

Propagação Numérica da Atitude de Satélites Artificiais Estabilizados por Rotação, com Uso de Quatérnions, Analisando a Influência Torques Externos

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(PIBIC/CNPq/INPE)**

Marlon do Vale Carvalho (UNESP, Bolsista PIBIC/CNPq)
E-mail: marlondvc@hotmail.com

Valcir Orlando³ (CCS/INPE, Orientador)
E-mail: valcir@ccs.inpe.br

Prof^ª. Dra. Maria Cecília F. P. S. Zanardi (DMA/UNESP, Co-orientadora)
E-mail: cecilia@feg.unesp.br

Julho de 2013

AGRADECIMENTOS

Ao CONSELHO NACIONAL DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO – CNPq pelo apoio financeiro recebido através da bolsa de iniciação científica junto ao programa PIBIC do INPE.

RESUMO

Este trabalho envolve a análise da influência de torques externos na atitude de satélites artificiais, com aplicações voltadas para satélites estabilizados por rotação. A atitude do satélite sofre a ação de torques externos, devido à existência de perturbações ambientais, tais como a de origem magnética, a atração da gravidade, o arrasto atmosférico, o potencial elétrico e a incidência da radiação solar. Deste modo o objetivo deste projeto é realizar simulações numéricas das equações do movimento rotacional descritas em termos das componentes da velocidade de rotação e dos quatérnions, incluindo simultaneamente o torque aerodinâmico, gradiente de gravidade, elétrico, torques magnéticos e o torque devido a força de pressão de radiação solar direta (torque de radiação solar), analisando também o erro de apontamento. O sistema diferencial a ser integrado neste trabalho é não-linear de primeira ordem com sete equações e sete incógnitas, sendo utilizado a linguagem FORTRAN e o método numérico de Runge-Kutta de oitava ordem na integração. O uso de ordem elevada garante uma maior precisão para o processo de integração. As aplicações são realizadas para os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados ambientais, SCD1 e SCD2, e os resultados são apresentados em termos dos ângulos de ascensão reta e declinação do eixo de rotação do satélite e da magnitude da velocidade de rotação.

ABSTRACT

This work involves analysis of the influence of external torques on the attitude of satellites, with applications related to satellite stabilized by rotation. The satellite attitude suffers the action of external torques, owing to environmental perturbations, such as magnetic source, the attraction of gravity, atmospheric drag, the electric potential and the incidence of solar radiation. Thus the aim of this project is to conduct numerical simulations of the equations of rotational motion of the components described in terms of speed and of quaternions, including both the aerodynamic torque, gravity gradient, electric, magnetic torques and torque due to pressure force direct solar radiation (solar radiation torque), also analyzing the error of pointing. The differential system to be integrated in this work is non-linear first order with seven equations and seven unknowns, and the FORTRAN language and used numerical method of Runge-Kutta integration eighth order. The use of high order guarantees greater precision for the integration process. Applications are made to the Satellites Brazilian Environmental Data Collection, SCD1 and SCD2, and the results are presented in terms of angles of right ascension and declination of the spin axis of the satellite and the magnitude of the rotation speed.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	- Representação do Sistema Geocêntrico O'XYZ.....
Figura 2	- Representação da órbita de um satélite artificial, com alguns dos elementos orbitais
Figura 3	- Sistema Equatorial ($\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$), orientação do eixo de rotação (\hat{k}), ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação
Figura 4	- Posicionamento do CM do satélite e do elemento de superfície em relação ao Sol
Figura 5	- Disposição dos vetores que unem o satélite, a Terra e o Sol
Figura 6	- Esquematização do Erro de Apontamento Eixo de rotação real do satélite \hat{K}' , eixo de rotação calculado \hat{k} , Sistema equatorial com versores ($\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) e sistema do satélite com versores ($\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$)

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	- Valores da ascensão reta, declinação e velocidade angular do SCD1 com atualização diária. 21
Tabela 2	- Valores da ascensão reta, declinação e velocidade angular do SCD2 com atualização diária. 22
Tabela 3	- Valores da ascensão reta, declinação e velocidade angular do SCD1 com atualização diária comparadas com SILVA 2008. 60
Tabela 4	- Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD2 com atualização diária comparadas com SILVA2008 61
Tabela 5	- Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD1 sem atualização diária. 61

Tabela 6	- Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD1 sem atualização diária	61
Tabela 7	- Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD2 sem atualização diária	61
Tabela 8	- Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD2 sem atualização diária.	62
Tabela 9	- Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD1 sem atualização diária comparadas com SILVA 2008	62
Tabela 10	- Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD2 sem atualização diária comparadas com SILVA 2008.	62
Tabela B1	- Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD1.....	74
Tabela B2	- Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD2.....	75

LISTA DE SÍMBOLOS

a	- semi eixo maior
\vec{B}	- campo magnético terrestre local
e	- excentricidade
f	- anomalia verdadeira
I	- inclinação da órbita
I_x, I_y e I_z	- momentos principais de inércia do satélite
$\vec{I}, \vec{J}, \vec{K}$	- vetores unitários do sistema Inercial ou Equatorial
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	- vetores unitários no Sistema do Satélite
$\hat{i}_m, \hat{j}_m, \hat{k}_m$	- vetores unitários do Sistema Magnético
l	- módulo do vetor do momento magnético do campo terrestre
M_x, M_y e M_z	- componentes dos torques externos atuantes no satélite no sistema do satélite
\vec{M}	- soma dos momentos magnéticos individuais do satélite
M	- matriz de Atitude ou Matriz de Rotação
O	- centro de massa do Satélite
O'	- centro de massa da Terra
$O'x_my_mz_m$	- Sistema Magnético
$OXYZ$	- Sistema Equatorial
$Oxyz$	- Sistema do Satélite
OZ	- eixo de maior momento principal de inércia
$O'XYZ$	- Sistema Inercial
P	- coeficiente que depende da geometria do satélite e da condutividade do material.
p, q e r	- componentes da velocidade de rotação no sistema do satélite.
R_T	- raio equatorial da Terra
\vec{r}	- vetor posição do centro de massa do satélite ao centro de massa da Terra
w	- argumento do perigeu
W	- módulo da velocidade de rotação
WI	- velocidade de rotação no sistema equatorial

X, Y, Z	- coordenadas de um vetor no sistema inercial
x, y, z	- coordenadas de um vetor no sistema de eixos principais
α	- ascensão reta do eixo de rotação
δ	- declinação do eixo de rotação
μ_0	- permeabilidade do espaço livre
\hat{k}_m	- vetor unitário que descreve a direção do momento geomagnético
β	- inclinação do vetor de dipolo em relação ao eixo equatorial OZ
η	- argumento do nodo ascendente do equador geomagnético
ϕ	- ângulo de rotação
Ω	- longitude do nodo ascendente

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	16
1.1 Objetivos.....	17
1.2 Justificativa e Motivação.....	17
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	17
2.1. Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados	17
2.2. Sistema de coordenadas	23
2.2.1 Sistema de Coordenadas Geocêntrico	24
2.2.2 Sistema de Coordenadas Equatorial	25
2.2.3 Sistema de Coordenadas do Satélite	26
2.2.4 Sistema de Coordenadas Principal	27
2.2.5 Sistema de Coordenadas Orbital	27
2.2.6 Relações Entre Sistemas de Coordenadas	28
2.2.7 Sistema de Coordenadas Equatorial e do Satélite	29
2.2.8 Sistema de Coordenadas Geocêntrico e Orbital	30
2.2.9 Sistemas de Coordenadas do Satélite e Orbital	31
2.2.10 Sistemas de Coordenadas do Satélite e Principal	32
2.2.11 Sistemas de Coordenadas do Orbital e Principal	33
2.3 Torque de pressão de radiação solar direto	35
2.3.1 Conceito de Força e Torque de Pressão de Radiação Solar	35
2.3.2 Pressão de Radiação Solar	36

2.3.3	Força de Pressão de Radiação Solar Direta	37
2.3.4	Torque de Radiação Solar e Suas Componentes	38
2.3.5	Aplicação ao Satélite Cilíndrico	39
2.3.6.	Determinação dos Componentes do Torque de Pressão de Radiação Solar Médio	40
2.4	Erro de apontamento e ângulo de aspecto solar	44
2.4.1	Erro de Apontamento	45
2.4.2	Cálculo do Erro de Apontamento	45
2.4.3	Ângulo de Aspecto Solar	46
2.4.4	Cálculo do Ângulo de Aspecto Solar	48
3	RESULTADOS	50
3.1	Primeira abordagem: com atualização de dados	50
3.1.1	Resultados para o SCD1	51
3.1.1.1	Ascensão Reta e Declinação do Eixo de Rotação	51
3.1.1.2	Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar	53
3.1.2.	Resultados para o SCD2	55
3.1.2.1.	Ascensão Reta e Declinação do Eixo de Rotação	55
3.1.2.2.	Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar	7957
3.2	Simulações sem atualização de dados.	59
3.2.1.	Resultados para o SCD1	59
3.2.2.	Resultados para o SCD2	62

3.3 Comparação entre as duas abordagens	64
4 CONCLUSÕES	65
REFERÊNCIAS	68
APÊNDICE A - ASCENSÃO RETA E DECLINAÇÃO DO SOL	73

1 INTRODUÇÃO

O sucesso de missões espaciais envolvendo satélites artificiais depende da posição e orientação em que estes se encontram no espaço, pois os veículos espaciais carregam instrumentos à bordo, os quais precisam ser posicionados e direcionados com muita precisão. Assim, conhecer a atitude do satélite, bem como comandar uma atitude desejada são indispensáveis para o bom desempenho da missão a que ele se destina. Porém, a ação contínua de forças, oriundas do meio onde os satélites orbitam, influencia significativamente no movimento destes, ou seja, na atitude e na órbita destes satélites.

Assim uma análise da atitude de satélites na presença de torques externos torna-se necessário, o que pode ser realizado através da determinação de soluções para as equações do movimento rotacional, nas quais são incluídas as parcelas dos torques ambientais. Neste trabalho o enfoque é dado aos satélites estabilizados por rotação (para os quais o eixo de rotação se alinha com o eixo de maior momento principal de inércia) sob atuação dos torques ambientais de Pressão de Radiação Solar, torque de Gradiente de Gravidade, torque Aerodinâmico, torques Magnéticos e torque Elétrico.

O torque magnético devido às correntes de Foucault ocorre devido ao movimento de rotação do satélite e às correntes induzidas de Foucault que circulam por suas superfícies metálicas. O principal efeito deste torque é o decaimento do módulo da velocidade de rotação do satélite.

