



## **Dinâmica e Controle de um Satélite Rígido-Flexível**

### **RELATÓRIO DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA (CNPq/INPE)**

Marcelo Majewski (ETEP, Bolsista CNPq)  
E-mail: [marcelomajewski@bol.com.br](mailto:marcelomajewski@bol.com.br)

Dr. Luiz Carlos Gadelha de Souza (DMC/INPE, Orientador)  
E-mail: [gadelha@dem.inpe.br](mailto:gadelha@dem.inpe.br)

Julho de 2007

# ÍNDICE

## **RESUMO**

### **CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO**

- 1.1 – Introdução
- 1.2 – Motivações
- 1.3 – Organização

### **CAPÍTULO 2 – REVISÃO DA LEITURA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

- 2.1 – Atitude
- 2.2 – Torques
- 2.3 – Sistema de Controle de Atitude (SCA)

### **CAPÍTULO 3 – SISTEMA DE CONTROLE DE ATITUDE**

- 3.1 – Descrição do Sistema
- 3.2 – Equações do Movimento

### **CAPÍTULO 4 – LEI DE CONTROLE**

- 4.1 – Controlador proporcional
- 4.2 – Ação de controle integral
- 4.3 – Ação de controle derivativa.
- 4.4 – Alocação de pólos.
- 4.5 – Lei de controle usada

### **CAPITULO 5 – INTEGRADOR NUMERICO**

Integrador Numérico

### **CAPITULO 5 – SUMARIO E CONCLUSOES**

Sumário e Conclusões

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

## RESUMO

Ultimamente tem-se observado um grande número de missões espaciais onde a demanda no consumo de potência é crescente, resultando na utilização de painéis solares, manipuladores e/ou antenas de dimensões cada vez maiores que as até então empregadas. Aliado a estes fatores, a limitação de peso por parte dos foguetes lançadores tem feito com que a variação de parâmetros do sistema, em particular a flexibilidade tenha um papel preponderante no projeto do Sistema de Controle de Atitude e Órbita (SCAO). Cabe ressaltar que o SCAO precisa ser capaz de realizar as mais diferentes manobras espaciais, tendo que em seguida manter a atitude e amortecer as possíveis vibrações residuais associado ao nível de apontamento da missão. Exemplos de projetos que envolvem grandes estruturas espaciais flexíveis são: o Hubble Space Telescope, a International Space Station (ISS) e o ROKVISS (Robotic Components Verification at the ISS), este último em desenvolvimento no German Space Center (DLR) em colaboração com a Divisão de Mecânica Espacial e Controle – DMC do INPE. Neste trabalho investiga-se a interação de parâmetro como o momento de inércia da roda de reação, o comprimento do painel e o coeficiente de dissipação do painel com o comportamento dinâmico de um satélite artificial rígido-flexível, em particular no seu grau de apontamento. O modelo do satélite desenvolvido compreende os movimentos de corpo rígido e de deslocamento elástico em duas dimensões (2-D), apresentando, portanto toda interação dinâmica de um satélite com este grau de complexidade, o que torna este estudo bastante fidedigno. O projeto do SCAO é feito empregando-se a técnica de alocação de pólos. Os resultados desta investigação poderão facilitar o projeto de SCAO que tenham a tarefa de realizar manobras de atitudes e ao mesmo tempo manter a estabilidade e a forma estática da estrutura flexível, a fim de assegurar o ambiente de micro gravidade e/ou o grau de apontamento da missão.

## CAPÍTULO 1

Neste capítulo introduz-se o problema a ser abordada neste estudo, a teoria nele utilizada, as motivações e, por fim, a sua organização.

