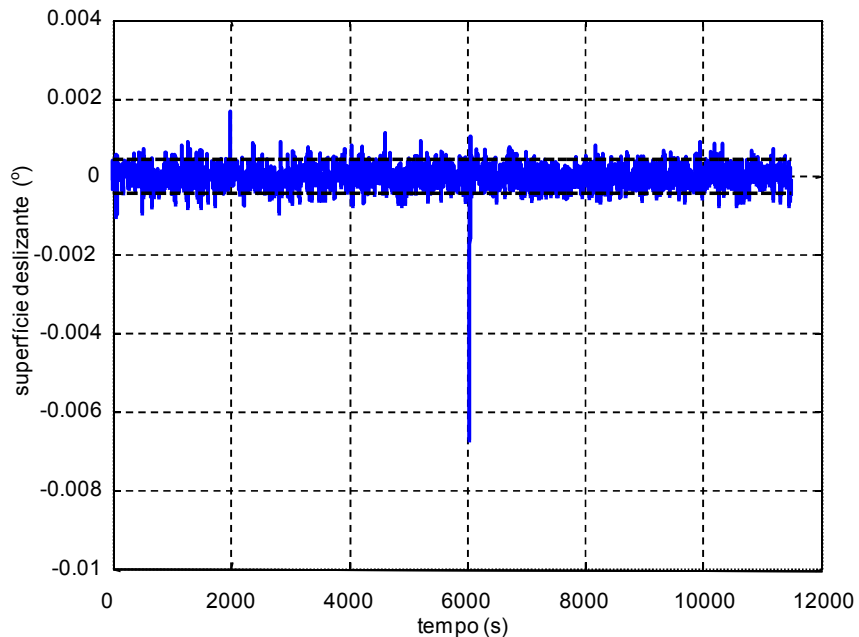
Fonte: Produção do autor

Para manter a manobra no eixo de rolamento, o esforço realizado pelo controle PID foi maior em relação ao controle SMC, conforme ilustra a Figura 7.48 e a Figura 7.49. Para o controle PID manter a manobra, os atuadores foram ligados permanentemente acionados.



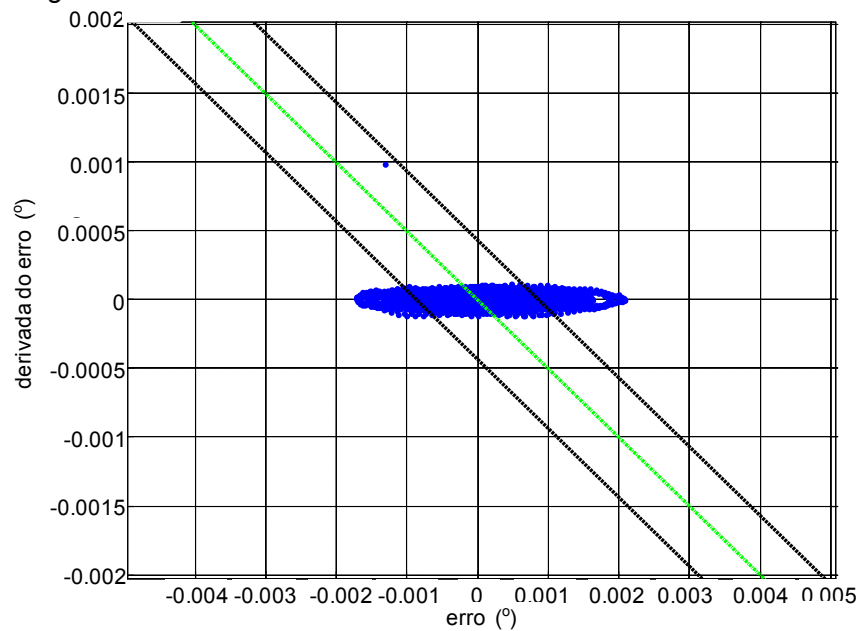
A Figura 7.50 e a Figura 7.51 ilustram a camada limite e o plano de fase para o SMC no eixo de rolamento. Observa-se que a superfície deslizante, embora ruidosa, tenta manter-se dentro da camada limite convergindo para o ponto (0,0), conforme esperado.

Figura 7.50 – Camada limite do controle SMC no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

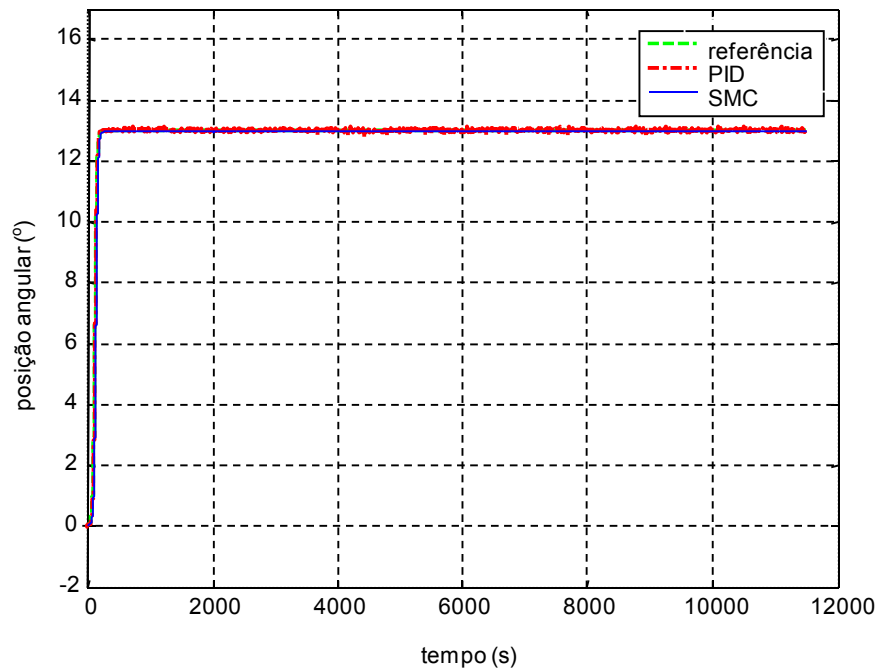
Figura 7.51 – Plano de fase do controle SMC no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.52 ilustra a manobra realizada no eixo de arfagem e o desempenho dos controles SMC e PID. Ambos os controles mantêm a manobra. O controle PID apresentou-se mais sensível as incertezas nos atuadores e tornando-se mais ruidoso. O controle por modos deslizantes acompanhou a manobra desejada e apresentou valores para sobressinal, tempo de pico e tempo de atraso iguais a 0° , 0 s e 200 s , respectivamente. Quanto ao tempo de subida do sistema, este é aproximadamente igual a 300 s .

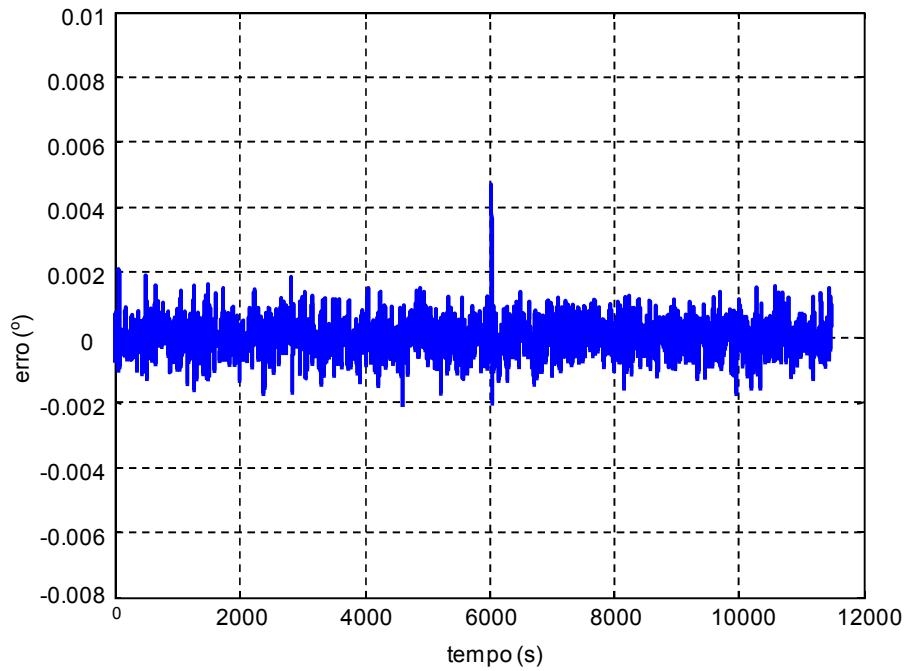
Figura 7.52 – Desempenho dos controladores no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

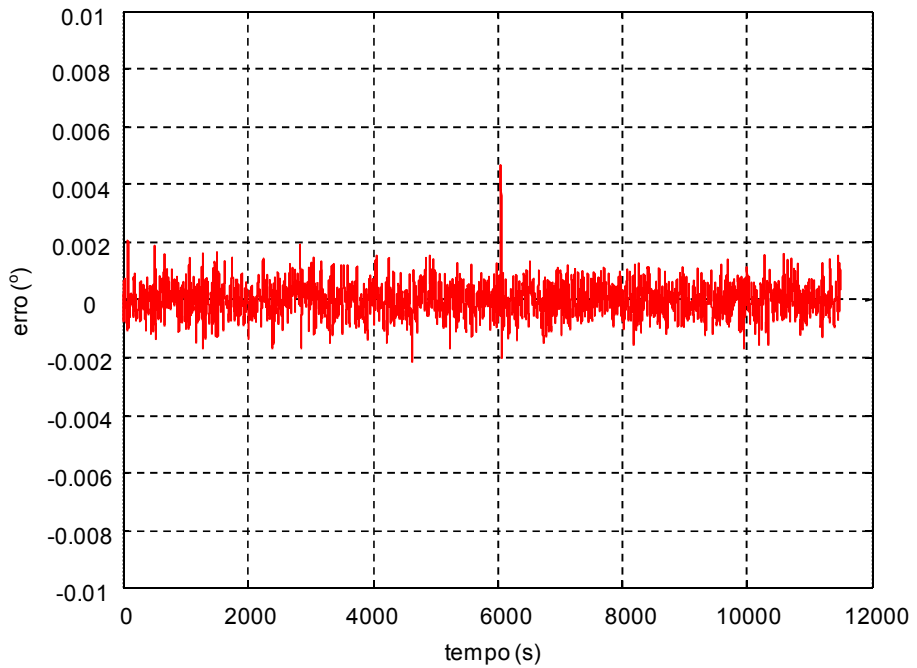
As Figuras 7.53 e 7.54 correspondem à curva do erro de acompanhamento dos controles SMC e PID no eixo de arfagem, respectivamente. Observa-se que o valor máximo do erro de ambos os controles foi de $0,005^\circ$.

Figura 7.53 – Erro de acompanhamento do controle SMC no eixo de arfagem



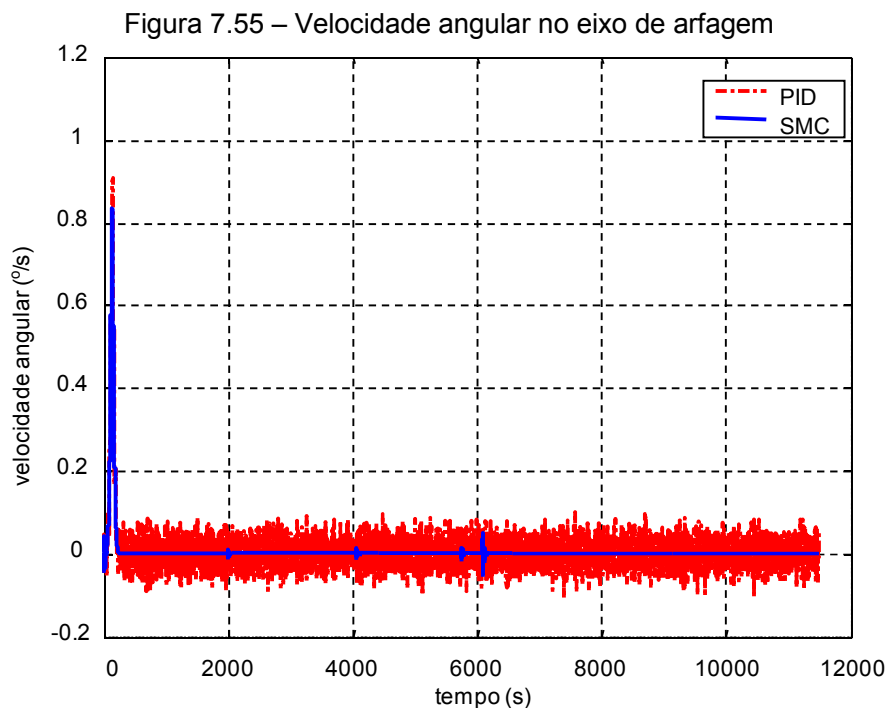
Fonte: Produção do autor

Figura 7.54 – Erro de acompanhamento do controle PID no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

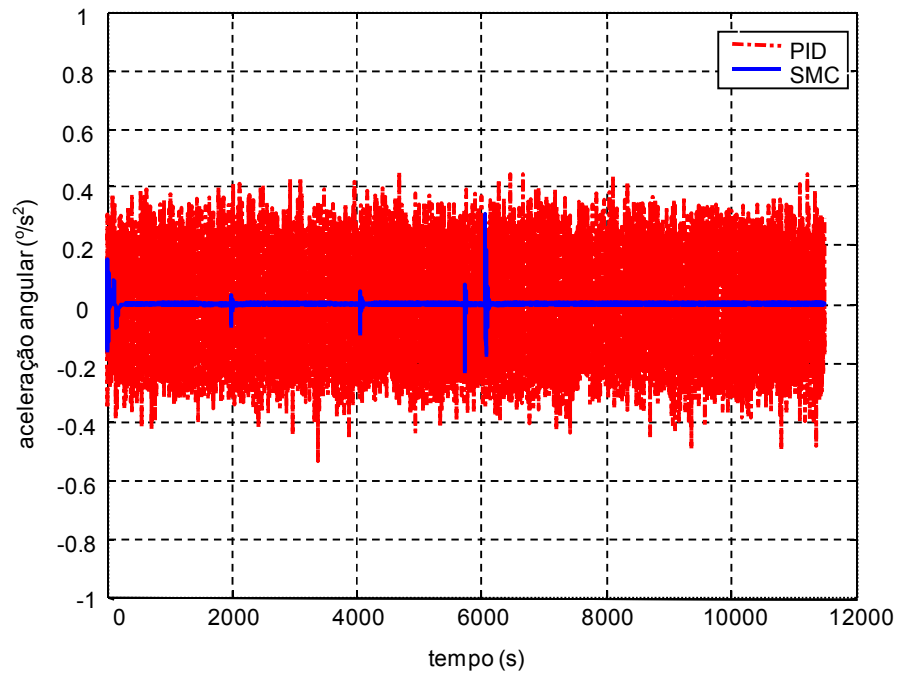
A Figura 7.55 e a Figura 7.56 ilustram a velocidade angular e a aceleração angular dos controles SMC e PID, respectivamente. O controle SMC aciona os atuadores nos instantes que ocorre a manobra no eixo de arfagem. Devido às manobras no eixo de rolamento, que ocorrem simultaneamente com o eixo de arfagem, nos instantes iguais a 2000 s, 4000 s e 6000 s os atuadores são acionados novamente pelo controle SMC e depois desativados. O controle PID acionou os atuadores permanentemente para manter a manobra de arfagem e obter um comportamento transitório satisfatório.



Fonte: Produção do autor

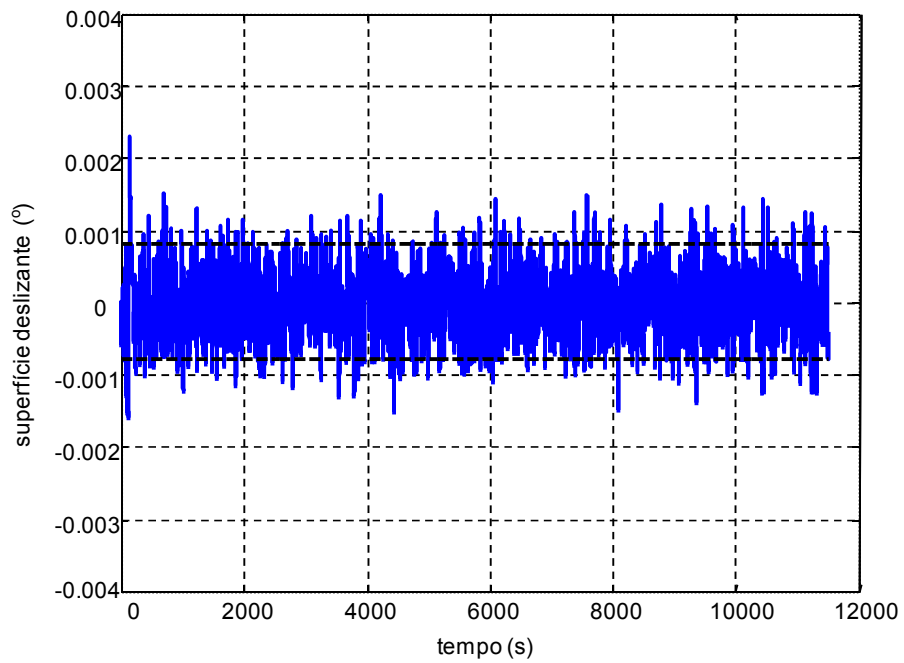
A Figura 7.57 ilustra a camada limite e a superfície deslizante $S(t)$ para o controle SMC no eixo de arfagem. A superfície deslizante, embora ruidosa, tenta manter-se dentro da camada limite convergindo para o ponto (0,0), conforme esperado.