11

O torque gradiente de gravidade é causado pela diferença na intensidade e direção da força gravitacional com que diferentes partes do satélite são atraídas pela Terra. As equações do movimento serão descritas pelas equações cinemáticas em termos de quatérnions e pelas equações de Euler, nas quais são incluídas as componentes dos torques para um satélite estabilizado por rotação.

O torque aerodinâmico ocorre devido à atuação do arrasto atmosférico na direção oposta à da velocidade orbital do satélite. A existência desse torque deve-se ao fato da força

de arrasto atuar no centro de pressão do satélite, geralmente situado a uma certa distância do seu centro de massa.

A carga elétrica do satélite é a grandeza essencial na determinação da magnitude do torque devido à força de Lorentz. A influência do torque elétrico no movimento rotacional do satélite pode ser determinada pela integração numérica das equações deste movimento, após a substituição das expressões das componentes do torque elétrico expressas no sistema principal, nas equações de Euler.

Um modelo matemático é apresentado para o torque de pressão de radiação solar direto TPRSD, utilizando parametrização por quatérnions para representar a orientação espacial (atitude) do satélite, considerando que o satélite está sempre iluminado. As equações do movimento são dadas pelas equações de Euler, que relacionam as taxas de variação das componentes da velocidade de rotação do satélite com os torques externos atuantes no veículo, e pelas equações cinemáticas de atitude, que relacionam as taxas de variação das componentes do quatérnion com as componentes da velocidade de rotação. Para a determinação das componentes do torque de radiação solar é suposto um satélite de forma cilíndrica, de modo que a componente deste torque no eixo z do sistema fixo no satélite seja nula, já que o módulo da velocidade de rotação não é afetado por este torque.

1.1. Objetivos

Analisar a influência dos torque ambientais no movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação. Aplicações serão feitas para os dados reais dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados – SCD1 e SCD2.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Representação de Atitude

A atitude de um satélite artificial refere-se à sua orientação no espaço, ou seja, através da atitude pode-se conhecer a maneira como um veículo espacial se orienta. Para analisar a orientação do veículo espacial relacionamos um sistema de coordenadas fixo no centro de massa (CM) do satélite (o qual acompanha a orientação espacial e a rotação do satélite em torno de seu CM) e um sistema inercial, utilizando a matriz de rotação que relaciona estes dois sistemas. Os elementos da matriz de rotação podem ser obtidos por diferentes parametrizações, (MOORE e PI 14 NE, 1994; SHUSTER, 1993; ZANARDI E LOPES, 2000), tais como os ângulos de Euler, os quatérnions e as variáveis de Andoyer.

2.1.1 Sistemas de coordenadas

No sistema Inercial ($O'XYZ$), a origem se encontra no CM da Terra (O') com o eixo Z apontando para o Pólo Norte terrestre. O plano XY coincidente com o plano do Equador e o eixo X na intersecção do plano do equador com a eclíptica, como mostra a figura 2.1. Seus vetores unitários são aqui representados por $\vec{I}, \vec{J}, \vec{K}$.

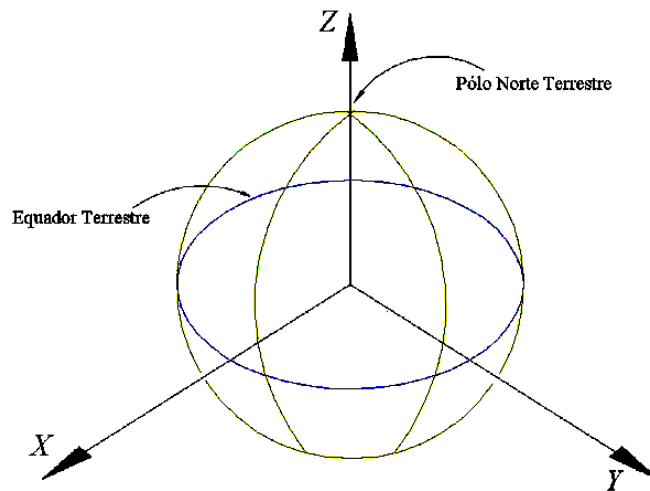


Figura 1 - Representação do sistema equatorial $O'XYZ$, Teixeira (2007).

No Sistema Equatorial ($OXYZ$), a origem se encontra no centro de massa do satélite (O), apresentando eixos paralelos aos eixos do sistema inercial. É tido como um sistema auxiliar e seus vetores unitários são também representados por $\vec{I}, \vec{J}, \vec{K}$.

Já no Sistema de Eixos Principais (Oxyz) a origem se encontra no centro de massa do satélite, sendo que seus eixos coincidem com as direções dos eixos principais de inércia do satélite, sendo seus vetores unitários representados por $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. É possível relacionar dois sistemas de coordenadas, sendo que para isso é necessário fazer uma mudança de coordenadas, utilizando a matriz de rotação.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Em que M é denominada Matriz de Atitude, ou Matriz de Rotação, X, Y, Z são as coordenadas de um vetor no sistema inercial e x, y, z são as coordenadas deste mesmo vetor no sistema de eixos principais.

Neste trabalho o sistema que acompanha a rotação do satélite é o sistema de eixos principais de inércia, Oxyz, aqui denominado de Sistema do Satélite, e o sistema inercial é o Sistema Equatorial, OXYZ.

2.1.2 Matriz de Atitude

A matriz de atitude (ou matriz de rotação) é obtida pelas componentes dos vetores unitários $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ no sistema equatorial, podendo ser representado na matriz de atitude M por:

$$M = \begin{bmatrix} i_x & i_y & i_z \\ j_x & j_y & j_z \\ k_x & k_y & k_z \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Se a rotação ocorre apenas no eixo Z, obtêm-se uma matriz em função dos cossenos diretores, associados ao ângulo de rotação ϕ :

$$M = R(\hat{z}, \phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & \text{sen} \phi & 0 \\ -\text{sen} \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

As matrizes de rotação em x e y são obtidas da mesma maneira e estão representadas abaixo:

$$M = R(\hat{x}, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \text{sen} \phi \\ 0 & -\text{sen} \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$M = R(\hat{y}, \phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\text{sen} \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen} \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Quando a rotação de um ângulo qualquer Φ ocorre num eixo qualquer (\hat{n}), a rotação é representada pela fórmula de Euler (SHUSTER, 1993):

$$M(\hat{n}, \phi) = \cos \Phi I + (1 - \cos \Phi) \hat{n} \hat{n}^t + \text{sen} \Phi [[\hat{n}]] \quad (2.6)$$

em que I é a matriz identidade 3x3, e $[[\hat{n}]]$ é a matriz anti-simétrica com as componentes de \hat{n} . Considerando o versor \hat{n} com as seguintes componentes:

$$\hat{n} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Tem-se, então:

$$[[\hat{n}]] = \begin{bmatrix} 0 & n_3 & -n_2 \\ -n_3 & 0 & n_1 \\ n_2 & -n_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Assim pode-se obter as componentes da matriz de atitude associada a uma rotação num eixo qualquer \hat{n} :

$$M(\hat{n}, \Phi) = \begin{bmatrix} c + n_1^2(1-c) & n_2n_1(1-c) - n_3s & n_3n_1(1-c) - n_2s \\ n_2n_1(1-c) - n_3s & c + n_2^2(1-c) & n_3n_2(1-c) - n_1s \\ n_3n_1(1-c) - n_2s & n_3n_2(1-c) - n_1s & c + n_3^2(1-c) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Em que: c = cosseno de Φ e s = seno de Φ .

Conhecendo-se os elementos $M(i, j)$ da matriz de rotação acima, podemos calcular o ângulo de rotação e o eixo de rotação, pelas seguintes expressões, respectivamente:

$$\cos \Phi = \frac{1}{2} (M(1,1) + M(2,2) + M(3,3) - 1) \quad (2.10)$$

e para $\sin \Phi \neq 0$

$$\hat{n} = \frac{1}{2 \sin \Phi} \begin{bmatrix} M(2,3) - M(3,2) \\ M(3,1) - M(1,3) \\ M(1,2) - M(2,1) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.1.3 Representação da atitude em termos dos quatérnions

Para evitar as singularidades nas equações cinemáticas geradas pelos Ângulos de Euler, podemos utilizar os quatérnions. O quatérnion q é um vetor 4×1 , sendo que as três primeiras componentes compõem sua parte vetorial e a quarta componente sua parte escalar:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{q} \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

As componentes vetoriais (\vec{q}) e escalar (q_4) podem ser expressas em função do ângulo de rotação (ϕ) e do eixo de rotação \vec{n} :

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \text{sen}\left(\frac{\phi}{2}\right)\vec{n} \quad e \quad q_4 = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (2.13)$$

É possível facilmente provar que o módulo do quatérnion é 1, visto que \hat{n} é um vetor unitário na direção do vetor velocidade de rotação. A matriz de atitude em termos dos quatérnions é representada por (SHUSTER, 1993):

$$\mathbf{A} = (q_4^2 - |\vec{q}|^2)\mathbf{I} + 2\vec{q}\vec{q}^T - 2q_4[[\vec{q}]]$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_1q_2 + q_4q_3) & 2(q_3q_1 - q_4q_2) \\ 2(q_2q_1 - q_4q_3) & -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 & 2(q_3q_2 + q_4q_1) \\ 2(q_3q_1 + q_4q_2) & 2(q_3q_2 - q_4q_1) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

De forma simplificada:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} q_A & q_D & q_G \\ q_B & q_E & q_H \\ q_C & q_F & q_I \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Em que:

$$[[\tilde{q}]] = \begin{bmatrix} 0 & q_3 & -q_2 \\ -q_3 & 0 & q_1 \\ q_2 & -q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Conhecendo-se os elementos $A(i, j)$ da matriz de atitude A , obtém-se, para $q_4 \neq 0$, as componentes dos quatérnions (SHUSTER, 1993):

$$\begin{aligned} q_4 &= \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 + A(1,1) + A(2,2) + A(3,3)} \\ q_1 &= \frac{1}{4q_4} [A(2,3) - A(3,2)] \\ q_2 &= \frac{1}{4q_4} [A(3,1) - A(1,3)] \\ q_3 &= \frac{1}{4q_4} [A(1,2) - A(2,1)] \end{aligned} \quad (2.17)$$

Para o caso em que $q_4=0$, podem-se obter as componentes do quatérnion de outras maneiras (SHUSTER, 1993), visto que as equações (2.17) não são válidas neste caso.

