



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS



CAPTURA GRAVITACIONAL - ENCONTROS PRÓXIMOS EM DINÂMICA ORBITAL

RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA (PIBIC/CNPq/INPE)

Raíssa Santos Horta (ETEP, Bolsista PIBIC/CNPq)
E-mail: raissa.s.h@hotmail.com

Dr. Jorge K. S. Formiga (INPE, ETEP-SJC Orientador)
E-mail: jkennety@yahoo.com.br

Dr. Antonio F. B. de A. Prado (INPE, Orientador)
E-mail: antonio.prado@inpe.br

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por tudo;

A minha família meu eterno agradecimento por todas as palavras de incentivo e confiança;

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) ao dispor de suas instalações;

Agradeço também aos meus orientadores, Dr. Jorge Kennety Silva Formiga e Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, pela oportunidade oferecida e toda a paciência ao repassar seus conhecimentos;

E ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento (CNPq) pelo apoio financeiro recebido por meio do programa de Iniciação Científica (PIBIC).

RESUMO

É sabido que para a área espacial, o fenômeno de captura gravitacional temporária em órbitas de satélites artificiais é de extrema importância no planejamento de missões quando se tem objetivo de economizar combustível. Miller e Belbruno (1991), mostra que utilizar captura gravitacional ocasiona uma considerável economia de combustível, para um mesmo nível de energia.

Neste estudo estamos interessados em analisar a captura de um veículo espacial dado à mudança de uma órbita hiperbólica com energia positiva ao redor de um corpo celeste, para uma órbita elíptica com energia negativa e mapear regiões onde ocorrem estas capturas com base na variação de energia e distâncias de aproximação da Lua. Utilizando um integrador numérico e baseado no estudo de variação de energia entre os problemas de dois e três corpos, a velocidade relativa do veículo será analisada para se determinar o tempo de influencia gravitacional em torno de um corpo celeste.

Palavras-Chave: “Astrodinâmica; Mecânica Celeste; Captura Gravitacional”.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1- SISTEMA DE COORDENADAS (INERCIAL, X-Y, E ROTACIONAL, X'-Y') PARA O PROBLEMA RESTRITO DE TRÊS CORPOS.	9
FIGURA 2- REGIÕES LIMITES PARA A VELOCIDADE ZERO.	10
FIGURA 3- VARIÁVEIS PARA ESPECIFICAR AS CONDIÇÕES INICIAIS DO VEÍCULO ESPACIAL	12
FIGURA 4- TRAJETÓRIA DO VEÍCULO ESPACIAL PARA $\Phi = -90^\circ$ E $\Gamma = 20^\circ$	14
FIGURA 5- TRAJETÓRIA DO VEÍCULO ESPACIAL PARA $\Phi = 150^\circ$ E $\Gamma = 20^\circ$	14
FIGURA 6- TRAJETÓRIA DO VEÍCULO ESPACIAL PARA $\Phi = 150^\circ$ E $\Gamma = 25^\circ$	15
FIGURA 7- TRAJETÓRIA DO VEÍCULO ESPACIAL PARA $\Phi = 57^\circ$ E $\Gamma = 200^\circ$	15
FIGURA 8- TRAJETÓRIA DO VEÍCULO ESPACIAL PARA $\Phi = 57^\circ$ E $\Gamma = 89.85^\circ$	16
FIGURA 9- TRAJETÓRIA DO VEÍCULO ESPACIAL PARA $\Phi = 172^\circ$ E $\Gamma = 20^\circ$	17

LISTA DE TABELAS

TABELA 1- SIMULAÇÕES DAS TRAJETÓRIAS DE CAPTURA.....	13
--	----

Sumário

1. INTRODUÇÃO	7
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	8
2.1 História.....	8
3. MODELO MATEMÁTICO.....	9
3.1 Problema restrito de três corpos.....	9
4. VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS	12
5. CONCLUSÃO	19
6. REFERÊNCIAS	20

