



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS



## **ESTUDOS SOBRE A DINÂMICA E CONTROLE DE ESPAÇONAVES PROPULSADAS POR VELAS SOLARES**

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA  
(PIBIC/CNPq/INPE)**

Thauany Christiny Ferreira de Souza (FATESF, Bolsista PIBIC/CNPq)  
E-mail: tcfdesouza@hotmail.com

Dr. Mário César Ricci (DMC/ETE/INPE, Orientador)  
E-mail: mariocesarricci@uol.com.br

Julho de 2017

Souza, T. C. F.

Estudo sobre dinâmica e controle de espaçonaves propulsadas por velas solares / Souza, T. C. F. - São José dos Campos: INPE, 2016.

xi + 81 p.

1. Voo. 2. Vela. 3. Solar. 4. Controle. 5. Atitude. 6. Dinâmica.

## *Agradecimentos*

Ao orientador, Dr. Mário César Ricci, pela atenção, dedicação, orientação, apoio e pelas inúmeras revisões feitas neste trabalho, que sem dúvida contribuiu muito na qualidade do texto e das equações; e a minha família e amigos por todo o apoio e compreensão.

## RESUMO

Velas solares são refletores grandes e leves movidos por luz solar. Os fótons de luz solar chocando-se com grandes painéis geram propulsão sem utilizar propelentes. Uma vez que praticamente é uma energia inesgotável, de intensidade variável, é possível percorrer grandes distâncias e atingir velocidades muito maiores que uma nave atingiria se utilizasse propelentes. Este trabalho apresenta um tratamento abrangente, mas sem a pretensão de esgotar o conteúdo do tema, sobre modelagem dinâmica e problemas de controle de naves espaciais propulsadas por velas solares. São abordados a análise e o projeto de sistemas de controle de atitude de missões interplanetárias. São apresentados o modelo e as expressões matemáticas para a pressão de radiação solar, que é considerada a força perturbadora nos modelos de sistemas de controle de atitude das naves. Também são descritas missões com velas solares que estão sendo cogitadas para um futuro próximo, assim como dos requisitos do controle de atitude para estas missões; formulação do modelo dinâmico; determinação da dinâmica da vela na órbita.

**Palavras-chave:** Voo. Vela. Solar. Controle. Atitude. Dinâmica.

# **SOLAR-SAIL SPACECRAFT DYNAMICS AND CONTROL STUDIES**

## **ABSTRACT**

Solar sails are large and light reflectors powered by sunlight. The photons of sunlight crashing on large panels generate propulsion without using propellants. Since it is practically endless variable intensity energy, a solar sail spacecraft can travel long distances and achieve much higher speeds than a spacecraft would reach if using propellants. This work presents a comprehensive treatment on dynamic modeling and control problems for solar sail spacecraft. Also, the analysis and design of solar sail spacecraft attitude control systems for interplanetary missions are discussed. Among others, the paper addresses dynamic problems, which should be faced in the near future. The model and the mathematical expressions for the solar radiation pressure are presented, which is considered the disturbing force on the spacecraft attitude control systems models. The missions with solar sails that are being considered for the near future are described, as well as the attitude control requirements for these missions; formulation of the dynamic model; determining of the sail dynamic in orbit.

**Keywords:** Flight. Sail. Solar. Control. Attitude. Dynamics.

## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 1.1 - Uma vela solar de 800×800 m proposta pelo JPL em 1977 para uma missão ao encontro do cometa Halley, de passagem em 1986. ....	2
Figura 1.2 - Vela solar de 20 m da ATK desdobrada com sucesso na câmara termovácuo de 30 m da SPF, Plum Brook, Centro de Pesquisa Glenn da NASA em 2005 (cortesia ATK Space Systems). ....	3
Figura 1.3 - Vela solar de 20 m da L'Garde, desdobrada com sucesso na câmara de termovácuo de 30 m da SPF, Plum Brook, Centro de Pesquisa Glenn da NASA em 2005 (cortesia L'Garde). ....	4
Figura 2.1 - Vela solar de formato cônico montada na ponta de um longo mastro para contrapor distúrbios na atitude provocados por radiação solar incidindo em painéis solares assimétricos. ....	6
Figura 2.2 - Ilustração do conceito de controle de atitude por pressão de radiação solar, realizado com sucesso em satélites de comunicação geoestacionários, tais como OTS, TELECOM 1 e INMARSAT 2. ....	7
Figura 2.3 - Três tipos básicos de velas solares (Cortesia JPL): (a) quadrada; (b) disco giratório e (c) Heliogiro. ....	8
Figura 2.4 - Vela solar ST5 Geostorm (Cortesia JPL). ....	10
Figura 2.5 - Vela solar quadrada equipada com superfícies de controle montadas na ponta por L'Garde. ....	11
Figura 2.6 - Nave à vela de 40×40 m, 160 kg (fora de escala), proposto pelo JPL e AEC-ABLE Engineering para o experimento de voo à vela NMP ST7. ....	12
Figura 3.1 - Modelo de força de pressão de radiação solar de uma superfície plana imperfeita. ....	15
Figura 4.1 - Resultados de simulação para um deslocamento de 0,1 m entre o CM e o CP. ....	24
Figura 5.1 - Ilustração de vários modos de controle de arfagem para uma nave em órbita elíptica. ....	26
Figura 5.2 - Os resultados da simulação para o modo de apontamento para a Terra, não incluindo um deslocamento CM/CP de 0,1 m. ....	34
Figura 5.3 - Os resultados da simulação para o modo de empuxo zero (o ângulo solar desejado $\alpha = 90^\circ$ ), incluindo um deslocamento CM/CP de 0,1 m. ....	36
Figura 5.4 - Ilustração de um modo de apontamento solar estabilizado por rotação, para uma nave à vela em órbita elíptica. ....	37
Figura 5.5 - Simulação do modo de rotação com um deslocamento CM/CP de 0,1 m. ....	38
Figura 6.1 - Coordenadas elípticas heliocêntricas (X, Y, Z) e coordenadas esféricas ( $r, \psi, \phi$ ). ....	41
Figura 6.2 - Ângulo de cone $\alpha$ , ângulo de relógio $\beta$ , e orientação da nave à vela quando $\alpha = \beta = 0$ . ....	42
Figura 6.3 - Geometria orbital (ilustrada para uma órbita quase circular). ....	43
Figura 6.4 - Ângulo de cone $\alpha$ e ângulo do relógio $\delta$ . ....	44

Figura 7.1 - Projeto de trajetória ótima com $(\alpha, \beta)$ para a missão SPI (gráficos gerados usando dados de Carl Sauer da NASA/JPL, a imagem aparece em Wie, B, <i>Journal of Spacecraft and Rockets</i> , Vol 4, No. 3, 2007). .....	52
Figura 7.2 - Projeto de trajetória da Missão SPI usando leis simples de direção da vela com $(\alpha, \delta)$ .....	54
Figura 7.3 - Resultado do projeto trajetória da missão SPI usando $(\alpha, \delta)$ . .....	55
Figura 7.4 - Ilustração da missão da vela solar KEI para impactar e defletir um asteroide próximo à Terra. A fase da órbita retrógrada heliocêntrica final (a partir de 0,25 UA) resulta em uma colisão de frente com o asteroide alvo no seu periélio (0,75 UA), com uma velocidade de impacto superior a 70 km/s.....	55
Figura 7.5 - Trajetória da missão da vela solar KEI resultando em uma colisão de frente com o asteroide alvo no seu periélio. ....	56
Figura 7.6 - Trajetória da missão da vela solar KEI resultando em uma colisão de frente com o asteroide alvo no seu periélio. ....	57
Figura 8.1 - Projeto trajetória da vela solar KEI usando leis simples de direção da vela. ....	59
Figura 8.2 - Projeto trajetória da vela solar KEI usando uma lei ótima de direção da vela. ....	60
Figura 9.1 - Uma manobra de 180° no ângulo de relógio $\delta$ com um comando de ângulo de cone fixo de 35°. .....	67
Figura 9.2 - Uma manobra de 180° no ângulo de relógio $\delta$ com um comando de ângulo de cone fixo de 35°. .....	68
Figura 9.3 - Uma manobra de 180° no ângulo de relógio $\delta$ com um comando de ângulo de cone fixo de 35°. .....	69
Figura 9.4 - Uma manobra de 90° de guinada de uma vela solar de 40 m (com $\epsilon = 0,1$ m), utilizando RRs e TMs para uma transição do modo de empuxo zero para o modo de espera empuxo total. ....	75
Figura 9.5 - Uma manobra de 90° de guinada de uma vela solar de 40 m (com $\epsilon = 0,1$ m), utilizando RRs e TMs para uma transição do modo de empuxo zero para o modo de espera empuxo total. ....	76
Figura 9.6 - Uma manobra de 90° de guinada de uma vela solar de 40 m (com $\epsilon = 0,1$ m), utilizando RRs e TMs para uma transição do modo de empuxo zero para o modo de espera empuxo total. ....	77
Figura 9.7 - Uma manobra de 90° de guinada de uma vela solar de 40 m (com $\epsilon = 0,1$ m), utilizando RRs e TMs para uma transição do modo de empuxo zero para o modo de espera empuxo total. ....	78

## LISTA DE SÍMBOLOS

$J_i$	Momento angular do eixo $i$
$\omega_i$	Velocidade angular em torno do eixo $i$
$\dot{\omega}_i$	Aceleração angular em torno do eixo $i$
$\delta_N$	Orientação do painel solar norte em relação ao Sol
$\delta_S$	Orientação do painel solar sul em relação ao Sol
$\Omega$	Ascensão reta do nodo ascendente
$\dot{\theta}$	Velocidade orbital
$\theta$	Anomalia verdadeira
$\vec{\omega}^{B/A}$	Velocidade angular de B em relação a A
$\vec{H}$	Momento angular
$\vec{M}$	Torque externo
$r$	Distância radial da nave a partir do centro da Terra
$\hat{J}$	Diádica de inércia da nave em relação ao centro de massa
$\vec{u}$	Torque de controle
$e$	Excentricidade
$a$	Semieixo maior
$\mu$	Parâmetro gravitacional
$n$	Movimento orbital médio
$\alpha$	Ângulo entre a normal à superfície da vela e a linha do Sol
$h_2$	Momento angular da roda de arfagem
$F$	Força de pressão solar nominal
$\epsilon$	Deslocamento do centro de massa em relação ao centro de pressão (CM/CP)
$i$	Ângulo de inclinação orbital do plano da órbita em relação ao plano do equador/eclíptica
$\lambda$	Leveza da vela



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

JPL	<i>Jet Propulsion Laboratory</i>
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
ESA	<i>European Space Agency</i>
ISSS	<i>International Symposium on Solar Sailing</i>
NMP	<i>New Millennium Program</i>
PRS	Pressão de Radiação Solar
UA	Unidade Astronômica
VLHL	Vertical Local e Horizontal Local
ECI	<i>Earth-centered-inertial</i>
SSTO	<i>Super-Synchronous Transfer Orbit</i>
SPI	<i>Solar Polar Imager</i>
AOCS	<i>Attitude and Orbit Control System</i>
CVE	Controle Vetorial de Empuxo
AIAA	<i>American Institute of Aeronautics and Astronautics</i>
KEI	<i>Kinetic Energy Impactor</i>
NEA	<i>Near-Earth Asteroid</i>
PID	Proporcional Integral Derivativo
RR	Roda de Reação
TM	Torque Magnético
SCA	Subsistema de Controle de Atitude

# SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo.....	3
1.2 Conteúdo do trabalho .....	3
<b>2 QUESTÕES RELACIONADAS AO CONTROLE DE ATITUDE PARA NAVES PROPULSADAS POR VELAS SOLARES.....</b>	<b>5</b>
<b>3 MODELOS DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR.....</b>	<b>14</b>
<b>4 ESTABILIZAÇÃO ATRAVÉS DO GIRO DE UMA NAVE PROPULSADA À VELA .....</b>	<b>19</b>
4.1 Espaçonave propulsada à Vela Girando com deslocamento CM/CP.....	19
<b>5 NAVE À VELA EM UMA ÓRBITA ELÍPTICA EM TORNO DA TERRA ...</b>	<b>25</b>
5.1 Equações dinâmicas de Movimento.....	25
5.2 Nave apontando para a Terra em uma órbita elíptica em torno da Terra.....	28
5.3 Nave apontando para o Sol em uma órbita elíptica em torno da Terra.....	30
5.4 Controle de atitude de uma nave usando rodas de reação.....	31
5.5 Estabilização por rotação de uma nave à vela em uma órbita elíptica em torno da Terra	36
<b>6 DINÂMICA ORBITAL DAS VELAS SOLARES.....</b>	<b>39</b>
6.1 Introdução .....	39
6.2 Ângulos de cone e do relógio.....	40
6.3 Pressão de radiação solar .....	44
6.4 Equações orbitais em coordenadas retangulares .....	45
6.5 Equações orbitais em coordenadas esféricas.....	46
6.6 Equações variacionais da forma de Gauss (Elementos Orbitais Osculantes) .....	48
<b>7 EXEMPLOS DE PROJETO DE TRAJETÓRIA DE VELA SOLAR .....</b>	<b>50</b>
7.1 Missão <i>Solar Polar Imager</i> .....	50
7.2 Missão impactador de energia cinética à vela solar .....	51

<b>8 PROJETO DE CONTROLE VETORIAL DE EMPUXO DA VELA SOLAR</b>	<b>58</b>
8.1 Controle de atitude da realimentação quatérnion.....	58
8.2 Entradas de controle de trajetória ( $\alpha, \beta$ ).....	61
8.3 Entradas de controle de trajetória ( $\alpha, \delta$ ).....	63
8.4 Relação de $\beta$ e $\delta$ .....	64
<b>9 CONTROLE DE ATITUDE DE UMA VELA SOLAR EM UMA ÓRBITA SOL-SÍNCRONA USANDO RODAS DE REAÇÃO E TORQUES MAGNÉTICOS....</b>	<b>66</b>
<b>10 CONCLUSÃO.....</b>	<b>79</b>
<b>11 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>80</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Velas solares são refletores grandes e leves que são acrescentados em espaçonaves como propulsores. A espaçonave é impulsionada por fótons de luz solar que incidem na vela, aumentando a energia cinética. Uma vez que há muitos fótons de luz e constantemente eles atingem a vela, há uma pressão constante (força por unidade de área) exercida sobre a vela que produz uma aceleração constante da nave espacial. Embora as espaçonaves que utilizam velas tenham uma força de empuxo menor que a força de empuxo de um foguete, com o passar do tempo a velocidade torna-se maior.

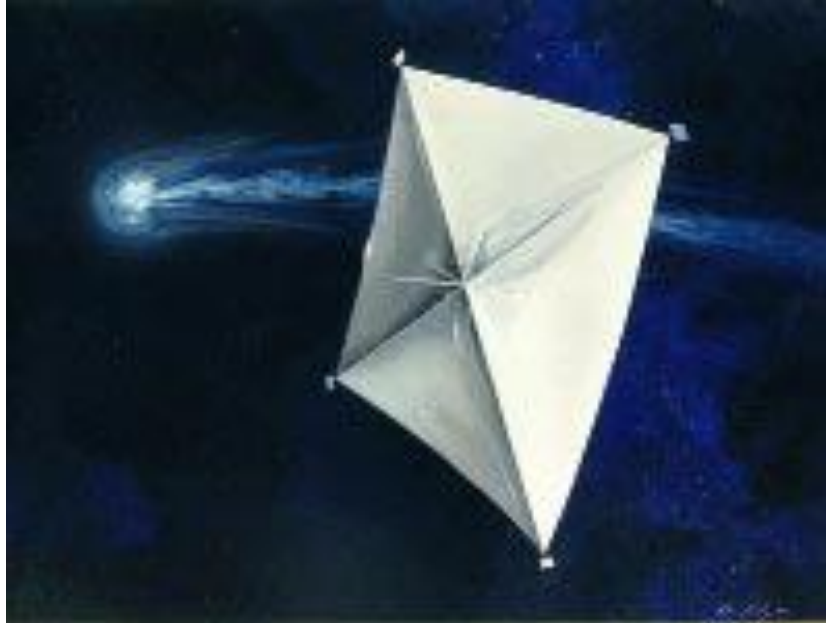
Uma missão de voo de encontro ao cometa Halley, empregando uma grande vela solar, como ilustra a Figura 1.1, foi proposta pelo Laboratório de Propulsão a Jato (JLP) em 1977 (WRIGHT, 1992). Embora não tenha se concretizado, a proposição introduziu o conceito de velas solares como meio de propulsão espacial sem utilização de propelentes, capaz de atingir grandes variações de inclinação orbital ( $>90^\circ$ ) para inverter a direção de voo orbital. Um detalhamento histórico, bem como discussões técnicas de várias missões à vela solar e as tecnologias associadas podem ser encontradas em Friedman (1988); McInnes (1999); Wright (1992).

O potencial de se obter propulsão espacial sem o uso de propelentes está estimulando os recentes desenvolvimentos de missões de voo à vela num futuro próximo e as tecnologias associadas (WEST e DERBES, 2000; COHEN et al., 2002; GARBE e MONTGOMERY, 2003; MURPHY et al., 2005; LICHODZIEJEWSKI et al., 2005).

A *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) e a *European Space Agency* (ESA) preveem missões baseadas em tecnologia de voo à vela solar que incluem missões de alta velocidade para os planetas exteriores, órbitas não-Keplerianas e missões precursoras interestelares de alta velocidade.

Aplicações desta tecnologia num futuro próximo incluem também missões científicas de alto desempenho para o interior do sistema solar. As missões num futuro próximo provavelmente precisarão de velas solares menores que 100m, dados os avanços recentes em filmes ultraleves para velas, mastros dobráveis leves e miniaturização de equipamentos espaciais.

Figura 1.1 - Uma vela solar de 800×800 m proposta pelo JPL em 1977 para uma missão ao encontro do cometa Halley, de passagem em 1986.



Fonte: Wright (1992).

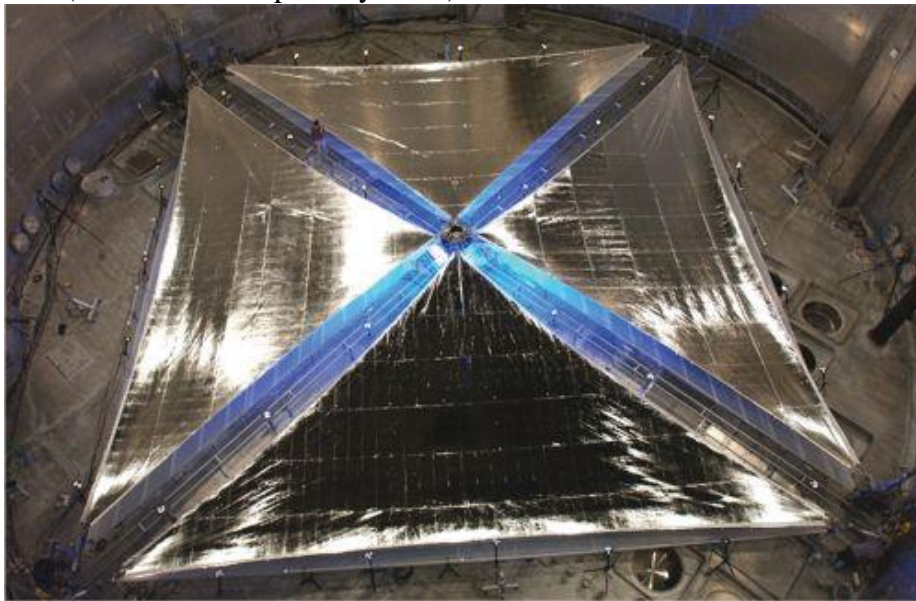
O programa *In-Space Propulsion* da NASA tem apostado na demonstração quantitativa da escalabilidade em sistemas de arquitetura de velas solares, com relação ao atendimento de requisitos de futuras missões, através de testes terrenos de sistemas de equipamentos básicos.

Em abril de 2005, a NASA e ATK Space Systems (antiga, AEC-ABLE Engineering) desdobraram com êxito uma vela solar de 20m, como mostra a Figura 1.2, na câmara de termovácuo de 30m da SPF (*Space Power Facility*), Plum Brook, Centro de Pesquisa Glenn da NASA.

Uma vela solar da L'Garde de 20m também foi desdobrada com sucesso, em julho de 2005, como pode ser visto na Figura 1.3.

A Sociedade Planetária (*Planetary Society*) tentou fazer um voo experimental do satélite Cosmos 1, em 21 de junho de 2005. No entanto, devido a uma falha no propulsor do foguete, o projeto vela solar Cosmos 1 não atingiu o objetivo da missão, que era demonstrar o primeiro voo controlado à vela solar de uma nave espacial propulsionada por fótons de luz solar.

Figura 1.2 - Vela solar de 20 m da ATK desdobrada com sucesso na câmara termovácuo de 30 m da SPF, Plum Brook, Centro de Pesquisa Glenn da NASA em 2005 (cortesia ATK Space Systems).



Fonte: Murphy et al. (2005).

Os avanços recentes em tecnologias de vela solar e conceitos de missão a serem realizados num futuro próximo foram apresentados em pelo menos três *International Symposium on Solar Sailing (ISSS)*. O primeiro (ISSS 2007) ocorreu em Herrsching, Alemanha, 27-29 junho de 2007 (<http://www.issss.spacesailing.net>).

## 1.1 Objetivo

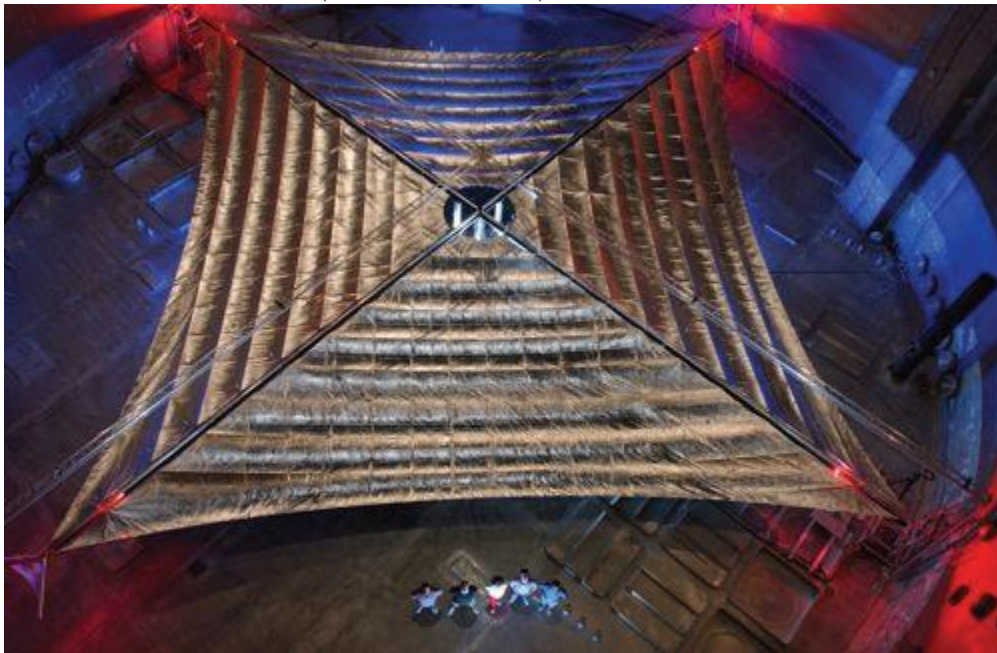
O objetivo deste trabalho é apresentar uma modelagem dinâmica e problemas de controle de naves espaciais propulsadas por velas solares, sem pretender esgotar o tema, além da análise e projeto de sistemas de controle de atitude de missões interplanetárias, propulsadas por velas solares.

## 1.2 Conteúdo do trabalho

O trabalho será dividido em 11 capítulos. O capítulo 1 apresenta uma introdução sobre o assunto e uma descrição sucinta dos objetivos do trabalho. No capítulo 2 são abordadas questões relacionadas com o controle de atitude de naves propulsadas por velas solares. O capítulo 3 apresenta os modelos de pressão de radiação solar. O capítulo 4 aborda a questão da estabilização através do giro de uma nave à vela. O capítulo 5 apresenta a nave à vela em uma órbita elíptica em torno da Terra. O capítulo 6 mostra a dinâmica orbital

das velas solares. O capítulo 7 demonstra exemplos de projeto de trajetória da vela solar. O capítulo 8 mostra o projeto de Controle Vetorial de Empuxo da vela solar. O capítulo 9 mostra o controle de atitude de uma vela solar em uma órbita Sol-síncrona usando rodas de reação e torques magnéticos. O capítulo 10 apresenta as conclusões do trabalho. E no capítulo 11 são apresentadas as referências bibliográficas.

Figura 1.3 - Vela solar de 20 m da L'Garde, desdobrada com sucesso na câmara de termovácuo de 30 m da SPF, Plum Brook, Centro de Pesquisa Glenn da NASA em 2005 (cortesia L'Garde).



Fonte: Lichodziejewski et al. (2005).

## 2 QUESTÕES RELACIONADAS AO CONTROLE DE ATITUDE PARA NAVES PROPULSADAS POR VELAS SOLARES

Seguindo a publicação de Garwin (1958), a estabilização da atitude de um veículo espacial por meio da pressão de radiação solar foi proposta pela primeira vez por Sohn (1959). Desde então, o conceito de usar a pressão de radiação solar para a estabilização da atitude, bem como manter o controle orbital de vários satélites tem sido extensivamente estudado por muitos pesquisadores (ACORD e NICKLAS, 1964; MODI e KUMAR, 1972; JOSHI e KUMAR, 1980; STUCK, 1980; ANGRILLI e BORTOLAMI, 1990).

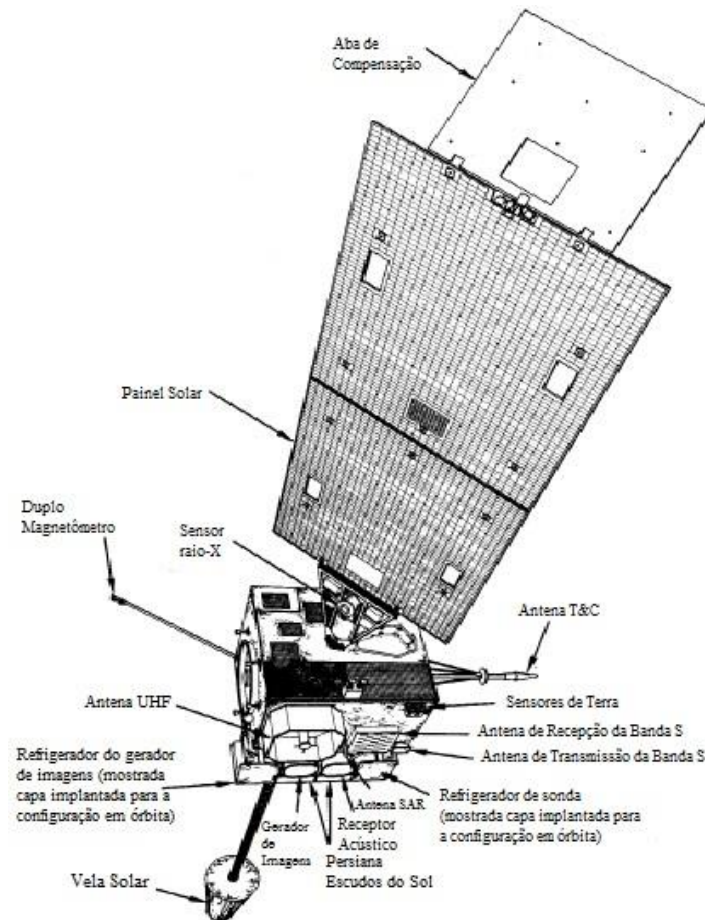
Na verdade, tal conceito de controle de atitude através da pressão de radiação solar foi realizado com sucesso em um determinado tipo de satélite geoestacionário, bem como em várias naves interplanetárias. Por exemplo, o grande torque de perturbação de radiação solar causado por uma configuração assimétrica de painéis solares dos satélites INSAT e GOES, com apenas uma asa de painéis solares no lado sul, é neutralizado por uma vela solar de formato cônico montada na ponta de um longo mastro no lado norte, conforme mostra a Figura 2.1.

