



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

## **DINÂMICA DE SATÉLITES ARTIFICIAIS**

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA  
(PIBIC/CNPq/INPE)**

Bruno Nunes Vaz (FEG, Bolsista PIBIC/CNPq)  
E-mail: [brunovaz@bighost.com.br](mailto:brunovaz@bighost.com.br)

Dr. Antonio F. Bertachini de Almeida Prado (DEM/INPE, Orientador)  
E-mail: [prado@dem.inpe.br](mailto:prado@dem.inpe.br)

Julho de 2008

# **SUMÁRIO**

**CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO**

**CAPÍTULO 2 – ELEMENTOS ORBITAIS**

**CAPÍTULO 3 – MÉTODO SUB-ÓTIMO**

**CAPÍTULO 4 – O SATÉLITE BRASILEIRO SCD-1**

**CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS**

**APÊNDICE A – REFERÊNCIAS**

## **CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO**

Este projeto foi desenvolvido por meio de simulações numéricas. A partir dos resultados obtidos na literatura foram realizadas integrações numéricas das equações do movimento e outras aproximações analíticas. As interpretações dos resultados foram baseadas em figuras que mostram consumo de combustível bem como tempo necessário as manobras.

Algumas atividades desenvolvidas neste trabalho, principalmente o Método Sub-Ótimo que será explicado nas próximas seções, foram extraídas de trabalhos da aluna de pós-graduação Vivian Martins Gomes.

No projeto anterior de pesquisa (Processo CNPq: 105442/2006-2) chamado “Manobras Orbitais para Satélites Artificiais”, foram estudados os seguintes tópicos: dinâmica de veículos espaciais sujeitos a força de gravitação de pontos de massa, manobras orbitais básicas, manobras orbitais envolvendo uso de gravidade e por último, uma simulação de manobras e comparação de resultados com a literatura foi feita.

Para esse novo período a dinâmica será expandida para incluir modelos mais completos além de pontos de massa.

A determinação de órbita e o calculo de manobras orbitais de um satélite artificial são problemas de extrema importância no estudo de Mecânica Orbital. Assim, o problema de transferir um veículo espacial de uma órbita para outra tem crescido de importância nos últimos anos. Aplicações deste estudo podem ser encontradas em diversas atividades espaciais, como na colocação de um satélite em órbita geoestacionária, no deslocamento de uma estação espacial, na manutenção de órbita de um satélite, entre outras. Em aplicações reais, pode-se haver a necessidade de fazer uma manobra complementar, sendo esta para

uma transferência orbital ou apenas para correções periódicas. Este problema de transferência consiste em alterar a posição, velocidade e massa do satélite de seu estado atual para um novo estado pré-determinado. A transferência pode ser completamente vinculada ou parcialmente livre (tempo livre, velocidade final livre, etc). No caso mais geral, deve-se fazer a escolha da direção, sentido e magnitude do empuxo a ser aplicado, respeitando-se os limites dos equipamentos disponíveis. Para a realização desta transferência, pretende-se usar manobras ótimas ou sub-ótimas. Sendo assim, para cumprir essa tarefa podem ser utilizados dois métodos para o cálculo de manobras. O primeiro deles irá buscar uma otimização sem a preocupação com o tempo de processamento. Ele será utilizado como um balizamento para comparar o consumo obtido pelo método sub-ótimo de alta velocidade de processamento, possível de ser utilizado em tempo real, com um valor ótimo para esse consumo. O segundo método será sub-ótimo e aproximará as direções de aplicação do empuxo para permitir um cálculo mais rápido do controle. Em ambos os métodos, é assumido que a magnitude do empuxo a ser aplicado é constante e pequena e a busca será a de encontrar os instantes de início e fim de aplicação do empuxo, bem como a sua direção, seja livre (método ótimo) ou com algum tipo de vínculo (método sub-ótimo). Neste trabalho o método sub-ótimo é estudado, e em especial o satélite brasileiro SCD-1 (Satélite de Coleta de Dados) será utilizado como exemplo de aplicação da manobra descrita acima.

