



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

**CHAMA DE TSUJI SOB EFEITO DA FORÇA DE EMPUXO: CAMPO
DE VELOCIDADE POTENCIAL**

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(PIBIC/INPE/CNPq)**

Andriel Paz Reis (UNIPAMPA, bolsista PIBIC)
andrielpaz@hotmail.com

Dr. Cesar Flaubiano da Cruz Cristaldo (UNIPAMPA, orientador)
cesarcristaldo@unipampa.edu.br

Dr. Fernando Fachini Filho (INPE, orientador)
fachini@lcp.inpe.br

Julho, 2019

Sumário

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 8 |
| 2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 9 |
| 2.1 | Combustão | 9 |
| 2.2 | Gota isolada | 9 |
| 2.3 | Escoamento potencial | 9 |
| 2.4 | Queimador Tsuji | 10 |
| 2.5 | Modelo de Flamelet | 11 |
| 3 | FORMULAÇÃO MATEMÁTICA | 12 |
| 3.1 | Adimensionalização | 13 |
| 3.1.1 | Conservação da massa | 13 |
| 3.1.2 | Quantidade de movimento na direção x | 14 |
| 3.1.3 | Quantidade de movimento na direção y | 14 |
| 3.1.4 | Conservação de massa de espécies | 14 |
| 3.1.5 | Conservação de energia | 15 |
| 3.2 | Formulação de Shvab-Zel'dovich | 16 |
| 3.3 | Método da Compressibilidade Artificial | 18 |
| 3.4 | Condições de Contorno para $g \neq 0$ | 18 |
| 3.5 | Massa específica em função de Z e H | 19 |
| 4 | RESULTADOS | 21 |
| 5 | CONCLUSÃO E PRÓXIMOS PASSOS | 22 |
| 6 | REFERÊNCIAS | 23 |

Lista de Figuras

| | | |
|---|--|----|
| 1 | Esquema em estudo (gota de raio constante com injeção de combustível). . . | 12 |
| 2 | Domínio Computacional. | 18 |

Lista de Tabelas

1 Esquema ao longo de dois anos de trabalho. 8

Lista de Símbolos

| | |
|-----------|--|
| c_p | Calor específico (J/kgK) |
| g | Aceleração da gravidade local (m/s^2) |
| H | Excesso de entalpia |
| k | Condutividade térmica (W/mK) |
| p | Pressão (N/m^2) |
| Pe | Número de Peclet |
| Q | Calor de combustão |
| Re | Número de Reynolds |
| s_i | Massa reagente (combustível ou oxidante) |
| t_c | Tempo de aquecimento (s) |
| T | Temperatura (K) |
| Y_i | Fração mássica (combustível ou oxidante) |
| v | Velocidade (m/s) |
| \hat{w} | Taxa líquida de trabalho realizado |
| Z | Fração de mistura |
| α | Difusividade térmica (m^2/s) |
| μ | Viscosidade cinemática (m^2/s) |
| ρ | Densidade (kg/m^3) |

RESUMO

O presente trabalho, tem como objetivo obter uma solução numérica de uma chama estabelecida no queimador Tsuji incluindo o efeito da força de empuxo. O queimador Tsuji é composto de uma matriz porosa cilíndrica de comprimento infinito onde o combustível é ejetado radialmente pela sua superfície e uma chama difusiva é estabelecida no seu entorno. Este tipo de queimador pode representar, por exemplo, a queima de um cabo elétrico após sofrer um curto-circuito. Neste contexto, é possível estudar seus efeitos para um possível estudo de combate à incêndios. Para a análise deste problema, são utilizadas as equações de conservação da massa e quantidade de movimento juntamente com a formulação Shvab-Zel'dovich para descrever a conservação de espécies químicas e energia. A solução em estado estacionário é obtida pelo método da compressibilidade artificial. Inicialmente é utilizado um modelo de trabalhos anteriores, cuja a formulação é incompressível. O próximo passo é reescrever o modelo na condição compressível.

Palavras-chave: Escoamento Potencial. Queimador Tsuji. Convecção Natural.

TSUJI FLAME UNDER BUOYANT FORCE EFFECT:POTENTIAL VELOCITY FIEL

ABSTRACT

The present work aims to obtain a numerical solution of an unburnt keyword, including the effect of the buoyant force. The Tsuji burner is composed of an infinite length cylindrical porous matrix where the fuel is ejected radially from its surface and a diffusive flame is initiated in its surroundings. This type of burner can represent, for example, a burn of a power cable after a short circuit. In this context, it is possible to study under a certain style of combat game. For an analysis of this problem, they are used as forms of conservation of mass and amount of energy that can be used to describe an energy and energy conservation state. The steady state solution is obtained by the artificial compressibility method. Initially, a previous work model is used, whose documentation is incompressible. The next step is to rewrite the model in compressible condition.

Keywords: Potential Flow. Tsuji Burner. Natural Convection.

1 INTRODUÇÃO

Este relatório tem a finalidade de exibir o primeiro ano do trabalho, apoiado financeiramente pelo Programa de Iniciação Científica, CNPQ e INPE, orientado por Fernando Fachini Filho e Cesar Flaubiano da Cruz Cristaldo.

O objetivo da pesquisa é analisar o efeito da flutuação na estabilização da chama ao redor de queimadores cilíndricos (queimador Tsuji) empregando um campo de velocidade potencial.

Estudos numéricos sobre o efeito da flutuação na formação de vórtices na chama Tsuji requerem um esquema de diferenças finitas de alta ordem. Para aumentar o conhecimento do problema, é considerado um modelo simples de interface circular entre dois fluidos, combustível e oxidante. A metodologia utilizada é a integração de um sistema de equações diferenciais parciais lineares usando o método das diferenças finitas.

A partir dos resultados deste problema, distâncias seguras para evitar a propagação de incêndios gerados em cabos elétricos sob curto-circuito são determinadas.