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho iniciado em Agosto de 2013 consiste em estudar o problema da captura gravitacional no problema restrito dos três corpos. Quando determinado corpo celeste, com massa desprezível, tem sua energia inicialmente positiva (órbita ligeiramente hiperbólica) e, após certo tempo passa para negativa (órbita ligeiramente elíptica) sem o uso de qualquer sistema de propulsão, podemos dizer que houve o fenômeno de captura gravitacional. As únicas forças responsáveis por esta captura são perturbações gravitacionais de um ou mais corpos. Esse fenômeno já é há algum tempo tempo de estudo, especialmente por Belbruno (1987, 1990, 1992a, 1992b), Belbruno e Miller (1990a, 1990b), Miller e Belbruno (1991), Yamakawa et. ai. (1992, 1993a, 1993b), Vieira-Neto e Prado (1998). Uma das mais importantes aplicações do estudo de captura gravitacional pode ser encontrada na trajetória Terra-Lua. Nesta manobra, uma nave espacial deixa a Terra indo em direção à Lua, fazendo *Swing-By* com a Lua para ir para uma região distante e, em seguida, usando as perturbações do Sol e da Terra, ele volta à Lua pelo sistema de captura gravitacional. É conhecido que a captura é algo temporário. A grande vantagem é a economia no combustível envolvido neste tipo de manobra.

Um termo bastante estudado é o tempo que ocorre essa captura por dois motivos: 1) o tempo tem grande impacto sobre a duração da missão da qual se usa a captura gravitacional; 2) Quando o tempo envolvido é muito grande, ocorrem perturbações bastante consideráveis à missão, devido a sensibilidade do fenômeno.

Justifica-se a escolha do tema, visto sua importância para a área espacial já que a captura temporária gravitacional pode ser usada para diminuir as despesas de combustíveis tanto no início quanto no final de uma missão.

1.1- OBJETIVO

O objetivo principal deste trabalho consiste em estudar mapear a variação de energia, tempo de captura e as distâncias de aproximação da Lua para que um veículo espacial realize manobras otimizadas.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 História

Os estudos iniciais ao tema começaram com uma tentativa de explicar a captura dos satélites planetários e Yamakawa (1992) foi um dos primeiros a se preocupar em organizar os estudos sobre o mesmo. Após algum tempo, na década de 90, começaram-se o estudo sobre a economia de combustível em um problema de transferência orbital entre dois corpos (Belbruno e Miller, 1990a,b).

Em 1954, Merman, demonstrou que o fenômeno de captura é de natureza temporária. Significando que a terceira partícula se aproxima de um dos primários a partir de uma distância infinita ou não e se mantém a certa distância de um dos primários por certo tempo. Em seguida ela se afasta indo para uma distância infinita ou não.

É sabido que os pontos Lagrangianos são pontos de equilíbrio dentro de um campo gravitacional girante gerado por dois corpos massivos. Foi Belbruno (1987) quem fez uma tentativa utilizando a trajetória de captura pelo ponto de Lagrange em uma transferência Terra-Lua. Três anos mais tarde, Belbruno e Miller aplicou a captura gravitacional temporária da transferência Terra-Lua utilizando a gravidade solar e a manobra de *swing-by*. A poupança do combustível ficou bastante claro após os resultados em comparação aos modelos de estudos anteriores.

3. MODELO MATEMÁTICO

3.1 Problema restrito de três corpos

Segundo o modelo do problema restrito de três corpos, dois corpos principais (m_1 e m_2) estão orbitando seu centro comum de massa em órbita circular de Kepler e um terceiro corpo (m_3), onde sua massa atende-se por desprezível, está em órbita com as primárias. O terceiro corpo fica em um plano de movimento em relação à m_1 e m_2 . Temos que as equações de movimento são:

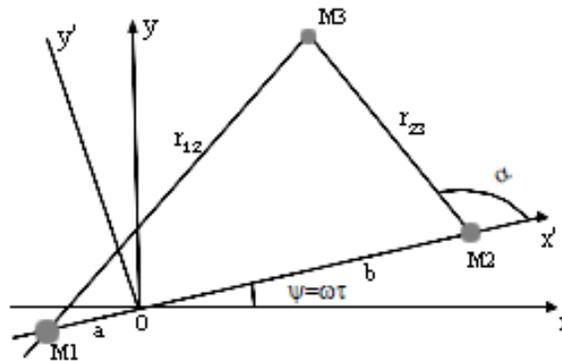
$$\ddot{x} - 2\dot{y} = x - \frac{\delta U}{\delta x} = -\frac{\delta \Omega}{\delta x} \quad (1)$$

$$\ddot{y} - 2\dot{x} = y - \frac{\delta U}{\delta y} = -\frac{\delta \Omega}{\delta y} \quad (2)$$

$$\text{Onde } \Omega = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} \quad (3)$$

Em que x e y são eixos perpendiculares originados no centro comum de massa.

