



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

# **ESTUDO DA PERTURBAÇÃO DA ÓRBITA DE SATÉLITES ARTIFICIAIS DEVIDO À AÇÃO DA ATRAÇÃO LUNI-SOLAR**

## **RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA (PIBIC/INPE/CNPq)**

Erick de Souza Fernandes (UBC, Bolsista PIBIC/CNPq)  
E-mail: erick.souza281355@gmail.com

Hans-Ulrich Pilchowski (INPE-ETE/DMC, Orientador)  
E-mail: hans.pilchowski@inpe.br

Julho de 2019



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

*“Dedico este trabalho primeiramente a Deus, por ser essencial em minha vida, autor de meu destino, meu guia, socorro presente na hora da angústia, ao meu pai Sidnei de Oliveira Fernandes, minha mãe Giscele Cristina Machado e aos meus irmãos.”*



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

## **AGRADECIMENTO**

Aos meus pais, amigos Anderson Bartholomeu de Oliveira e Rodolfo Lyu Shimotsu, INPE e o CNPq pelo incentivo e ao Prof. Hans-Ulrich Pilchowski, pela sua orientação, seu grande desprendimento em ajudar e amizade sincera.



## RESUMO

O trabalho iniciou-se em agosto de 2017, tendo como foco a elaboração de um algoritmo, para a obtenção da perturbação de órbitas de satélites artificiais, devido à ação da atração luni-solar. Dando continuidade ao projeto, findado em agosto de 2018, o qual tratou da perturbação de órbitas devido à atração gravitacional da Lua, foi elaborado um algoritmo para o cálculo da atração solar, que age sobre satélites. Para o desenvolvimento desse algoritmo, utilizou-se uma órbita polar, com inclinação aproximadamente de  $87^\circ$  graus, com dados conhecido. Tomando-se como base a órbita devida somente ao geopotencial, verificam-se as alterações na órbita, devidas ao efeito da atração gravitacional do Sol, onde o geopotencial da Terra foi considerando até o nível J2. A partir dos métodos que foram abordados na parte anterior do projeto, determinaram-se os elementos keplerianos devidos apenas ao geopotencial e à atração gravitacional do Sol. Para o cálculo da posição relativa Sol – Terra – satélite, utilizou-se a posição da Terra em relação ao Sol e ao satélite vetorialmente, para depois aplicar à expressão da gravitação universal e a variação de Gauss. Possibilitando dessa forma o cálculo da força de interação entre os corpos e a variação dos elementos keplerianos, respectivamente. Posteriormente somou-se a força de atração lunar já obtida, na forma de sub-rotina. O programa final tem como objetivo fornecer essas perturbações automaticamente na forma de sub-rotina, para que possa ser inserida em programas computacionais mais abrangentes, e os resultados possam ser adicionados a outras perturbações orbitais, para utilizá-los na correção orbital sempre que necessário.

Palavras-chave: Determinação da órbita de satélites, perturbação da órbita, atração solar.



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>8</b>
<b>2 OBJETIVO .....</b>	<b>8</b>
2.1 OBJETIVOS GERAIS .....	8
2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS .....	8
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>9</b>
3.1 ELEMENTOS KEPLERIANO .....	9
3.2 VARIAÇÃO DE GAUSS.....	9
3.3 ATRAÇÃO SOLAR.....	10
<b>4 MATERIAIS E METODOS.....</b>	<b>13</b>
<b>5 ANÁLISES E RESULTADO.....</b>	<b>13</b>
<b>6 CONCLUSÃO.....</b>	<b>17</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>18</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>19</b>



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - perturbação na órbita de satélites artificiais devido a atração solar.....	11
Figura 2 - perturbação em uma órbita elíptica (HEO).....	14
Figura 3 - perturbação em uma órbita polar elíptica (HEO) .....	15
Figura 4 - perturbação em uma órbita elíptica, afetada pela atração do Sol e da Lua.....	15



