



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

Estudo da aplicação de rodas de reação com realimentação de corrente e velocidade no sistema de controle de satélites rígido-flexíveis

RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(PIBIC/CNPq/INPE)

Jesus Bravo de Sousa da Fonseca (UNESP, Bolsista PIBIC/CNPq)
e-mail: jesusbravo85@yahoo.com.br

Dr. Luiz Carlos Gadelha de Souza (DEM/INPE, Orientador)
e-mail: gadelha@dem.inpe.br

Julho 2012

AGRADECIMENTOS

Ao CONSELHO NACIONAL DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO – CNPq pelo apoio financeiro recebido através da bolsa de iniciação científica junto ao programa PIBIC do INPE, ao Dr. Luiz Carlos Gadelha de pela orientação e conhecimento transferido.

RESUMO

Sistema de Controle de Atitude (SCA) de satélites precisam ter bom desempenho e robustez, onde o primeiro esta associado a requisitos de projeto como tempo de resposta, margem de ganho e fase, enquanto que o segundo relaciona-se com a capacidade do SCA manter seu desempenho apesar de ocorrer variações nos parâmetros do sistema. Por outro lado, também é necessário que os procedimentos de desenvolvimento dos algoritmos de controle sejam cada vez mais confiáveis antes de serem embarcados no satélite, criando a necessidade da investigação experimental e computacional, possibilitando a verificação em laboratório dos equipamentos (hardwares) e dos programas de computador (softwares) que serão utilizados no SCA, objetivando, por sua vez, melhor desempenho e maior robustez associado a um menor custo no projeto do SCA. Este trabalho estuda como a estratégia de controle e a dinâmica das rodas de reação e os seus respectivos motores DC podem influenciar o desempenho e a robustez do SCA com controle em três eixos. Para isso foi criando um modelo matemática das rodas, levando em conta o maior numero possível de variáveis que possam alterar o desempenho da mesma. Em seguida o modelo da roda foi incluído na dinâmica do satélite em conjunto com um sistema de controle de atitude, através de simulações computacionais da dinâmica do conjunto: roda de reação, sistema de controle e satélite, avaliamos a influencia das rodas no desempenho do SCA do satélite.

Study of reaction wheels application with current and speed as feedback for control system of rigid-flexible satellites

ABSTRACT

Attitude Control System (ACS) of satellites need to have good performance and robustness, where the first is associated with design requirements such as response time, gain and phase margin, while the second relates to the ability of SCA to keep performance although there are variations in system parameters. On the other hand, it is also necessary that the procedures for development of control algorithms are more reliable before being embedded in the satellite, creating the need for computational and experimental investigation, allowing the verification of laboratory equipment (hardware) and programs (computer software) that will be used in SCA, aiming, in turn, better performance and robustness associated with a lower cost in the design of ACS. This paper studies how the control strategy and the dynamics of the reaction wheels and their respective DC motors can influence the performance and robustness of the SCA control in three axes. To this was creating a mathematical model of the wheel, taking into account the largest possible number of variables that could alter its performance. Then the model of the wheel was included in the dynamics of the satellite together with an attitude control system, through computer simulations of the dynamics of the whole, reaction wheel, and satellite control system, we evaluated the influence of the wheels on the performance of SCA the satellite.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	6
Lista de Símbolos	7
Lista de Siglas e Abreviaturas	7
1 – Introdução	8
2 – Objetivo	10
3 - Desenvolvimento	11
3.1 - Equações de movimento da plataforma	11
3.2 - Sistema de controle da plataforma	16
3.3 - Dinâmica das rodas de reação	28
4 - Simulações e resultados	33
5 – Conclusões	42
6 – Bibliografia	43

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1- Duas plataformas do LabSim: à esquerda rotação em 3 eixos à direita em 1 eixo	10
Figura 3.1 – Sistema de referência inercial	12
Figura 3.2 – Modelo matlab-simulink da dinâmica da plataforma.	14
Figura 3.3 – Modelo matlab-simulink da cinemática do sistema	15
Figura 3.4 – Modelo matlab-simulink da planta.	16
Figura 3.5 – Sequência de cálculo do SDRE	24
Figura 3.6 – Controle SDRE	26
Figura 3.7 – Modelo matlab-simulink do controlador SDRE	26
Figura 3.8 – Modelo matlab-simulink do LQR Gain	27
Figura 3.9 – Modelo matlab-simulink do cálculo da Matriz A	28
Figura 3.10 – Modelo físico de um motor DC	29
Figura 3.11 - Diagrama de blocos da equação 3.3.3	31
Figura 3.12 - Diagrama de blocos da equação 3.3.4	31
Figura 3.13 - Diagrama de blocos completo da roda de reação	32
Figura 3.14 – Subsistema das Rodas de Reação	32
Figura 3.15 – Sistema base para as simulações	33
Figura 4.1 - Modelo matlab-simulink sem roda	35
Figura 4.2 – Ângulos de Euler durante manobra sem roda	35
Figura 4.3 - Modelo matlab-simulink com roda	36
Figura 4.4 – Ângulos de Euler durante manobra com roda	37
Figura 4.5 – Ângulos de Euler com parâmetros de R menor	38
Figura 4.6 – Tensão nas rodas de reação com parâmetros de R menor	39
Figura 4.7 - Tensão nas rodas de reação com parâmetros de R intermediário	40
Figura 4.8 - Ângulos de Euler com parâmetros de R intermediário	41

LISTA DE SÍMBOLOS

- θ_1, θ_2 e θ_3 - Ângulos de Euler.
 w_1, w_2 e w_3 - Velocidade angulares da plataforma
 Ω_1, Ω_2 e Ω_3 - Velocidade angulares das rodas de reação
 I_w - Momentos de inércia das rodas de reação.
 I_{11}, I_{22} e I_{33} - Momentos de inércia da plataforma.
 R - Resistência elétrica do motor DC
 L - Indutância do motor DC
 B - Atrito do motor DC
 F_i - Sistema de referência inercial
 F_b - Sistema de referência do corpo
 \vec{h} - Momento angular ao redor do centro de massa
 \vec{g} - Somatória dos torques externos ao redor do centro de massa
 A - Matriz que representa a dinâmica do sistema
 B - Matriz que representa como o sinal de controle afeta o estado
 C - Matriz que representa os estados que são sendo observados
 D - Matriz que representa os sinais de controle que afetam diretamente a saída
 R - Matriz que representa o custo da energia gasta pelos atuadores
 Q - Matriz que representa o custo da precisão de posicionamento
 x - Vetor de estados
 y - Vetor de medidas

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

- UNESP - Universidade Estadual Paulista
INPE - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
CM - Centro de Massa
SSCAS - Simulador de Sistemas de Controle de Atitude de Satélites
SCA - Sistema de controle de atitude
SISO - Single Input Single Output
MIMO - Multiple Input Multiple Output
LQR - Linear Quadratic Regulator
SDRE - State Dependent Riccati
DMC - Departamento de Mecânica Espacial e Controle

1 - Introdução

O movimento de uma espaçonave é especificado por sua posição, velocidade, atitude e movimento de atitude. As duas primeiras descrevem o movimento translacional do centro de massa (CM) da espaçonave. As últimas descrevem o movimento de rotação da espaçonave em torno de seu CM. Chamamos de atitude de uma espaçonave sua orientação no espaço. A atitude pode ser afetada por torques ambientais como: torque aerodinâmico (produzido pela interação da superfície da espaçonave com a atmosfera superior), torque de gradiente de gravidade (causado em objetos não simétricos devido a variação da força gravitacional sobre o mesmo), torque magnético (resultado da interação de campos magnéticos residuais da espaçonave com o campo magnético terrestre) e torque de radiação solar (devido a radiação solar que incide na superfície da espaçonave), esses torques podem tanto perturbar a atitude de um satélite, quanto ser utilizado para controlar sua atitude. Quando temos um satélite em órbita é comum que esse sofra a ação desses torque ambientais, esses muitas vezes modificam a atitude do satélite de forma indesejada criando a necessidade de uma correção, essa pode ser feita de varias maneiras e é basicamente constituída de um atuador controlado por uma eletrônica de controle. Existem vários tipos de atuadores, aqui utilizaremos as rodas de reação, ela usa o principio da conservação do momento angular que diz que em um sistema livre de torques externos a quantidade de momento angular se conserva. Essas rodas nada mais são que volantes acionados por motores DC, quando o motor imprime velocidade de rotação no volante o satélite que é solidário a roda tende a se movimentar em sentido oposto, dessa forma é possível corrigir a atitude do satélite. Nesse trabalho o estudo foi feito em cima de um satélite que possui três rodas de reação, essas rodas possuem seu eixo de rotação coincidente com os eixos do sistema de coordenadas F_b , que será detalhado adiante. A eletrônica responsável pelo controle dessas rodas pode ser projetada de varias maneiras, aqui utilizamos o método SDRE. Podemos utilizar várias metodologias (Souza, 1992) para investigar o desempenho de sistemas de controle de atitude de satélites, a utilização de plataformas experimentais possibilita a introdução de um maior grau de realismo quando comparado com uma simulação computacional, com as plataformas é possível realizar

experimentos e simulações para avaliar sistemas e estratégias de controle para satélites com dinâmica simples como a de um corpo rígido até configurações complexas envolvendo componentes flexíveis (Souza, 1992). Um exemplo da utilização de uma plataforma experimental e a investigação do comportamento dinâmico do amortecedor de nutação utilizado no primeiro satélite brasileiro SCD-1 (http://www.inpe.br/scd1/site_scd/) o qual foi ensaiado em uma plataforma desenvolvida no INPE . Nesse trabalho projetamos o sistemas de controle considerando apenas a dinâmica do satélite ou seja consideramos as rodas como ideais, em seguida introduzimos junto a dinâmica do satélite a dinâmica das rodas, em seguida fazemos um ajuste dos parâmetros do controlador afim de obter um controle de acordo com requisitos de projeto.

2 - Objetivo

O principal objetivo deste trabalho é ajudar na construção de um Simulador de Sistemas de Controle de Atitude de Satélites (SSCAS), uma plataforma que permitira investigar experimentalmente a dinâmica e o controle de atitude de satélites artificiais rígidos e flexíveis. Dentro do contexto da DMC/INPE este projeto visa somar esforços ao aparelhamento de duas plataformas (Figura 2.1), a maior com rotação em três eixos e a menor com rotação em um eixo (vertical), existentes no Laboratório de Simulação (LabSim), para isso fizemos uma investigação de como uma roda de reação interfere no sistema de controle de atitude de satélite artificiais.



Figura 2.1 - Duas plataformas do LabSim: à esquerda rotação em 3 eixos à direita em 1 eixo

3 - Desenvolvimento

3.1 - Equações de movimento da plataforma

A modelagem matemática de uma mesa giratória com três eixos segue os mesmos métodos aplicados para a modelagem de um corpo rígido solto no espaço. A abordagem pode ser feita seguindo duas linhas principais a abordagem da mecânica analítica (Meirovitch, 1970), ou abordagem Lagrangeana, onde combinamos e derivamos as equações da energia cinética e energia potencial a fim de se determinarem as equações de movimento, ou então a da mecânica clássica, onde utilizamos o teorema da conservação do momento angular para derivar as equações de movimento (Hughes, 1986) (Thomson, 1961).