### **1.1 - Introdução**

O estudo do sistema de controle de estruturas espaciais com antenas e/ou painéis e manipuladores robóticos flexíveis torna-se complexa à medida que as dimensões de tais estruturas crescem devido à necessidade de considerar um número cada vez maior de modos de vibração no seu modelo [1]. Neste sentido a investigação do comportamento dinâmico não linear, de técnicas de identificação de parâmetros e do desempenho do sistema de controle são tópicos importantes. Exemplos de projetos que envolvem grandes estruturas espaciais flexíveis são: o Hubble Space Telescope, a International Space Station (ISS) e o ROKVISS (Robotic Components Verification at the ISS), este último em desenvolvimento no German Space Center (DLR) em colaboração com o divisão de mecânica espacial e controle (DMC) do INPE [2]. Um dos maiores problemas enfrentados por engenheiros espaciais é o de realizar manobras espaciais de satélites e/ou manipuladores robóticos flexíveis, tendo que em seguida controlar sua atitude e amortecer a possível vibração residual [3]. O sistema de controle empregado deve ser capaz de manter a estabilidade e a forma estática da estrutura, a fim de assegurar o ambiente de micro gravidade e/ou o grau de apontamento da missão [4]. O modelo matemático de estruturas espaciais flexíveis é uma aproximação do sistema real, só podendo ser complementemente verificado quando a estrutura encontra-se em órbita. Assim, observa-se que o engenheiro espacial encontra-se diante do fato de não saber exatamente como se assegurar do modelo do sistema que pretende projetar [5]. A natureza incerta das estruturas espaciais flexíveis faz com que questões associadas à sensibilidade e a robustez sejam de grande importância no projeto do seu sistema de controle, principalmente, porque o desempenho nominal e a estabilidade robusta são objetivos conflitantes de se obter. Normalmente, a estrutura flexível é tratada como um sistema de parâmetros distribuídos, implicando, que esta possui um número infinito de graus de liberdade [6]. Este fato introduz um alto grau de incerteza nos modelos matemáticos devido ao procedimento inevitável de redução do modelo. Por um outro lado, devido a impossibilidade de realizar testes na Terra que simulem as condições do espaço é também esperado que os parâmetros estruturais de satélites e/ou manipuladores espaciais flexíveis contenha uma grande margem de erro. Assim, a fim de compensar os erros introduzidos por estas duas fontes de incerteza, o projeto do sistema de controle deve ser robusto com relação a dinâmicas não modeladas (incerteza não paramétrica) proveniente da redução do modelo e em relação aos erros introduzidos pela variação dos parâmetros estruturais (incerteza paramétrica). O objetivo deste trabalho é o modelamento de uma estrutura espacial flexível e o projeto Sistema de Controle de Atitude (SCA).

## **1.2 – Motivações**

As principais motivações para este estudo são:

- 1) Familiarização do processo de modelagem de um satélite artificial rígido-flexível;
- 2) O uso de técnicas de controle linear para avaliar a eficiência de leis de controle em efetuar manobras de atitude.
- 3) Investigar a influencia da variação de parâmetros do satélite no desempenho do sistema de controle de atitude SCA.

## **1.3 – Organização**

No Capítulo 2 resume-se a teoria do Sistema de Controle de Atitude e apresentam-se suas principais características. No Capítulo 3, apresenta-se à dinâmica do sistema e faz-se o seu equacionamento. No Capítulo 4, faz-se a implementação numérica do problema e avalia-se a eficiência desta lei de controle considerando o tempo de estabilização, como critério de bom desempenho. No Capítulo 5, apresenta-se um sumário do trabalho e as conclusões.

## CAPÍTULO 2

### **REVISÃO DA LEITURA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

O bom desempenho do sistema de controle de atitude (SCA) de um satélite é fundamental para o sucesso da missão espacial. Este deve ser capaz de manter a estabilidade do sistema no que diz respeito ao movimento de rotação, e ainda, realizar manobras de atitude necessárias ao cumprimento das tarefas da missão.

#### **2.1 – Atitude**

A atitude de uma espaçonave é sua orientação no espaço. O movimento de uma espaçonave rígida é especificado por sua posição, velocidade, atitude e movimento de atitude. Onde o movimento de translação do centro de massa é caracterizado pela posição e velocidade, cujo, seu estudo é chamado de mecânica celeste, determinação de órbita ou ainda navegação espacial; dependendo de qual aspecto o problema é analisado. O movimento de rotação em torno de seu centro de massa, por sua vez, é descrito pela atitude e movimento de atitude.

