

ESTUDO DA PERTURBAÇÃO DA ÓRBITA DE SATÉLITES ARTIFICIAIS DEVIDO AO ARRASTO ATMOSFÉRICO

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(PIBIC/INPE/CNPq)**

Rodolfo Lyu Shimotsu (UBC, Bolsista PIBIC/CNPq)

E-mail: lyu1989@hotmail.com

Dr. Hans-Ulrich Pilchowski (INPE-ETE/DMC, Orientador)

E-mail: hans.pilchowski@inpe.com

Dedico este trabalho à minha esposa e aos meus pais pela paciência e total apoio.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Dr. Hans-Ulrich Pilchowski por me aceitar e orientar com sua experiência o estudo deste trabalho, me incentivando a seguir este caminho de estudo e pesquisas.

À minha esposa Fernanda de Melo Cachoeira pela paciência me incentivando todos os dias.

À minha mãe Margarete Tiyomi Ueda e meu pai Ryushi Shimotsu me oferecendo todo o apoio nos estudos para nunca desistir.

Aos meus colegas Anderson Bartholomeu de Oliveira e Erick de Souza Fernandes.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela bolsa concedida.

E principalmente ao Instituto Tecnológico de Pesquisas Espaciais (INPE), por fornecer o local de estudo e pesquisa realizado neste trabalho.

RESUMO

Este trabalho iniciou-se em agosto de 2017, com o objetivo de desenvolver um algoritmo computacional capaz de fornecer as perturbações da órbita de um satélite artificial terrestre devido à ação do arrasto atmosférico. Um satélite artificial em uma órbita elíptica, não possui energia o suficiente para atingir a posição do apogeu de sua órbita anterior, quando submetido ao arrasto atmosférico, tendendo a transformar sua órbita em uma circular, podendo alterar rapidamente a posição do satélite, caso não seja considerado tal força. O efeito é devido ao atrito causado quando um objeto se move através de um meio denso ou rarefeito, que causa uma força opostora ao movimento, atuando sobre todo o corpo do objeto. Para poder estabelecer-se a perturbação na órbita, de satélites artificiais, devido ao arrasto atmosférico, primeiramente foi considerado o geopotencial J_2 , na determinação da órbita de satélites e em sua propagação ao longo do tempo. Assim, para adicionar a perturbação devida ao arrasto dessa órbita em propagação, que resultou em uma sub-rotina desenvolvida neste trabalho capaz de ser adicionada a outras rotinas de perturbações orbitais.

Palavras-chave: Determinação da órbita de satélites, perturbação da órbita, arrasto atmosférico.



SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
1. OBJETIVOS	8
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	8
2.1. MODELO ATMOSFÉRICO	8
2.2. FORÇA DE ARRASTO	10
2.3. COEFICIENTE DE ARRASTO	10
3. METODOLOGIA	13
4. ANÁLISES E RESULTADOS	14
4.1. Resultados do cálculo de CD para satélites cilíndricos	14
4.2. Resultados do cálculo de CD para forma cônica de ponta esférica	16
4.3. Resultados obtidos no decaimento de órbita	17
5. CONCLUSÃO	19
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	20
ANEXOS	22



LISTAS DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Densidade x Altitude.....	9
Figura 2 – CD com reflexão difusa e especular para formatos cilíndricos.....	15
Figura 3 – CD para formatos cilíndricos.	15
Figura 4 - CD para formatos Cônicos de ponta esférica.....	16
Figura 5 – (a) CD com reflexão difuso (b) CD com reflexão especular.	16
Figura 6 – Decaimento de altitude devido ao arrasto atmosférico no tempo.....	17
Figura 7 - Órbita inercial do satélite com o arrasto.	18