Os sistemas de controle de rolamento/guinada de satélites de comunicação geoestacionários, tais como OTS, TELECOM 1 e INMARSAT 2 utilizaram o conceito de controle de atitude usando a pressão de radiação solar. A Figura 2.2 ilustra tal conceito. O corpo do satélite que aponta para a Terra não é mostrado, mas o sistema de coordenadas, fixo no corpo, é tal que o eixo de arfagem (*pitch*) é perpendicular ao plano orbital, o eixo de rolamento (*roll*) está ao longo da direção de voo e o eixo de guinada forma a tríade e aponta em direção à Terra. A orientação nominal de apontamento para o Sol das asas de painéis solares Norte e Sul é mostrada na Figura 2.2b. Um deslocamento antissimétrico das asas de painéis solares a partir da orientação nominal de apontamento para o Sol (isto é,  $\delta_N = -\delta_S$ ), como ilustra a Figura 2.2a, pode ser usado para girar o satélite em torno do eixo de guinada (torque “moinho de vento”). Se as asas Norte e Sul de painéis solares sofrerem outros deslocamentos angulares, podem ser gerados torques em torno dos três eixos, como mostra na Figura 2.2c. Abas adicionais montadas na periferia dos painéis solares aumentam substancialmente os torques de controle. Observe que essas abas produzem torque mesmo quando  $\delta_N = \delta_S = 0$ . O deslocamento máximo permitido de cada



painel é restringido pelo requisito de perda de energia elétrica aceitável (nominalmente 1%). Descrições detalhadas da técnica de controle de atitude baseada em pressão de radiação solar, comprovada em voo, podem ser encontradas em Azor (1992); Lievre (1985); Renner (1979); Sidi (1997).

Figura 2.1 - Vela solar de formato cônico montada na ponta de um longo mastro para contrapor distúrbios na atitude provocados por radiação solar incidindo em painéis solares assimétricos.



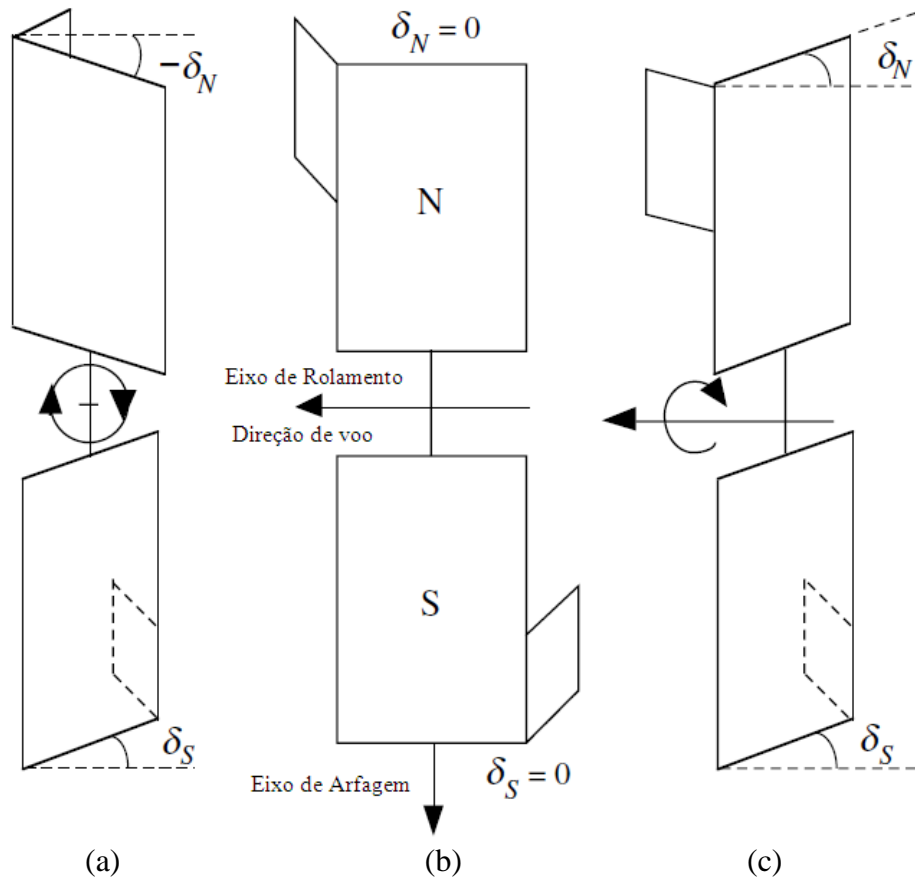
Fonte: cortesia GOES.

A técnica de torcer os painéis solares de forma antissimétrica para criar torque no eixo de rolamento também foi aplicada com sucesso na sonda Mariner 10, durante o voo para Mercúrio. Entretanto, o controle de atitude de rolamento foi realizado por comandos dos controladores da missão, uma vez que não havia controlador a bordo para essa tarefa.

Mesmo que a eficácia do controle de atitude baseado em pressão de radiação solar tenha sido demonstrada em voo, como discutido anteriormente nesta seção, a pressão de

radiação solar é muitas vezes considerada como um distúrbio externo para a maioria dos satélites. Por exemplo, o efeito da pressão de radiação solar sobre voo em formação de pequenos satélites foi investigado por Burns et al. (2000) e o problema da deriva de longo prazo na atitude de um satélite estabilizado por rotação causada por torques de perturbação de pressão de radiação solar foi analisado por Van der Ha e Lappas (2007). Os efeitos da pressão de radiação solar no controle de atitude e órbita de uma grande plataforma em órbita geostacionária foram estudados por Wie e Roithmayr (2005).

Figura 2.2 - Ilustração do conceito de controle de atitude por pressão de radiação solar, realizado com sucesso em satélites de comunicação geostacionários, tais como OTS, TELECOM 1 e INMARSAT 2.



Fonte: Adaptado de Wie (2008).

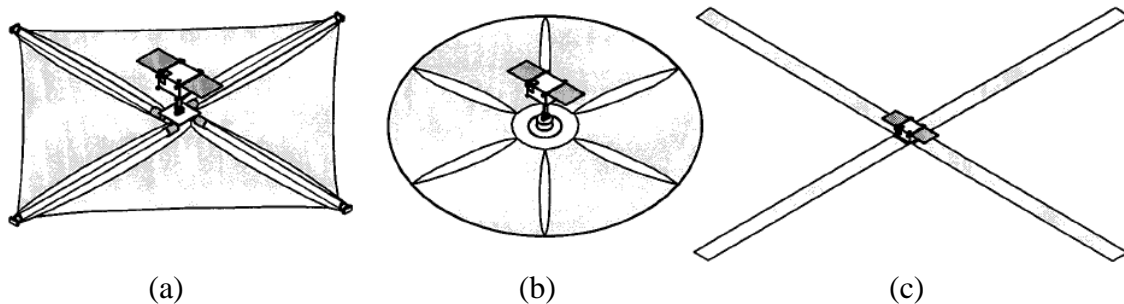
Durante as últimas décadas, tem sido desenvolvida uma variedade de técnicas avançadas de modelagem dinâmica e controle satélites. As descrições detalhadas de tais tecnologias avançadas associadas com a dinâmica de espaçonaves e problemas de controle podem ser encontradas em Bryson (1994); Kaplan (1976); Sidi (1997); Wie (1998).

Entretanto, existem várias questões práticas para serem resolvidas na aplicação destas técnicas avançadas de controle de atitude ativo em três eixos para naves à vela, no curto prazo e para naves à vela avançadas no longo prazo.

Todos os projetos de controle práticos de naves espaciais são muitas vezes sujeitos aos limites físicos de atuadores, sensores, rigidez estrutural das naves espaciais e outras restrições de missão. Em particular, quando devem ser empregados mastros e/ou velas de controle (ao invés de propulsores, rodas de reação, e bobinas magnéticas convencionais) como atuadores principais para controle de atitude ativo em três eixos de naves com velas movidas a energia solar, existe uma variedade de questões práticas a serem resolvidas. Portanto, a tecnologia a ser usada no controle de atitude e de voo para embarcações à vela solar precisa avançar rapidamente para que possa ser realizado, num futuro próximo, um voo experimental à vela para validar a estabilidade da atitude da vela e o desempenho do impulso vetorial.

A Figura 2.3 apresenta três tipos básicos de velas solares para aplicações no curto prazo. Cada configuração tem vantagens e desvantagens em termos de autoridade de controle, controlabilidade, empacotamento, desdobramento e outras questões a nível do sistema (ou seja, massa, custo, etc.). Selecionar uma configuração de vela particular para uma missão específica é um problema complexo, que exige exame detalhado em nível de sistema. Esse trabalho é focado na configuração quadrada, por ser a mais provável de ser escolhida para várias missões no futuro próximo.

Figura 2.3 - Três tipos básicos de velas solares (Cortesia JPL): (a) quadrada; (b) disco giratório e (c) Heliogiro.



Fonte: Price et al. (2001).

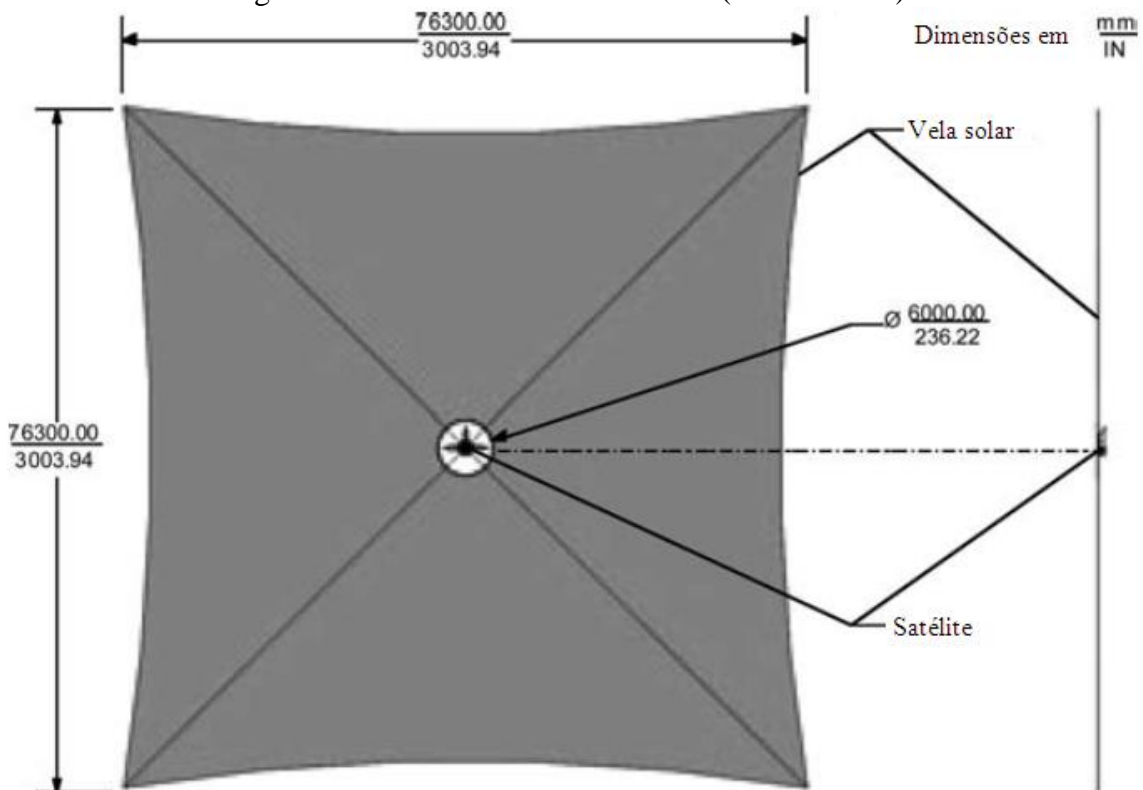
Como discutido em Sohn (1959); Acord e Nicklas (1964), uma nave interplanetária é geralmente dita ser *estaticamente estável* se o centro de massa, CM, está entre o Sol e o centro de pressão, CP. Embora qualquer ponto ao longo da direção da resultante da força de pressão de radiação solar possa ser considerado como o centro de pressão, a localização ao longo de um eixo do sistema de referência do satélite, no qual a resultante da força atua é geralmente definido como o centro de pressão. Se uma nave à vela, estaticamente estável, sob perturbação, desalinha-se da orientação neutra de apontamento solar, um torque restaurador (estabilizante) é gerado. O comportamento dinâmico de tal nave à vela, estaticamente estável, é análogo àquele de um satélite estabilizado por gradiente de gravidade. Ou seja, se perturbada, a embarcação à vela oscilará indefinidamente. Se o centro de pressão encontra-se entre o Sol e o centro de massa, um torque desestabilizador é gerado sempre que a embarcação à vela gira para fora da orientação nula ou de equilíbrio.

A Figura 2.4 mostra uma nave com uma vela quadrada de  $76 \times 76$  m, estabilizada por rotação, proposta para o *New Millennium Program Tecnologia Espacial 5* (NMP ST5) Geostorm, missão de alarme para monitorar a atividade solar em tempo real (WEST, 2000). O satélite ocuparia a posição do ponto  $L_1$  do sistema Sol-Terra em direção ao Sol e aumentaria o intervalo de tempo de alerta para tempestades geomagnéticas em comparação com um ponto de vista mais próximo da Terra. A equipe de estudo da vela Geostorm adotou os seguintes momentos de inércia para a nave: 44.000, 22.000 e 24.000  $\text{kgm}^2$ , uma incerteza do deslocamento do cm/cp de aproximadamente 1 m e uma taxa de rotação de  $0,45^\circ/\text{s}$  para manter o vetor momento angular dentro de  $1^\circ$  de apontamento solar. Propulsores são utilizados para o controle de precessão/nutação, assim como da velocidade de rotação da nave.

Uma nave a vela de  $76 \times 76$  m também foi considerada para a missão *Team Encounter* (COHEN et al., 2002), planejada para ser lançada como uma carga secundária num voo do Ariane 5. Considerou-se para esta nave uma combinação de técnicas de controle de atitude passiva e ativa. A nave à vela *Team Encounter*, com uma massa total de 18 kg, tem o requisito de escapar do sistema solar dentro de três a cinco anos. O apontamento solar tem estabilização passiva. Há o requisito de manter o ângulo de arfagem constante

em 25° com relação ao Sol durante os primeiros 300 dias após a separação de uma sonda portadora. O ângulo de 25° é mantido através de um deslocamento intencional do c.m./c.p. realizado com ajuda de uma carga útil de 3 kg amarrada por um fio elétrico. O movimento de rotação em torno do vetor do Sol é ativamente controlado. Uma câmera estelar a bordo mede a orientação da nave à vela em relação a um campo de estrelas fixo, e as superfícies de controle fornecem o controle de torque necessário para neutralizar um torque perturbação “moinho de vento” de 0,1 mNm. Após 300 dias, um temporizador de bordo vai alimentar o fio para liberar a carga útil contida por um fio de suspensão. Conseqüentemente, o centro de massa mover-se-á para o centro da nave, a qual será passivamente estabilizada por um ângulo de arfagem de equilíbrio igual a zero. Resultados preliminares detalhados do projeto da nave *Team Encounter* podem ser encontrados em Cohen et al. (2002).

Figura 2.4 - Vela solar ST5 Geostorm (Cortesia JPL).

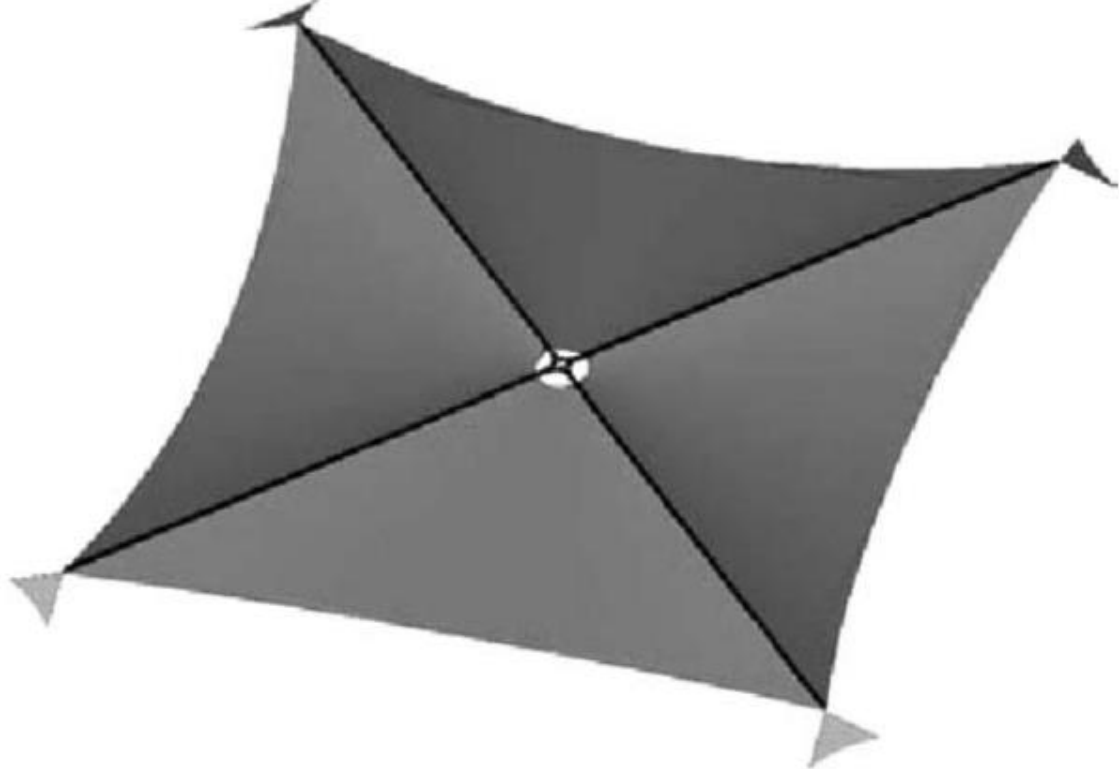


Fonte: Adaptado de West (2000).

A vela solar ST5 Geostorm bem como a vela solar *Team Encounter* foram projetadas por L'Garde. A Figura 2.5 mostra a vela quadrada com quatro superfícies de controle triangulares projetadas por L'Garde. Apesar de técnicas passivas ou por estabilização por

rotação serem bem econômicas para certas missões, para a maioria das naves à vela é necessário um controle de atitude ativo em três eixos, pois requerem manobras contínuas de direcionamento do vetor de empuxo.

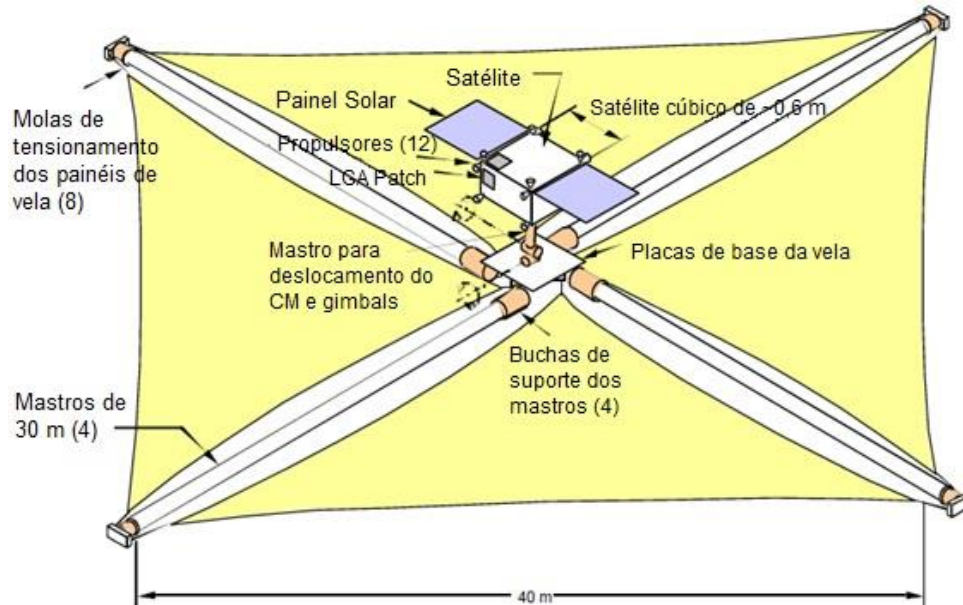
Figura 2.5 - Vela solar quadrada equipada com superfícies de controle montadas na ponta por L'Garde.



Fonte: Lichodziejewski et al. (2005).

Um método de controlar ativamente a atitude de uma nave à vela estabilizada em três eixos é empregar pequenas superfícies refletoras de controle montadas nas pontas das longarinas, como mostra as Figuras 1.1 e 2.5. Outro método consiste em alterar a localização do CM em relação à localização do CP, CM/CP. Isto pode ser conseguido por meio da articulação de um mastro de controle com uma carga útil/satélite montados na ponta. Tal conceito de articular um mastro de controle com dois eixos cardans foi investigado para uma embarcação de vela quadrada de 40×40 m (Figura 2.6), e uma vez foi proposto por Price et al. (2001) para o experimento de validação de voo à vela denominado *New Millennium Program Tecnologia Espacial 7 (ST7)*.

Figura 2.6 - Nave à vela de 40×40 m, 160 kg (fora de escala), proposto pelo JPL e AEC-ABLE Engineering para o experimento de voo à vela NMP ST7.



Fonte: Adaptado de Price et al. (2001).

Da mesma forma que o problema inerente às diversas configurações de vela, diferentes métodos de controle de atitude também têm vantagens e desvantagens em termos de autoridade de controle, controlabilidade e outras questões controversas a nível de sistema.

Embora a ideia básica por trás de todos estes métodos CM/CP pareça simples, existem problemas de hardware desafiadores a serem resolvidos. Algumas questões técnicas inerentes ao desenvolvimento de um subsistema de controle de atitude de uma nave à vela quadrada são brevemente discutidas a seguir.

Também pode ser possível controlar a atitude e estabilizar uma nave a vela através do uso de um subsistema de controle de atitude típico, que em geral é uma parte necessária do satélite. No entanto, pequenas rodas de reação e/ou um subsistema de propulsão com uma quantidade limitada de propelente a ser utilizada para um satélite típico de 100 kg pode ser ineficiente ou ineficaz para uma nave com a vela totalmente desdobrada devido aos grandes momentos de inércia, ao grande torque de perturbação da pressão de radiação solar e às viagens à vela prolongadas. Por exemplo, uma nave a vela de 40×40 m, de 160 kg com uma força de pressão de radiação solar nominal de 0,01 N e um deslocamento CM/CP de  $\pm 0,1$  m tem um torque de perturbação devido à pressão de radiação solar de  $\pm 0,001$  Nm, o que é cerca de 100 vezes maior que o torque de perturbação típico de

satélites geoestacionários de comunicações. Um sistema de controle de atitude em três eixos convencional requererá grandes rodas de reação e também uma quantidade proibitivamente grande de propelente para contrabalançar tal torque de perturbação que está atuando em uma nave a vela.

Portanto, é necessária a utilização de controle de mastro por cardan, superfícies de controle, translação/rotação do painel de vela, controle de translação de massa, ou possivelmente modulação de refletividade, para o controle de atitude em três eixos de nave a vela. Além desses atuadores de controle, que não utilizam propelentes, a informação da atitude em três eixos é crucial para o controle de atitude ativo em três eixos e para o apontamento/direcionamento do vetor de empuxo. Supõe-se que as informações da atitude inercial são disponíveis a partir de um subsistema de determinação de atitude, que consiste em sensores solares, câmeras estelares e giros.

Um dos parâmetros críticos é o ângulo entre a normal à superfície da vela e a direção do Sol, muitas vezes designado por  $\alpha$ . Os efeitos significativos sobre o desempenho global, estabilidade e controle de uma nave a vela são semelhantes aos efeitos do ângulo de ataque  $\alpha$  de aeronaves sobre o desempenho, estabilidade e controle da aeronave. Tal qual ao conhecido problema de controle com alto  $\alpha$  das aeronaves de alto desempenho, uma nave a vela de alto desempenho também pode ter um problema de controle de alto  $\alpha$ , devido ao requisito de apontamento do vetor de empuxo de tipicamente  $\alpha \approx 35^\circ$ .

O princípio básico por trás de várias superfícies de controle aerodinâmicas, tais como ailerons, elevador, leme, flaps, abas dos compensadores e *spoilers*, devem ser explorados no desenvolvimento de um subsistema de controle de voo e atitude de vela. Além disso, no projeto de um subsistema de controle de atitude para naves a vela, devem ser levadas em conta as incertezas na modelagem da pressão de radiação solar devido às imperfeições na planicidade de velas.



### 3 MODELOS DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR

Neste capítulo são descritos os modelos de pressão de radiação solar com a finalidade de análise e projeto de controle de atitude de espaçonaves à vela. Estes modelos não incluem os efeitos de rugas e vínculos do filme da vela, deformação térmica e vibração estrutural. Ao longo deste capítulo as velas solares são consideradas rígidas (embora sejam, de fato, grandes estruturas membranosas flexíveis), uma vez que o controle da atitude e o direcionamento do vetor de empuxo devem ser executados muito lentamente para não excitar os modos estruturais de vibração.

As forças de pressão de radiação solar (PRS) são causadas por fótons que colidem com uma superfície no espaço. Se uma fração  $\rho_a$  dos fótons que colidem é absorvida, uma fração  $\rho_s$  é refletida especularmente e uma fração  $\rho_d$  é refletida difusamente por uma superfície, então, tem-se

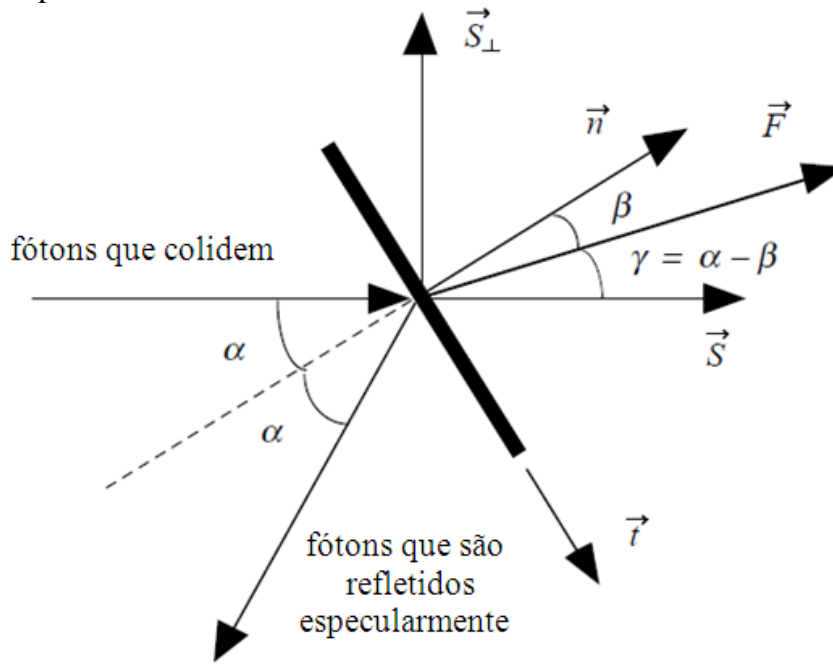
$$\rho_a + \rho_s + \rho_d = 1. \quad (3.1)$$

A força de pressão de radiação solar atuando sobre tal superfície plana, Lambertiana, localizada a 1 Unidade Astronômica (UA) do Sol é dada por (WIE, 2008)

$$\begin{aligned} \vec{F} &= PA \left[ \rho_a (\vec{S} \cdot \vec{n}) \vec{S} + 2\rho_s (\vec{S} \cdot \vec{n})^2 \vec{n} + \rho_d (\vec{S} \cdot \vec{n}) \left( \vec{S} + \frac{2}{3} \vec{n} \right) \right] \\ &= PA (\vec{S} \cdot \vec{n}) \left\{ (\rho_a + \rho_d) \vec{S} + \left[ 2\rho_s (\vec{S} \cdot \vec{n}) + \frac{2}{3} \rho_d \right] \vec{n} \right\} \\ &= PA (\vec{S} \cdot \vec{n}) \left\{ (1 - \rho_s) \vec{S} + \left[ 2\rho_s (\vec{S} \cdot \vec{n}) + \frac{2}{3} \rho_d \right] \vec{n} \right\}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

em que  $P = 4,563 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$  é a constante de pressão de radiação solar nominal a 1 UA do Sol,  $A$  é a área da superfície,  $\vec{n}$  é o vetor unitário normal à superfície e  $\vec{S}$  é o vetor unitário que aponta do Sol para a superfície, como mostra a Figura 3.1. A pressão de radiação solar varia inversamente com o quadrado da distância do Sol.