A análise da atitude pode ser dividida em:

- Determinação da atitude: é o processo de calcular a orientação da espaçonave em relação a um referencial inercial;
- Predição de atitude: é o processo de prever a orientação futura pelo uso de modelos dinâmicos para extrapolar a história da atitude;
- Controle de atitude: é o processo de orientar a espaçonave numa direção especificada.

#### **2.2 – Torques**

Torques podem ser utilizados para controlar a atitude e ainda podem ser torques de perturbação, que afetam a atitude de um satélite (torques ambientais). Os torques ambientais mais importantes são:

- Torque aerodinâmico: A interação entre a atmosfera superior com a superfície do satélite produz um torque em torno do seu centro de massa. Para espaçonaves abaixo de aproximadamente 400 km, o torque aerodinâmico é o torque ambiental dominante.
- Torque de gradiente de gravidade: qualquer objeto não simétrico de dimensões finitas em órbita é sujeito ao torque gravitacional por causa da variação da força gravitacional da Terra sobre o mesmo.

- Torque de perturbação magnética: resultam da interação entre o campo residual da espaçonave e o campo geomagnético, isto é, o campo magnético da Terra.
- Torque de radiação solar: a radiação incidente na superfície de uma espaçonave produz uma força que resulta num torque em torno do seu centro de massa.

### **2.3 – Sistema de controle de atitude (SCA)**

O Sistema de Controle de Atitude é uma maneira de eliminar os torques externos de perturbação assim como os ambientais. Para tal feito são utilizados torques de controle que são intencionalmente gerados para efetuar o controle. Jatos de gás e roda de reação são exemplos de mecanismos responsáveis pelos torques controladores. Em geral consiste de três componentes:

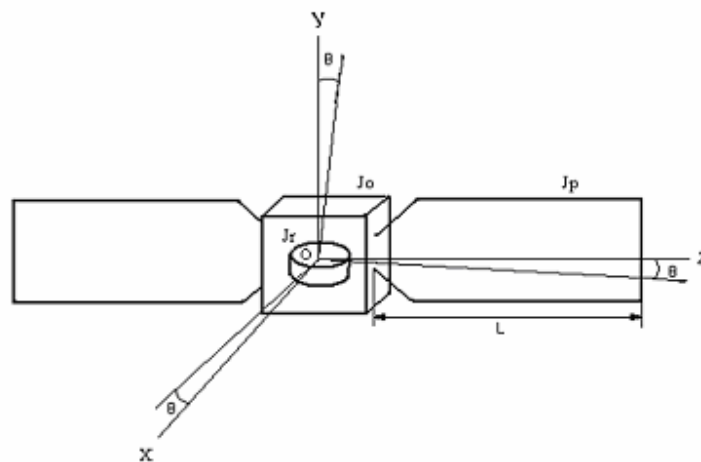
- Sensores de atitude: são responsáveis pela localização dos alvos de referências;
- O processo de controle: ou lei de controle, determina quando o controle é necessário e como gerá-lo;
- O equipamento de controle: ou atuador, é o mecanismo que fornece o torque de controle.

### CAPÍTULO 3

Este capítulo trata de descrever o sistema adotado e o procedimento para obter as equações de movimento do satélite rígido-flexível.

#### 3.1 - Descrição do Sistema

Considera-se um satélite constituído de um corpo rígido, de forma cúbica e mais dois painéis flexíveis e uma roda de reação alinhada com o centro do corpo rígido. Desta forma o centro de massa do satélite esta no ponto  $O$  origem do sistema de coordenadas  $(X, Y, Z)$ , que coincide com o seu eixo principal de inércia. Os apêndices elásticos com o formato de viga estão engastados no corpo central, sendo tratado como uma massa pontual em sua extremidade livre. A roda de reação que é a responsável pelo controle do movimento de rotação do satélite, e tem seu centro de massa coincidindo com a origem  $O$ , ver Figura 1.