## LISTA DE SIMBOLOS E ABREVIATURAS

$a$  – Semieixo maior

$h$  – Momento angular

$e$  – Excentricidade

$i$  – Inclinação

$\Omega$  – Ascensão da reta

$\omega$  – Argumento do perigeu

$f$  – Anomalia verdadeira

$\mu$  – Constante gravitacional

$\mu_S$  – Constante gravitacional solar

$F(r)$  – Força Atrativa

$G$  – Constante gravitacional universal

$M$  – Massa do corpo maior

$m$  – Massa do corpo menor

$r$  – Distancia entre os dois corpos



## 1 INTRODUÇÃO

Com o estudo dos corpos celestes, onde a partir da força de tração mutua entre dois ou mais corpos, aplica-se o conceito do comportamento dos planetas em relação ao Sol, ou a ação do satélite ao redor da Terra. Abordando esse conceito, foi desenvolvido um algoritmo, que leva em consideração as harmônicas terrestres até o nível J2 e a força de atração exercida pelo Sol e da Lua, já calculada no projeto anterior.

Para o desenvolvimento do algoritmo de perturbação, que compõe a variação dos elementos orbitais ao longo do tempo, foi utilizado o método de Gauss, onde sem interferência externa esses elementos continuariam constante [2].

O projeto tem como base, um modelo de órbita polar para o estudo do efeito que terá quando estiver em meio às perturbações. Para comprovar os dados serão utilizados os valores obtidos por CURTIS (2014).

## 2 OBJETIVO

### 2.1 OBJETIVOS GERAIS

O projeto de pesquisa tem como objetivo desenvolver um algoritmo computacional que forneça dados da perturbação orbital de satélites artificiais terrestres, devida à ação da atração luni-solar. Assim, visa-se alcançar o objetivo de obter um algoritmo que possa ser inserido em programas computacionais mais abrangentes, destinados ao controle de órbitas.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Analisar graficamente a propagação orbital do satélite, em uma orbita polar sem uma perturbação.
- Analisar graficamente a perturbação devido à atração solar nos elementos keplerianos individualmente.
- Analisar graficamente a perturbação devido à atração Luni-Solar.





## 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 3.1 ELEMENTOS KEPLERIANO

Os elementos keplerianos são os componentes que definem uma órbita e é responsável por determinar a forma de movimento, posição e sua velocidade [2]:

**Momento angular ( $h$ )** → Momento angular ou quantidade de movimento angular de um corpo, é uma grandeza física associada à rotação desse corpo.

**Excentricidade ( $e$ )** → Representa o tipo de órbita (hiperbólica, elíptica, circular).

**Inclinação ( $i$ )** → É o ângulo formado entre o plano da órbita e o plano de referência.

**Anomalia verdadeira ( $f$ )** → Ângulo entre as direções foco da elipse - periastro e foco da elipse.

**Argumento do perigeu ( $\omega$ )** → Ponto mais próximo do foco.

**Nodo ascendente ( $\Omega$ )** → Ponto onde a órbita cruza o Equador, do hemisfério sul ao norte.

### 3.2 VARIAÇÃO DE GAUSS

Uma pergunta importante é como a perturbação afeta os elementos orbitais; ou seja, eles deixam de ser constantes, e passam a variar no tempo[2]. A partir do conhecimento dos elementos orbitais ( $h, e, f, \Omega, i, \omega$ ), como uma função temporal podemos determinar a posição e a velocidade de um objeto, prevendo sua órbita resultante, que tende a ficar degenerada ao longo do tempo devido a uma aceleração perturbadora que afeta essas constantes [1], a seguir os elementos keplerianos devido à aceleração perturbadora em cada elemento ao longo do tempo:

$$\frac{dh}{dt} = r \cdot \rho_s$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{h}{\mu} \sin f \rho_s + \frac{1}{\mu h} [(h^2 + \mu r) \cos f + \mu e r] \rho_s$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{r}{h} \cos(\omega + f) \rho_w$$



$$\frac{df}{dt} = \frac{h}{r^2} + \frac{1}{eh} \left[ \frac{h^2}{\mu} \cos f \rho_r - \left( r + \frac{h^2}{\mu} \right) \sin f \rho_s \right]$$
$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{r}{h \sin i} \sin(\omega + f) \rho_w$$
$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{eh} \left[ \frac{h^2}{\mu} \cos f \rho_r - \left( r + \frac{h^2}{\mu} \right) \sin f \rho_s \right] - \frac{r \sin(\omega + f)}{h \tan i} \rho_w$$

Para os elementos orbitais perturbados, basta integrar os elementos citados acima em função do tempo, e obter a soma dos dados individuais que irá afetar a órbita.