Os dois métodos são eficientes, a escolha do método a ser utilizado vai depender do problema a ser resolvido e da intimidade que cada um tem com o método específico.

O método clássico fornece um sentimento físico mais apurado do problema, enquanto que a abordagem da mecânica analítica é muito mais abstrata, porém quando se trata de problemas com muitas variáveis ou configurações físicas mais complexas a abordagem da mecânica analítica tende a ser mais simples.

Para o nosso problema utilizaremos o método clássico, começamos definindo um sistema de referência inercial (F_i) para a mesa conforme Figura 3.1, esse sistema de referência está localizado no centro de rotação de simulador e permanece imóvel em relação a superfície terrestre. A adoção de F_i como sistema inercial é uma aproximação, pois F_i é solidária a terra e gira com ela.

Devemos definir também o sistema de referência do corpo (F_b), esse tem o centro coincidente com F_i variando sua orientação em relação a F_i , a essa orientação damos o nome de atitude do simulador.

Para descrever a atitude do simulador iremos utilizar os ângulos de Euler na sequência de rotações 3-2-1, ou seja partindo de F_i para se chegar em F_b , o eixo 3 será rotacionado de um ângulo θ_1 , o eixo 2 será rotacionado de um ângulo θ_2 e o eixo 1 será rotacionado de um ângulo θ_3 , a escolha dessa sequência se justifica devido a existência de uma singularidade, quando $\theta_2=90^\circ$, o que é fisicamente impossível em nosso simulador, devido ao grau restrito de liberdade existente no eixo 2.

Embora o modelo que estamos desenvolvendo tenha com base a Figura 3.1, da mesa giratória do laboratório de simulação do INPE o modelo é genérico pois é função dos momentos de inércia da plataforma, esses são parâmetros de entrada para as rotinas que simulam e projetam o controlador de atitude do simulador.



Figuran 3.1 – Sistema de referência inercial

Para obtenção das equações do movimento do simulador, utilizaremos o teorema de Euler para o momento angular :

$$\dot{\vec{h}} = \vec{g} \quad (3.1.1)$$

Onde \vec{h} é o momento angular ao redor do centro de massa e \vec{g} é a somatória dos torques externos ao redor do centro de massa. Primeiramente estabelecemos \vec{h} ; nos equacionamentos a seguir utilizaremos a notação de vetrizes descrita por (Hughes, 1980; podemos considerar:

$$\vec{h} = \vec{I}\vec{w} + I_w(\Omega_1 + w_1)\hat{b}_1 + I_w(\Omega_2 + w_2)\hat{b}_2 + I_w(\Omega_3 + w_3)\hat{b}_3 \quad (3.1.2)$$

Onde $\vec{I} = F_b^T \text{diag}(I_{11}, I_{22}, I_{33}) F_b$ é o tensor de inercia do simulador e I_{ii} é o respectivo momento de inercia do mesmo ao redor do eixo i , \vec{w} é a velocidade angular de F_b em relação a F_i . Para simplificar (3.1.2) formamos os termos $\vec{I}_w = F_b^T \text{diag}(I_w, I_w, I_w) F_b$, tensor de inercia que reúne as três rodas de reação todas com momentos de inercia iguais a I_w e $\vec{\Omega} = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) F_b$ que representa a velocidade angular das rodas de reação em seus respectivos eixos. Como \vec{I} e \vec{I}_w são constantes em F_b é conveniente expressar a equação (3.1.2) nesse sistemas, assim podemos escrever:

$$\vec{h} = \vec{I}\vec{w} + \vec{I}_w(\vec{\Omega} + \vec{w}) \quad (3.1.3)$$

Rearranjando (3.1.3) temos:

$$\vec{h} = (\vec{I} + \vec{I}_w)\vec{w} + \vec{I}_w\vec{\Omega} \quad (3.1.4)$$

Para diferenciar um vetor expresso em um sistema em rotação utilizamos a regra de (Hughes, 1980):

$$\frac{d}{dt}[F_b^T a] = F_b^T (\dot{a} + w^x a) \quad (3.1.5)$$

Onde w^x é a chamada matriz “skew-symmetric” igual a:

$$w^x = \begin{pmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aplicando (3.1.5) em (3.1.4) temos:

$$\dot{h} + w^x h = g \quad (3.1.6)$$

Sendo todos os termos acima, matrizes e vetores expressos em F_b .

Substituindo a equação (3.1.4) em (3.1.6) e rearranjando temos:

$$\dot{w} = (I + I_w)^{-1} [-w^x (I + I_w) w - w^x I_w w \Omega - I_w \dot{\Omega} + g] \quad (3.1.7)$$

A equação matricial (3.1.7) representa a dinâmica do sistema e pode ser representado em formato matlab-simulink conforme Figura 3.2:

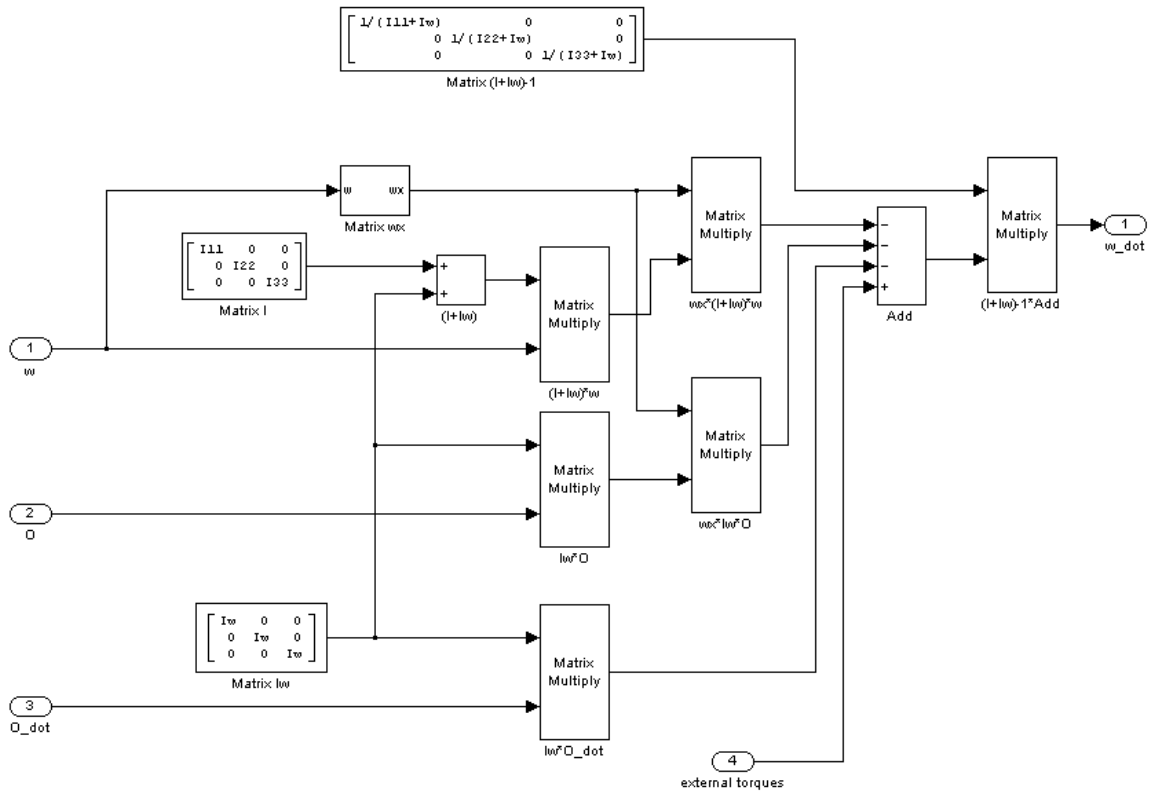


Figura 3.2 – Modelo matlab-simulink da dinâmica da plataforma.

Na Figura 3.2 temos como entradas o vetor velocidade angular do corpo ($w = \vec{\omega}$), o vetor velocidade angular das rodas de reação ($O = \vec{\Omega}$), aceleração angular das rodas de reação ($O_dot = \dot{\vec{\Omega}}$) e os torques externos ($External_torques = g$); como saída temos a aceleração angular do corpo ($w_dot = \dot{\vec{\omega}}$).

Agora iremos calcular como a atitude do simulador, representada pelos ângulos de Euler, varia com a velocidade angular do corpo. O vetor velocidade angular $\vec{\omega}$ pode ser escrito em função das taxas de variação dos ângulos de Euler para a sequencia de rotação escolhida, 3-2-1, conforme a equação 3.1.8 (Hughes, 1986):

$$w = \begin{pmatrix} -\sin\theta_2 & 0 & 1 \\ \cos\theta_2 \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ \cos\theta_2 \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} \quad (3.1.8)$$

Invertendo a equação (3.1.8), temos:

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \text{sen}\theta_3 / \text{cos}\theta_2 & \text{cos}\theta_3 / \text{cos}\theta_2 \\ 0 & \text{cos}\theta_3 & -\text{sen}\theta_3 \\ 1 & \text{sen}\theta_2 \text{sen}\theta_3 / \text{cos}\theta_2 & \text{cos}\theta_2 \text{sen}\theta_3 / \text{cos}\theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \quad (3.1.9)$$

Aqui podemos notar a singularidade existente quando $\theta_2 = 90^\circ$. A exemplo do que foi feito anteriormente, a equação matricial 3.1.9 pode ser representada na forma matlab-simulink, conforme Figura 3.3.

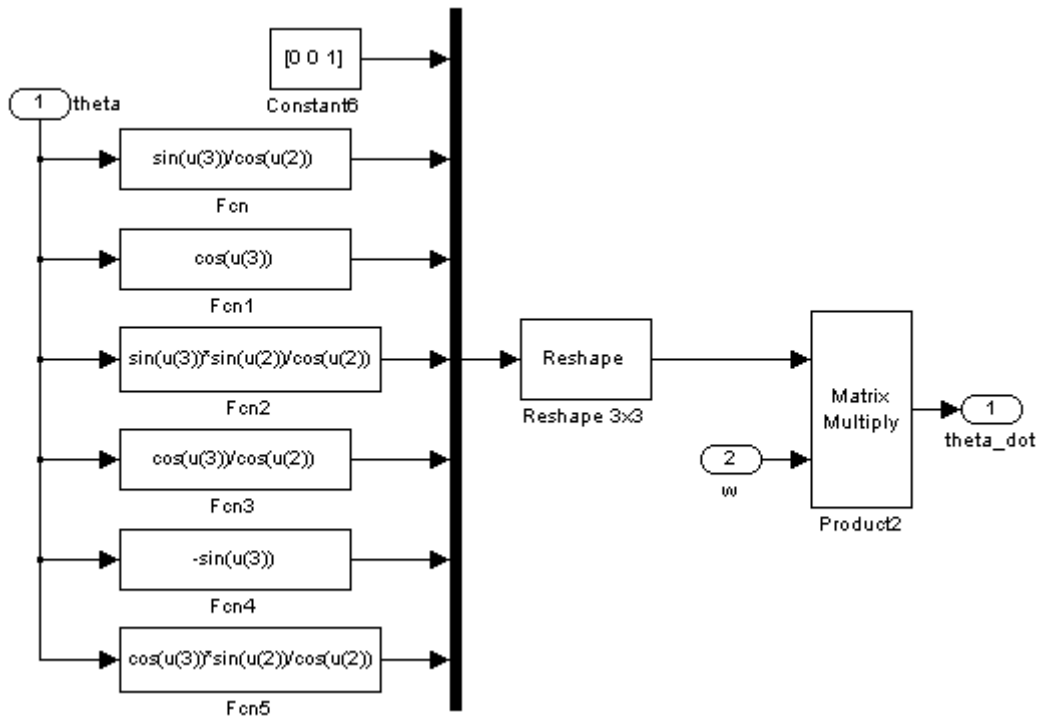


Figura 3.3 – Modelo matlab-simulink da cinemática do sistema.