Figura 1- Sistema de coordenadas (inercial, x - y , e rotacional, x' - y') para o problema restrito de três corpos.



Fonte: Vieira Neto (1999)

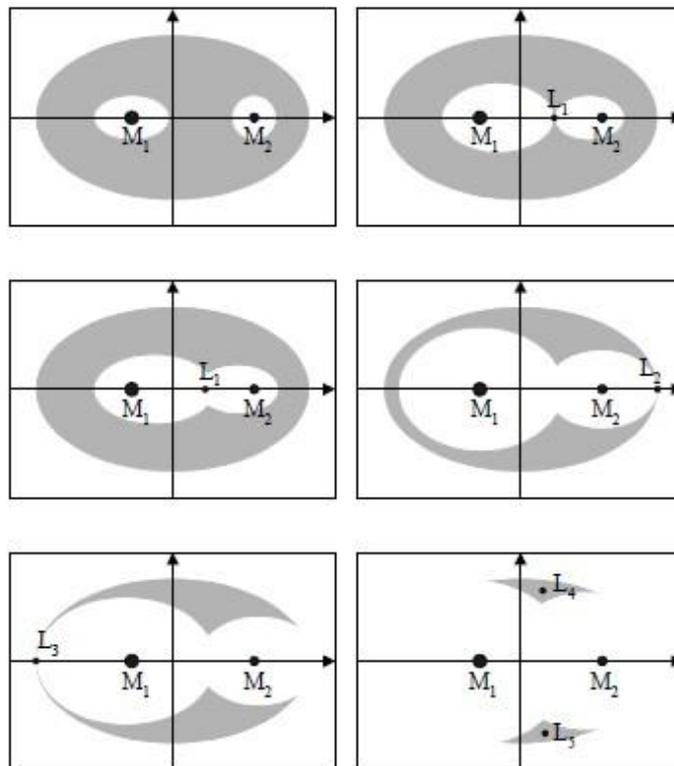
Ao se adotar m_3 como massa desprezível, temos que seu movimento é afetado pelos dois primários, mas não afeta o movimento deles. Entretanto, temos uma grandeza neste

sistema que se conserva chamada de integral de Jacobi (ou integral da Energia), que pode ser adotada como (Broucke, 1979):

$$J = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \Omega(x, y) = Const. \quad (4)$$

Szebehely (1967) demonstrou outra propriedade importante, que são as curvas de velocidade zero. Sua importância vem do fato que sua análise torna-se possível conhecer as regiões proibidas e permitidas para o movimento do veículo espacial (ver Figura 2).

Figura 2- Regiões limites para a velocidade zero.



Fonte: Vieira Neto (1999)

3.2- Captura gravitacional

Para entender melhor sobre captura gravitacional, precisam-se conhecer alguns conceitos básicos dentro do problema de dois corpos na mecânica celeste. De acordo com Prado e Vieira Neto, estes conceitos são:

- a) Órbita Fechada: Onde uma nave espacial está em órbita envolta do corpo central em órbita fechada quando sua velocidade não é grande o suficiente para escapar do corpo central.
- b) Órbita Aberta: Ao contrário da órbita fechada, sua velocidade é grande o suficiente para fazer com que o corpo escape do corpo central, possibilitando que a nave espacial tenda ao infinito independente da sua posição inicial.

É possível saber qual o tipo de órbita que se trata a partir da definição da energia de dois corpos E . A equação é igual a: $E = (V^2/2) - (\mu/r)$, onde V é a velocidade da nave espacial em relação ao corpo central, μ é o parâmetro gravitacional do corpo central r é a distância entre a espaçonave e o corpo central. Caso sua energia for negativa temos o caso de órbita fechada e se for positiva será órbita aberta. Pelo estudo de Yamakawa (1992) se tem por conhecido que no problema restrito de três corpos essa energia pode variar e quando ocorre dela ir do positivo para o negativo temos a chamada captura gravitacional temporária. E de forma contrária, a energia passando do negativo para o positivo, o escape gravitacional.

4. VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

Para quantificar as "captura gravitacionais", nós estudamos este problema sob várias condições iniciais diferentes (Figura 3). As suposições feitas para os exemplos numéricos apresentados nas condições iniciais ($t = 0$) e $v_{bo} = 10,9148$ km/s. Temos que:

d_0 - altitude inicial de nave espacial (km)

ϕ (φ) - coordenada polar *azimute* (graus) da nave espacial sentido anti-horário positivo medido a partir da linha Terra-Lua

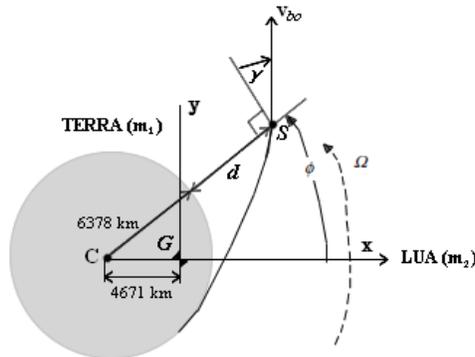
v_0 - velocidade inicial de nave espacial em relação à rotação do sistema Terra-Lua (km/s)

γ (γ) - ângulo inicial da trajetória de voo (graus)

df - distância da superfície da lua no t_f (km)

v_f - velocidade relativa no t_f (km/s)

Figura 3- Variáveis para especificar as condições iniciais do veículo espacial



Fonte: Adaptado de Howard D. Curtis (2010)

Uma vez que z e \dot{z} é inicialmente zero, implica-se que z permanece zero. O movimento é, portanto, confinada ao plano xy . Como não se têm uma solução analítica, devemos usar uma abordagem numérica. Para este fim, atribuímos as seguintes variáveis auxiliares:

$$y_1 = x \quad y_2 = y \quad y_3 = \dot{x} \quad y_4 = \dot{y} \quad (5)$$

As derivadas temporais destas variáveis são:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_3 & \dot{y}_2 &= y_4 \\ \dot{y}_3 &= 2\Omega y_4 + \Omega^2 y_1 - \frac{\mu_1}{r_1^3}(y_1 + \pi_2 r_{12}) - \frac{\mu_2}{r_2^3}(y_1 + \pi_1 r_{12}) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\dot{y}_4 = 2\Omega y_3 + \Omega^2 y_2 - \frac{\mu_1}{r_1^3} y_2 - \frac{\mu_2}{r_2^3} y_2 \quad (7)$$

Onde:

$$r_1 = \sqrt{(y_1 + \pi_2 r_{12})^2 + y_2^2} \quad r_2 = \sqrt{(y_1 - \pi_1 r_{12})^2 + y_2^2} \quad (8)$$

Chamamos de r_{12} a distância da terra a lua.

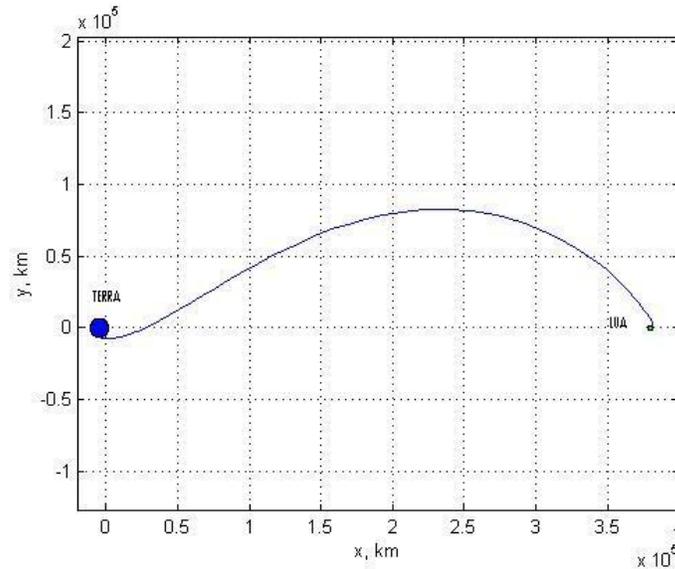
A partir disso, é possível resolver o problema restrito de três corpos Terra-Lua para a trajetória de uma nave espacial, adquirindo resultados a partir de um integrador numérico no *MATLAB* utilizando o método de Runge-Kutta-Fehlberg 4(5).