2.2 Elementos orbitais

Um dos conceitos de grande importância quando se trabalha com veículos espaciais é o dos elementos orbitais, os quais caracterizam a posição do satélite no espaço. São eles: a (semi-eixo maior da órbita), e (excentricidade), I (inclinação da órbita), Ω (longitude do nodo ascendente), w (argumento do perigeu) e f (anomalia verdadeira). A figura 2.2 apresenta a visualização dos elementos angulares $I, w, \Omega e f$.

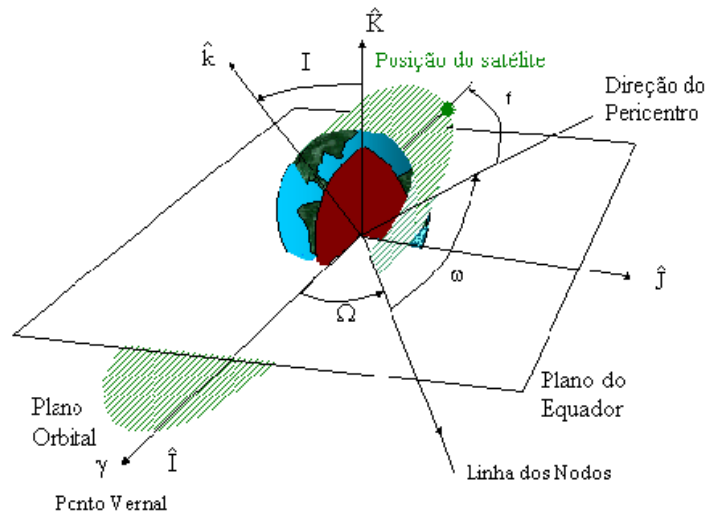


Figura 2 - Representação da órbita de um satélite artificial, com alguns dos elementos orbitais.

Na determinação das componentes do torque aerodinâmico e torque de gradiente de gravidade no sistema do satélite será necessário utilizar a matriz de rotação entre o Sistema Equatorial e o Sistema Orbital ($Ox_oy_oz_o$), no qual o eixo x_o se alinha na direção do vetor posição do satélite, o eixo z_o na direção perpendicular ao plano orbital, com o eixo y_o formando um sistema dextrógero, com vetores unitários $\vec{i}_o, \vec{j}_o, \vec{k}_o$. O sistema orbital é obtido do sistema equatorial através de três rotações consecutivas: Ω no eixo equatorial Z , I no eixo intermediário x' e $(\omega + f_0)$ no eixo orbital z_o , com a matriz de rotação R dada por (BATE et al., 1971; ZANARDI,2005):

$$\begin{pmatrix} \vec{i}_o \\ \vec{j}_o \\ \vec{k}_o \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \vec{I} \\ \vec{J} \\ \vec{K} \end{pmatrix}$$

$$\text{sendo } R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$R_{11} = \cos(w + f_0)\cos(\Omega) - \sin(w + f_0)\cos(I)\sin(\Omega) \quad (2.19)$$

$$R_{12} = \cos(w + f_0)\sin(\Omega) + \sin(w + f_0)\cos(I)\cos(\Omega) \quad (2.20)$$

$$R_{13} = \sin(w + f_0)\sin(I) \quad (2.21)$$

$$R_{21} = -\sin(w + f_0)\cos(\Omega) - \cos(w + f_0)\cos(I)\sin(\Omega) \quad (2.22)$$

$$R_{22} = -\sin(w + f_0)\sin(\Omega) + \cos(w + f_0)\cos(I)\cos(\Omega) \quad (2.23)$$

$$R_{23} = \cos(w + f_0)\sin(I) \quad (2.24)$$

$$R_{31} = \sin(I)\sin(\Omega) \quad (2.25)$$

$$R_{32} = -\sin(I)\cos(\Omega) \quad (2.26)$$

$$R_{33} = \cos(I) \quad (2.27)$$

Em que: I é a inclinação da órbita, w é o argumento do perigeu, f_0 é a anomalia verdadeira e Ω é a longitude do nodo ascendente.

A relação entre o sistema orbital e do satélite é dada por (SENE, 2008).

$$\bar{A} = AR^t = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Com A dada em (2.15) e cada elemento de \bar{A} é dado, então, por:

$$a_{11} = q_A R_{11} + q_D R_{12} + q_G R_{13} \quad (2.29)$$

$$a_{12} = q_A R_{21} + q_D R_{22} + q_G R_{23} \quad (2.30)$$

$$a_{13} = q_A R_{31} + q_D R_{32} + q_G R_{33} \quad (2.31)$$

$$a_{21} = q_B R_{11} + q_E R_{12} + q_H R_{13} \quad (2.32)$$

$$a_{22} = q_B R_{21} + q_E R_{22} + q_H R_{23} \quad (2.33)$$

$$a_{23} = q_B R_{31} + q_E R_{32} + q_H R_{33} \quad (2.34)$$

$$a_{31} = q_C R_{11} + q_F R_{12} + q_I R_{13} \quad (2.35)$$

$$a_{32} = q_C R_{21} + q_F R_{22} + q_I R_{23} \quad (2.36)$$

$$a_{33} = q_C R_{31} + q_F R_{32} + q_I R_{33} \quad (2.37)$$

2.3 Equações do movimento

O movimento rotacional de um veículo espacial é descrito por equações dinâmicas e cinemáticas. As equações dinâmicas são também denominadas de equações de Euler e apresentam relações entre as componentes dos torques externos e a variação das componentes da velocidade de rotação. As equações cinemáticas apresentam as relações entre as componentes da velocidade e o quatérnio de atitude (ou os ângulos de Euler), que determinam a orientação do satélite no espaço.

Para determinar a variação da atitude com o tempo é necessário integrar estas equações. Os torques atuantes sobre o satélite dependem de uma forma não linear da orientação deste no espaço e assim estes dois grupos de equações se interagem, dificultando sua integração analítica.

Os torques ambientais atuantes sobre o veículo espacial são de pequena magnitude e como atuam permanentemente sobre o satélite precisam ser considerados e modelados cuidadosamente, de modo a melhor representar as condições ambientais as quais os veículos estão sujeitos. Neste trabalho os torques externos a serem incluídos são o torque de gradiente de gravidade e os torques magnéticos devido às correntes de Foucault, residual e torque aerodinâmico.

2.3.1 Equações de Euler

As taxas de variação das componentes da velocidade de rotação podem ser obtidas a partir das equações dinâmicas (ZANARDI, 1990; WERTZ, 1978):

$$\begin{aligned}\dot{p} &= \frac{M_x}{I_x} + \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) \cdot q \cdot r \\ \dot{q} &= \frac{M_y}{I_y} + \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) \cdot p \cdot r \\ \dot{r} &= \frac{M_z}{I_z} + \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) \cdot p \cdot q\end{aligned}\tag{2.38}$$

em que: I_x , I_y e I_z são os momentos principais de inércia do satélite, M_x , M_y e M_z são as componentes dos torques externos atuantes no satélite no sistema do satélite e p , q e r são as componentes da velocidade de rotação no sistema do satélite.

2.3.2 Equações cinemáticas em termos dos quatérnions

As equações cinemáticas que descrevem a taxa de variação das componentes do quatérnion de atitude, devido à rotação do satélite, são dadas por (PISACANE; MOORE, 1994):

$$\begin{aligned}
\dot{q}_1 &= \frac{1}{2} [p \cdot q_4 - q \cdot q_3 + r \cdot q_2] \\
\dot{q}_2 &= \frac{1}{2} [q \cdot q_4 - r \cdot q_1 + p \cdot q_3] \\
\dot{q}_3 &= \frac{1}{2} [r \cdot q_4 - p \cdot q_2 + q \cdot q_1] \\
\dot{q}_4 &= \frac{1}{2} [p \cdot q_1 + q \cdot q_2 + r \cdot q_3]
\end{aligned} \tag{2.39}$$

Nas equações cinemáticas com os quatérnions, não existe a possibilidade de ocorrer um denominador nulo, o que evita as singularidades, como as que ocorrem nos Ângulos de Euler (ZANARDI, 2001; SHUSTER, 1993).

Os torques aqui abordados dependerão dos elementos da matriz de atitude que relaciona o sistema do satélite com o sistema equatorial. Deste modo, as equações de Euler e dos Quatérnions se interagem, formando um sistema de sete equações diferenciais. Na determinação da solução destas equações será considerado o movimento orbital descrito pelo movimento kepleriano (BATE et al., 1971). Quando não se consideram os torques externos atuantes no satélite artificial, as equações (2.38) e (2.39) tornam-se desacopladas. Neste caso, observa-se que o vetor velocidade de rotação descreve um movimento cônico em torno do eixo de simetria do veículo espacial (ZANARDI, 2005).

Quando o satélite não é simétrico, a componente da velocidade angular de rotação em Oz também terá uma variação periódica (ZANARDI, 2005).

2.4 Satélites estabilizados por rotação

Os satélites estabilizados por rotação possuem o eixo de rotação ao longo do eixo de maior momento principal de inércia (OZ) o que caracteriza uma estabilidade do movimento rotacional. As coordenadas esféricas que descrevem a atitude do satélite são o módulo da

velocidade de rotação (\vec{W}), e a ascensão reta (α) e a declinação (δ) do eixo de rotação do satélite, como mostra a figura 2.3.

Estas coordenadas esféricas podem ser determinadas utilizando-se os quatérnions e as componentes da velocidade de rotação no sistema do satélite. Sejam a velocidade de rotação no sistema equatorial e no sistema do satélite dadas respectivamente por:

$$\vec{W}_I = P\hat{I} + Q\hat{J} + R\hat{K} \quad (2.40)$$

$$\vec{W} = p\hat{i} + q\hat{j} + r\hat{k} \quad (2.41)$$

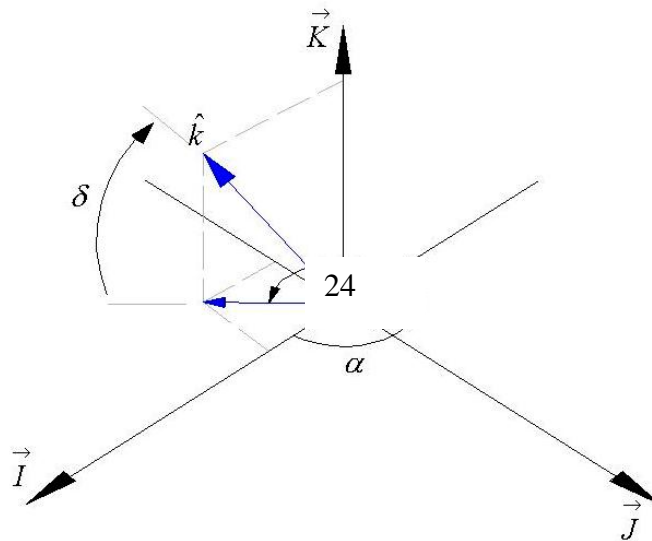


Figura 3 - Sistema Equatorial ($\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$), orientação do eixo de rotação (\hat{k}), ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação.