Figura 3.1 - Modelo de força de pressão de radiação solar de uma superfície plana imperfeita.



Fonte: Adaptado de Wie (2008)

O vetor unitário que aponta do Sol para a superfície pode ser decomposto num vetor normal à superfície e outro tangencial, ou seja,

$$\vec{S} = \cos \alpha \vec{n} + \sin \alpha \vec{t}, \quad (3.3)$$

em que  $\alpha$  é o *ângulo solar*, entre a normal à superfície e direção do Sol e  $\vec{t}$  é o vetor unitário transversal, como mostra a Figura 3.1.

A força de pressão de radiação solar também pode ser expressa por

$$\vec{F} = F_n \vec{n} + F_t \vec{t}, \quad (3.4)$$

em que

$$F_n = PA \left\{ (1 + \rho_s) \cos^2 \alpha + \frac{2}{3} \rho_d \cos \alpha \right\},$$

$$F_t = PA(1 - \rho_s) \cos \alpha \sin \alpha.$$

Para um caso com  $\rho_d \approx 0$ , também é possível expressar a força PRS como

$$\begin{aligned}
\vec{F} &= PA \cos \alpha \{(1 - \rho_s)\vec{S} + 2\rho_s \cos \alpha \vec{n}\} \\
&= PA \cos \alpha \{(1 - \rho_s)\vec{S} + 2\rho_s \cos \alpha (\cos \alpha \vec{S} + \sin \alpha \vec{S}_\perp)\} \\
&= PA \cos \alpha \{(1 - \rho_s + 2\rho_s \cos^2 \alpha)\vec{S} + 2\rho_s \cos \alpha \sin \alpha \vec{S}_\perp\} \\
&= PA \cos \alpha \{(1 + \rho_s \cos 2\alpha)\vec{S} + \rho_s \sin 2\alpha \vec{S}_\perp\} \\
&= F_s \vec{S} + F_\perp \vec{S}_\perp,
\end{aligned} \tag{3.5}$$

em que  $\vec{S}_\perp$  é um vetor unitário perpendicular a  $\vec{S}$  e está no mesmo plano que  $\vec{S}$  e  $\vec{n}$ .

Para velas em órbitas centradas no Sol, os componentes ao longo da linha do Sol e perpendicular à linha de Sol são denominados de "arrasto" e "sustentação", respectivamente. O componente transversal  $F_\perp$  fornece um controle efetivo de empuxo para manobra orbital de naves à vela em órbitas centradas no Sol. Por exemplo, o ângulo solar que maximiza o componente transversal pode ser encontrado por

$$\frac{d}{d\alpha} F_\perp = 0 \Rightarrow \frac{d}{d\alpha} \cos^2 \alpha \sin \alpha = 0, \tag{3.6}$$

que fornece  $\alpha = \tan^{-1}(1/\sqrt{2}) = 35,26^\circ$ . Este ângulo solar ótimo de  $35,26^\circ$ , que maximiza o componente transversal é frequentemente escolhido como a orientação de arfagem desejada para uma nave à vela interplanetária numa órbita centrada no Sol.

Os componentes normal e transversal da força PRS agindo sobre uma superfície plana de vela, considerando propriedades óticas e térmicas da vela mais detalhadamente, são também descritos por (WRIGHT, 1992; McINNES, 1999)

$$\frac{F_n}{PA} = (1 + rs)\cos^2 \alpha + B_f r(1 - s) \cos \alpha + \frac{e_f B_f - e_b B_b}{e_f + e_b} (1 - r) \cos \alpha, \tag{3.7}$$

$$\frac{F_t}{PA} = (1 - rs) \cos \alpha \sin \alpha, \tag{3.8}$$

$$F = \sqrt{F_n^2 + F_t^2}, \tag{3.9}$$

$$\tan \beta = \frac{F_t}{F_n}, \quad (3.10)$$

em que  $B_f$ ,  $B_b$  são coeficientes não-Lambertianos para as superfícies frontal e traseira, respectivamente;  $e_f$ ,  $e_b$  são coeficientes de emissão para as superfícies frontal e traseira, respectivamente;  $r$  é a refletividade da superfície frontal;  $s$  é o coeficiente de reflexão especular e  $\beta$  é o ângulo do vetor força PRS em relação à normal a superfície.

Para uma nave à vela quadrada semelhante à ilustrada na Figura 1.1, que tem as seguintes propriedades ópticas (WRIGHT, 1992)

$$B_f = 0.79; \quad B_b = 0.55$$

$$e_f = 0.05; \quad e_b = 0.55$$

$$r = 0.88; \quad s = 0.94,$$

os componentes normal e transversal da resultante da força PRS são

$$\begin{aligned} \frac{F_n}{PA} &= 1,8272 \cos^2 \alpha + 0,0417 \cos \alpha - 0,0526 \cos \alpha \\ &= 1,8272 \cos^2 \alpha + 0,0109 \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.11a)$$

$$\frac{F_t}{PA} = 0.1728 \cos \alpha \sin \alpha. \quad (3.11b)$$

Na prática, a distribuição da pressão não é uniforme em toda a superfície de uma vela devido à curvatura (inchaço). É necessária uma integração numérica das equações  $F_n$  e  $F_t$  em toda a superfície curva da vela para determinar a distribuição da pressão resultante. Isto requer um processo iterativo, pois a distribuição da pressão é uma função da forma da vela, e, vice-versa, a forma é uma função da distribuição de pressão. Para uma nave à vela mostrada na Figura 1.1, tal processo iterativo foi usado pelo JPL para encontrar um modelo parametrizado da seguinte forma (WRIGHT, 1992)

$$F = \eta PA(0,349 + 0,662 \cos 2\gamma - 0,011 \cos 4\gamma), \quad (3.12)$$

em que  $\eta = 1,816$  e  $\gamma = \alpha - \beta$ .

A força PRS agindo sobre uma superfície de vela com uma área  $A$  é também muitas vezes aproximada por

$$F \approx \eta P A \cos^2 \alpha, \quad (3.13)$$

em que  $\eta$  é denominado de coeficiente de empuxo total da vela, normalmente em torno de 1,8 para uma espaçonave à vela real, com rugas e inchaço de velas, com um valor máximo ideal de  $\eta_{\max} = 2$ .

## 4 ESTABILIZAÇÃO ATRAVÉS DO GIRO DE UMA NAVE PROPULSADA À VELA

Uma solução simples para o problema da manutenção de uma orientação desejada de uma espaçonave à vela na presença de um deslocamento CM/CP, ou seja, no caso do CM não coincidir com o CP, é girar a nave. Um desalinhamento do vetor empuxo com o centro de massa fará com que o satélite tombe na ausência de movimento giratório ou de controle ativo em três eixos. No entanto, a nave girando possui rigidez giroscópica às perturbações externas, e o movimento, sob a influência das perturbações externas, é caracterizado pela precessão e nutação do eixo de giro. A orientação de uma espaçonave à vela giratória pode ser alterada, por precessão da nave usando propulsores. Inclinando e/ou transladando os painéis de vela também pode fornecer um controle de torque de precessão eficaz para uma espaçonave à vela giratória com um grande momento angular.

Por exemplo, uma abordagem de estabilização por giro foi escolhida para uma vela quadrada de  $76 \times 76$  m do NMP ST5 Geostorm missão de aviso (WEST; DERBES, 2000). Para essa grande espaçonave, com momentos de inércia (44.000; 22.000; 24.000)  $\text{kgm}^2$ , foi considerado pela equipe de estudo da vela Geostorm um deslocamento CM/CP incerto de aproximadamente 1m e foi, então, escolhido uma velocidade de rotação de  $0,45^\circ/\text{s}$  para manter o vetor momento angular dentro de  $1^\circ$  da linha do Sol.

Neste capítulo aplica-se uma abordagem analítica frequentemente utilizada na análise dinâmica de um corpo em rotação com desalinhamento do vetor de empuxo, para uma vela solar giratória com um deslocamento CM/CP.

### 4.1 Espaçonave propulsada à Vela Girando com deslocamento CM/CP

Considere uma espaçonave à vela possuindo um referencial  $B$  fixo no corpo com vetores de base  $\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$ , com origem no centro de massa. O referencial  $B$  coincide com os eixos principais. Considera-se que o primeiro eixo é o eixo de rolamento (*roll*) perpendicular à superfície da vela e o segundo e terceiro eixos são os eixos de arfagem/guinada (transversais). Na posição nominal, o vetor força de pressão solar está alinhado com  $\vec{b}_1$ , passando pelo centro de pressão da nave.

As equações de Euler do movimento de rotação de uma nave rígida são dadas simplesmente por

$$J_1 \dot{\omega}_1 - (J_2 - J_3) \omega_2 \omega_3 = T_1, \quad (4.1a)$$

$$J_1 \dot{\omega}_2 - (J_3 - J_1) \omega_3 \omega_1 = T_2, \quad (4.1b)$$

$$J_1 \dot{\omega}_3 - (J_1 - J_2) \omega_1 \omega_2 = T_3, \quad (4.1c)$$

em que  $\omega_i \equiv \vec{b}_i \cdot \vec{\omega}$  são os componentes da velocidade angular da espaçonave à vela nos eixos do corpo e  $T_i$  são os componentes do vetor torque externo ao longo dos eixos do corpo.

Para uma vela quadrada (ou circularmente simétrica) com  $J_2 = J_3 = J$ , as equações de rotação do movimento tornam-se

$$J_1 \dot{\omega}_1 = 0, \quad (4.2a)$$

$$J \dot{\omega}_2 - (J - J_1) \omega_3 \omega_1 = T_2, \quad (4.2b)$$

$$J \dot{\omega}_3 - (J_1 - J) \omega_1 \omega_2 = T_3, \quad (4.2c)$$

em que  $T_2$  e  $T_3$  são os componentes do vetor torque devido a PRS causados por um deslocamento CM/CP. O torque “moinho de vento” em torno do eixo de rolamento (*roll*) é ignorado aqui, isto é, presume-se que  $T_1 \approx 0$ .

De (4.2a), tem-se

$$\omega_1 = \text{constante} = \Omega, \quad (4.3)$$

em que a constante  $\Omega$  é chamada de velocidade de rotação da nave em torno eixo de rolamento  $\vec{b}_1$ . Para simplificar, supõe-se que os eixos transversais de arfagem/guinada são escolhidos de tal modo que  $T_2 = 0$  e  $T_3 = \epsilon F$ , em que  $\epsilon$  é uma distância de deslocamento CM/CP e  $F$  é a força de pressão de radiação solar. Considera-se ainda que a força de pressão solar é quase constante, independentemente do movimento cônico do

eixo de rolamento, embora seja uma função da orientação do eixo de giro em relação ao Sol.

Então (4.2b) e (4.2c) tornam-se

$$\dot{\omega}_2 = -\lambda\omega_3, \quad (4.4a)$$

$$\dot{\omega}_3 = \lambda\omega_2 + a, \quad (4.4b)$$

em que  $\lambda = \Omega(J_1 - J)/J$  e  $a \equiv \epsilon F/J$  denota a perturbação da aceleração resultante de um deslocamento CM/CP. Observe que  $a$  é considerada como sendo uma constante.

Para descrever o movimento de rotação do satélite giratório como visto de um referencial inercial, considera-se a seguinte sequência rotacional: rolamento  $\leftarrow$  arfagem  $\leftarrow$  guinada:  $C_1(\theta_1) \leftarrow C_2(\theta_2) \leftarrow C_3(\theta_3)$ . Para esta sequência rotacional, têm-se as seguintes equações diferenciais cinemáticas

$$\dot{\theta}_1 = \omega_1 + (\omega_2 \sin \theta_1 + \omega_3 \cos \theta_1) \tan \theta_2, \quad (4.5a)$$

$$\dot{\theta}_2 = \omega_2 \cos \theta_1 - \omega_3 \sin \theta_1, \quad (4.5b)$$

$$\dot{\theta}_3 = \frac{\omega_2 \sin \theta_1 + \omega_3 \cos \theta_1}{\cos \theta_2}. \quad (4.5c)$$

Para  $\theta_2$  pequeno, (4.5) tornam-se

$$\dot{\theta}_1 = \omega_1 + \dot{\theta}_3 \theta_2, \quad (4.6a)$$

$$\dot{\theta}_2 = \omega_2 \cos \theta_1 - \omega_3 \sin \theta_1, \quad (4.6b)$$

$$\dot{\theta}_3 = \omega_2 \sin \theta_1 + \omega_3 \cos \theta_1. \quad (4.6c)$$

Considerando  $\theta_2 \dot{\theta}_3 \ll \omega_1$ , é possível aproximar  $\theta_1$  por

$$\dot{\theta}_1 \approx \omega_1 = \Omega = \text{constante} \quad (4.7)$$

e  $\theta_1 \approx \Omega t$ .



Finalmente, obtém-se um conjunto de equações linearizadas do movimento como sendo

$$\dot{\omega}_2 = -\lambda\omega_3, \quad (4.8a)$$

$$\dot{\omega}_3 = \lambda\omega_2 + a, \quad (4.8b)$$

$$\dot{\theta}_2 = \omega_2 \cos \Omega t - \omega_3 \sin \Omega t, \quad (4.8c)$$

$$\dot{\theta}_3 = \omega_2 \sin \Omega t + \omega_3 \cos \Omega t. \quad (4.8d)$$

As soluções de (4.8a) e (4.8b) para uma perturbação de aceleração constante  $a$  é dada por

$$\omega_2(t) = \omega_2(0) \sin \lambda t - \omega_3(0) \cos \lambda t - \frac{a}{\lambda} (1 - \cos \lambda t),$$

$$\omega_3(t) = -\omega_2(0) \cos \lambda t - \omega_3(0) \sin \lambda t + \frac{a}{\lambda} \sin \lambda t.$$

Para o caso de  $\omega_2(0) = \omega_3(0) = 0$ , (4.8c) e (4.8d) tornam-se

$$\dot{\theta}_2 = \frac{a}{\lambda} \left\{ \cos \frac{J_1}{J} \Omega t - \cos \Omega t \right\}, \quad (4.9a)$$

$$\dot{\theta}_3 = \frac{a}{\lambda} \left\{ \sin \frac{J_1}{J} \Omega t - \sin \Omega t \right\}. \quad (4.9b)$$

Integrando (4.9) em função do tempo para as condições iniciais  $\theta_2(0) = \theta_3(0) = 0$ , obtém-se

$$\theta_2 = A_p \sin \omega_p t - A_n \sin \omega_n t, \quad (4.10a)$$

$$\theta_3 = A_p (1 - \cos \omega_p t) - A_n (1 - \cos \omega_n t), \quad (4.10b)$$

em que

$$A_p \equiv \frac{a}{\lambda\Omega} \frac{J}{J_1} \equiv \text{amplitude de precessão},$$

$$A_n \equiv \frac{a}{\lambda\Omega} \equiv \text{amplitude de nutação},$$

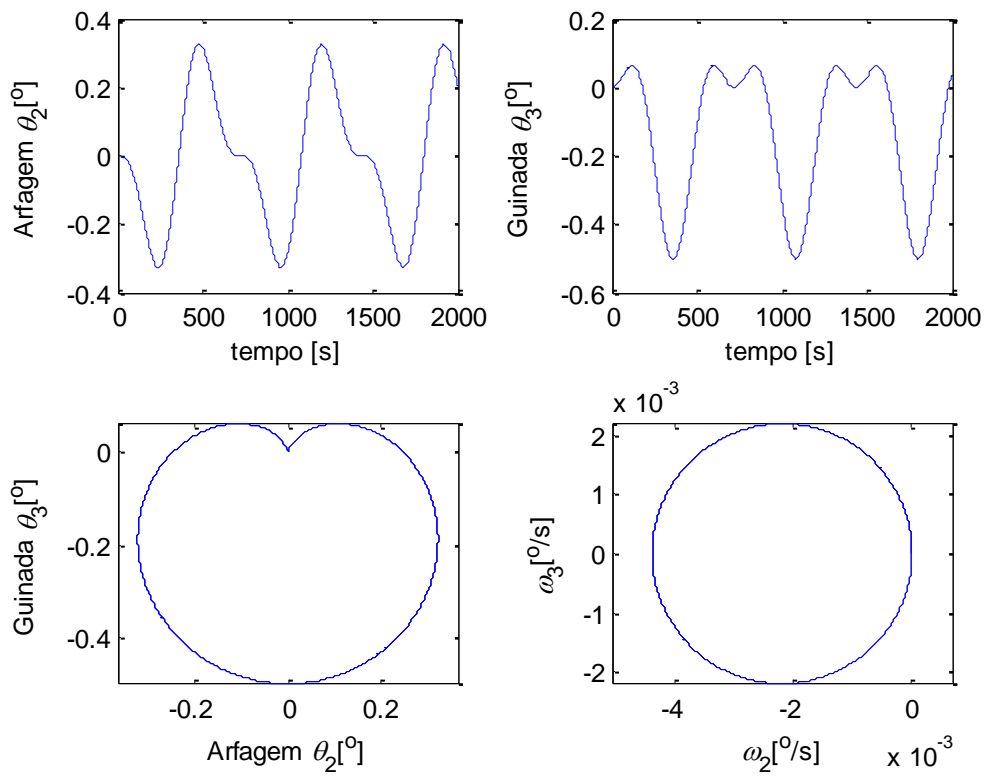
$$\omega_p \equiv \frac{J_1}{J} \Omega \equiv \text{frequência de precessão},$$

$\omega_n \equiv \Omega \equiv$  frequência de nutação.

Estas equações podem ser usadas para análise dinâmica preliminar e/ou compensações para a concepção de um giro estabilizado de vela solar.

A seguir são apresentados alguns resultados de simulação usando o software MATLAB<sup>®</sup>. O objetivo é verificar a estabilidade rotacional de uma nave a vela, como àquela mostrada na Figura 2.6, contendo uma vela 40×40 m, supondo-se que há um deslocamento do CM em relação ao CP estimado em  $\pm 0,1$  m ( $\epsilon = 0,1$  m) e uma força de pressão de radiação solar de  $F = 0,01$  N. Considera-se que a velocidade de rotação da nave em torno do eixo de rolamento seja  $\Omega = 0,5^\circ/\text{s}$  e que a nave tem os seguintes momentos de inércia:  $(J_1, J_2, J_3) = (6.000, 3.000, 3.000)$  kgm<sup>2</sup>. Portanto,  $\lambda = \Omega(J_1 - J)/J = 0,5^\circ/\text{s}$  e  $a = \epsilon F/J = 3,3 \times 10^{-7}$  rd/s<sup>2</sup>. Para esses parâmetros, obtém-se as amplitudes precessão e nutação como sendo  $A_p = 0,12^\circ$  e  $A_n = 0,25^\circ$ . Portanto, pode concluir-se que uma velocidade de rotação baixa de 0,1-0,5°/s pode manter o erro de apontamento do vetor empuxo dentro de  $\pm 1^\circ$  para esta nave propulsada à vela solar, contendo um deslocamento de 0,1 m entre o CM e o CP e uma força de pressão solar de 0,01 N. O resultados das simulações são apresentados na Figura 4.1. O gráfico de  $\theta_3 \times \theta_2$  mostra a trajetória da ponta do eixo de rolamento no espaço. Se tal abordagem de estabilização por rotação for efetivamente utilizada em missões propulsadas à velas solares num futuro próximo, será necessária uma modelagem mais precisa para validar o modelo simplificado usado aqui.

Figura 4.1 - Resultados de simulação para um deslocamento de 0,1 m entre o CM e o CP.



Fonte: Adaptado de Wie (2008)

## 5 NAVE À VELA EM UMA ÓRBITA ELÍPTICA EM TORNO DA TERRA

Embora o fato de que a maioria das futuras velas solares estará voando em órbitas em torno Sol, uma variedade de missões de aplicação de vela solar em órbitas em torno da Terra também estão sendo estudadas pela NASA e ESA. Este capítulo fornece uma breve formulação de dinâmica de atitude de vela solar em uma órbita elíptica em torno da Terra para fins de análise e projeto de controle de atitude. Várias orientações de uma nave à vela numa órbita em torno da Terra encontram-se ilustradas na Figura 5.1.

### 5.1 Equações dinâmicas de Movimento

Considere uma nave à vela em uma órbita elíptica em torno da Terra. O referencial vertical local e horizontal local (VLHL),  $A$ , com origem no centro de massa da nave em órbita tem um conjunto de vetores unitários  $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$  com  $\vec{a}_3$  apontando verticalmente em direção à Terra,  $\vec{a}_1$  ao longo da direção (transversal) horizontal local, e  $\vec{a}_2$  perpendicular ao plano da órbita.

A velocidade angular do referencial VLHL,  $A$ , em relação ao referencial *Earth-centered-inertial* (ECI) é dada por

$$\vec{\omega}^{A/E} = -\dot{\theta}\vec{a}_2, \quad (5.1)$$

onde  $\dot{\theta}$  é a velocidade orbital e  $\theta$  é a anomalia verdadeira (posição angular do satélite), medida a partir do perigeu. A velocidade angular do referencial  $B$ , fixo no corpo, com vetores de base  $\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$  é então dada por

$$\vec{\omega}^{B/E} = \vec{\omega}^{B/A} + \vec{\omega}^{A/E} = \vec{\omega}^{B/A} - \dot{\theta}\vec{a}_2, \quad (5.2)$$

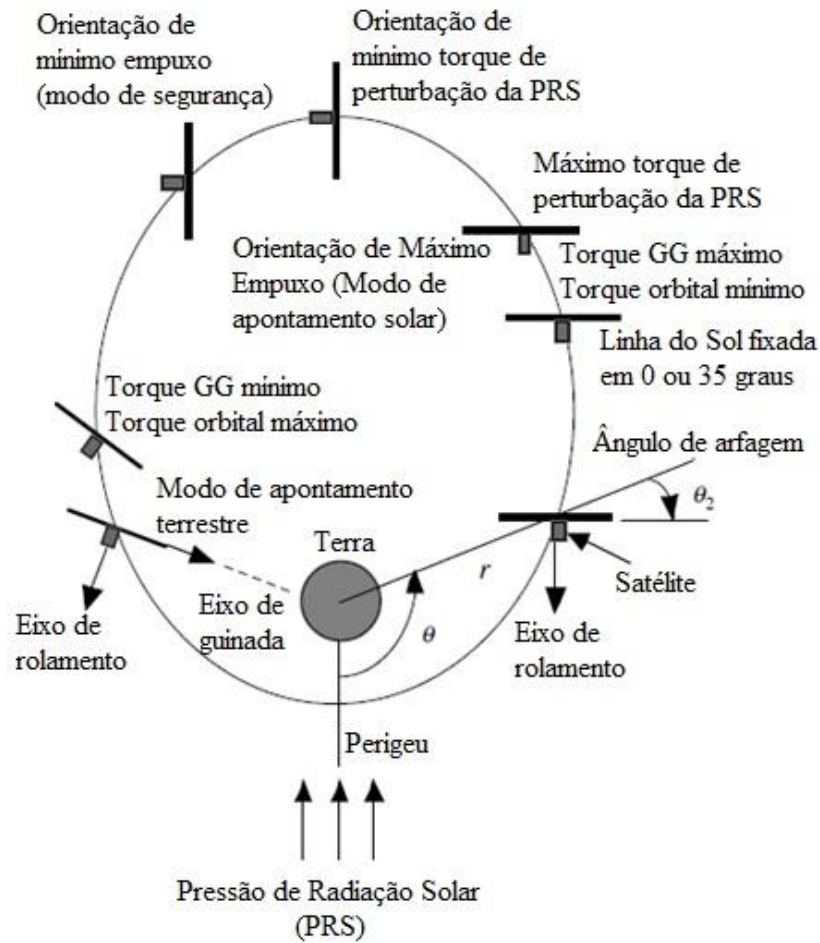
onde  $\vec{\omega}^{B/A}$  é a velocidade angular de  $B$  em relação a  $A$ .

Para descrever a orientação referencial  $B$ , fixo no corpo, em relação ao referencial VLHL,  $A$ , em termos de três ângulos de Euler,  $\theta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), considere a sequência de rotações  $C_1(\theta_1) \leftarrow C_3(\theta_3) \leftarrow C_2(\theta_2)$  a partir do referencial VLHL,  $A$ , para o referencial  $B$ , fixo no corpo. Para esta sequência de rotações obtém-se

$$\begin{bmatrix} \vec{b}_1 \\ \vec{b}_2 \\ \vec{b}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \\ \vec{a}_3 \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

onde  $C_{ij}$  são os elementos cossenos diretores.

Figura 5.1 - Ilustração de vários modos de controle de arfagem para uma nave em órbita elíptica.



Fonte: Adaptado de Wie (2008)

A equação do movimento de rotação de um corpo rígido com um momento angular  $\vec{H}$  é dada por

$$\left\{ \frac{d\vec{H}}{dt} \right\}_E \equiv \left\{ \frac{d\vec{H}}{dt} \right\}_B + \vec{\omega}^{B/E} \times \vec{H} = \vec{M}, \quad (5.4)$$

onde  $\{d/dt\}_E$  indica diferenciação em relação ao tempo no referencial  $E$  e  $\{d/dt\}_B$  indica diferenciação em relação ao tempo no referencial  $B$ .

O vetor de torque externo  $\vec{M}$  é expresso por

$$\vec{M} = \frac{3\mu}{r^3} \vec{a}_3 \times \hat{f} \cdot \vec{a}_3 + \vec{u}, \quad (5.5)$$

onde  $\vec{a}_3 \equiv -\vec{r}/r$ ,  $r$  é a distância radial da nave a partir do centro da Terra,  $\hat{f}$  é a diadica de inércia da nave com relação ao centro de massa, e  $\vec{u}$  é vetor de torques de controle.

Uma vez que  $\vec{H} = \hat{f} \cdot \vec{\omega}^{B/E}$ , a equações dinâmicas do movimento de atitude podem ser reescritas como

$$\hat{f} \cdot \dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \times \hat{f} \cdot \vec{\omega} = \frac{3\mu}{r^3} \vec{a}_3 \times \hat{f} \cdot \vec{a}_3 + \vec{u}, \quad (5.6)$$

onde  $\vec{\omega} \equiv \vec{\omega}^{B/E}$  e  $\dot{\vec{\omega}} = \{d\vec{\omega}/dt\}_E \equiv \{d\vec{\omega}/dt\}_B$ . Expressando  $\vec{\omega}$ ,  $\vec{a}_3$  e  $\hat{f}$  em termos de vetores de base do referencial  $B$ , corpo fixo, por

$$\vec{\omega} = \omega_1 \vec{b}_1 + \omega_2 \vec{b}_2 + \omega_3 \vec{b}_3, \quad (5.7a)$$

$$\vec{a}_3 = C_{13} \vec{b}_1 + C_{23} \vec{b}_2 + C_{33} \vec{b}_3, \quad (5.7b)$$

$$\hat{f} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 J_{ij} \vec{b}_i \vec{b}_j, \quad (5.7c)$$

obtem-se as equações dinâmicas de movimento em torno dos eixos principais fixos no corpo, por

$$J_1 \dot{\omega}_1 - (J_2 - J_3) \omega_2 \omega_3 = -\frac{3\mu}{r^3} (J_2 - J_3) C_{23} C_{33} + u_1, \quad (5.8a)$$

$$J_2 \dot{\omega}_2 - (J_3 - J_1) \omega_3 \omega_1 = -\frac{3\mu}{r^3} (J_3 - J_1) C_{33} C_{13} + u_2, \quad (5.8b)$$

$$J_3 \dot{\omega}_3 - (J_1 - J_2) \omega_1 \omega_2 = -\frac{3\mu}{r^3} (J_1 - J_2) C_{13} C_{23} + u_3, \quad (5.8c)$$

onde  $(u_1, u_2, u_3)$  são os componentes dos torques de controle ao longo do referencial  $B$ , fixo no corpo, e

$$C_{13} = -\sin \theta_2 \cos \theta_3, \quad (5.9a)$$

$$C_{23} = \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 + \sin \theta_1 \cos \theta_2, \quad (5.9b)$$

$$C_{33} = -\sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 + \cos \theta_1 \cos \theta_2, \quad (5.9c)$$

para a sequência  $C_1(\theta_1) \leftarrow C_3(\theta_3) \leftarrow C_2(\theta_2)$  sob consideração. Para esta sequência rotacional obtém-se as seguintes equações diferenciais cinemáticas:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{c\theta_3} \begin{bmatrix} c\theta_3 & -c\theta_1 s\theta_3 & s\theta_1 s\theta_3 \\ 0 & c\theta_1 & -s\theta_1 \\ 0 & s\theta_1 c\theta_3 & c\theta_1 c\theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.10)$$

onde  $\dot{\theta}$  é a velocidade orbital,  $c\theta_i \equiv \cos\theta_i$ , e  $s\theta_i \equiv \sin\theta_i$ .