### 3.3 ATRAÇÃO SOLAR

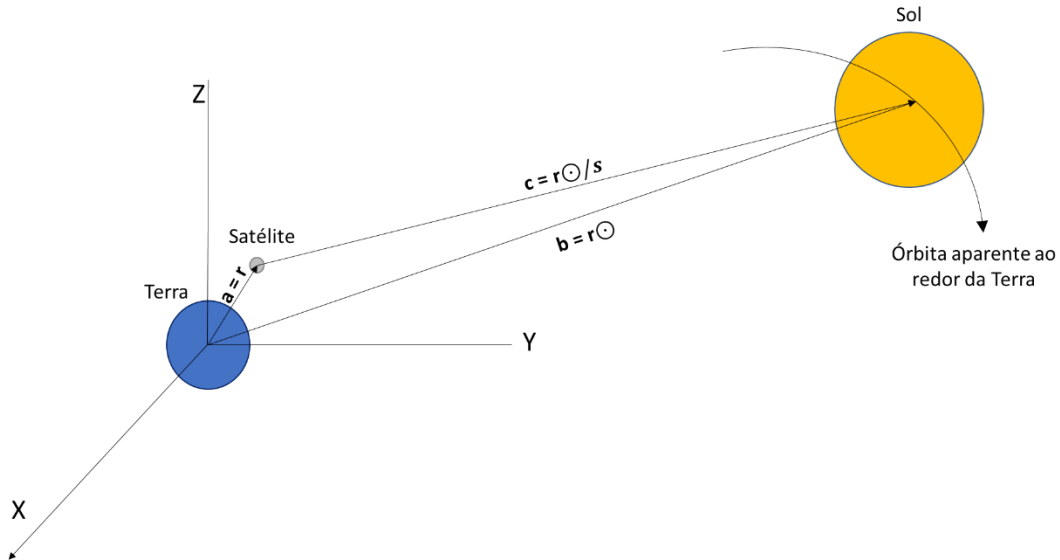
Um satélite quando está orbitando ao redor da Terra fica sujeito a diversas forças, onde uma das forças predominantes é de origem gravitacional. Se a Terra fosse esférica e homogênea teria uma órbita elíptica perfeita, mas devido ao geopotencial apresentar deformações, tende a afetar a órbita [3]. Outra força que perturba a órbita é a ação gravitacional solar, onde segundo a teoria de Newton, uma massa “m” é atraído por uma massa “M”, e vice-versa, apresentando uma força de interação entre os dois corpos que varia de acordo com a massa e a distância, como se pode observar na equação a seguir.

$$\mathbf{F}(r) = \frac{GMm}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Onde  $G = 6.6720 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg s}^2)$ , é a constante gravitacional universal e  $r$  é a distância entre as duas massas. A força gravitacional é atrativa, e atua na direção do raio vetor unitário  $\hat{\mathbf{r}}$  entre as duas massas.

Para o cálculo da força  $F(q)$  e a aceleração perturbadora  $\rho$ , é necessário saber como calcular a diferença entre números quase iguais, tais como  $\mathbf{c} \approx \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{a}$  é menor que  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{c} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$ , onde  $\mathbf{a}$  é a distância do satélite à Terra representado pelo vetor  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{c}$  é a distância do satélite ao Sol representado pelo vetor  $\mathbf{r}_{\odot/s}$  e  $\mathbf{b}$  é a distância do Sol à Terra representado pelo vetor  $\mathbf{r}_{\odot}$ . Mostra-se, a seguir, o cálculo das equações, referentes à figura 1:

Figura 1 – perturbação na órbita de satélites artificiais devido a atração solar.



Fonte: Adaptado de Howard D. Curtis pelo autor.