Tabela 1-Simulações das trajetórias de captura

Simulação	Figura	d0	phi	gamma	Flight time (days)	df	vf
1	4	200	-90	20	3.16689	255.812	2.41494
2	5	200	150	20	50	2.38061x10 ⁶	5.26641
3	6	200	150	25	50	301699	1.1101
4	7	200	57	200	50	557931	1.06964
5	8	200	57	89.85	50	6.43505x10 ⁶	16.1954
6	9	200	172	20	140	625434	1.09912
7	10	200	-80	20	11.1669	455312	1.67982
8	11	200	64	20	50	643096	1.14014
9	12	200	300	20	50	713612	1.03478
10	13	200	300	100	50	149458	1.17892
11	14	200	100	25	50	491589	1.03167
12	15	200	200	180	50	453361	1.08513
13	16	200	340	34	50	843244	1.16829
14	17	200	10	120	50	347347	4.30163

Em relação à Figura 4, após 3.16689 dias o veículo espacial chega até o outro lado da lua pela linha Terra-Lua a uma altitude de aproximadamente 256 km. Em comparação com o Apollo 11, necessitou 3.04861 dias para chegar até o outro lado da lua.

Figura 4- Trajetória do veículo espacial para $\phi = -90^\circ$ e $\gamma = 20^\circ$



Observando e comparando as Figura 5 com a 6 e 7 com a 8 pode-se perceber que ao diminuir o ângulo inicial da trajetória de vôo, sua velocidade final aumenta e ocorre o escape do veículo espacial.

Figura 5- Trajetória do veículo espacial para $\phi = 150^\circ$ e $\gamma = 20^\circ$

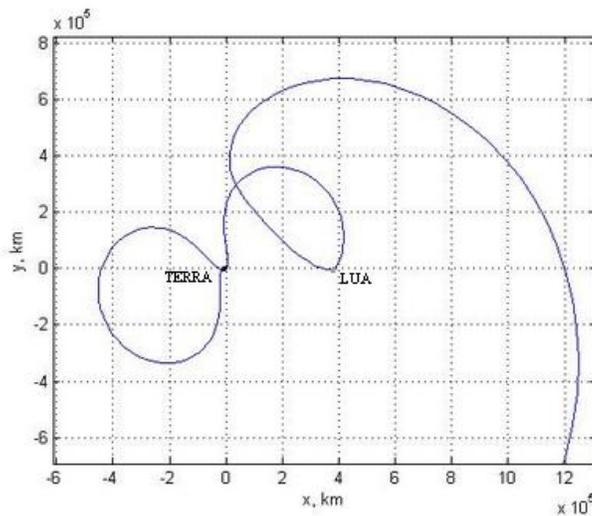


Figura 6- Trajetória do veículo espacial para $\phi = 150^\circ$ e $\gamma = 25^\circ$