## 5.2 Nave apontando para a Terra em uma órbita elíptica em torno da Terra

Nesta seção são obtidas as equações do movimento de atitude de uma nave que precisa apontar continuamente o eixo de guinada em direção à Terra (isto é, a borda da vela voltada para a Terra). Tal modo de apontamento para Terra, para minimizar o efeito do torque de perturbação do gradiente de gravidade, é ilustrado na Figura 5.1.

Considerando que  $\theta_1$  e  $\theta_3$  são pequenos,  $\theta_2$  pode ser arbitrariamente grande,  $\omega_1$  e  $\omega_3$  também são pequenos e dados por

$$\omega_1 \approx \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}\theta_3, \quad (5.11a)$$

$$\omega_2 \approx \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}, \quad (5.11b)$$

$$\omega_3 \approx \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}\theta_1, \quad (5.11c)$$

obtém-se as equações do movimento de atitude como sendo

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + \left( \dot{\theta}^2 + \frac{3\mu}{r^3} \cos^2 \theta_2 \right) (J_2 - J_3) \theta_1 - \dot{\theta} (J_1 - J_2 + J_3) \dot{\theta}_3 + \frac{3\mu}{r^3} (J_2 - J_3) (\sin \theta_2 \cos \theta_2) \theta_3 = u_1, \quad (5.12a)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + \frac{3\mu}{r^3} (J_1 - J_3) \sin \theta_2 \cos \theta_2 = J_2 \ddot{\theta} + u_2, \quad (5.12b)$$

$$J_3 \ddot{\theta}_3 + \left( \dot{\theta}^2 + \frac{3\mu}{r^3} \sin^2 \theta_2 \right) (J_2 - J_1) \theta_3 + \dot{\theta} (J_1 - J_2 + J_3) \dot{\theta}_1 + \frac{3\mu}{r^3} (J_2 - J_1) (\sin \theta_2 \cos \theta_2) \theta_1 = u_3. \quad (5.12c)$$

Como pode ser visto em (5.12b), a equação da atitude de arfagem contém um torque de perturbação orbital  $J_2 \ddot{\theta}$ , causado pela velocidade orbital variável no tempo,  $\dot{\theta}$ .

Considere uma nave em uma órbita elíptica centrada na Terra com excentricidade  $e$  e semieixo maior  $a$ . O movimento orbital com mudança lenta dos elementos orbitais é então descrito por

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}, \quad (5.13)$$

em que  $p = a(1 - e^2)$ ,  $r$  é a distância radial da nave a partir do centro da Terra, e  $\theta$  é a anomalia verdadeira. Além disso, obtém-se

$$\dot{r} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \theta, \quad (5.14a)$$

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{\mu}{p^3}} (1 + e \cos \theta)^2, \quad (5.14b)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{2\mu}{p^3} (1 + e \cos \theta)^3 e \sin \theta, \quad (5.14c)$$

onde  $\mu$  é o parâmetro gravitacional da Terra. O movimento orbital médio é definido por  $n = \sqrt{\mu/a^3}$ .

Para pequenos ângulos de rolamento/arfagem/guinada com relação ao referencial VLHL, obtém-se

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 + \left( \dot{\theta}^2 + \frac{3\mu}{r^3} \right) (J_2 - J_3) \theta_1 - \dot{\theta} (J_1 - J_2 + J_3) \dot{\theta}_3 &= u_1, \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + \frac{3\mu}{r^3} (J_1 - J_3) \theta_2 &= J_2 \ddot{\theta} + u_2, \\ J_3 \ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}^2 (J_2 - J_1) \theta_3 + \dot{\theta} (J_1 - J_2 + J_3) \dot{\theta}_1 &= u_3. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Para uma órbita circular com velocidade orbital constante  $\dot{\theta} = n = \sqrt{\mu/a^3}$ , obtém-se



$$\begin{aligned}
J_1 \ddot{\theta}_1 + 4n^2(J_2 - J_3)\theta_1 - n(J_1 - J_2 + J_3)\dot{\theta}_3 &= u_1, \\
J_2 \ddot{\theta}_2 + 3n^2(J_1 - J_3)\theta_2 &= u_2, \\
J_3 \ddot{\theta}_3 + n^2(J_2 - J_1)\theta_3 - n(J_1 - J_2 + J_3)\dot{\theta}_1 &= u_3,
\end{aligned} \tag{5.16}$$

que são as conhecidas equações linearizadas do movimento de uma nave espacial apontada para a Terra em uma órbita circular.

### 5.3 Nave apontando para o Sol em uma órbita elíptica em torno da Terra

O eixo de arfagem de um satélite apontado para o Sol considerado neste capítulo é suposto ser perpendicular ao plano orbital (não ao plano da eclíptica), como ilustra a Fig. 5.2. Para tal nave apontada para o Sol em uma órbita elíptica em torno da Terra com pequenas velocidades do corpo,  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), e pequenos ângulos de rolamento/ guinada,  $\theta_1$  e  $\theta_3$ , as equações diferenciais cinemáticas (5.10) podem ser aproximadas por

$$\omega_1 \approx \dot{\theta}_1, \tag{5.17a}$$

$$\omega_2 \approx \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}, \tag{5.17b}$$

$$\omega_3 \approx \dot{\theta}_3. \tag{5.17c}$$

As equações do movimento da atitude com pequenos ângulos de rolamento e guinada numa órbita elíptica em torno da Terra podem, então, ser obtidas por

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + \left( \dot{\theta}^2 + \frac{3\mu}{r^3} \cos^2 \theta_2 \right) (J_2 - J_3)\theta_1 + \frac{3\mu}{r^3} (J_2 - J_3) (\sin \theta_2 \cos \theta_2)\theta_3 = u_1, \tag{5.18a}$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + \frac{3\mu}{r^3} (J_1 - J_3) \sin \theta_2 \cos \theta_2 = J_2 \ddot{\theta} + u_2, \tag{5.18b}$$

$$J_3 \ddot{\theta}_3 + \left( \dot{\theta}^2 + \frac{3\mu}{r^3} \sin^2 \theta_2 \right) (J_2 - J_1)\theta_3 + \frac{3\mu}{r^3} (J_2 - J_1) (\sin \theta_2 \cos \theta_2)\theta_1 = u_3, \tag{5.18c}$$

O ângulo de arfagem  $\theta_2$  em relação ao referencial VLHL pode ser expresso por

$$\theta_2 = \theta - \frac{\pi}{2} + \alpha, \tag{5.19}$$

onde  $\alpha$  é o ângulo entre a normal à superfície da vela e a linha do Sol. Na Figura 5.1, o ângulo de arfagem  $\theta_2$  e a anomalia verdadeira  $\theta$  são mostrados para um caso ideal de  $\alpha = 0$ .

A equação do movimento de arfagem de uma nave apontando para o Sol em termos do ângulo do Sol  $\alpha$  torna-se então

$$J_2 \ddot{\alpha} - \frac{3\mu}{r^3} (J_1 - J_3) \sin(\alpha - \theta) \cos(\alpha - \theta) = u_2. \quad (5.20)$$

#### 5.4 Controle de atitude de uma nave usando rodas de reação

Discute-se aqui a viabilidade, bem como limitação, de empregar um subsistema de controle de atitude típico que muitas vezes é uma parte necessária da nave. A Figura 5.1 ilustra vários modos de controle de arfagem para uma nave experimental em uma órbita elíptica investigadas para o estudo da missão NMP ST7. São discutidas aqui as análises preliminares do controle de arfagem e resultados de simulação para enfatizar os efeitos significativos do acoplamento da atitude, da dinâmica orbital e do torque de perturbação da pressão de radiação solar no controle de atitude da vela usando rodas de reação.

O modelo de arfagem de uma nave apontando para a Terra em uma órbita elíptica em torno da Terra é dada por

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + \frac{3\mu}{r^3} (J_1 - J_3) \sin \theta_2 \cos \theta_2 = J_2 \ddot{\theta} + u_2 + d_2, \quad (5.21)$$

onde  $u_2$  é o torque de controle de arfagem e  $d_2$  é o torque de perturbação da pressão de radiação solar. A equação de arfagem (5.21) é frequentemente transformada em um modelo dinâmico na forma

$$(1 + ec\theta)\theta_2'' - (2es\theta)\theta_2' + \frac{3(J_1 - J_3)}{J_2} s\theta_2 c\theta_2 = 2es\theta + \frac{(1+e)^3}{J_2(1+ec\theta)^3} (u_2 + d_2), \quad (5.22)$$

onde  $( )' \equiv d( )/d\theta$ ,  $c\theta \triangleq \cos\theta$  e  $s\theta \triangleq \sin\theta$ . Este modelo tem sido investigado extensivamente na literatura para analisar o efeito da excitação periódica de arfagem,  $2es\sin\theta$ , sobre o movimento de atitude de arfagem de uma nave espacial rígida numa órbita elíptica.

O modelo de arfagem de uma nave apontando para o Sol numa órbita elíptica em torno da Terra também é dado por

$$J_2 \ddot{\alpha} - \frac{3\mu}{r^3} (J_1 - J_3) \sin(\alpha - \theta) \cos(\alpha - \theta) = u_2 + d_2, \quad (5.23)$$

onde  $\alpha$  é o ângulo solar, relacionado com  $\theta$  e  $\theta_2$  por  $\alpha = \theta_2 - \theta + \pi / 2$ .

Para o propósito de estudar a viabilidade de estabilizar uma nave utilizando um sistema de controle de atitude convencional empregando rodas de reação, considera-se um modelo simples da dinâmica da roda de reação da forma

$$\dot{h}_2 = -u_2, \quad (5.24)$$

onde  $h_2$  é o momento angular da roda de arfagem. Considera-se que o torque de perturbação da pressão de radiação solar causada por um deslocamento CM/CP é dado por

$$d_2 = \epsilon F \cos^2 \alpha \cos^2 i, \quad (5.25)$$

em que  $F$  é a força de pressão de radiação solar nominal,  $\epsilon$  é o deslocamento CM/CP e  $i$  é o ângulo de inclinação orbital do plano da eclíptica. Observe que o eixo de arfagem nominal é considerado como sendo perpendicular ao plano orbital e que são considerados pequenos ângulos de atitude de rolamento/guinada.

Para uma nave de 40×40 m, considera-se que  $F = 0,01$  N,  $\epsilon = \pm 0,1$  m e  $(J_1, J_2, J_3) = (6000, 3000, 3000)$  kgm<sup>2</sup>. Uma órbita elíptica em torno da Terra, chamada a *Super-Synchronous Transfer Orbit* (SSTO), proposta para uma missão de validação de vela é caracterizada da seguinte forma:

$$r_p = 6.374 + 2.000 = 8.374 \text{ km},$$

$$r_a = 6.374 + 78.108 = 84.482 \text{ km},$$

$$a = \frac{(r_p + r_a)}{2} = 46.428 \text{ km},$$

$$e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} = 0,8196,$$

$$i = 12^\circ \text{ (para o plano da eclíptica),}$$

$$p = a(1 - e^2) = 15.238 \text{ km,}$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} = 6,311 \times 10^{-5} \text{ rd/s,}$$

e o período orbital de 27,65 h.

A lógica de controle de arfagem do modo de apontamento para a Terra é considerada como sendo

$$u_2 = -K_P \theta_2 - K_D \dot{\theta}_2 \quad (5.26)$$

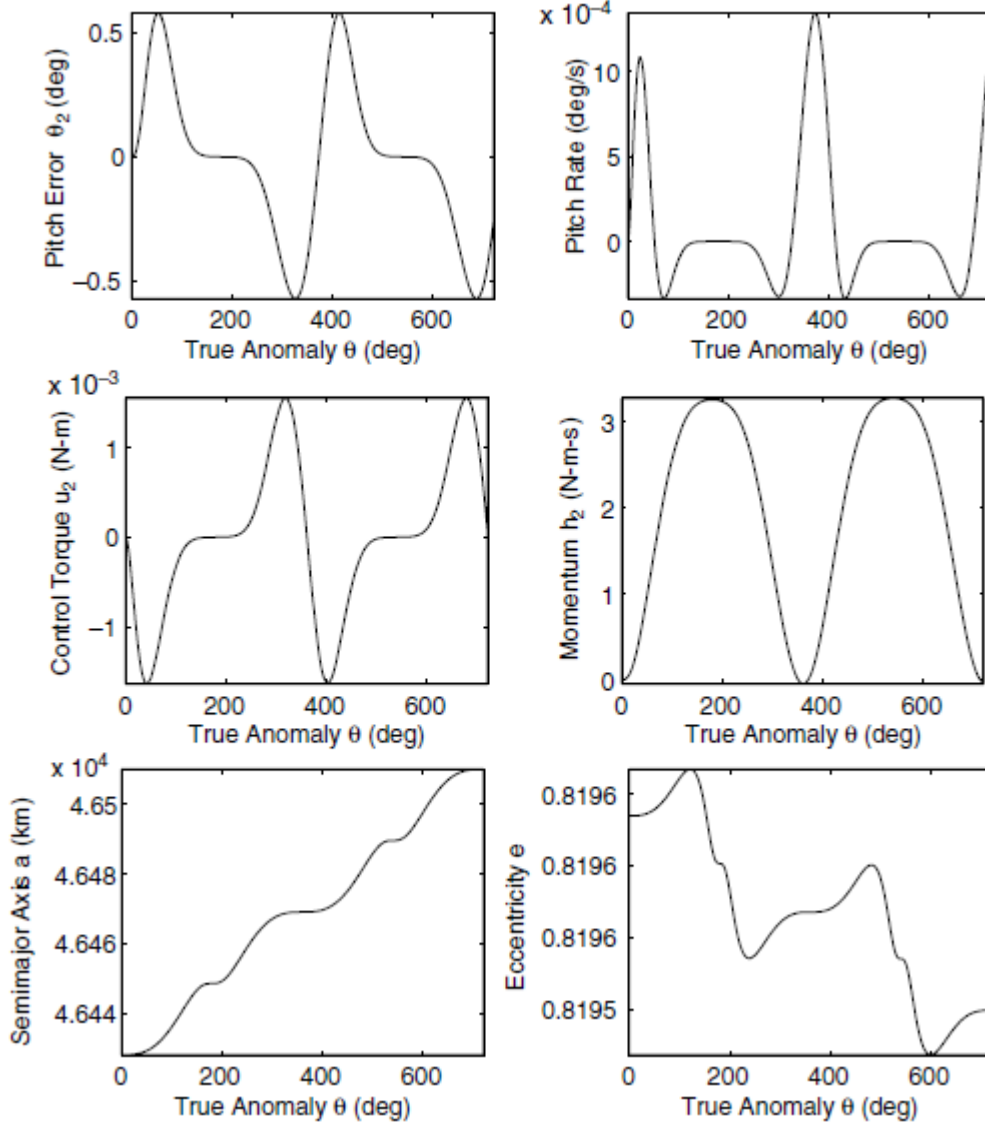
e a lógica do controle de arfagem do modo de apontamento para o Sol como sendo

$$u_2 = -K_P(\alpha - \alpha_c) - K_D \dot{\alpha}, \quad (5.27)$$

onde  $\alpha_c$  é o ângulo do Sol comandado. Ganhos do controlador de  $K_P = 0,0865 \text{ Nm/rd}$  e  $K_D = 22,78 \text{ Nms/rd}$  foram selecionados para os autovalores da malha fechada  $-0,005 \pm 0,005j \text{ rd/s}$ .

A Figura 5.2 mostra os resultados da simulação da validação de voo de uma nave durante o seu modo de operação de apontamento contínuo para a Terra para duas órbitas consecutivas. Observa-se que efeito do torque de perturbação orbital  $J_2 \ddot{\theta}$  eleva o requisito de momento angular da roda de arfagem para um valor de pico de cerca de 3 Nms. O deslocamento CM/CP não foi incluído nesta simulação.

Figura 5.2 - Os resultados da simulação para o modo de apontamento para a Terra, não incluindo um deslocamento CM/CP de 0,1 m.



Fonte: Wie (2008)

Os resultados da simulação do modo de operação de apontamento contínuo para a Terra, incluindo um deslocamento CM/CP de 0,1 m, indicam que a nave requer uma roda de arfagem com capacidade de armazenamento de momento angular de  $\pm 15$  Nms para combater tanto a pressão de radiação solar quanto torques de perturbação orbital.

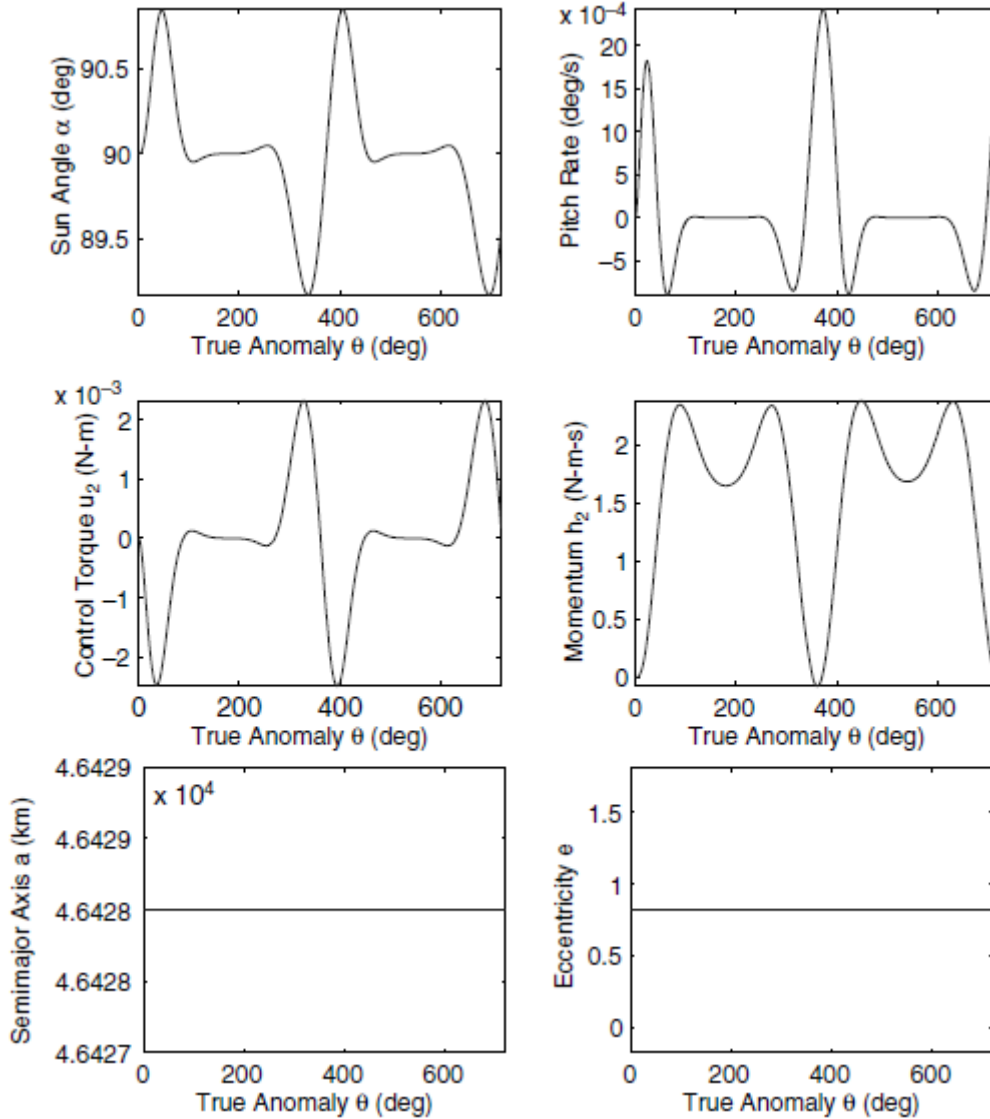
No entanto, o modo de operação de apontamento contínuo para o Sol de uma nave à vela solar de 40 m com um ângulo solar fixo desejado de  $\alpha = 35^\circ$  requer que a taxa de crescimento do momento angular da roda de reação seja cerca de 100 Nms por órbita, para combater um deslocamento CM/CP de 0,1 m. Essa taxa de crescimento do momento

angular é demasiada excessiva. Consequentemente, deve ser usado o método de estabilização por rotação ou por CM/CP para uma nave apontando para o Sol. Operando continuamente apontando para o Sol com um ângulo solar fixo observa-se que a variação líquida do semieixo maior durante cada órbita é zero. Com ângulo solar fixo, o semieixo maior aumenta quando a vela está se movendo para longe do Sol, mas diminui quando a vela está se movendo no sentido do Sol. Para aumentar a energia orbital ou o semieixo maior, a vela precisa ser orientada lateralmente em relação ao Sol quando a nave está se movendo no sentido do Sol. Esse perfil simples de direcionamento para aumento de órbita requer duas manobras rápidas de arfagem de  $90^\circ$ , duas vezes por órbita.

Os resultados da simulação tendo como base uma nave de 40 m em um modo de empuxo zero são mostrados na Figura 5.3. Embora o efeito do torque de perturbação da pressão de radiação solar não seja significativo, uma vez que a borda da vela está orientada para o Sol, o efeito do torque do gradiente de gravidade faz com que o requisito de armazenamento do momento angular da roda de arfagem seja cerca de 2,5 Nms.

Em resumo, um torque de perturbação de pressão de radiação solar de 1 mNm numa nave à vela de 40 m apontando para o Sol é cerca de 100 vezes maior que o de satélites geoestacionários de comunicações típicos. Consequentemente, uma nave apontando para o Sol em uma órbita em torno da Terra precisa ser estabilizada por rotação ou estabilizada em três eixos usando superfícies de controle ou um mastro de controle cardanizado.

Figura 5.3 - Os resultados da simulação para o modo de empuxo zero (o ângulo solar desejado  $\alpha = 90^\circ$ ), incluindo um deslocamento CM/CP de 0,1 m.



Fonte: Wie (2008)

### 5.5 Estabilização por rotação de uma nave à vela em uma órbita elíptica em torno da Terra

A Figura 5.4 ilustra a estabilização por rotação, para o modo de apontamento solar, de uma vela solar em uma órbita elíptica em torno da Terra. As equações dinâmicas do movimento de atitude da vela rotacionando em torno do eixo de rolamento em uma órbita elíptica em torno da Terra são dadas por

$$J_1 \dot{\omega}_1 - (J_2 - J_3) \omega_2 \omega_3 = -\frac{3\mu}{r^3} (J_2 - J_3) C_{23} C_{33}, \quad (5.28a)$$

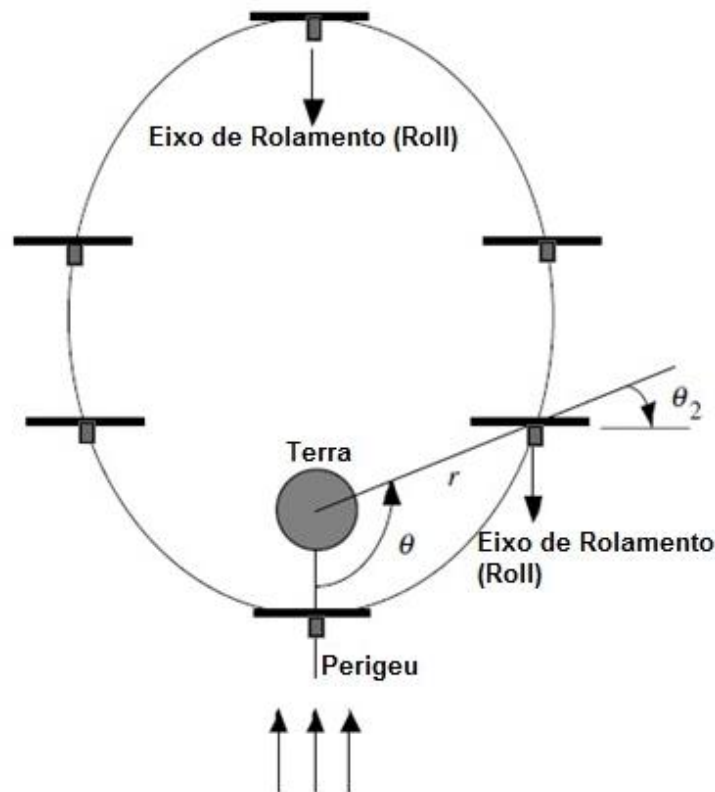
$$J_2 \dot{\omega}_2 - (J_3 - J_1) \omega_3 \omega_1 = -\frac{3\mu}{r^3} (J_3 - J_1) C_{33} C_{13} + \epsilon F, \quad (5.28b)$$

$$J_3 \dot{\omega}_3 - (J_1 - J_2) \omega_1 \omega_2 = -\frac{3\mu}{r^3} (J_1 - J_2) C_{13} C_{23} + \epsilon F, \quad (5.28c)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{c\theta_3} \begin{bmatrix} c\theta_3 & -c\theta_1 s\theta_3 & c\theta_1 s\theta_3 \\ 0 & c\theta_1 & -s\theta_1 \\ 0 & s\theta_1 c\theta_3 & c\theta_1 c\theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.29)$$

onde  $\dot{\theta}$  é a velocidade orbital variável no tempo,  $c\theta_i \equiv \cos\theta_i$ ,  $s\theta_i \equiv \sin\theta_i$  e os elementos cossenos diretores  $C_{ij}$  são dados por (5.9). O torque de perturbação da pressão de radiação solar é considerado simplesmente  $\epsilon F$ , tanto para o eixo de arfagem quanto para o de guinada.

Figura 5.4 - Ilustração de um modo de apontamento solar estabilizado por rotação, para uma nave à vela em órbita elíptica.



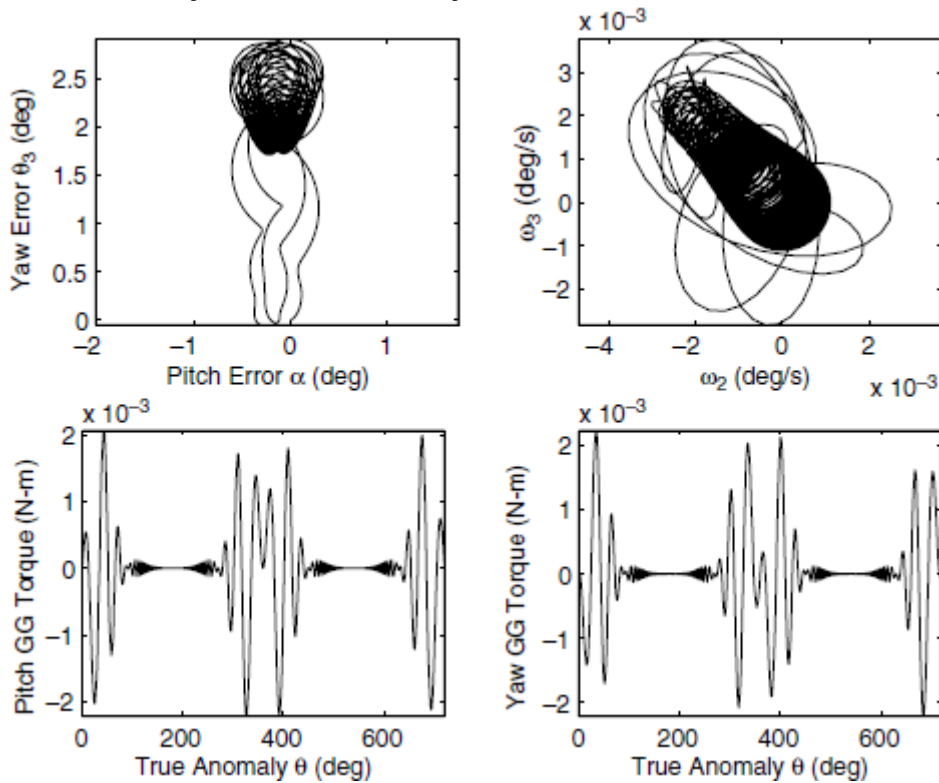
Fonte: Adaptado de Wie (2008)

Baseado numa nave à vela de 40×40 m numa órbita de transferência super-síncrona, as condições de modo de rotação nominal são consideradas como se segue: uma velocidade de rotação de  $\omega_1 = 0,5$  °/s em torno do eixo de rolamento, uma força de pressão de radiação



solar de 0,01 N, um deslocamento CM/CP de 0,1 m e um ângulo solar nominal de 0°. A Figura 5.5 mostra dois resultados da simulação da órbita deste modo nominal de rotação de apontamento solar. O ângulo solar,  $\alpha = \theta_2 - \theta + \pi/2$ , é usado como erro de apontamento em arfagem e os torques de gradiente de gravidade são expressos ao longo dos eixos de arfagem/guinada fixos à nave à vela rotativa. O gráfico de  $\theta_3$  em função de  $\alpha$  mostra o trajeto da ponta do eixo de rolamento no espaço. Os torques de gradiente de gravidade causam um erro de apontamento solar de cerca de 3°. Evidencia-se aqui a natureza complexa, mas cíclica, dos torques de gradiente de gravidade sobre uma vela em rotação em uma órbita elíptica em torno da Terra.