Figura 7.56 – Aceleração angular no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

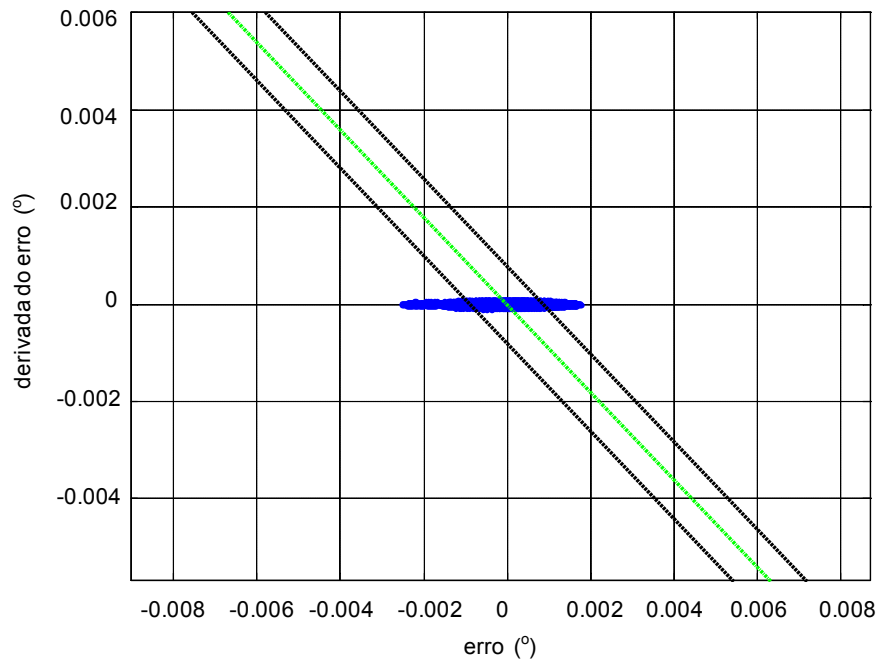
Figura 7.57 – Camada limite do controle SMC no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.58 ilustra o plano de fase para o SMC no eixo de arfagem e enfatiza que a superfície deslizante Observa-se que a superfície deslizante $S(t)$ tenta manter-se dentro da camada limite convergindo para o ponto $(0,0)$, conforme esperado.

Figura 7.58 – Plano de fase do controle SMC no eixo de arfagem

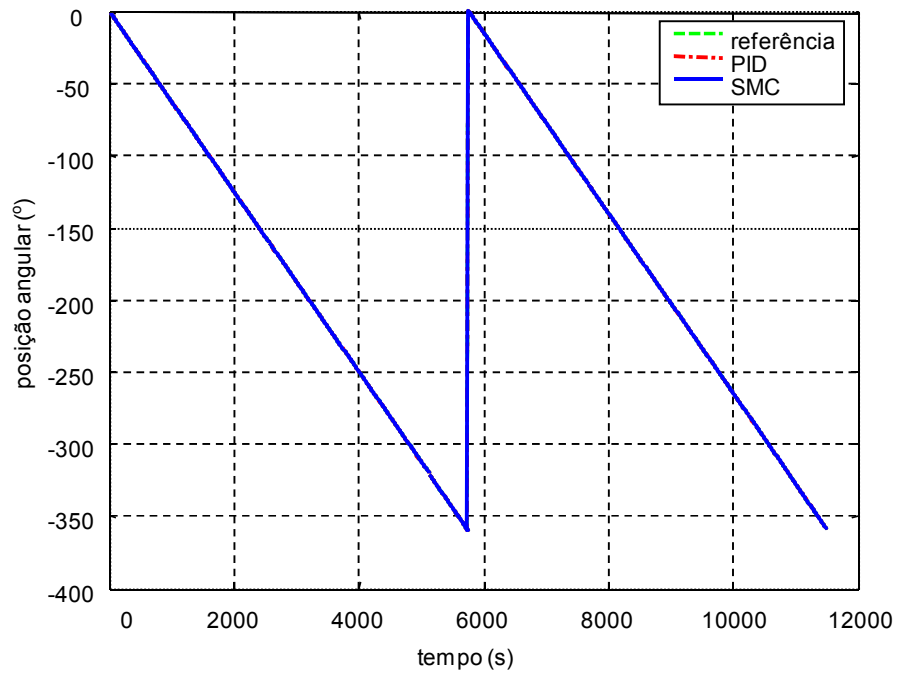


Fonte: Produção do autor

A Figura 7.59 ilustra o desempenho dos controles SMC e PID no eixo de guinada. Novamente, observa-se que o comportamento transitório dos controles SMC e PID é idêntico. Os valores para sobressinal e tempo de pico são nulos. Os valores para o tempo de subida e o tempo de atraso foram aproximadamente 5800 s e 3100 s, respectivamente.

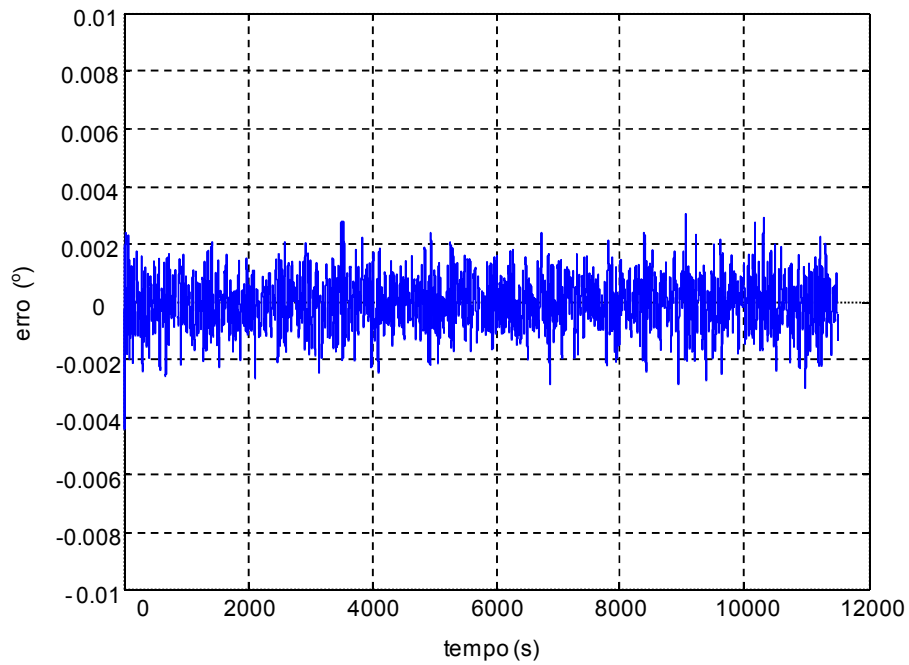
O erro de acompanhamento do controle SMC durante a manobra de guinada é ilustrado na Figura 7.60 e apresenta um comportamento ruidoso. O seu valor absoluto é em torno de $0,002^\circ$ e com pico máximo de $0,003^\circ$, inferior ao valor de projeto (5°).

Figura 7.59 – Desempenho dos controladores no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

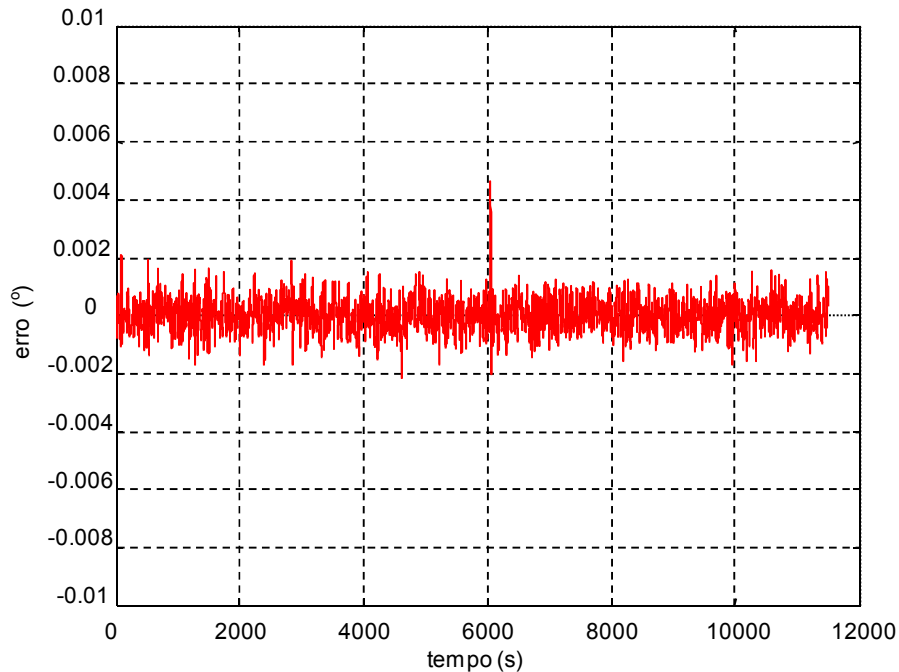
Figura 7.60 – Erro de acompanhamento do controle SMC no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

O erro de acompanhamento do controle PID durante a manobra de guinada é ilustrado na Figura 7.61. Além de apresentar um comportamento ruidoso, o seu valor absoluto é em torno de $0,002^\circ$ e com pico máximo de $0,005^\circ$.

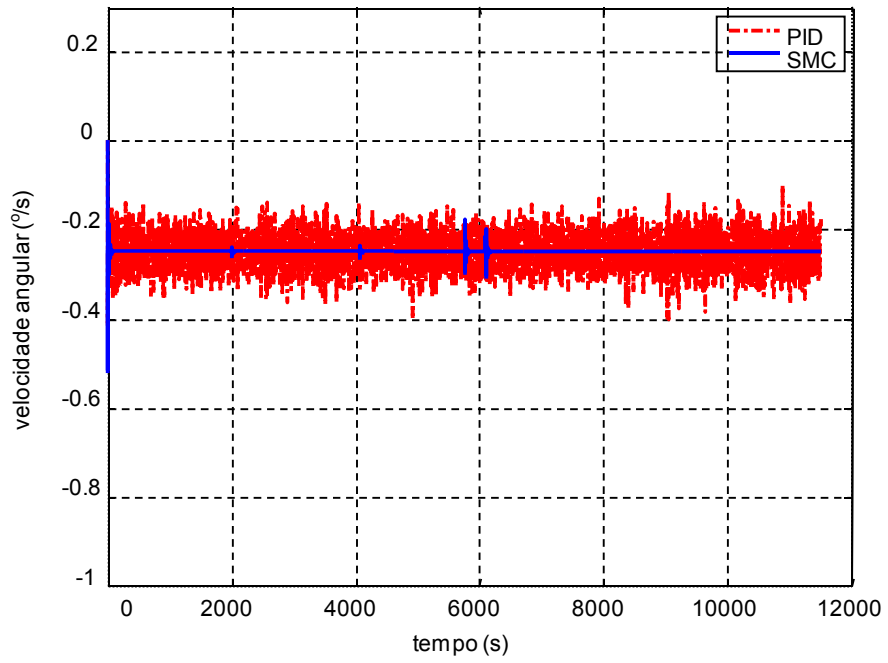
Figura 7.61 – Erro de acompanhamento do controle PID no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

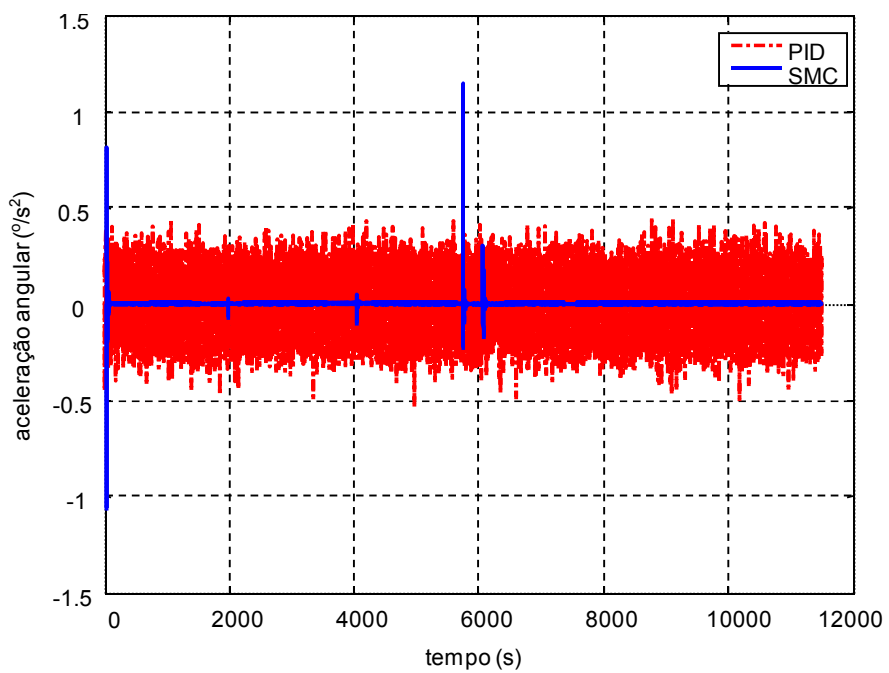
A Figura 7.62 e a Figura 7.63 ilustram as curvas da velocidade angular e da aceleração angular, respectivamente, durante as manobras no eixo de guinada. O controle SMC aciona os atuadores nos instantes iguais a 0 s, 2000 s, 4000 s, 5500 s e 6000 s. Para manter a manobra de guinada em 0 s e 5500 s o atuador foi acionado pelo controle SMC. Nos instantes iguais a 2000 s, 4000 s e 6000 s ocorrem manobras no eixo de rolamento e devido ao acoplamento entre os eixos de rotação considerado na dinâmica do controle SMC os atuadores do eixo de guinada são acionados também. O controle PID aciona os atuadores durante toda a manobra. Pode-se dizer que o controle SMC esforçou-se menos em relação ao controle PID, ocorrendo menor desgaste dos atuadores e menor consumo excessivo de combustível.

Figura 7.62 – Velocidade angular no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

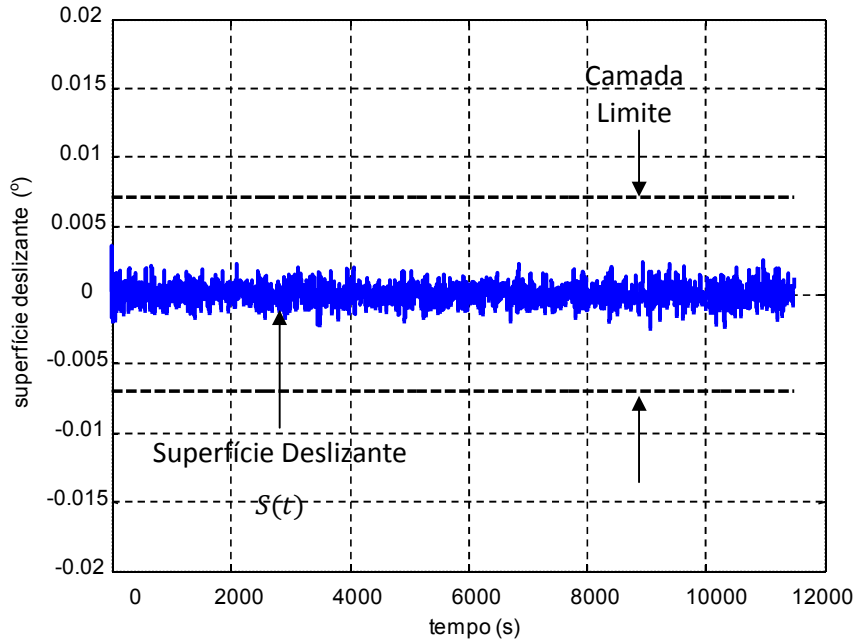
Figura 7.63 – Aceleração angular no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

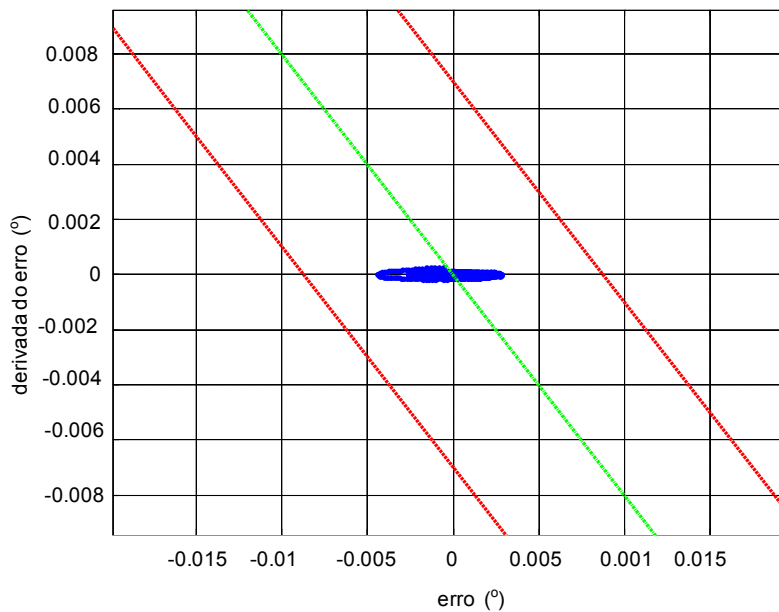
A Figura 7.64 ilustra a camada limite e a superfície deslizante $S(t)$ durante as manobras no eixo de guinada. A superfície $S(t)$ embora ruidosa permanece dentro da camada limite convergindo para o ponto $(0,0)$, conforme esperado (Figura 7.65).