O cronograma de atividades para dois anos é mostrado na Tabela 1:

Tabela 1: Esquema ao longo de dois anos de trabalho.

| Tarefas/Meses | 1 - 6 | 7 - 12 | 13 - 17 | 18 - 21 | 22 - 24 |
|---------------|-------|--------|---------|---------|---------|
| 1 | X | | | | |
| 2 | X | | | | |
| 3 | | X | | | |
| 4 | | X | | | |
| 5 | | | X | X | |
| 6 | | | | X | X |

Fonte: O autor.

As tarefas são:

1. Estudo do escoamento potencial;
2. Estudo do queimador Tsuji;
3. Estudo do modelo de flamelet descrito pelo escoamento gerado por jatos reagentes impingentes;
4. Formulação matemática do problema;
5. Integração numérica do modelo proposto;
6. Elaboração de um trabalho que deve ser apresentado em um congresso nacional.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Combustão

Combustão é uma reação química que transforma a energia armazenada das ligações químicas em energia térmica.

A chama da combustão pode ser classificada como pré-misturadas ou difusivas, com ou sem chama. A pré-misturada ocorre quando o combustível e o oxidante estão misturados a nível molecular antes da reação química, apresentando geralmente elevadas temperaturas e baixa luminosidade. Já a combustão difusiva se diferencia pela segregação entre o combustível e o oxidante, os quais se difundem em direção a chama na interface combustível-oxidante, assim o contato entre os reagentes ocorre durante a reação química (Turns, 2013; Zorzo *et al*, 2016).

2.2 Gota isolada

A análise da vaporização, aquecimento e combustão de gotas isoladas, além de representar um fenômeno físico real é útil para compreender casos mais complexos, como fluxos de spray. Isso se deve a sua simplicidade de análise, que permite avançar gradativamente no entendimento dos fenômenos mais complexos envolvendo inúmeros parâmetros, como turbulência e interação de gotas (Zorzo *et al*, 2016).

Vários estudos experimentais e analíticos existem na área de combustão de gotas. Sirignano e Edwards (2000) avaliam seis modelos de vaporização de gotas: gota com temperatura constante, gota com condutividade líquida infinita, gota esférica simétrica com aquecimento transiente, gota com condutividade térmica efetiva, aquecimento de gota com vorticidade (Zorzo *et al*, 2016). O presente relatório adota o modelo de gota esférica com aquecimento transiente sem considerar circulação interna.

2.3 Escoamento potencial

As equações que governam os campos de velocidade e pressão para um fluido ideal (Currie, 2003) são

$$\nabla \cdot u = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u = -\frac{1}{\rho} \nabla p + f \tag{2}$$

As Eqs. 1 e 2 são suficientes para estabelecer a velocidade e a pressão no fluxo independente de qualquer distribuição de temperatura que possa existir (Currie, 2003).

Se o fluxo de um fluido ideal longe de um corpo se origina em um fluxo irrotacional, como um fluxo uniforme, por exemplo, o teorema de Kelvin garante que o fluxo permanecerá irrotacional mesmo próximo ao corpo (Currie, 2003).

Ou seja, o vetor de vorticidade será zero em todos os lugares no fluido (Currie, 2003). Então, como $\nabla \times \nabla\phi = 0$ para qualquer função escalar ϕ , a condição de irrotacionalidade será satisfeita identicamente escolhendo

$$u = \nabla\phi \tag{3}$$

A função ϕ é chamada de *velocity potential*, e campos de fluxo que são irrotacionais, e assim podem ser representados na forma de Eq. 3, são freqüentemente chamados de *textit potential flows* (Currie, 2003). Para encontrar a equação que o potencial de velocidade ϕ satisfaz, a expressão para u dada por Eq. 3 é substituído na equação de continuidade, Eq. 1, levando a

$$\nabla^2\phi = 0 \tag{4}$$

Assim, resolvendo a Eq. 4 e utilizando a Eq. 3, o campo de velocidade pode ser estabelecido sem o uso direto das equações de movimento (Currie, 2003).

Isto é assim porque a condição de irrotacionalidade tem sido usada, e esta condição é justificada pelo teorema de Kelvin, que usa a Eq. 2 em sua prova (Currie, 2003).

2.4 Queimador Tsuji

Experimentalmente, a geometria imposta pelos jatos impingentes é observada a montante de um queimador cilíndrico horizontal, pelo qual o combustível é injetado, dentro de um fluxo uniforme. O primeiro pesquisador a propor este queimador para a construção de um flamelet foi Hiroshi Tsuji em 1967 (Tsuji *et al*, 1967; Tsuji, 1982), de modo que o queimador recebeu seu nome.

Quando o queimador Tsuji é usado na superfície da Terra, a força flutuante desempenha um papel importante na determinação da forma da chama (largura e comprimento). Por esse motivo, em outra análise, a força de empuxo foi considerada. No entanto, devido aos dois componentes da força de empuxo: o positivo devido aos gases quentes e o negativo devido aos gases frios, há a formação de vórtices logo atrás do queimador. Além disso, essas zonas de recirculação são necessárias na determinação da forma da chama (Donini *textit et al*, 2018).

Sob condições normais de gravidade, os efeitos de convecção forçada não são separados daqueles impostos pela convecção natural no problema da combustão. No entanto, em ambientes de microgravidade, a convecção forçada é a única. Então, a compreensão do todo (para frente e para trás) da chama Tsuji sob convecção forçada é importante, por exemplo, para prevenir o fogo acidental na espaçonave (Bianchin *et al*, 2018).

Chamas de difusão cilíndricas dependem, pelo menos, de duas variáveis: uma temporal e outra espacial, ou duas espaciais. O último caso é bem conhecido e encontrado ao redor do queimador Tsuji: uma convecção forçada em torno de um queimador cilíndrico do qual a injeção de combustível radial causa uma segunda dependência de coordenadas espaciais (Tsuji *et al*, 1967). Os principais focos das análises dos queimadores de Tsuji têm sido a dependência da morfologia da chama na convecção forçada e a extinção da chama para a frente do queimador (Bianchin *et al*, 2018).