O comprimento do painel é representado por  $L$ , m sua massa e  $u(t)$  o seu deslocamento elástico em relação ao eixo  $Z$ . Os momentos de inércia do corpo rígido do satélite e da roda de reação em relação ao centro de massa são, respectivamente,  $J_0$  e  $J_r$ . O momento de inércia do painel em relação ao seu próprio centro de massa é dado por  $J_p$ . O ângulo de rotação do satélite em torno do eixo  $Y$  é  $\theta$ , e a velocidade angular da roda de reação também em torno do eixo  $Y$  é  $\Omega(\dot{\phi})$ .



### 3.2 - Equações do movimento

As equações do movimento são derivadas utilizando-se a formulação Lagrangiana, e o movimento de rotação do satélite e da roda em torno do Y e X considerado, o movimento de translação do satélite é desconsiderado. Com isso, a expressão da energia cinética do satélite mais a roda pode ser colocado na seguinte forma:

$$T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}_y^2 + 2 \left( \frac{1}{2} m v_y^2 \right) + \frac{1}{2} J_R f_y^2 + \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}_x^2 + 2 \left( \frac{1}{2} m v_x^2 \right) + \frac{1}{2} J_R f_x^2 \quad (3.1)$$

Sendo a velocidade linear dos painéis dada por: em Y  $v_y = \dot{u}_y + L \dot{\theta}_y$ , e em X  $v_x = \dot{u}_x + L \dot{\theta}_x$  onde o  $\dot{u}_y(t)$  e  $\dot{u}_x(t)$  são a variação do deslocamento elástico no tempo e  $L \dot{\theta}_y$  e  $L \dot{\theta}_x$  são a velocidades angulares dos painéis. As velocidades angulares das rodas de reação é dada por  $f_y = \dot{\theta}_y + \dot{\phi}_y$  e  $f_x = \dot{\theta}_x + \dot{\phi}_x$ . Com isso a energia cinética total sera:

$$T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}_y^2 + \dot{u}_y^2 m + 2 \dot{u}_y L \dot{\theta}_y m + L^2 \dot{\theta}_y^2 m + \frac{1}{2} J_R \dot{\theta}_y^2 + J_R \dot{\theta}_y \dot{\phi}_y + \frac{1}{2} J_R \dot{\phi}_y^2 + \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}_x^2 + \dot{u}_x^2 m + 2 \dot{u}_x L \dot{\theta}_x m + L^2 \dot{\theta}_x^2 m + \frac{1}{2} J_R \dot{\theta}_x^2 + J_R \dot{\theta}_x \dot{\phi}_x + \frac{1}{2} J_R \dot{\phi}_x^2 \quad (3.2)$$

A energia potencial, que é devido a deformação do painel e é conservativa, tem a forma:

$$V = 2 \left( \frac{1}{2} u_y^2 K \right) + 2 \left( \frac{1}{2} u_x^2 K \right) \quad (3.3)$$

$$V = u_y^2 K + u_x^2 K$$

onde  $K$  é constante elástica dos painéis.

A energia de dissipação associada a deformação do painel é dada na forma:

$$M = 2 \left( \frac{1}{2} \dot{u}_y K d \right) + 2 \left( \frac{1}{2} \dot{u}_x K d \right) \quad (3.4)$$

$$M = \dot{u}_y K d + \dot{u}_x K d$$

onde  $Kd$  é a constante de dissipação.

