



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

**ESTUDO COMPARATIVO DE ALGUNS MODELOS  
ATMOSFÉRICOS ANALÍTICOS UTILIZADOS EM DINÂMICA DE  
SATÉLITES ARTIFICIAIS**

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA  
(PIBIC/INPE/CNPq)**

Giovanna Marchini Fernandez (UNIFESP Bolsista PIBIC/CNPq)

E-mail: giovanna.bfernandez@gmail.com

Rodolpho Vilhena de Moraes (UNIFESP/INPE, Orientador)

E-mail: vilhena.moraes@unifesp.br

Julho de 2017

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1—Geometria dos elementos keplerianos	3
Figura 2—Modelo Exponencial	18
Figura 3—Comparação dos Modelos, dia 80	19
Figura 4—Comparação dos Modelos, dia 172.	19

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1—Modelo Exponencial	8
Tabela 2—Modelo CIRA 86, dia 80	10
Tabela 3—Modelo CIRA 86, dia 172	11
Tabela 4—Modelo TD 88, dia 80	13
Tabela 5—Modelo TD 88, dia 172	14

## LISTA DE SIGLAS

CIRA	COSPAR International Reference Atmosphere
COSPAR	Committee on Space Research
TD	Total Density

## RESUMO

O comportamento dinâmico de satélites artificiais, em órbitas abaixo de 700km, devido ao arrasto atmosférico tem sido alvo de estudo para vários pesquisadores. Na área espacial, este estudo possui particular importância devido aos efeitos da desaceleração do satélite causada pelo arrasto. A redução da velocidade do satélite no perigeu resulta na redução da altura do apogeu subsequente. Esse abaixamento contínuo faz com que a elipse que descreve o movimento do satélite vá circularizando, depois espiralando, causando a queda do satélite. Modelos analíticos que descrevem a densidade atmosférica têm sido propostos para o estudo da influência do arrasto atmosférico no movimento de satélites artificiais. As equações de Lagrange na forma de Gauss que caracterizam a perturbação devido a forças que não a potencial serão utilizadas na continuação dessa pesquisa. Neste trabalho faz-se um estudo comparativo, entre os modelos atmosféricos exponencial e TD 88 com o modelo analítico CIRA 86 de modo a obter dados e ferramentas que possam ser utilizados para o estudo do comportamento de satélites artificiais em órbitas abaixo de 700 km. Usando modelos simplificados, é feita a comparação entre tais modelos.

**Palavras-chave:** Satélites artificiais, Arrasto, Elementos Orbitais.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	1
<b>1.1 Contextualização histórica</b>	1
<b>1.2 Objetivo</b>	1
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	2
<b>2.1 Movimento Orbital</b>	2
2.1.1 Leis de Kepler	2
2.1.2 Lei da Gravitação Universal	2
2.1.3 Elementos Orbitais Keplerianos	2
2.1.4 Problema dos Dois Corpos	3
2.1.5 Influência do Arrasto Atmosférico	6
<b>2.2 Modelos Atmosféricos</b>	7
2.2.1 Modelo Exponencial	7
2.2.2 Modelo CIRA 86	9
2.2.3 Modelo TD 88	12
<b>3 METODOLOGIA</b>	17
<b>4 ANÁLISES E RESULTADOS</b>	18
<b>5 CONCLUSÕES</b>	20
<b>6 COMENTÁRIO FINAL</b>	20
<b>REFERÊNCIAS</b>	22

# **1 INTRODUÇÃO**

## **1.1 Contextualização Histórica**

Dentre os principais ramos da astronomia encontra-se a Mecânica Celeste, cuja origem está relacionada a observações e registros das posições dos corpos em seus deslocamentos na esfera celeste. Os grandes e mais desafiadores problemas dessa área de conhecimento prenderam o interesse de grandes matemáticos, físicos e astrônomos da história como Newton, Gauss, Lagrange entre muitos outros. Ademais, os métodos e técnicas desenvolvidos para a resolução desses problemas são até hoje empregados nos estudos de astronomia. Dentre as aplicações e avanços tecnológicos devido ao uso de satélites artificiais podemos mencionar: comunicação, navegação, monitoramento meteorológico, observação de fenômenos astronômicos, assim como estações espaciais. Por conta dessa vastidão de uso, é necessário que haja um monitoramento frequente dessas órbitas.