2.5 Modelo de Flamelet

Mesmo com o enorme poder de computação, a simulação direta de muitos processos é praticamente inviável em termos de tempo. Por esta razão, a malha computacional de uma simulação é escolhida para descrever corretamente certos processos e dentro do tempo de simulação razoável (dias ou semanas). Modelos matemáticos são responsáveis pela descrição dos processos que a malha numérica não é capaz de descrever. Neste cenário, encontramos o modelo do elemento chama ("flamelet") para descrever a combustão turbulenta. Este modelo considera a chama como elementos pequenos sucessivos e a análise genérica de um elemento pode ser realizada com boa precisão, considerando que é estabelecido entre dois jatos de reação de reagentes. Com a escolha adequada dos parâmetros que descrevem o flamelet genérico pode descrever todos os elementos que compõem a chama. Essa estratégia permite que a dependência do problema na reação química seja analisada em paralelo com a simulação da combustão turbulenta, o que permite uma enorme redução no tempo de simulação.

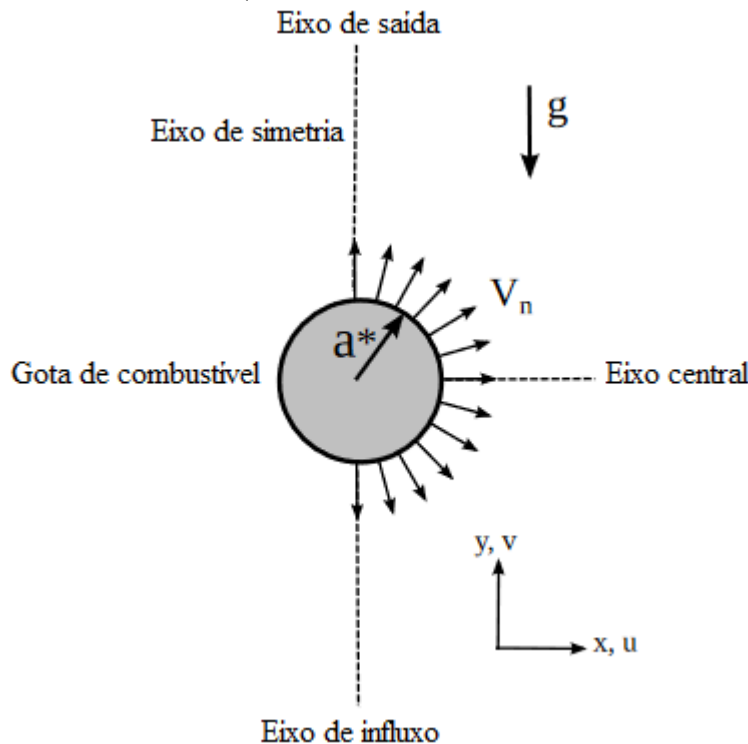
3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Neste projeto, propõe-se simular o problema do queimador Tsuji sob efeito da força de empuxo com o fluxo potencial. Este modelo para o campo de velocidade é uma idealização (fluxo incompressível e irracional), mas fornece resultados que permitem uma visão geral e semi-analítica (Kundu *et al*, 2004; Pozrikidis, 1997). Estes resultados permitirão uma melhor compreensão dos resultados do problema completo (Donini *et al*, 2018).

Além de entender os processos que envolvem o problema, hoje, a capacidade computacional permite uma enorme quantidade de dados, o que requer uma enorme quantidade de tempo de pós-processamento para encontrar as informações desejadas. O modelo simples sugerido neste projeto ajuda a reduzir significativamente o tempo de pós-processamento porque aponta as direções para onde as informações devem ser procuradas. Esta estratégia é amplamente utilizada em centros de pesquisa.

O esquema de domínio computacional é mostrado na Figura 1, onde a velocidade de injeção de vapor de combustível normal à superfície da gota é considerada constante. As equações são descritas em coordenadas cartesianas. Em comparação com as coordenadas esféricas, a forma cartesiana das equações de Navier-Stokes tem uma forma mais simples e, por isso, é mais fácil de discretizar, determinar as condições de contorno e obter uma solução numérica (Donini, 2017).

Figura 1: Esquema em estudo (gota de raio constante com injeção de combustível).



Fonte: Adaptado de Donini, 2017.

Equações governantes na forma compressível incluem equações de conservação para massa, momento nas direções horizontal e vertical, frações de massa de espécies e energia.

Estas equações são apresentadas abaixo:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{t}} \begin{Bmatrix} \hat{\rho} \\ \hat{\rho}\hat{u} \\ \hat{\rho}\hat{v} \\ \hat{\rho}\hat{Y}_i \\ \hat{\rho}\hat{T} \end{Bmatrix} + \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \begin{Bmatrix} \hat{\rho}\hat{u} \\ \hat{\rho}\hat{u}^2 + \hat{p} \\ \hat{\rho}\hat{u}\hat{v} \\ \hat{\rho}\hat{u}\hat{Y}_i \\ \hat{\rho}\hat{u}\hat{T} \end{Bmatrix} + \frac{\partial}{\partial \hat{y}} \begin{Bmatrix} \hat{\rho}\hat{v} \\ \hat{\rho}\hat{u}\hat{v} \\ \hat{\rho}\hat{v}^2 + \hat{p} \\ \hat{\rho}\hat{v}\hat{Y}_i \\ \hat{\rho}\hat{v}\hat{T} \end{Bmatrix} =$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \hat{x}^2} \begin{Bmatrix} 0 \\ \hat{\mu}_\infty \hat{u} \\ \hat{\mu}_\infty \hat{v} \\ \hat{\rho} D_i \hat{Y}_i \\ \hat{k}_\infty \hat{c}_{p\infty}^{-1} \hat{T} \end{Bmatrix} + \frac{\partial^2}{\partial \hat{y}^2} \begin{Bmatrix} 0 \\ \hat{\mu}_\infty \hat{u} \\ \hat{\mu}_\infty \hat{v} \\ \hat{\rho} D_i \hat{Y}_i \\ \hat{k}_\infty \hat{c}_{p\infty}^{-1} \hat{T} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hat{\rho} g \\ -\hat{s}_i \hat{W} \\ \hat{Q} \hat{c}_{p\infty}^{-1} \hat{W} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

O sobrescrito i representa $i = F$ para o combustível e $i = O$ para o oxidante e $\hat{W} = \hat{\rho} B \hat{Y}_F \hat{Y}_O e^{-\hat{E}/R\hat{T}}$. As propriedades termo físicas μ viscosidade dinâmica, k condutividade térmica, D_i difusividade térmica de i espécies, \hat{s}_i massa reagente de i espécies e c_p calor específico são considerados constantes. As variáveis \hat{u} , \hat{v} , $\hat{\rho}$, \hat{T} , \hat{Y}_i , \hat{p} são velocidade na direção x, velocidade na direção y, densidade, temperatura, fração mássica, e pressão, respectivamente.