LISTAS DE TABELAS

Tabela 1 – Tempo calculado para o decaimento da órbita.	18
--	----

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

μ – Constante gravitacional

r – Posição

v – Velocidade

ω_E – Velocidade angular de rotação da Terra

A – Área

m_s – Massa do satélite

C_D – Coeficiente de arrasto

ρ – Densidade Atmosférica em relação a altitude

D – Força de arrasto

p – Aceleração da perturbação

p – Raio do Perigeu

r_a – Raio do Apogeu

v_r – Velocidade Relativa

v_m – Velocidade mais provável das moléculas

s – Razão das velocidades

p – Aceleração do arrasto

P_∞ – Pressão

F – Força

α – Coeficiente de acomodação

σ_N – Coeficiente de acomodação normal

σ_t – Coeficiente de acomodação tangencial

T_w – Temperatura do

T_i – Temperatura do meio

θ – Ângulo de ataque

δ – Ângulo de abertura do cone

RE – Raio da Terra

z – Altitude do satélite

1. INTRODUÇÃO

Satélites artificiais terrestres necessitam de correções para manter sua órbita. Para a determinação de órbita é necessária determinar a posição e a velocidade do satélite artificial em um instante de tempo. No entanto satélites artificiais terrestres são influenciados por diversas forças perturbadoras, as quais modificam suas órbitas. Uma dessas forças, que foi estudada neste trabalho, é a força do arrasto atmosférico.

1. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é desenvolver um programa computacional que calcule a perturbação da órbita de um satélite artificial terrestre devido ao arrasto atmosférico, fornecendo os dados da perturbação orbital e a vida do satélite. Visando alcançar o objetivo de implementar um algoritmo que possa ser inserido em programas computacionais mais abrangentes, destinados ao controle de órbitas.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo contém as teorias que foram necessárias para compreender e elaborar o algoritmo desenvolvido neste projeto.

2.1. MODELO ATMOSFÉRICO

A densidade atmosférica é um dos parâmetros necessários para determinar a força devido ao arrasto atmosférico que atua no satélite. As órbitas terrestres são divididas de acordo com a altitude em relação ao plano da Terra. As órbitas terrestres baixas são as

mais afetadas pela força da atmosfera, sua altitude orbital varia de 180km a 2000km, com períodos de 90 a 110 minutos.

A atmosfera da Terra pode ser dividida em três partes:

- Homosfera: troposfera de 0 a 12 km, estratosfera de 12 a 50 km e mesosfera de 50 a 90 km.
- Termosfera: de 90 a 250 ou até 400 km dependendo do nível da atividade solar e geomagnética.
- Extratosfera: Inicia-se no final da Termosfera e se estende para o espaço.

Existem vários modelos para descrever a variação da propriedade atmosférica. Na figura 1, mostra o modelo USSA76, utilizado neste estudo e a aproximação da densidade atmosférica em função a altitude.

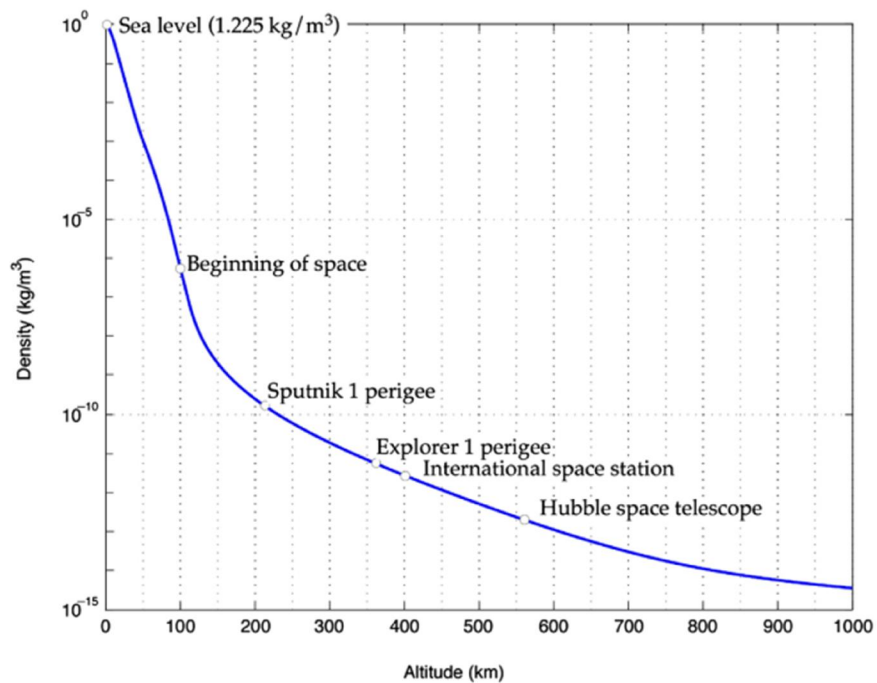


Figura 1 - Densidade x Altitude

Fonte: US Standard Atmosphere 1976.