## **CAPÍTULO 2 –ELEMENTOS ORBITAIS**

O movimento de um satélite ao redor da Terra pode ser descrito matematicamente por três equações diferenciais de segunda ordem. A integração dessas equações de movimento, gera seis constantes de integração, conhecidas como elementos orbitais.

Os elementos orbitais Keplerianos são freqüentemente referidos como elementos convencionais ou clássicos e são os mais simples e fáceis para serem utilizados. Estes elementos podem ser divididos entre dois grupos: os dimensionais e os direcionais.

Os elementos dimensionais especificam o tamanho e a forma da órbita e a relaciona com a posição da órbita no tempo.

Eles são:

$a$  = semi-eixo maior, determina o tamanho da órbita.

$e$  = excentricidade, determina a forma da órbita.

$\tau$  = tempo ou passagem no perigeu, relaciona a posição da órbita no tempo.

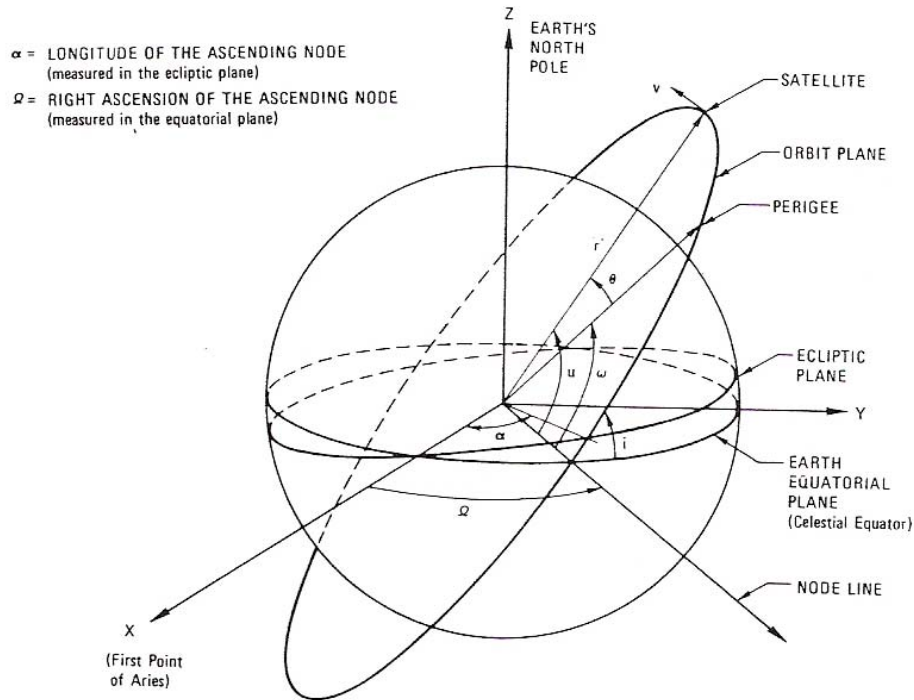
no espaço. Eles são como seguem:

$i$  = inclinação do plano orbital em relação ao plano de referência, que é assumido como sendo o plano equatorial da Terra para órbitas de satélites ( $0 \text{ graus} \leq i \leq 180 \text{ graus}$ ).

$\Omega$  = ascensão reta do nodo ascendente.

$\omega$  = argumento do perigeu,  $\omega$  é medido no plano orbital na direção de movimento, do nodo ascendente até o perigeu ( $0 \text{ graus} \leq \omega \leq 360 \text{ graus}$ ).

Os ângulos  $i$  e  $\Omega$  especificam a orientação da órbita no espaço. O ângulo  $\omega$  determina a orientação da órbita em seu plano orbital. O argumento da latitude  $u$  define a posição do satélite em relação a linha dos nodos.