3.1 Adimensionalização

Para reduzir o número de variáveis e para ser independente do sistema de unidades, as equações são expressas em forma adimensional. Todos os comprimentos são escalonados com o raio inicial da gota e o tempo é dimensionalizado usando escala de difusão de massa de fase gasosa em condições ambientes.

Assim, as variáveis adimensionais são definidas como $x \equiv \hat{x}/\hat{a}$, $y \equiv \hat{y}/\hat{a}$, $u \equiv \hat{u}/\hat{u}_b$, $v \equiv \hat{v}/\hat{u}_b$, $Y_F \equiv \hat{Y}_F/\hat{Y}_{F\infty}$, $Y_O \equiv \hat{Y}_O/\hat{Y}_{O\infty}$, $T \equiv \hat{T}/\hat{T}_\infty$, $p \equiv \hat{p}/\hat{\rho}_\infty \hat{u}_b^2$, $\rho \equiv \hat{\rho}/\hat{\rho}_\infty$ e $t \equiv \hat{t}\hat{u}_b/\hat{a}$.

3.1.1 Conservação da massa

Aplicando as variáveis previamente definidas, temos:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial(\hat{\rho}\hat{u})}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial(\hat{\rho}\hat{v})}{\partial \hat{y}} = 0$$

$$\frac{\hat{\rho}_\infty \hat{u}_b}{\hat{a}} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

3.1.2 Quantidade de movimento na direção x

Aplicando as variáveis previamente definidas, temos:

$$\frac{\partial(\hat{\rho}\hat{u})}{\partial\hat{t}} + \frac{\partial(\hat{\rho}\hat{u}^2)}{\partial\hat{x}} + \frac{\partial(\hat{\rho}\hat{u}\hat{v})}{\partial\hat{y}} = \hat{\mu}_\infty \left(\frac{\partial^2\hat{u}}{\partial\hat{x}^2} + \frac{\partial^2\hat{u}}{\partial\hat{y}^2} \right) - \frac{\partial\hat{p}}{\partial\hat{x}}$$

$$\frac{\hat{\rho}_\infty\hat{u}_b^2}{\hat{a}} \left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} \right) = \frac{\hat{\mu}_\infty\hat{u}_b}{\hat{a}^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\hat{\rho}_\infty\hat{u}_b^2}{\hat{a}} \frac{\partial p}{\partial x}$$

dividindo por $\hat{\rho}_\infty\hat{u}_b^2/\hat{a}$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = \frac{\hat{\mu}_\infty}{\hat{\rho}_\infty\hat{u}_b\hat{a}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (7)$$

onde $Re = \hat{\rho}_\infty\hat{u}_b\hat{a}/\hat{\mu}_\infty$.

3.1.3 Quantidade de movimento na direção y

Aplicando as variáveis previamente definidas, temos:

$$\frac{\partial(\hat{\rho}\hat{v})}{\partial\hat{t}} + \frac{\partial(\hat{\rho}\hat{u}\hat{v})}{\partial\hat{x}} + \frac{\partial(\hat{\rho}\hat{v}^2)}{\partial\hat{y}} = \hat{\mu}_\infty \left(\frac{\partial^2\hat{v}}{\partial\hat{x}^2} + \frac{\partial^2\hat{v}}{\partial\hat{y}^2} \right) - \frac{\partial\hat{p}}{\partial\hat{y}}$$

$$\frac{\hat{\rho}_\infty\hat{u}_b^2}{\hat{a}} \left(\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} \right) = \frac{\hat{\mu}_\infty\hat{u}_b}{\hat{a}^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\hat{\rho}_\infty\hat{u}_b^2}{\hat{a}} \frac{\partial p}{\partial y}$$

dividindo por $\hat{\rho}_\infty\hat{u}_b^2/\hat{a}$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} = \frac{\hat{\mu}_\infty}{\hat{\rho}_\infty\hat{u}_b\hat{a}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (8)$$

onde $Re = \hat{\rho}_\infty\hat{u}_b\hat{a}/\hat{\mu}_\infty$.

3.1.4 Conservação de massa de espécies

Aplicando as variáveis previamente definidas, temos:

$$\frac{\partial(\hat{\rho}\hat{Y}_i)}{\partial\hat{t}} + \frac{\partial(\hat{\rho}\hat{u}\hat{Y}_i)}{\partial\hat{x}} + \frac{\partial(\hat{\rho}\hat{v}\hat{Y}_i)}{\partial\hat{y}} = \hat{\rho}_\infty\hat{D}_{i\infty} \left(\frac{\partial^2\hat{Y}_i}{\partial\hat{x}^2} + \frac{\partial^2\hat{Y}_i}{\partial\hat{y}^2} \right) - \hat{s}_i\hat{W}$$

$$\frac{\hat{\rho}_\infty\hat{u}_b\hat{Y}_{i\infty}}{\hat{a}} \left(\frac{\partial(\rho Y_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u Y_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v Y_i)}{\partial y} \right) =$$

$$\frac{\hat{\rho}_\infty \hat{D}_{i\infty} \hat{Y}_{i\infty}}{\hat{a}^2} \left(\frac{\partial^2 Y_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial y^2} \right) - \hat{s}_i \hat{\rho} B \hat{Y}_F \hat{Y}_O e^{-\hat{E}/R\hat{T}}$$