Pode-se definir:

$$F \equiv 1 - \frac{c^3}{b^3} \quad (1)$$

$$q \equiv 1 - \frac{c^2}{b^2} \quad (2)$$

Assim:

$$F = 1 - \left(\frac{c^2}{b^2}\right)^{\frac{3}{2}} = 1 - (1 - q)^{\frac{3}{2}} = \left[1 - (1 - q)^{\frac{3}{2}}\right] \frac{1 + (1 - q)^{\frac{3}{2}}}{1 + (1 - q)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1 - (1 - q)^3}{1 + (\sqrt{1 - q})^3} \quad (3)$$

Ou

$$F(q) = \frac{q(q^2 - 3q + 3)}{\left(1 + (1 - q)^{\frac{1}{2}}\right)^3} \quad (4)$$

Usando a equação 3 ou 4 para calcular  $F$ , não foi necessário encontrar a diferença entre números quase iguais.



Porém, ao calcular-se " $q$ ", na equação 2, o problema persiste, ou seja, números de valores quase iguais não podem ser considerados iguais.

Por tanto, deve-se tratar as funções, como a segue:

$$q = \frac{b^2 - c^2}{b^2} = \frac{(b - c) \cdot (b + c)}{b^2} \quad (5)$$

Tendo  $c = b - a$ , a expressão será:

$$q = \frac{a \cdot (2b - a)}{b^2} \quad (6)$$

Substituindo  $a$  e  $b$  por suas definições, obtém-se a expressão auxiliar:

$$q = \frac{r \cdot (2r_{\odot} - r)}{r_{\odot}^2} \quad (7)$$

Assim, utilizando a equação 7, para obter a aceleração perturbadora dos elementos keplerianos, ainda, tendo de levar-se em consideração a constante gravitacional solar  $\mu_{\odot} = 4903 \text{ km}^3/\text{s}^2$ , para obter a Equação 8:

$$\rho = \frac{\mu_{\odot}}{r_{\odot/s}^3} (F(q)r_{\odot} - r) \quad (8)$$

Calculo dos vetores unitários dos eixos  $r$ ,  $s$  e  $w$ :

$$\hat{r} = \frac{r}{\|r\|} \quad \hat{w} = \frac{r \times v}{\|r \times v\|} \quad \hat{s} = \frac{\dot{w} \times \dot{r}}{\|\dot{w} \times \dot{r}\|}$$

Após obter os vetores unitários relativos aos vetores  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{s}$  e  $\mathbf{w}$ , aplica-se suas acelerações, em cada ponto de massa, ou seja,

$$\rho_r = \rho \cdot \hat{\mathbf{r}} \quad \rho_s = \rho \cdot \hat{\mathbf{s}} \quad \rho_w = \rho \cdot \hat{\mathbf{w}}$$

para então aplicá-las na variação dos elementos keplerianos, descritos segundo a variação de Gauss.

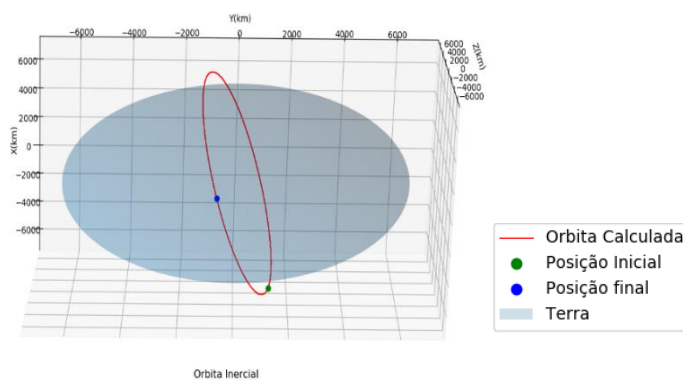
## 4 MATERIAIS E METODOS

O projeto de pesquisa tem como foco inicial, a partir de uma linguagem de programação, elaborar um algoritmo que venha a fornecer os dados dos métodos usados para determinar uma órbita. Os primeiros passos consistem, partindo dos métodos abordados no projeto anterior, obter os dados dos elementos orbitais perturbados pela atração solar, validando-os com os resultados obtidos por CURTIS 2014, para posteriormente aplicar em um modelo de órbita Polar, verificando se há alterações significativas nos elementos keplerianos.

## 5 ANÁLISES E RESULTADO

Para colocar em prática a propagação orbital ao longo do tempo, foram utilizados os métodos citados acima em conjunto, na Figura 1 mostra uma simulação de como o programa apresentaria graficamente os satélites orbitando a Terra.