**Fig. 1. Orientação da Órbita no espaço**

### **CAPÍTULO 3 – MÉTODO SUB-ÓTIMO**

Esse tópico tem como objetivo adaptar e desenvolver um método sub-ótimo de alta velocidade computacional para o cálculo de manobras orbitais baseadas em empuxo contínuo. A idéia é ter um método que gere um resultado rápido e, se possível, com um resultado em termos de custo de combustível não muito diferente do método ótimo acima descrito. Foi feita uma pesquisa bibliográfica e optou-se pelo método descrito abaixo.

Um método para calcular transferência orbital quase ótima e de tempo mínimo (logo consumo mínimo, dado que a magnitude do empuxo é constante e então o tempo de aplicação de empuxo e consumo são diretamente proporcionais) em torno da Terra para veículos espaciais com propulsor solar elétrico foi desenvolvido por Kluever e Oleson (1997). É utilizada uma técnica de otimização direta para resolver o problema de controle

ótimo, com aproximações na direção de aplicação de empuxo. As trajetórias ótimas calculadas pela aproximação direta apresentam resultados muito próximos as trajetórias ótimas obtidas através do cálculo variacional.

As equações de movimento para o veículo quando o empuxo está ligado são mostradas abaixo. As equações são escritas em termos de elementos equinociais não singulares para abranger tanto órbitas circulares como órbitas planas ( $i=0^\circ, 180^\circ$ ). A relação entre os elementos equinociais ( $a, h, k, p, q, F$ ) e os elementos orbitais clássicos ( $a, e, I, \omega, \Omega, E$ ) é dada por:

$$h = e \operatorname{sen}(\omega + \Omega) \quad (1)$$

$$k = e \cos(\omega + \Omega) \quad (2)$$

$$p = \tan\left(\frac{i}{2}\right) \operatorname{sen}\Omega \quad (3)$$

$$q = \tan\left(\frac{i}{2}\right) \cos\Omega \quad (4)$$

$$F = \Omega + \omega + E \quad (5)$$

Sendo:  $a$  = semi-eixo maior,  $e$  = excentricidade,  $i$  = inclinação,  $\Omega$  = longitude do nodo ascendente,  $\omega$  = argumento do perigeu,  $E$  = anomalia excêntrica e  $F$  = longitude excêntrica.

Para um veículo espacial se movendo no campo gravitacional e sujeito à força propulsiva, as equações de movimento são apresentadas da seguinte forma:

$$\dot{x} = a_t M \hat{\alpha} \quad (6)$$

Na eq. (6) o vetor de estado é  $x = [a, h, k, p, q]^T$  e o sinal (  $\dot{\phantom{x}}$  ) indica a derivada com relação ao tempo. O vetor  $\hat{\alpha}$  (3X1) é um vetor unitário ao longo da direção de aplicação do empuxo. O valor  $a_t$  é a magnitude da aceleração do empuxo dada por:

$$a_t = \frac{2\eta P_0}{mgI_{sp}} \quad (7)$$

onde  $\eta$  é a eficiência do sistema de propulsão,  $P_0$  é a força inicial dada ao sistema de propulsão,  $m$  é a massa do veículo,  $g$  é a aceleração gravitacional ao nível do mar e  $I_{sp}$  é o impulso específico. A equação de estado para  $F$  não é incluída porque está sendo usada a média dos elementos orbitais e assim só são considerados elementos que variam lentamente.

Os elementos da matriz  $M$  na eq. (6) são:

$$M_{11} = \frac{2a}{nr} [hkb \cos F - (1 - h^2b) \text{sen} F] \quad (8)$$

$$M_{12} = \frac{2a}{nr} [(1 - k^2b) \cos F - hkbsen F] \quad (9)$$

$$M_{13} = 0 \quad (10)$$

$$M_{21} = \frac{G}{na^2} \left( \frac{\partial X}{\partial k} - hb \frac{\dot{X}}{n} \right) \quad (11)$$



$$M_{22} = \frac{k}{Gna^2} \left( \frac{\partial Y}{\partial k} - hb \frac{\dot{Y}}{n} \right) \quad (12)$$