$$\frac{\hat{\rho}_\infty \hat{u}_b \hat{Y}_{i\infty}}{\hat{a}} \left(\frac{\partial(\rho Y_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u Y_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v Y_i)}{\partial y} \right) =$$

$$\frac{\hat{\rho}_\infty \hat{D}_{i\infty} \hat{Y}_{i\infty}}{\hat{a}^2} \left(\frac{\partial^2 Y_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial y^2} \right) - \hat{s}_i \hat{\rho} B \hat{Y}_{F\infty} \hat{Y}_{O\infty} Y_F Y_O \exp \left(-\frac{\hat{E}/R\hat{T}_\infty}{T} \right)$$

dividindo por $\hat{\rho}_\infty \hat{u}_b \hat{Y}_{i\infty} / \hat{a}$

$$\frac{\partial(\rho Y_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u Y_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v Y_i)}{\partial y} =$$

$$\frac{\hat{D}_{i\infty}}{\hat{u}_b \hat{a}} \left(\frac{\partial^2 Y_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial y^2} \right) - \frac{\hat{s}_i \hat{Y}_{F\infty}}{\hat{Y}_{i\infty}} \frac{\hat{\rho}}{\hat{\rho}_\infty} \frac{B \hat{a} \hat{Y}_{O\infty}}{\hat{u}_b} Y_F Y_O \exp \left(-\frac{\hat{E}/R\hat{T}_\infty}{T} \right)$$

$$\frac{\partial(\rho Y_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u Y_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v Y_i)}{\partial y} = \frac{1}{Pe} \left(\frac{\partial^2 Y_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial y^2} \right) - S_i Da \rho Y_F Y_O e^{-\beta/T} \quad (9)$$

onde $Pe \equiv \hat{u}_b \hat{a} / \hat{D}_{i\infty}$, $S_i \equiv \hat{s}_i \hat{Y}_{F\infty} / \hat{Y}_{i\infty}$, $Da \equiv B \hat{a} \hat{Y}_{O\infty} / \hat{u}_b$, $\rho \equiv \hat{\rho} / \hat{\rho}_\infty$ e $\beta \equiv \hat{E} / R\hat{T}_\infty$.

3.1.5 Conservação de energia

Aplicando as variáveis previamente definidas, temos:

$$\frac{\partial(\hat{\rho}\hat{T})}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial(\hat{\rho}\hat{u}\hat{T})}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial(\hat{\rho}\hat{v}\hat{T})}{\partial \hat{y}} = \frac{\hat{k}_\infty}{\hat{c}_{p\infty}} \left(\frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial \hat{y}^2} \right) + \frac{\hat{Q}\hat{W}}{\hat{c}_{p\infty}}$$

$$\frac{\hat{\rho}_\infty \hat{u}_b \hat{T}_\infty}{\hat{a}} \left(\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v T)}{\partial y} \right) =$$

$$\frac{\hat{k}_\infty \hat{T}_\infty}{\hat{c}_{p\infty} \hat{a}^2} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{\hat{Q}}{\hat{c}_{p\infty}} \hat{\rho} B \hat{Y}_F \hat{Y}_O e^{-\hat{E}/R\hat{T}}$$

$$\frac{\hat{\rho}_\infty \hat{u}_b \hat{T}_\infty}{\hat{a}} \left(\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v T)}{\partial y} \right) =$$

$$\frac{\hat{k}_\infty \hat{T}_\infty}{\hat{c}_{p\infty} \hat{a}^2} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{\hat{Q}}{\hat{c}_{p\infty}} \hat{\rho} B \hat{Y}_{F\infty} \hat{Y}_{O\infty} Y_F Y_O \exp \left(-\frac{\hat{E}/R\hat{T}_\infty}{T} \right)$$

dividindo por $\hat{\rho}_\infty \hat{u}_b \hat{T}_\infty / \hat{a}$

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v T)}{\partial y} =$$

$$\frac{\hat{k}_\infty}{\hat{\rho}_\infty \hat{u}_b \hat{c}_{p\infty} \hat{a}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{\hat{Q} \hat{Y}_{F\infty}}{\hat{c}_{p\infty} \hat{T}_\infty} \frac{\hat{\rho}}{\hat{\rho}_\infty} \frac{B \hat{a} \hat{Y}_{O\infty}}{\hat{u}_b} Y_F Y_O \exp \left(-\frac{\hat{E}/R\hat{T}_\infty}{T} \right)$$

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v T)}{\partial y} = \frac{\hat{\alpha}_\infty}{\hat{u}_b \hat{a}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + Q Da \rho Y_F Y_O e^{-\beta/T}$$

onde $\hat{\alpha}_\infty \equiv \hat{k}_\infty/\hat{\rho}_\infty\hat{c}_{p\infty}$, $Q \equiv \hat{Q}\hat{Y}_{F\infty}/\hat{c}_{p\infty}\hat{T}_\infty$, $\rho \equiv \hat{\rho}/\hat{\rho}_\infty$, $Da \equiv B\hat{a}\hat{Y}_{O\infty}/\hat{u}_b$ e $\beta \equiv \hat{E}/R\hat{T}_\infty$.
Portanto

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v T)}{\partial y} = \frac{1}{Pe} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + QDa\rho Y_F Y_O e^{-\beta/T} \quad (10)$$

onde $Pe = \hat{u}_b \hat{a} / \hat{\alpha}_\infty$.

3.2 Formulação de Shvab-Zel'dovich

A maior dificuldade na solução de fluxos quimicamente reativos é a presença do termo de reação, que não é apenas não-linear, mas também acopla as equações de energia e espécies (Donini, 2017).

No entanto, reconhecendo que as frações de massa Y_F e Y_O e a entalpia estão relacionadas por estequiometria, é razoável esperar que, em situações adequadas, essas quantidades possam ser combinadas estequiométricamente, de forma que o termo resultante não seja afetado por reações químicas na fluxo (Donini, 2017).