Figura 5.5 - Simulação do modo de rotação com um deslocamento CM/CP de 0,1 m.



Fonte: Wie (2008)

Será necessária uma modelagem dinâmica de alta fidelidade de uma vela em rotação para validar o modelo simplificado utilizado aqui, se tal abordagem de estabilização por rotação for efetivamente empregada para as velas solares num futuro próximo.

## 6 DINÂMICA ORBITAL DAS VELAS SOLARES

Neste capítulo examinam-se várias formas básicas de equações orbitais interplanetárias para o projeto e simulação de trajetórias de naves à vela solar. Em geral, a equação orbital de uma nave à vela numa órbita heliocêntrica é descrita simplesmente por

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3}\vec{r} = \vec{F} + \vec{G}, \quad (6.1)$$

onde  $\vec{r}$  é o vetor de posição da nave à vela a partir do centro do Sol,  $\mu \approx \mu_{\odot} = 132,715 \times 10^6 \text{ km}^3/\text{s}^2$ ,  $\vec{F}$  é o vetor força de pressão de radiação solar (por unidade de massa) que atua sobre a nave à vela e  $\vec{G}$  é a soma de todas as forças gravitacionais perturbadoras (por unidade de massa) que atuam sobre a nave à vela. Neste capítulo, todas as forças gravitacionais perturbadoras são ignoradas, sem perda de generalidade.

### 6.1 Introdução

O problema de otimização de trajetórias de naves à vela solar tem sido extensivamente estudado em apoio às missões interplanetárias de voo à vela solar, incluindo a missão de *rendezvous* com o cometa de Halley e a missão *Solar Polar Imager* (SPI), descritas na literatura. Modelos de trajetória que são desacoplados da dinâmica de atitude eram usados frequentemente no passado para resolverem problemas típicos de otimização de trajetória de naves à vela solar. No entanto, o efeito do movimento de atitude de grandes velas solares sobre a trajetória de naves à vela solar é de interesse prático para projetos de missão à vela solar. Conseqüentemente, um modelo dinâmico com seis graus de liberdade, acoplando atitude e órbita da nave espacial à vela solar para a otimização de trajetória e simulação da nave à vela solar, também é abordado na literatura.

Como parte de um *Attitude and Orbit Control System* (AOCS) de velas solares, um sistema de Controle Vetorial de Empuxo (CVE) mantém a orientação adequada das velas solares para fornecer o apontamento/direção desejada do vetor empuxo. A maioria dos sistemas CVE de vela solar, com a incapacidade inerente de modelar com precisão a pressão de radiação solar e de apontar precisamente a verdadeira direção do vetor empuxo, requer atualizações frequentes dos parâmetros orbitais e comandos de direção CVE para correções de trajetória frequentes. A frequência dessa determinação de órbita

e atualizações de comando CVE é determinada por vários fatores, tais como as dispersões de trajetória, as incertezas das efemérides do corpo-alvo, a calibração de um modelo de pressão de radiação solar e as restrições operacionais.

A orientação do vetor empuxo da vela solar, idealmente normal ao plano da vela, é frequentemente descrita em termos de ângulos de *cone* e de *relógio*. Estes dois ângulos são as entradas típicas de controle de trajetória utilizadas na otimização da trajetória da vela solar. Existem, pelo menos, dois conjuntos diferentes de ângulos de cone/relógio utilizados na literatura. Neste capítulo, os fundamentos das equações do movimento orbital em várias coordenadas que empregam esses dois conjuntos diferentes de ângulos de cone/relógio são descritos com a finalidade de projetar a trajetória, projetar o CVE, e simulação.

## 6.2 Ângulos de cone e do relógio

Sejam  $\{\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}\}$  e  $\{\hat{r}, \hat{\psi}, \hat{\phi}\}$  conjuntos de vetores ortonormais (regra da mão direita) dos referenciais heliocêntricos da eclíptica, de coordenadas retangulares e esféricas, respectivamente, conforme ilustra a Figura 6.1. Estes dois conjuntos de vetores de base estão relacionados por

$$\begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\psi} \\ \hat{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

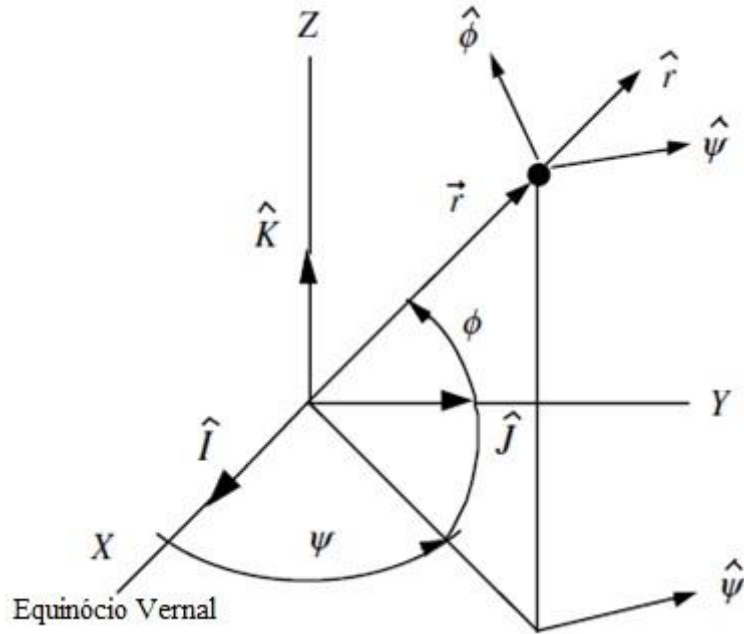
onde  $\psi$  e  $\phi$  são denominados de longitude e latitude da eclíptica da posição da nave à vela, respectivamente;  $0 \leq \psi \leq 360^\circ$  e  $-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ .

O vetor posição da nave à vela é, então, expresso por

$$\begin{aligned} \vec{r} &= r\hat{r} \\ &= (r \cos \phi \cos \psi)\hat{I} + (r \cos \phi \sin \psi)\hat{J} + (r \sin \phi)\hat{K} \\ &= X\hat{I} + Y\hat{J} + Z\hat{K}, \end{aligned} \quad (6.3)$$

onde  $r = |\hat{r}|$  é a distância do Sol até a nave à vela.

Figura 6.1 - Coordenadas elípticas heliocêntricas (X, Y, Z) e coordenadas esféricas (r,  $\psi$ ,  $\phi$ ).



Fonte: Adaptado de Wie (2008)

A orientação de um vetor unitário normal ao plano da vela  $\hat{n}$  é descrito em termos do ângulo de cone  $\alpha$  e do ângulo de relógio  $\beta$ , ilustrados na Figura 6.2, como segue:

$$\hat{n} = (\cos \alpha)\hat{r} + (\sin \alpha \sin \beta)\hat{\psi} + (\sin \alpha \cos \beta)\hat{\phi}, \quad (6.4)$$

onde

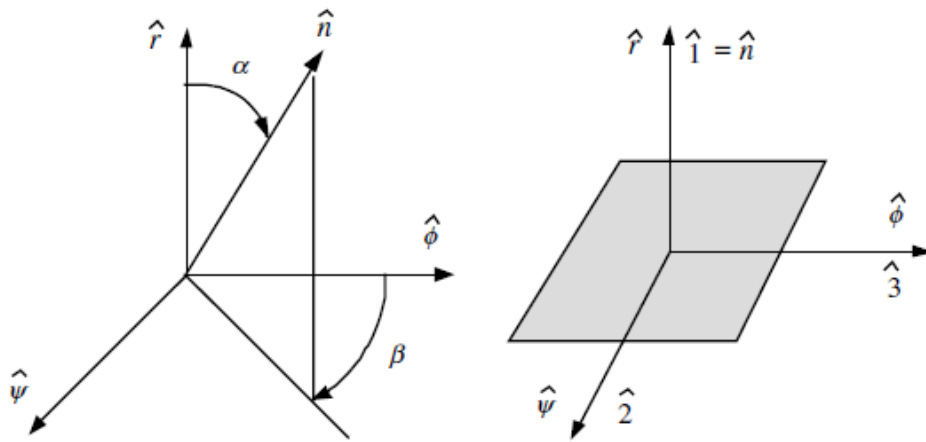
$$\cos \alpha = \hat{r} \cdot \hat{n},$$

$$\cos \beta = \frac{\hat{r} \times (\hat{n} \times \hat{r})}{|\hat{r} \times (\hat{n} \times \hat{r})|} \cdot \hat{\phi},$$

$$0 \leq \alpha \leq 90^\circ,$$

$$0 \leq \beta \leq 360^\circ.$$

Figura 6.2 - Ângulo de cone  $\alpha$ , ângulo de relógio  $\beta$ , e orientação da nave à vela quando  $\alpha = \beta = 0$ .



Fonte: Wie (2008)

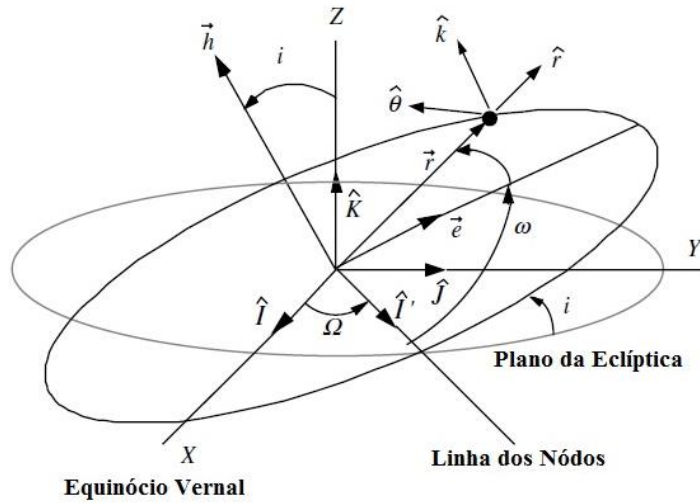
Como também ilustrado na Figura 6.2, os vetores de base fixos no corpo da nave à vela  $\{\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}\}$  são assumidos como sendo alinhados com  $\{\hat{r}, \hat{\psi}, \hat{\phi}\}$  quando  $\alpha = \beta = 0$ , e o eixo do rolamento da nave à vela é definido como sendo perpendicular à superfície da vela, ou seja,  $\hat{1} \equiv \hat{n}$ . Os vetores de base fixos no corpo da nave à vela  $\{\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}\}$  são, então, relacionados com a  $\{\hat{r}, \hat{\psi}, \hat{\phi}\}$  como se segue:

$$\begin{bmatrix} \hat{1} \\ \hat{2} \\ \hat{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\psi} \\ \hat{\phi} \end{bmatrix}. \quad (6.5)$$

Seja  $\{\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{k}\}$  um conjunto de vetores de base num plano orbital osculante, como ilustra a Figura 6.3. Um conjunto diferente de ângulos de cone e do relógio ( $\alpha, \delta$ ) pode ser então definido como mostra a Figura 6.3. Uma sequência rotacional fixa no corpo  $\{\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}\}$  a partir de  $\{\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}\}$  é então descrita por sucessivas transformações de coordenadas de forma

$$\mathbf{C}_2(-\alpha) \leftarrow \mathbf{C}_1(-\delta) \leftarrow \mathbf{C}_3(\theta) \leftarrow \mathbf{C}_3(\omega) \leftarrow \mathbf{C}_1(i) \leftarrow \mathbf{C}_3(\Omega)$$

Figura 6.3 - Geometria orbital (ilustrada para uma órbita quase circular).



Fonte: Adaptado de Wie (2008).

que se torna

$$\begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\theta} \\ \hat{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega + \theta) & \sin(\omega + \theta) & 0 \\ -\sin(\omega + \theta) & \cos(\omega + \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{bmatrix}, \quad (6.6)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{1} \\ \hat{2} \\ \hat{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & -\sin \delta \\ 0 & \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\theta} \\ \hat{k} \end{bmatrix}. \quad (6.7)$$

A orientação de um vetor unitário normal ao plano da vela  $\hat{n}$  é então descrito em termos de  $\alpha$  e  $\delta$ , como ilustrado na Figura 6.4, como segue:

$$\hat{n} = (\cos \alpha)\hat{r} + (\sin \alpha \sin \delta)\hat{\theta} + (\sin \alpha \cos \delta)\hat{k}, \quad (6.8)$$

e

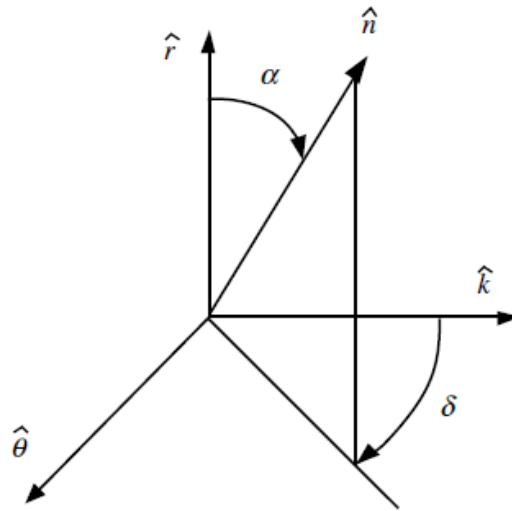
$$\cos \alpha = \hat{r} \cdot \hat{n},$$

$$\cos \delta = \frac{\hat{r} \times (\hat{n} \times \hat{r})}{|\hat{r} \times (\hat{n} \times \hat{r})|} \cdot \hat{k},$$

$$0 \leq \alpha \leq 90^\circ,$$

$$0 \leq \delta \leq 360^\circ.$$

Figura 6.4 - Ângulo de cone  $\alpha$  e ângulo do relógio  $\delta$ .



Fonte: Wie (2008).

### 6.3 Pressão de radiação solar

Um modelo ideal de PRS é usado aqui. O vetor da força PRS (por unidade de massa) que atua sobre a nave à vela é descrito em várias coordenadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= F_0 (\hat{r} \cdot \hat{n})^2 \hat{n} \\ &= F_r \hat{r} + F_\psi \hat{\psi} + F_\phi \hat{\phi} \\ &= R \hat{r} + T \hat{\theta} + N \hat{k} \\ &= F_X \hat{I} + F_Y \hat{J} + F_Z \hat{K}, \end{aligned} \tag{6.9}$$

onde

$$F_0 = \left( \frac{r_\oplus}{r} \right)^2 a_c, \tag{6.10}$$

onde  $r_\oplus = 1 \text{ UA} = 149.597.870,691 \text{ km}$  é a distância do Sol para a Terra e  $a_c$  é a chamada aceleração característica da nave à vela a 1 UA.

Por outro lado, obtém-se as seguintes relações:

$$\begin{bmatrix} F_r \\ F_\psi \\ F_\phi \end{bmatrix} = F_0 \cos^2 \alpha \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \cos \beta \end{bmatrix}, \quad (6.11)$$

$$\begin{bmatrix} R \\ T \\ N \end{bmatrix} = F_0 \cos^2 \alpha \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \sin \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \end{bmatrix}, \quad (6.12)$$

$$\begin{bmatrix} F_r \\ F_\psi \\ F_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix}, \quad (6.13)$$

$$\begin{bmatrix} R \\ T \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega + \theta) & \sin(\omega + \theta) & 0 \\ -\sin(\omega + \theta) & \cos(\omega + \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix}. \quad (6.14)$$

#### 6.4 Equações orbitais em coordenadas retangulares

A equação orbital de movimento na forma vetorial, (6.1), pode ser expressa em coordenadas retangulares, como as seguintes:

$$\ddot{X} = -\frac{\mu X}{r^3} + F_X, \quad (6.15a)$$

$$\ddot{Y} = -\frac{\mu Y}{r^3} + F_Y, \quad (6.15b)$$

$$\ddot{Z} = -\frac{\mu Z}{r^3} + F_Z, \quad (6.15c)$$

onde  $r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$  e

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_r \\ F_\psi \\ F_\phi \end{bmatrix}, \quad (6.16)$$

$$\sin \psi = \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2}}; \quad \cos \psi = \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2}}$$



$$\sin \phi = \frac{Z}{r}; \quad \cos \phi = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{r}$$

Quando a orientação de  $\hat{n}$  é descrita em termos de  $\alpha$  e  $\delta$ , como mostrado na Figura 6.3, utiliza-se a seguinte transformação de coordenadas:

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Omega & -\sin \Omega & 0 \\ \sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{bmatrix} \times \\ \begin{bmatrix} \cos(\omega + \theta) & -\sin(\omega + \theta) & 0 \\ \sin(\omega + \theta) & \cos(\omega + \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ T \\ N \end{bmatrix}.$$

Para este caso de empregar  $(R, T, N)$ , é necessário determinar  $(\Omega, i, \omega, \theta)$  para um dado  $(X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$ .

Os seis elementos orbitais clássicos  $(a, e, i, \Omega, \omega, M)$  podem ser determinados para um dado  $\vec{r} = X\vec{I} + Y\vec{J} + Z\vec{K}$  e  $\vec{v} = \dot{X}\vec{I} + \dot{Y}\vec{J} + \dot{Z}\vec{K}$ .

## 6.5 Equações orbitais em coordenadas esféricas

As equações orbitais de movimento nas coordenadas esféricas  $(r, \psi, \phi)$  são dadas por

$$\ddot{r} - r\dot{\phi}^2 - r\dot{\psi}^2 \cos^2 \phi = -\frac{\mu}{r^2} + F_r, \quad (6.17a)$$

$$r\ddot{\psi} \cos \phi + 2\dot{r}\dot{\psi} \cos \phi - 2r\dot{\psi}\dot{\phi} \sin \phi = F_\psi, \quad (6.17b)$$

$$r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} + r\dot{\psi}^2 \sin \phi \cos \phi = F_\phi. \quad (6.17c)$$

Deixe  $v_r = \dot{r}$ ,  $v_\psi = r\dot{\psi} \cos \phi$ , e  $v_\phi = r\dot{\phi}$ , em seguida, obtém-se

$$\dot{r} = v_r, \quad (6.18a)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{r \cos \phi} v_\psi, \quad (6.18b)$$

$$\dot{\phi} = \frac{1}{r} v_\phi, \quad (6.18c)$$

$$\dot{v}_r = \frac{1}{r}(v_\psi^2 + v_\phi^2) - \frac{\mu}{r^2} + F_0 \cos^3 \alpha, \quad (6.18d)$$

$$\dot{v}_\psi = \frac{1}{r}(v_\psi v_\phi \tan \phi - v_r v_\psi) + F_0 \cos^2 \alpha \sin \alpha \sin \beta, \quad (6.18e)$$

$$\dot{v}_\phi = -\frac{1}{r}(v_\psi^2 \tan \phi + v_r v_\phi) + F_0 \cos^2 \alpha \sin \alpha \cos \beta, \quad (6.18f)$$

onde

$$F_0 = \left(\frac{r_\oplus}{r}\right)^2 a_c.$$

Este conjunto de seis equações de trajetória é muitas vezes empregado para encontrar os registros de tempo de entradas de controle ótimas  $(\alpha, \beta)$ . Ao integrar numericamente este conjunto de equações de trajetória para registros de tempo conhecidos de  $(\alpha, \beta)$ , obtém-se  $(X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$  como segue:

$$X = r \cos \phi \cos \psi, \quad (6.19a)$$

$$Y = r \cos \phi \sin \psi, \quad (6.19b)$$

$$Z = r \sin \phi, \quad (6.19c)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \psi & -r \cos \phi \sin \psi & -r \sin \phi \cos \psi \\ \cos \phi \sin \psi & r \cos \phi \cos \psi & -r \sin \phi \sin \psi \\ \sin \phi & 0 & r \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}. \quad (6.20)$$

Um caso interessante da aplicação das equações de movimento orbital expressa em coordenadas esféricas é o problema da trajetória espiral logarítmica. Embora tais trajetórias espirais logarítmicas não sejam de utilidade prática para uma transferência interplanetária entre órbitas circulares, é necessária uma lei de direção simples com um ângulo solar fixo.

Para um caso plano simples com  $\phi = 0$  e  $\beta = 0$ , tem-se

$$\ddot{r} - r\dot{\psi}^2 = -\frac{\mu}{r^2} + F_0 \cos^3 \alpha, \quad (6.21a)$$

$$r\ddot{\psi} + 2\dot{r}\dot{\psi} = F_0 \cos^2 \alpha \sin \alpha, \quad (6.21b)$$

onde

$$F_0 = \left(\frac{r_{\oplus}}{r}\right)^2 a_c.$$

Para este caso plano,  $\alpha$  é muitas vezes denominado de ângulo de arfagem com  $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ .

Define-se o número de leveza da nave a vela,  $\lambda$ , como sendo

$$\lambda = \frac{F_0}{\mu/r^2} = \frac{r_{\oplus}^2 a_c}{\mu} = \frac{(149.597.870E3)^2}{132.715E15} a_c = 168,6284 a_c, \quad (6.22)$$

é possível escrever as equações orbitais de movimento como

$$\ddot{r} - r\dot{\psi}^2 = -(1 - \lambda) \frac{\mu}{r^2} \cos^3 \alpha, \quad (6.23a)$$

$$r\ddot{\psi} + 2\dot{r}\dot{\psi} = \lambda \frac{\mu}{r^2} \cos^2 \alpha \sin \alpha. \quad (6.23b)$$

## 6.6 Equações variacionais da forma de Gauss (Elementos Orbitais Osculantes)

Um conjunto de seis equações diferenciais de primeira ordem, chamado equações variacionais da forma de Gauss, em termos de elementos orbitais osculantes, é dado por

$$\dot{a} = \frac{2a^2}{h} [eR \sin \theta + T(1 + e \cos \theta)] \equiv \frac{2a^2}{h} \left[ eR \sin \theta + \frac{pT}{r} \right], \quad (6.24a)$$

$$\dot{e} = \sqrt{\frac{p}{\mu}} [R \sin \theta + T(\cos \theta + \cos E)] \equiv \frac{1}{h} \{ pR \sin \theta + [(p + r) \cos \theta + re]T \}, \quad (6.24b)$$

$$\dot{i} = \frac{r \cos(\omega + \theta)}{h} N, \quad (6.24c)$$

$$\dot{\Omega} = \frac{r \sin(\omega + \theta)}{h \sin i} N, \quad (6.24d)$$

$$\dot{\omega} = -\frac{r \sin(\omega + \theta)}{h \tan i} N + \frac{1}{eh} [-pR \cos \theta + (p + r)T \sin \theta], \quad (6.24e)$$

$$\dot{\theta} = \frac{h}{r^2} + \frac{1}{eh} [pR \cos \theta - (p + r)T \sin \theta], \quad (6.24f)$$

onde  $p = a(1 - e^2)$ ,  $r = p/(1 + e \cos \theta) \equiv a(1 - e \cos E)$ ,  $h = \sqrt{\mu p} = na^2 \sqrt{1 - e^2}$ ,  $n = \sqrt{\mu/a^3}$ ,

$$\begin{bmatrix} R \\ T \\ N \end{bmatrix} = F_0 \cos^2 \alpha \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \sin \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \end{bmatrix}, \text{ e } F_0 = (r_{\oplus}/r)^2 a_c.$$

Em particular, a equação de inclinação torna-se

$$i' = \frac{r \cos(\omega + \theta)}{h} N = \frac{\lambda}{r} \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cos^2 \alpha \sin \alpha \cos \delta \cos(\omega + \theta). \quad (6.25)$$

Então, obtém-se uma lei simples de direção da vela para maximizar a taxa de mudança de inclinação como

$$\alpha = \tan^{-1}(1/\sqrt{2}) = 35,26^\circ$$

e

$$\delta = \begin{cases} 0^\circ & \text{para } \cos(\omega + \theta) \geq 0 \\ 180^\circ & \text{para } \cos(\omega + \theta) < 0 \end{cases}$$

Embora essa lei de direção simples indique que o ângulo do relógio tenha que mudar  $\pm 180^\circ$  instantaneamente, um movimento de atitude equivalente é uma manobra de giro único de  $\pm 70^\circ$  a cada meia órbita (isto é, nos nodos ascendente e descendente). Além disso, esta lei de direção simples demonstra uma vantagem de se empregar  $(\alpha, \delta)$  ao invés de  $(\alpha, \beta)$ , porque  $(\alpha, \delta)$  é mais convenientemente ligado aos elementos orbitais clássicos.

## 7 EXEMPLOS DE PROJETO DE TRAJETÓRIA DE VELA SOLAR

### 7.1 Missão *Solar Polar Imager*

Velas solares são imaginadas como sendo um sistema de propulsão sem utilização de propelentes, de alta energia para futuras missões de exploração espacial. Futuras missões da NASA habilitadas para terem propulsão à vela solar incluem o *Solar Polar Imager* (SPI), *L1-Diamond*, *Particle Acceleration Solar Orbiter* (PASO) e *Interstellar Probe*, as quais fazem parte do programa *Sun-Earth Connections* (SEC), que procura compreender o sistema constituído do Sol, geoespaço e atmosfera superior da Terra. A compreensão atual do Sol é limitada pela falta de observações das regiões polares. A missão SPI utiliza uma grande vela solar para colocar uma espaçonave em uma órbita circular heliocêntrica a 0,48 UA com uma inclinação de  $75^\circ$ . A observação das regiões polares do Sol proporciona uma oportunidade única para investigar mais detalhadamente a estrutura e a dinâmica de seu interior, a geração de campos magnéticos solares, a origem do ciclo solar, as causas da atividade solar e a estrutura e dinâmica da coroa.

A missão SPI consiste numa fase inicial de cruzeiro em direção a uma órbita circular situada a 0,48 UA do Sol, a fase da órbita de arranque e a fase da missão científica. Considera-se para essa missão uma nave de 450 kg com uma vela de 160 m. Um veículo de lançamento Delta II é capaz de injetar a espaçonave SPI de 450 kg em uma órbita de escape da Terra com  $C_3 = 0,25 \text{ km}^2/\text{s}^2$ . A vela solar será desdobrada no início da fase de cruzeiro interplanetária. A nave à vela SPI primeiramente deve espiralar para dentro do sistema solar partindo de 1 UA em direção a uma órbita circular heliocêntrica estacionada em 0,48 UA e, em seguida, a fase de órbita de arranque levará a nave a atingir uma inclinação de  $75^\circ$ . A vela solar será descartada após a nave atingir a órbita da missão científica e o tempo total do voo à vela é de aproximadamente 6,6 anos.

A Figura 7.1 mostra um projeto de trajetória baseado em otimização realizado por Carl Sauer da NASA/JPL para alcançar uma órbita circular a 0,48 UA com uma inclinação de  $75^\circ$ , em que foi usado um conjunto de ângulos de cone e relógio ( $\alpha, \beta$ ). A figura mostra o semieixo maior que decresce monotonicamente e a correspondente variação da excentricidade, durante a fase inicial de cruzeiro em direção à órbita de 0,48 UA. A excentricidade permanece constante durante a fase de arranque da órbita e cai para zero

após completar o arranque. Observa-se na Figura 7.1 a natureza um tanto complicada do comando desejado do ângulo ótimo de relógio  $\beta$ , embora o ângulo de cone seja quase mantido constante, exceto na fase final da correção de órbita, em que tem que ser alterado para obter a excentricidade nula.