2.2. FORÇA DE ARRASTO

Quando um satélite se movimenta através de um meio, surge uma força resistente ao movimento do satélite, fazendo com que o satélite perca velocidade em sua posição próximo ao perigeu, consequentemente perdendo energia e não atingindo a altitude do apogeu anterior. O arrasto “D” (do inglês *Drag*) é um atrito gerado quando existe uma interação de moléculas, ou seja, o movimento de um objeto em um meio ou vice-versa (Curtis 2014). A força de arrasto D é definido como:

$$D = -\frac{1}{2}\rho C_D A v_r v_r \quad (1)$$

onde ρ é a densidade do ar, v_r é a velocidade relativa do satélite, A é a área efetiva e C_D é o coeficiente de arrasto.

A aceleração devido ao arrasto é definida pela equação básica para o arrasto aerodinâmico (Vallado 1997):

$$p = -\frac{1}{2}\rho v_r \left(\frac{C_D A}{m_s}\right) v_r \quad (2)$$

onde m_s massa do satélite.

2.3. COEFICIENTE DE ARRASTO

O coeficiente de arrasto (C_D) de um satélite artificial pode ser medido ou calculado por meio de modelos matemáticos. Podendo variar entre 1,2 a 3,8 dependendo de vários fatores. Assumindo que a região do espaço a ser considerada, o meio é rarefeito o suficiente para se considerar a cinética dos gases desenvolvida no século XIX por Maxwell e não a mecânica dos fluídos (Kuga, Carrara e Rao 2011).

O coeficiente de arrasto para um corpo em um fluxo de moléculas livres, depende da razão de velocidade s , dada por:

$$s = \frac{v_r}{v_m} \quad (3)$$

onde v_m é a velocidade mais provável das moléculas.

A interação da molécula-superfície é dependente do mecanismo de reflexão especular e difuso. A troca de energia na colisão das partículas são caracterizadas como coeficiente de acomodação α , e para representar o coeficiente de acomodação normal σ_N e tangencial σ_t . Em Kuga, Carrara e Rao (2011) os valores para o coeficiente de reflexão especular α , σ_N , σ_t são nulos e quando a reflexão é difusa α , σ_N , σ_t são unitários.

O coeficiente aerodinâmico C_D , pode ser determinado com a soma do coeficiente de arrasto C_d e o coeficiente de empuxo C_l .

$$C_D = C_d + C_l \quad (4)$$

$$C_{d,l} = \frac{F}{P_\infty A_{d,l}} \quad (5)$$

onde P_∞ é a pressão e A a área de referência.

Para calcular o coeficiente aerodinâmico para uma placa paralela ao fluxo, considera-se apenas o coeficiente de atrito.

$$C_d = C_{DA} = \sigma_t \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{A} \quad (6)$$

Para calcular o coeficiente aerodinâmico para uma placa transversal ao fluxo considera-se apenas o coeficiente de pressão.

$$C_d = C_{DP} = \frac{2(2 - \sigma_N)}{s\sqrt{\pi}} \exp(-s^2) + 2\operatorname{erf}(s) \left[(2 - \sigma_N) \left(1 + \frac{1}{s^2} \right) + \frac{\sigma_N}{s} \sqrt{\pi \frac{T_w}{T_i}} \right] \quad (7)$$

onde $\operatorname{erf}(s)$ é a função de erro dada por:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt \quad (8)$$

Kuga, Carrara e Rao (2011) calcula o coeficiente aerodinâmico para satélites de forma Esférica como:

$$C_D = \frac{2 - \sigma_N + \sigma_t}{2s^3} \left[\frac{4s^4 + 4s^2 - 1}{2s} \operatorname{erf}(s) + \frac{2s^2 + 1}{\sqrt{\pi}} \exp(-s^2) \right] + \frac{2\sigma_N}{3s} \sqrt{\pi \frac{T_w}{T_i}} \quad (9)$$

Stalder & Zurick (1951) calcula o coeficiente de arrasto para reflexão difusa e reflexão especular, para satélites de forma esférica.