Na Figura 3.3 temos como entrada o vetor dos ângulos de Euler ($theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T$) e o vetor velocidade angular do corpo ($w = \vec{w}$), a saída do sistema é a taxa de variação dos ângulos de Euler ($theta_dot = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3)^T$).

Integrando os modelos da Figura 3.2 e Figura 3.3, temos:

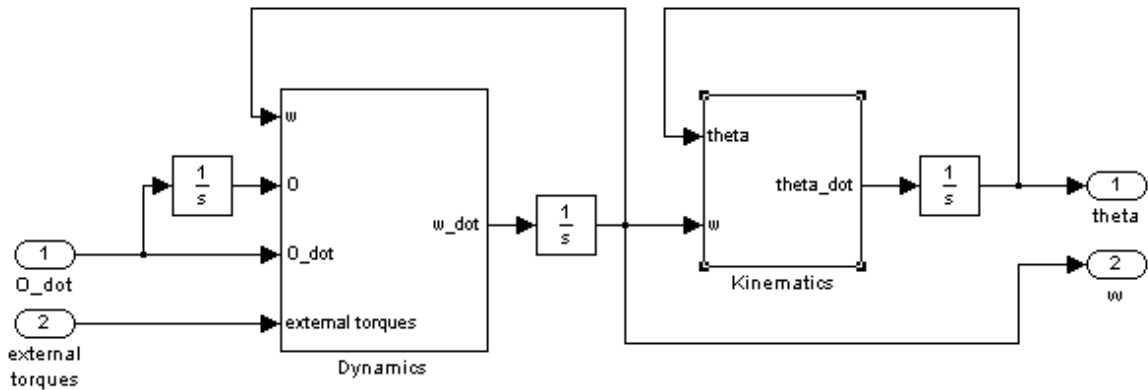


Figura 3.4 – Modelo matlab-simulink da planta.

O bloco “Dynamics” é um subsistema que contém o modelo da Figura 3.2 e o bloco “Kinematics” é um subsistema que contém o modelo da Figura 3.3, podemos notar que o conjunto da Figura 3.4 tem como entradas o sinal de controle (O_dot), aceleração angular das rodas de reação e os torques externos ($external_torques$); como saída temos os ângulos de Euler ($theta$), que reproduz a atitude do simulador e a velocidade angular do corpo ($w = \bar{w}$). O conjunto da Figura 3.4 representa a planta do simulador e será utilizado adiante quando iniciarmos as simulações.

3.2 - Sistema de controle da plataforma

Métodos de controle SISO (Single Input Single Output), também conhecidos como Controle Clássico estão disponíveis na literatura (Ogata, 1990) e suas técnicas de análise do lugar das raízes e resposta em frequência fornecem um bom sentimento físico do sistema, porém esses métodos não se aplicam a sistemas MIMO (Multiple Input Multiple Output), que são melhor tratados a partir do chamado Controle Moderno (Kwakernaak, 1972), cuja abordagem via espaço de estado não possui um apelo físico tão forte quanto o Controle Clássico, porém possibilita o manuseio de várias entradas e saídas, característica quase sempre presente em sistemas de controle de atitude.

- **LQR**

O controle moderno frequentemente é utilizado em conjunto com métodos de otimização (Bryson et al, 1975), cujo o objetivo consiste em minimizar ou maximizar um determinado índice através do qual o desempenho do controlador é medido. Um

exemplo é o LQR (Linear Quadratic Regulator), onde se procura um controlador para sistema do tipo:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.2.1)$$

Que seja capaz de minimizar o funcional:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (3.2.2)$$

Onde as matrizes Q e R os “custos” a serem minimizados em termos de precisão e da energia gasta pelo sistema de controle respectivamente, tais matrizes são arbitrárias e deve ser definida pelo engenheiro em um processo iterativo em que o desempenho do sistema de controle, dado um determinado conjunto de matrizes é analisado, caso o controle não seja satisfatório, um novo conjunto de matrizes deve ser gerado e analisado até que atinja seus requisitos de projeto.

O controlador utilizado será do tipo:

$$u = -Kx \quad (3.2.3)$$

Onde:

$$K = R^{-1} B^T P \quad (3.2.4)$$

E a matriz P é encontrada resolvendo a equação de Riccati:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.2.5)$$

Um dos requisitos para se aplicar o LQR é que as matrizes A e B sejam invariantes com tempo (Kwakernaak, 1972).

Para se colocar o sistema obtido anteriormente em forma espaço de estados, primeiro devemos definir os estados que desejamos controlar, em nosso sistema definimos o vetor de estados:

$$x = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, w_1, w_2, w_3) \quad (3.2.6)$$

Onde θ_1, θ_2 e θ_3 são os ângulos de Euler e w_1, w_2 e w_3 são as velocidades angulares do simulador. O vetor de controle será formado pelas acelerações angulares das rodas de reação conforme a seguir:

$$u = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)^T \quad (3.2.7)$$

O sistema agora pode ser escrito na forma espaço de estado:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (3.2.8)$$

Onde A representa a dinâmica do sistema, B representa como o sinal de controle afeta os estados, C representa os estados que estão sendo observados e D representa os sinais de controle que afetam diretamente a saída.

Para o nosso sistema, as matrizes A e B são derivadas dos desdobramentos das expressões matriciais descritas em 3.1.7 e 3.1.9; a partir de 3.1.7, considerando $g = 0$, temos:

$$\dot{w} = (I + I_w)^{-1} [-w^x (I + I_w) w - w^x I_w w \Omega - I_w \dot{\Omega} + g] \quad (3.2.9)$$

$$\dot{w} = A_w w + B_w \dot{\Omega} + C_w \quad (3.2.10)$$

Onde:

$$A_w = -(I + I_w)^{-1} w^x (I + I_w)$$

$$B_w = -(I + I_w)^{-1} I_w$$

$$C_w = (I + I_w)^{-1} w^x I_w \Omega$$

Calculando A_w temos:

$$A_w = - \begin{pmatrix} \frac{1}{(I_{11} + I_w)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(I_{22} + I_w)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(I_{33} + I_w)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (I_{11} + I_w) & 0 & 0 \\ 0 & (I_{22} + I_w) & 0 \\ 0 & 0 & (I_{33} + I_w) \end{pmatrix} \quad (3.2.11)$$

$$A_w = \begin{pmatrix} 0 & \frac{I_{22} + I_w}{I_{11} + I_w} w_3 & -\frac{I_{33} + I_w}{I_{11} + I_w} w_2 \\ -\frac{I_{11} + I_w}{I_{22} + I_w} w_3 & 0 & \frac{I_{33} + I_w}{I_{22} + I_w} w_1 \\ \frac{I_{11} + I_w}{I_{33} + I_w} w_2 & -\frac{I_{22} + I_w}{I_{33} + I_w} w_1 & \frac{0}{I_{33} + I_w} \end{pmatrix} \quad (3.2.12)$$

Podemos simplificar ainda mais essa expressão, como na multiplicação por w os termos estarão sempre cruzados, o fator I_w ira desaparecer do numerador e portanto:

$$A_w = \begin{pmatrix} 0 & \frac{I_{22}}{I_{11} + I_w} w_3 & -\frac{I_{33}}{I_{11} + I_w} w_2 \\ -\frac{I_{11}}{I_{22} + I_w} w_3 & 0 & \frac{I_{33}}{I_{22} + I_w} w_1 \\ \frac{I_{11}}{I_{33} + I_w} w_2 & -\frac{I_{22}}{I_{33} + I_w} w_1 & \frac{0}{I_{33} + I_w} \end{pmatrix} \quad (3.2.13)$$

Calculando B_w , temos:

$$B_w = - \begin{pmatrix} \frac{1}{(I_{11} + I_w)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(I_{22} + I_w)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(I_{33} + I_w)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_w & 0 & 0 \\ 0 & I_w & 0 \\ 0 & 0 & I_w \end{pmatrix} \quad (3.2.14)$$

$$B_w = \begin{pmatrix} \frac{-I_w}{(I_{11} + I_w)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-I_w}{(I_{22} + I_w)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-I_w}{(I_{33} + I_w)} \end{pmatrix} \quad (3.2.15)$$

Calculando C_w , temos:

$$C_w = \begin{pmatrix} \frac{1}{(I_{11} + I_w)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(I_{22} + I_w)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(I_{33} + I_w)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_w & 0 & 0 \\ 0 & I_w & 0 \\ 0 & 0 & I_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{pmatrix} \quad (3.2.16)$$

$$C_w = \begin{pmatrix} \frac{I_w}{(I_{11} + I_w)} (\Omega_2 w_3 - \Omega_3 w_2) \\ \frac{I_w}{(I_{22} + I_w)} (\Omega_3 w_1 - \Omega_1 w_3) \\ \frac{I_w}{(I_{33} + I_w)} (\Omega_1 w_2 - \Omega_2 w_1) \end{pmatrix} \quad (3.2.17)$$

A partir da equação 3.2.17 colocamos o vetor velocidade angular em evidencia:

$$C_w = \begin{pmatrix} 0 & \frac{I_w}{(I_{11} + I_w)} (-\Omega_3) & \frac{I_w}{(I_{11} + I_w)} (\Omega_2) \\ \frac{I_w}{(I_{22} + I_w)} (\Omega_3) & 0 & \frac{I_w}{(I_{22} + I_w)} (-\Omega_1) \\ \frac{I_w}{(I_{33} + I_w)} (-\Omega_2) & \frac{I_w}{(I_{33} + I_w)} (\Omega_1) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \quad (3.2.18)$$

A matriz expressa em 3.2.18 pode ser somada a matriz expressa em 3.2.13 resultando em:

$$A_w = \begin{pmatrix} 0 & \frac{(I_{22}w_3 - I_w\Omega_3)}{(I_{11} + I_w)} & \frac{(-I_{33}w_2 + I_w\Omega_2)}{(I_{11} + I_w)} \\ \frac{(-I_{11}w_3 + I_w\Omega_3)}{(I_{22} + I_w)} & 0 & \frac{(I_{33}w_1 - I_w\Omega_1)}{(I_{22} + I_w)} \\ \frac{(I_{11}w_2 - I_w\Omega_2)}{(I_{33} + I_w)} & \frac{(-I_{22}w_1 + I_w\Omega_1)}{(I_{33} + I_w)} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.2.19)$$

Com a soma efetuada na equação 3.2.19, nos permite rescrever a equação 3.2.10 como:

$$\dot{w} = A_w w + B_w \dot{\Omega} \quad (3.2.20)$$

Pois o termo C_w esta agora incluso em A_w conforme explícito em 3.2.19.