$$M_{23} = \frac{k}{Gna^2} (qY - pX) \quad (13)$$

$$M_{31} = -\frac{G}{na^2} \left( \frac{\partial X}{\partial h} + hb \frac{\dot{X}}{n} \right) \quad (14)$$

$$M_{32} = -\frac{G}{na^2} \left( \frac{\partial Y}{\partial h} + hb \frac{\dot{Y}}{n} \right) \quad (15)$$

$$M_{33} = -\frac{h}{Gna^2} (qY - pX) \quad (16)$$

$$M_{41} = 0 \quad (17)$$

$$M_{42} = 0 \quad (18)$$

$$M_{43} = \frac{KY}{2Gna^2} \quad (19)$$

$$M_{51} = 0 \quad (20)$$

$$M_{52} = 0 \quad (21)$$

$$M_{53} = \frac{KX}{2Gna^2} \quad (22)$$

$$X = a \left[ (1 - h^2 b) \cos F + hkbsenF - k \right] \quad (23)$$

$$\dot{X} = \frac{a^2 n}{r} [hkb \cos F - (1 - h^2 b) \text{sen} F] \quad (24)$$

$$\frac{\partial X}{\partial h} = -2ahb \cos F + kb \text{sen} F \quad (25)$$

$$\frac{\partial X}{\partial k} = hb \text{sen} F - 1 \quad (26)$$

$$Y = a[(1 - k^2 b) \text{sen} F + hkb \cos F - h] \quad (27)$$

$$\dot{Y} = \frac{a^2 n}{r} [(1 - k^2 b) \cos F - hkb \text{sen} F] \quad (28)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial h} = kb \cos F - 1 \quad (29)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial k} = -2akb \text{sen} F + hb \cos F \quad (30)$$

$$G = \sqrt{1 - k^2 - h^2} \quad (31)$$

$$b = \frac{1}{1 + G} \quad (32)$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (33)$$

$$r = a(1 - k \cos F - h \text{sen} F) \quad (34)$$

$$K = 1 + p^2 + q^2 \quad (35)$$

$$E - e \sin E = n(t - T) \quad (36)$$

$$\dot{E} = \frac{n}{1 - e \cos(F - \omega - \Omega)} \quad (37)$$

O tempo de processamento é bastante reduzido quando usamos médias orbitais. Como todos os elementos orbitais utilizados são variáveis que variam lentamente, devido ao fato da força de empuxo ter pequena magnitude, pode-se utilizar passos de integração grandes, da ordem de dias. A equação de movimento do veículo espacial pode ser aproximada calculando-se o incremento de cada elemento orbital em um período e dividindo-se por esse tempo. Assim sendo, a variação no tempo dos elementos equinociais são:

$$\dot{\bar{x}} = \frac{1}{T} \int_{-\pi}^{\pi} \bar{a}_i \overline{M \alpha} \frac{dt}{dF} dF \quad (38)$$

onde  $\bar{x}$  é a aproximação do estado e  $T$  o período orbital. A barra em cima das variáveis significa que elas foram avaliadas usando o vetor de estado médio. A integral representa a mudança dos elementos orbitais em uma revolução com os elementos orbitais mantidos constantes, a menos da longitude excêntrica  $F$ .

#### **CAPÍTULO 4 – O SATÉLITE BRASILEIRO SCD-1**

O Satélite de Coleta de Dados 1 ou simplesmente SCD-1 é o primeiro satélite brasileiro lançado ao espaço. Tem a função de realizar a coleta de dados ambientais para serem depois captados por estações rastreadoras e serem distribuídos a organizações e a usuários diversos.

O SCD-1 foi lançado em 9 de fevereiro de 1993, por meio de um foguete Pegasus.

Ele foi transportado sob a asa de um avião B-52, da NASA, que o lançou a 13 km de altitude.