A velocidade de rotação no sistema equatorial se relaciona com a velocidade de rotação no sistema do satélite através da matriz de rotação em termos dos quatérnions dada em (2.14). Tem-se então:

$$\vec{W}_I = A^t \vec{W} \Rightarrow \begin{pmatrix} P \\ Q \\ R \end{pmatrix} = A^t \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (2.42a)$$

Em que:

$$\begin{aligned} P &= (q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2)p + 2q(q_2q_1 - q_4q_3) + 2r(q_3q_1 + q_4q_2) \\ Q &= 2p(q_1q_2 + q_4q_3) + (-q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2)q + 2r(q_3q_2 - q_4q_1) \\ R &= 2p(q_3q_1 - q_4q_2) + 2q(q_3q_2 + q_4q_1) + (-q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2)r \end{aligned} \quad (2.42b)$$

O módulo da velocidade de rotação é dado por:

$$W = (p^2 + q^2 + r^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.43)$$

Pela figura 2.3., em termos da ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação, as componentes da velocidade de rotação no sistema equatorial são dadas por:

$$\begin{aligned} P &= W \cos \delta \cos (360^\circ - \alpha) \Rightarrow P = W \cos \delta \cos \alpha \\ Q &= -W \cos \delta \sin (360^\circ - \alpha) \Rightarrow Q = W \cos \delta \sin \alpha \\ R &= W \sin \delta \end{aligned} \quad (2.44a)$$

De modo que a ascensão reta (α) e a declinação (δ) do eixo de rotação do satélite são determinadas por:

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \frac{R}{W} \quad \text{com } 0 \leq \delta \leq 90^\circ \\ \cos \alpha &= \frac{P}{W \cos \delta} \quad \text{com } 0 \leq \alpha \leq 360^\circ \\ \sin \alpha &= \frac{Q}{W \cos \delta} \end{aligned} \quad (2.44b)$$

2.5 Torque Gradiente de Gravidade

O torque gradiente de gravidade ocorre devido à força gravitacional atrair cada elemento infinitesimal de massa do satélite com uma determinada intensidade e direção.

Uma vez que cada elemento possui o vetor posição em relação ao centro de massa da Terra, logo, concluímos que essa diferença de atração em cada elemento de massa gera um torque, o qual é chamado de *Torque Gradiente de Gravidade*.

A força gravitacional em relação ao elemento (dm) é dada por (MOORE; PISACANE, 1994):

$$d\vec{F} = -\mu dm \frac{\vec{r}_T}{r_T^3} \quad (2.45)$$

Em que:

$\mu = 3,986 \times 10^{14} [m^3/s^2]$ - constante gravitacional da Terra;

\vec{r}_T = vetor posição do (dm) em relação ao *CM* da Terra.

Se \vec{r}_o é o vetor posição do elemento de massa (dm) em relação ao *CM* do satélite, o torque em relação ao centro de massa do satélite é:

$$d\vec{N}_G = \vec{r}_o \times d\vec{F} \quad (2.46)$$

Realizando o produto vetorial, desenvolvendo os cálculos com a integração e as devidas adequações com a aplicação da matriz de rotação que relaciona os sistemas de coordenadas, chega-se, então, no torque com suas componentes dadas no sistema do satélite (SENE, 2008):

$$\vec{N}_G = 3 \frac{\mu}{r'^3} \left[a_{21} a_{31} (I_z - I_y) \vec{i} + a_{11} a_{31} (I_x - I_z) \vec{j} + a_{11} a_{21} (I_y - I_x) \vec{k} \right] \quad (2.47)$$

Em que: r' é o módulo do vetor posição que liga o centro de massa do satélite ao centro de massa da Terra, I_x , I_y e I_z os momentos principais de inércia do satélite e os elementos a_{11} , a_{21} e a_{31} são dados em termos dos quatérnions de atitude e dos elementos orbitais angulares, apresentados respectivamente em (2.29), (2.32) e (2.35).

2.6 Torque devido às correntes de Foucault

O torque de origem magnética atuante em um satélite artificial resulta da interação entre o campo magnético do satélite e o campo geomagnético.

Este torque ocorre devido ao movimento de rotação do satélite e às correntes induzidas de Foucault que circulam pelas superfícies metálicas do satélite causando um decaimento de perfil exponencial da velocidade de rotação. Tal torque pode ser descrito por (WERTZ, 1978):

$$\vec{N}_F = P_F \vec{B} \times \left(\vec{B} \times \vec{W}_{sat} \right) \quad (2.53)$$

Em que: \vec{W}_{sat} é a velocidade angular de rotação, \vec{B} é o campo magnético terrestre local e P_F é um coeficiente que depende da geometria do satélite e da condutividade do material, também chamado de Parâmetro de Foucault.

O campo magnético terrestre pode ser expresso como o gradiente de um potencial escalar de um dipolo magnético (WERTZ, 1978). Ao vetor de dipolo está associado o Sistema Magnético, que se relaciona com o Sistema Equatorial através dos ângulos β e η que definem a orientação do vetor de dipolo, sendo β a inclinação do vetor de dipolo em

relação ao eixo equatorial Z e η o argumento do nodo ascendente do equador geomagnético.

As componentes deste torque foram desenvolvidas por Teixeira (2005), considerando o satélite estabilizado por rotação (velocidade alinhada ao eixo de maior momento de inércia), e no sistema do satélite são dadas por:

$$\vec{N}_F = N_{F_x} \vec{i} + N_{F_y} \vec{j} + N_{F_z} \vec{k} \quad (2.54)$$

Onde:

$$N_{F_x} = P_F [B_y (B_x q - B_y p) - B_z (B_z p - B_x r)] \quad (2.55)$$

$$N_{F_y} = P_F [B_z (B_y r - B_z q) - B_x (B_x q - B_y p)] \quad (2.56)$$

$$N_{F_z} = P_F [B_x (B_z p - B_x r) - B_y (B_y r - B_z q)] \quad (2.57)$$

Em que:

B_x , B_y e B_z são os componentes do campo magnético terrestre \vec{B} e p , q e r são os componentes da velocidade de rotação do satélite.

2.7 Torque Aerodinâmico

As forças aerodinâmicas são frutos da colisão das moléculas de ar rarefeito da alta-atmosfera com a superfície do satélite. Estas forças atuam em um ponto chamado centro de pressão (CP). A distância entre o centro de pressão (CP) e o centro de massa (CM) do satélite é chamada de margem estática (me). Quando a margem estática (me) não é nula, um torque pode ser produzido pela força aerodinâmica atuante no satélite, sendo esta distância utilizada para computar o chamado torque aerodinâmico.

Desprezando as forças laterais atuantes no satélite, a força aerodinâmica pode ser decomposta em:

Força de arrasto $\left(\vec{D}\right)$ – atua na direção e no sentido contrário ao da velocidade $\left(\vec{v}\right)$ do corpo;

Força de sustentação $\left(\vec{D}_s\right)$ – atua na direção perpendicular à velocidade $\left(\vec{v}\right)$ do corpo em movimento.

O torque aerodinâmico surge porque a força aerodinâmica não é aplicada no centro de massa do satélite. Para que este torque se anule, em geral se aplicam dispositivos de controle, que fazem com que o satélite se encontre em uma posição de equilíbrio. Se o satélite não é controlado, o momento em relação ao centro de massa do satélite fará com que o satélite oscile, de modo que a força de sustentação mudará de direção, sendo o valor de sua resultante igual à zero.

Deste modo neste trabalho será considerado o torque aerodinâmico oriundo apenas da força de arrasto. Como dito anteriormente, este torque surge quando o centro de pressão (*CP*) não coincide com o centro de massa (*CM*) do satélite e pode ser representado por (VILHENA DE MORAES, 1978):

$$\vec{N}_A = m\vec{e} \times \vec{D} \quad (2.58)$$

Como neste trabalho está sendo dada uma abordagem inicial à análise do torque aerodinâmico, por simplificação a margem estática será assumida fixa, sendo as componentes me_x e me_y definidas em função do raio do satélite e a componente me_z em termos do comprimento do satélite.

A direção da força de arrasto $\left(\vec{D}\right)$ que age no satélite está na direção oposta à velocidade orbital.

Para determinar o módulo da Força de Arrasto Atmosférico deve-se partir de evidências experimentais (VILHENA DE MORAES, 1978). Então, verifica-se que o arrasto (D) é função da densidade do fluido (ρ_s), da área da seção transversal (S), da velocidade (v) do corpo em relação ao meio, da viscosidade do fluido (η_s) e da velocidade de propagação do som (v_{som}), podendo ser representado com:

$$D = \frac{1}{2} \rho_s v^2 S C_D \quad (2.59)$$

com C_D sendo o coeficiente de arrasto. Neste trabalho $C_D = 2.2$, a densidade do fluido (ρ_s) é descrita pelo modelo de densidade TD – 88 (SEHNAL; POSPÍSILOVÁ, 1988) e a velocidade do corpo em relação ao meio (v) é dada para a atmosfera estática e obtida a partir da Energia Mecânica Específica (BATE; MUELLER; WHITE, 1971).

Desenvolvendo os cálculos chegamos às componentes do arrasto no Sistema do Satélite (SENE, 2008):

$$\vec{D} = \left\{ \begin{array}{l} -D[a_{11} \cos(\gamma_s) + a_{12} \text{sen}(\gamma_s)]\vec{i} - D[a_{21} \cos(\gamma_s) + a_{22} \text{sen}(\gamma_s)]\vec{j} \\ D[a_{31} \cos(\gamma_s) + a_{32} \text{sen}(\gamma_s)]\vec{k} \end{array} \right\} \quad (2.60)$$

ou ainda

$$\vec{D} = D_x \vec{i} + D_y \vec{j} + D_z \vec{k} \quad (2.61)$$

com os elementos a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} , a_{31} e a_{32} dados em função dos quatérnions e dos elementos orbitais angulares, e dados em (2.29), (2.30), (2.32), (2.33), (2.34) e (2.35), e o ângulo (γ_s) sendo o ângulo formado entre o vetor posição do satélite e o vetor velocidade orbital.