A combinação das equações 3.1.8 e 3.2.20 nos permite escrever o sistema na forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.2.21)$$

Levando em conta a definição dos vetores de estado e controle feitas em 3.2.6 e 3.2.7, temos:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \theta_3 / \cos \theta_2 & \cos \theta_3 / \cos \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \sin \theta_3 \sin \theta_2 / \cos \theta_2 & \cos \theta_3 \sin \theta_2 / \cos \theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(I_{22}w_3 - I_w\Omega_3)}{(I_{11} + I_w)} & \frac{(-I_{33}w_2 + I_w\Omega_2)}{(I_{11} + I_w)} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(-I_{11}w_3 + I_w\Omega_3)}{(I_{22} + I_w)} & 0 & \frac{(I_{33}w_1 - I_w\Omega_1)}{(I_{22} + I_w)} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(I_{11}w_2 - I_w\Omega_2)}{(I_{33} + I_w)} & \frac{(-I_{22}w_1 + I_w\Omega_1)}{(I_{33} + I_w)} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.2.22)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{-I_w}{I_{11} + I_w} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-I_w}{I_{22} + I_w} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-I_w}{I_{33} + I_w} \end{pmatrix} \quad (3.2.23)$$

Em primeira aproximação assumimos que todos os estados do sistema são observáveis, dessa forma a matriz C será igual a identidade $C = I_{6 \times 6}$ e a matriz D uma vez que não existe alimentação direta de entradas, será igual a zero $D = 0_{6 \times 3}$; desta forma o sistema da equação 3.2.8 está determinado.

Uma análise das matrizes A e B mostra que elas não são constantes no tempo, desta forma a técnica LQR não pode ser aplicada diretamente e será preciso lançar mão da técnica SDRE conforme detalhado a seguir.

- **SDRE**

A ideia de se utilizar a equação de Riccati dependente do estado remonta o ano de 1962, conforme informado por (Erdem, 2001); porém após três décadas sem grandes desenvolvimentos, a técnica ganhou novamente interesse principalmente motivado pelo aumento da capacidade computacional dos computadores atuais em um trabalho publicado por J.R. Cloutier e outros em 1986 “Nonlinear regulation and nonlinear h_∞ control via the state-dependent Riccati equations techniques” a técnica foi estabelecida (Carvalho, 2005).

SDRE: Introdução, formulação, características e exemplos.

O método SDRE pode ser considerado como a contra parte não linear do LQR com as matrizes $A(x)$, $B(x)$, $Q(x)$ e $R(x)$ como funções dos estados.

O SDRE lineariza a planta ao redor do ponto de operação instantâneo e produz e produz um modelo espaços de estados constante para essa condição onde a técnica LQR pode ser aplicada e um controlador calculado, o processo e repetido nas próximas amostragens calculando e controlando diversos modelos linearizados da planta em diferentes pontos de operação a partir do modelo não linear original.

O SDRE ainda permite que as matrizes $Q(x)$ e $R(x)$ sejam dependentes do estado, isto fornece uma flexibilidade na abordagem dos problemas oque não é possível nos sistemas lineares, uma vez que podemos ajustar o melhor “custo” para o projeto do controlador dependendo da situação de operação.

A formulação do SDRE segue de muito perto a do LQR, o sistema a ser controlado será do tipo:

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (3.2.24)$$

E o controlador deve ser capaz de minimizar o funcional:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q(x)x + u^T R(x)u) dt \quad (3.2.25)$$

Então a lei de controle assumira a forma:

$$u(x) = -Kx(x) = R^{-1}(x)B^T(x)P(x) \quad (3.2.26)$$

Onde $P(x)$ é a matriz única, simétrica, positiva definida e solução da equação de Riccati dependendo do estado:

$$A^T(x)P(x) + P(x)A(x) - P(x)B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x) + Q(x) = 0 \quad (3.2.27)$$

O método requer que todos os estados estejam disponíveis e que o par de matrizes $A(x)$ e $B(x)$ seja controlável em todo de x .

A sequência de cálculo e a aplicação do método dentro de uma malha pode ser mais bem visualizada na Figura 3.5:

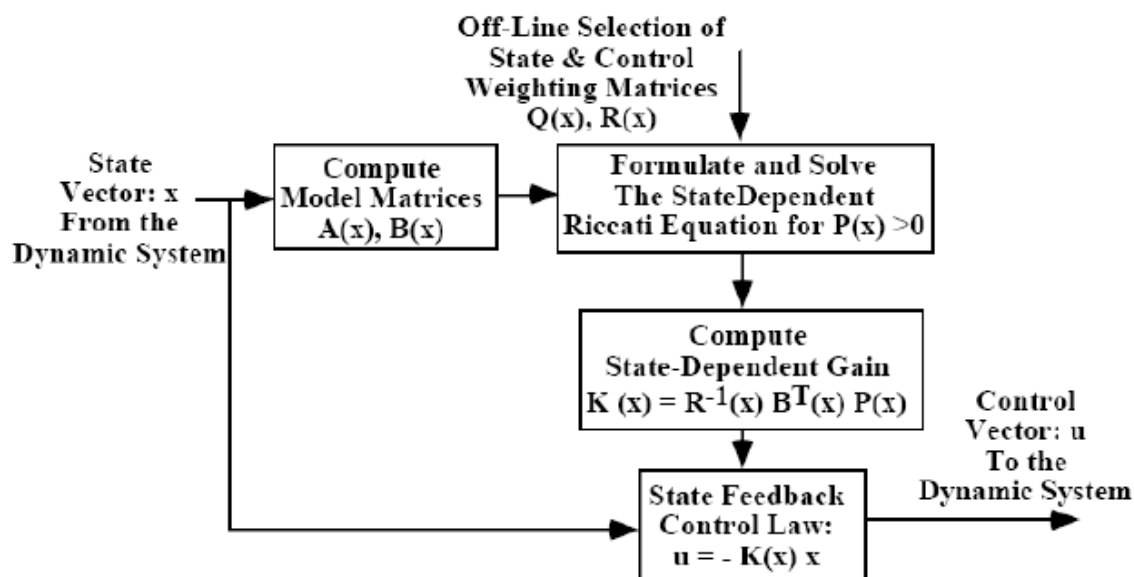


Figura 3.5 – Sequencia de calculo do SDRE, Fonte: adaptado de Menon, 2002

Na implementação do SDRE a opção mais desejável é que a solução da equação de Riccati seja obtida analiticamente isto geralmente é possível para sistemas de pequena ordem ou com uma estrutura específica, na maioria das vezes isto não é possível e a solução da equação de Riccati deve ser resolvida numericamente. Esta computação pode ser feita em tempo real (on-line), indicada para situações onde os distúrbios não são conhecidos; ou então (off-line), indicado em situações onde o ambiente seja controlado e/ou por razões de segurança como no controle de sistemas de comando de vôo de aviões comerciais.

O custo computacional do controle SDRE em tempo real é maior que a maioria dos métodos não lineares, pois a equação de Riccati deve ser resolvida a cada instante e numa frequência relativamente alta (Erdem, 2001); porem já existem trabalhos que

indicam a possibilidade desse controle utilizando microprocessadores padrões de mercado (Menon, 2002).

A maior vantagem do SDRE é que o sentimento físico esta sempre presente e o projetista pode controlar o desempenho do sistema ajustando convenientemente as matrizes $Q(x)$ e $R(x)$ para os diferentes pontos de operação.

O método SDRE tem sido utilizado em problemas de controle tais como controle de helicópteros UAVs (Bogdanov, 2003) e controle de mísseis (Menon, 2002).

No nosso modelo, a exemplo do que já foi feito para os parâmetros do sistema, assumimos inicialmente valores constantes para as matrizes Q e R ; os mesmos utilizados por (French, 2003) conforme 3.2.27 e 3.2.28.

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{pmatrix} \quad (3.2.27)$$

$$R = \begin{pmatrix} 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 \end{pmatrix} \quad (3.2.28)$$

Para o calculo de K utilizamos uma função pré definida (Figura 3.6) do matlab e implementada para aplicação em simulink por (Campa, 2002), esta calcula numericamente o ganho K a partir do conhecimento das matrizes A , B , C , D , Q e R o modelo em matlab-simulink que refletem o processo descrito na Figura 3.5 é representados pela Figura 3.7:

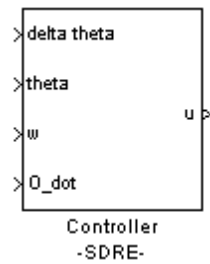


Figura 3.6 – Controle SDRE

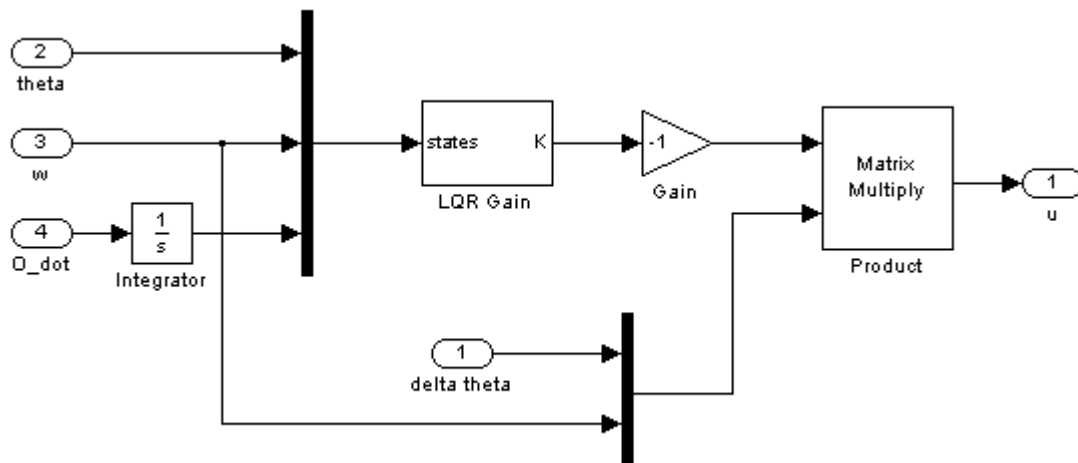


Figura 3.7 – Modelo matlab-simulink do controlador SDRE

Na Figura 3.7 temos o controlador SDRE, pode se notar que o vetor de estado formado pelos ângulos de Euler (θ) e pelas velocidades angulares do simulador (w), assim como as velocidades angulares das rodas de reação (O_{dot} seguido de um integrador) são fornecidos ao subsistema LQR Gain que tem como saída o ganho, que posteriormente é multiplicado por -1 e pelo vetor de erro formado por $\Delta\theta$, diferença entre os ângulos de Euler atuais e os desejados e por w , velocidade angular do simulador. A saída é o sinal de controle u .