Obtidas as expressões das energias cinéticas e potencial a lagrangiana  $L$  é dada por  $L = T - V$ , que após substituição tem-se:

$$\begin{aligned}
L = & \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}_y^2 + \dot{u}_y^2 m + 2\dot{u}_y L \dot{\theta}_y m + L^2 \dot{\theta}_y^2 m + \frac{1}{2} J_R \dot{\theta}_y^2 + J_R \dot{\theta}_y \dot{\phi}_y + \frac{1}{2} J_R \dot{\phi}_y^2 - u_y^2 K + \\
& + \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}_x^2 + \dot{u}_x^2 m + 2\dot{u}_x L \dot{\theta}_x m + L^2 \dot{\theta}_x^2 m + \frac{1}{2} J_R \dot{\theta}_x^2 + J_R \dot{\theta}_x \dot{\phi}_x + \frac{1}{2} J_R \dot{\phi}_x^2 - u_x^2 K
\end{aligned} \tag{3.5}$$

As equações de movimento são derivadas para três coordenadas generalizadas  $x_{i(i=1,3)}$ , isto é:

A rotação angular do satélite  $\theta_y(t)$  em Y e  $\theta_x(t)$  em X, o deslocamento elástico do painel  $u_y(t)$  em Y e  $u_x(t)$  em X, e a velocidade de rotação da roda de reação  $\Omega_y(\dot{\phi})$  em Y e  $\Omega_x(\dot{\phi})$  em X.

Usando a equação de Lagrange dada por:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} + \frac{\partial M}{\partial x_i} = F_{xi} \tag{3.6}$$

onde  $F_{xi}$  representa as forças generalizadas do sistema.

A equação de movimento que descreve o movimento de rotação do satélite é obtida substituindo  $\theta_y$  na equação de Lagrange em Y, que após derivações obtém-se:

$$\ddot{\theta}_y (J_0 + 2mL^2 + J_R) + 2mL\ddot{u}_y + J_R \ddot{\phi}_y = \tau_1 \tag{3.7.1}$$

e  $\theta_x$  na equação de Lagrange em X, que após derivações obtém-se:

$$\ddot{\theta}_x (J_0 + 2mL^2 + J_R) + 2mL\ddot{u}_x + J_R \ddot{\phi}_x = \tau_2 \tag{3.7.2}$$

onde  $J_0$  é o momento de inércia do corpo rígido,  $mL^2$  é o momento de inércia do painel, denominado  $J_p$  e  $J_R$  é o momento de inércia das rodas de reação. A soma dos três representa momento de inércia total do sistema  $J$ , tal que a eq.(3.7.1) e (3.7.2) resultam em:

$$J\ddot{\theta}_y + 2mL\ddot{u}_y + J_R \ddot{\phi}_y = \tau_y \tag{3.8.1}$$

$$J\ddot{\theta}_x + 2mL\ddot{u}_x + J_R \ddot{\phi}_x = \tau_x \tag{3.8.2}$$

Onde  $\tau_1$  e  $\tau_2$  representam os torques externos e de controle que atuam sobre o satélite.

As equações que descrevem a flexibilidade do painel são obtidas substituindo as coordenadas generalizadas das equações de Lagrange por  $u_y$  e  $u_x$ , resultando em:

$$\ddot{u}_y m + \dot{u}_y K d + u_y K = -mL\ddot{\theta}_y \quad (3.9.1)$$

$$\ddot{u}_x m + \dot{u}_x K d + u_x K = -mL\ddot{\theta}_x \quad (3.9.2)$$

Onde o termo a direita pode ser interpretado como um torque aplicado sobre o painel flexível devido a aceleração angular do satélite. Este torque é responsável pela deformação elástica do painel.

Por fim, para determinar a equação do movimento da roda de reação, faz-se a substituição das coordenadas generalizadas na equação de Lagrange por  $\varphi_y$ ,  $\dot{\varphi}_y$ ,  $\varphi_x$  e  $\dot{\varphi}_x$  resultando em:

$$J_R(\ddot{\varphi}_y + \ddot{\theta}_y) = \tau_{1y} \quad (3.10.1)$$

$$J_R(\ddot{\varphi}_x + \ddot{\theta}_x) = \tau_{1x} \quad (3.10.2)$$

onde  $\tau_{1y}$  representa o torque aplicado no eixo da roda em Y e  $\tau_{1x}$  representa o torque aplicado no eixo da roda em X, proveniente de um motor do tipo DC que aqui não é modelado.