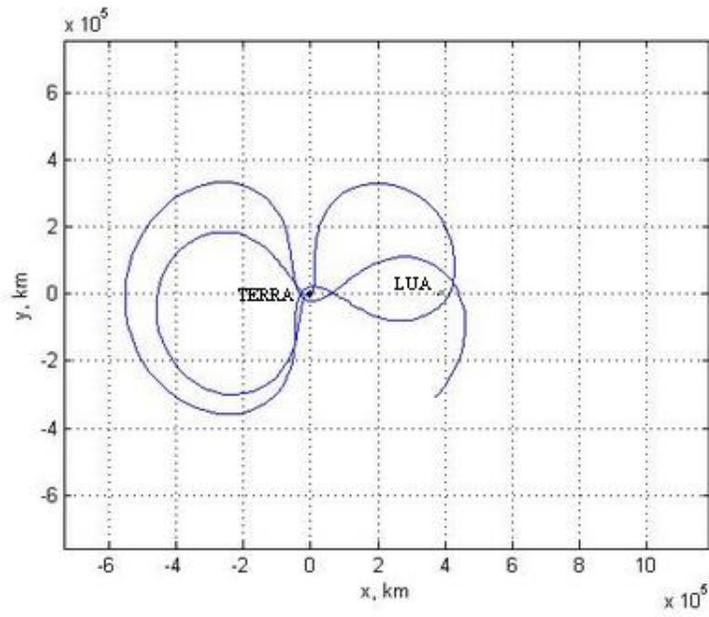


Figura 7- Trajetória do veículo espacial para $\phi = 57^\circ$ e $\gamma = 200^\circ$

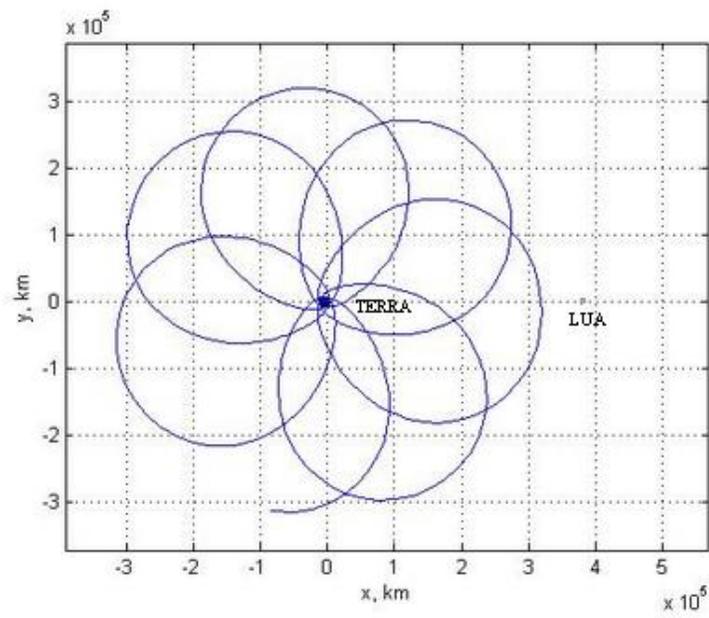
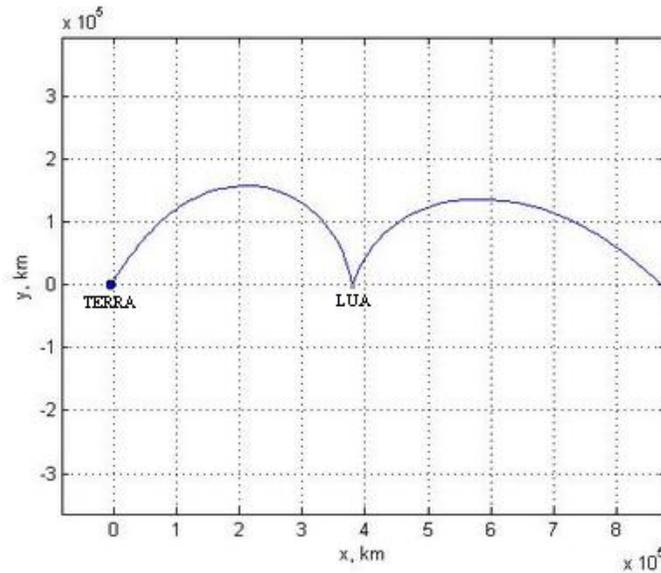


Figura 8- Trajetória do veículo espacial para $\phi = 57^\circ$ e $\gamma = 89.85^\circ$



Temos que para alguns ângulos (ângulo da posição da periluna) lugares de captura privilegiados em relação ao tempo. Há certas posições da periluna, que o menor tempo para que a haja captura é imprescindível e, por sua vez, sua economia de combustível é constante já que sua energia também é mantida constante. Segundo Prado (2001), a energia é conhecida por $C3$, onde se encontra a soma das energias cinéticas e potencial do problema de dois corpos, isto é:

$$C3 = V^2 - \frac{2\mu_M}{r} \quad (9)$$

Onde r e V são respectivamente, a distância e a velocidade do primeiro corpo $M1$ em relação ao segundo, $M2$, e μ_M é adimensional.