## **1.2 Objetivo**

O presente projeto tem por objetivo um estudo comparativo entre os modelos atmosféricos exponencial e Total Density (TD) 88 com um modelo numérico usualmente utilizado de modo a analisar a influência de forças derivadas do arrasto no movimento orbital de satélites artificiais em orbitas abaixo de 700km.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Movimento Orbital

#### 2.1.1 Leis de Kepler

No início dos anos 1600s, Johannes Kepler, um matemático e astrônomo alemão, propôs com base nas observações de Copérnico e Brahe três sentenças que descreviam o movimento dos planetas em um sistema heliocêntrico. Essas afirmações, também conhecidas como Leis de Kepler são atualmente aceitas como uma descrição precisa dos movimentos de quaisquer planetas ou satélites. São elas:

1ª “Planetas movem-se ao redor do Sol em elipses, com o Sol em um dos focos”.

2ª “A linha conectando o Sol a um planeta percorre áreas iguais em tempos iguais”.

3ª “O quadrado do período orbital de um planeta é proporcional ao cubo do semieixo maior”.

#### 2.1.2 Lei da Gravitação Universal

Um das principais leis e a base da mecânica celeste é a Lei da Gravitação Universal proposta por Isaac Newton com base nas Leis de Kepler. Ela declara que “toda partícula atrai outra partícula com uma força que é diretamente proporcional ao produto das massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas”.

Ilustrativamente, considere duas partículas de massas  $m_1$  e  $m_2$  separadas por uma distância de módulo  $r$ , por meio da Lei da Gravitação Universal, obtém-se a força resultante:

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r} \quad (1)$$

Onde  $G = 6,67260 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}$  é a constante universal da gravitação.

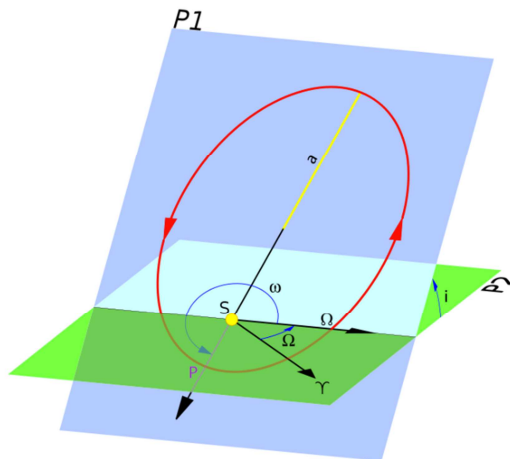


### 2.1.3 Elementos Orbitais Keplerianos

São cinco os elementos geométricos que definem a órbita de um corpo: semieixo maior  $a$ , excentricidade  $e$ , inclinação da órbita  $i$ , argumento do epicentro  $\omega$ , longitude do nodo  $\Omega$ . Existe ainda um sexto elemento de interpretação cinemática: instante de passagem pelo epicentro  $\tau$ , o qual é comumente substituído pela anomalia média  $M$  dada pela Equação (2) em que  $n$  é o movimento médio e  $t$  um instante inicial dado. A Figura 1 ilustra esses elementos, sendo P1 o plano da órbita e P2 o plano do equador.

$$M = n(t - \tau) \quad (2)$$

Figura 1—Geometria dos elementos keplerianos.



Fonte: Costa (2015)

### 2.1.4 Problema dos Dois Corpos

O problema dos dois corpos consiste em determinar o movimento de um corpo em relação a outro. Para tanto existem duas possibilidades de solução o problema direto e o inverso dados pela Equação (3).

$$(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \Leftrightarrow (a, e, i, \omega, \Omega, M) \quad (3)$$