As eqs. (3.8.1), (3.8.2), (3.9.1), (3.9.2), (3.10.1) e (3.10.2) são um conjunto de equações diferenciais lineares e acoplado, que representa a dinâmica do movimento de rotação do satélite, do deslocamento elástico dos painéis e da rotação da roda de reação no plano XZ e YZ.

$$J\ddot{\theta}_y + 2mL\ddot{u}_y + J_R\ddot{\varphi}_y = \tau_y \quad (3.8.1)$$

$$J\ddot{\theta}_x + 2mL\ddot{u}_x + J_R\ddot{\varphi}_x = \tau_x \quad (3.8.2)$$

$$\ddot{u}_y m + \dot{u}_y K d + u_y K = -mL\ddot{\theta}_y \quad (3.9.1)$$

$$\ddot{u}_x m + \dot{u}_x K d + u_x K = -mL\ddot{\theta}_x \quad (3.9.2)$$

$$J_R(\ddot{\varphi}_y + \ddot{\theta}_y) = \tau_{1y} \quad (3.10.1)$$

$$J_R(\ddot{\varphi}_x + \ddot{\theta}_x) = \tau_{1x} \quad (3.10.2)$$

## CAPITULO 4

### LEI DE CONTROLE

#### 4.1 - Controlador proporcional.

O controlador proporcional fornece um torque para posicionar o elemento de carga, que consiste em momento de inércia e atrito magnético. O erro em regime estacionário pode ser reduzido pelo aumento do valor do ganho  $K_p$ . O aumento deste valor, entretanto, resultará em uma resposta mais oscilatória do sistema. Desde de o valor de ganho  $K_p$  não pode ser aumentado demasiadamente, é desejável modificar o controlador proporcional para um controlador proporcional mais integral.

#### 4.2 - Ação de controle integral.

No controlador integral de um processo, o sinal de saída do controlador em qualquer instante, é a área sob a curva do sinal erro atuante até que instante. O sinal de controle pode possuir um valor não nulo quando o sinal de erro atuante é nulo

#### 4.3 - Ação de controle derivativa.

A ação de controle derivativa, quando adicionada a um controlador proporcional, possibilita um meio de obter um controlador com alta sensibilidade. Uma vantagem em usar ação de controlador derivativa é que ele responde a taxa de variação do erro atuante e pode produzir uma correção significativa antes de o valor do erro atuante torna-se demasiadamente grande. O controle derivativo portanto, antecipa o erro atuante e inicia uma ação corretiva mais cedo, tendendo a aumentar a estabilidade do sistema. Embora o controlador derivativo não afete diretamente no erro em regime estacionário, ele introduz o amortecimento no sistema e portanto permite o uso de um valor maior do ganho  $K$ , o que resulta em uma melhora na precisão em regime estacionário. Devido ao fato de o controlador derivativo operar sobre a taxa de variação do erro atuante e não sobre o próprio erro atuante, este modo nunca é usado sozinho. É sempre utilizado em combinação com ação proporcional ou ação proporcional mais integral.

#### 4.4 - Alocação de pólos.

Foi estudado o método de controle por alocação de pólos, e observou que o sistema não é totalmente controlado, pois o valor do “rank” da matriz, é diferente do valor de sua ordem, concluindo então que o sistema não é totalmente controlável.

O método usado para se determinar os ganhos, é o “método de tentativa” e erro, ou seja, fazer experimentos e observar o valor que mais se aproxima do ganho ideal.