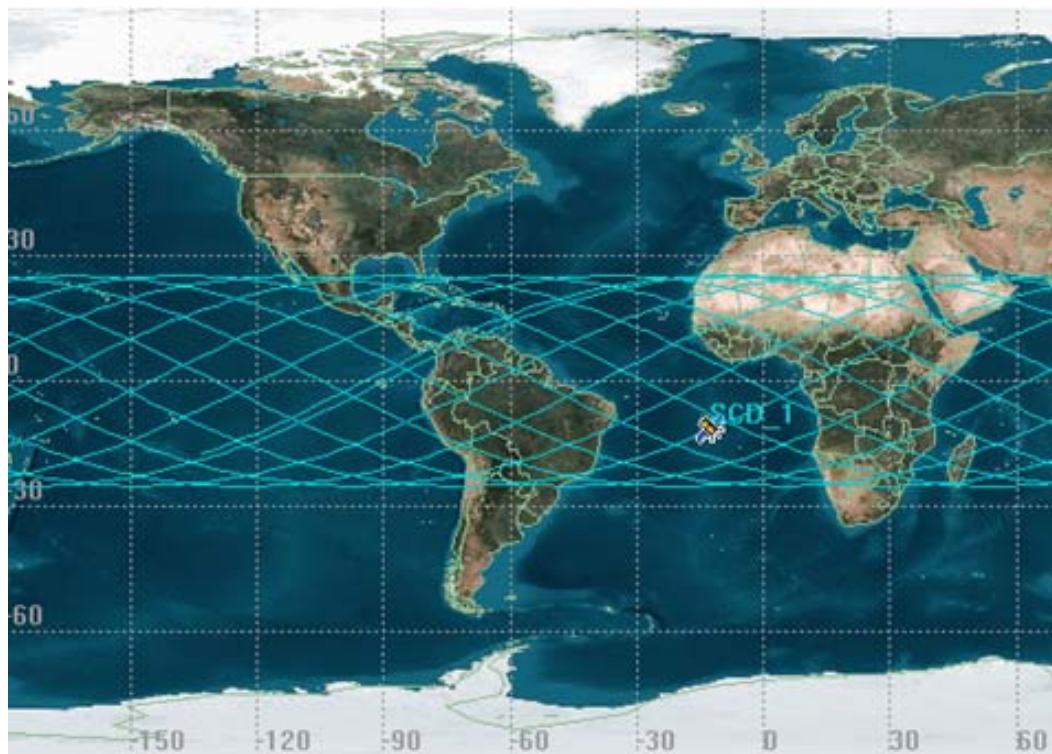
O SCD-1, o SCD-2, o CBERS-1, o CBERS-2 e o CBERS-2B são os cinco satélites fabricados pelo Brasil ou em cooperação com outros países.

O SCD-1 possui as seguintes características técnicas:

- Forma: prisma de base octogonal
- Dimensões: 1 m de diâmetro, 1,45 m altura
- Massa Total: 115 Kg
- Potência Elétrica: 110W
- Estrutura: Painéis em colméias de alumínio
- Estabilização de atitude: via rotação
- Controle Térmico: Passivo
- Experimento de células solares
- Órbita circular de 750Km de altitude, 25 graus de inclinação



**Fig. 2. O Satélite SCD-1**



**Fig. 3. Área de Cobertura SCD-1 por (STK®)**

O Centro de Rastreamento e Controle (CRC) do INPE é composto pelo Centro de Controle de Satélites, pela Estação Terrena de Cuiabá e da Estação Terrena de Alcântara. Os dados recebidos são gravados e, após a passagem do satélite, transmitidos ao Centro de Missão de Coleta de Dados, em Cachoeira Paulista, no Estado de São Paulo, onde são processados e distribuídos aos usuários.

Em 25 de outubro de 2005 o satélite SCD-1 alcançou o significativo número de 67.011 órbitas em operação, recebeu de solo um total de aproximadamente 161.900 telecomandos e sofreu a execução de 16 manobras de reorientação de seu eixo de rotação. O primeiro satélite brasileiro foi para o espaço em 1993 com expectativa inicial de um ano de vida útil, mas já superou esse limite em 1200%.

As manobras são realizadas pelo Centro de Controle de Satélites do INPE, em São José dos Campos (SP).