Considerando um sistema de coordenadas cartesianas Oxyz que nos fornece os vetores posição  $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$  e  $\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$  de dois corpos de massas respectivas  $m_1$  e  $m_2$  e utilizando a Segunda Lei de Newton e a Lei da Gravitação universal, obtemos:

$$m_1 \ddot{x}_1 = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}|^3} (\bar{x}_2 - \bar{x}_1) \quad (4)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}|^3} (\bar{y}_2 - \bar{y}_1) \quad (5)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}|^3} (\bar{z}_2 - \bar{z}_1) \quad (6)$$

Fazendo analogamente para  $m_2$ , obtemos um conjunto de seis equações de segunda ordem, as quais nos fornecem doze constantes de integração. Observe ainda que:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad (7)$$

Logo, temos:

$$m_1 \ddot{\vec{r}}_1 + m_2 \ddot{\vec{r}}_2 = \vec{0} \quad (8)$$

Assim é possível obter a equação diferencial do movimento de um corpo em relação a outro dada pela Equação(9).

$$\ddot{\vec{r}} = -G \frac{(m_1 + m_2)}{r^3} \vec{r} \quad (9)$$

Por meio da Lei da Conservação de Energia, obtemos:

$$\frac{1}{2} \dot{\vec{r}}^2 - \frac{\mu}{r} = E(\text{constante}) \quad (10)$$

com

$$\mu = G(m_1 + m_2) \quad (11)$$

A partir do momento angular:

$$C = |\vec{C}| = |\dot{r}\dot{r}\cos\theta| \quad (12)$$

Integrando as equações, temos:

$$r = \frac{p}{1 + e\cos(\theta - \omega)} \quad (13)$$

com

$$p = \frac{c^2}{\mu} \quad (14)$$

$$e = \sqrt{1 + 2\frac{EC^2}{\mu^2}} \quad (15)$$

Essa última equação é a equação geral de uma cônica em coordenadas polares, sendo  $e$  a excentricidade e  $p$  o “semi-latus rectum”. As quatro cônicas possíveis são:

$$\text{Circulo} \quad e = 0 \quad (16)$$

$$\text{Elipse} \quad 0 < e < 1 \quad (17)$$

$$\text{Parábola} \quad e = 1 \quad (18)$$

$$\text{Hipérbole} \quad e > 1 \quad (19)$$

Apesar de existirem corpos com órbitas com excentricidades próximas a 1, a grande maioria dos corpos do nosso sistema solar e satélites artificiais tem excentricidades muito menores do que 1, caracterizando órbitas elípticas.

Para uma elipse em coordenadas retangulares temos o semieixo maior  $a$  e o semieixo menor  $b$  segundo as relações:

$$b^2 = a^2(1 - e^2) \quad (20)$$

$$p = a(1 - e^2) \quad (21)$$

$$\left(\frac{x'}{a}\right)^2 + \left(\frac{y'}{b}\right)^2 = 1 \quad (22)$$

Em que :

$$x' = a\cos E \quad (23)$$

$$y' = b\sin E \quad (24)$$

Temos ainda as projeções de  $r$ :

$$x = a \cos E - e \quad (25)$$

$$y = a \sqrt{1 - e^2} \sin E \quad (26)$$

A partir dessas informações temos que:

$$r = a(1 - e \cos E) \quad (27)$$

$$\cos f = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E} \quad (28)$$

Por meio da relação trigonométrica do arco metade, têm-se:

$$\tan^2 \left( \frac{f}{2} \right) = \frac{1 - \cos f}{1 + \cos f} \quad (29)$$

$$\tan \left( \frac{f}{2} \right) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \left( \frac{E}{2} \right) \quad (30)$$

Podemos definir o movimento médio do corpo por:

$$n = \frac{2\pi}{T} \quad (31)$$

Da Terceira Lei de Kepler, obtemos:

$$\mu = n^2 a^3 \quad (32)$$

$$M = n(t - \tau) = E - e \sin E \quad (33)$$

Assim, foi possível encontrar os elementos keplerianos da órbita, como desejado.