Essa quantidade combinada é chamada de função de acoplamento (Law, 2006). Aplicando a formulação nas Eqs. 9, para oxidante e combustível, e 10, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \begin{Bmatrix} \rho T \\ \rho Y_O \\ \rho Y_F \end{Bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} \rho u T \\ \rho u Y_O \\ \rho u Y_F \end{Bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{Bmatrix} \rho v T \\ \rho v Y_O \\ \rho v Y_F \end{Bmatrix} = \\ \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \begin{Bmatrix} T \\ Y_O \\ Y_F \end{Bmatrix} + \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \begin{Bmatrix} T \\ Y_O \\ Y_F \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q \\ -S_O \\ -S_F \end{Bmatrix} Da\rho Y_F Y_O e^{-\beta/T} \quad (11) \end{aligned}$$

Multiplicando a segunda linha da Eq. 11 por Le_O , a terceira linha da Eq. 11 por Le_F e sabendo que $S_F = 1$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \begin{Bmatrix} \rho T \\ \rho Y_O Le_O \\ \rho Y_F Le_F \end{Bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{Bmatrix} \rho u T \\ \rho u Y_O Le_O \\ \rho u Y_F Le_F \end{Bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{Bmatrix} \rho v T \\ \rho v Y_O Le_O \\ \rho v Y_F Le_F \end{Bmatrix} = \\ \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \begin{Bmatrix} T \\ Y_O Le_O \\ Y_F Le_F \end{Bmatrix} + \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \begin{Bmatrix} T \\ Y_O Le_O \\ Y_F Le_F \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q \\ -S_O Le_O \\ -Le_F \end{Bmatrix} Da\rho Y_F Y_O e^{-\beta/T} \end{aligned}$$

Multiplicando a terceira linha por $S = S_O Le_O / Le_F$ e subtraindo a segunda linha:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\rho S Y_F Le_F - \rho Y_O Le_O] + \frac{\partial}{\partial x} [\rho u S Y_F Le_F - \rho u Y_O Le_O] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho v S Y_F Le_F - \rho v Y_O Le_O] = \\ \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [S Y_F Le_F - Y_O Le_O] + \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial y^2} [S Y_F Le_F - Y_O Le_O] + [-S Le_F + S Le_F] Da\rho Y_F Y_O e^{-\beta/T} \end{aligned}$$

Portanto:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho (S Y_F Le_F - Y_O Le_O)] + \frac{\partial}{\partial x} [\rho u (S Y_F Le_F - Y_O Le_O)] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho v (S Y_F Le_F - Y_O Le_O)] =$$

$$\frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [SY_F Le_F - Y_O Le_O] + \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial y^2} [SY_F Le_F - Y_O Le_O]$$

Definindo $Le_O = Le_F = 1$ e adicionando uma constante unitária nos termos dentro das derivadas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\rho(SY_F - Y_O + 1)] + \frac{\partial}{\partial x} [\rho u(SY_F - Y_O + 1)] + \frac{\partial}{\partial y} [\rho v(SY_F - Y_O + 1)] = \\ \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [SY_F - Y_O + 1] + \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial y^2} [SY_F - Y_O + 1] \end{aligned}$$

Definindo a fração de mistura como $Z = SY_F - Y_O + 1$:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho Z) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u Z) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v Z) = \frac{1}{Pe} \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} \right) \quad (12)$$

Multiplicando a terceira linha da Eq. 11 por $((S+1)Le_F/Q)$ e adicionando a segunda e a terceira linha:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{(S+1)Le_F}{Q} \rho T + \rho Y_O + \rho Y_F \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{(S+1)Le_F}{Q} \rho u T + \rho u Y_O + \rho u Y_F \right] + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{(S+1)Le_F}{Q} \rho v T + \rho v Y_O + \rho v Y_F \right] = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{(S+1)Le_F}{Q} T + Y_O + Y_F \right] + \\ \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[\frac{(S+1)Le_F}{Q} T + Y_O + Y_F \right] + [(S+1)Le_F - S_O - S_F] Da \rho Y_F Y_O e^{-\beta/T} \end{aligned}$$

Definindo $S_F = 1$ e $S = S_O Le_O / Le_F$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\frac{(S+1)Le_F}{Q} T + Y_O + Y_F \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho u \left(\frac{(S+1)Le_F}{Q} T + Y_O + Y_F \right) \right] + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho v \left(\frac{(S+1)Le_F}{Q} T + Y_O + Y_F \right) \right] = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{(S+1)Le_F}{Q} T + Y_O + Y_F \right] + \\ \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[\frac{(S+1)Le_F}{Q} T + Y_O + Y_F \right] + \left[S Le_F + Le_F - \frac{S Le_F}{Le_O} - 1 \right] Da \rho Y_F Y_O e^{-\beta/T} \end{aligned}$$

Definindo $Le_O = Le_F = 1$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\frac{(S+1)}{Q} T + Y_O + Y_F \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho u \left(\frac{(S+1)}{Q} T + Y_O + Y_F \right) \right] + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho v \left(\frac{(S+1)}{Q} T + Y_O + Y_F \right) \right] = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{(S+1)}{Q} T + Y_O + Y_F \right] + \\ \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[\frac{(S+1)}{Q} T + Y_O + Y_F \right] \end{aligned}$$

Definindo o excesso de entalpia como $H = ((S+1)T)/Q + Y_O + Y_F$:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho H) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u H) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v H) = \frac{1}{Pe} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right). \quad (13)$$

3.3 Método da Compressibilidade Artificial

O método da compressibilidade artificial surgiu a partir de métodos baseados em densidade, que foram desenvolvidos para fluxos compressíveis transônicos e supersônicos. A ideia por trás do método de compressibilidade artificial está na introdução de um parâmetro de compressibilidade artificial, onde se encontra a equação de continuidade e uma equação de estado artificial $p = \rho_c/\delta_c$, onde ρ é a densidade artificial (Chorin, 1967; Donini, 2017). portanto