A longevidade deste satélite é atribuído a uma alta competência tecnológica e do rigor empregado no processo de qualificação tanto para os componentes como para os subsistemas e sua integração.



**Fig. 4. Órbita do SCD-1 por (STK<sup>®</sup>)**



**Fig. 5. Fechamento da Coifa do Pegasus**

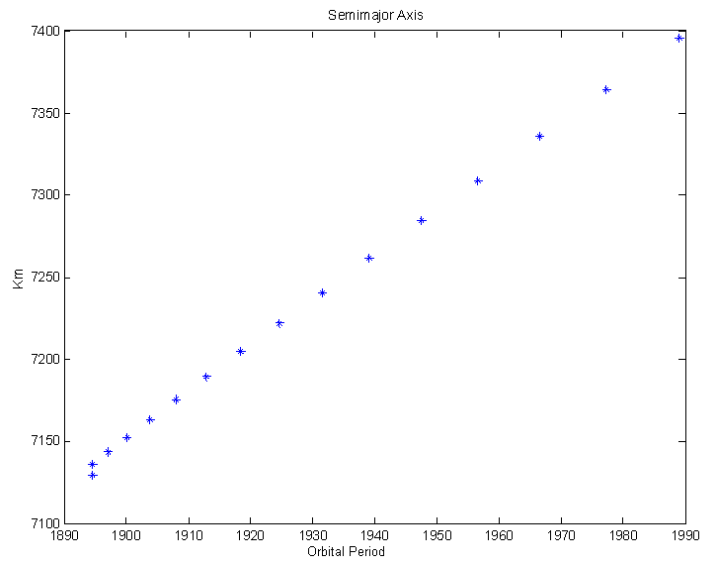


**Fig. 6. B-52 da NASA preparado para o lançamento do SCD-1**

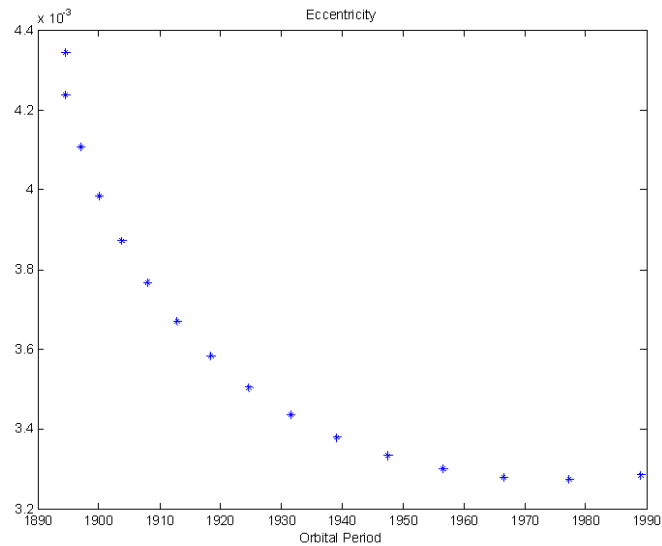


## CAPÍTULO 5 – RESULTADOS

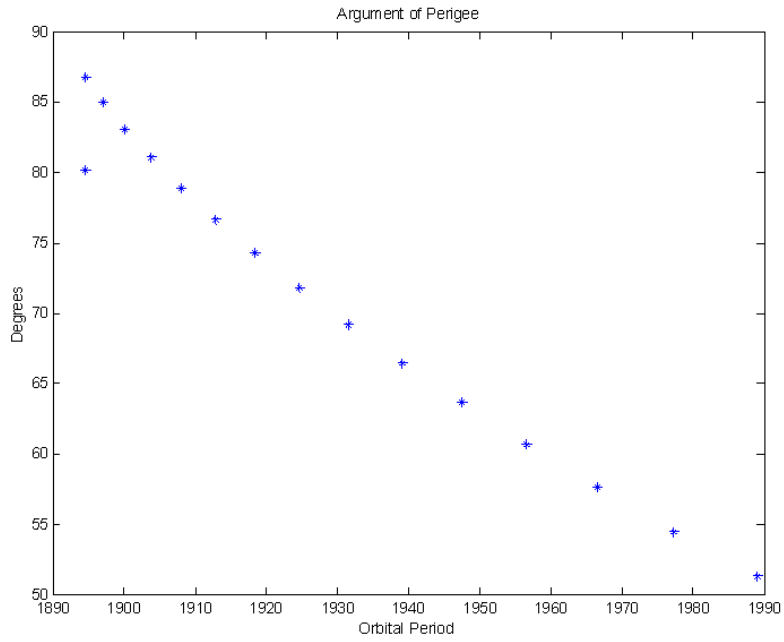
Os resultados consistem em gráficos mostrando a variação dos elementos orbitais em relação ao tempo. Devido ao processamento rápido, este método poderia ser utilizado em tempo real para fazer qualquer manobra de correção orbital.