### 2.1.5 Influência do Arrasto Atmosférico

Considere um corpo que se move com velocidade  $V$  em relação à atmosfera em órbitas abaixo de 700km. Este está sujeito a forças aerodinâmicas como o arrasto  $D$ , o qual age na direção oposta a  $V$ , e a sustentação  $L$ , a qual age no plano perpendicular à  $V$ . Assim, obtemos o módulo de  $D$ :

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \quad (34)$$

Na Equação(34) vemos que o arrasto é diretamente proporcional a densidade do ar  $\rho$ , ao quadrado da velocidade, a área de secção transversal do corpo e ao coeficiente de arrasto  $C_D$ . Esse coeficiente depende de algumas relações de força dadas pelos coeficientes de Mach (relação entre força de inércia e compressibilidade do fluido) e Reynolds (relação entre força de inércia e atrito) bem como da razão entre o arrasto real proveniente da pressão dinâmica a qual atua uniformemente na área de referência. É razoável considerar, para uma atmosfera isotérmica, a partir das leis barométricas a seguinte expressão para a densidade em função da escala de altura.

$$\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{h-h_0}{H}\right) \quad (35)$$

com

$$H = \frac{R_0 T}{gM} \quad (36)$$

Dessa forma, na Equação (35) calcula-se a densidade  $\rho$  para um intervalo de altura  $h-h_0$ , onde  $H$  representa a coluna da altura,  $R_0$  a constante universal dos gases,  $T$  a temperatura,  $g$  a constante gravitacional e  $M$  a massa molecular do ar. Entretanto, alguns fatores como índice magnético, fluxo solar, latitude e hora local alteram os valores do segundo membro da Equação(35). Apresentamos, então, alguns modelos atmosféricos que foram propostos para representar a densidade atmosférica em função da temperatura.

## 2.2 Modelos Atmosféricos

### 2.2.1 Modelo Exponencial

Em 1961 Brower e Hori apresentaram uma solução analítica para o movimento de um satélite artificial no campo terrestre sob o efeito do arrasto. O Modelo Exponencial proposto por eles considera a densidade  $\rho$  expressa como:

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{1}{H(r-r_p)}} \quad (37)$$

Na Equação (37)  $\rho_0$  é a densidade na distância do perigeu  $r_p$  e  $H$  é a altura de escala, considerada constante. Por meio de um programa implementado em C, obteve-se a Tabela 1.

Tabela 1—Modelo Exponencial.

Altitude (Km)	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )
200	3.93052E-12
210	2.98676E-12
220	2.26955E-12
230	1.72457E-12
240	1.31048E-12
250	9.95795E-13
260	7.56676E-13
270	5.74976E-13
280	4.36918E-13
290	3.32001E-13
300	2.52278E-13
310	1.91699E-13
320	1.4567E-13

330	1.1069E-13
340	8.41105E-14
350	6.39146E-14
360	4.85669E-14
370	3.69046E-14
380	2.80427E-14
390	2.13093E-14
400	1.61924E-14
410	1.23041E-14
420	9.34953E-15
430	7.10461E-15
440	5.39859E-15
450	4.10223E-15
460	3.11724E-15
470	2.3687E-15
480	1.942E-15
490	1.3677E-15
500	1.0393E-15
510	7.89732E-16
520	6.00095E-16
530	4.55995E-16
540	3.46505E-16
550	2.63299E-16
560	2.00074E-16
570	1.52034E-16
580	1.15526E-16
590	8.77849E-17
600	6.67052E-17

Fonte: Produção do Autor.

### 2.2.2 Modelo CIRA 86

Em 1961 o Committee on Space Research (COSPAR) lançou a primeira edição do modelo COSPAR International Reference Atmosphere (CIRA). Esse consistia em um modelo da termosfera baseado em dados observacionais como ar e densidade, os quais foram coletados da medição dos efeitos do arrasto em satélites artificiais pós Sputnik1. Após algumas versões do modelo, em 1986, novas informações sobre a atmosfera foram obtidas devido ao sensoriamento remoto. Surgiu então a quarta versão, CIRA 86, a qual foi utilizada nesse trabalho. Podemos observar por meio das seguintes tabelas:

Tabela 2—Modelo CIRA 86, dia 80.