Do produto vetorial dado em (2.58) temos as componentes do torque aerodinâmico no Sistema do Satélite:

$$N_{Ax} = D_z m e_y - D_y m e_z \quad (2.62)$$

$$N_{Ay} = D_x m e_z - D_z m e_x \quad (2.63)$$

$$N_{Az} = D_y m e_x - D_x m e_y \quad (2.64)$$

2.8 Torque de Radiação Solar (TRS)

O elemento de Torque de Radiação Solar ($d\vec{N}$) em torno do centro de massa do satélite (CM) devido à força de pressão de radiação solar (\vec{F}) é dada por:

$$d\vec{N} = \vec{r} \times d\vec{F} \quad (42)$$

em que \vec{r} é o vetor posição de um elemento de área dS do satélite em relação à origem (CM) de um sistema de referência, o qual está fixado no satélite.

Então, ao realizar o produto vetorial e efetuar a integral sobre toda a superfície do satélite na qual há a incidência da luz solar, obtém-se o TRS total sobre o Satélite:

$$\vec{N} = -\int_s \frac{\bar{K}}{R^2} \left\{ \left[\frac{2\gamma}{3} (1-\beta) \cos\theta + 4\beta\gamma \cos^2\theta \right] \vec{r} x \hat{n} + \left[(1-\beta\gamma) \cos\theta \right] \vec{r} x \hat{u} \right\} dS \quad (43)$$

Entretanto, este torque nem sempre irá existir na trajetória do satélite, pois há partes do seu percurso em que a Terra produz sombra. Para introduzir a descontinuidade do TRS nas equações do movimento, é necessária a utilização da chamada Função Sombra (VILHENA DE MORAES; ZANARDI, 1997) que será desconsiderada neste projeto.

Para a obtenção das componentes do torque no sistema de eixos principais é preciso determinar a direção de incidência da luz (\hat{u}), a direção normal à superfície (\hat{n}), o vetor posição (\vec{r}) do elemento de área dS com relação ao centro de massa (CM) do satélite, o vetor de posição (\vec{R}) do Sol em relação ao elemento de área dS e o ângulo de incidência (θ) entre \hat{u} e \hat{n} , desenvolvendo-os no Sistema de Eixos Principais do Satélite, em termos do quatérnio de atitude, dos elementos orbitais e do posicionamento do Sol. Para isso algumas considerações são necessárias:

1. Considera-se que o vetor posição \vec{R} é o próprio vetor que une o Sol ao CM do satélite (\vec{R}'), pois as dimensões do satélite são desprezíveis em relação a distância deste ao Sol.

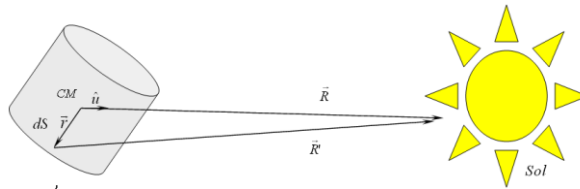


Figura 4 - Posicionamento do CM do satélite e do elemento de superfície em relação ao Sol (REAL, 2002).

2. \vec{r} e \hat{n} dependem da forma do satélite. Suas componentes são representadas no Sistema Principal por $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$.

$$\hat{n} = n_x \hat{i} + n_y \hat{j} + n_z \hat{k} \quad (44)$$

$$\vec{r} = r_x \hat{i} + r_y \hat{j} + r_z \hat{k} \quad (45)$$

3. Por conveniência, o vetor do Sol (\vec{R}) em relação ao centro de massa (CM) do satélite é representado em termos do vetor que une a Terra e o Sol (\vec{R}_s) e o vetor que une o CM do satélite e ao CM da Terra (\vec{r}'), como mostra a Figura 4.

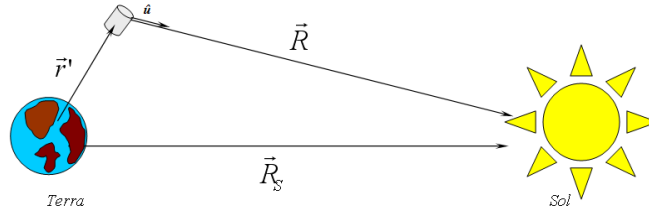


Figura 5 - Disposição dos vetores que unem o satélite, a Terra e o Sol. Adaptado de (REAL, 2002)

A partir da figura 4, obtém-se:

$$\vec{R} = \vec{R}_s - \vec{r} \quad (46)$$

$$R^2 = R_s^2 + r'^2 - 2\vec{r} \cdot \vec{R}_s \quad (47)$$

Sendo:

a) Vetor posição do CM do satélite em relação ao CM da Terra (\vec{r}')

Seja o Sistema Orbital ($Ox_o y_o z_o$) e o Sistema Principal (Oxyz), cujos vetores unitários são dados, respectivamente, por \vec{i}_o, \vec{j}_o e \vec{k}_o e \hat{i}, \hat{j} e \hat{k} . Através da matriz de rotação entre os dois sistemas apresentada na seção 2.2.3, tem-se (Zanardi, 1993):

$$\vec{r}' = -r' \vec{i} = -r' \left(a_{11} \vec{i}_o + a_{21} \vec{j}_o + a_{31} \vec{k}_o \right) \quad (48)$$

onde $r' = \frac{a(1-e)}{1+e \cos \nu}$, sendo a o semi-eixo maior, e a excentricidade da órbita e ν é a anomalia verdadeira, e a_{11}, a_{21} e a_{31} elementos da matriz \bar{A} apresentada na seção 2.2.3.

b) Vetor posição do Sol em relação ao CM da Terra (\vec{R}_s)

Pode-se utilizar a matriz de rotação entre o Sistema Principal e o Sistema Inercial de acordo com o item 2.2.3, resultando em (Zanardi, 1993):

$$\vec{R}_s = a_s \left(R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k} \right) \quad (49)$$

onde:

$$R_x = A(1,1) \cos \delta_s \cos \alpha_s + A(1,2) \cos \delta_s \operatorname{sen} \alpha_s + A(1,3) \operatorname{sen} \delta_s \quad (50)$$

$$R_y = A(2,1) \cos \delta_s \cos \alpha_s + A(2,2) \cos \delta_s \operatorname{sen} \alpha_s + A(2,3) \operatorname{sen} \delta_s \quad (51)$$

$$R_z = A(3,1) \cos \delta_s \cos \alpha_s + A(3,2) \cos \delta_s \operatorname{sen} \alpha_s + A(3,3) \operatorname{sen} \delta_s \quad (52)$$

α_s é a ascensão reta e δ_s é a declinação do Sol (sendo estes dois últimos variáveis lineares com o tempo) e A é a matriz de rotação que relaciona o Sistema Principal e o do Satélite em termo dos quatérnions.

Com isso, é possível finalizar a determinação do módulo de \vec{R} :

$$R^2 = a_s^2 + r'^2 + 2a_s r' (a_{11} R_x + a_{21} R_y + a_{31} R_z) \quad (53)$$

A direção (\hat{u}) e o ângulo (θ) de Incidência da Luz Solar, representados nas Figuras 4 e 2 respectivamente, são dados por:

$$\hat{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k} = \frac{1}{R} (a_s R_x + r' a_{11}) \vec{i} + \frac{1}{R} (a_s R_y + r' a_{21}) \vec{j} + \frac{1}{R} (a_s R_z + r' a_{31}) \vec{k} \quad (54)$$

$$\cos \theta = \hat{u} \cdot \hat{n} = u_x n_x + u_y n_y + u_z n_z \quad (55)$$

com a_{11} , a_{21} e a_{31} os elementos da matriz de rotação \bar{A} e u_x , u_y e u_z são dados por:

$$u_x = \frac{1}{R} (a_s R_x + r' a_{11}) \quad (56)$$

$$u_y = \frac{1}{R} (a_s R_y + r' a_{21}) \quad (57)$$

$$u_z = \frac{1}{R} (a_s R_z + r' a_{31}) \quad (58)$$

Como todos os parâmetros já estão definidos no Sistema de Eixos Principais, pode-se substituir estes parâmetros na expressão (43):

$$\vec{N} = N_x \vec{i} + N_y \vec{j} + N_z \vec{k} \quad (59)$$

$$N_x = -\frac{\bar{K}}{R^2} \left\{ \begin{aligned} & u_x \int_S a_1 b_x dS + u_y \int_S a_1 b_y dS + u_z \int_S a_1 b_z dS + u_x^2 \int_S a_1 b_{xx} dS + u_y^2 \int_S (a_1 b_{yy} - \bar{b} n_y r_z) dS + \\ & + u_z^2 \int_S (a_1 b_{zz} - \bar{b} n_z r_y) dS + u_x u_y \int_S (a_1 b_{xy} - \bar{b} n_x r_z) dS + u_x u_z \int_S (a_1 b_{xz} - \bar{b} n_x r_y) dS \\ & + u_y u_z \int_S [(a_1 b_{yz} - \bar{b} (n_y r_y - n_z r_z))] dS \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

$$N_y = -\frac{\bar{K}}{R^2} \left\{ \begin{aligned} & u_x \int_S a_2 b_x dS + u_y \int_S a_2 b_y dS + u_z \int_S a_2 b_z dS + u_y^2 \int_S a_2 b_{yy} dS + u_x^2 \int_S (a_2 b_{xx} - \bar{b} n_x r_z) dS \\ & + u_z^2 \int_S (a_2 b_{zz} - \bar{b} n_z r_x) dS + u_x u_y \int_S (a_2 b_{xy} - \bar{b} n_y r_z) dS + u_y u_z \int_S (a_2 b_{yz} - \bar{b} n_y r_x) dS + \\ & + u_x u_z \int_S [(a_2 b_{xz} - \bar{b} (n_z r_z - n_x r_x))] dS \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

$$N_z = -\frac{\bar{K}}{R^2} \left\{ \begin{aligned} & u_x \int_S a_3 b_x dS + u_y \int_S a_3 b_y dS + u_z \int_S a_3 b_z dS + u_x^2 \int_S (a_3 b_{xx} - \bar{b} n_x r_y) dS + u_z^2 \int_S a_3 b_{zz} dS + \\ & + u_y^2 \int_S (a_3 b_{yy} - \bar{b} n_y r_x) dS + u_x u_z \int_S (a_3 b_{xz} - \bar{b} n_z r_y) dS + u_y u_z \int_S (a_3 b_{yz} - \bar{b} n_z r_x) dS + \\ & + u_x u_y \int_S [(a_3 b_{xy} - \bar{b} (n_x r_x - n_y r_y))] dS \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

sendo que,

$$\bar{a} = \frac{2\gamma}{3}(1-\beta); \bar{b} = (1-\beta\gamma); \bar{c} = 2\beta\gamma \quad (63)$$

$$a_1 = r_y n_z - n_y r_z; a_2 = r_z n_x - n_z r_x; a_3 = r_x n_y - n_x r_y \quad (64)$$

$$b_x = \bar{a} n_x; b_y = \bar{a} n_y; b_z = \bar{a} n_z \quad (65)$$

$$b_{xx} = 2\bar{c} n_x^2; b_{yy} = 2\bar{c} n_y^2; b_{zz} = 2\bar{c} n_z^2 \quad (66)$$

$$b_{xz} = 4\bar{c} n_x n_z; b_{xy} = 4\bar{c} n_x n_y; b_{yz} = 4\bar{c} n_y n_z; \quad (67)$$

\bar{K}, R^2, u_x, u_y e u_z são definidos nas Equações (39), (47), (56), (57) e (58).