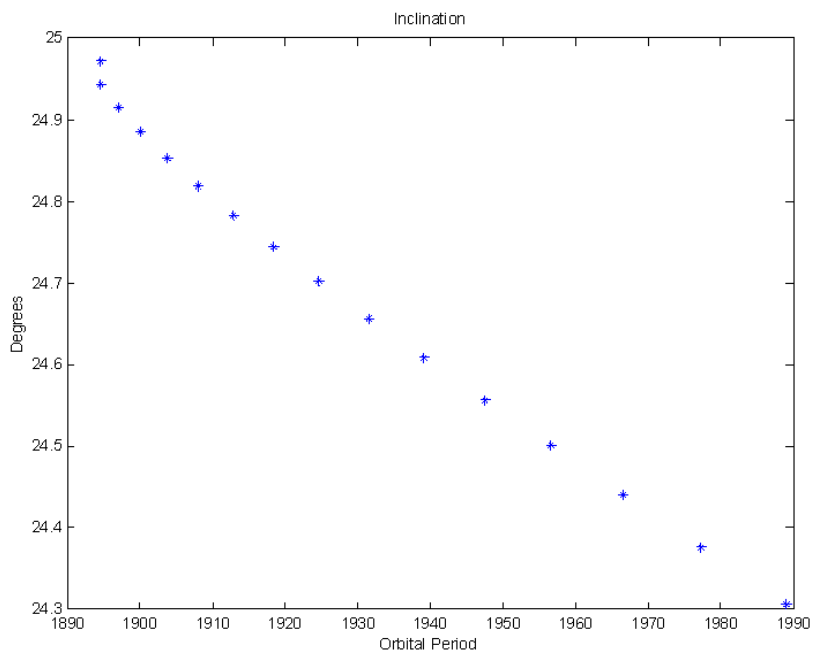
**Fig. 7. Variação do Semi-Eixo Maior.**