$\phi = 0$ d=80 t=3 $k_p=4$ T=192		
Altitude(Km)	H(km)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
200	33.4	2.72E-10
220	36.5	1.53E-10
240	39.2	9.04E-11
260	41.6	5.51E-11
280	43.7	3.45E-11
300	53.9	2.20E-11
320	47.3	1.44E-11
340	48.9	9.48E-12
360	50.3	6.33E-12
380	51.6	4.28E-12
400	52.7	2.91E-12
420	53.7	2.00E-12
440	54.6	1.38E-12
460	55.6	9.61E-13
480	56.5	6.72E-13



500	57.5	4.73E-13
520	58.5	3.35E-13
540	59.7	2.39E-13
560	61.6	1.71E-13
580	62.8	1.24E-13

Fonte: CIRA 86

Tabela 3—Modelo CIRA 86, dia 172.

$\phi = 0$ $d=172$ $t=15$ $k_p=4$ $T = 119$		
Altitude(Km)	H(km)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
200	35.8	2.64E-10
220	40.2	1.56E-10
240	44.0	9.67E-11
260	47.3	6.23E-11
280	50.3	4.13E-11
300	45.5	2.81E-11
320	55.7	1.94E-11
340	58.0	1.36E-11
360	60.2	9.70E-12
380	62.1	6.99E-12
400	64.0	5.09E-12
420	65.6	3.74E-12
440	67.2	2.76E-12
460	68.6	2.06E-12
480	69.8	1.54E-12
500	71.0	1.16E-12
520	72.1	8.77E-13
540	73.2	6.66E-13

560	74.2	5.08E-13
580	75.2	3.89E-13

Fonte: CIRA 86

### 2.2.3 Modelo TD 88(Sehna,1988)

Em 1988 foi criado um novo modelo atmosférico. Segundo Sehna, o modelo chamado Total Density (TD), o qual expressa a densidade como uma soma, foi criado para possibilitar a computação dos efeitos do arrasto baseado nos parâmetros fundamentais que influenciam na densidade termosférica (fluxo solar, atividade geomagnética, mudanças anuais e diárias, mudanças latitudinais). A versão de modelamento da densidade total da termosfera utilizada nesse trabalho foi a TD 88. Para esse modelo são consideradas as seguintes expressões:

$$\rho = f_x f_0 k_0 \sum_{n=1}^7 h_n g_n \quad (38)$$

$$f_x = 1 + a_1(F_x - F_b) \quad (39)$$

$$f_0 = a_2 + f_n \quad (40)$$

$$k_0 = 1 + a_3(K_p - 3) \quad (41)$$

$$f_n = \frac{(F_b - 60)}{160} \quad (42)$$

$$h_n = h_{n,0} + \sum_{j=0}^3 K_{n,j} \exp\left(\frac{120-h}{29^j}\right) \quad (43)$$

$$g_1 = 1 \quad (44)$$

$$g_2 = \frac{F_n}{2 + a_4} \quad (45)$$

$$g_3 = \text{sen}(d - p_3) \text{sen} \varphi \quad (46)$$

$$g_4 = (a_5 f_n + 1) \text{sen}(d - p_4) \quad (47)$$

$$g_5 = (a_6 f_n + 1) \text{sen} 2(d - p_5) \quad (48)$$

$$g_6 = (a_7 f_n + 1) \text{sen}(t - p_6) \cos \varphi \quad (49)$$

$$g_7 = (a_8 f_n + 1) \text{sen} 2(t - p_7) \cos^2 \varphi \quad (50)$$

Nessas expressões temos: o fluxo solar medido em 10,7 cm/dia  $F_x$ , o fluxo solar médio  $F_b$ , a altitude  $h$ , as constantes numéricas  $a_i(i=1,2,\dots,8)$  e  $p_i(i=3,4,\dots,7)$ , o índice magnético  $k_p$ , o dia do ano  $d$ , a hora local  $t$  e a latitude  $\phi$ . Obtemos então, a Tabela 4 e Tabela 5 para determinadas condições.

Tabela 4—Modelo TD 88, dia 80.