2.9 Torque Elétrico

O modelo para o torque devido à força de Lorentz depende da velocidade de rotação do satélite, da velocidade de rotação diurna do campo geomagnético e da Terra e de características físicas e de inércia da blindagem de proteção, que define a carga elétrica do

satélite. Neste projeto é considerado que a carga elétrica do satélite é constante e que o campo geomagnético é descrito pelo modelo de vetor de dipolo.

A força de Lorentz é dada por (Sehna, 1969):

$$\vec{F}_L = Q\vec{V} \times \vec{B} \quad (6)$$

sendo Q a carga elétrica do satélite, \vec{V} a velocidade do satélite em órbita e $\vec{B} = B\hat{\beta}$ é o campo magnético da Terra, cuja direção $\hat{\beta}$ é definida pelo modelo de vetor de dipolo.

O modelo a ser utilizado neste projeto para o torque devido à força de Lorentz é o mesmo utilizado por Abdel-Aziz (2007) e dado por (Beletskii e Khentov, 1985):

$$\vec{M}_L = \vec{W} \times \vec{\beta}_S + \vec{w}_g \times \vec{\beta}_S \quad (7)$$

sendo: \vec{W} a velocidade de rotação do satélite; \vec{w}_g vetor velocidade de rotação diurna do campo geomagnético junto com a Terra, cuja direção é também dada pelo versor $\hat{\beta}$, e

$$\vec{\beta}_S = S\hat{\beta} \quad (8)$$

com S sendo a matriz de uma manta cilíndrica carregada, dada por (Beletskii e Khentov, 1985):

$$S = \begin{pmatrix} 4Dd^2 & 0 & 0 \\ 0 & 4Dd^2 & 0 \\ 0 & 0 & 4Dh^2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

onde $D = \frac{QB}{4r'^3}$, com B sendo a magnitude do campo geomagnético, r' a distância geocêntrica do satélite, d e h o diâmetro e o comprimento da manta cilíndrica carregada que envolve o satélite, onde idealmente a carga é depositada uniformemente.

Uma vez determinadas as componentes do torque devido à força de Lorentz \vec{M}_L , a partir de (7), no sistema do satélite, tais componentes são substituídas nas equações dinâmicas (4) e essas equações são integradas para se determinar a influência do torque elétrico e compará-la com as influências dos outros torques.

Nas equações do movimento rotacional são necessárias as componentes do torque elétrico no sistema do satélite:

$$\vec{M}_L = M_{L1}\hat{i} + M_{L2}\hat{j} + M_{L3}\hat{k} \quad (10)$$

Para a determinação das componentes do torque elétrico parte-se de (7), com:

$$\hat{\beta} = (\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3)^t \text{ - dado no sistema equatorial.}$$

$$\vec{w}_g = w_g (\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3)^t \text{ - dado no sistema equatorial.}$$

$$\vec{W} = (p \ q \ r)t \text{ - dado no sistema principal do satélite.}$$

As componentes do vetor $\hat{\beta}$ no sistema principal do satélite foram determinadas no projeto anterior do bolsista (Bento, 2009), utilizando a matriz de rotação envolvendo quatérnions, sendo dadas por:

$$\beta_{1P} = (q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2)\beta_1 + 2(q_1q_2 + q_4q_3)\beta_2 + 2(q_1q_3 - q_4q_2)\beta_3 \quad (11)$$

$$\beta_{2P} = 2(q_1q_2 - q_4q_3)\beta_1 + (-q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2)\beta_2 + 2(q_1q_3 + q_4q_2)\beta_3 \quad (12)$$

$$\beta_{3P} = 2(q_1q_3 + q_4q_2)\beta_1 + 2(q_1q_3 - q_4q_2)\beta_2 + (-q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2)\beta_3 \quad (13)$$

Do mesmo modo, as componentes do torque elétrico foram determinadas do projeto anterior do bolsista, e são apresentadas como (Bento, 2009):

$$M_{1L} = Dh^2 \beta_{3P} (q + w_g \beta_{2P}) - Dd^2 \beta_{2P} (r + w_g \beta_{3P}) \quad (14)$$

$$M_{2L} = Dd^2 \beta_{1P} (r + w_g \beta_{3P}) - Dh^2 \beta_{3P} (p + w_g \beta_{1P}) \quad (15)$$

$$M_{3L} = Dd^2 (p\beta_{2P} - q\beta_{1P}) \quad (16)$$

2.10 Erro de Apontamento

O erro de apontamento é dado pelo ângulo η entre a direção do eixo de rotação calculado \hat{k} (utilizando os ângulos α e δ obtidos pela teoria apresentada no capítulo anterior) e a direção real \hat{K}' do eixo de rotação (CHIARADIA, 2010). Utilizando os dados dos satélites fornecidos pelo CCS do INPE, α_{INPE} e δ_{INPE} pode-se determinar a direção real do eixo de rotação \hat{K}' , como indicado na Figura 12.

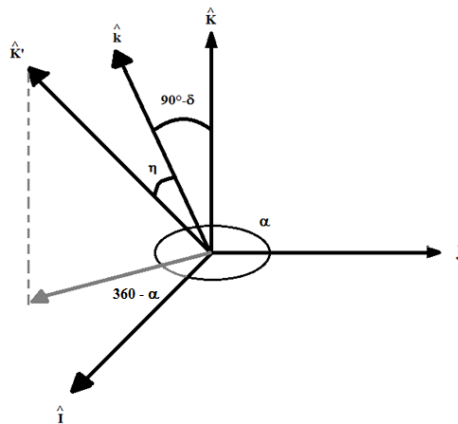


Figura 6 - Esquemática do Erro de Apontamento Eixo de rotação real do satélite \hat{K}' , eixo de rotação calculado \hat{k} , Sistema equatorial com versores $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ e sistema do satélite com versores $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$. (MOTTA, 2011)

2.11 Cálculo do Erro de Apontamento

O erro de apontamento é representado pelo ângulo η e seu valor pode ser determinado pelo cálculo do produto escalar entre os vetores unitários \hat{K}' e \hat{k} , dados por (CHIARADIA, 2010):

$$\cos(\eta) = \hat{K}' \cdot \hat{k} \quad (6.1)$$

Para efetuar o produto escalar os vetores \hat{K}' e \hat{k} devem estar representados no mesmo sistema de coordenadas. Efetuando o produto escalar (MOTTA, 2011) obtém-se:

$$\eta = \arccos(\Gamma_1) \quad (6.7)$$

3 RESULTADOS

Neste item são apresentados os resultados obtidos nas simulações numéricas para as duas abordagens realizadas para a integração numérica das equações do movimento rotacional.

Foram utilizados os dados dos satélites SCD1 e SCD2 (para um período de 16 dias) fornecidos pelo CRS/INPE (MOTTA,2011). Assim os dados iniciais são fornecidos em termos da ascensão reta e declinação do eixo de rotação e da magnitude da velocidade de rotação, sendo então obtidos os quatérnions de atitude (ZANARDI et al., 2011). A principal diferença entre estes dois satélites é que o SCD2 possui controle de atitude e o SCD1 não. Assim, nas simulações para o SCD2 é necessário reiniciar o processo nos dias em que ocorre o controle de atitude, uma vez que as equações do movimento não inclui um torque de controle.

A integração numérica é realizada com as equações e Euler e as equações cinemáticas em termos dos quatérnions. Para fins de comparação com os dados reais dos satélites é feita a conversão de quatérnions para ascensão reta e declinação do eixo de rotação e da magnitude da velocidade de rotação (ZANARDI et al., 2011).

O método numérico de integração foi o Runge-Kutta de 8ª ordem na linguagem de programação FORTRAN.

Dois abordagens são realizadas, de modo a determinar um intervalo válido para a teoria desenvolvida. Na primeira abordagem os dados de atitude e órbita são atualizados a cada 24 horas (abordagem com atualização diária dos dados) com os dados fornecidos pelo CRC/INPE. Na segunda abordagem os dados de atitude e órbita não são atualizados diariamente, restringindo o intervalo de aplicação da teoria a alguns dias.

3.1 Abordagem com atualização diária dos dados

A abordagem tratada neste item aplica uma atualização diária do processo de propagação de atitude a partir dos dados reais fornecidos pelo CRS/INPE. As estimativas resultantes da simulação numérica serão apresentadas, assim como a diferença entre a estimativa e o dado fornecido.

SCD 1

Este item tratará da aplicação com os dados do SCD1, apresentados no ANEXO I, para o período de 16 dias entre 17/08/1993 e 01/09/1993 organizados na Tabela 1, a qual também apresenta a média e o erro de apontamento obtido para este período de simulação.

Tabela 1 - Valores da ascensão reta, declinação e velocidade angular do SCD1 com atualização diária.