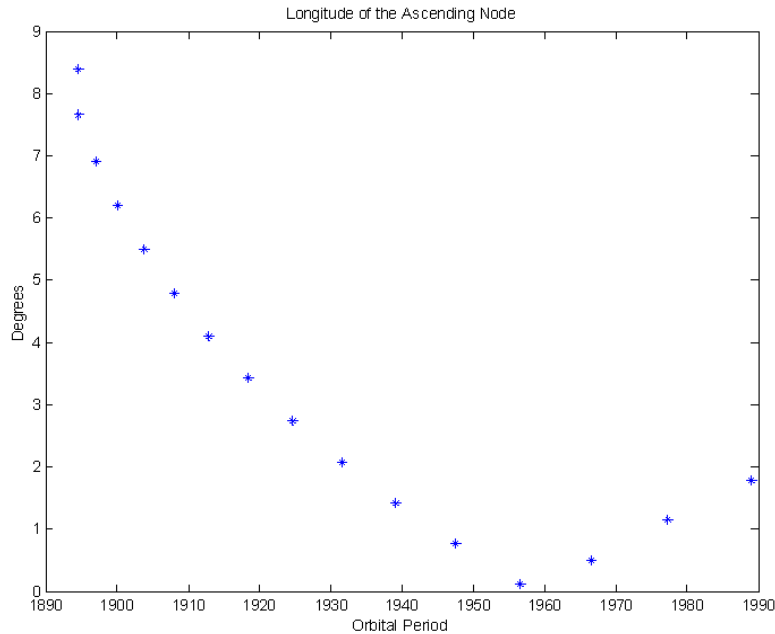
**Fig. 8. Variação da Excentricidade**



**Fig. 9. Variação do Argumento do Perigeu**



**Fig. 10. Variação da Inclinação**



**Fig. 11. Variação da Longitude do Nodo Ascendente**

## **CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS**

Um algoritmo numérico foi desenvolvido para calcular o problema de transferência, e o propósito é mudar a posição, velocidade e a massa do satélite para um pré-determinado estado. Então, este método simplifica a direção de aplicação do empuxo, para permitir um cálculo rápido que possa ser utilizado em tempo real. A direção de aplicação do empuxo é considerada constante e seu modulo pequeno e constante.

O Satélite Brasileiro SCD-1 foi utilizado como exemplo neste trabalho. Este é o primeiro satélite desenvolvido inteiramente no Brasil e permanece em operação até a presente data.

Em casos reais, como no caso do SCD-1, pode ser necessário fazer manobras complementares, sendo esta ou uma transferência orbital, ou correções periódicas.

Em trabalhos futuros será feito o estudo de painéis solares para satélites artificiais, e também o prosseguimento no estudo de dinâmica orbital, sendo assim serão aplicados os conhecimentos de mecânica orbital em um projeto real de engenharia.

Os autores são gratos ao suporte dado a pesquisa pelo CNPq, pelo contrato CNPq 105442/2006-2.

#### **APÊNDICE A – REFERÊNCIAS**

Broucke, R.A., “The Celestial Mechanics of Gravity Assist”, AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Minneapolis, USA, paper 88-4220, 1988.

Brown, C.D., “Spacecraft Mission Design”, Second Edition, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998.

Carrou, J.P., “Spaceflight Dynamics”, Toulouse: Cépaduès – Éditions, 1995.

Chobotov, V.A., “Orbital Motion”, Second Edition, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.

Danby, J.M.A., “Fundamentals of Celestial Mechanics”, Richmond: Willmann-Bell Inc, 1988.

De Luca, N., “Mecânica Celeste”, Editora da Universidade Federal do

Paraná, Curitiba, Brazil, 1982.

Kaplan, M.H., "Modern Spacecraft Dynamics & Control", New York: John Wiley & Sons, 1976

King-Hele, D., "Theory of Satellite Orbits in an Atmosphere", Butterworths, London, England., 1964

Kuga, H.K and Rama Rao, Kondapalli, "Introdução à Mecânica Orbital", INPE, São José dos Campos, Brazil, INPE-5615-PUD/64, 1995.

Kuga, H.K and Orlando, V., "A Conquista do Espaço: do Sputnik à missão Centenário", First Edition, Editora Livraria da Física, 2007.

Marchal, C., "The Three-Body Problem", Amsterdam, Elsevier, 1990.

Moulton, F.R., "An Introduction to Celestial Mechanics", New York: Dover Publications, 1970.

Prado, A.F.B.A., "Introdução à Dinâmica Orbital", Proceedings of the 6th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, São José do Rio Preto, Brazil, Short Course, 2007.

Prado, A.F.B.A., "Trajetórias Espaciais Dentro da Dinâmica de Três Corpos", INPE, São José dos Campos, Brazil, INPE-8037-PUD/44, 2000.

Prado, A.F.B.A., "Optimal Transfer and Swing-By Orbits in the Two and Three-Body Problems", Ph.D. thesis, University of Texas, USA, 1993.

Roy, A.E., "Orbital Motion", Adam Hilbert, 1988.

Szebehely, V., "Theory of Orbits", New York Academic Press, 1967.

Taff, L.G., "Celestial Mechanics – A Computational Guide for the Practitioner", New York: John Wiley & Sons, 1985