Figura 7.64 – Camada limite do controle SMC no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

Figura 7.65 – Plano de fase do controle SMC no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

Portanto, na segunda etapa do projeto, pode-se verificar que os controles SMC e PID apresentaram um comportamento transitório idêntico. Porém, o esforço que o sistema de controle PID realizou para manter as manobras foi bem maior que o esforço realizado pelo controle SMC. Os atuadores permaneceram constantemente acionados durante as manobras nos eixos de rotação para que o controle PID pudesse apresentar um comportamento transitório satisfatório e completar a manobra. O controle SMC acionou os atuadores somente no instante que ocorrem as manobras e sendo desligados nos instantes seguintes.

7.5 Desempenho do SMC considerando perturbações provenientes do *sloshing*

Para verificar o comportamento do controle SMC a presente tese propôs submeter o sistema a ação de perturbações externas provenientes do movimento do líquido contido em um tanque (*sloshing*). As incertezas nos atuadores foram mantidas e os valores dos parâmetros do controle SMC e do controle PID são idênticos aos valores adotados nas seções anteriores e constam na Tabela 7.4. Os dados referentes ao *sloshing* constam na Tabela 7.5.

Tabela 7.5 - Dados dos parâmetros referentes ao *sloshing*

Dados de Simulação	Valores
Massa do corpo (m)	500 (kg)
Constante elástica (k)	0.3
Constante de amortecimento (c)	3.5
Distância entre centro de massa do satélite e do tanque (d_x, d_y e d_z)	1.5 (m)
Distância z	1.5 (m)

Fonte: Produção do autor

Os princípios de um sistema em regime oscilatório foram usados para definir os valores dos parâmetros do *sloshing*. Assim:

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} = 0,024 \text{ Hz}$$

$$c_c = 2m\omega_0 = 24$$

$$\zeta = c/c_c = 0,15 \text{ (sistema sub-amortecido)}$$

sendo ζ o fator de amortecimento, ω_0 a frequência de oscilação e c_c o amortecimento crítico.

7.5.1. Abordagem Newtoniana

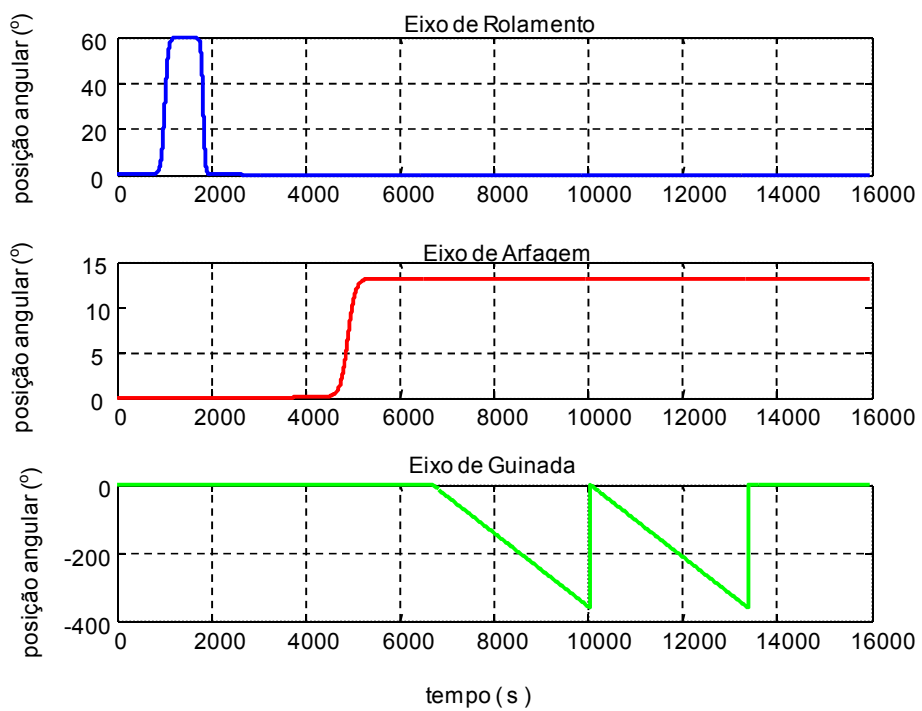
Para aplicar a abordagem newtoniana admitiu-se que o líquido encontra-se em repouso entre 0 s a 800 s. Nos instantes seguintes, o satélite realiza manobras em seus eixos de rotação. Para manter a manobra o controle SMC e o controle PID atuam no sistema e conseqüentemente excita o líquido contido no tanque. O movimento do líquido durante as manobras é interpretado pelo sistema de controle SMC e PID como uma perturbação. Assim, quando não há manobra o líquido encontra-se em repouso e quando há manobra em algum eixo de rotação o líquido é excitado.

A seqüência de manobras de referência para cada eixo de rotação é descrita a seguir:

1. Primeira manobra de referência: entre 800 s e 2000 s o sistema completa uma manobra no eixo de rolamento. O satélite sai da posição inicial igual 0° e vai para 60° . Após alguns instantes o satélite retorna para 0° . Entre 2000 s e 4000 s o líquido deixa de ser excitado pela manobra e fica em repouso.
2. Segunda manobra de referência: entre 4000 s e 5500 s o satélite completa uma manobra no eixo de arfagem. O satélite deixa a posição inicial (0°) e indo para a posição final igual a 13° , excitando o líquido. Entre 5500 s e 6800 s o líquido permanece em repouso.
3. Terceira manobra de referência: entre 6800 s e 13500 s o satélite realiza manobras no eixo de guinada. O satélite realiza a primeira rotação entre 6800 s e 10000 s e uma segunda rotação em torno de seu eixo entre os instantes 10000 s e 13500 s. Nos instantes seguintes, de 13500 s a 16000 s, o líquido permanece em repouso.

A Figura 7.66 ilustra a seqüência de manobras de referência.

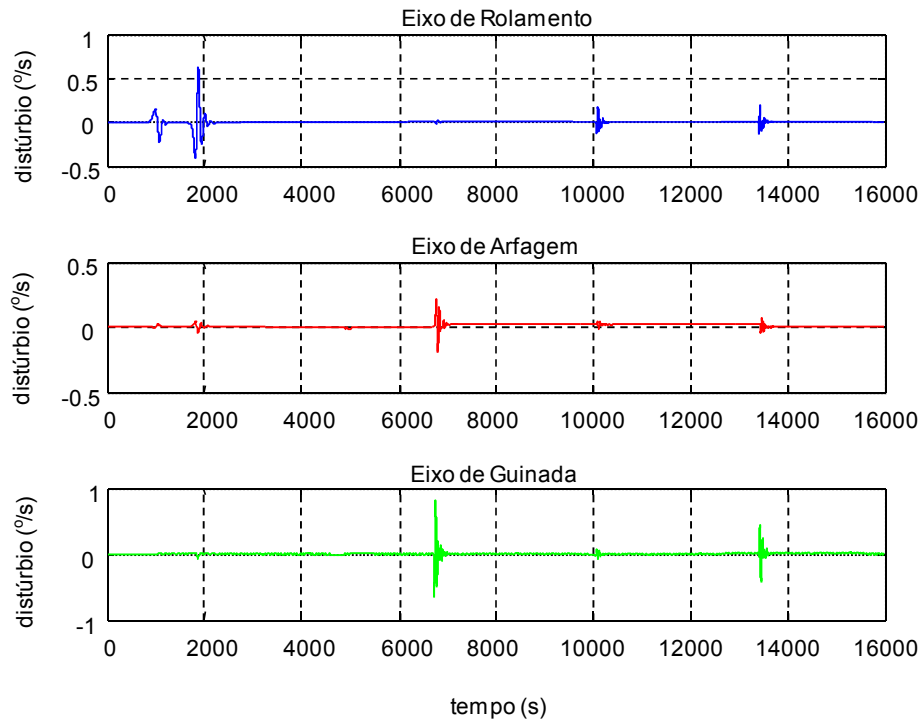
Figura 7.66 – Manobras de referência



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.67 ilustra o comportamento do líquido sendo excitado durante as manobras realizadas pelo satélite submetido à ação do controle SMC. Entre 0 s e 800 s não há manobras e o líquido encontra-se em repouso, pois não está sendo excitado. Entre os instantes 800 s e 2000 s há uma manobra no eixo de rolamento e o líquido é excitado. Devido ao acoplamento entre os eixos considerado na dinâmica do controle SMC, essa manobra excita o líquido no eixo de arfagem apresentando uma amplitude inferior. Entre 2000 s e 4000 s não há manobras e o líquido deixa de ser excitado, retornando ao repouso. Entre 4000 s e 5500 s o satélite completa uma manobra no eixo de arfagem. Novamente, o controle SMC atua no sistema a fim de manter a manobra, mas o líquido não é excitado. Entre 5500 s e 6800 s o líquido continua em repouso, pois não há manobras e nem a ação do controle SMC. Entre 6800 s e 13500 s o satélite realiza manobras no eixo de guinada. Entre os instantes 6800 s e 10000 s ocorre a primeira manobra no eixo de guinada e para mantê-la o controle SMC termina excitando o líquido. Devido ao acoplamento entre os eixos o líquido é excitado também nos eixos de rolamento e arfagem com uma menor intensidade. Entre os instantes 10000 s e 13500 s ocorre a segunda manobra no eixo de guinada e o líquido é excitado novamente nos três eixos de rotação do satélite. Nos instantes seguintes, de 13500 s a 16000 s, o líquido permanece em repouso, pois não há manobras.

Figura 7.67 – Comportamento do líquido durante manobras (SMC)

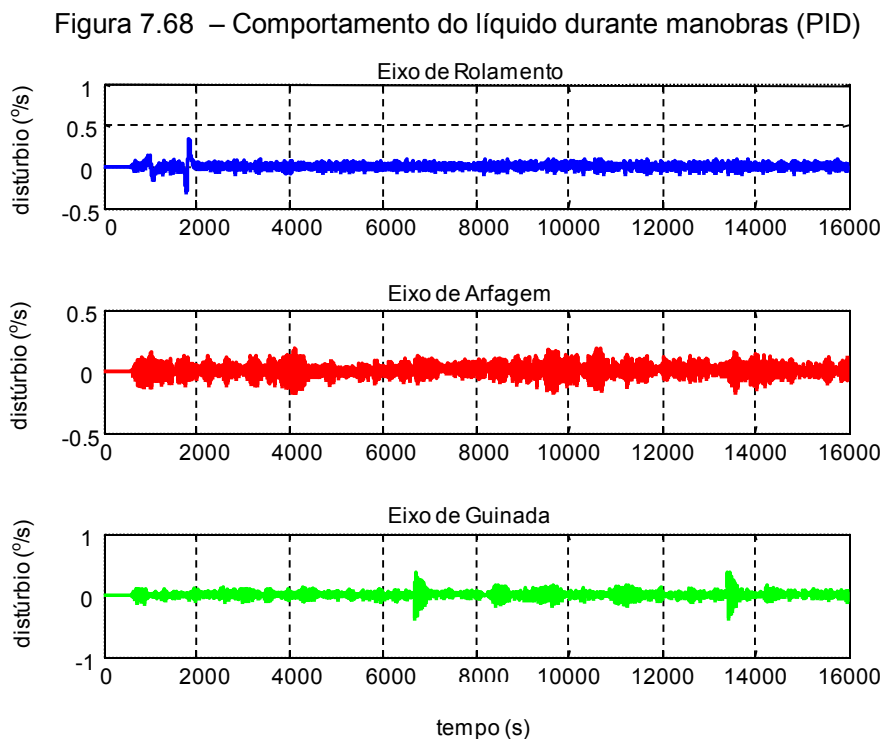


Fonte: Produção do autor

Figura 7.68 ilustra o comportamento do líquido sendo excitado durante as manobras realizadas pelo satélite submetido à ação do controle PID.

Entre 0 s e 800 s não há manobras e o líquido encontra-se em repouso, pois não está sendo excitado. A primeira manobra ocorre no eixo de rolamento em 800 s, excitando o líquido que permanece oscilando até o término da simulação (16000 s) com uma amplitude menor. O mesmo comportamento observou-se nos eixos de arfagem e guinada. Embora o líquido seja excitado constantemente, os valores referentes às amplitudes do distúrbio são inferiores aos valores de amplitude dos distúrbios submetido à ação do controle SMC.

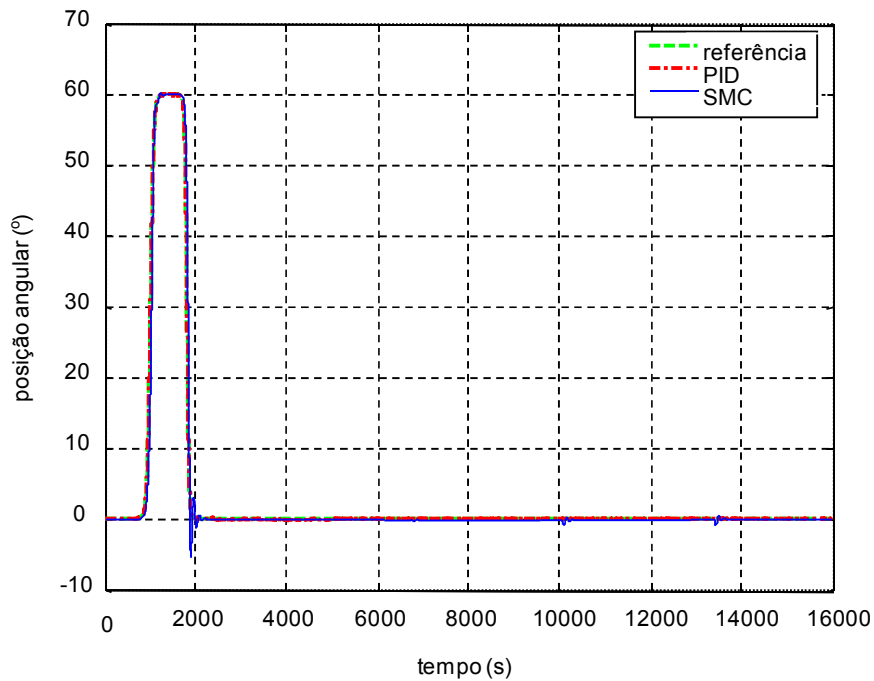
As incertezas inseridas nos atuadores não influenciaram o comportamento do movimento do líquido no tanque quando o sistema é submetido à ação do controle SMC. Situação bem diferente ocorreu com o controle PID, onde o líquido é excitado não somente pelo controle como também pelos ruídos oriundos dos atuadores.



Fonte: Produção do autor

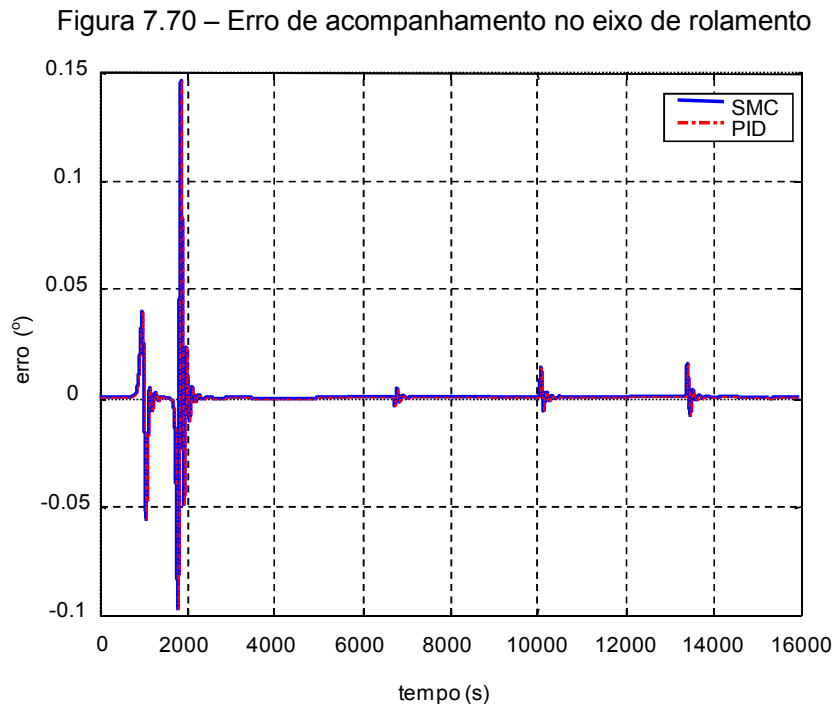
A Figura 7.69 ilustra o desempenho dos controles SMC e PID no eixo de rolamento. Os controles acompanharam a manobra desejada e apresentam comportamento transitório idêntico. Considerando a manobra de subida que ocorreu entre os instantes 0 s e 1500 s, os valores obtidos para sobressinal, tempo de pico e tempo de atraso foram iguais a 0°, 0 s e 1000 s, respectivamente. Quanto ao tempo de subida do sistema, este é aproximadamente igual a 1100 s.