$$C_D = \frac{2 \exp(-s^2)}{\sqrt{\pi}s} \left(1 + \frac{1}{2s^2} \right) + 2 \left(1 + \frac{1}{s^2} - \frac{1}{4s^4} \right) \operatorname{erf}(s) + \frac{2\sqrt{\pi}}{3s_r} \quad (10)$$

$$C_{D_s} = \frac{2s^2 + 1}{\sqrt{\pi}s^3} \exp(-s^2) + \left(\frac{4s^4 + 4s^2 - 1}{2s^4} \right) \operatorname{erf}(s) \quad (11)$$

Schamberg (1959) apresenta um modelo para calcular o coeficiente de arrasto de um satélite cilíndrico.

$$Cd = \frac{2}{s\sqrt{\pi}} e^{-s^2} \sin^2 \alpha + \left[\frac{\sin \alpha}{s^2} (1 + 2s^2) \operatorname{erf}(s \sin \alpha) + \frac{\sqrt{\pi}}{s} \right] \sin^2 \alpha \sqrt{\frac{T_w}{T_i}} \quad (12)$$

$$Cl = \frac{\cos \alpha}{s^2} \operatorname{erf}(s \sin \alpha) + \frac{1}{s} \sqrt{\pi} \cos \alpha \sin \alpha \sqrt{\frac{T_w}{T_i}} \quad (13)$$

Cálculo do coeficiente de arrasto para um satélite de forma cônica, é somado o coeficiente de arrasto do cone e o coeficiente de arrasto da base.

$$C_{D_c} = \frac{2 - \sigma_N}{\sqrt{\pi}s^2} \left[\exp(-s \sin \delta)^2 + \sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2} (-s \sin \delta)^2 \right) (1 + \operatorname{erf}(s \sin \delta)) \right] + \left(\frac{\sigma_N}{2} \frac{1}{s^2} \sqrt{\frac{T_w}{T_i}} + \frac{\sigma_t \cos \theta}{\sqrt{\pi} s} \right) \left[\exp(-s \sin \delta)^2 + \sqrt{\pi}s \sin \delta (1 + \operatorname{erf}(s \sin \delta)) \right] \quad (14)$$

$$C_{D_b} = -\frac{1}{s^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} (2\sigma_N) \left[-s \exp(-s^2) + \sqrt{\pi} \left(\frac{1}{2} + s^2 \right) (1 - \text{erf}(s)) \right] \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{T_w}{T_i}} \frac{\sigma_N}{2} \left[\exp(-s^2) - \sqrt{\pi} s (1 - \text{erf}(s)) \right] \right\} \quad (15)$$

onde θ é o ângulo de ataque, e δ o ângulo de abertura da metade do cone.

3. METODOLOGIA

O cálculo da perturbação da órbita é efetuado através de rotinas computacionais que calculam as forças de arrasto, desenvolvida e implementada pelo autor, ou seja, que atua sobre o satélite artificial, a partir da sequência indicada a seguir.

Utilizar o método do posicionamento direto para determinar \mathbf{r} e \mathbf{v} caso os parâmetros iniciais sejam os elementos keplerianos.

Tendo conhecimento de \mathbf{r} é possível determinar a altitude do satélite:

$$z = |\mathbf{r}| - RE \quad (16)$$

Possibilitando determinar ρ pela tabela USSA76, com a função exponencial:

$$\rho(z) = \rho_i \exp\left(-\frac{(z - z_i)}{H_i}\right) \quad (17)$$

Assumindo que o satélite é de forma cilíndrica e utilizando a equação (12) e (13) para determinar C_D .

A velocidade relativa é calculada como $\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{atm}$, e considerando que a velocidade atmosférica seja a mesma que a velocidade angular de rotação da Terra, então:

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \omega_E \times \mathbf{r} \quad (18)$$

$$\omega_E = [0, 0, 7.2921159e - 5]$$

Com a equação (2) da aceleração da perturbação do arrasto, atuante no satélite, determina-se \mathbf{p} .