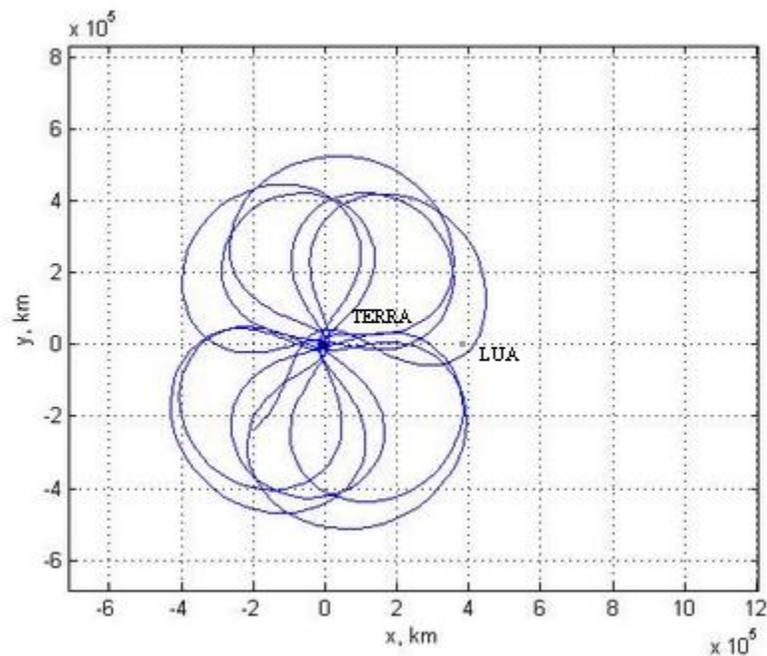
Quando a energia vai diminuindo, as regiões onde existem os maiores tempos crescem, o que é esperado, já que se tem a necessidade de um tempo maior para a captura ser de um grau mais forte ($C3$ mais negativo). Podemos explicar esse efeito, já que com diminuição de $C3$, que representa uma diminuição da velocidade inicial, os desvios próximos da esfera de influência mudam o seu local de saída, provocam um aumento substancial de tempo.

Yamakawa demonstrou que essa diminuição de $C3$, que causa da captura temporária, é causada devido à diminuição da força gravitacional da Lua em dois locais: do lado da Terra a força gravitacional da Terra tende a reduzir a força gravitacional da Lua, devido suas direções opostas; uma força centrífuga gerada pela revolução da Lua em torno do baricentro do sistema possui uma direção oposta a força gravitacional da Lua, contribuindo com um menor efeito desta sobre o veículo espacial.

Podemos perceber que quanto maior é a altura da periluna, menor será a influência gravitacional da Lua, tornando-se possível o escape em menor tempo de captura.

O caso apresentado pela Figura 9 mostra o quanto as trajetórias de captura gravitacional são sensíveis quando expostas a pequenos erros nas condições iniciais, aumentando o grau de dificuldade da otimização global da transferência Terra-Lua. Comprovando os estudos de Vieira Neto.

Figura 9- Trajetória do veículo espacial para $\varphi = 172^\circ$ e $\gamma = 20^\circ$



Fica demonstrado na Figura 9 que quando as trajetórias sofrem certo desvio, ao passarem próximo da Lua, elas ficam presas em várias revoluções. E com isso apresentaram valores de $C3$ abaixo da trajetória esperada.

Um dos motivos para casos como esse pode ser dar quando erros nas condições iniciais ocorrem. Entre eles estão os erros de magnitude da velocidade, que são produzidos a partir do vetor velocidade inicial. É possível fazer uma correção com um baixo custo de combustível. Apesar de estarem a uma distância da periluna desejada, a energia de dois corpos C3 apresenta um valor baixo, o que possibilita fazer uma manobra com um baixo consumo de combustível.