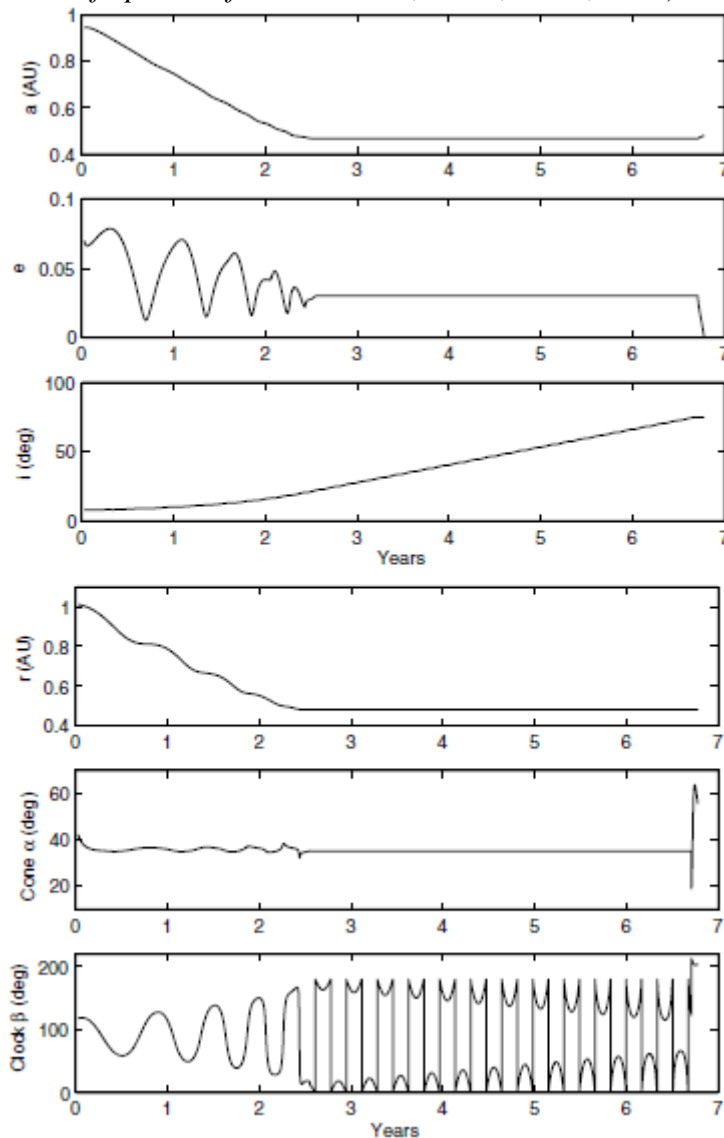
Pode ser explorada para a missão SPI a possibilidade de empregar leis simples de direcionamento da vela (uma combinação de ângulos de cone/relógio constantes), baseada na forma de Gauss das equações variacionais com os ângulos de cone e relógio  $(\alpha, \delta)$ . A Figura 7.2 mostra o resultado da aplicação de tais leis simples de direção de vela com  $(\alpha, \delta)$  para a missão SPI. A mudança da fase de redução do raio da órbita para a fase de arranque deve ocorrer assim que a nave à vela atinge o alvo, que é o semieixo maior de 0,48 UA. No entanto, a transição real para a fase de órbita de arranque foi executada em um local orbital adequado tal que a grande variação da excentricidade da fase inicial da viagem pode ser removida, como pode ser visto na Figura 7.2. Foi utilizada a aceleração característica nominal de  $0,3 \text{ mm/s}^2$  (a um UA), inclinação inicial de  $8^\circ$  e  $C_3 = 0,25 \text{ km}^2/\text{s}^2$ . A nave à vela atinge o semieixo maior desejado e inclinação, mas a órbita final é ligeiramente excêntrica. A trajetória orbital tridimensional correspondente está representada na Figura 7.3.

Uma comparação entre os ângulos comandados de relógio  $\beta$  e  $\delta$ , mostrados nas Figuras 7.1 e 7.2, respectivamente, sugere que o ângulo de relógio  $\delta$  é a melhor escolha para a realização de comandos de direção efetiva CVE devido à sua simplicidade.

## **7.2 Missão impactador de energia cinética à vela solar**

Nesta seção descreve-se brevemente o problema proposto pela *American Institute of Aeronautics and Astronautics* (AIAA) de mitigação de um asteroide fictício. Em 4 de julho de 2004, a câmera do *Near-Earth Asteroid Tracking* (NEAT) da JPL/NASA do sítio de Vigilância Espacial Maui descobriu o asteroide Apollo (asteroides cujas órbitas estão localizadas próximas à da Terra) de 0,205 km de diâmetro designado 2004WR. Devido ao fato de observações posteriores indicarem a probabilidade de 95% de que o 2004WR viria a se chocar com a Terra, a este asteroide foi atribuído o nível 9,0 na escala de classificação de Impacto Torino.

Figura 7.1 - Projeto de trajetória ótima com  $(\alpha, \beta)$  para a missão SPI (gráficos gerados usando dados de Carl Sauer da NASA/JPL, a imagem aparece em Wie, B, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol 4, No. 3, 2007).



Fonte: Wie (2008).

Foi previsto que o impacto deveria ocorrer no Hemisfério Sul em 14 de janeiro de 2015, o que causaria danos catastróficos em toda a região do Pacífico se isso ocorresse. A missão, então era a de projetar um sistema espacial que iria de encontro ao 2004WR em tempo hábil, inspecioná-lo e remover o perigo para a Terra, alterando sua órbita e/ou destruindo-o. Os elementos orbitais clássicos do 2004WR são dados no referencial eclíptico heliocêntrico J2000 da seguinte forma:

$$\text{Época} = 53200 \text{ TDB (14 de julho 2004),}$$

$$a = 2,15374076 \text{ UA},$$

$$e = 0,649820926,$$

$$i = 11,6660258^\circ,$$

$$\omega = 66,2021796^\circ,$$

$$\Omega = 114,4749665^\circ,$$

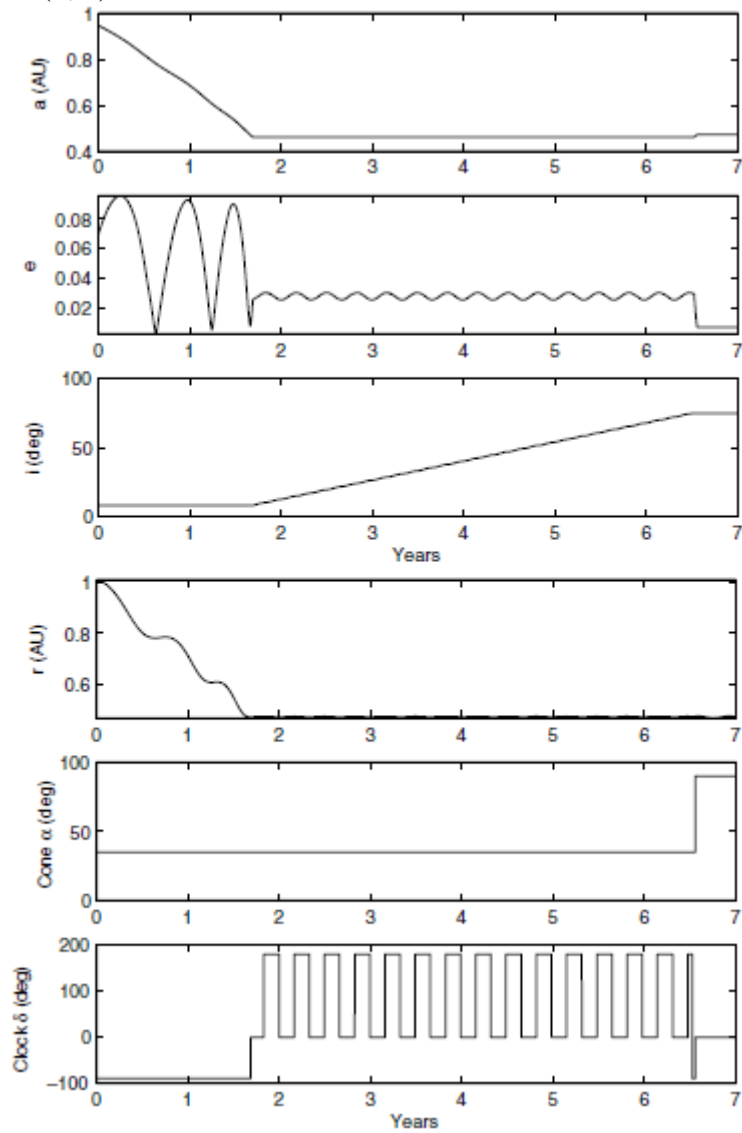
$$M = 229,8987151^\circ.$$

A Figura 7.4 ilustra um conceito de missão de vela solar com *Kinetic Energy Impactor* (KEI) aplicado a este problema de mitigação de um asteroide fictício. A missão proposta requer pelo menos dez espaçonaves à vela solar de 160 m e 300 kg com aceleração característica de  $0,5 \text{ mm/s}^2$ , como opção viável num futuro próximo para mitigar a ameaça representada por *Near-Earth Asteroid* (NEAs). A fase do voo à vela solar da missão KEI proposta, que é muito semelhante à da missão SPI, é composta da fase inicial de cruzeiro de 1 para 0,25 UA, a fase da órbita de arranque (para uma mudança de inclinação de  $168^\circ$ ) e a fase órbita retrógrada final antes do impacto com o asteroide alvo, quando ele se encontrar no periélio, com uma velocidade de impacto superior a 70 km/s.

Leis simples de direcionamento da vela baseado na forma de Gauss das equações variacionais também podem ser empregadas para o projeto preliminar da missão KEI. As Figuras 7.5, 7.6 e 8.1 mostram o resultado da aplicação das leis simples de direção da vela para a missão KEI. A Figura 8.2 também mostra um projeto de trajetória de vela solar KEI para interceptar, impactar e defletir o asteroide 2004WR usando uma lei de controle ótima. Atualizações frequentes dos comandos de direção da vela serão necessárias na prática, devido à dificuldade inerente de apontar com precisão a direção verdadeira do vetor empuxo.

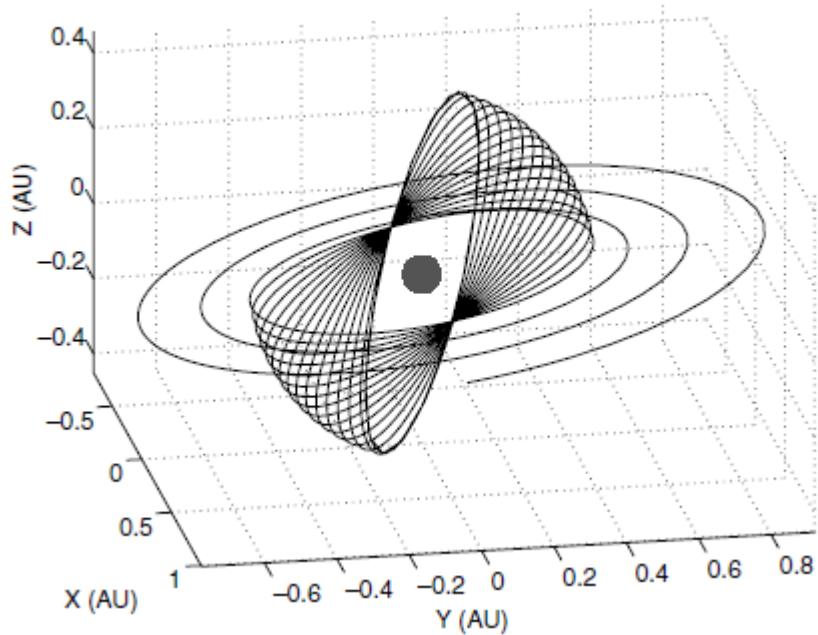


Figura 7.2 - Projeto de trajetória da Missão SPI usando leis simples de direção da vela com  $(\alpha, \delta)$ .



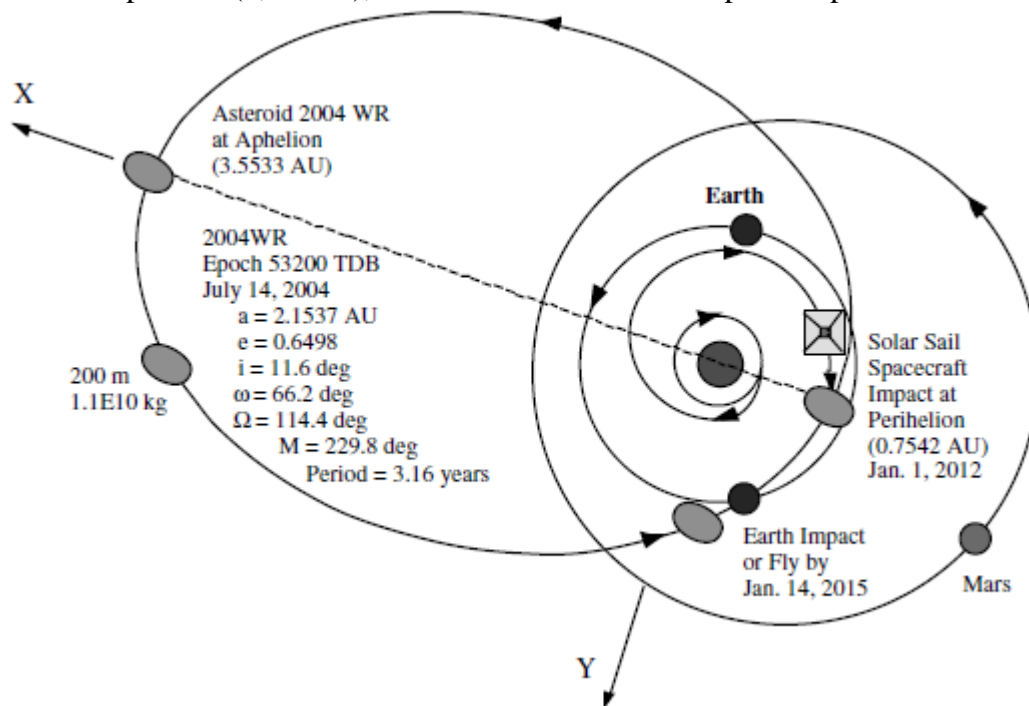
Fonte: Wie (2008).

Figura 7.3 - Resultado do projeto trajetória da missão SPI usando  $(\alpha, \delta)$ .  
 SPI Trajectory:  $a_c = 0.3 \text{ mm/s}^2$ ,  $C_3 = 0.25 \text{ km}^2/\text{s}^2$



Fonte: Wie (2008).

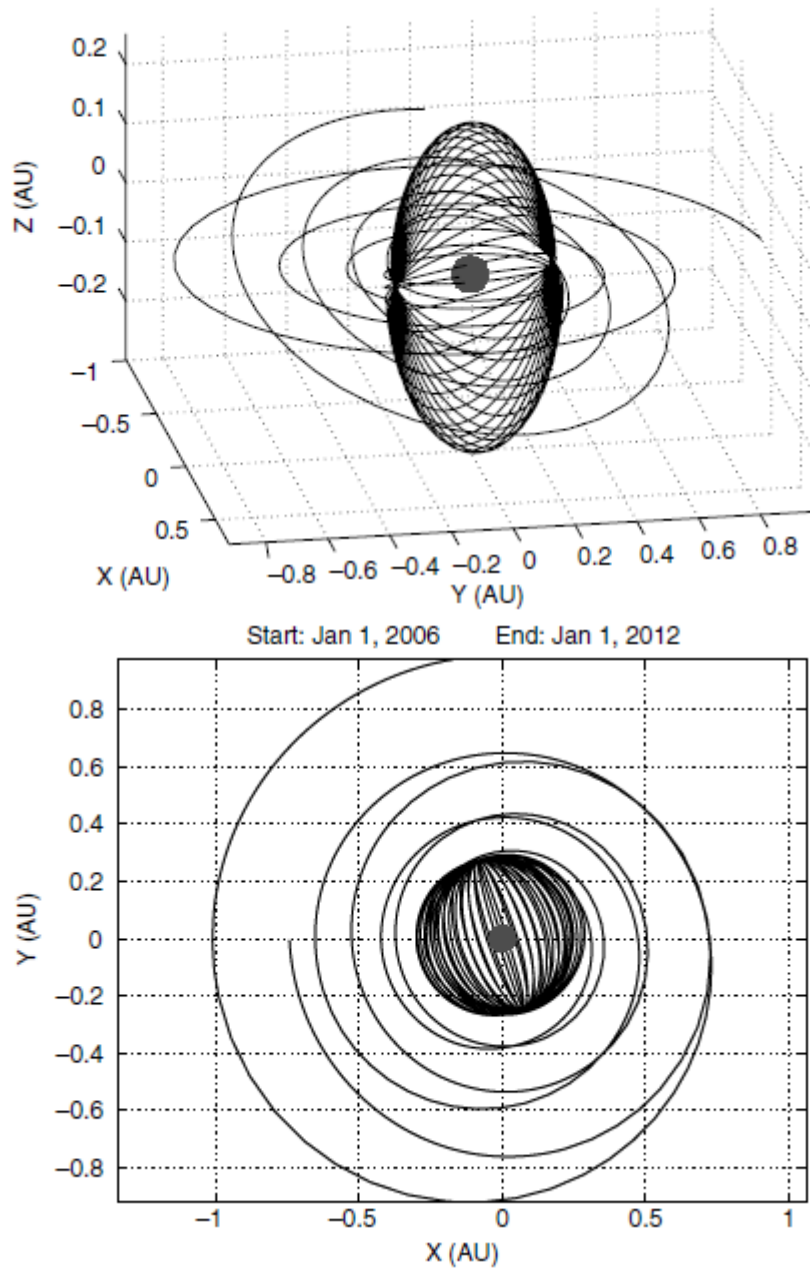
Figura 7.4 - Ilustração da missão da vela solar KEI para impactar e defletir um asteroide próximo à Terra. A fase da órbita retrógrada heliocêntrica final (a partir de 0,25 UA) resulta em uma colisão de frente com o asteroide alvo no seu periélio (0,75 UA), com uma velocidade de impacto superior a 70 km/s.



Fonte: Wie (2008).

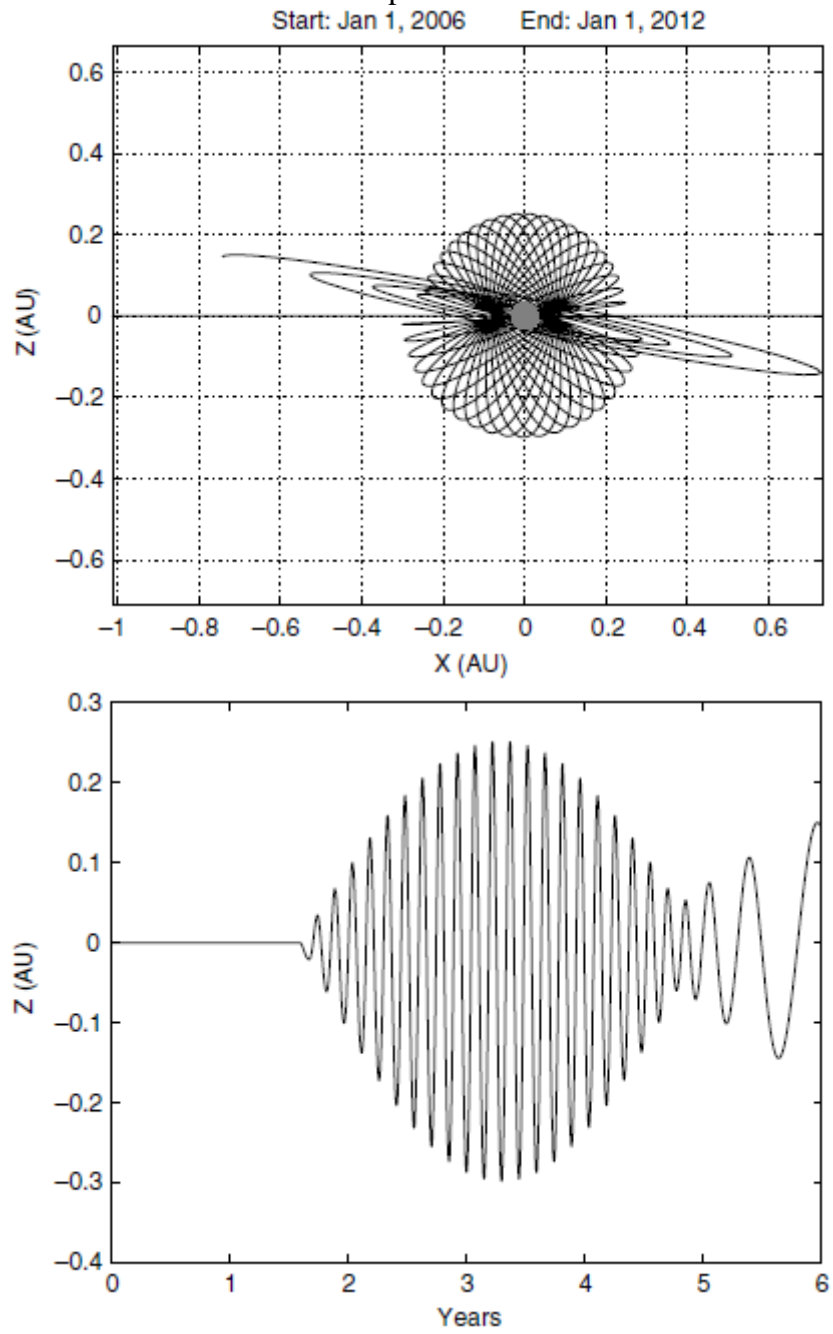
Figura 7.5 - Trajetória da missão da vela solar KEI resultando em uma colisão de frente com o asteroide alvo no seu periélio.

$$a_c = 0.5 \text{ mm/s}^2, C_3 = 0 \text{ km}^2/\text{s}^2$$



Fonte: Wie (2008).

Figura 7.6 - Trajetória da missão da vela solar KEI resultando em uma colisão de frente com o asteroide alvo no seu periélio.



Fonte: Wie (2008).

## 8 PROJETO DE CONTROLE VETORIAL DE EMPUXO DA VELA SOLAR

Conforme descrito nos capítulos anteriores, várias formas de equações de trajetória orbital empregando dois conjuntos de ângulos de cone e de relógio estão disponíveis para o projeto e para a simulação da trajetória de vela solar. Mostrou-se que um projeto de trajetória preliminar pode ser facilmente executado empregando leis simples de direção da vela, aplicado a um conjunto de equações orbitais, denominado forma de Gauss das equações variacionais com  $(\alpha, \delta)$ . Neste capítulo é proposto um esquema de controle de atitude realimentado via quatérnions para aplicações de Controle Vetorial de Empuxo (CVE) para velas solares, dada a interface simples com as entradas de controle de trajetória típicas (os ângulos de cone e de relógio desejados do vetor empuxo solar).

### 8.1 Controle de atitude da realimentação quatérnion

Equações de Euler da dinâmica do movimento de atitude de uma nave à vela rígida são dadas por

$$I_1 \dot{\omega}_1 - (I_2 - I_3) \omega_2 \omega_3 = u_1 + d_1, \quad (8.1a)$$

$$I_2 \dot{\omega}_2 - (I_3 - I_1) \omega_3 \omega_1 = u_2 + d_2, \quad (8.1b)$$

$$I_3 \dot{\omega}_3 - (I_1 - I_2) \omega_1 \omega_2 = u_3 + d_3, \quad (8.1c)$$

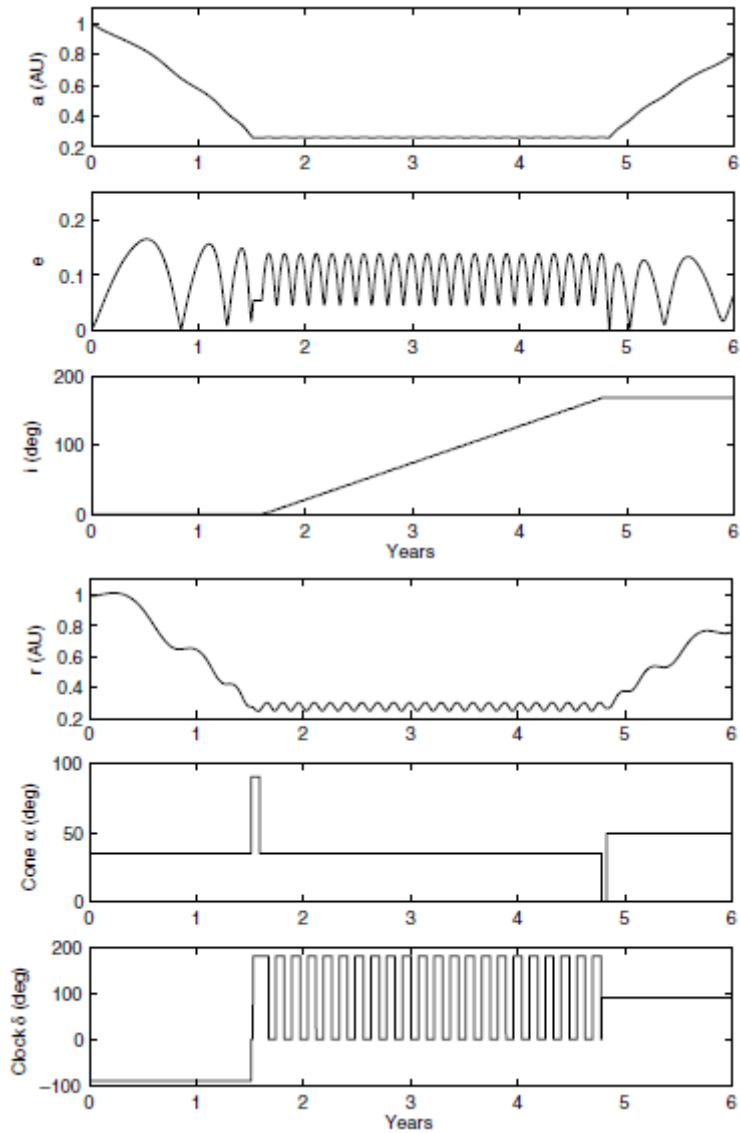
onde  $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$  são as componentes da velocidade angular,  $(I_1, I_2, I_3)$  os momentos principais de inércia,  $(u_1, u_2, u_3)$  os torques de controle de atitude e  $(d_1, d_2, d_3)$  os torques de perturbação.

As equações diferenciais cinemáticas em termos dos quatérnions de atitude são dadas por

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}, \quad (8.2)$$

onde  $(q_1, q_2, q_3, q_4)$  são os quatérnions de atitude inercial.

Figura 8.1 - Projeto trajetória da vela solar KEI usando leis simples de direção da vela.



Fonte: Wie (2008).

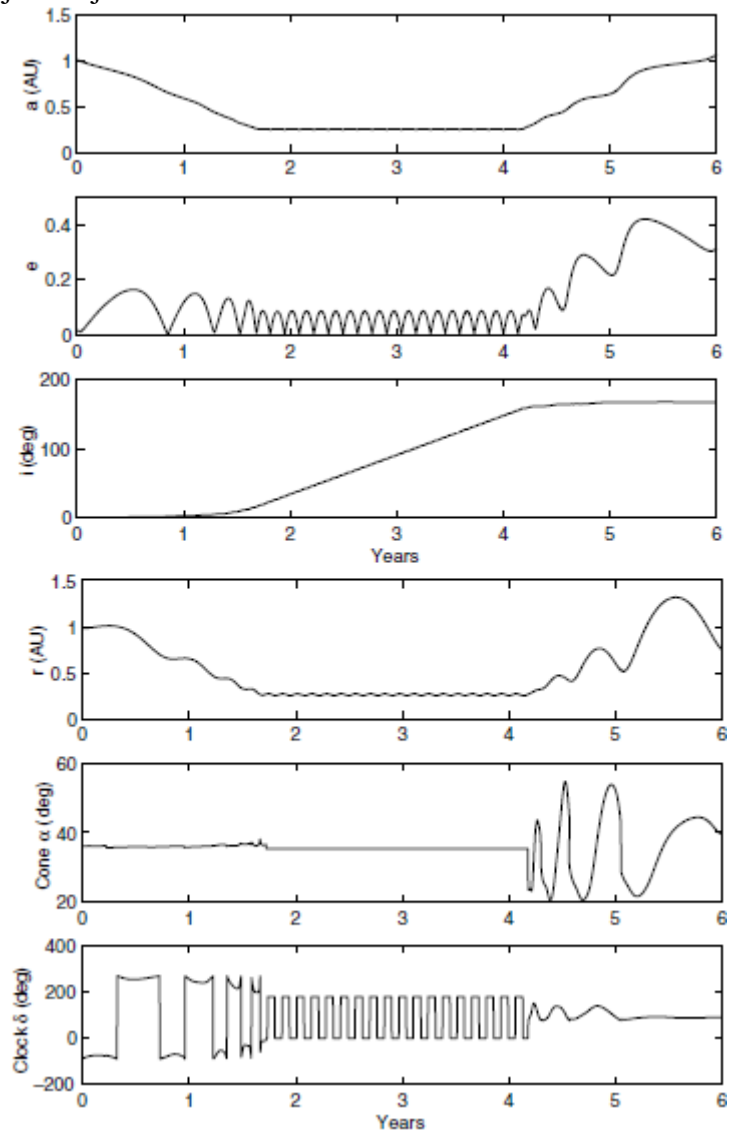
A lógica de controle de atitude com realimentação via quatérnions, proposta para aplicações em velas solares, é simplesmente uma lógica de controle Proporcional Integral Derivativo (PID) da forma

$$u_1 = -k_1 \left( e_1 + \frac{1}{\tau} \int e_1 dt \right) - c_1 \omega_1, \quad (8.3a)$$

$$u_2 = -k_2 \left( e_2 + \frac{1}{\tau} \int e_2 dt \right) - c_2 \omega_2, \quad (8.3b)$$

$$u_3 = -k_3 \left( e_3 + \frac{1}{\tau} \int e_3 dt \right) - c_3 \omega_3, \quad (8.3c)$$

Figura 8.2 - Projeto trajetória da vela solar KEI usando uma lei ótima de direção da vela.