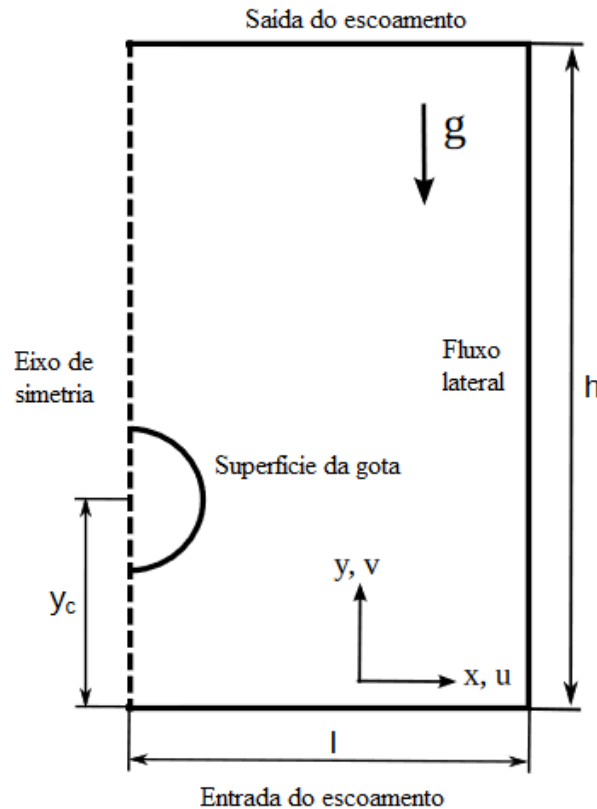
$$\delta_c \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (14)$$

onde t é uma variável auxiliar que possui uma função análoga ao do tempo em um problema de fluxo compressível. Com isso, o modelo atual é válido apenas para solução de estado estacionário. O parâmetro δ_c é um parâmetro irrelevante, análogo a um parâmetro de relaxamento, que permite que o sistema das Eqs 7, 8 e 14 convergem para uma solução que satisfaz a condição de incompressibilidade (Donini, 2017).

3.4 Condições de Contorno para $g \neq 0$

Através do domínio computacional proposto por Donini (2017) apresentado na Figura 2, as condições de contorno para $g \neq 0$ foram determinadas.

Figura 2: Domínio Computacional.



Fonte: Adaptado de Donini, 2017.

Na entrada do escoamento: $0 \leq x \leq l$ e $y = 0$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial y} = \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0, \quad Z_\infty = 0, \quad H_\infty = (S+1)T_\infty/Q + 1, \quad p = p_\infty, \quad \rho = \rho_\infty \quad (15)$$

Na saída do escoamento: $0 \leq x \leq l$ e $y = h$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial y} = \frac{\partial \rho v}{\partial y} = \frac{\partial Z}{\partial y} = \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial y} = 0 \quad (16)$$

Eixo de simetria: $x = 0$ e $0 \leq y \leq h$

$$u = 0, \quad \frac{\partial \rho v}{\partial x} = \frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

Fluxo lateral: $x = l$ e $0 \leq y \leq h$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} = \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0, \quad Z_\infty = 0, \quad H_\infty = (S+1)T_\infty/Q + 1, \quad p = p_\infty, \quad \rho = \rho_\infty \quad (18)$$

3.5 Massa específica em função de Z e H

Como as equações (12) e (19) são semelhantes e as condições de contorno são do mesmo tipo, a função H pode ser determinada pela seguinte relação:

$$\frac{H - H_O}{H_F - H_O} = \frac{Z - Z_O}{Z_F - Z_O}$$

$$H = H_O + \frac{H_F - H_O}{S+1} Z$$

$$H = \frac{S+1}{Q} T_\infty + Y_{O\infty} + \left[\frac{T_b - T_\infty}{Q} + \frac{Y_{Fb} - Y_{O\infty}}{S+1} \right] Z$$

$$H = H_O + \hat{H}_F Z \quad (19)$$

onde

$$H_O \equiv \frac{S+1}{Q} T_\infty + Y_{O\infty} = \frac{S+1}{Q} + 1,$$

$$\hat{H}_F \equiv \left[\frac{T_b - T_\infty}{Q} + \frac{Y_{Fb} - Y_{O\infty}}{S+1} \right] = \left[\frac{T_b - T_\infty}{Q} + \frac{1-1}{S+1} \right] = \frac{T_b - 1}{Q} = -\frac{1 - T_b}{Q}$$

usando $Y_{Fb} = Y_{O\infty} = T_\infty = 1$.

A definição das funções Z e H são

$$Z \equiv SY_F - Y_O + 1, \quad H \equiv \frac{T}{T_O} + Y_F + Y_O$$

No lado do combustível da chama ($Z > 1$), $Z = SY_F + 1$ e $H = T/T_O + Y_F$, ($T_O \equiv Q/(S + 1)$) então

$$Y_F = \frac{Z - 1}{S}, \quad T = T_F[SH - (Z - 1)] \quad (20)$$

com $T_F \equiv T_O/S = Q/S(S + 1)$.