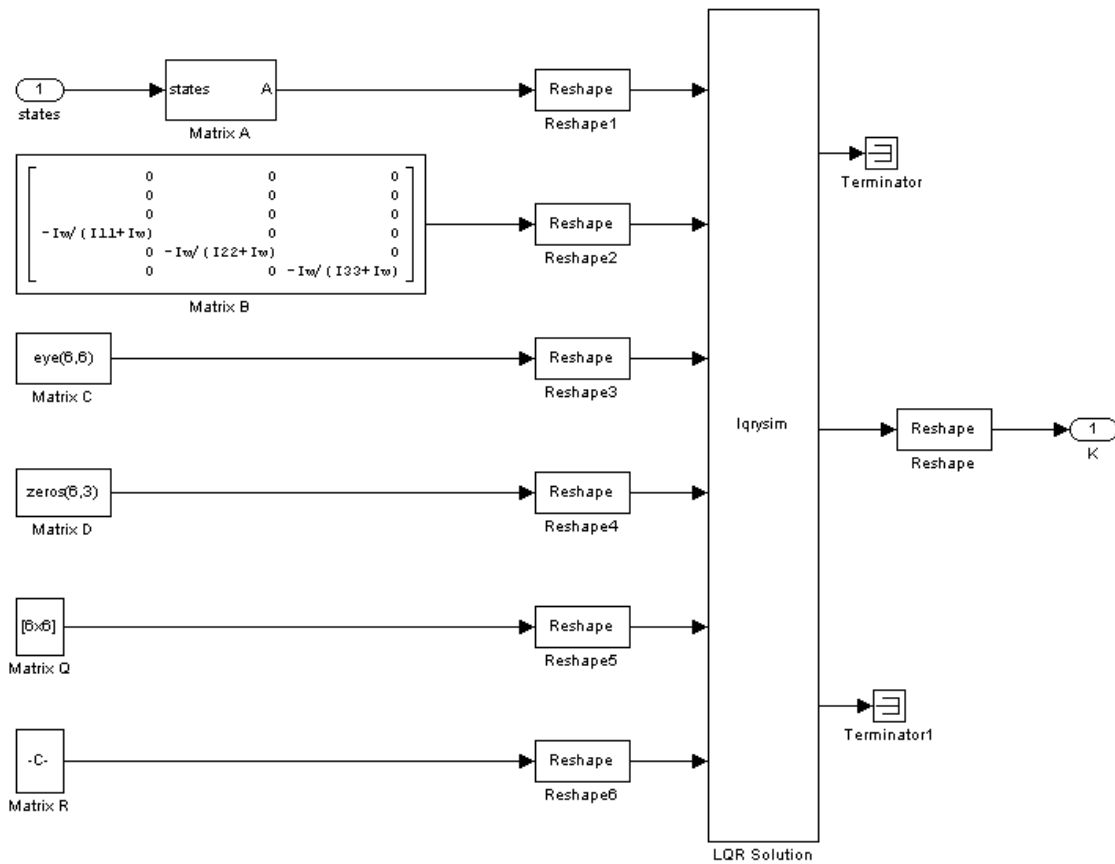


Figura 3.8 – Modelo matlab-simulink do LQR Gain

A Figura 3.8 é um detalhamento do subsistema LQR Gain presente na Figura 3.7, nela podemos notar as matrizes que compõem o sistema linear descrita pela equação 3.2.8 são alimentadas na rotina LQR Solution, uma rotina pré definida e elaborada por (Campa, 2002) que calcula numericamente o ganho K a partir do conhecimento das matrizes A , B , C , D , Q e R ; porem esta função não será analisada pois excede o escopo desse trabalho. Podemos notar ainda que as matrizes A , B , C , D , Q e R são constantes, porem a matriz A será calculada a cada iteração dentro do subsistema matriz A exposto a seguir:

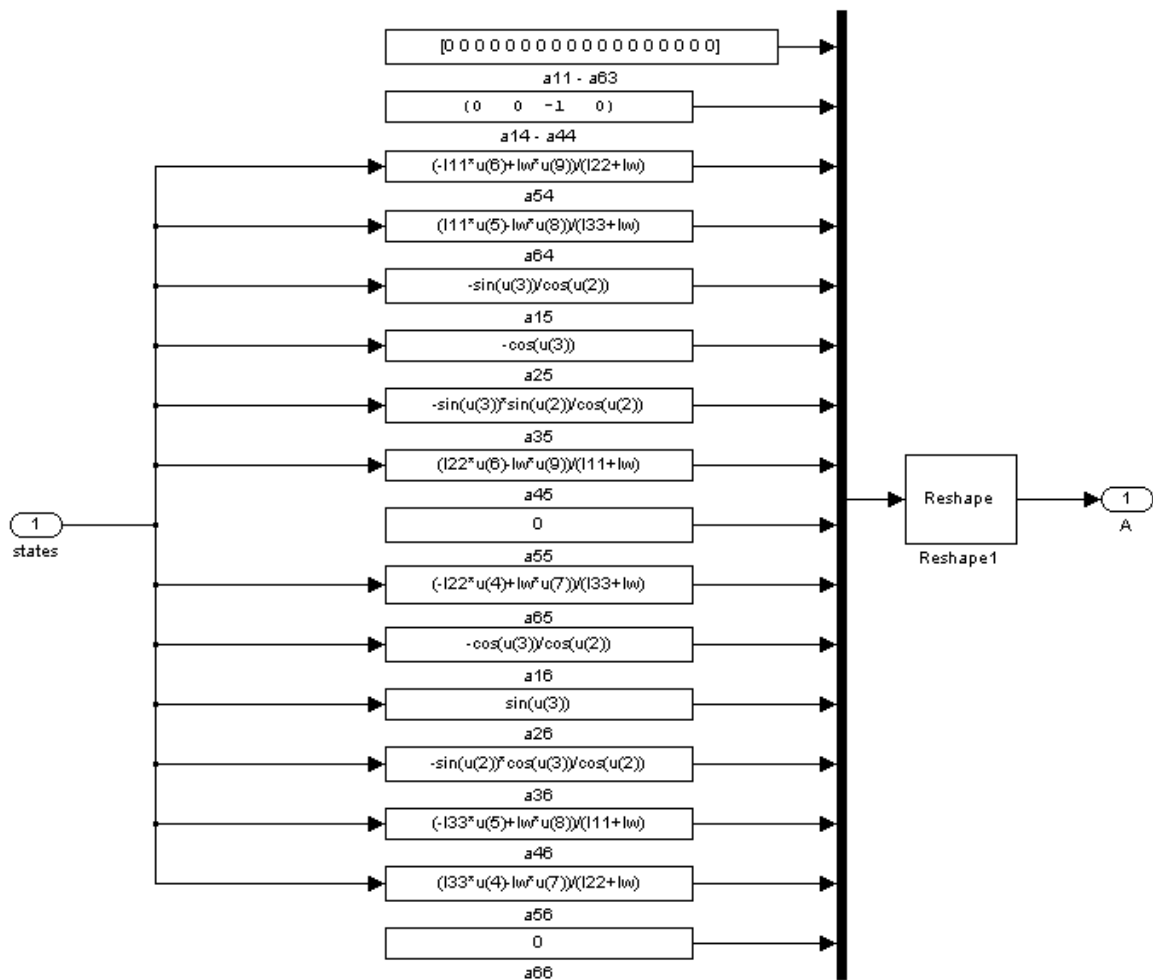


Figura 3.9 – Modelo matlab-simulink do cálculo da Matriz A

A Figura 3.9 é o detalhamento do subsistema Matriz A contido na Figura 3.8, nela podemos notar que os estados atuais e as velocidades angulares das rodas de reação são fornecidos para formar a matriz A conforme equação 3.2.22. este subsistema é o principal responsável para que a técnica do SDRE funcione, é nele que a matriz A é formada a cada iteração antes do cálculo do ganho K .

3.3 - Dinâmica das rodas de reação

Pode-se descrever uma roda de reação como um volante acionado por um motor elétrico DC, quando o motor imprime velocidade ao volante o satélite que é solidário ao motor adquire velocidade em sentido oposto, dessa forma pode se fazer o controle de atitude do um satélite. A seguir apresenta-se a modelagem matemática de um motor DC,

obtem-se esse modelo matemático aplicando-se leis físicas sobre o modelo físico apresentado na Figura 3.10.

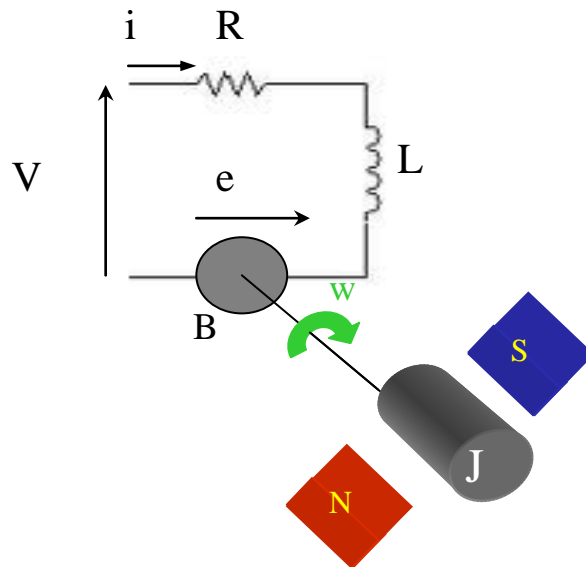


Figura 3.10 – Modelo físico de um motor DC

Do modelo físico temos:

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} + e$$

$$T = Bw + j \frac{dw}{dt}$$

Sabe-se que quando uma forma de energia (elétrica) é convertida em outra (mecânica) tem-se uma perda de energia na conversão, pode-se relacionar a potência elétrica com a mecânica pela seguinte equação:

$$ie\eta = Tw$$

onde η é o rendimento do motor elétrico, que nesse estudo será considerado unitário, obtendo-se:

$$e = \frac{T\omega}{i}$$

Sabe-se que:

$$T = K_T \phi i$$

onde ϕ é o fluxo magnético que é constante ao longo de tempo, tem-se:

$$T = K_{mv} i$$

que pode-se substituir em $T = B\omega + j \frac{d\omega}{dt}$, assim:

$$K_{mv} i = B\omega + j \frac{d\omega}{dt} \quad (3.3.1)$$

agora substituindo $T = K_{mv} i$ em $e = \frac{T\omega}{i}$, tem-se:

$$e = K_{mv} \omega$$

que substituído em $V = Ri + L \frac{di}{dt} + e$, tem-se:

$$V = Ri + L \frac{di}{dt} + K_{mv} \omega \quad (3.3.2)$$

Organizando as equações 1 e 2 com os termos derivadas de 1ª ordem à esquerda e os de ordem zero à direita obtemos:

$$j \frac{dw}{dt} = K_{mv} i - Bw \quad (3.3.3)$$

$$L \frac{di}{dt} = V - Ri - K_{mv} w \quad (3.3.4)$$

Que podem ser representadas pelos seguintes diagramas de blocos:

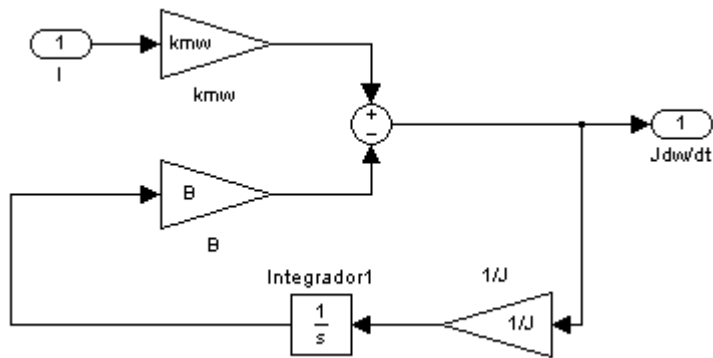


Figura 3.11 - Diagrama de blocos da equação 3.3.3

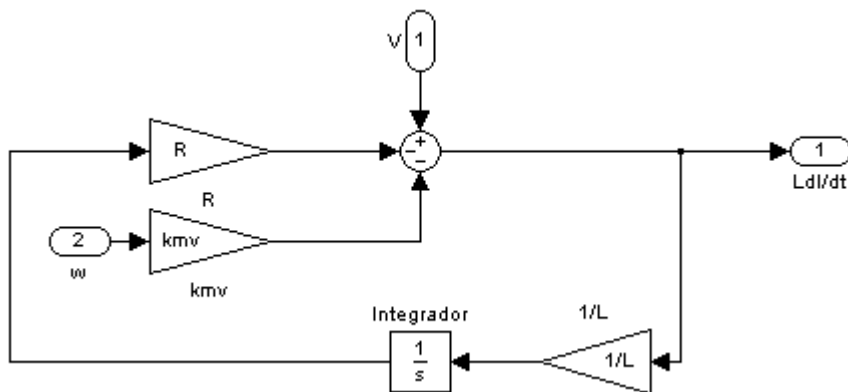


Figura 3.12 - Diagrama de blocos da equação 3.3.4

Unindo os dois diagramas temos o diagrama completo da roda:

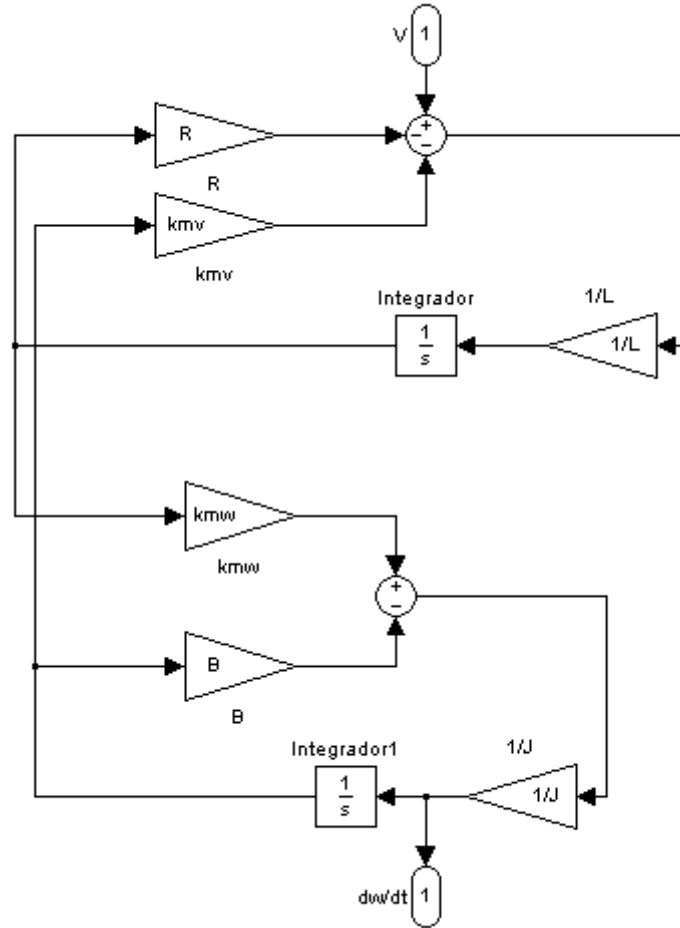


Figura 3.13 - Diagrama de blocos completo da roda de reação

Que será representado pelo subsistema a seguir:



Figura 3.14 – Subsistema das Rodas de Reação

Agora agrupando a planta do simulador, Figura 3.4, o sistema de controle, Figura 3.6 e as Rodas de reação, Figura 3.14, temos o sistema que vai ser a base de nossas simulações, Figura 3.15.

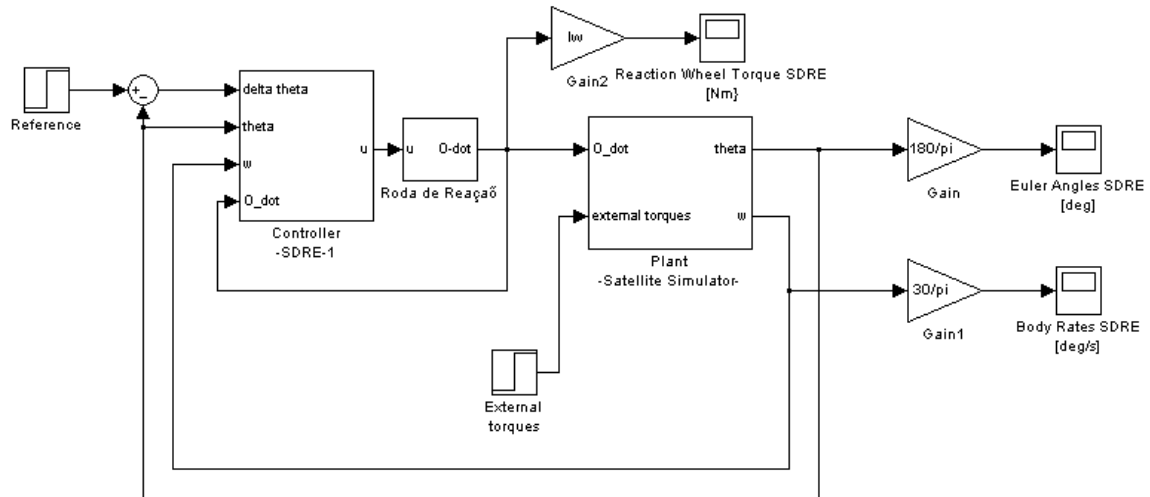


Figura 3.15 – Sistema base para as simulações

4 - Simulações e Resultados

A seguir iniciaremos algumas simulações, primeiramente simularemos um sistema onde a desconsideramos a roda de reação e posteriormente faremos uma simulação do mesmo sistema porém com o modelo de uma roda de reação real e a partir dai vamos comparar os resultados para entendermos melhor como a roda influencia no controle de atitude.

A Figura 4.1 representa o modelo matlab-simulink usado para a simulação sem a roda de reação. Essa simulação é feita com os seguintes parâmetros:

- Momentos de inercia do sistema:

$$I_{11}=3800.66/32.2 \text{ [kg m}^2\text{]}$$

$$I_{22}=38318/32.2\text{[kg m}^2\text{]}$$

$$I_{33}=36652/32.2\text{[kg m}^2\text{]}$$

$$I_w = 66.17/32.17 \text{ [kg m}^2\text{]}$$

- Matrizes do SDRE

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 \end{pmatrix}$$

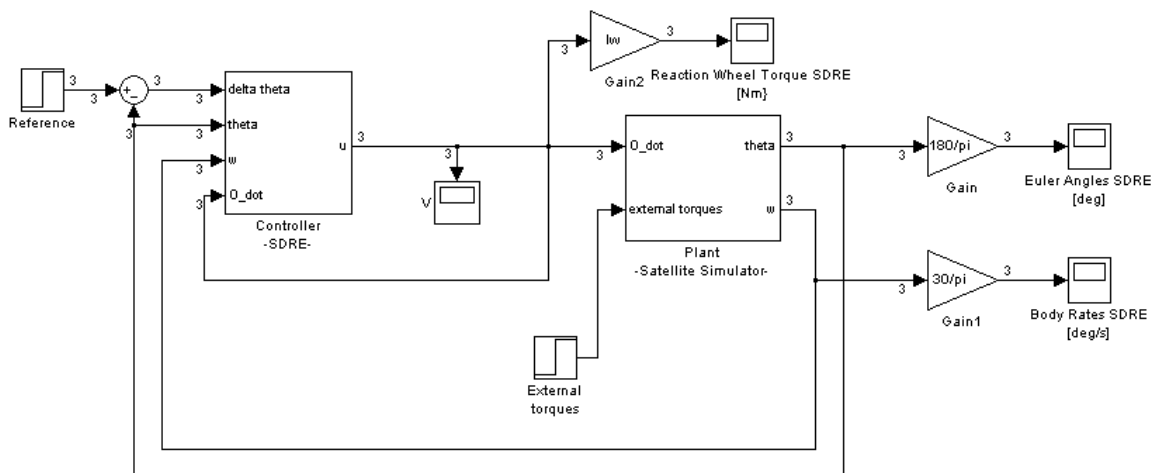


Figura 4.1 - Modelo matlab-simulink sem roda

A manobra que iremos simular vai levar o satélite de sua posição inicial onde os ângulos de Euler são nulos, até uma posição onde os ângulos serão $\theta_1 = 8^\circ$, $\theta_2 = 2^\circ$ e $\theta_3 = -4^\circ$. A seguir na Figura 4.2 apresentamos como os ângulos de Euler se comportam durante a manobra.

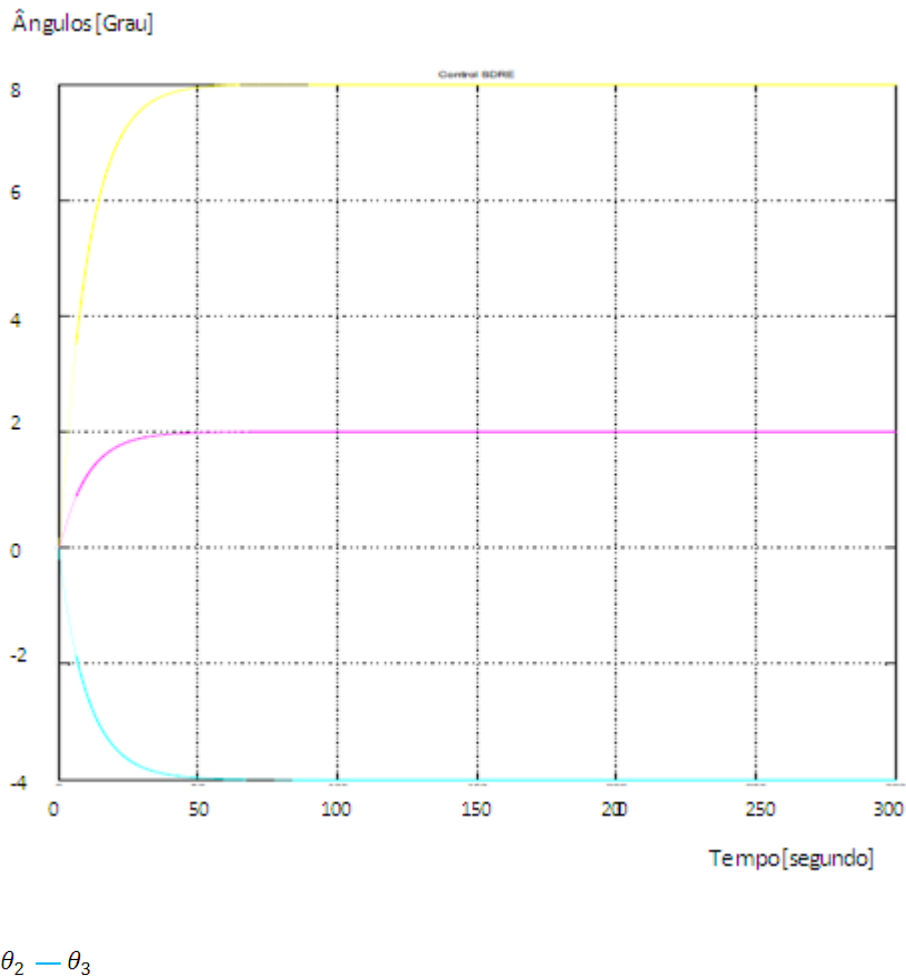


Figura 4.2 – Ângulos de Euler durante manobra sem roda

Notamos que em 100 segundos a manobra já esta completa.