Fonte: Wie (2008).

onde  $(e_1, e_2, e_3)$  são os componentes dos erros de atitude em rolamento, arfagem e guinada dos quatérnions  $(e_1, e_2, e_3, e_4)$  e  $(k_i, \tau, c_i)$  são ganhos de controle a serem propriamente determinados. Os erros de atitude em quatérnions são calculados utilizando os quatérnions de atitude desejados ou comandados  $(q_{1c}, q_{2c}, q_{3c}, q_{4c})$  e os quatérnions de atitude reais  $(q_1, q_2, q_3, q_4)$ , como segue:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_{4c} & q_{3c} & -q_{2c} & -q_{1c} \\ -q_{3c} & q_{4c} & q_{1c} & -q_{2c} \\ q_{2c} & -q_{1c} & q_{4c} & -q_{3c} \\ q_{1c} & q_{2c} & q_{3c} & q_{4c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}. \quad (8.4)$$

Uma lógica de controle de saturação acomodando o torque do atuador e restrições na velocidade de rotação é dada por

$$u_i = - \underset{U_{\max}}{\text{sat}} \left\{ k_i \underset{L_i}{\text{sat}} \left[ e_i + \frac{1}{\tau} \int e_i \right] + c_i \omega_i \right\}; \quad i = 1, 2, 3 \quad (8.5)$$

e a variável limitadora  $L_i$  é auto ajustada conforme

$$L_i = \frac{c_i}{k_i} \min\{\sqrt{2a_i|e_i|}, \omega_{\max}\}, \quad (8.6)$$

onde  $\omega_{\max}$  é a velocidade de rotação máxima (se necessário) e  $a_i$  é a aceleração angular máxima.

## 8.2 Entradas de controle de trajetória ( $\alpha, \beta$ )

Considere a sequência de rotação fixa no corpo:  $C_2(-\alpha) \leftarrow C_1(-\beta) \leftarrow C_2(-\phi) \leftarrow C_3(\psi)$ . Para este caso de empregar  $(\alpha, \beta)$  como as entradas de controle da trajetória ou os comandos de manobra CVE, tem-se

$$\begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\psi} \\ \hat{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{bmatrix}, \quad (8.7)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{1} \\ \hat{2} \\ \hat{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\psi} \\ \hat{\phi} \end{bmatrix}. \quad (8.8)$$

A transformação de coordenadas equivalente em termos de quatérnions é expressa como

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -\sin(\alpha/2) \\ 0 \\ \cos(\alpha/2) \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} -\sin(\beta/2) \\ 0 \\ 0 \\ \cos(\beta/2) \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin(\phi/2) \\ 0 \\ \cos(\phi/2) \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin(\psi/2) \\ \cos(\psi/2) \end{bmatrix}, \quad (8.9)$$

o que resulta em



$$\begin{bmatrix} q_{1c} \\ q_{2c} \\ q_{3c} \\ q_{4c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha/2) & 0 & \sin(\alpha/2) & 0 \\ 0 & \cos(\alpha/2) & 0 & -\sin(\alpha/2) \\ -\sin(\alpha/2) & 0 & \cos(\alpha/2) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha/2) & 0 & \cos(\alpha/2) \end{bmatrix} \times \\
\begin{bmatrix} \cos(\beta/2) & 0 & 0 & -\sin(\beta/2) \\ 0 & \cos(\beta/2) & -\sin(\beta/2) & 0 \\ 0 & \sin(\beta/2) & \cos(\beta/2) & 0 \\ \sin(\beta/2) & 0 & 0 & \cos(\beta/2) \end{bmatrix} \times \\
\begin{bmatrix} \cos(\phi/2) & 0 & \sin(\phi/2) & 0 \\ 0 & \cos(\phi/2) & 0 & -\sin(\phi/2) \\ -\sin(\phi/2) & 0 & \cos(\phi/2) & 0 \\ 0 & \sin(\phi/2) & 0 & \cos(\phi/2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin(\psi/2) \\ \cos(\psi/2) \end{bmatrix}, \quad (8.10)$$

onde  $(q_{1c}, q_{2c}, q_{3c}, q_{4c})$  são os quatérnions de atitude desejados de uma nave à vela cuja orientação fornece a direção do vetor de empuxo desejado como comandado por  $(\alpha, \beta)$ . O resultado anterior indica que um sistema CVE irá requerer alterações frequentes tanto da informação orbital  $(\phi, \psi)$  quanto de comandos de manobra CVE  $(\alpha, \beta)$  causados pela dificuldade inerente para apontar com precisão o vetor de empuxo verdadeiro para uma grande vela solar.

Dados os quatérnions de atitude reais  $(q_1, q_2, q_3, q_4)$ , os ângulos de cone e de relógio reais  $(\alpha, \beta)$  podem ser determinados a partir da seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 - q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_2q_1 - q_3q_4) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) \\ 2(q_3q_1 - q_2q_4) & 2(q_3q_2 - q_1q_4) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} = \\
\begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \times \\
\begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Dada uma matriz cosseno diretor, os quatérnions também podem ser determinados como

$$q_4 = \frac{1}{2} \sqrt{1 + C_{11} + C_{22} + C_{33}},$$

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{4q_4} \begin{bmatrix} C_{23} - C_{32} \\ C_{31} - C_{13} \\ C_{12} - C_{21} \end{bmatrix},$$

onde  $q_4 \neq 0$ .

No entanto, esta abordagem tem um problema de singularidade quando  $q_4=0$ .

### 8.3 Entradas de controle de trajetória ( $\alpha, \delta$ )

Para um caso de empregar  $(\alpha, \delta)$  como as entradas de controle de trajetória ou os comandos de direção CVE, considere uma sequência de rotação fixa no corpo na forma:  $C_2(-\alpha) \leftarrow C_1(-\delta) \leftarrow C_3(\theta) \leftarrow C_3(\omega) \leftarrow C_1(i) \leftarrow C_3(\Omega)$ . Para este caso, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\theta} \\ \hat{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega + \theta) & \sin(\omega + \theta) & 0 \\ -\sin(\omega + \theta) & \cos(\omega + \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{bmatrix}, \quad (8.11)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{1} \\ \hat{2} \\ \hat{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & -\sin \delta \\ 0 & \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{\theta} \\ \hat{k} \end{bmatrix}, \quad (8.12)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -\sin(\alpha/2) \\ 0 \\ \cos(\alpha/2) \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} -\sin(\delta/2) \\ 0 \\ 0 \\ \cos(\delta/2) \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ \sin\left(\frac{\omega+\theta}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\omega+\theta}{2}\right) \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} \sin(i/2) \\ 0 \\ 0 \\ \cos(i/2) \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin(\Omega/2) \\ \cos(\Omega/2) \end{bmatrix}, \quad (8.13)$$

$$\begin{bmatrix} q_{1c} \\ q_{2c} \\ q_{3c} \\ q_{4c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha/2) & 0 & \sin(\alpha/2) & 0 \\ 0 & \cos(\alpha/2) & 0 & -\sin(\alpha/2) \\ -\sin(\alpha/2) & 0 & \cos(\alpha/2) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha/2) & 0 & \cos(\alpha/2) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\delta/2) & 0 & 0 & -\sin(\delta/2) \\ 0 & \cos(\delta/2) & -\sin(\delta/2) & 0 \\ 0 & \sin(\delta/2) & \cos(\delta/2) & 0 \\ \sin(\delta/2) & 0 & 0 & \cos(\delta/2) \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\omega+\theta}{2}\right) & \sin\left(\frac{\omega+\theta}{2}\right) & 0 & 0 \\ -\sin\left(\frac{\omega+\theta}{2}\right) & \cos\left(\frac{\omega+\theta}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\left(\frac{\omega+\theta}{2}\right) & \sin\left(\frac{\omega+\theta}{2}\right) \\ 0 & 0 & -\sin\left(\frac{\omega+\theta}{2}\right) & \cos\left(\frac{\omega+\theta}{2}\right) \end{bmatrix} \times \\
& \begin{bmatrix} \cos(i/2) & 0 & 0 & \sin(i/2) \\ 0 & \cos(i/2) & \sin(i/2) & 0 \\ 0 & -\sin(i/2) & \cos(i/2) & 0 \\ -\sin(i/2) & 0 & 0 & \cos(i/2) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin(\Omega/2) \\ \cos(\Omega/2) \end{bmatrix}. \quad (8.14)
\end{aligned}$$

O resultado anterior indica que um sistema CVE empregando  $(\alpha, \delta)$  também irá requerer alterações frequentes de ambos os parâmetros orbitais  $(\Omega, i, \omega, \theta)$  e comandos de manobra CVE  $(\alpha, \delta)$  por causa da incapacidade inerente de apontar o verdadeiro sentido do vetor empuxo de uma grande vela solar.

A equação (8.14) fornece um algoritmo computacional simples para determinar os quatérnions de atitude desejados a partir dos ângulos de cone/relógio comandados  $(\alpha, \delta)$ .

Dados os reais quatérnions de atitude  $(q_1, q_2, q_3, q_4)$ , os ângulos de cone e de relógio reais  $(\alpha, \delta)$  podem ser determinados a partir da seguinte relação:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 - q_3q_4) & 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ 2(q_2q_1 - q_3q_4) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2q_3 - q_1q_4) \\ 2(q_3q_1 - q_2q_4) & 2(q_3q_2 - q_1q_4) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} = \\
& \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & -\sin \delta \\ 0 & \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \times \\
& \begin{bmatrix} \cos(\omega + \theta) & \sin(\omega + \theta) & 0 \\ -\sin(\omega + \theta) & \cos(\omega + \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{bmatrix} \times \\
& \begin{bmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (8.15)
\end{aligned}$$

#### 8.4 Relação de $\beta$ e $\delta$

Os dois ângulos de relógio diferentes  $\beta$  e  $\delta$  estão relacionados como

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
& \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & -\sin \delta \\ 0 & \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\omega + \theta) & \sin(\omega + \theta) & 0 \\ -\sin(\omega + \theta) & \cos(\omega + \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{bmatrix} \times \\
& \begin{bmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

## 9 CONTROLE DE ATITUDE DE UMA VELA SOLAR EM UMA ÓRBITA SOL-SÍNCRONA USANDO RODAS DE REAÇÃO E TORQUES MAGNÉTICOS

As Figuras 9.1-9.3 ilustram uma manobra de atitude para alcançar uma mudança desejada de  $180^\circ$  no ângulo de relógio  $\delta$  dentro de 3 h (com um comando de ângulo de cone fixo de  $35^\circ$ ). A Figura 9.1 mostra que para realizar essa manobra de  $180^\circ$  no ângulo de relógio a velocidade angular no eixo de arfagem ( $\omega_2$ ) varia somente  $\pm 0,01\%/s$ . A Figura 9.2 mostra que o ângulo de relógio só atinge um valor próximo aos  $180^\circ$  da manobra desejada após quatro horas; para atingir esse valor o ângulo de cone possui um pico e depois retorna ao ângulo inicial. A figura 9.3 mostra os elementos orbitais variando no tempo de 4 horas.

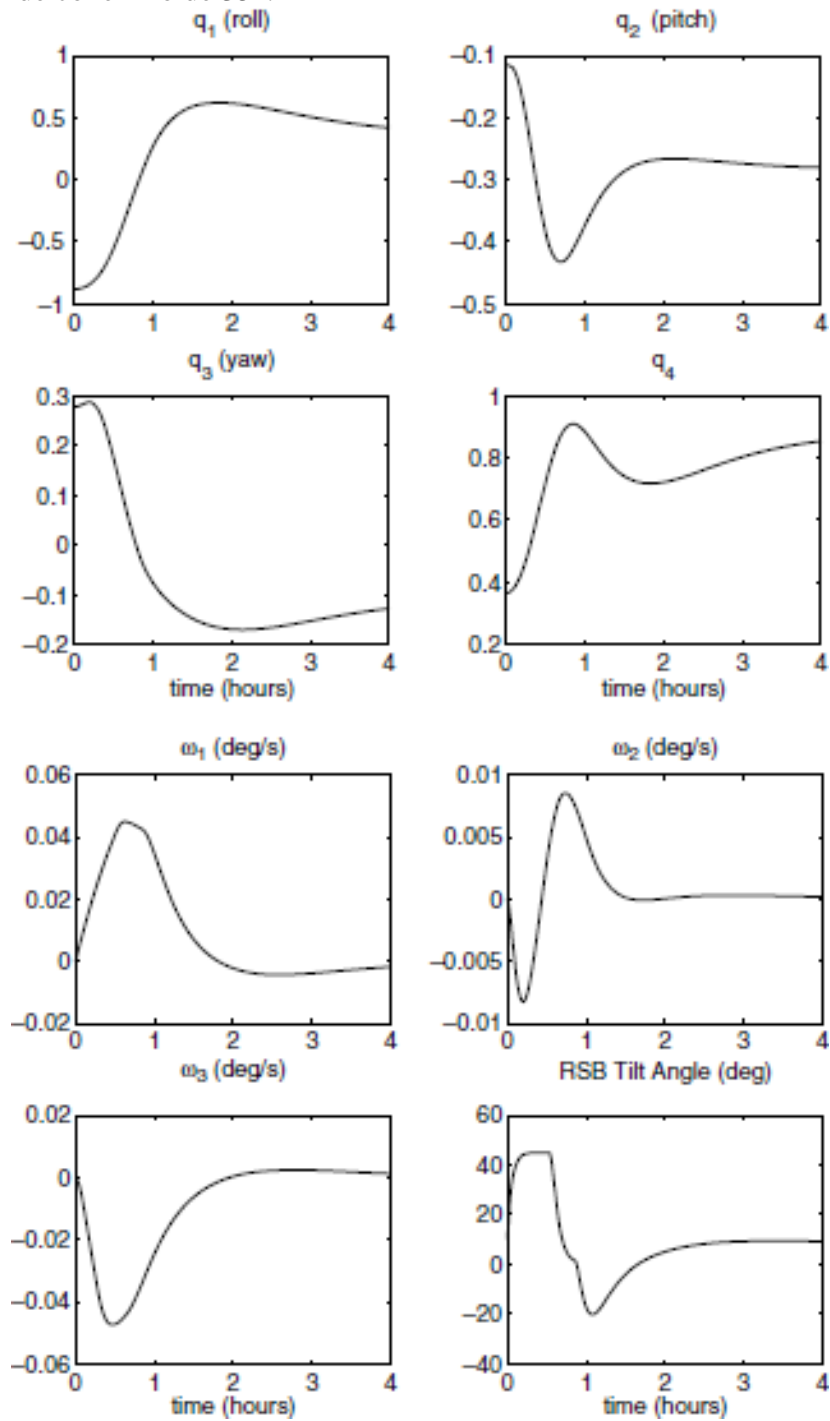
Sabe-se que a linha nodal precessa regressivamente com uma velocidade angular dada por

$$\dot{\Omega} = -\frac{3J_2R_\oplus^2}{2a^2}n\cos i, \quad (9.1)$$

em que  $R_\oplus$  é o raio da Terra,  $J_2 = 1082,64 \times 10^{-6}$  m é o achatamento da Terra,  $h$  é altitude,  $a = R_\oplus + h$ ,  $i$  é a inclinação,  $n = \sqrt{\mu/a^3}$  e  $\mu$  é o parâmetro gravitacional.

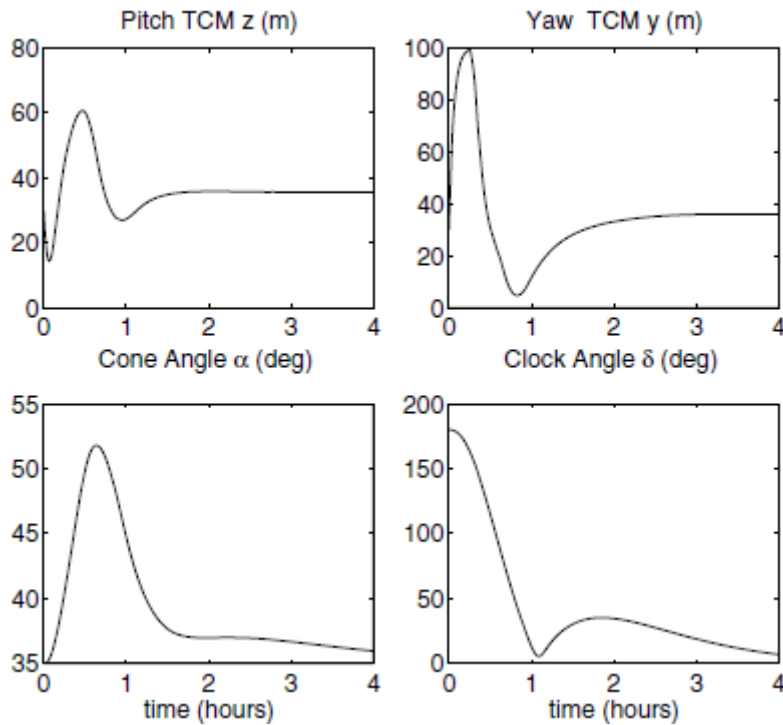
A Terra gira em torno do Sol em uma órbita quase circular ( $e = 0,016726$ ) com um período de 365,24 dias solares. A Terra também gira em torno do seu próprio eixo com um período de 1 dia sideral (23h56m4,09s). A órbita sol-síncrona (ou sincronizada com o Sol) de um satélite deve ter uma velocidade de regressão nodal  $\dot{\Omega}$ , dada por (9.1), igual à velocidade média de revolução da Terra em torno do Sol (ou seja,  $360^\circ$  em 365,24 dias solares ou  $0,985$  %/dia). Esta regressão deve ser no sentido da rotação da Terra porque a Terra gira em torno de seu eixo no mesmo sentido que gira em torno do Sol. Portanto, um satélite sol-síncrono deve ter uma órbita retrógrada ( $i > 90$ ) para que a regressão nodal, dada por (9.1), possa ser prógrada. Além disso, o satélite deve ter uma combinação de altitude e inclinação que produz regressão de  $0,985$  %/dia. As órbitas sol-síncronas mantêm a orientação inicial relativa ao Sol. Essas órbitas retrógradas situam-se entre os ângulos de inclinação de  $95,7$  graus e  $180$  graus em altitudes até  $5970$  km.

Figura 9.1 - Uma manobra de 180° no ângulo de relógio  $\delta$  com um comando de ângulo de cone fixo de 35°.



Fonte: Wie (2008).

Figura 9.2 - Uma manobra de 180° no ângulo de relógio  $\delta$  com um comando de ângulo de cone fixo de 35°.



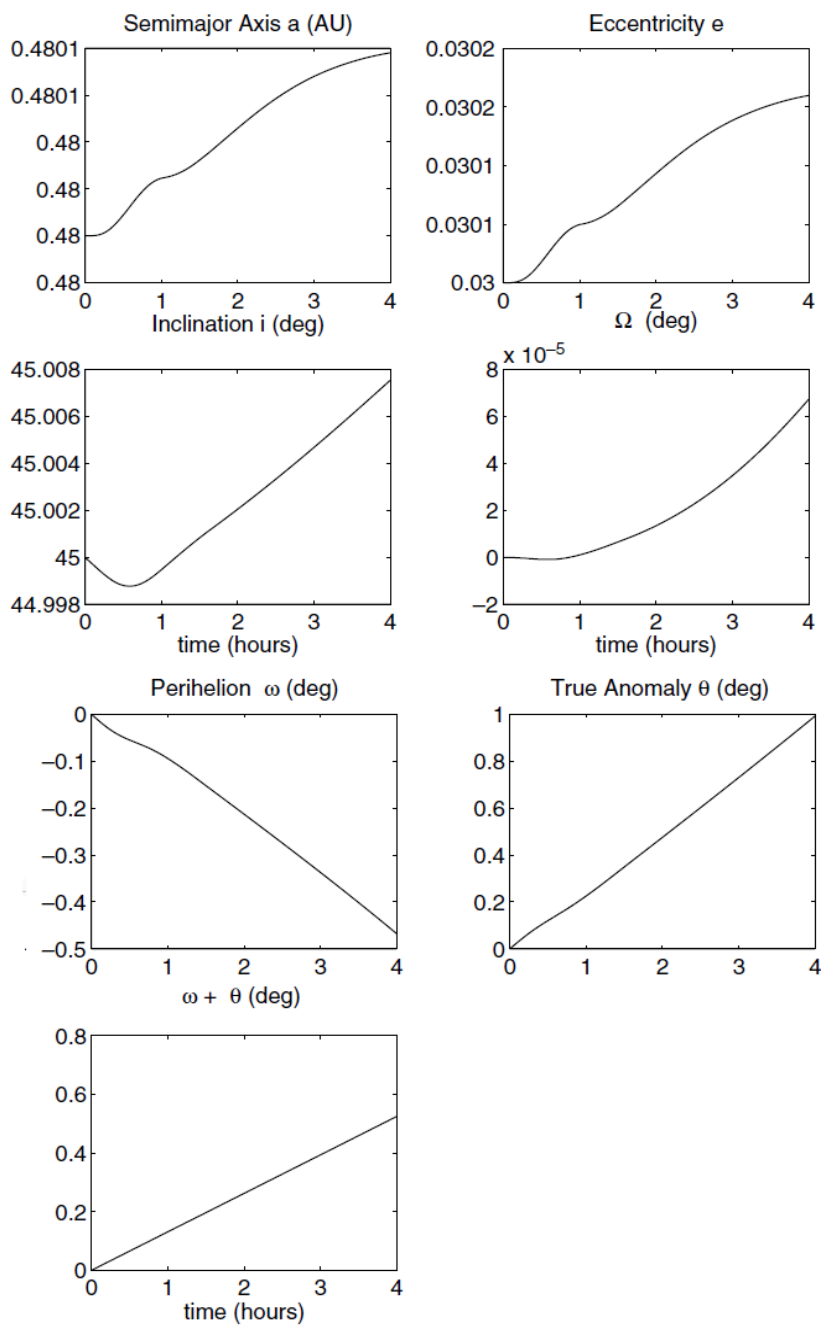
Fonte: Wie (2008).

Órbitas síncronas com o Sol abaixo de 1400 km podem passar por sombras e a densidade de detritos orbitais torna-se significativa entre 1400 a 1550 km. Uma vez que esses ambientes representam algum risco para uma nave a vela, uma órbita preferível pode estar na faixa de 1600 km. É desejável evitar sombras, pois os trânsitos na penumbra causarão choques térmicos que excitam a dinâmica da estrutura, tensionando a vela e rapidamente exigindo a atuação dos mecanismos utilizados para manter a tensão constante da vela. O Eclipse também causará grandes cargas de oscilações e os efeitos sobre uma grande vela podem ser prejudiciais.

Dado isso, uma órbita Sol-síncrona do amanhecer ao crepúsculo, foi proposta para a missão de validação de voo à vela solar NMP ST9. Foi mostrado por Wie (2008) que uma pequena roda de reação pode não ser adequada para o controle de atitude de uma vela solar de 40 m em tal missão de validação de voo porque uma roda típica de 2 kg com um pico de torque de 0,01 Nm tem menos que 2 Nms de capacidade de armazenamento de momento angular. No entanto, torques magnéticos podem ser utilizados para a descarga de momento angular das rodas de reação, sem afetar o movimento orbital, como

verificado por Lappas e Wie (2006). É examinada nesse capítulo a combinação convencional de rodas de reação (RRs) e torques magnéticos (TMs) de pequenos satélites, embora não seja adequado tal Subsistema de Controle de Atitude (SCA) convencional baseado em RR/TM para missões de vela solar interplanetárias.

Figura 9.3 - Uma manobra de 180° no ângulo de relógio  $\delta$  com um comando de ângulo de cone fixo de 35°.



Fonte: Wie (2008)



Para um grande ângulo de manobra de reorientação de guinada (mas com erros de atitude de rolamento/arfagem pequenos), as equações do movimento de atitude de uma nave espacial à vela solar empregando RRs e TMs em uma órbita Sol-síncrona do amanhecer ao crepúsculo pode ser escrita como

$$J_x \ddot{\phi} + n^2(J_y - J_z)(3 + \cos^2 \psi)\phi - n^2(J_y - J_z)(\cos \psi \sin \psi)\theta - n(J_x - J_y + J_z)(\cos \psi)\dot{\psi} = T_x + N_x + D_x, \quad (9.2)$$

$$J_y \ddot{\theta} + n^2(J_x - J_z)(3 + \sin^2 \psi)\theta - n^2(J_x - J_z)(\cos \psi \sin \psi)\phi - n(J_x - J_y - J_z)(\sin \psi)\dot{\psi} = T_y + N_y + D_y, \quad (9.3)$$

$$J_z \ddot{\psi} + n^2(J_y - J_x) \sin \psi \cos \psi + n(J_x - J_y + J_z)(\cos \psi)\dot{\phi} + n(J_x - J_y - J_z)(\sin \psi)\dot{\theta} = T_z + N_z + D_z, \quad (9.4)$$

onde  $(\phi, \theta, \psi)$  são os ângulos de atitude de rolamento, arfagem, e guinada no que diz respeito ao referencial orbital VLHL,  $(T_x, T_y, T_z)$  são os componentes de torque das rodas de reação,  $(N_x, N_y, N_z)$  são o componentes de controle do torque magnético, e  $(D_x, D_y, D_z)$  são os componentes de torque de perturbação solar. Supõe-se que  $D_x = 0,5\epsilon F$  e  $D_y = D_z = \epsilon F$ , onde  $F = F_s \cos^2 \alpha$  e  $\epsilon$  é a incerteza deslocamento CM/CP. Considera-se também que o ângulo solar  $\beta \approx 0$  e  $\alpha = \pi/2 + \psi$ . Note que o modo de empuxo zero tem um ângulo de guinada zero e que o modo de espera de empuxo total tem um ângulo de guinada de  $-90^\circ$ .

A dinâmica da roda de reação de três eixos são simplesmente modeladas como

$$\dot{H}_x = -T_x; \quad \dot{H}_y = -T_y; \quad \dot{H}_z = -T_z, \quad (9.5)$$

onde  $(H_x, H_y, H_z)$  são os componentes do momento da roda de reação nos eixos do corpo.

Lógica de controle de atitude empregando RRs é escolhida como

$$T_x = - \text{sat}_{T_{\max}} \left\{ K_x \text{sat}_L \phi + C_x \dot{\phi} \right\}, \quad (9.6a)$$

$$T_y = - \text{sat}_{T_{\max}} \left\{ K_y \text{sat}_L \theta + C_y \dot{\theta} \right\}, \quad (9.6b)$$

$$T_z = -\text{sat}_{T_{\max}} \left\{ K_z \text{sat}_L(\psi - \psi_c) + C_z \dot{\psi} \right\}, \quad (9.6c)$$

onde  $T_{\max}$  é o pico de torque disponíveis a partir de uma RR e assume-se como  $T_{\max} = 0,02$  Nm para uma RR de 3 kg com um pico de capacidade de armazenamento de momento de  $H_{\max} = 5$  Nms.

Torques magnéticos, também conhecidos como magneto-torques ou barras de torque, têm sido empregados extensivamente no controle de atitude de naves espaciais, bem como para a descarga de momento angular de rodas de reação.