Figura 7.69 – Desempenho dos controladores no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

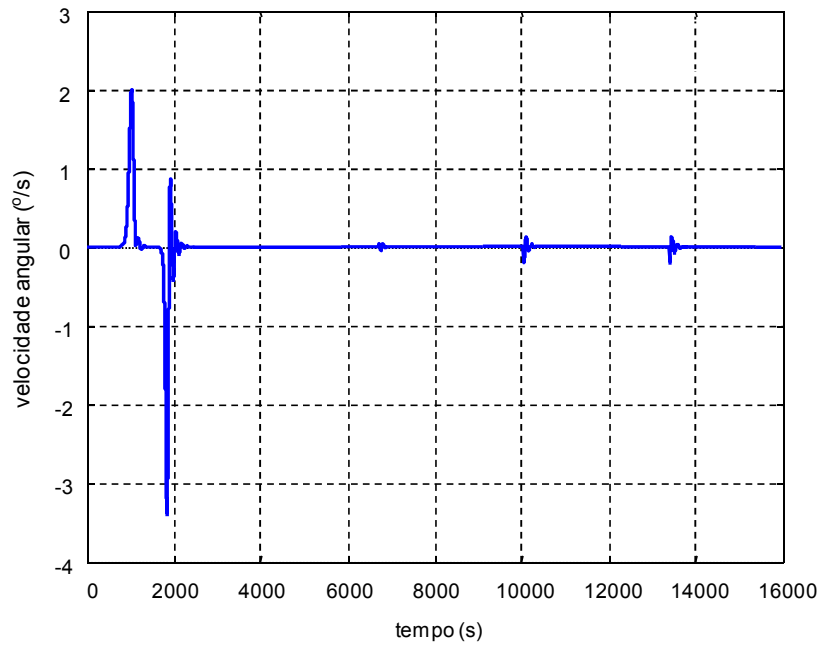
Os erros de acompanhamento dos controles SMC e PID durante a manobra no eixo de rolamento são mostrados na Figura 7.70. O maior valor para o erro de acompanhamento ocorreu no final da manobra no eixo de rolamento e é próximo a $0,15^\circ$. Valor inferior ao considerado em projeto que foi igual a 5° .



Fonte: Produção do autor

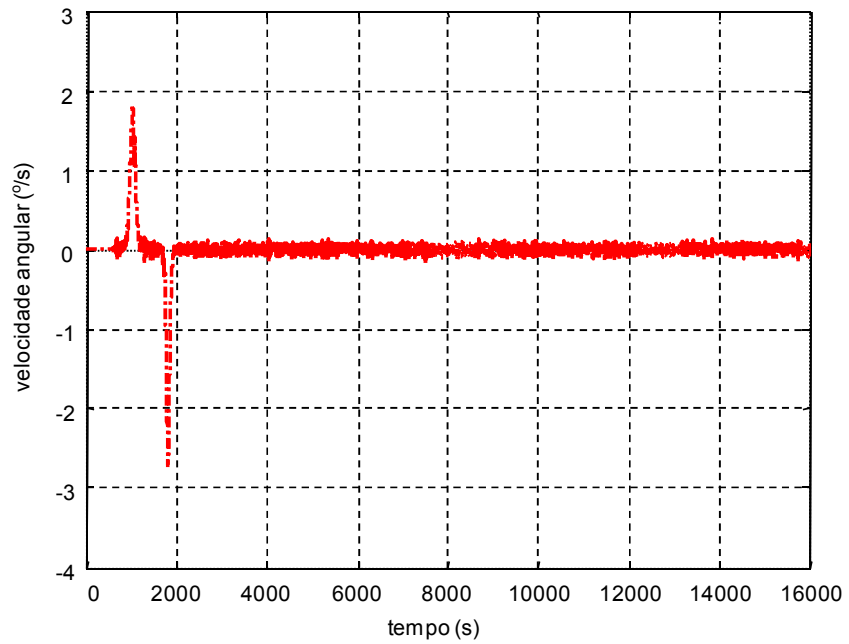
A Figura 7.71 e Figura 7.72 representam o esforço que o sistema de controle SMC e o controle PID realizaram para compensar o erro e corrigir a manobra. No início da manobra de rolamento o controle SMC apresentou um esforço maior em relação ao controle PID. Nos instantes seguintes o controle PID apresenta um esforço maior, com exceção dos instantes iguais a 10000 s e 13500 s, quando o controle SMC aciona os atuadores no eixo de rolamento devido à manobra realizada no eixo de guinada.

Figura 7.71 – Velocidade angular no eixo de rolamento referente ao controle SMC



Fonte: Produção do autor

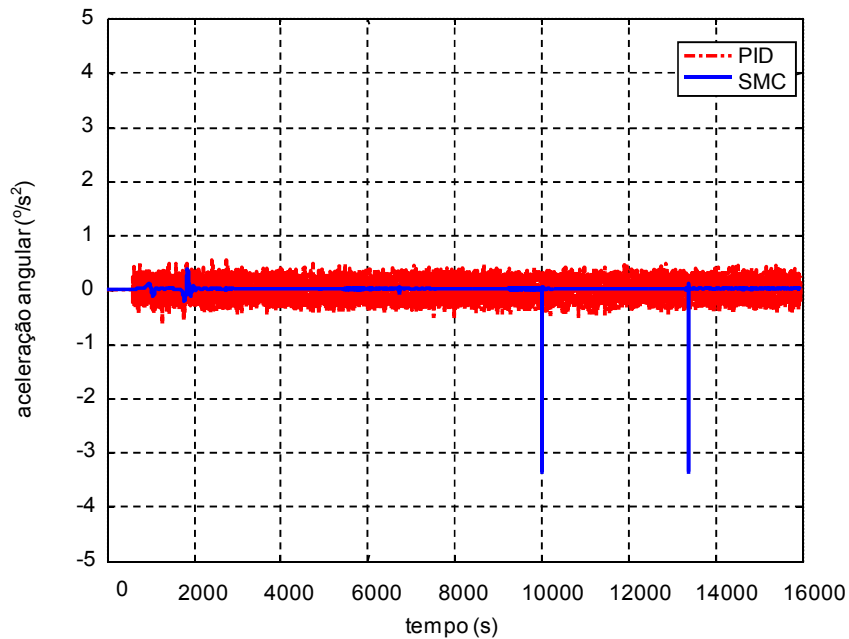
Figura 7.72 – Velocidade angular no eixo de rolamento referente ao controle PID



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.73 demonstra o comportamento da aceleração angular no eixo de rolamento e a intensidade do esforço que o controle SMC apresentou para manter a manobra nesse, 10000 s e 13500 s, quando ocorre a manobra no eixo de guinada.

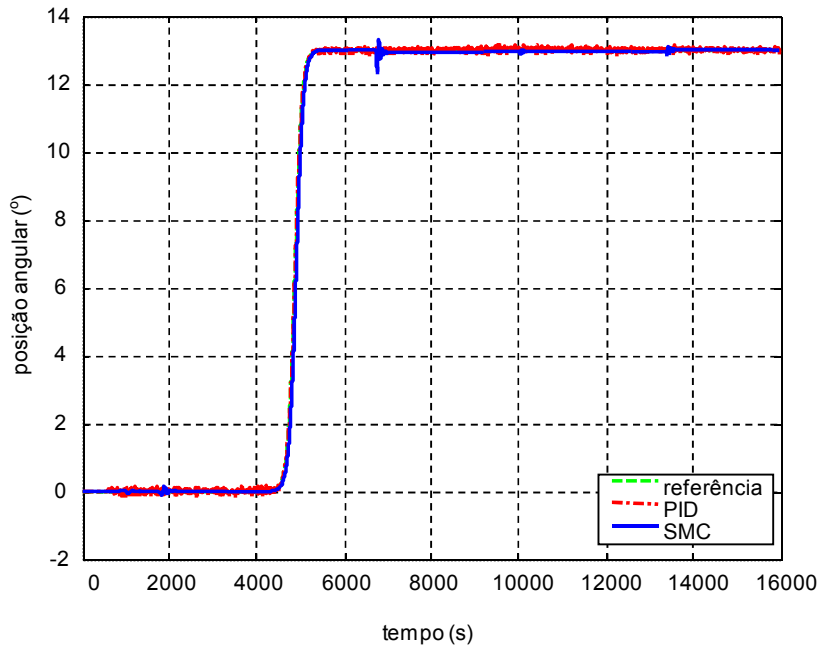
Figura 7.73 – Aceleração angular no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

O desempenho do controle SMC e do controle PID durante a manobra realizada no eixo de arfagem é ilustrada na Figura 7.74. Durante a manobra o controle PID apresentou comportamento ruidoso em relação ao controle SMC. No instante de tempo igual a 6800 s o controle SMC apresentou uma oscilação proveniente da manobra realizada no eixo de guinada. Contudo, ambos os controles apresentaram comportamento transitório satisfatório. Assim, os valores obtidos para sobressinal, tempo de pico e tempo de atraso foram iguais a 0%, 0 s e 5000 s, respectivamente. Quanto ao tempo de subida do sistema, este foi aproximadamente igual a 5500 s.

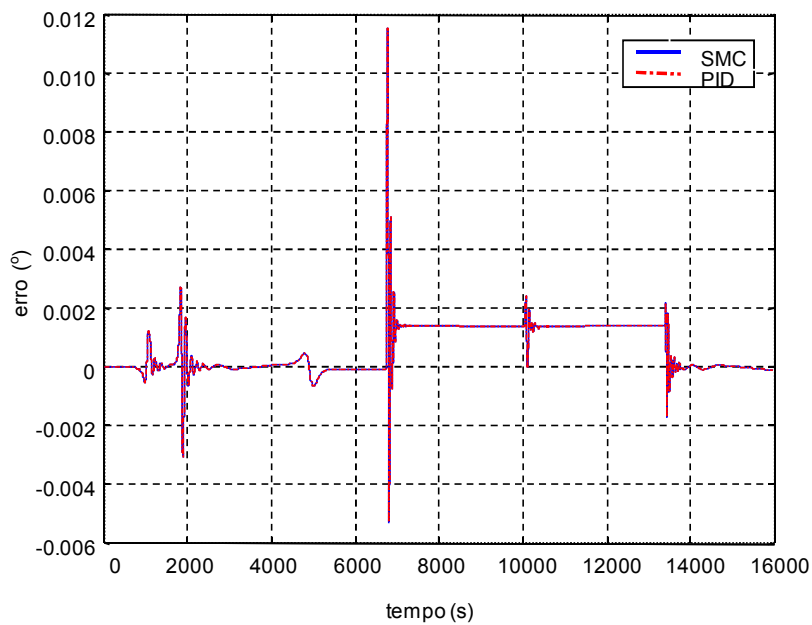
Figura 7.74 - Desempenho dos controladores no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

O erro de acompanhamento do controle SMC e PID é igual a $0,011^\circ$. Valor pequeno quando comparado com o valor considerado em projeto que foi igual a 5° (Figura 7.75).

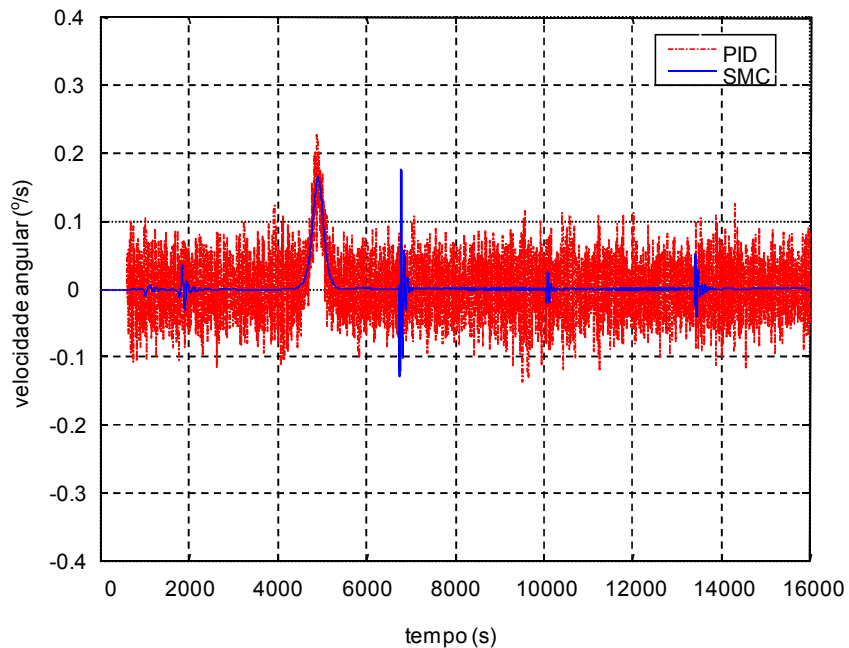
Figura 7.75 – Erro de acompanhamento no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

O esforço do sistema de controle PID para manter a manobra e compensar o erro de acompanhamento foi maior que o esforço apresentado pelo controle SMC, podendo gerar na prática o desgaste do atuador (Figura 7.76).

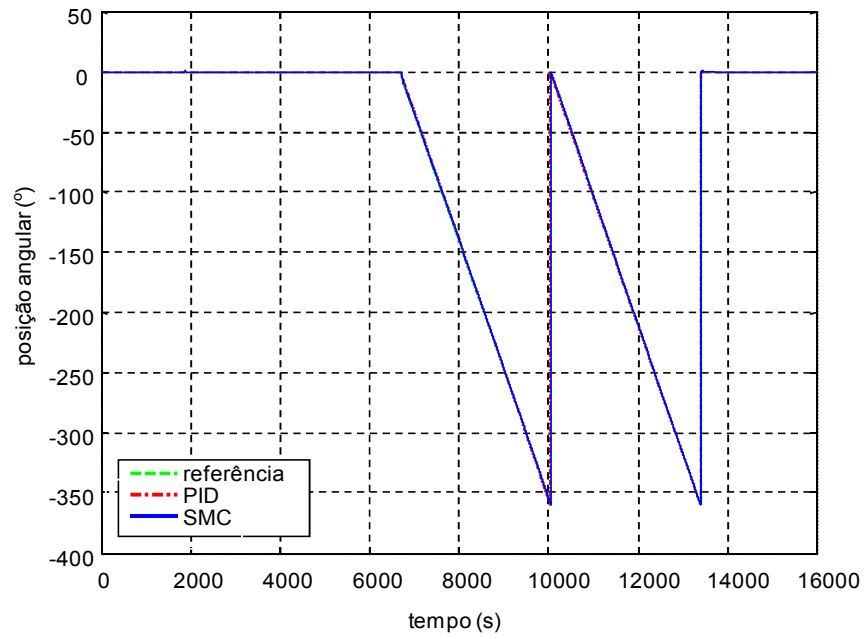
Figura 7.76 – Velocidade angular no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

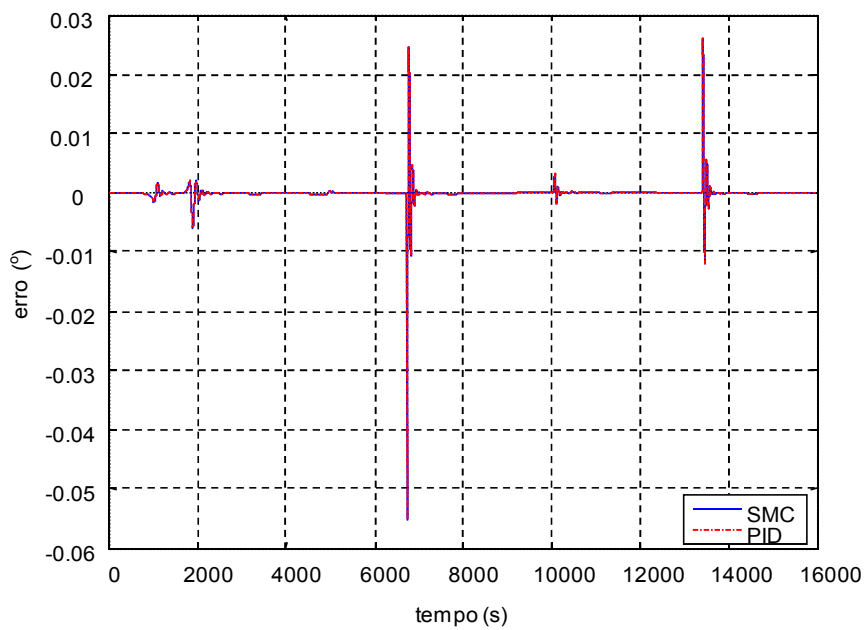
Durante as manobras no eixo de guinada, o controle PID e o controle SMC apresentaram desempenho transitório satisfatório e idêntico, conforme ilustrado na Figura 7.77. Os valores obtidos para sobressinal, tempo de pico e tempo de atraso foram iguais a 0° , 0 s e 8500 s, respectivamente. Quanto ao tempo de subida do sistema, este é aproximadamente igual a 10000 s. Os valores do tempo de atraso e tempo de subida são referentes a primeira rotação no eixo de guinada. O maior valor absoluto medido para o erro de acompanhamento foi de $0,055^\circ$, menor que o valor determinado durante o projeto (5°), conforme Figura 7.78.