DATA	α	$\alpha - \alpha_{inpe}$	δ	$\delta - \delta_{inpe}$	W	W - W _{inpe}	η
17/08/1993	280,09	0	81,1	0	87,06	0	1,12495561
18/08/1993	279,6889	-1,3211	80,9451	0,1251	86,9339	0,0539	1,12813934
19/08/1993	280,7076	-1,0324	79,9467	-0,5833	85,9358	-0,7742	1,12816685
20/08/1993	280,7206	-1,5194	79,9468	-0,2832	85,939	-0,601	1,13197365
21/08/1993	281,7225	-0,8475	79,9474	0,0174	85,9405	-0,4295	1,13536421
22/08/1993	281,7522	-0,9478	78,9487	-0,6913	85,9445	-0,2655	1,13556934
23/08/1993	281,7769	-0,8931	78,9487	-0,4013	85,9511	-0,0889	1,13937576
24/08/1993	281,783	-1,717	78,9487	-0,2713	85,9527	0,0727	1,14058156
25/08/1993	282,7968	-0,2132	78,9485	-0,0015	84,958	-0,842	1,14382147
26/08/1993	282,8173	0,3873	77,9494	-0,7506	84,9617	-0,7683	1,14343227
27/08/1993	281,8335	0,0735	77,949	-0,531	84,9653	-0,6947	1,14714946
28/08/1993	280,8613	-0,1487	77,9487	-0,3213	84,9722	-0,6078	1,15072923
29/08/1993	280,8725	0,6925	77,9487	-0,1313	84,9754	-0,5346	1,15355582
30/08/1993	279,8876	0,5976	77,9486	0,0386	84,9786	-0,4614	1,15662422
31/08/1993	278,9008	0,5608	76,9491	-0,8309	84,9816	-0,3884	1,15473101
01/09/1993	277,9025	0,5425	76,9491	-0,7209	84,9816	-0,3284	1,15690175
MEDIA	280,8821	0,361625	78,8327	-0,33355	85,589494	0,41613125	1,14194197

SCD 2

Este item tratará da aplicação com os dados do SCD2, apresentados no ANEXO II, para um período de 16 dias entre 12/02/2002 e 27/02/2002. Os dias que foram marcados em amarelo representam os dias de atuação do controle do satélite, tendo sido o processo reiniciado no dia 24/02/2002.

Tabela 2 - Valores da ascensão reta, declinação e velocidade angular do SCD2 com atualização diária.

DATA	alfa	Δ com INPE	delta	Δ com INPE	W	Δ com INPE	ERRO
12/02/2002	278,71	0	63,47	0	34,48	0	0,3881868
13/02/2002	277,7718	-0,9582	62,8899	-0,6247	33,9876	-0,4324	0,3858342
14/02/2002	277,6796	-1,0604	62,9071	-0,5565	33,962	-0,408	0,419825
15/02/2002	277,673	-1,067	62,9084	-0,5006	33,9602	-0,3498	0,3907116
16/02/2002	277,6698	-1,0502	62,9089	-0,4481	33,9593	-0,3007	0,3947291
17/02/2002	277,6668	-1,0132	62,9094	-0,4066	33,9585	-0,2415	0,3833015
18/02/2002	277,6696	-0,9604	62,909	-0,3874	33,9592	-0,1808	0,3961019
19/02/2002	277,6686	-0,9014	62,9092	-0,3834	33,9589	-0,1211	0,391911
20/02/2002	277,6712	-0,8288	62,9087	-0,3927	33,9597	-0,0603	0,3961042
21/02/2002	277,6755	-0,7445	62,9079	-0,4091	33,9609	0,0009	0,395929
22/02/2002	277,6768	-0,6532	62,903	-0,4391	32,9639	-0,9361	0,395615
23/02/2002	277,6849	-0,5451	62,9016	-0,4574	32,966	-0,864	0,3954268
24/02/2002	276,6	0	61,22	0	33,69	0	0,4194644
25/02/2002	275,7151	-0,7049	60,9013	-0,243	32,9719	-0,7181	0,4195784
26/02/2002	275,7258	-0,4742	60,899	-0,0314	32,974	-0,576	0,4224944
27/02/2002	275,7386	-0,2014	59,898	-0,8048	32,9783	-0,5017	0,4215008
MEDIA	277,3123	0,69768125	62,396963	-0,3803	33,66815	-0,3556	0,4010446

Os resultados obtidos nas simulações foram comparados com o trabalho SILVA (2008), no qual foram abordados apenas os torques devido as influências magnéticas, o gradiente de gravidade e a força de arrasto. Os resultados estão apresentadas nas Tabelas 3 e 4, as quais apresentam os resultados obtidos por esse trabalho, os resultados de SILVA 2008 e a diferença dos resultados para os dois satélites.

Tabela 3 - Valores da ascensão reta, declinação e velocidade angular do SCD1 com atualização diária comparadas com SILVA 2008.

DATA	alfa	Alfa SILVA	Δ	Delta	delta SILVA	Δ	W	W SILVA	Δ
17/08/1993	280,09	280,09	0	81,1	81,1	0	87,06	87,06	0
18/08/1993	279,6889	280,14	-0,4511	80,9451	81,167	-0,2219	86,9339	86,901	0,0329
19/08/1993	280,7076	281,078	-0,3704	79,9467	80,88	-0,9333	85,9358	86,726	-0,7902
20/08/1993	280,7206	281,855	-1,1344	79,9468	80,588	-0,6412	85,939	86,566	-0,627
21/08/1993	281,7225	282,416	-0,6935	79,9474	80,291	-0,3436	85,9405	86,403	-0,4625
22/08/1993	281,7522	282,779	-1,0268	78,9487	79,978	-1,0293	85,9445	86,244	-0,2995
23/08/1993	281,7769	282,902	-1,1251	78,9487	79,678	-0,7293	85,9511	86,101	-0,1499
24/08/1993	281,783	282,846	-1,063	78,9487	79,392	-0,4433	85,9527	85,937	0,0157
25/08/1993	282,7968	283,667	-0,8702	78,9485	79,258	-0,3095	84,958	85,79	-0,832
26/08/1993	282,8173	283,189	-0,3717	77,9494	78,981	-1,0316	84,9617	85,72	-0,7583
27/08/1993	281,8335	282,606	-0,7725	77,949	78,731	-0,782	84,9653	85,658	-0,6927
28/08/1993	280,8613	281,202	-0,3407	77,9487	78,722	-0,7733	84,9722	85,523	-0,5508
29/08/1993	280,8725	281,221	-0,3485	77,9487	78,28	-0,3313	84,9754	85,53	-0,5546
30/08/1993	279,8876	280,358	-0,4704	77,9486	78,094	-0,1454	84,9786	85,467	-0,4884
31/08/1993	278,9008	279,45	-0,5492	76,9491	77,927	-0,9779	84,9816	85,403	-0,4214
01/09/1993	277,9025	278,523	-0,6205	76,9491	77,789	-0,8399	84,9816	85,332	-0,3504
MEDIA	280,8821	281,52013	-0,638	78,8327	79,4285	-0,5958	85,58949	86,02256	0,43307

Tabela 4 - Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD2 com atualização diária comparadas com SILVA 2008.

DATA	Alfa	alfa SILVA	Δ	Delta	delta SILVA	Δ	W	W SILVA	Δ
12/02/2002	278,71	278,71	0	63,47	63,47	0	34,48	34,48	0
13/02/2002	277,7718	278,707	-0,9352	62,8899	63,468	-0,5781	33,9876	34,432	-0,4444
14/02/2002	277,6796	278,717	-1,0374	62,9071	63,416	-0,5089	33,962	34,37	-0,408
15/02/2002	277,673	278,711	-1,038	62,9084	63,378	-0,4696	33,9602	34,317	-0,3568
16/02/2002	277,6698	278,689	-1,0192	62,9089	63,342	-0,4331	33,9593	34,256	-0,2967
17/02/2002	277,6668	278,652	-0,9852	62,9094	63,306	-0,3966	33,9585	34,204	-0,2455
18/02/2002	277,6696	278,59	-0,9204	62,909	63,274	-0,365	33,9592	34,144	-0,1848
19/02/2002	277,6686	278,509	-0,8404	62,9092	63,23	-0,3208	33,9589	34,082	-0,1231
20/02/2002	277,6712	278,413	-0,7418	62,9087	63,184	-0,2753	33,9597	34,022	-0,0623
21/02/2002	277,6755	278,301	-0,6255	62,9079	63,162	-0,2541	33,9609	33,961	-1E-04
22/02/2002	277,6768	278,204	-0,5272	62,903	63,145	-0,242	32,9639	33,902	-0,9381
23/02/2002	277,6849	278,122	-0,4371	62,9016	63,135	-0,2334	32,966	33,843	-0,877

24/02/2002	277,6948	276,6	1,0948	62,8997	61,22	1,6797	32,9687	33,69	-0,7213
25/02/2002	275,7151	276,361	-0,6459	60,9013	61,117	-0,2157	32,9719	33,639	-0,6671
26/02/2002	275,7258	276,162	-0,4362	60,899	60,914	-0,015	32,974	33,643	-0,669
27/02/2002	275,7386	275,907	-0,1684	59,898	60,716	-0,818	32,9783	33,508	-0,5297
MEDIA	277,3807	277,95969	0,57894	62,50194	62,7173125	0,21537	33,62307	34,03081	0,40774

3.2 Abordagem sem atualização diária dos dados

A abordagem tratada neste item aplica a simulação sem a atualização diária no processo de propagação de atitude a partir dos dados reais fornecidos pelo CRS/INPE. As estimativas resultantes da simulação numérica serão apresentadas, assim como a diferença entre a estimativa e o dado fornecido.

SCD1

Diversas simulações foram realizadas com os dados do Satélite SCD1, sendo aqui apresentados os dois períodos analisados com os resultados mais adequados nas Tabelas 5 e 6.

Tabela 5 - Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD1 sem atualização diária.

DATA	alfa	Δ com INPE	delta	Δ com INPE	W	Δ com INPE	ERRO
25/08/1993	283,01	0	78,95	0	85,8	0	1,143704762
26/08/1993	282,8173	0,3873	77,9494	-0,7506	84,9617	-0,7683	1,143432268
27/08/1993	281,8368	0,0768	76,9493	-1,5307	83,9657	-1,6943	1,142849191
28/08/1993	280,8634	-0,1466	75,949	-2,321	82,9728	-2,6072	1,141715949
MEDIA	282,1319	0,079375	77,449425	-1,150575	84,42505	-1,26745	1,142925543

Tabela 6 - Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD1 sem atualização diária.