$\phi = 0$ $d=80$ $t=3$ $k_p=4$ $f_x=150$		
Altitude(Km)	H(km)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
200	31.36	4.52E-10
210	31.82	3.29E-10
220	32.37	2.41E-10
230	33.07	1.77E-10
240	33.79	1.31E-10
250	34.68	9.82E-11
260	35.71	7.39E-11
270	36.88	5.61E-11
280	38.21	4.29E-11
290	39.71	3.32E-11
300	41.36	2.59E-11
310	43.16	2.05E-11
320	45.11	1.63E-11
330	47.15	1.31E-11
340	49.28	1.06E-11
350	51.46	8.76E-12
360	53.64	7.25E-12
370	55.79	6.03E-12
380	57.89	5.06E-12

390	59.90	4.27E-12
400	61.79	3.62E-12
410	63.57	3.09E-12
420	65.21	2.64E-12
430	66.71	2.27E-12
440	68.08	1.96E-12
450	69.33	1.69E-12
460	70.46	1.46E-12
470	71.48	1.27E-12
480	72.41	1.11E-12
490	73.25	9.67E-13
500	74.02	8.45E-13
510	74.72	7.38E-13
520	75.37	6.46E-13
530	73.96	5.66E-13
540	76.52	4.96E-13
550	77.03	4.36E-13
560	77.51	3.83E-13
570	77.96	3.37E-13
580	78.39	2.96E-13

Fonte: Produção do Autor.

Tabela 5—Modelo TD 88, dia 172.

$\varphi = 0$ $d=172$ $t=15$ $k_p=4$ $f_x=150$		
Altitude(Km)	H(km)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
200	34.29	4.35E-10
210	35.24	3.26E-10
220	36.32	2.46E-10

230	37.53	1.88E-10
240	38.90	1.45E-10
250	40.41	1.12E-10
260	42.07	8.82E-11
270	43.85	6.99E-11
280	45.73	5.59E-11
290	47.70	4.51E-11
300	49.73	3.68E-11
310	51.77	3.02E-11
320	53.80	2.49E-11
330	55.78	2.08E-11
340	57.71	1.74E-11
350	59.53	1.47E-11
360	61.26	1.25E-11
370	62.86	1.06E-11
380	64.35	9.07E-12
390	65.71	7.77E-12
400	66.96	6.68E-12
410	68.11	5.76E-12
420	69.15	4.98E-12
430	70.10	4.32E-12
440	70.97	3.74E-12
450	71.78	3.26E-12
460	72.52	2.84E-12
470	73.20	2.47E-12
480	73.83	2.16E-12
490	74.43	1.89E-12
500	74.99	1.65E-12
510	75.51	1.44E-12

520	76.01	1.27E-12
530	76.48	1.11E-12
540	76.93	9.74E-13
550	77.36	8.65E-13
560	77.77	7.52E-13
570	78.16	6.62E-13
580	78.54	5.82E-13

Fonte: Produção do Autor.