Figura 7.77 – Desempenho dos controladores no eixo de guinada



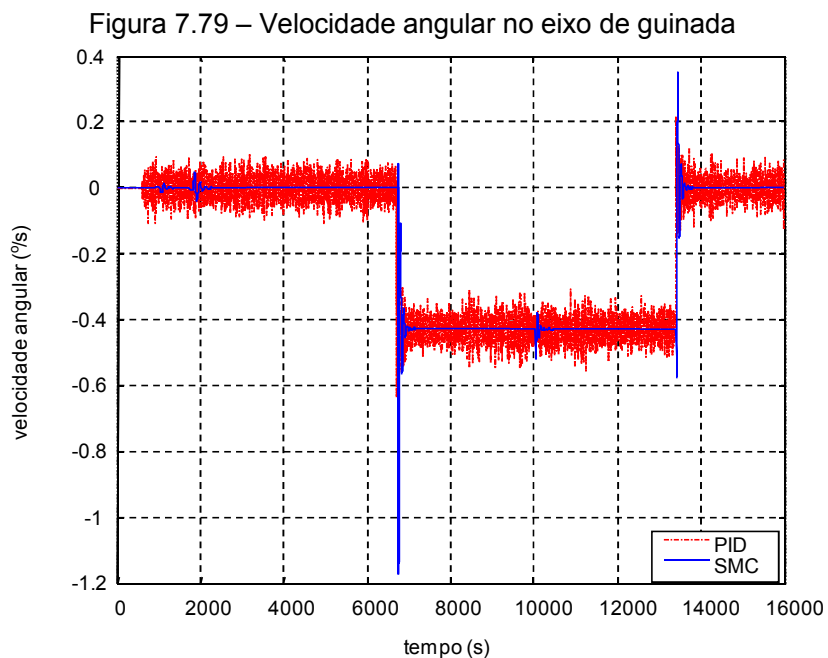
Fonte: Produção do autor

Figura 7.78 – Erro de acompanhamento no eixo de guinada

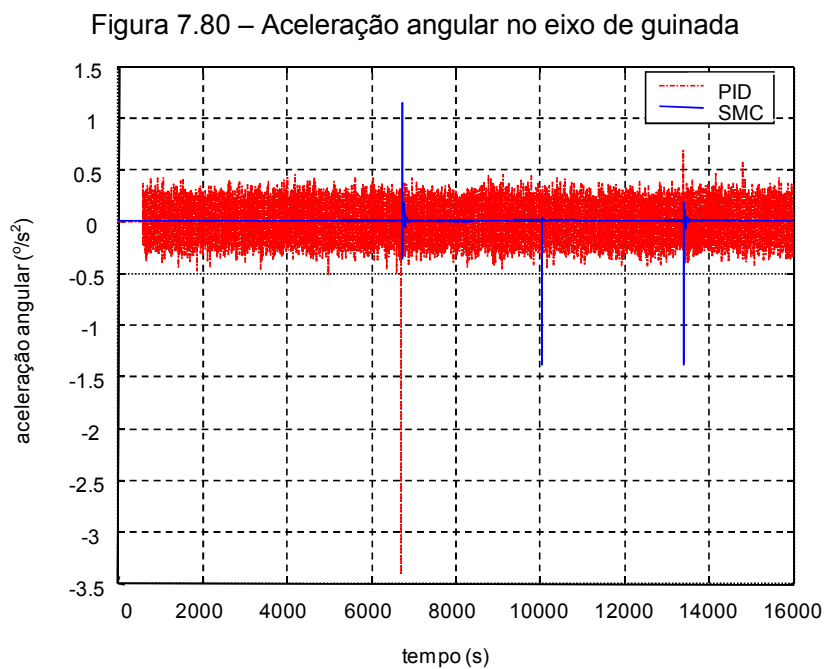


Fonte: Produção do autor

O esforço do sistema de controle PID para manter a manobra e compensar o erro de acompanhamento foi maior que o esforço do controle SMC (Figura 7.79 e Figura 7.80). Com exceção dos instantes de tempo iguais a 6800 s, 10000 s e 13500 s, quando ocorrem o início e término das manobras no eixo de guinada.



Fonte: Produção do autor



Fonte: Produção do autor

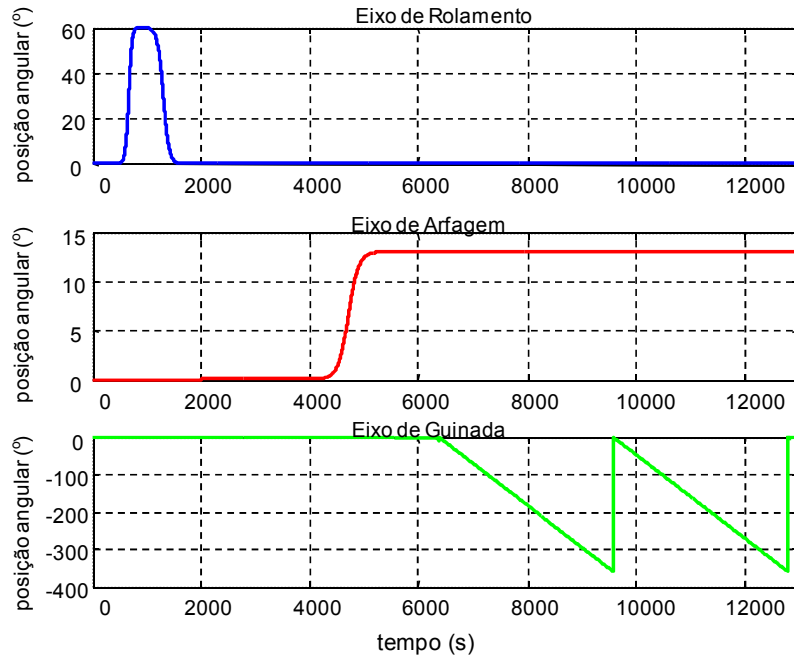
7.5.2 Abordagem Lagrangiana

Para aplicar a abordagem lagrangiana admitiu-se que o líquido encontra-se em repouso entre 0 s a 800 s. Nos instantes seguintes, o satélite realiza manobras em seus eixos de rotação. Estas manobras são semelhantes às manobras realizadas na seção 7.5.1. Para manter a manobra o controle atua no sistema e conseqüentemente excita o líquido contido no tanque. O movimento do líquido durante as manobras é interpretado pelo sistema de controle como uma perturbação. Ressalta-se que na presente seção somente o controle SMC é avaliado. Quando não há manobra o líquido encontra-se em repouso e quando há manobra em algum eixo de rotação o líquido é excitado. A sequência de manobras de referência para cada eixo de rotação é descrita a seguir:

1. Primeira manobra de referência: entre 800 s e 2000 s o sistema completa uma manobra no eixo de rolamento. O satélite sai da posição inicial igual 0° e vai para 60° e em seguida para 0° , permanecendo em repouso entre 2000 s e 4000 s e deixando de excitar o líquido.
2. Segunda manobra de referência: entre 4000 s e 5500 s o satélite completa uma manobra no eixo de arfagem. O satélite deixa a posição inicial (0°) convergindo para 13° e excitando o líquido. Entre 5500 s e 6000 s o líquido permanece em repouso.
3. Terceira manobra de referência: entre 6000 s e 12800 s o satélite realiza manobras no eixo de guinada. O satélite realiza a primeira rotação entre 6000 s e 9500 s e uma segunda rotação em torno de seu eixo entre os instantes 9500 s e 12800 s. Nos instantes seguintes, de 12800 s a 13000 s, o líquido permanece em repouso.

A Figura 7.81 ilustra a sequência de manobras de referência realizada na presente seção.

Figura 7.81 – Manobras realizadas nos eixos de rotação

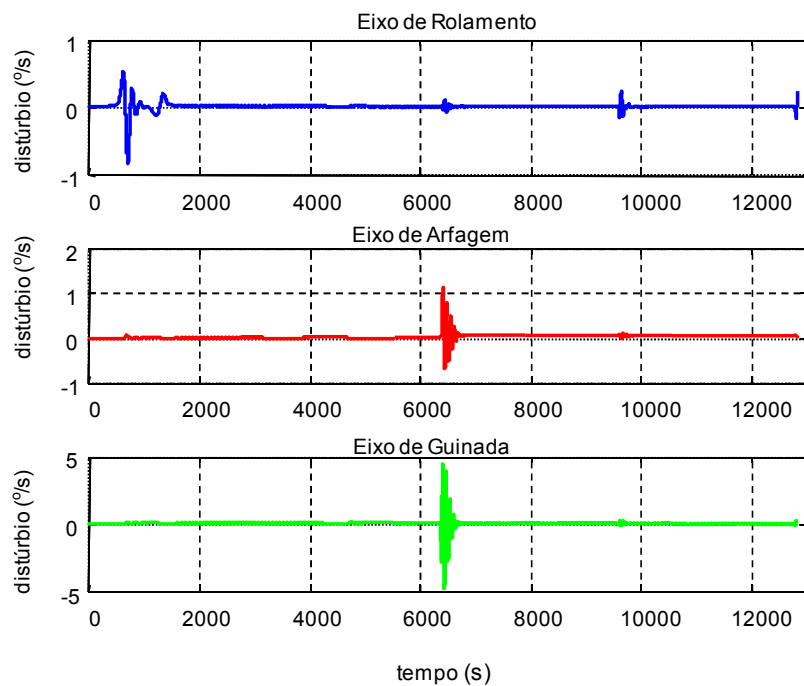


Fonte: Produção do autor

A Figura 7.82 ilustra o comportamento do líquido sendo excitado durante as manobras realizadas pelo satélite submetido à ação do controle SMC. Entre 0 s e 800 s não há manobras e o líquido encontra-se em repouso. Essa manobra não excita o líquido nos demais eixos. Entre 2000 s e 4000 s não há manobras e o líquido deixa de ser excitado, retornando ao repouso. Entre 4000 s e 5500 s o satélite completa uma manobra no eixo de arfagem. Logo, o controle SMC atua no sistema a fim de manter a manobra e o líquido não é excitado. Entre 5500 s e 6000 s o líquido continua em repouso, pois não há manobras e nem a ação do controle SMC. Entre 6000 s e 9500 s o satélite a primeira manobra no eixo de guinada. O líquido é excitado nos três eixos e apresenta maior intensidade no eixo de guinada. A segunda manobra no eixo de guinada ocorre entre os instantes 9500 s e 12800 s e para mantê-la o controle SMC termina excitando o líquido somente no eixo de rolamento, devido ao acoplamento

entre os eixos o líquido considerado na dinâmica do controle SMC. Nos instantes seguintes, de 12800 s a 13000 s, o líquido permanece em repouso.

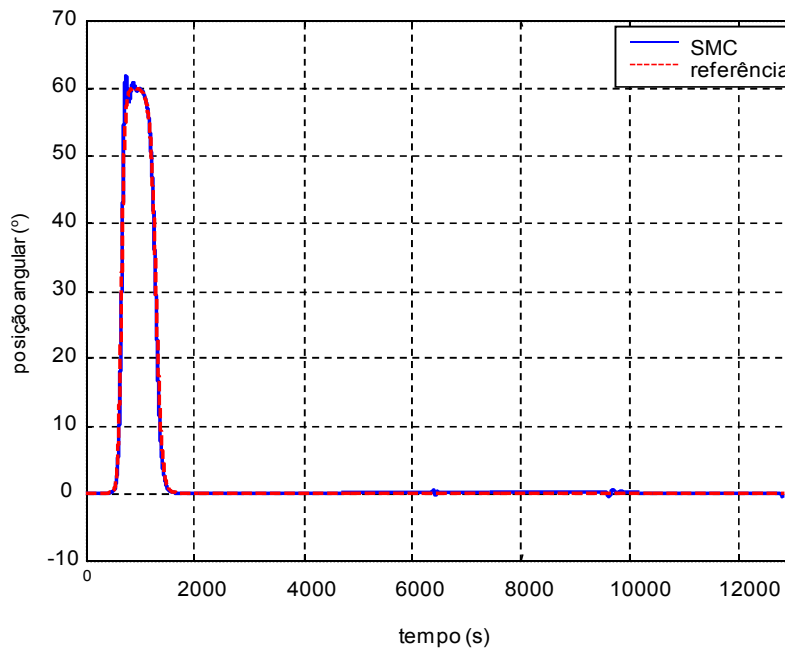
Figura 7.82 – Comportamento do líquido durante manobras (SMC)



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.83 ilustra o comportamento do controle SMC durante manobras realizadas no eixo de rolamento. O controle SMC mantém a manobra de atitude desejada, apresentando valores para sobressinal, tempo de pico e tempo de atraso são iguais a 62° , 900 s e 850 s , respectivamente. O tempo de subida é de 1000 s .

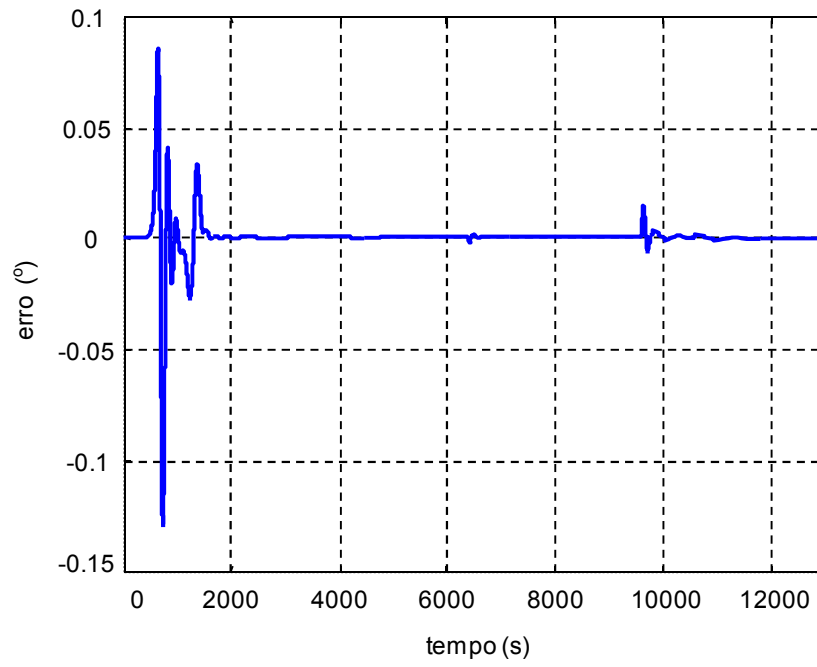
Figura 7.83 – Desempenho dos controladores no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

O erro de acompanhamento é ilustrado na Figura 7.84. O maior valor absoluto medido para o erro é igual $0,13^\circ$, inferior ao valor adotado em projeto (5°). Esse erro ocorreu no início da manobra de rolamento, convergindo para zero nos instantes seguintes. Devido ao acoplamento entre os eixos considerado na dinâmica do controle SMC, a segunda manobra no eixo de guinada é percebida pelo controle do eixo de rolamento (Figura 7.84), provocando um erro de acompanhamento em 9500 s .

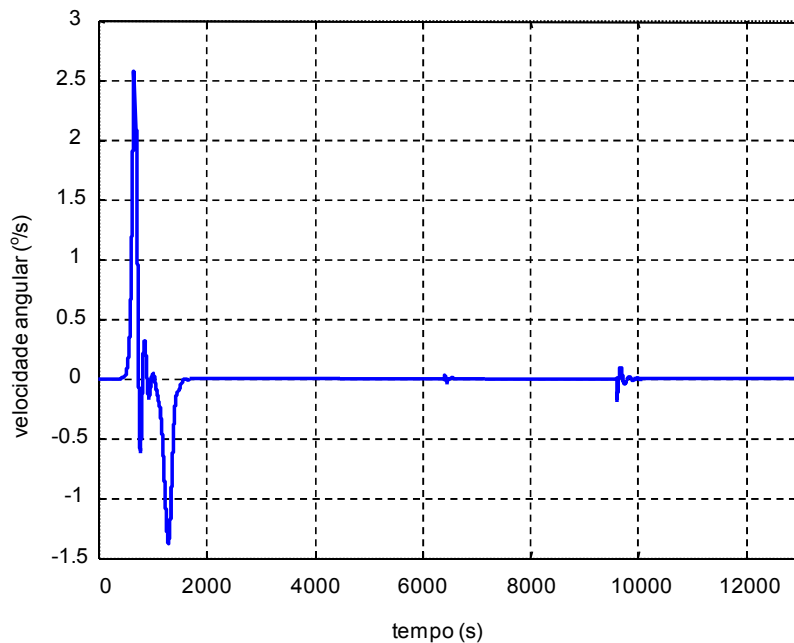
Figura 7.84 – Erro de acompanhamento no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

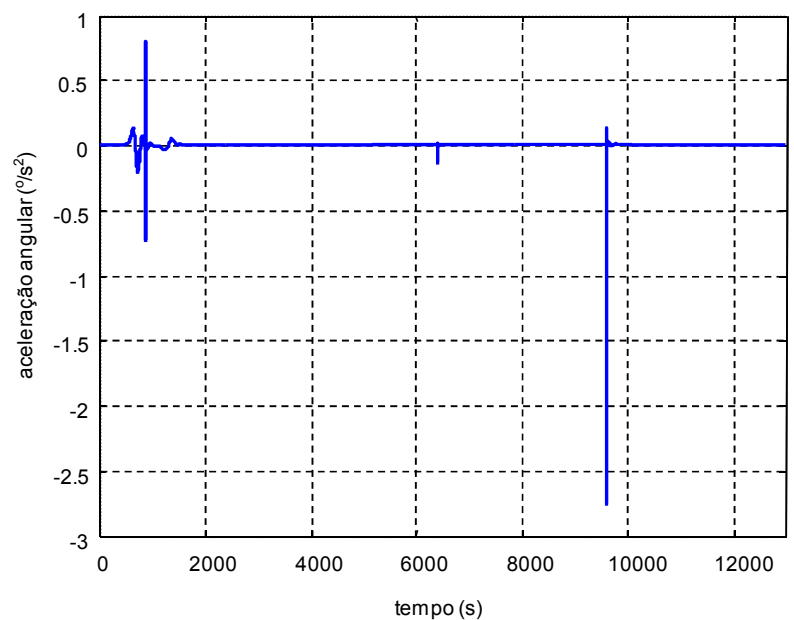
A Figura 7.85 e a Figura 7.86 ilustram o esforço do sistema de controle SMC para compensar o erro e corrigir a manobra. O esforço maior ocorre quando há erro de acompanhamento.