No lado oxidante da chama, $Z < 1$, $Z = -Y_O + 1$ e $H = T/T_O + Y_O$, então

$$Y_O = 1 - Z, \quad T = T_O[H + (Z - 1)] \quad (21)$$

A equação de estado $\rho T = 1$ como função de ρZ e ρH é obtida multiplicando-se as Eqs. 20 e 21 por ρ , levando a

$$\begin{aligned} \rho T_F(SH - Z + 1) = \rho T = 1, \quad \rho &= \frac{1}{T_F(SH - Z + 1)}, \\ S\rho H - \rho Z + \rho &= \frac{1}{T_F}, \quad \rho = \rho Z - S\rho H + \frac{1}{T_F}, \quad \rho = \rho Z - S\rho(H_O + \hat{H}_F Z) + \frac{1}{T_F}, \\ \rho &= \rho Z - S\rho H_O - S\hat{H}_F\rho Z + \frac{1}{T_F}, \\ \rho + SH_O\rho &= \rho(1 + SH_O) = \rho Z - S\hat{H}_F\rho Z + \frac{1}{T_F} = \rho Z(1 - S\hat{H}_F) + \frac{1}{T_F} \\ \rho &= \frac{1}{1 + SH_O} \left[(1 - S\hat{H}_F)\rho Z + \frac{1}{T_F} \right], \quad \text{for } Z > 1 \end{aligned} \quad (22)$$

Já para $Z \leq 1$:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{T_O(H + Z - 1)}, \quad \rho T_O(H + Z - 1) = 1 \\ \rho(H + Z - 1) &= \frac{1}{T_O} \times (-1), \quad \rho(1 - H - Z) = -\frac{1}{T_O} \\ \rho &= \rho H + \rho Z - \frac{1}{T_O} \\ \rho &= \rho(H_O + \hat{H}_F Z) + \rho Z - \frac{1}{T_O} \quad \text{for } Z < 1 \end{aligned}$$

Após manipulações matemáticas:

$$\rho = \frac{1}{1 - H_O} \left[(1 + \hat{H}_F)\rho Z - \frac{1}{T_O} \right] \quad \text{for } Z \leq 1 \quad (23)$$

4 RESULTADOS

Após todo o equacionamento, o seguinte sistema de equações foi obtido:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} p\beta^{-1} \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho Y_i \\ \rho T \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho u Y_i \\ \rho u T \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v^2 + p \\ \rho v Y_i \\ \rho v T \end{pmatrix} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \begin{pmatrix} 0 \\ uRe^{-1} \\ vRe^{-1} \\ ZPe^{-1} \\ HPe^{-1} \end{pmatrix} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \begin{pmatrix} 0 \\ uRe^{-1} \\ vRe^{-1} \\ ZPe^{-1} \\ HPe^{-1} \end{pmatrix} \quad (24)$$

onde a fração de mistura é $Z = SY_F - Y_O + 1$ e o excesso de entalpia é $H = ((S+1)T)/Q + Y_O + Y_F$.

Com o intuito de obter uma equação que descreva o perfil de temperatura, a fração de mistura e o excesso de entalpia são combinados resultado nas seguintes expressões:

$$T(Z, H) = \begin{cases} \frac{Q(H - (Z - 1)/S)}{(S + 1)L_{eF}}, & \text{para } Z > 1 \\ \frac{Q(H - Z - 1)}{(S + 1)L_{eF}}, & \text{para } Z \leq 1 \end{cases} \quad (25)$$

De forma similar, a fração mássica é obtida através da distribuição da fração de mistura:

$$Y_i(Z) = \begin{cases} \frac{Z - 1}{S}, & \text{para } Z > 1 \\ 1 - Z, & \text{para } Z \leq 1 \end{cases} \quad (26)$$

Como demonstrado na seção 3.4:

$$\rho(Z, H) = \begin{cases} \rho = \frac{1}{1 + SH_O} \left[(1 - S\hat{H}_F)\rho Z + \frac{1}{T_F} \right], & \text{para } Z > 1 \\ \rho = \frac{1}{1 - H_O} \left[(1 + \hat{H}_F)\rho Z - \frac{1}{T_O} \right], & \text{para } Z \leq 1 \end{cases} \quad (27)$$

Vale ressaltar que no primeiro ano de projeto a formulação matemática foi feita, enquanto a solução numérica do modelo proposto se dará no segundo ano de projeto.

5 CONCLUSÃO E PRÓXIMOS PASSOS

Com o presente trabalho de pesquisa, apoiado financeiramente pelo CNPq, foi possível entender os princípios básicos que cercam a combustão, mais profundamente o processo de aquecimento de gotas.

Foi possível compreender conceitos sobre combustão, gotas isoladas, queimador Tsuji, escoamento potencial, modelo de "Flamelet" e, com todo esse conhecimento, formular matematicamente o modelo proposto.

As próximas etapas do projeto são: discretizar e integrar numericamente o modelo proposto através do método de Runge-Kutta e elaborar um trabalho que deve ser apresentado em um congresso nacional.

6 REFERÊNCIAS

- Bianchin, R. P.; Donini, M. S.; Cristaldo, C. F. C.; Fachini, F., 2018. **On the global structure and asymptotic stability of low-stretch diffusion flame: Forced convection**, Proceedings of Combustion Institute, In Press.
- Currie, I. G., 2003. **Fundamental Mechanics of Fluids**, Marcel Dekker, New York.
- Donini, M. S., 2017. **Numerical solution for the droplet combustion**, Dissertation - Universidade Federal do Pampa, p. 26.
- Donini, M. S.; Bianchin, R. P.; Cristaldo, C. F. C.; Fachini, F., 2018. **Numerical analysis of low stretch Tsuji flames driven by low buoyant force: Global structure and flow field**, 37th Int. Symposium on Combustion, Ireland.
- Kundu, P. K.; Cohen, I. M., 2004. **Fluid Mechanics**, Elsevier.
- Law, C. K., 2006. **Combustion physics**. [S.l.]: Cambridge University Press.
- Pozrikidis, C., 1997. **Introduction to Theoretical and Computational Fluid Dynamics**, Oxford University Press.
- Sirignano, W. A.; Edwards, C. F., 2000. **Fluid Dynamics and Transport of Droplets and Sprays**. ISBN.
- Tsuji, H.; Yamaoka, I., 1967. **The counterflow diffusion flame in the stagnation region of a porous cylinder**, Proceedings of Combustion Institute.
- Tsuji, H., 1982. **The counterflow diffusion flame**, Progress in Energy and Combustion Science.
- Turns, S. R., 2013. **Introdução à Combustão: Conceitos e Aplicações**. AMGH Editora.
- Zorzo, R.; Cristaldo, C. F. C.; Fachini, F., 2016. **Aquecimento e Combustão de Gotas de Ferrofluido Combustível**. Relatório final de projeto de iniciação científica PIBIC.