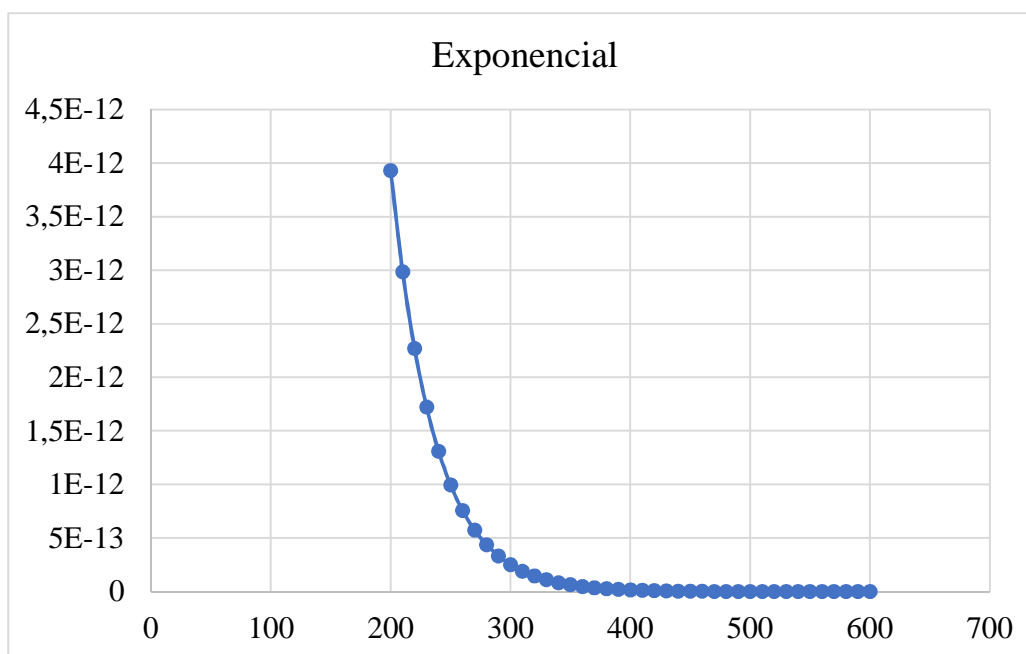
### **3 METODOLOGIA**

Uma vez estudados os princípios de Mecânica Celeste, foram introduzidos alguns modelos atmosféricos comumente utilizados para satélites artificiais. Foram eles: modelo exponencial, TD 88 e CIRA 89. A partir de um programa em C foram criadas tabelas para a comparação desses modelos.

#### 4 ANÁLISES E RESULTADOS

Como sabemos, a densidade varia de acordo com a altitude, assim, para a obtenção dos gráficos foram considerados constantes: o dia do ano, o fluxo solar, o índice magnético a hora local e a latitude. Portanto, podemos observar, por meio da análise dos gráficos na Figura 2, Figura 3 e Figura 4, o comportamento de satélites artificiais em condições específicas.

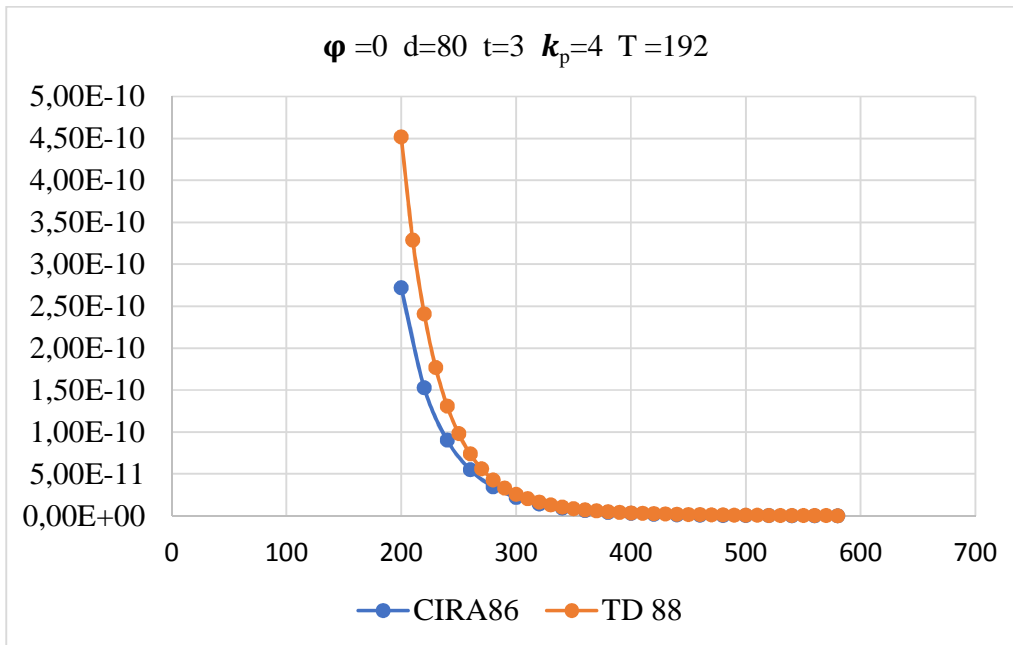
Figura 2—Modelo Exponencial.



Fonte: Produção do Autor.