O problema dos dois corpos é a representação do momento das forças em relação ao centro de massas, podendo ser reduzido ao problema de um corpo de massa desprezível em que o movimento de um corpo em relação a outro, é devido à atração de um campo gravitacional exercida por uma massa pontual:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (19)$$

Com a equação diferencial de segunda ordem é possível determinar a posição e velocidade seguinte:

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{v} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{a} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{v} \\ -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{p} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

4. ANÁLISES E RESULTADOS

Os resultados a seguir foram calculados através de um algoritmo elaborado em linguagem Python pelo autor.

4.1. Resultados do cálculo de C_D para satélites cilíndricos.

A figura 2 mostra o resultado obtido pela equação (12) e (13) assumindo $\frac{T_w}{T_i}$ variando de 0 a 1.

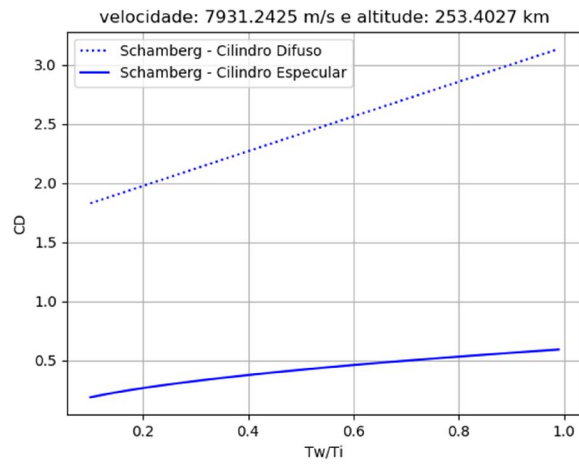


Figura 2 – C_D com reflexão difusa e especular para formatos cilíndricos.

Fonte: O Autor.

A figura 3 mostra o resultado obtido pela equação (12) e (13) assumindo $\frac{T_w}{T_i}$ e α variando de 0 a 1.

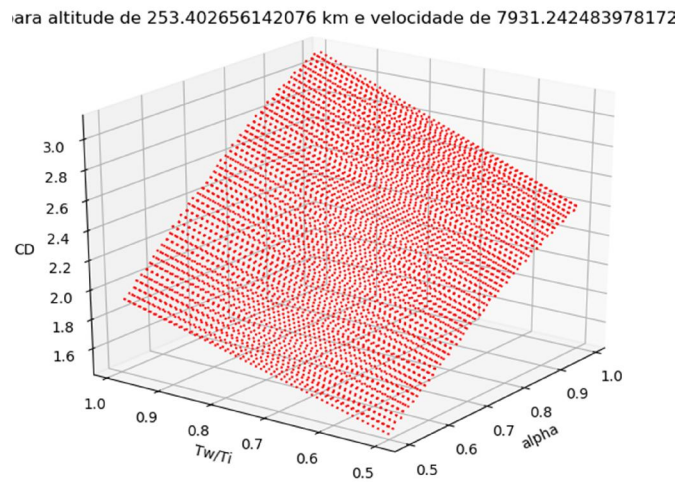


Figura 3 – C_D para formatos cilíndricos.

Fonte: O Autor.

4.2. Resultados do cálculo de C_D para forma cônica de ponta esférica.

A figura 4, mostra os valores obtido pela equação (9), (14) e (15) para C_D calculado separadamente, assumindo $\frac{T_w}{T_i}$ variando de 0 a 1, $\delta = 20^\circ$ e $\theta = 0$.

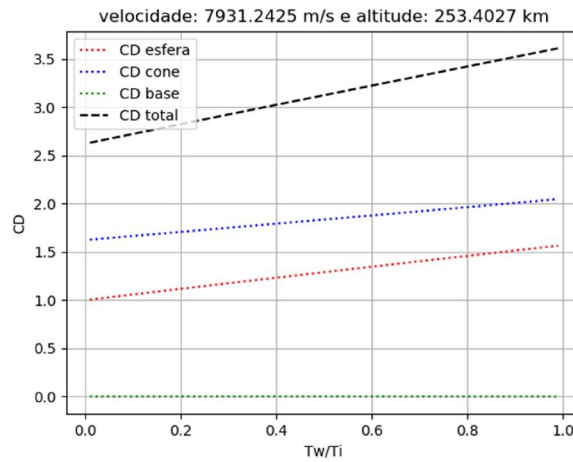


Figura 4 - C_D para formatos Cônicos de ponta esférica.