5. CONCLUSÃO

Os resultados adquiridos neste trabalho confirmam o estudo feito por Yamakawa de que o mecanismo de captura gravitacional temporária permite que haja uma considerável diminuição do combustível para a circulação de um veículo espacial em torno da Lua. Foram mostradas as características e importância deste problema para a transferência Terra-Lua.

Vimos que existem áreas específicas que favorecem a energia mínima de captura (C3), cujas áreas em relação ao ângulo da posição da periluna, estão próximas de 0° e de 180° .

Podemos concluir que é possível um veículo espacial, com uma pequena manobra, obter uma órbita circular em torno da Lua com uma considerável economia de combustível, devido às fracas forças gravitacionais da Terra e da Lua. Este efeito é utilizado para colocar este veículo em uma captura gravitacional temporária. Com isso, o veículo espacial está na periluna desejada, com ambas as energias negativa (com captura gravitacional) e, conseqüentemente, o impulso requerido para completar a captura possui uma magnitude menor do que o impulso requerido pela manobra sem captura gravitacional.

6. REFERÊNCIAS

BELBRUNO, E.A. (1987): "Lunar Capture Orbits, a Method of Constructing Earth Moon Trajectories and the Lunar Gas Mission", *AIAA-87-1054. In: 19th AIAA/DGLR/JSASS International Electric Propulsion Conference*, Colorado Springs, Colorado, May 1987.

BELBRUNO, E.A. (1990): "Examples of the Nonlinear Dynamics of Ballistic Capture and Escape in the Earth-Moon System", *AIAA-90-2896. In: AIAA Astrodynamics Conference*, Portland, Oregon, Aug. 1990.

BELBRUNO, E.A., MILLER, J.K. (1990a): "A Ballistic Lunar Capture Trajectory for Japanese Spacecraft Hiten", *Jet Propulsion Lab., JPL IOM 312/90.4-1731, Internal Document*, Pasadena, CA, Jun. 1990.

BELBRUNO, E.A., MILLER, J.K. (1990b): "A Ballistic Lunar Capture for the Lunar Observer", *Jet Propulsion Lab., JPL IOM 312/90.4-1752, Internal Document*, Pasadena, CA, Aug. 1990.

BELBRUNO, E.A. (1992a): "Ballistic Lunar Capture Transfer Using the Fuzzi Boundary and Solar Perturbations: a Survey", *In: Proceedings for the International Congress of SETI Sail and Astrodynamics*, Turin, Italy, 1992.

BELBRUNO, E.A. (1992b): "Through the Fuzzy Boundary: a New Route to the Moon", *Planetary Report*, Vol. 7 No. 3, 1992, pp. 8-10.

BROUCKE, R.A. Traveling Between the Lagrange Points and the Moon. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1979, Vol. 2, No. 4, pp. 257-263.

MERMAN, G.A. The restricted parabolic problem of three bodies. *Byull. Inst. Teor. Astron.* v. 5, n. 9, p. 606-616, 1954.

PRADO, A. F. B. A. Trajetórias espaciais e manobras assistidas por gravidade. São José dos Campos: INPE, 2001.

SZEBEHELY, V. *Theory of orbits: the restricted problem of three bodies*. New York: Academic Press Inc., 1967. 667p

YAMAKAWA, H. (1992): "On Earth-Moon Transfer Trajectory Trajectory with Gravitational Capture," Ph.D. Dissertation, University of Tokio, December 1992.

YAMAKAWA, H., KAWAGUCHI, J., ISHII, N., MATSUO, H. (1993a): "On Earth-Moon transfer trajectory with gravitational capture", *AAS paper 93 -633, AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*, Victoria, CA, 1993.

YAMAKAWA, H., KAWAGUCHI, J., ISHII, N., MATSUO, H. (1993b): “Applicability of Ballistic Capture to Lunar/Planetary Exploration”, *1st workshop on Mission for Planetary Exploration*, Kusatsu, Japan, Jan. 1993.

VIEIRA NETO, E., PRADO, A.F.B.A. (1998): “Time-of-Flight Analyses for the Gravitational Capture Maneuver”. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 21, No. 1 (Jan-Feb/98), pp. 122 - 126.

Assinatura do Bolsista:

Assinatura do Orientador:

Local e Data: São José dos Campos, 14 de Julho de 2014.