Figura 1 - Propagação orbital de um satélite Terrestre (STELLA).



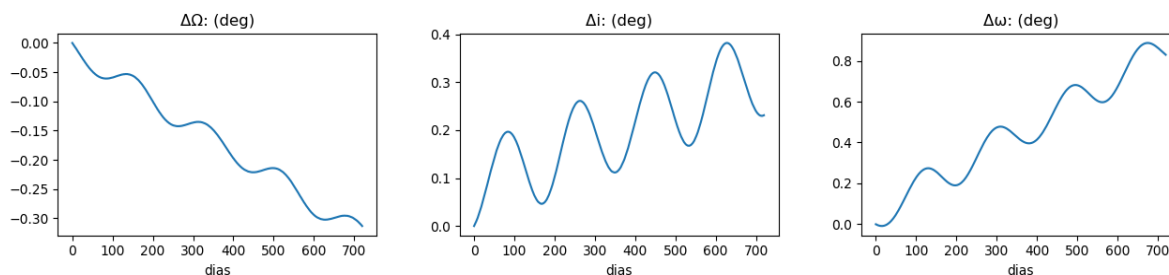
Fonte: o Autor

Para simulação das perturbações devido às ações ocasionadas pela atração solar, foram usados os mesmos dados encontrados por CURTIS (2014), a seguir pode-se observar os dados usados para a autenticação do algoritmo:

*Semieixo maior*  $a = 26553.4$   
*Excentricidade*  $e = 0.741$   
*Inclinação*  $i = 63.4^\circ$   
*Ascensão da reta do nodo ascendente*  $\Omega = 0^\circ$   
*Argumento do perigeu*  $\omega = 270^\circ$   
*Anomalia Verdadeira*  $f = 0$

Para obter os elementos orbitais perturbados, é suficiente integrar usando o modelo desenvolvido por Gauss, e obter os dados particulares dos elementos orbitais citados, em função do tempo, determinando como irão afetar a órbita.

Figura 2 - perturbação em uma órbita elíptica (HEO).



Fonte: O autor.

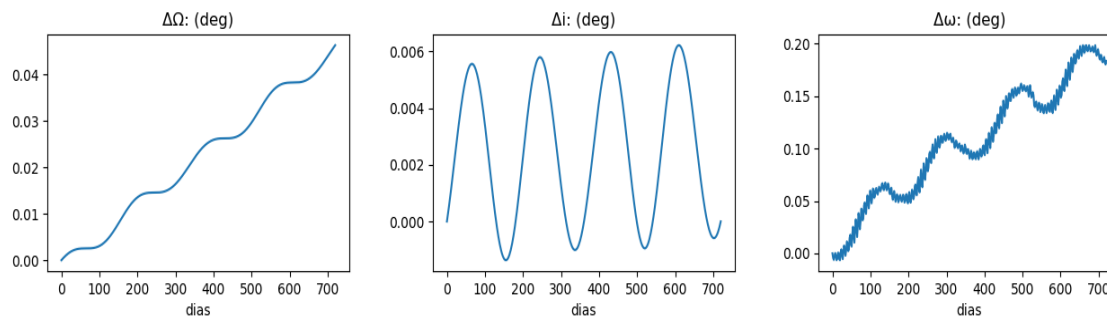
Aplicando o algoritmo em uma órbita polar de um satélite já conhecido, e verificar o comportamento dos elementos orbitais ao longo do tempo, para essa análise foi escolhido o satélite 'STELLA', onde por sua vez foi observado seus elementos mais significativos (Nodo ascendente " $\Omega$ ", inclinação  $i$  e argumento do perigeu " $\omega$ "), devido ao tipo de perturbação.

Os dados usados para gerar os resultados foram:

*Semieixo maior*  $a = 7178,5$   
*Excentricidade*  $e = 0,0006298$   
*Inclinação*  $i = 98,9255^\circ$   
*Ascensão da reta do nodo ascendente*  $\Omega = 182,0945^\circ$   
*Argumento do perigeu*  $\omega = 354,4258^\circ$   
*Anomalia Verdadeira*  $f = 0^\circ$

Na figura 4, se pode observar a perturbação nos elementos keplerianos do satélite ‘STELLA’, levando em consideração a atração solar num período de 720 dias.