Agora vamos inserir a roda de reação no modelo, Figura 4.3, inserimos tambem um saturador (Saturation 1) esse impede qua a tensão sobre a roda ultrapasse +/- 20 [V], que são os limites da roda que estamos utilizando, assim podemos observar atravez da Figura 4.4 como os ângulos de Euler se comportam durante a manóbra.

- Parâmetros do Motor DC:

$$R=7.3 [\Omega]$$

$$L=2.5 [H]$$

$B=0.00494$ [N m]

$J=I_w= 66.17/32.17$ [kg m²]

$K_{mv}=0.05$ [V/rad./s]

$K_{mw}=0.05$ [N m/A].

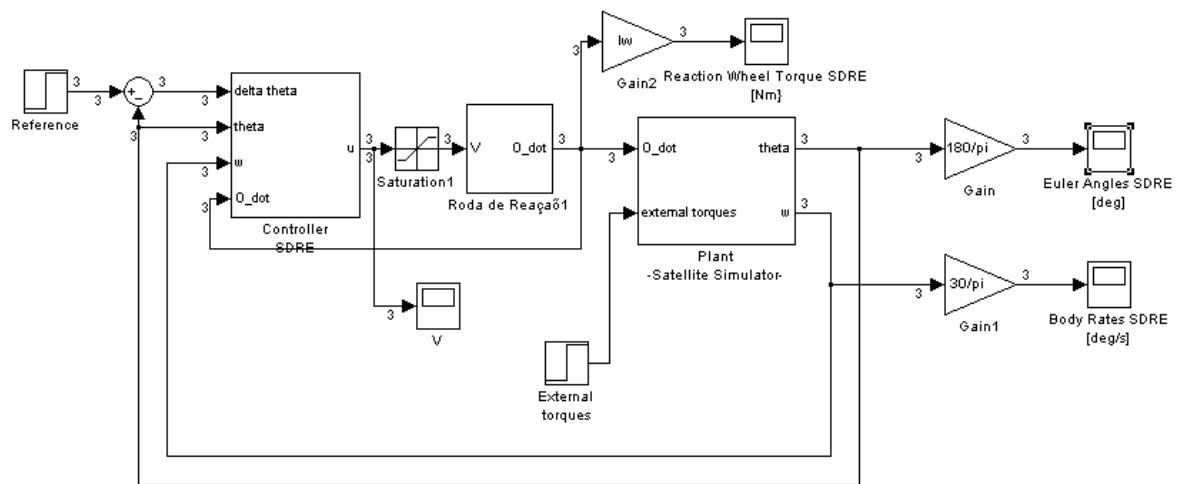
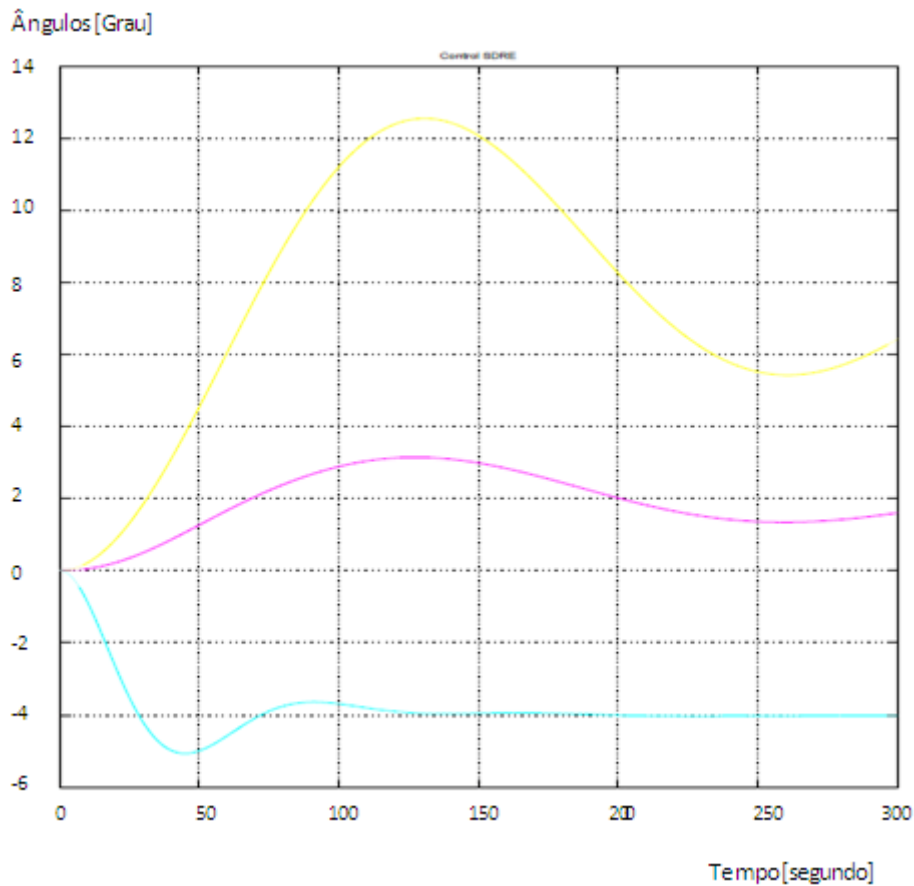


Figura 4.3 - Modelo matlab-simulink com roda



— θ_1 — θ_2 — θ_3

Figura 4.4 - Ângulos de Euler durante manobra com roda

Notamos na Figura 4.4, que após 300 segundos a manobra ainda não está completa, isso mostra que a roda de reação influencia bastante no sistema de controle de atitude, para tentar resolver isso, vamos alterar os parâmetros da matriz R, utilizaremos agora:

$$R = \begin{pmatrix} 0.00001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00001 \end{pmatrix}$$

O comportamento dos ângulos de Euler agora é mostrado na Figura 4.5, notamos que embora a manobra não tenha se completado após 300 segundos, ela está muito próxima de ser finalizada, o que nos faz acreditar que se diminuirmos ainda mais os parâmetros da

matriz R diminuiremos o tempo necessário para a manobra ser executada, mas não podemos esquecer que os motor DC da roda tem limites físicos, se observarmos a Figura 4.6 que demonstra a tensão que seria aplicada ao motor se não fosse o saturador, vemos que ela extrapola a tensão permitida para essa roda, logo não podemos utilizar esse ajuste nessa manobra, até agora não tínhamos analisado a tensão do motor porque ela não extrapolava os limites do motor.

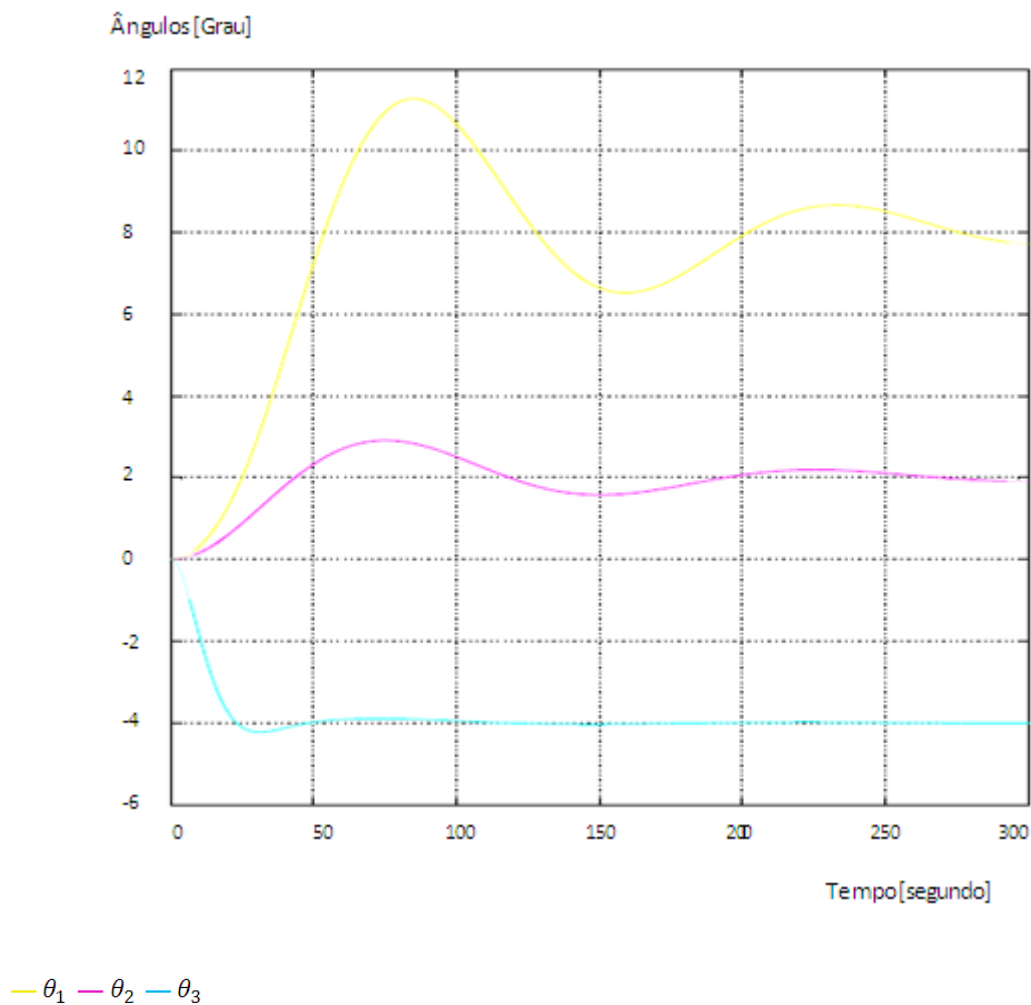
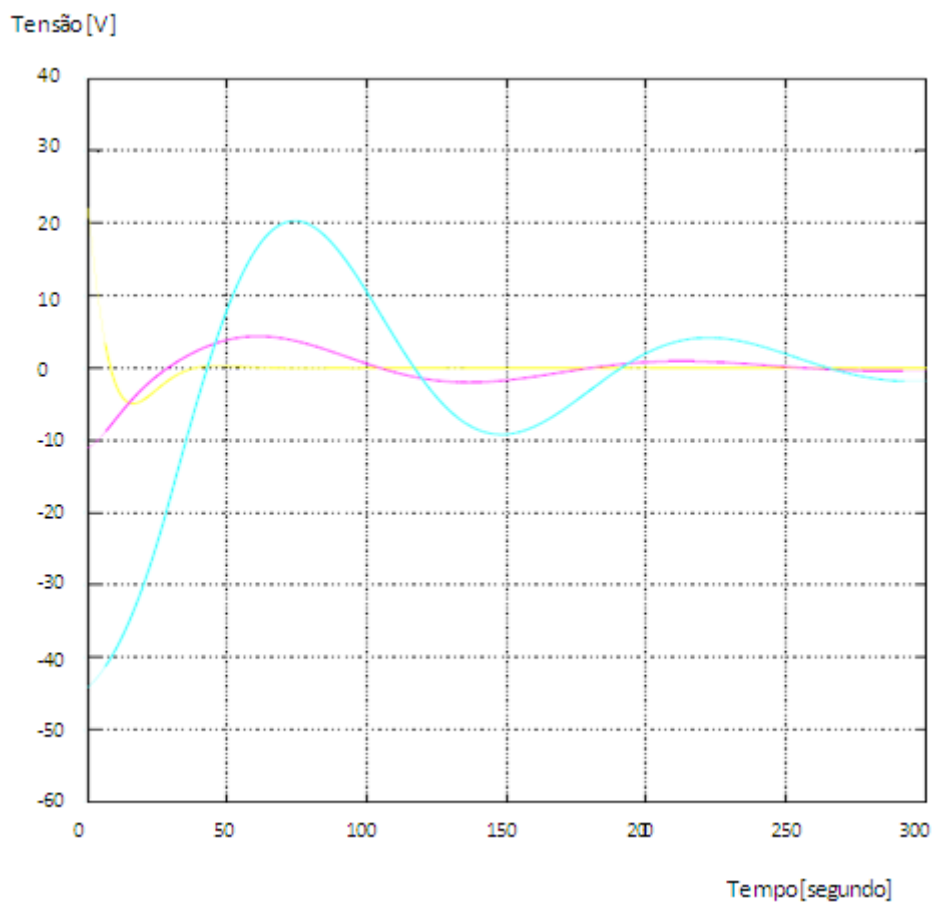