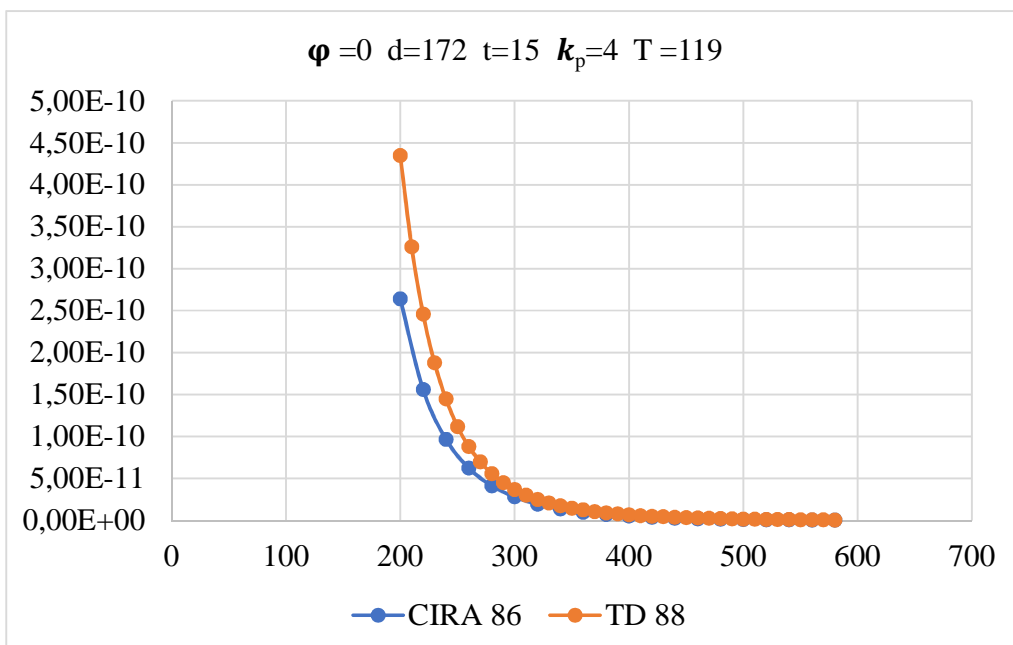


Figura 3—Comparação dos Modelos, dia 80.



Fonte: Produção do Autor.

Figura 4—Comparação dos Modelos, dia 172.



Fonte: Produção do Autor

## **5 CONCLUSÕES**

Por meio desse trabalho foi possível concluir que quando se trata de dinâmica orbital é extremamente importante o constante monitoramento de corpos celestes. Dessa forma, para orbitas abaixo de 700km, torna-se fundamental o uso de modelos que descrevam a densidade atmosférica de modo a prever as possíveis perturbações que o satélite sofrerá devido ao arrasto. Além disso, observou-se que os modelos atmosféricos trabalhados TD 88 e Exponencial apresentam resultados muito próximos do modelo analítico CIRA 86 de modo que o uso de qualquer um desses modelos torna-se um bom método.

## **6 COMENTÁRIO FINAL**

Resultados parciais contidos neste Relatório foram apresentados no Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital realizado em Águas de Lindóia, SP, no período de 28/11/16 a 02/12/16.

**REFERÊNCIAS**

BATE, R. R.; MUELLER, D. D.; WHITE, J. E. *Fundamentals of Astrodynamics*. New York: Dover Publications, 1971.

BRITO, T. P., CELESTINO, C. C. ;VILHENA MORAES, R., JPCS , 641, p. 012026, 2015

BROUWER, D.; HORI, G.I. Theoretical Evaluation of Atmospheric Drag Effects in the Motion of Artificial Satellite. *Astron. J.*, 66, 193, 1961.

VILHENA DE MORAES, R. “Non Gravitational Disturbing Forces”, *Adv. Space. Res.*, Vol. 14, No. 5, (5)45-(5)68, 1994

VILHENA DE MORAES, R. *Trajetória de Veículos Espaciais*, São José dos Campos, Publicação Interna, ITA, 1978.

VOLCHAN, S. B. *Uma Introdução à Mecânica Celeste*. Rio de Janeiro: IMPA, 2007.

SENHAL, L.; POSPÍSILOVÁ. Thermospheric Model TD 88, preprint. No. 67, . *Astronon-Inst. Czechosl. Acad. Sci., Ondrojov*, 1988.