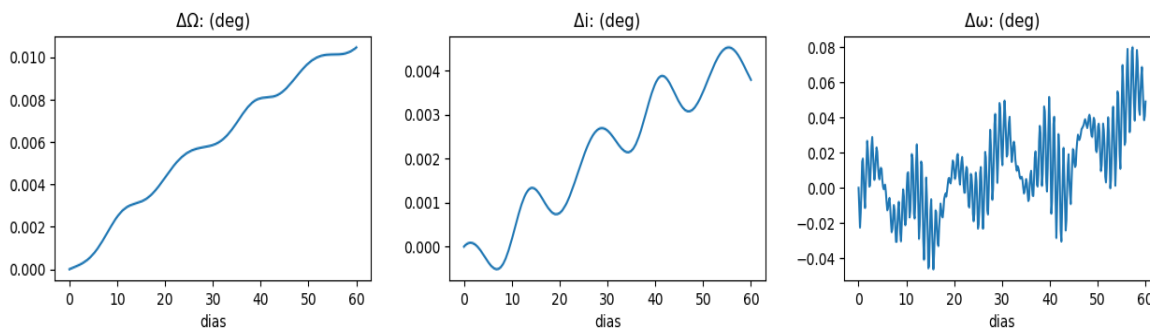
*Figura 3 - perturbação em uma órbita polar elíptica (HEO) .*



*Fonte: O autor.*

Utilizando ainda o mesmo satélite terrestre ‘STELLA’, e adicionando a perturbação lunar já calculada, à perturbação solar e simulando em um período de 60 dias, obtém-se graficamente a perturbação dos elementos orbitais, a seguir na figura 5:

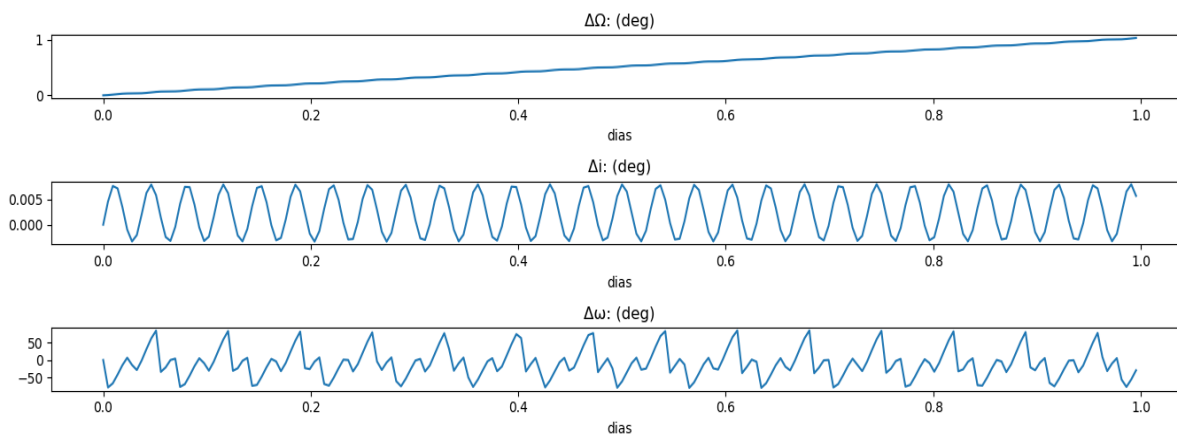
*Figura 4 - perturbação em uma órbita elíptica, afetada pela atração do Sol e da Lua.*



*Fonte: O autor.*

Simulando o algoritmo para o período de um dia, foi possível observar o efeito que o geopotencial da Terra tem em uma órbita, junto à atração luni-solar. Na figura 5, observa-se o efeito da perturbação nos elementos keplerianos.

*Figura 5 - perturbação em uma órbita elíptica, afetada pela atração do Sol e da Lua, considerando o harmônico da Terra até o nível J2..*



*Fonte: O autor.*





## 6 CONCLUSÃO

Para o desenvolvimento do projeto, supôs-se uma plataforma que melhor se adapte ao que se propõe, ou seja, a linguagem Python, que mostrou ser a mais apropriada para esse trabalho, pois supre todas as necessidades e é de fácil interpretação.