Quando a bobina magnética é energizada eletricamente, gera um momento do dipolo magnético. A interação entre o momento do dipolo magnético,  $\vec{M}$  em unidades de Am<sup>2</sup>, com vetor de campo magnético da Terra,  $\vec{B}$  em unidades de Wb/m<sup>2</sup>, produz um vetor torque de controle,  $\vec{N}$  em unidades de N·m, agindo sobre a nave espacial como

$$\vec{N} = \vec{M} \times \vec{B}, \quad (9.7)$$

que pode ser reescrito em forma de componente como

$$N_x = M_y B_z - M_z B_y, \quad (9.8a)$$

$$N_y = M_z B_x - M_x B_z, \quad (9.8b)$$

$$N_z = M_x B_y - M_y B_x. \quad (9.8c)$$

Componentes do vetor campo magnético da Terra ( $B_x, B_y, B_z$ ) medido ao longo dos eixos do corpo da nave espacial ( $x, y, z$ ) estão relacionados com os componentes de  $\vec{B}$  representados ao longo do referencial orbital VLHL da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}, \quad (9.9)$$

onde ( $B_1, B_2, B_3$ ) são os componentes de  $\vec{B}$  representados ao longo do referencial VLHL. Para os pequenos  $\theta$  e  $\phi$ , tem-se

$$B_x = \cos \psi B_1 + \sin \psi B_2, \quad (9.10a)$$

$$B_y = -\sin \psi B_1 + \cos \psi B_2, \quad (9.10b)$$

$$B_z = B_3. \quad (9.10c)$$

Um modelo simplificado do campo magnético da Terra é expresso como

$$B_1 = \frac{\mu_m}{r^3} \sin i \cos nt, \quad (9.11a)$$

$$B_2 = -\frac{\mu_m}{r^3} \cos i, \quad (9.11b)$$

$$B_3 = 2 \frac{\mu_m}{r^3} \sin i \sin nt, \quad (9.11c)$$

onde  $\mu_m = 7,96 \times 10^{15}$  (em unidades de Wbm) é a força de dipolo magnético da Terra,  $r$  é a posição orbital geocêntrica e  $i$  é o ângulo de inclinação orbital em relação ao equador magnético. Supõe-se que  $r = R_{\oplus} + h = 7,978 \times 10^3$  m,  $i = 102^\circ$  e  $n = 8,8589 \times 10^{-4}$  rd/s para a órbita sol-síncrona do amanhecer ao crepúsculo de 1600 km proposta.

Uma lógica de controle TM heurística simples, para a descarga de momento é dada por

$$N_{xc} = -k\Delta H_x = -k(H_x - H_{x0}), \quad (9.12a)$$

$$N_{yc} = -k\Delta H_y = -k(H_y - H_{y0}), \quad (9.12b)$$

$$N_{zc} = -k\Delta H_z = -k(H_z - H_{z0}), \quad (9.12c)$$

onde  $(N_{xc}, N_{yc}, N_{zc})$  são o comando torque de controle magnético,  $(H_x, H_y, H_z)$  são as componentes de momento da roda de reação nos eixos do corpo, e  $(k, H_{x0}, H_{y0}, H_{z0})$  são os parâmetros de controle TM para ser devidamente determinada principalmente por uma abordagem de tentativa e erro típico usando simulações.

Utilizando uma lógica de controle TM produto cruzado da forma

$$\vec{M} = \frac{\vec{B} \times \vec{N}_c}{B^2}, \quad (9.13)$$

onde  $\vec{N}_c$  é o vetor comando de torque de controle magnético e  $B = \sqrt{(B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)}$  em unidades de Wb/m<sup>2</sup>, obtém-se a seguinte lógica de controle TM:

$$M_x = \text{sat}_{M_{\max}} \left\{ \frac{B_y N_{zc} - B_z N_{yc}}{B^2} \right\}, \quad (9.14a)$$

$$M_y = \text{sat}_{M_{\max}} \left\{ \frac{B_z N_{xc} - B_x N_{zc}}{B^2} \right\}, \quad (9.14b)$$

$$M_z = \text{sat}_{M_{\max}} \left\{ \frac{B_x N_{yc} - B_y N_{xc}}{B^2} \right\}, \quad (9.14c)$$

onde  $M_{\max}$  é o momento de pico dipolo escolhido como  $M_{\max} = 100 \text{ Am}^2$  para, um uma bobina magnética de 4 kg de médio porte. Nota-se que as componentes do vetor campo magnético da Terra ( $B_x, B_y, B_z$ ) são diretamente medidas por magnetômetros de três eixos.

Para um caso ideal, sem o limite de saturação do momento de dipolo TM, o torque de controle magnético real atuando na nave espacial, em seguida, torna-se

$$\vec{N} = \vec{M} \times \vec{B} = \frac{(\vec{B} \times \vec{N}_c)}{B^2} \times \vec{B} = \vec{N}_c - \frac{(\vec{N}_c \cdot \vec{B})}{B^2} \vec{B}, \quad (9.15)$$

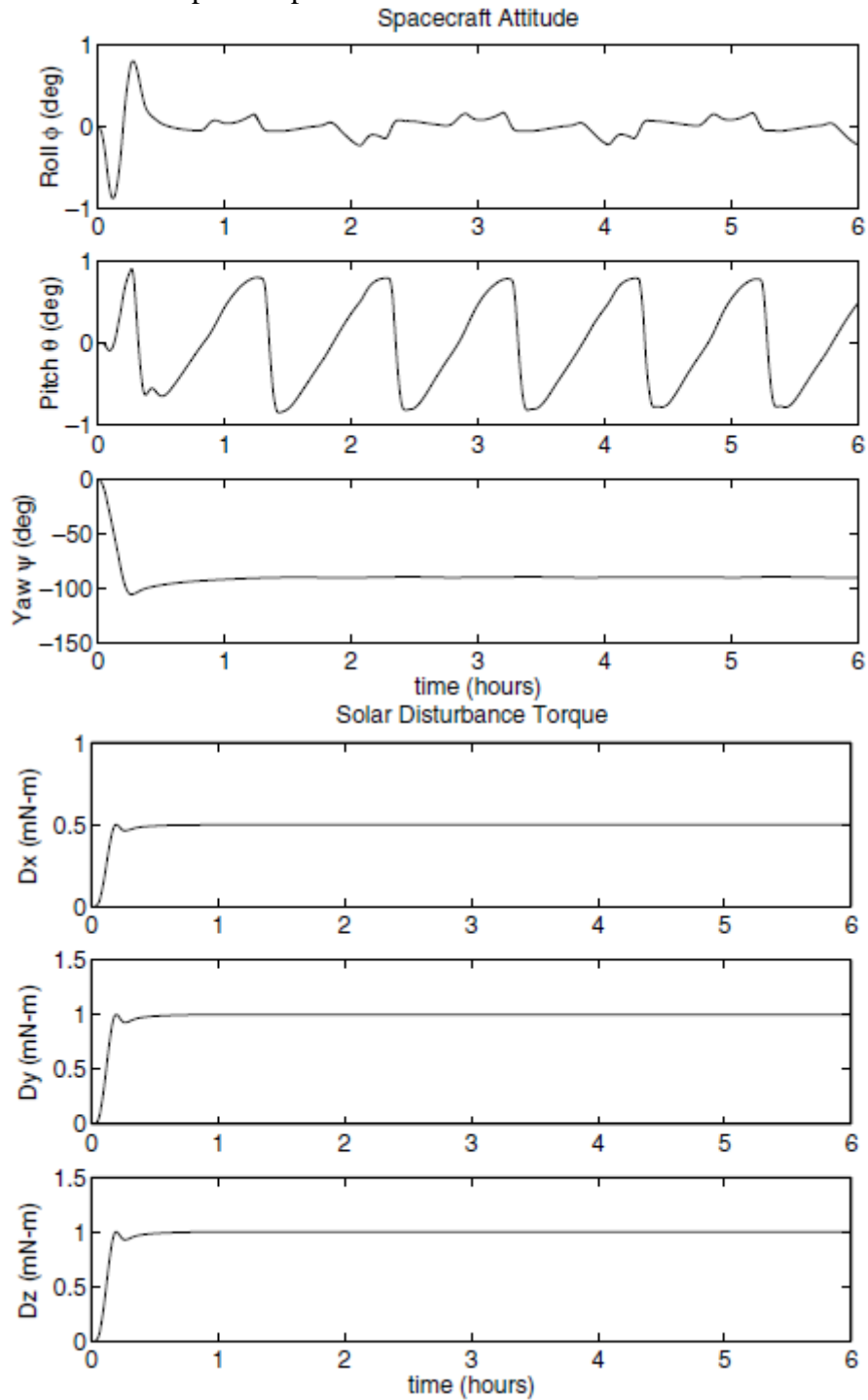
o que indica que  $\vec{N} \neq \vec{N}_c$  a menos  $\vec{N}_c \cdot \vec{B} = 0$ . Assim, a eficácia geral deste sistema de controle TM simples baseia-se na remoção da órbita média do momento da roda utilizando a natureza cíclica do campo magnético da Terra  $\vec{B}$ .

Os resultados das simulações são apresentados nas Figuras 9.4-9.7 para uma manobra de guinada de 90° de uma vela solar de 40 m (com  $\epsilon = 0,1 \text{ m}$  e  $F_s = 0,01 \text{ Nm}$ ) para uma transição a partir do modo de empuxo zero para o modo de espera empuxo total. Os erros atitude de rolamento e arfagem são mantidos dentro de  $\pm 1^\circ$ . Os parâmetros de controle TM foram assumidos como  $k = 0,01$ ,  $H_{x0} = H_{y0} = 0$ , e  $H_{z0} = -5 \text{ Nms}$ . O momento angular das rodas de reação é adequadamente gerenciado pelo sistema de controle de TM simples na presença dos três eixos, torque de perturbação de pressão solar secular durante a operação em modo de espera empuxo total ( $\psi = -90^\circ$ ).

Novamente ressalta-se que uma combinação convencional de pequenas rodas de reação e bobinas magnéticas de médio porte de pequenos satélites podem ser utilizados para a

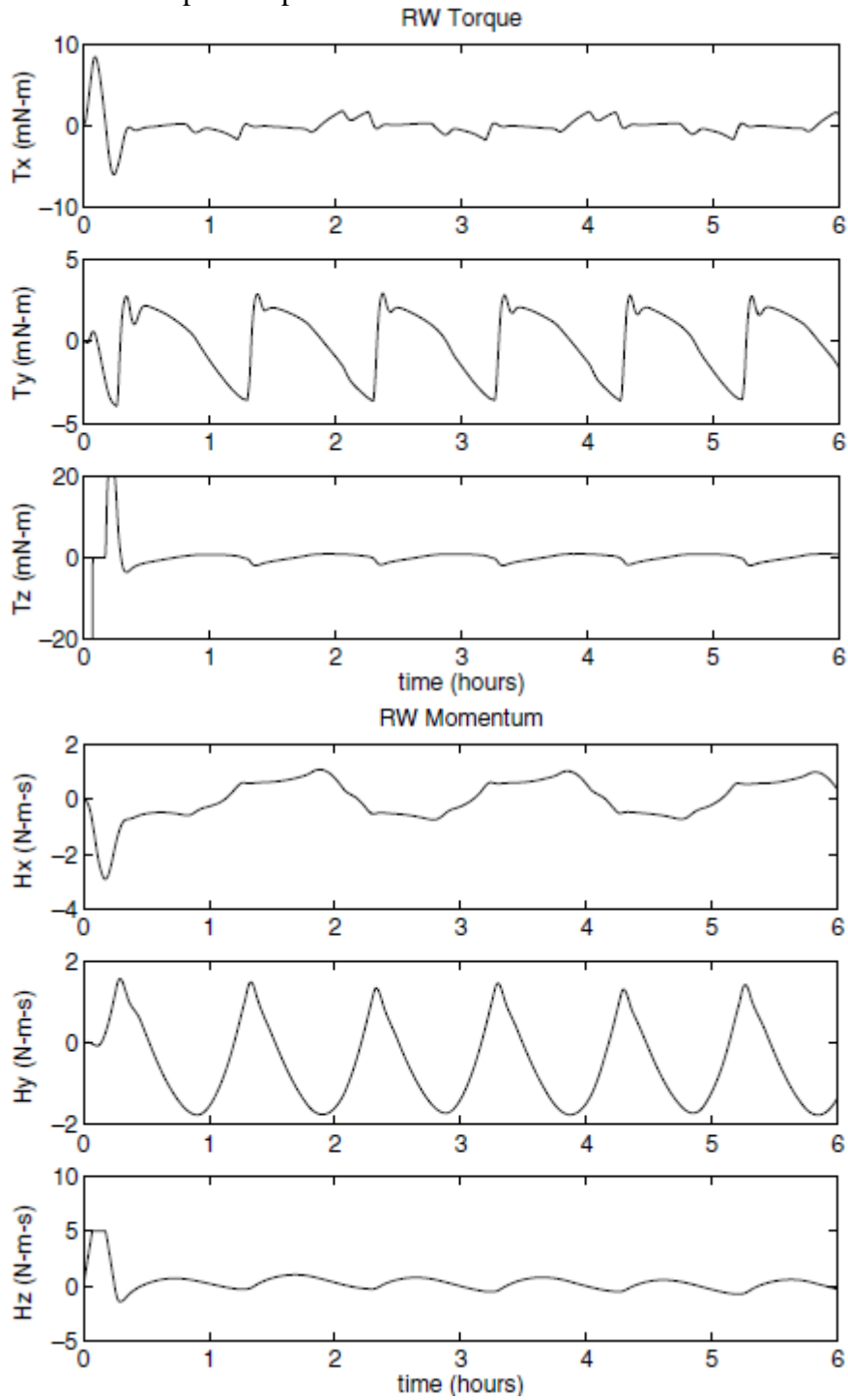
missão de validação de voo de vela solar proposta em uma órbita sol-síncrona do amanhecer ao crepúsculo, enquanto uma tal RR/TM convencional baseada em SCA não será adequada para missões de vela solar interplanetárias.

Figura 9.4 - Uma manobra de 90° de guinada de uma vela solar de 40 m (com  $\epsilon = 0,1$  m), utilizando RRs e TMs para uma transição do modo de empuxo zero para o modo de espera empuxo total.



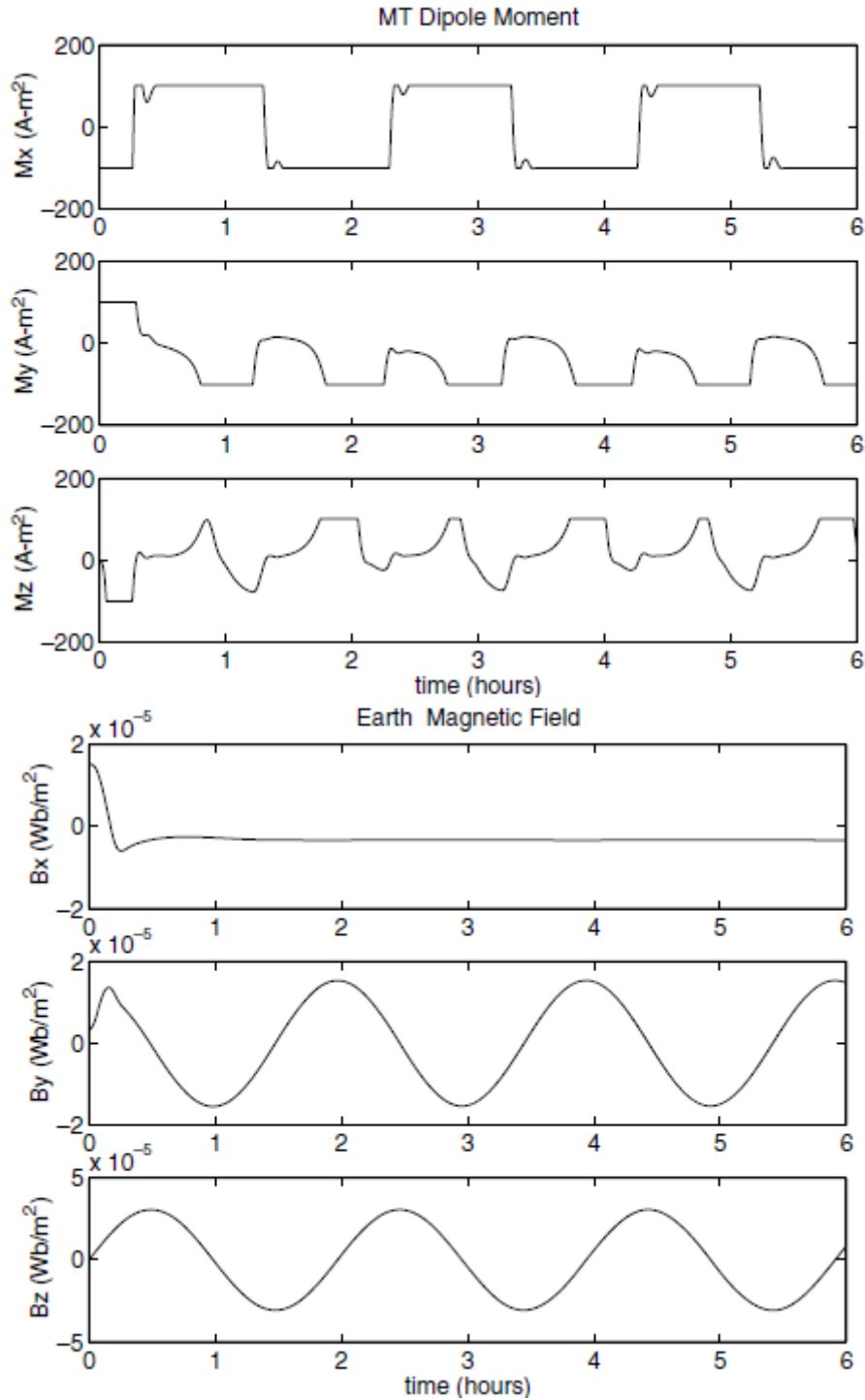
Fonte: Wie (2008).

Figura 9.5 - Uma manobra de 90° de guinada de uma vela solar de 40 m (com  $\epsilon = 0,1$  m), utilizando RRs e TMs para uma transição do modo de empuxo zero para o modo de espera empuxo total.



Fonte: Wie (2008).

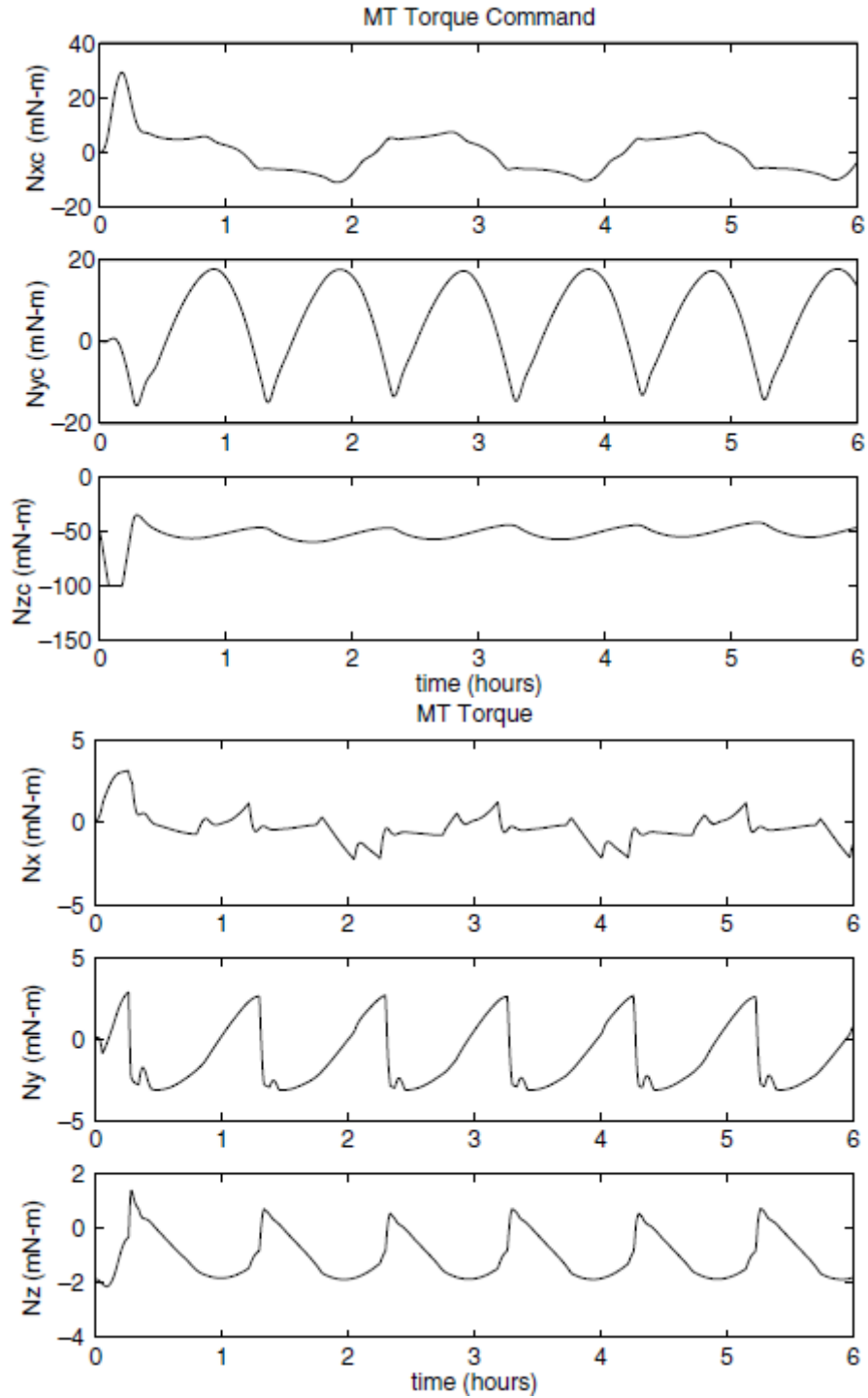
Figura 9.6 - Uma manobra de 90° de guinada de uma vela solar de 40 m (com  $\epsilon = 0,1$  m), utilizando RRs e TMs para uma transição do modo de empuxo zero para o modo de espera empuxo total.



Fonte: Wie (2008).



Figura 9.7 - Uma manobra de 90° de guinada de uma vela solar de 40 m (com  $\epsilon = 0,1$  m), utilizando RRs e TMs para uma transição do modo de empuxo zero para o modo de espera empuxo total.



Fonte: Wie (2008).

## **10 CONCLUSÃO**

O trabalho apresentou uma introdução sobre modelagem dinâmica e problemas de controle de naves espaciais propulsadas por velas solares. Foi apresentada uma introdução sobre o assunto, abordaram-se as questões relacionadas com o controle de atitude de naves propulsadas por velas solares, os modelos de pressão de radiação solar e uma solução simples para o problema da manutenção de uma orientação desejada de uma espaçonave à vela. A descrição de missões planejadas para um futuro próximo, assim como dos requisitos do controle de atitude para estas missões; descrição da colocação da nave numa órbita circular síncrona com o Sol, da abertura das velas e da reorientação da nave; formulação do modelo dinâmico; determinação da dinâmica da vela na órbita e o projeto preliminar do sistema de controle, que envolve a movimentação de massas que agem como lastros, etc. São sugestões para trabalhos futuros.

## 11 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACORD, J. D.; NICKLAS, J. C. Theoretical and Practical Aspects of Solar Pressure Attitude Control for Interplanetary Spacecraft. **Guidance and Control II**, Progress in Astronautics and Aeronautics, New York: Academic Press, v. 13, p. 73–101, 1964.
- ANGRILLI, F.; BORTOLAMI, S. Attitude and Orbital Modelling of Solar-Sail Spacecraft. **European Space Agency Journal**, v. 14, n. 4, p. 431–446, 1990.
- AZOR, R. **Solar Attitude Control Including Active Nutation Damping in a Fixed Momentum Wheel Satellite**. Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Washington, D.C.: AIAA, 1992. p. 226–235.
- BRYSON, A. E. Jr. **Control of Spacecraft and Aircraft**, Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1994. 378p.
- BURNS, R.; GABOR, M.; MCLAUGHLIN, C.; LUU, K.; SABOL, C. **Solar Radiation Pressure Effects on Formation Flying of Satellites with Different Area-to-Mass Ratios**. AIAA Paper 2000-4132, Aug. 2000.
- COHEN, D.; GLOYER, P.; ROGAN, J. Preliminary Design of a High Performance Solar Sailing Mission. In: 16TH ANNUAL AIAA/USU CONFERENCE ON SMALL SATELLITES, SSC02-II-5, Aug. 2002.
- FRIEDMAN, L. **Star Sailing: Solar Sails and Interstellar Travel**. New York: Wiley, 1988. 146p.
- GARBE, G.; MONTGOMERY, E. **An Overview of NASA's Solar-Sail Propulsion Project**. AIAA Paper 2003-4662, July 2003.
- GARWIN, R. L. Solar Sailing—A Practical Method of Propulsion Within the Solar System. **Jet Propulsion**, v. 28, n. 3, p. 188–190, Mar. 1958.
- JOSHI, V. K.; KUMAR, K. New Solar Attitude Control Approach for Satellites in Elliptic Orbits. **Journal of Guidance and Control**, v. 3, n. 1, p. 42–47, 1980.
- KAPLAN, M. **Modern Spacecraft Dynamics and Control**, New York: Wiley, 1976. 415p.
- LAPPAS, V.; WIE, B. **Advanced Small Satellite Bus Technology for Near-Term Solar-Sail Missions**. AIAA Paper 2006-6179, Aug. 2006.
- LICHODZIEJEWSKI, D.; DERBES, B.; SLADE, K.; MANN, T. **Vacuum Deployment and Testing of a 4-Quadrant Scalable Inflatable Rigidizable Solar-Sail System**. AIAA Paper 2005-3927, July 2005.
- LIEVRE, J. **Solar Sailing Attitude Control of Large Geostationary Satellite**. Pergamon, Oxford, England, U.K.: IFAC Automatic Control in Space, 1985. p. 29–33.
- MCINNES, C. R. **Solar Sailing: Technology, Dynamics and Mission Applications**. Chichester, England, U.K.: Springer-Verlag. 1999. 296p.
- MODI, V. J.; KUMAR, K. Attitude Control of Satellites Using the Solar Radiation Pressure. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 9, n. 9, p. 711–713, 1972.

- MURPHY, D. M.; MCEACHEN, M. E.; MACY, B. D.; GASPAR, J. L. **Demonstration of a 20-m Solar-Sail System.** AIAA Paper 2005-2126, Apr. 2005.
- PRICE, H., et al. **Design for a Solar-Sail Demonstration Mission.** Space Technology and Applications International Forum (STAIF 2000), Feb. 2001.
- RENNER, U. Attitude Control by Solar Sailing: A Promising Experiment with OTS-2. **European Space Agency Journal**, v. 3, n. 1, p. 35–40, 1979.
- SIDI, M. J. **Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach.** Cambridge, England, U.K.: Cambridge Univ. Press, 1997. p. 191–192.
- SOHN, R. L. Attitude Stabilization by Means of Solar Radiation Pressure. **ARS Journal**, v. 29, p. 371–373, May 1959.
- STUCK, B.W. Solar Pressure Three-Axis Attitude Control. **Journal of Guidance and Control**, v. 3, n. 2, p. 132–139, 1980.
- VAN DER HA, J. C.; LAPPAS, V. Long-Term Attitude Drift of Spinning Spacecraft Under Solar Radiation Torques. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 30, n. 5, p. 1470–1479, 2007.
- WEST, J. L.; DERBES, B. **Solar-Sail Vehicle System Design for the Geostorm Warning Mission.** AIAA Paper 2000-5326, Sept. 2000.
- WIE, B. **Space Vehicle Dynamics and Control**, Washington, DC: AIAA Education Series, AIAA, 1998. 661p.
- \_\_\_\_\_. Solar-Sail Attitude Control and Dynamics: Parts 1 and 2. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 27, n. 4, p. 526–544, 2004.
- \_\_\_\_\_. **Space Vehicle Dynamics and Control**. 2. ed. Ames, Iowa: AIAA Education Series, AIAA, 2008. 934p.
- WIE, B.; ROITHMAYR, C. Attitude and Orbit Control of a Very Large Geostationary Solar Power Satellite. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 28, n. 3, p. 439–451, 2005.
- WRIGHT, J. L. **Space Sailing.** New York: Gordon and Breach, 1992. 258p.