Figura 7.85 – Velocidade angular no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

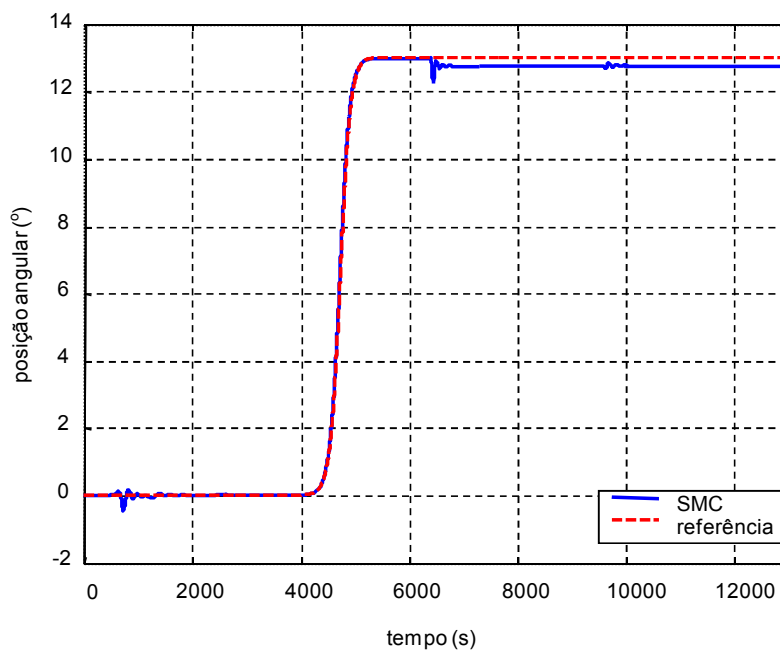
Figura 7.86 – Aceleração angular no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.87 ilustra o comportamento transitório do controle SMC durante manobra no eixo de arfagem. O controle mantém a manobra de referência até 6000 s, apresentando um erro em regime permanente após esse instante. Para eliminar esse erro se faz necessário reajustar os parâmetros do controle SMC. Os valores para sobressinal, tempo de pico e tempo de atraso são iguais a 0°, 0 s e 4800 s, respectivamente. O tempo de subida é de 5000 s.

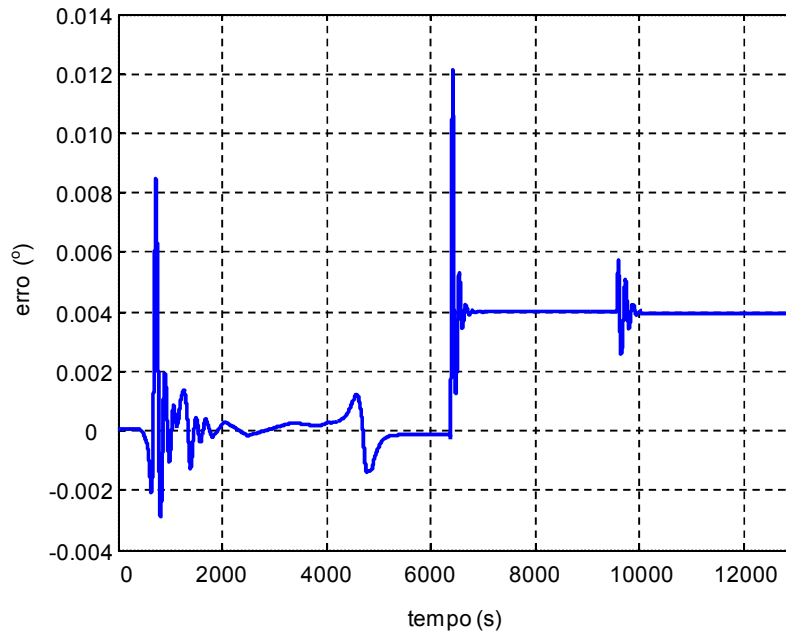
Figura 7.87 - Desempenho dos controladores no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

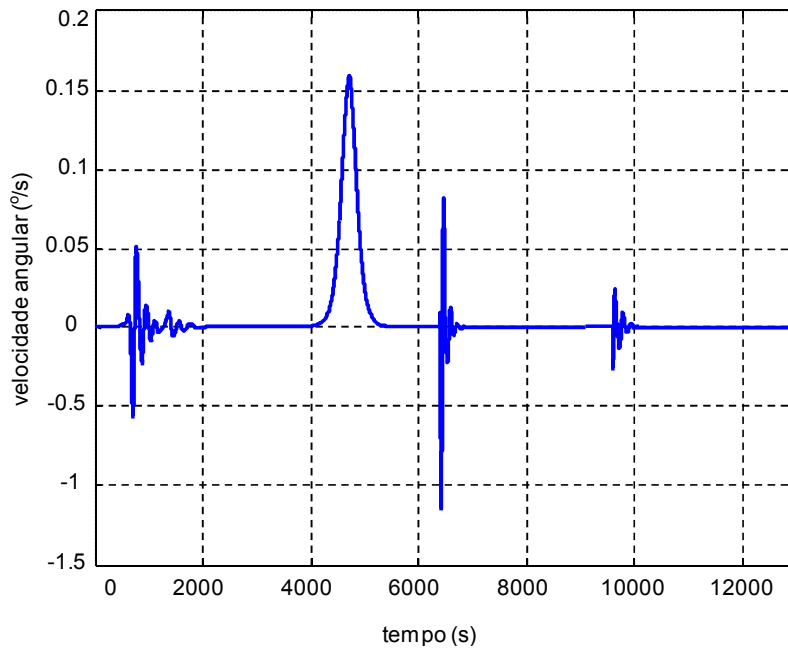
Devido a isso, o erro de acompanhamento não converge para zero ao término das manobras (Figura 7.88). Observa-se que o valor máximo do erro de acompanhamento é igual a $0,012^\circ$, ou seja, inferior ao valor admitido em projeto (2°). A Figura 7.89 e a Figura 7.90 ilustram o esforço do controle SMC para manter a manobra no eixo de arfagem.

Figura 7.88 – Erro de acompanhamento no eixo de arfagem



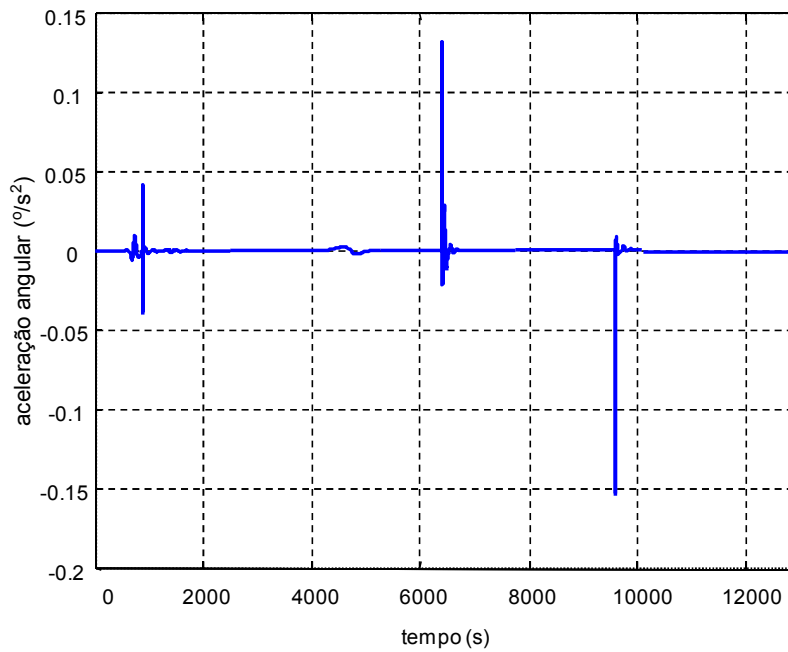
Fonte: Produção do autor

Figura 7.89 – Velocidade angular no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

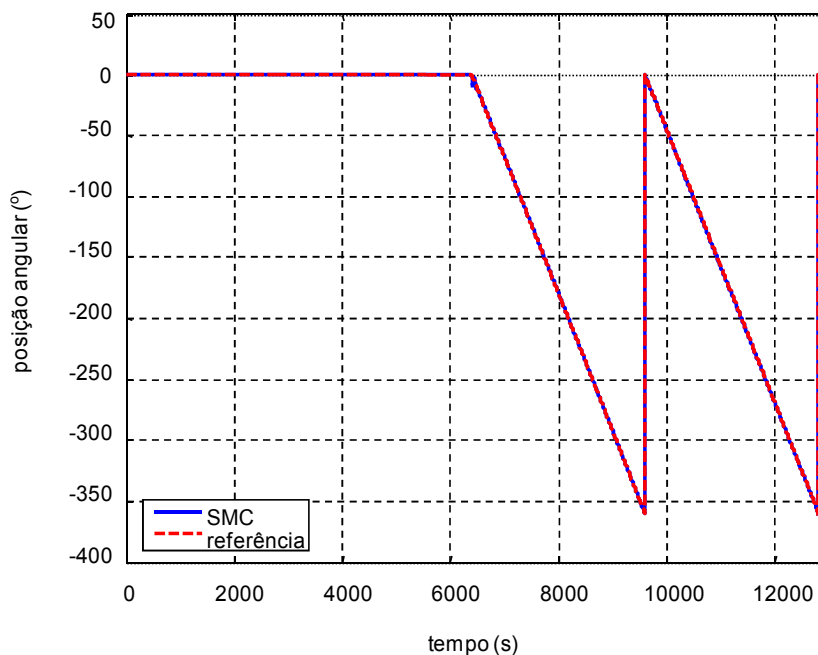
Figura 7.90 – Aceleração angular no eixo de arfagem



Fonte: Produção do autor

A figura 7.91 ilustra o comportamento transitório do controle SMC durante manobra no eixo de guinada. O controle mantém a manobra de referência durante as duas rotações do satélite em torno do eixo. Os valores para sobressinal, tempo de pico e tempo de atraso, para a primeira manobra, são iguais a 0° , 0 s e 7800 s, respectivamente. O tempo de subida é de 9500 s.

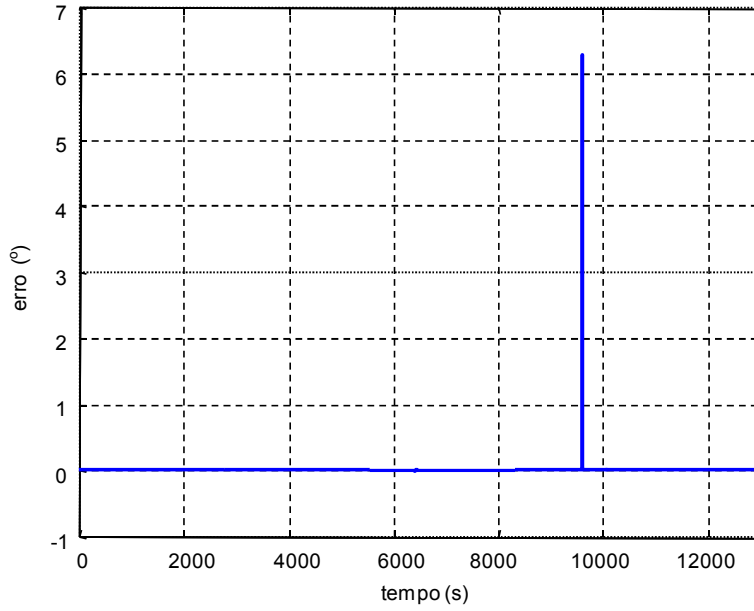
Figura 7.91 – Desempenho dos controladores no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.92 ilustra o erro de acompanhamento do controle no eixo de guinada. Embora o erro tenda a zero ao longo do tempo em que ocorre a manobra, no instante igual a 9500 s o erro é igual a $6,4^\circ$. Este valor é superior ao valor de erro considerado no projeto.

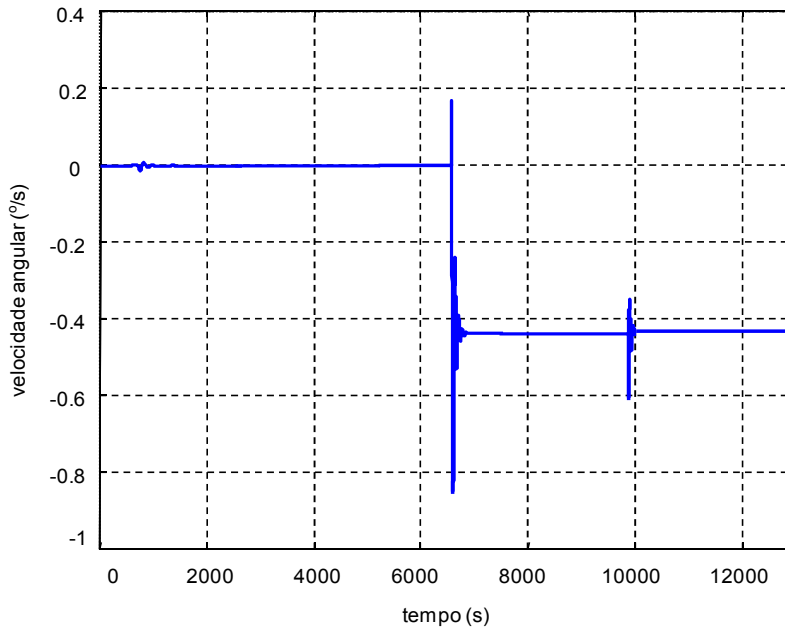
Figura 7.92 – Erro de acompanhamento no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

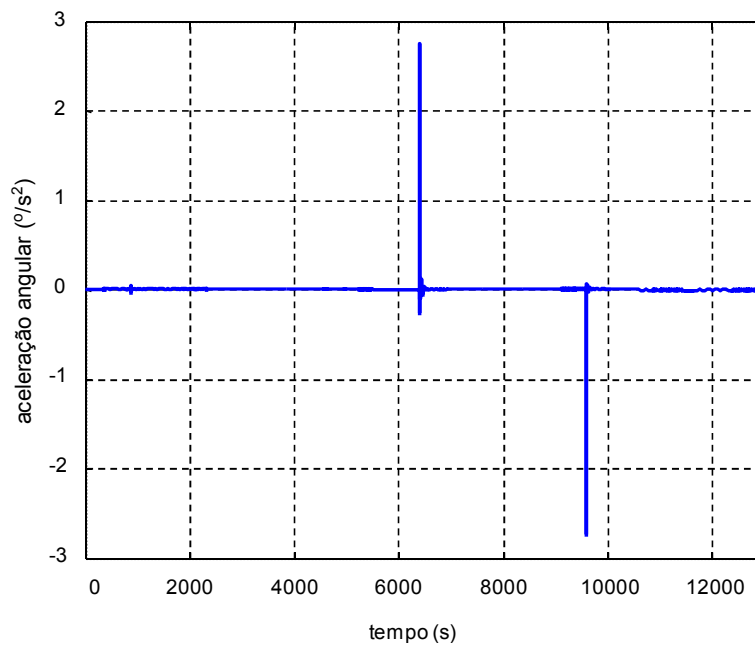
O esforço do sistema de controle SMC para manter a manobra e compensar o erro de acompanhamento foi alto, pois os atuadores permaneceram acionados durante a simulação (Figura 7.93 e Figura 7.94).

Figura 7.93 – Velocidade angular no eixo de guinada



Fonte: Produção do autor

Figura 7.94 – Aceleração angular no eixo de guinada



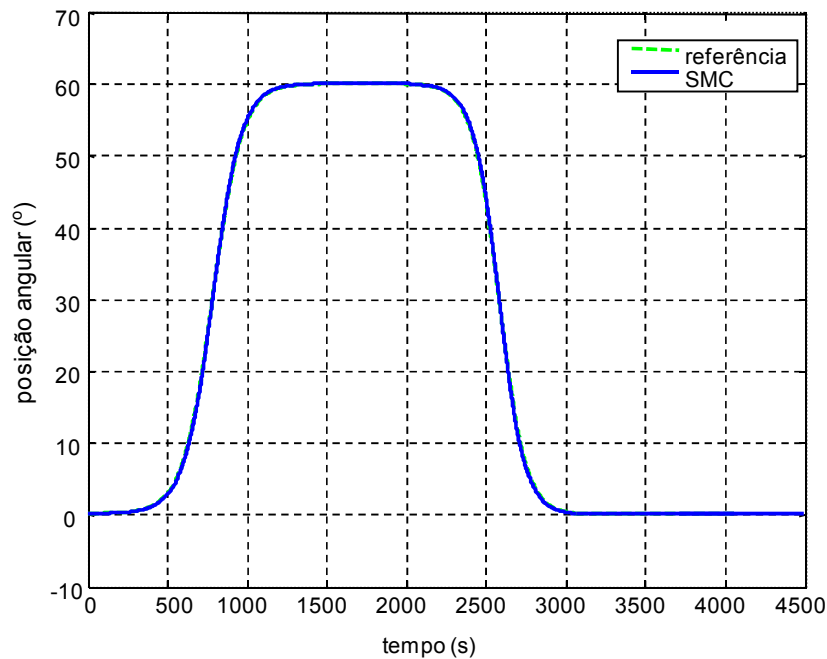
Fonte: Produção do autor

7.5.3 Abordagem da colisão de partícula

Para aplicar a abordagem baseada na teoria de colisão entre corpos admitiu-se que o líquido encontra-se inicialmente em repouso. Nos instantes seguintes, o satélite realiza uma manobra no eixo de rolamento. Entre 0 s e 3000 s o sistema completa uma manobra no eixo de rolamento. O satélite sai da posição inicial igual 0° e vai para 60° e em seguida para 0° . Entre 3000 s e 4500 s o líquido deixa de ser excitado e permanece em repouso.

A Figura 7.95 ilustra o comportamento do controle SMC durante a manobra realizada no eixo de rolamento. O controle SMC mantém a manobra de atitude desejada, não apresentando valores para sobressinal e tempo de pico. O tempo de atraso e tempo de subida, considerando somente a manobra de subida, são iguais a 750 s e 1700 s, respectivamente.