DATA	alfa	Δ com INPE	delta	Δ com INPE	W	Δ com INPE	ERRO
17/08/1993	280,09	0	81,1	0	87,06	0	-0,855165882
18/08/1993	279,6889	-1,3211	80,9451	0,1251	86,9339	0,0539	-0,854780146
19/08/1993	278,7199	-3,0201	79,9455	-0,5845	85,9367	-0,7733	-0,855386437
20/08/1993	277,7517	-4,4883	78,946	-1,284	84,9411	-1,5989	-0,854742089
MEDIA	279,0626	-2,207375	80,23415	-0,43585	86,217925	-0,579575	-0,855018638

SCD2

Diversas simulações também foram realizadas com os dados do Satélite SCD2, sendo aqui apresentados os dois períodos analisados com os resultados mais adequados nas Tabelas 7 e 8.

Tabela 7 - Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD2 sem atualização diária.

DATA	alfa	Δ com INPE	delta	Δ com INPE	W	ERRO
20/02/2002	278,5	0	63,3014	0	34,02	1,195167049
21/02/2002	277,6755	-0,7445	62,9079	-0,4091	33,9609	1,19139439
22/02/2002	276,6828	-1,6472	61,905	-1,4371	32,9639	1,180916099
23/02/2002	275,6899	-2,5401	60,9017	-2,4573	31,9672	1,169973981
MEDIA	277,13705	-1,23295	62,254	-1,075875	33,228	1,18436288

Tabela 8 - Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD2 sem atualização diária.

DATA	alfa	Δ com INPE	delta	Δ com INPE	W	ERRO
24/02/2022	276,6	276,6	61,22	-214,72	33,69	1,187672433
25/02/2022	275,7151	275,7151	60,9013	-214,7387	32,9719	1,18487093
26/02/2022	274,7237	274,7237	59,8971	-213,8529	31,9757	1,174775881
27/02/2022	273,7326	273,7326	58,8922	-214,4978	30,9799	1,164224262
MEDIA	275,19285	275,19285	60,22765	-214,45235	32,404375	1,177885876

Também foram comparados os resultados obtidos com os do trabalho de SILVA 2008, sem atualização diária.

Tabela 9 - Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD1 sem atualização diária comparadas com SILVA 2008.

DATA	alfa	alfa SILVA	Δ	delta	delta SILVA	Δ	W	W SILVA	Δ
17/08/1993	280,09	280,09	0	81,1	81,1	0	87,06	87,06	0
18/08/1993	279,6889	280,14	-0,4511	80,9451	81,167	-0,2219	86,9339	86,901	0,0329
19/08/1993	278,7199	280,23	-1,5101	79,9455	81,232	-1,2865	85,9367	86,745	-0,8083
MEDIA	279,6807	82,93559	55,2608	23,633978	84,1986475	0,828092	25,79401	86,902	26972,4

Tabela 10 - Valores da ascensão reta, declinação e velocidade do SCD2 sem atualização diária comparadas com SILVA 2008.

DATA	alfa	alfa SILVA	Δ	delta	delta SILVA	Δ	W	W SILVA	Δ
24/02/2022	276,6	276,6	0	61,22	61,22	0	33,69	33,69	0
25/02/2022	275,7151	276,361	-0,6459	60,9013	61,117	-0,2157	32,9719	33,639	-0,6671
26/02/2022	274,7237	276,109	-1,3853	59,8971	61,013	-1,1159	31,9757	33,587	-1,6113
27/02/2022	273,7326	275,833	-2,1004	58,8922	60,909	-2,0168	30,9799	33,532	-2,5521
MEDIA	277,3689	253,53732	6,146	63,316897	71,4945809	0,710612	51,91776	60,257	3370,85

4 CONCLUSÕES

REFERÊNCIAS

ASSIS, S. C. **Propagação analítica de atitude de satélites estabilizados por rotação: Torque Residual Médio com Modelo de Quadripolo para o Campo Geomagnético**, Dissertação de Mestrado, Dinâmica Orbital e Planetologia Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2002.

ASSIS, S. C.; ZANARDI, M.C. **Torque Magnético Residual Médio com Modelo de Quadripolo**, In: Jornada de Iniciação Científica e Pós-graduação, 2003, Guaratinguetá, **Anais...**, Guaratinguetá, 2003. CD-ROM.

BATE, R.R.; MULLER, D. D.; WHITE, J. E. **Fundamentals of Astrodynamics**. Ed. Dover Publications, INC. 1971.

BROUWER, O.; CLEMENCE, G.M. **Methods of celestial mechanics**, New York: Academic Press, 1961.

KAPLAN, M. H., **Modern spacecraft dynamics & control**, New York: John Wiley, 1976.

QUIRELLI, I. M. P. **Propagação de Atitude de Satélites Estabilizados por Rotação**, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia, UNESP - Guaratinguetá, SP, 2002.

SEHNAL, L., POSPÍŠILOVÁ, L. **Thermospheric model TD88**, Preprint No. 67 of the Astronomical Institute of Czechoslovakia, n "Academy of Sciences", 1988.

SHUSTER, M.D., **A survey of attitude representation**, Journal of Astron. Sciences, v. 41, 4, 1993.

RODRIGUES, D. S. S., **Propagação da atitude de satélites artificiais com diferentes representações**. Relatório Final do PIBIC/CNPq, FEG/UNESP, Guaratinguetá, 2002.

RODRIGUES, D. S. S., **Propagação da atitude de satélites artificiais com quatérnions e torque magnético residual**, Anais da Jornada de Iniciação Científica e Pesquisa da FEG/UNESP, 2004.

SENE, L. T. F.; **Propagação da Atitude de Satélites Artificiais com Quatérnions incluindo Torques Magnéticos e Torque Gradiente de Gravidade**, Relatório Final de Projeto de Iniciação Científica, PIBIC, CNPq, INPE, São José dos Campos, 2006.

THOMAS, L. C.; CAPPELARI, J. O., **Attitude determination and prediction of spin-stabilized satellites**, The Bell System Technical Journal, July, 1964.

WERTZ, J. R. **Spacecraft Attitude Determination and Control**, Kluwer Academic Publishers, 1978.

ZANARDI, M. C., **Dinâmica da Atitude de Satélites Artificiais**, Tese de Livre Docência, FEG/UNESP, Guaratinguetá, 2005.

ZANARDI, M. C.; RODRIGUES, D. S. S., **Propagação da Atitude de Satélites Artificiais com Quatérnions e Torque Gradiente de Gravidade**, Anais do DINCON 2004, 1831 - 1846, Ilha Solteira-SP, 2004.

SILVA, M. F., **Propagação da Atitude de Satélites Artificiais com Quatérnions**, , Relatório Final do PIBIC/CNPq, FEG/UNESP, Guaratinguetá, 2008.

BENTO, P. R. S. P., **Propagação da Atitude de Satélites Artificiais com Quatérnions e Torque Devido à Força de Lorentz**, Relatório Final do PIBIC/CNPq, FEG/UNESP, Guaratinguetá, 2010.

ISHIBASHI, L. E., **Propagação Numérica da Atitude de Satélites Artificiais com Quatérnions e Torque de Pressão de Radiação Solar**, Relatório Final do PIBIC/CNPq, FEG/UNESP, Guaratinguetá, 2012.

APÊNDICE A

ASCENSÃO RETA E DECLINAÇÃO DO SOL

Tabela A1 – Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD1

Dia	Ascensão Reta do Sol (°)	Declinação do Sol (°)
24/7/1993	124,35	19,70
25/7/1993	125,33	19,48
26/7/1993	126,30	19,25
27/7/1993	127,30	19,03
28/7/1993	128,28	18,80
29/7/1993	129,25	18,57
30/7/1993	130,23	18,32
31/7/1993	131,20	18,07
1/8/1993	132,18	17,82
2/8/1993	133,13	17,55
3/8/1993	134,10	17,30
4/8/1993	135,05	17,03
5/8/1993	136,03	16,75
6/8/1993	136,98	16,48
7/8/1993	137,93	16,20
8/8/1993	138,88	15,92
9/8/1993	139,83	15,62
10/8/1993	140,78	15,33
11/8/1993	141,73	15,03
12/8/1993	142,68	14,73
13/8/1993	143,60	14,43
14/8/1993	144,55	14,12
15/8/1993	145,48	13,80
16/8/1993	146,43	13,48
17/8/1993	147,35	13,17
18/8/1993	148,28	12,83
19/8/1993	149,20	12,52
20/8/1993	150,13	12,18
21/8/1993	151,05	11,85
22/8/1993	151,98	11,52
23/8/1993	152,90	11,17
24/8/1993	153,83	10,83
25/8/1993	154,73	10,48
26/8/1993	155,65	10,13
27/8/1993	156,58	9,78
28/8/1993	157,48	9,43
29/8/1993	158,38	9,07
30/8/1993	159,30	8,72
31/8/1993	160,20	8,35

Tabela A2 – Ascensão reta e declinação do sol para o período de simulação do SCD2

Dia	Ascensão Reta do Sol(°)	Declinação do Sol(°)
1/2/2002	315,43	-16,92
2/2/2002	316,45	-16,63
3/2/2002	317,45	-16,33
4/2/2002	318,48	-16,03
5/2/2002	319,48	-15,73
6/2/2002	320,48	-15,43
7/2/2002	321,48	-15,12
8/2/2002	322,48	-14,80
9/2/2002	323,45	-14,47
10/2/2002	324,45	-14,15
11/2/2002	325,43	-13,82
12/2/2002	326,43	-13,48
13/2/2002	327,40	-13,15
14/2/2002	328,38	-12,80
15/2/2002	329,35	-12,47
16/2/2002	330,33	-12,00
17/2/2002	331,28	-11,77
18/2/2002	332,25	-11,42
19/2/2002	333,20	-11,05
20/2/2002	334,18	-10,70
21/2/2002	335,13	-10,33
22/2/2002	336,08	-9,97
23/2/2002	337,03	-9,60
24/2/2002	337,98	-9,23
25/2/2002	338,93	-8,87
26/2/2002	339,88	-8,48
27/2/2002	340,80	-8,12
28/2/2002	341,75	-7,73
1/3/2002	342,68	-7,35
2/3/2002	343,63	-6,97
3/3/2002	344,55	-6,58
4/3/2002	345,48	-6,20
5/3/2002	346,40	-5,82
6/3/2002	347,35	-5,43
7/3/2002	348,28	-5,03
8/3/2002	349,20	-4,65
9/3/2002	350,10	-4,25

10/3/2002	351,03	-3,87
11/3/2002	351,95	-3,47
12/3/2002	352,88	-3,08