Como se pode observar, comparando os dados com os de CURTIS (Anexo 1), vê-se que os dados estão de acordo com os resultados obtidos, e a partir da validação do algoritmo, foi alterado a órbita para uma polar e o satélite que foi usado como base foi o ‘STELLA’, podendo-se averiguar, na figura 3 que a taxa de variação dos elementos orbitais é muito pequena devido a distância da Terra – Sol ser grande, por este motivo tem uma variação grande no tempo para que possa examinar a variação de seus elementos orbitais, ao somar a perturbação lunar como exibido na figura 4, observa-se a força de interferência que atua sobre o satélite. Na figura 6, onde foi colocado o geopotencial da Terra até o nível J2, observa-se que a variação dos elementos orbitais é mais frequente, e a ascensão da reta do nodo ascendente ( $\Omega$ ), aumento muito variando tanto para o lado positivo quanto ao negativo, mostrando que o satélite fica variando entre o hemisfério sul e norte.

Assim, até o presente momento, este trabalho está de acordo com o planejamento, ou seja, sem apresentar problemas insolúveis, e as eventuais dificuldades, foram sanadas pelo orientador.

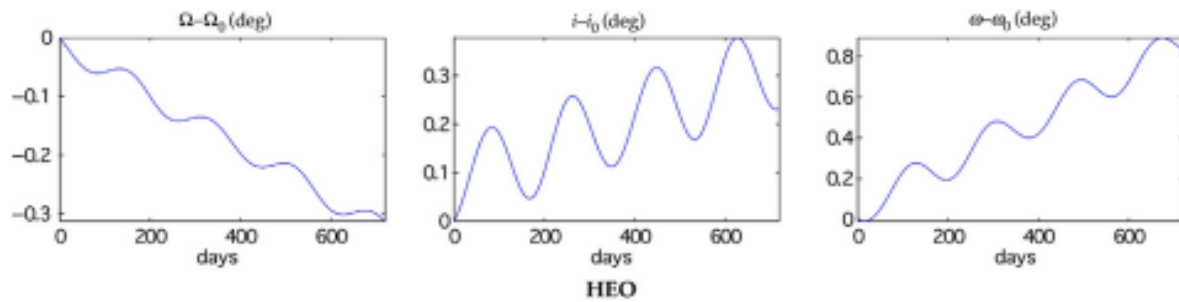


## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - CURTIS, Howard D. **Orbital Mechanics: for Engineering Students**. Third Edition. United States: Elsevier Ltd. 2014.
- [2] - PILCHOWSKI, H.U.; SILVA, W.C.C. & FERREIRA, L.D.D. **Introdução à mecânica celeste**. São José dos Campos, São Paulo, Brasil, 1981. (INPE-2126-RPE/350)
- [3] - FERREIRA, L.D.D.; SILVA, W.C.C. & PILCHOWSKI, H.U. **Notas sobre sistemas de coordenadas e tempo**. São José dos Campos, São Paulo, Brasil, 1979. (INPE-1634-RPE/039)
- [4] - BROUWER, D. & CLEMENCE, G.M. **Methods of celestial mechanics**. New York, N.Y., Academic, 1961.
- [5] - ESCOBAL, P.R. **Methods of orbital determination**. New York, N.Y., John Wiley & Sons, 1965.
- [6] - PRUSSING, J. E.; CONWAY, B. A. **Orbital Mechanics**. Oxford, University Press, 1993.  
BOND, V. R.; ALLMAN, M. C. **Modern Astrodynamics: Fundamentals and Perturbation Methods**. Princeton University Press, 1996.
- [7] - KAPLAN, M. H. **Modern spacecraft dynamic & control**. New York: John Wiley & Sons, 1976.
- [8] - LARSON, W. J.; WERTZ, J. R. **Space mission analysis and design**. Torrance, California: Space Technology Series, 1992.
- [9] - WIE, B. **Space vehicle dynamics and control**. Reston, Virginia: AIAA Education Series, 1998.

## ANEXOS

Anexo 1 - Perturbação em uma órbita elíptica (HEO).



Fonte: Howard D. Curtis.