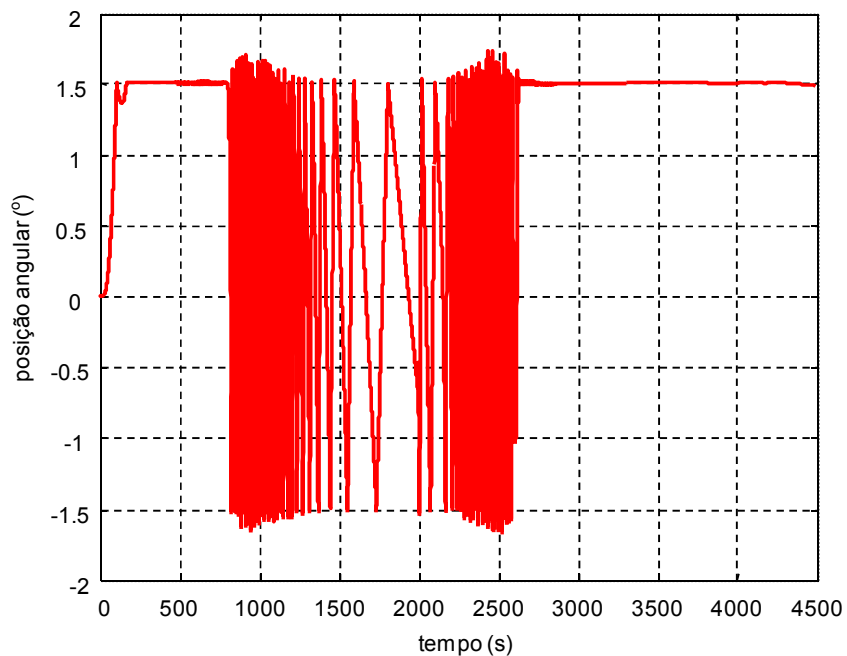
Figura 7.95 – Desempenho do controle SMC no eixo de rolamento



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.96 ilustra o movimento da partícula dentro do tanque durante a manobra no eixo de rolamento. Inicialmente a partícula está em repouso quando a manobra começa a ocorrer e a partícula se desloca no interior do tanque, saindo da posição inicial igual a zero e movimentando-se para as extremidades até colidir com o tanque. A manobra de subida ocorre entre os instantes 0 s e 1300 s, conforme ilustra a Figura 7.96. O diâmetro do tanque esférico é igual a 3,0 m e observa-se na Figura 7.96 que a partícula movimenta-se entre as posições 1,5 m e -1,5 m. Entre 1300 s e 2000 s o sistema permaneceu em 60° e o líquido é pouco excitado, conforme Figura 7.96. Entre 2000 s e 3000 s ocorre a manobra de descida. A partícula movimenta-se rapidamente colidindo com a parede do tanque várias vezes. Entre 3000 s e 4500 s o sistema está em repouso, pois não há manobras no eixo de rolamento. A partícula deixa de ser excitada pelo controle e perturbar o sistema.

Figura 7.96 – Posição da Partícula no Tanque

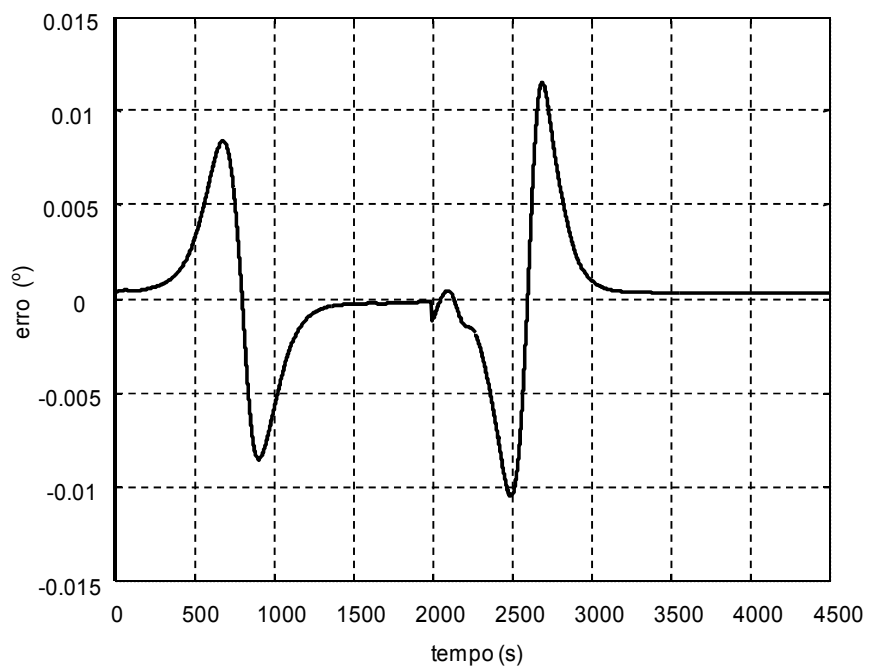


Fonte: Produção do autor

A Figura 7.97 ilustra o erro de acompanhamento do controle SMC. Durante a manobra de subida, entre 0 s e 1300 s, ocorre um erro com valor absoluto igual

a $0,008^\circ$. Valor inferior ao valor admitido em projeto (5°). Após a manobra, o sistema permanece em 60° entre os instantes 1300 s e 2000 s. Entre 2000 s e 3000 s ocorre a manobra de descida. Novamente, ocorre um erro com valor absoluto igual a $0,012^\circ$. Após 3000 s ocorre um erro permanente no valor de $0,001^\circ$. Este valor é muito pequeno e, portanto, pode ser considerado que o erro converge a zero.

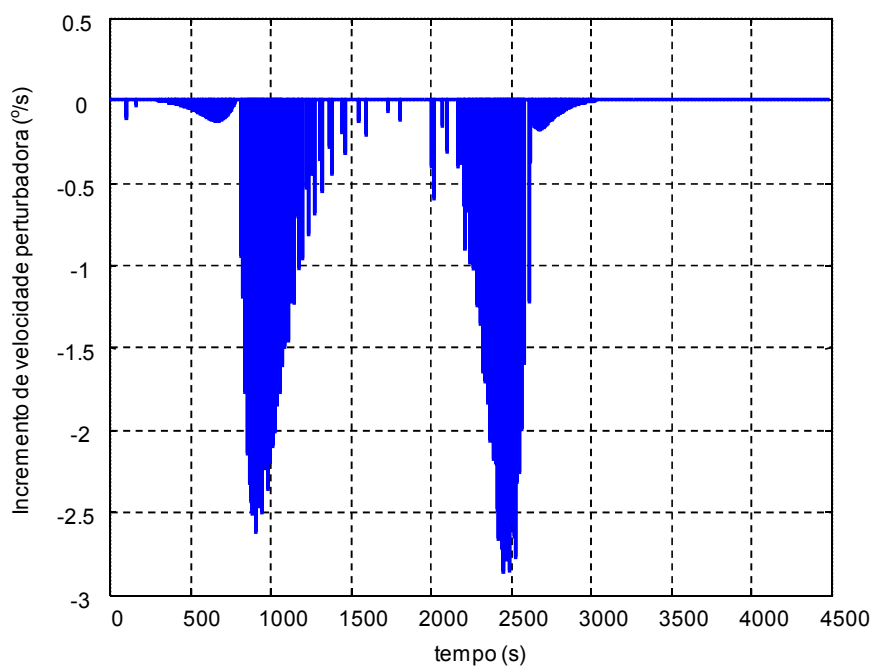
Figura 7.97 – Erro de acompanhamento do SMC



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.98 ilustra a intensidade do impacto da partícula contra a parede do tanque esférico. Durante a manobra de subida, entre os instantes 0 s e 1300 s, a intensidade do impacto da partícula na parede tanque cresce e conforme a manobra atinge 60° ela diminui. Entre os instantes 1300 s e 2000 s não há manobra no eixo de rolamento e a intensidade do impacto da partícula contra o tanque tende a zero. Entre os instantes 2000 s e 3000 s ocorre a manobra de descida e novamente a intensidade do impacto da partícula na parede do tanque começa a crescer e no final do instante 3000 s ela volta a convergir para zero, pois não há manobra.

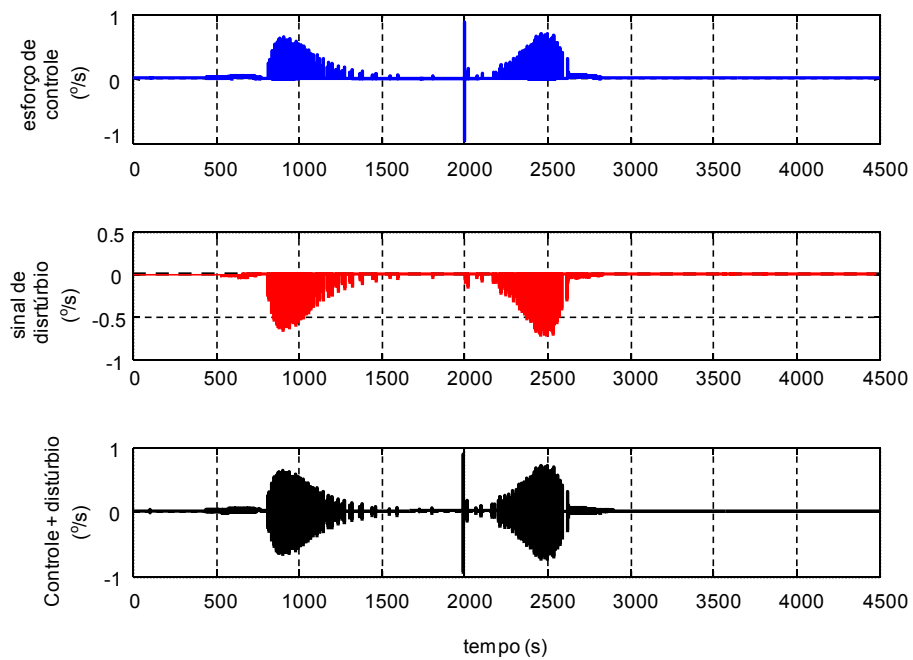
Figura 7.98 – Impacto na parede do tanque



Fonte: Produção do autor

A Figura 7.99 ilustra o sinal de esforço de controle e o sinal de distúrbio representado pelo movimento do líquido. Observa-se que quanto maior o sinal de distúrbio maior o esforço que o controle SMC realiza para manter a manobra.

Figura 7.99 – Sinal de Controle e Sinal de Distúrbio



Fonte: Produção do autor

8 CONCLUSÃO

Na presente tese foi proposto aplicar a técnica de controle não linear por modos deslizantes no movimento de atitude de satélites. O controle SMC tem como vantagem sua relativa simplicidade estrutural, robustez a variações nos parâmetros do sistema e baixa sensibilidade a perturbações externas e incertezas na malha de controle. Assim, visando observar essas características, a tese foi dividida em três casos:

1º Caso: aplicar o controle SMC no movimento de atitude do satélite e comparar o seu desempenho com o controle PID. Não foram consideradas incertezas nos atuadores e nem a presença de perturbações. O objeto de estudo desse caso é comprovar que, numa situação ideal, ambos os controles tem comportamento transitório semelhante.

2º Caso: aplicar o controle SMC no movimento de atitude do satélite e compará-lo ao controle PID, considerando incertezas nos atuadores e ausência de perturbações. O objeto de estudo desse caso é comprovar que o controle SMC é insensível a incertezas na malha de controle.

3º Caso: aplicar o controle SMC no movimento de atitude do satélite, considerando incertezas nos atuadores e presença de perturbações no sistema. O objeto de estudo desse caso é comprovar que o controle SMC tem baixa sensibilidade a perturbações externas.

O simulador SAS foi utilizado como ferramenta computacional para obter os resultados apresentados na tese. A Tabela 8.1 demonstra, resumidamente, os resultados obtidos durante as simulações com o SAS para o primeiro caso.

Tabela 8.1 - Comparação do desempenho transitório entre os controles PID e SMC para o caso 1.

	Rolamento		Arfagem		Guinada	
	PID	SMC	PID	SMC	PID	SMC
Sobressinal (°)	0	0	0	0	0	0
Tempo de pico (s)	0	0	0	0	0	0
Tempo de subida (s)	1400	1400	300	300	5800	5800
Tempo de atraso (s)	800	800	200	200	3100	3100

Fonte: Produção do autor

Quanto ao erro em regime permanente, pode-se concluir que:

1. Manobra no eixo de rolamento: o erro de acompanhamento do controle SMC e erro de acompanhamento do controle PID são idênticos e numericamente próximos a $0,0045^\circ$. No decorrer na manobra o erro tende a zero.
2. Manobra no eixo de arfagem: o erro de acompanhamento do controle SMC e erro de acompanhamento do controle PID são idênticos e numericamente próximos a $0,00023^\circ$. No decorrer na manobra o erro não converge para zero.
3. Manobra no eixo de guinada: o erro de acompanhamento do controle SMC e erro de acompanhamento do controle PID são idênticos e numericamente próximos a $6,5^\circ$, tendendo a zero no decorrer da simulação.

Logo, para o primeiro caso estudado conclui-se que os controles SMC e PID apresentaram um desempenho transitório e em regime estacionário semelhante durante as manobras realizadas nos eixos de rolamento, arfagem e guinada. O processo de ajuste de ganhos dos controles SMC e PID foi simples, bem como a elaboração do algoritmo de controle. O controle SMC apresentou oscilações de alta frequência em sua dinâmica e esse problema foi resolvido adicionando um termo integral em sua lei de controle. Além disso, o controle SMC apresentou-se sensível a variações abruptas de sinal da manobra de referência ocasionando elevados sobressinais no desempenho transitório do sistema. Como solução para esse problema optou-se por suavizar a curva de referência. Por fim, a melhor maneira de validar o algoritmo implementado no simulador SAS seria através de ensaios em laboratório com um protótipo que representasse o satélite. Porém, por não existir esse laboratório equipado e capaz de realizar testes com um modelo real, a melhor maneira de validar o controle SMC foi compará-lo ao controle PID, já testado inúmeras vezes por diversos pesquisadores.

O controle SMC tem outra vantagem que é a sua baixa sensibilidade a incertezas na malha de controle. Assim, no segundo caso estudado optou-se por inserir incertezas nos atuadores e comparar o desempenho dos controles SMC e PID.

A Tabela 8.2 demonstra, resumidamente, os resultados obtidos durante as simulações com o SAS para o segundo caso.

Tabela 8.2 - Comparação do desempenho transitório entre os controles PID e SMC para o caso 2.

	Rolamento		Arfagem		Guinada	
	PID	SMC	PID	SMC	PID	SMC
Sobressinal (°)	0	0	0	0	0	0
Tempo de pico (s)	0	0	0	0	0	0
Tempo de subida (s)	1500	1500	300	300	5800	5800
Tempo de atraso (s)	800	800	200	200	3100	3100

Fonte: Produção do autor

Quanto ao erro em regime permanente, pode-se concluir que:

1. Manobra no eixo de rolamento: o erro de acompanhamento do controle SMC e erro de acompanhamento do controle PID são idênticos e numericamente próximos a $0,005^\circ$. No decorrer na manobra o erro não tende a zero.
2. Manobra no eixo de arfagem: o erro de acompanhamento do controle SMC e erro de acompanhamento do controle PID são idênticos e numericamente próximos a $0,005^\circ$. No decorrer na manobra o erro não converge para zero.
3. Manobra no eixo de guinada: o erro de acompanhamento dos controles SMC e PID são numericamente iguais a $0,005^\circ$ e $0,003^\circ$, respectivamente. No decorrer na manobra tais erros não tendem a zero.

Logo, para o segundo caso estudado conclui-se que os controles SMC e PID apresentaram um desempenho transitório e em regime estacionário semelhante durante as manobras realizadas nos eixos de rolamento, arfagem e guinada. A maior diferença entre os controles foi que o controle PID apresentou um comportamento ruidoso em sua resposta transitória. Isto na prática não é desejável, pois pode implicar em consumo excessivo de combustível ou até mesmo no desgaste mecânico dos atuadores por tentarem manter a manobra desejável. A melhor maneira para se melhorar o desempenho do PID seria aplicar a técnica anti-windup no algoritmo de controle. Como o escopo da tese é avaliar o controle SMC e validá-lo através de meios comparativos com o controle PID, optou-se por não inserir a ação anti-windup no modelo.

Outra vantagem mencionada na literatura quanto ao uso do controle SMC é a sua baixa sensibilidade a perturbações externas. Assim, no terceiro caso estudado optou-se considerar a presença de perturbações no sistema e avaliar

o comportamento transitório e estacionário do controle SMC. Optou-se por considerar como perturbação o movimento de líquido dentro do tanque, representando o combustível do veículo espacial. O estudo e o desenvolvimento de um modelo análogo mecânico para o *sloshing*, como é chamado o movimento do líquido com superfície livre definida, é de grande interesse na comunidade acadêmica em geral. Na área automotiva, por exemplo, o movimento do combustível contra a parede do tanque durante um processo de aceleração ou durante uma curva pode provocar a perda da estabilidade lateral do caminhão ou o seu tombamento. Na área aeroespacial, por exemplo, o movimento do líquido pode provocar a perda de estabilidade do satélite e a perda da missão espacial. Assim, o estudo do *sloshing* tem uma grande importância na comunidade acadêmica.

Em microgravidade o líquido tende a ter um comportamento caótico e não apresentando uma superfície livre definida. Por essa razão, é complicado definir um modelo mecânico análogo que descreva o seu movimento, bem como definir com exatidão os valores dos parâmetros, que variam com o tempo, como massa do veículo e combustível, amortecimento e rigidez. Na presente tese, dois modelos para o *sloshing* foram propostos:

1º Modelo: um sistema massa-mola-amortecedor em cada eixo de coordenada do tanque representando o movimento do líquido. Dois métodos para resolver o problema foram considerados: a abordagem newtoniana e a lagrangiana.

2º Modelo: uma partícula representando o líquido e movimentando-se em todas as direções dentro do tanque após uma força externa perturbar o tanque. Para resolver matematicamente esse modelo optou-se por aplicar a teoria da colisão entre corpos.