Fonte: O Autor.

A figura 5, mostra o resultado do C_D para reflexão difusa e especular.

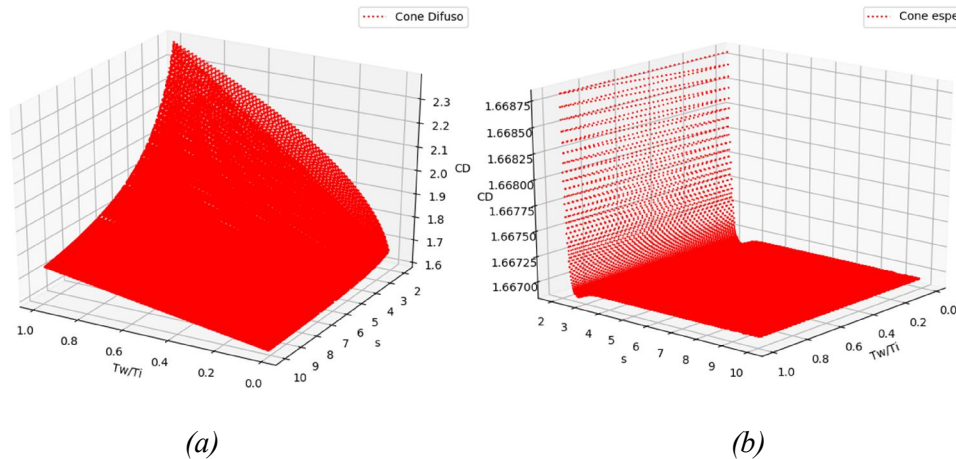


Figura 5 – (a) C_D com reflexão difuso (b) C_D com reflexão especular.

Fonte: O Autor.

4.3. Resultados obtidos no decaimento de órbita.

A figura 6, mostra o resultado obtidos pelos métodos (16) ao (20) tendo como dados iniciais:

$$r = (5873,400; 658,522; 3007,490) \text{ km}$$

$$v = (2,89641; 4,09401; 6,14446) \text{ km}$$

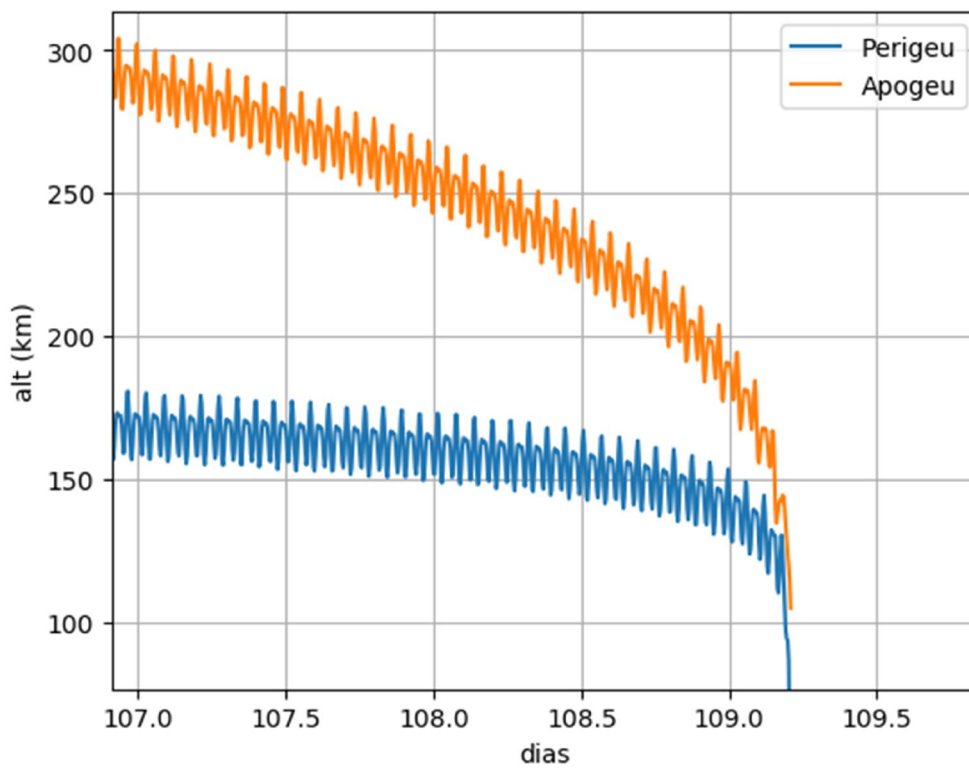


Figura 6 – Decaimento de altitude devido ao arrasto atmosférico no tempo.