Figura 4.5 – Ângulos de Euler com parâmetros de R menor



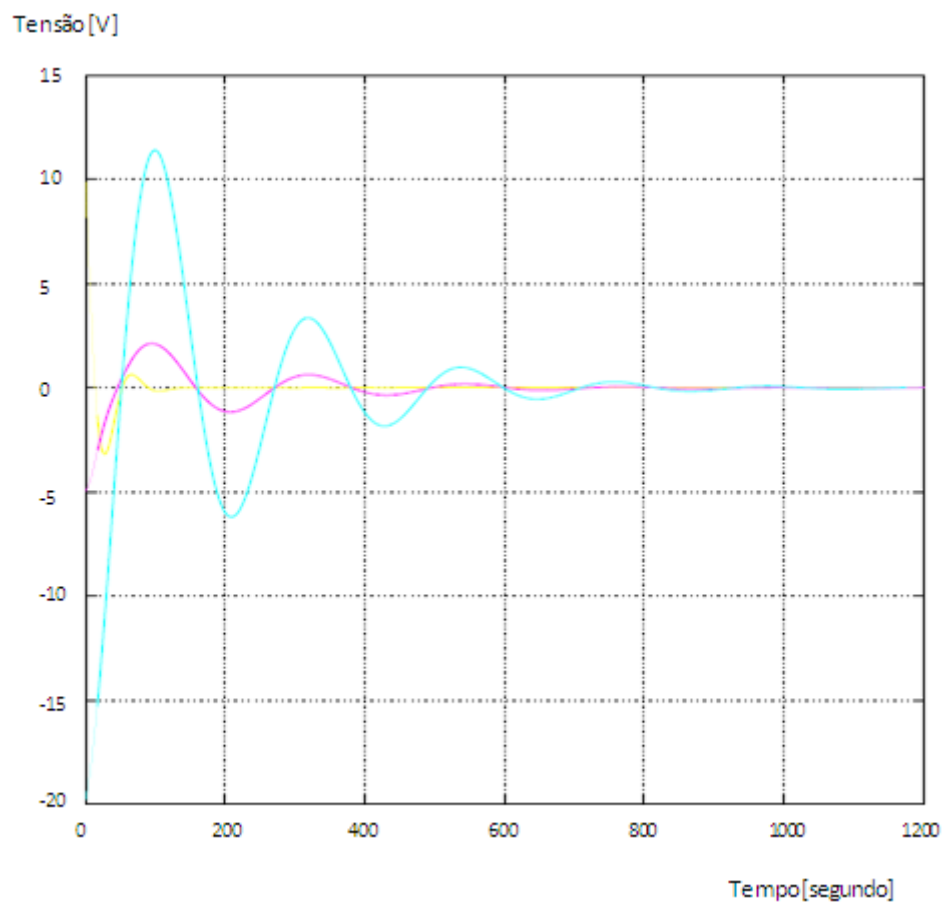
— V_1 — V_2 — V_3

Figura 4.6 – Tensão nas rodas de reação com parâmetros de R menor

Para resolver isso vamos utilizar um valor intermediário para matriz R, afim de executarmos a manobra em menor tempo possível sem extrapolar os limites da roda, assim utilizaremos;

$$R = \begin{pmatrix} 0.00005 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00005 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00005 \end{pmatrix}$$

Com isso mantemos a tensão dentro dos limites permitido pelas rodas, como podemos ver na Figura 4.7, porém a manobra é executada em um tempo muito superior a manobra feita sem a dinâmica das rodas, como podemos ver na Figura 4.8.



— V_1 — V_2 — V_3

Figura 4.7 - Tensão nas rodas de reação com parâmetros de R intermediário

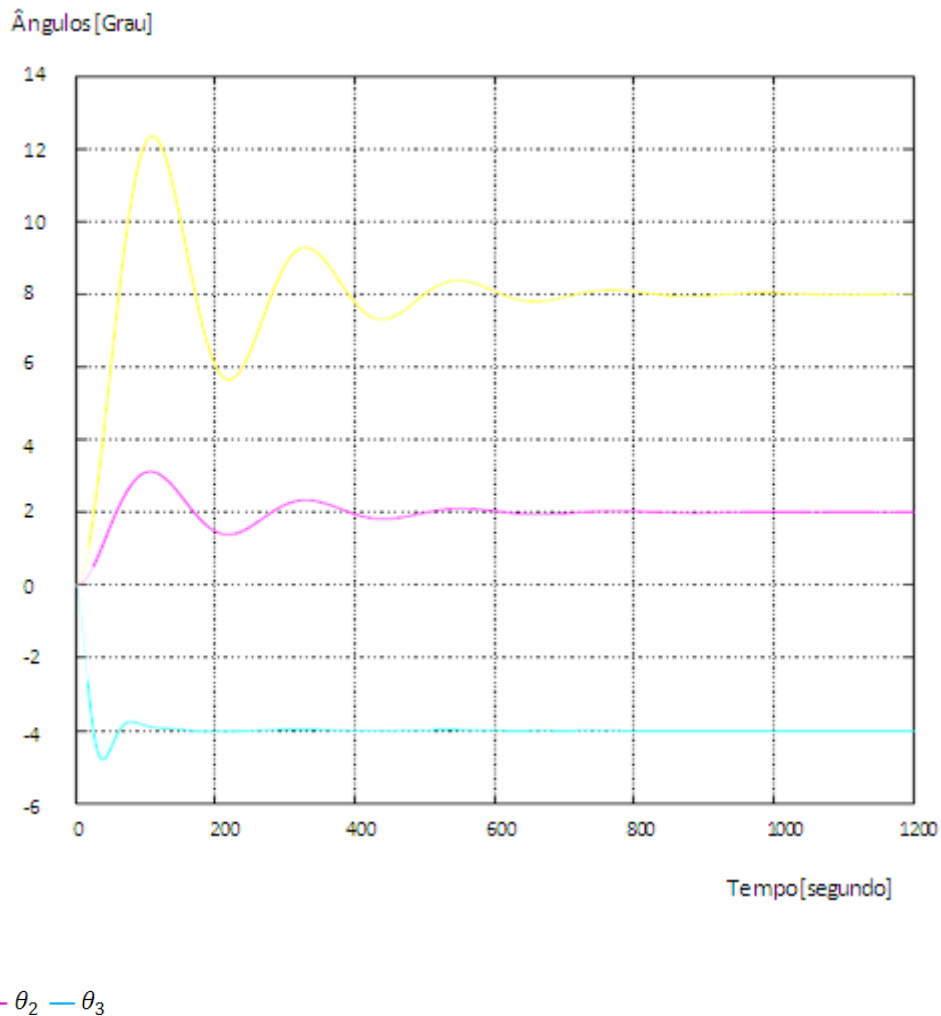


Figura 4.8 - Ângulos de Euler com parâmetros de R intermediário

Isso demonstra que a roda, quando utilizada para manobrar um satélite similar ao que estamos simulando, não é indicada para executar grandes manobras em um curto intervalo de tempo, caso tenhamos a necessidade de grandes manobras em curtos intervalos de tempo devemos utilizar uma roda mais potente, oque implica em maior peso, consumo de energia e custo.

5 – Conclusões

Neste trabalho desenvolvemos o modelo matemático de uma mesa giratória com rotação em três eixos (simulador de atitude de satélites) , modelo matemático de um motor elétrico DC que compõem a roda de reação e projetou-se o sistema de controle de atitude de um simulador de satélites . As equações de movimento do simulador foram deduzidas para um equipamento com rotação em três eixos, que podem ser simplificadas para simuladores com movimentos menos complexos. As equações do motor DC levam em conta parâmetros elétricos do motor, indutância e resistência, além de parâmetros mecânicos, atrito e momento de inércia, sistema de controle foi projetado através do método SDRE. Através simulações foi possível concluir que a dinâmica da roda interfere no sistema de controle de atitude do simulador, alterando o tempo necessário da manobra de controle e a precisão do controle, nota-se que com a introdução da dinâmica da roda aumenta o tempo necessário para manobra de controle ser efetuada, esse tempo foi minimizado com o ajuste dos parâmetros do controle SDRE e poderiam ser minimizados ainda mais com o ajuste dos parâmetros do SDRE, porém os limites físicos das rodas de reação, tais como tensão de entrada e velocidade de rotação, não permitem que esse tempo seja minimizado ainda mais, forçando o projetista a utilizar rodas mais potentes caso necessite que a manobras seja executada em um tempo menor.

6 – Bibliografia

CHEN, X. Optimal Combined Reaction wheel Momentum Management for LEO Earth-Point Satellites. 12° AIAA/USU Conference on Small Satellites

FILHO, G. T. C. Simulador de Sistemas de Controle de Atitudes Satélites, Projeto de Iniciação Científica, DEM/INPE, São Jose dos Campos, SP, 2006.

GONZALES, R.G. Utilização dos métodos SDRE e Filtro de Kalman para o controle de atitude de simuladores de satélites, Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espacial, DEM/INPE, São Jose dos Campos, SP, 2009.

LOPES, I. M. L; SOUZA, L. C. G; SOUZA; F. L. A Comparison Between Nonlinear and PD Controllers Designed by de Multi-Objective Generalized Extremal Optimization Algorithm with LQR Controller, INPE, São José dos Campos, 2001

OMER, M; SAEED, Q; SUDDLE, M. A Simulation Framework for A Reaction Wheel based AOCS, IEEE INMIC 2003

PRADO, A. F. B. A; KUGA, H. K. Fundamentos de Tecnologia Espacial. INPE, São José dos Campos, 2001

ZANARDI, M. C. Dinâmica da Atitude de Satélites Artificiais, Tese de Livre Docência, FEG/UNESP, Guaratinguetá, SP, 2005.