O controle SMC apresentou comportamento transitório e estacionário satisfatório quando considerado a presença do *sloshing* no sistema. O modelo que representa o movimento do líquido desenvolvido por meio da abordagem newtoniana demonstrou-se mais simples durante a sua implementação no simulador SAS. Já o modelo desenvolvido através da abordagem lagrangiana, embora seja o mais empregado na área acadêmica, resultou em um conjunto

de equações diferenciais extenso. Isto dificultou a atividade de obtenção de dados por meio do simulador SAS devido à ocorrência de singularidades na simulação restringindo o seu uso. A solução seria reajustar os ganhos do controle SMC, mudando as condições do modelo. Como o propósito da tese é verificar o desempenho do controle SMC considerando as incertezas e as perturbações do sistema, mantendo os mesmo valores dos parâmetros do controle SMC optou-se por não mudar qualquer valor de projeto.

A abordagem newtoniana e abordagem lagrangiana não consideram em seu modelo matemático as condições de contorno do tanque e não dão a ideia de movimento caótico do líquido, pois a massa do líquido desloca-se em três eixos. Por essa razão foi proposto um terceiro modelo baseado na teoria da colisão entre partículas. O estudo restringiu-se ao movimento de uma única partícula que se movimenta em no eixo de rolamento do sistema. O controle SMC nessa situação um desempenho transitório e estacionário satisfatório.

Por fim, como sugestão para futuros trabalhos tem-se:

1º) Sabe-se que comercialmente os atuadores são representados por propulsor a gás, roda de reação, bobina eletromagnética, volante de inércia e amortecedor de nutação. O acesso aos dados referentes às características construtivas desses equipamentos para uma missão real é geralmente restrito e de difícil obtenção. Por isso, na presente tese optou-se por considerar um atuador ideal onde suas características foram representadas por uma combinação sucessiva de não linearidades e a adição de incertezas. Em Santos (2015) usou-se os dados dos atuadores do veículo não tripulável ATV (Automated Transfer Vehicle) nas simulações. Para trabalho futuro pode-se considerar essas informações no simulador.

2º) Sabe-se que na prática os sensores são representados por magnetômetro, sensor solar, sensor de estrela e GPS. Ter acesso às características construtiva dos sensores utilizados em uma missão real não é simples e por isso na presente tese optou-se por realizar uma realimentação direta na malha de controle. Além disso, a ideia da tese era testar em situações extremas o comportamento do controle SMC e considerar um sensor na malha de controle

iria influenciar no desempenho do controle. Para trabalho futuro, pode-se considerar o projeto de um estimador de estado baseado na teoria de Filtro de Kalman ou na teoria de controle por modos deslizantes.

3º) No terceiro caso estudado o modelo do *sloshing* para a abordagem newtoniana não considerou na modelagem o acoplamento entre os sistemas massa-mola-amortecedor. Assim, para um trabalho futuro pode-se aprimorar esse modelo e considerar o acoplamento entre os eixos. Mesmo nessa nova configuração o seu modelo matemático continua sendo mais simples em relação à abordagem lagrangiana.

4º) No terceiro caso estudado foi sugerido um modelo baseado na teoria da colisão de partícula. Para o modelo implementado no simulador SAS a partícula movimentou-se em um eixo do sistema de coordenadas. Como sugestão para trabalho futuro pode-se aprimorar o modelo de forma que a partícula se movimente no espaço tridimensional. Além disso, pode-se distribuir a massa do líquido entre duas ou mais partículas tornando o modelo mais realista. Outra sugestão para um futuro trabalho é realizar um estudo sobre o impacto do formato do tanque no movimento do líquido.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAMSON, H. N. **The dynamic behavior of liquids in moving containers: with applications to space vehicle technology**. Southwest Research Inst.; San Antonio, United States: Cambridge University Press, 1966.

AGOSTINHO, A.C. **Controle por modos deslizantes aplicado a sistema de posicionamento dinâmico**. 2009. 110p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

ARANTES JUNIOR, G. **Estudo comparativo de técnicas de controle de atitude em três eixos para satélites artificiais**. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, 2005.

BELLAR, A.; SEBA, B.; MOHAMMED, A.M.; SWEETING, M.N. Tree axis attitude control using sliding mode for LEO microsatellite. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, 2010. ISBN: 978-960-474-199-1.

CARRARA, V. **Cinemática e dinâmica de satélites artificiais**. Disponível em: http://www.dem.inpe.br/~val/cursos_inpe/carrara_mov_sol_2012.pdf. Acesso em: 29 abril 2019.

CARNEIRO JÚNIOR, D.P. **Comportamento de líquidos no espaço – Sloshing e amortecedores de natação viscosos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, 2009.

CARNEIRO JUNIOR, D.P. **Comportamento do Sloshing em ambiente de microgravidade**. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, 2017.

CHOBOTOV, V.A.J. **Spacecraft attitude dynamics and control**. Malabar, Florida: Krieger Publishing, 1991.

COSTA FILHO, A.C. **Análise de acoplamento entre o controle de atitude e de trajetória durante manobras orbitais de empuxo contínuo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, 2010.

CRASSIDIS, J. L.; MARKLEY, F. L. Sliding mode control using modified Rodrigues parameters. **Journal of Guidance Control and Dynamics**, v.19, n.6, 1998. DOI 10.2514/3.21798.

CUBILLOS, X. C. M. **Investigação de técnicas de controle multivariáveis no controle de atitude de um satélite rígido/flexível**. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, 2008.

DODGE, F. T.; GARZA, L. R. Experimental and theoretical studies on liquid sloshing at simulated low gravity. **Journal of Applied Mechanics**, p. 555-561, 1967.

DODGE, F. T. The new dynamic behavior of liquids in moving containers. San Antonio, Texas: Southwest Research Institute, 2000. 195 p.

DORF, R.C.; BISHOP, R.H. **Modern control systems**. 12.ed. New Jersey: Prentice Hall, 2011.

FONSECA, I. M.; BAINUM, P.M.; CARNEIRO JUNIOR, D.P. The impact of the sloshing motion combined with flexibility of spacecraft components in the design of attitude and orbit control subsystems. In: INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL CONGRESS, 63., 2012, Naples, Italy. **Proceedings... IAF**, 2012.

FENG, L.; CHEN, X.; SHENG, T. Sliding Mode Controller for Satellite Attitude Stabilization Maneuver. **3rd International Conference on Mechanical Engineering and Intelligent Systems (ICMEIS)**, 2015. ISBN: 978-94-62520-98-1.

GUAN, P.; LIUB X.; LIU, J. Adaptive fuzzy sliding mode control for flexible satellite. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v.18, n.4, p.451–459, 2005.

GONZALES, R. G. **Utilização dos métodos SDRE e filtro de Kalman para o controle de atitude de simuladores de satélites**. 2009. 120 p. Dissertação (Mestrado Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, 2009.

HALLIDAY, D; RESNICK, R. A. **Física**. 4.ed. Rio de Janeiro: LTC, 1993. ISBN: 85-216-0299-5.

HUGHES, P. C. **Spacecraft Attitude Dynamics**. New York, NY, 1986. ISBN: 0-471-81842-9.

IBRAHIM, R. A. **Liquid sloshing dynamics, theory and applications**. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.

IBRAHIM, A.; TOBAL, A. M.; SULTAN, M. A. Satellite attitude maneuver using sliding mode control under body angular velocity constraints. **International Journal of Computer Applications**, v.50, n.13, 2012.

JOHN, L. C.; MARKLEY, F. L. Sliding mode control using modified Rodrigues parameters. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v.19, n.6, p.1381-1383, 1996.

KOMANDURI, A.; ARANTES JUNIOR, G.; FILHO, L. S. M. Controle de atitude e posição para um simulador experimental de satélite artificial. **Proceedings of the 9th Brazilian Conference on Dynamics Control and their Applications**, 2010. ISSN: 2178-3667

KRAMER, H. J. **SloshSat**. Disponível em: <http://earth.esa.int/web/eoportalsatellite-missions/s/sloshsat>. Acesso em: 29 abril 2019.

LUPPES, R.; HELDER, J. A.; VELDMAN, A. E. P. The numerical simulation of liquid sloshing in microgravity. **European Conference on Computational Fluid Dynamics**, n. ECCOMAS CFD, 2006.

MARSELL, B.; GRIFFIN, D; SCHALLHORNT, P.; ROTH, J. High Accuracy Liquid Propellant Slosh Predictions Using an Integrated CFD and Controls Analysis Interface. **50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition**, 2012. DOI: 10.2514/6.2012-308

MEIROVITCH, L. **Dynamics and control of structures**, Canadá, John Wiley & Sons, 1990.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 3. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 1998.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

ORTIZ, J.L. **Modeling flexible multibody systems fluid interaction**. Lubbock: Texas Tech University, 1996.

PERRUQUETTI, W.; BARBOT, J. P. **Sliding mode control in engineering**. 1 ed. CRC Press, 2002. ISBN: 9780824706715.

PILCHOWSKI, H. U. **Satélites artificiais – movimento de atitude**. Disponível em:
http://www.dem.inpe.br/~hans/5afeira_SAMA_CMC_1S2013/CMC_316_Aula01.pdf. Acesso em: 02 maio 2019.

RAUT, K.H.; VAISHNAV, S.R. Performance analysis of PID tuning techniques based on time response specification. **International Journal of Innovative Research in Electrical, Electronics, Instrumentation and Control Engineering**, v. 2, n.1, Jan. 2014.

REYHANOGLU, M. Modelling and control of space vehicles with fuel slosh dynamics. In: HALL, J. (Ed.). **Advances in spacecraft technologies**. London: InTech, 2011.

ROCCO, E.M. Perturbed orbital motion with a PID control system for the trajectory. In: COLÓQUIO BRASILEIRO DE DINÂMICA ORBITAL, 14., Águas de Lindóia, 2008. **Anais...** 2018.

ROCCO, E. M.; COSTA FILHO, A.C.; CARRARA V. Effect the coupling between attitude and orbital control in maneuvers using continuous thrust. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES, 10., 2011. **Anais...** 2011.

ROCCO, E. M.; COSTA FILHO, A.C. Avaliação dos desvios na trajetória originados pelo acoplamento entre o controle de atitude e de órbita em manobras orbitais com propulsão contínua. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics**, v.3, n.1, 2015.

SANTOS, S. P. Investigação da fusão da técnica de controle fuzzy /ou SDRE/H_∞ visando projetar um controlador robusto para satélite rígido-flexível. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, 2015.

SANTOS, W. G.; ROCCO, E. M. **Design of a fuzzy PID controller for application in satellite attitude control system.** In: WORKSHOP EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA ESPACIAIS, 3., 2012, SÃO José dos Campos, SP. **Anais...** 2012.

SANTOS, W. G. Discrete multiobjective optimization applied to the spacecraft actuators command problem and tested in a hardware in-the-loop rendezvous simulator. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, 2015.

SAYAR, B. A.; BAUMGARTEN, J. R. Linear and nonlinear analysis of fluid sloshing dampers. **AIAA Journal**, v. 20, n. 11, p. 1534-1538, 1982.

SIDI, M. J. **Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach.** New York, USA: Cambridge University Press, 1997. ISBN: 0-521-78780-7.

SLOTINE, J.J.E.; LI, W. **Applied nonlinear control.** New Jersey: Prentice Hall, 1991.

SOFYALI, A.; JAFAROV, E. M. **Integral sliding mode control of small satellite attitude motion by purely magnetic actuation.** South Africa: The International Federation of Automatic Control, 2014.

SOUZA, A.G. **Estudo dos efeitos do movimento de líquido e da flexibilidade no desempenho e na robustez do sistema de atitude de um satélite artificial.** Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, 2013.

SOUZA, A.G. **Estudo do uso de métodos de controle robusto em sistemas espaciais rígidos – flexíveis.** Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais / Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, 2017.

STOFAN, A. J.; PAVLI, A. J. **Experimental damping of liquid oscillations in a spherical tank by positive-expulsion bags and diafragms.** Washington: NASA, 1962. (TN D-1311).

TANNURI, E.A. **Desenvolvimento de metodologia de projeto de sistema de posicionamento dinâmico aplicado a operações em alto mar.** Tese

(Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

TANNURI, E.A.; AGOSTINHO, A.C.; MORISHITA, H.M.; MORATELLI JUNIOR, L. Dynamic positioning systems: an experimental analysis Of sliding mode control. **Control Engineering Practice**, v.17, n.12, p.1405-1414 , 2009.

UTKIN, V.I. **Sliding modes and their application to variable structure systems**. Moscow: MIR Publishers, 1978.

VELDMAN, A. E. P. **The simulation of violent free-surface dynamics at sea and in space**. In: EUROPEAN CONFERENCE ON COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS (ECCOMAS CFD, 2006), 2006, Egmond aan Zee, Netherlands. Proceedings... Delft: Delft University of Technology: ECCOMAS, 2006.

SANTOS, W. G.; ROCCO, E. M. **Design of a fuzzy PID controller for application in satellite attitude control system**. In: WORKSHOP EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA ESPACIAIS, 3., 2012, SÃO José dos Campos, SP. **Anais...** 2012.

WERTZ, J. R. **Spacecraft attitude determination and control**. 2.ed. [S.l.]: D. Reidel, 1978. 856 p.

YONGQIANG, J.; XIANGDONG, L.; WEI, Q.; CHAOZHEN, H. Time-varying sliding mode controls in rigid spacecraft attitude tracking. **Chinese Journal of Aeronautics**, v. 21, n.4, p. 352-360, 2001.

ANEXO A – ABORDAGEM LAGRANGIANA

As equações de Lagrange representam a dinâmica de um sistema baseando-se na relação entre energia cinética e energia potencial. De acordo com Meirovitch (1990), defini-se função de Lagrange como sendo:

$$\mathcal{L} = E_c - E_p \quad (\text{A. 1})$$

em que E_c e E_p são as energias cinética e potencial total do sistema, respectivamente, e \mathcal{L} a função de Lagrange. Considerando a parte dissipativa do sistema, a formulação Lagrangiana para coordenadas generalizadas² é dada pela Equação (A.2):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_k} = Q_k \quad (\text{A. 2})$$

sendo R , q_k e Q_k , com $k = x, y$ e z , a função dissipativa de Rayleigh, as coordenada generalizada e as forças dissipativas associada a essas coordenadas, respectivamente. A função dissipativa de Rayleigh é representada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_x &= c_x \ddot{x} \\ \mathcal{F}_y &= c_y \ddot{y} \\ \mathcal{F}_z &= c_z \ddot{z} \end{aligned} \quad (\text{A. 3})$$

com \mathcal{F}_i representando as forças dissipativas e c_x são constantes positivas. Desta forma Rayleigh introduziu a função de dissipação como sendo:

$$R = \frac{1}{2} \sum c_x \dot{x}^2 + c_y \dot{y}^2 + c_z \dot{z}^2 \quad (\text{A. 4})$$

Defini-se:

² O conjunto de coordenadas independentes capazes de especificar a posição de um sistema com um número finito de grau de liberdade

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \right) = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \right) \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}} \right) \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{z}} \right) \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R}{\partial \dot{x}} \\ \frac{\partial R}{\partial \dot{y}} \\ \frac{\partial R}{\partial \dot{z}} \end{bmatrix}; \quad Q_k = \begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \end{bmatrix} \quad (\text{A. 5})$$

Assim, reescrevendo a Equação (A. 2) na forma matricial, tem-se:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{z}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial R}{\partial \dot{x}} \\ \frac{\partial R}{\partial \dot{y}} \\ \frac{\partial R}{\partial \dot{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \end{bmatrix} \quad (\text{A. 6})$$

Então, a fórmula de Lagrange para cada coordenada generalizada do modelo será dada por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial \dot{x}} = Q_x$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial \dot{y}} = Q_y \quad (\text{A. 7})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial \dot{z}} = Q_z$$

Em alguns problemas pode ser interessante obter uma série de equações diferenciais que são restritas as coordenadas verdadeiras, mas que usem a combinação linear independente de n variáveis, ω_s da velocidade \dot{q}_k , entretanto esta variável ω_s não pode ser integrada com o intuito de obter a coordenada verdadeira, a estas coordenadas se dá o nome de quase coordenadas (MEIROVITCH, 1970). A formulação Lagrangiana para coordenadas quase generalizadas é representada pela equação abaixo:

$$\left\{ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}} \right) \right\} - [\tilde{\omega}] \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega} \right\} = \{N\} \quad (\text{A. 8})$$

sendo N o torque externo, ω a velocidade angular do sistema, proveniente do movimento de atitude, e $\tilde{\omega}$ a matriz anti-simétrica da velocidade angular. Assim, tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}} \right) = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}_\delta} \right) \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}_\theta} \right) \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}_\psi} \right) \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\delta} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\theta} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\psi} \end{bmatrix}; \quad \tilde{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\psi & \omega_\theta \\ \omega_\psi & 0 & -\omega_\delta \\ -\omega_\theta & \omega_\delta & 0 \end{bmatrix}; \quad N = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix}$$

A forma matricial da fórmula de Lagrange para as coordenadas quase generalizadas será expressa por:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}_\delta} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}_\theta} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}_\psi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\psi & \omega_\theta \\ \omega_\psi & 0 & -\omega_\delta \\ -\omega_\theta & \omega_\delta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\delta} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\theta} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}_\delta} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}_\theta} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}_\psi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\omega_z \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\theta} + \omega_y \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\psi} \\ \omega_z \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\delta} - \omega_x \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\psi} \\ -\omega_y \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\delta} + \omega_x \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} \quad (\text{A. 9})$$

Na forma de equação diferencial o sistema (A. 9) será representado por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}_\delta} \right) + \omega_z \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\theta} - \omega_y \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\psi} = N_x$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}_\theta} \right) - \omega_z \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\delta} + \omega_x \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\psi} = N_y \quad (\text{A. 10})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\omega}_\psi} \right) + \omega_y \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\delta} - \omega_x \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega_\theta} = N_z$$