Fonte: O Autor.

A figura 7, mostra a propagação da órbita inercial por 100 dias considerando o arrasto atmosférico.

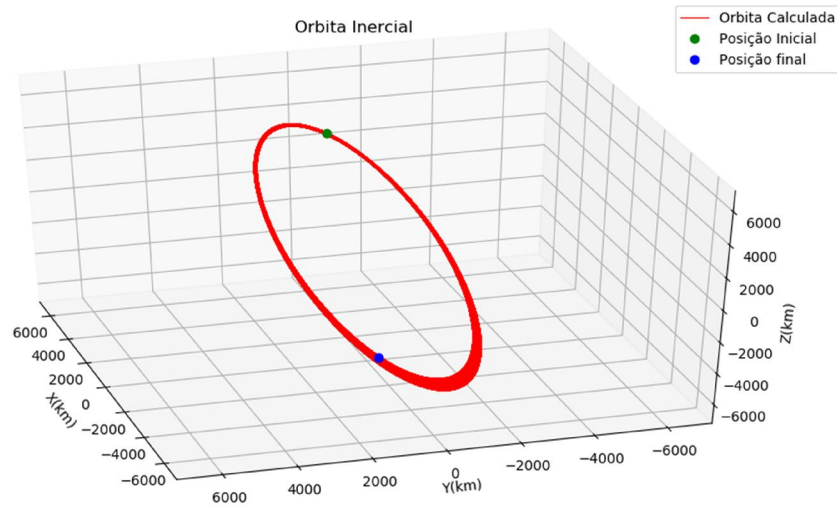


Figura 7 - Órbita inercial do satélite com o arrasto.

Fonte: O Autor.

Na tabela 1 temos o tempo em dias para o decaimento da órbita em 100km obtidos por CURTIS (2014) e os valores calculados pelo algoritmo desenvolvido.

Tabela 1 – Tempo calculado para o decaimento da órbita.

	Perturbações	Altitude no Apogeu (km)	Tempo (dias)
Curtis (2014)	Arrasto	100	108
Autor	Arrasto	100	109,2118

Fonte: O Autor.

5. CONCLUSÃO

Os resultados obtidos pelos cálculos do coeficiente de arrasto demonstraram a sensibilidade dos valores, podendo sofrer grandes variações ao longo do trajeto do satélite. Ao analisar a figura 4 para formas cônicas de ponta esférica, onde o coeficiente de arrasto é dado por partes. É possível compreender que na parte frontal será considerada a ponta como uma esfera, as laterais do corpo, como um cone e a parte posterior, considerada a base do cone, tendo valores de aproximadamente zero.

Analisando a tabela 1, o resultado final do tempo de decaimento de órbita obtido pelo algoritmo desenvolvido neste estudo, teve uma boa aproximação dos resultados encontrados por Curtis (2014), lembrando que neste estudo foram considerados a perturbação do J_2 e o valor de C_D como uma variável e não como uma constante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

PILCHOWSKI, H.U.; SILVA, W.C.C. & FERREIRA, L.D.D. **Introdução à mecânica celeste**. São José dos Campos, São Paulo, Brasil, 1981. (INPE-2126-RPE/350)

FERREIRA, L.D.D.; SILVA, W.C.C. & PILCHOWSKI, H.U. **Notas sobre sistemas de coordenadas e tempo**. São José dos Campos, São Paulo, Brasil, 1979. (INPE-1634-RPE/039)

BOND, V. R.; ALLMAN, M. C. **Modern Astrodynamics: Fundamentals and Perturbation Methods**. Princeton University Press, 1996.

BROUWER, D. & CLEMENCE, G.M. **Methods of celestial mechanics**. New York, N.Y., Academic, 1961.

COOK, G. E. **Drag Coefficients of Spherical Satellites**. Annales de Géophysique, 1966.

COOK, G. E. **Satellite Drag Coefficients**. Planetary Space Science, v.13, p. 929-946, 1965.

CURTIS, H. D. **Orbital mechanics for engineering students** 2. ed. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 2014. 722 p. (Elsevier Aerospace Engineering Series) ISBN 978-0-1237-4778-5

ESCOBAL, P.R. **Methods of orbital determination**. New York, N.Y., John Wiley & Sons, 1965.

KAPLAN, M. H. **Modern spacecraft dynamic & control**. New York: John Wiley & Sons, 1976.

KUGA, H. K.; CARRARA, V.; RAO, K. R. **Satélites Artificiais: Movimento Orbital**. São José dos Campos, São Paulo, Brasil, 2011.

LARSON, W. J.; WERTZ, J. R. **Space mission analysis and design**. Torrance, California: Space Technology Series, 1992.

MONTENBRUCK, O.; GILL, E.; MAHOOTI, M. **Satellite Orbits: Models methods applications**. Springer, 2000.

NOAA/NASA/USAF, 1976. **U.S. Standard Atmosphere**, 1976. GPO.

PRUSSING, J. E.; CONWAY, B. A. **Orbital Mechanics**. Oxford, University Press, 1993.

SCHAMBERG, R. **A New Analytic Representation on Surface Interaction for Hiperthermal Free Molecule Flow**. Rep. RM-2313, Rand Corp., 1959.

STALDER, J. R., ZURICK, V. J. **Theoretical Aerodynamic Characteristics of Bodies in a Free-Molecule Flow Field**. National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note 2423, 1951.

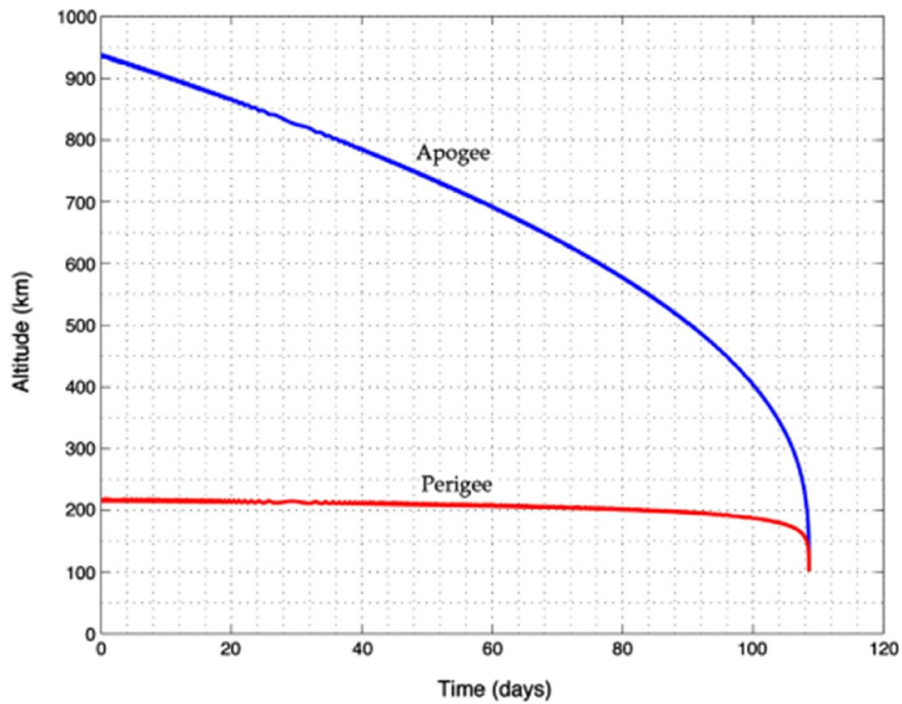
VALLADO, D. A. **Fundamentals of astrodynamics and applications**. Space Technology Series, 1997.

WIE, B. **Space vehicle dynamics and control**. Reston, Virginia: AIAA Education Series, 1998.

ANEXOS

O anexo 1 mostra o resultado encontrado por Curtis (2014) para o decaimento da altitude de um satélite em órbita em 100km.

Anexo 1 - Decaimento de órbita



Fonte: Curtis (2014)