#### 4.5 - Lei de controle usada

Para o controle da velocidade angular do satélite, a deformação elástica do painel e conseqüentemente a rotação da roda, vamos substituir o torque aplicado na roda por uma lei

de controle do tipo proporcional mais derivativa, onde os ganhos  $K_1$  e  $K_2$  serão determinados através de simulações. Em linguagem matemática esta lei de controle é dada por:

$$\tau_1 = -K_1\theta_y - K_2\dot{\theta}_y \quad (3.11.1)$$

$$\tau_1 = -K_1\theta_x - K_2\dot{\theta}_x \quad (3.11.2)$$

## CAPITULO 5

Nesta simulação foi utilizado o software MATLAB, que integra equações de 1º ordem, devido a este fato e como as equações de movimento são extremamente acopladas foram necessárias manipulações algébricas como mostrado a seguir:

$$\text{Fazendo-se } \frac{2mL}{J} = a \text{ e } \frac{J_R}{J} = b .$$

Da eq.(3.8.1) se chega em  $\ddot{\theta}_y + a\ddot{u}_y + b\dot{\Omega}_y = \tau_y$  e (3.8.2) se chega em  $\ddot{\theta}_x + a\ddot{u}_x + b\dot{\Omega}_x = \tau_x$ , mas como o torque externo sobre a parte rígida não será levado em consideração neste ponto, pode-se iguala-lo a zero e portanto:  $\ddot{\theta}_y + a\ddot{u}_y + b\dot{\Omega}_y = 0$  e  $\ddot{\theta}_x + a\ddot{u}_x + b\dot{\Omega}_x = 0$ .

$$\text{Fazendo-se } \frac{Kd}{m} = c \text{ e } \frac{K}{m} = d .$$

Da eq.(3.9.1) se chega em  $\ddot{u}_y + \dot{u}_y c + u_y d + L\ddot{\theta}_y = 0$  e da eq. (3.9.2) se chega em  $\ddot{u}_x + \dot{u}_x c + u_x d + L\ddot{\theta}_x = 0$ .

$$\text{Da eq.(3.10.1) se chega em } \ddot{\phi}_y + \ddot{\theta}_y = \frac{\tau_{1y}}{J_R} \text{ e da eq.(3.10.2) se chega em } \ddot{\phi}_x + \ddot{\theta}_x = \frac{\tau_{1x}}{J_R}$$

Estas equações são de segunda ordem precisando transformá-las em equações de primeira ordem, para isso são feitas mudanças de variáveis como mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} \theta_y &= Y_1, & \dot{Y}_1 &= Y_2 = \dot{\theta}_y, & \dot{Y}_2 &= \ddot{Y}_1 = \ddot{\theta}_y. \\ u_y &= Y_3, & \dot{Y}_3 &= Y_4 = \dot{u}_y, & \dot{Y}_4 &= \ddot{Y}_3 = \ddot{u}_y. \\ \dot{\phi}_y &= \Omega_y = Y_5, & \dot{Y}_5 &= \dot{\Omega}_y. & & \\ \theta_x &= Y_6, & \dot{Y}_6 &= Y_7 = \dot{\theta}_x, & \dot{Y}_7 &= \ddot{Y}_6 = \ddot{\theta}_x. \\ u_x &= Y_8, & \dot{Y}_8 &= Y_9 = \dot{u}_x, & \dot{Y}_9 &= \ddot{Y}_8 = \ddot{u}_x. \\ \dot{\phi}_x &= \Omega_x = Y_{10}, & \dot{Y}_{10} &= \dot{\Omega}_x. & & \end{aligned} \quad (4.1)$$

Agora aplicando estas transformações às equações (3.8.1), (3.8.2), (3.9.1), (3.9.2), (3.10.1) e (3.10.2) se tem:

$$\begin{aligned}
 \dot{Y}_1 &= Y_2 \\
 \dot{Y}_2 + a\dot{Y}_4 + b\dot{Y}_5 &= 0 \\
 \dot{Y}_3 &= Y_4 \\
 \dot{Y}_4 + L\dot{Y}_2 &= -cY_4 - dY_3 \\
 \dot{Y}_5 + \dot{Y}_2 &= \tau_{1y} \\
 \dot{Y}_6 &= Y_7 \\
 \dot{Y}_7 + a\dot{Y}_9 + b\dot{Y}_{10} &= 0 \\
 \dot{Y}_8 &= Y_9 \\
 \dot{Y}_9 + L\dot{Y}_7 &= -cY_9 - dY_8 \\
 \dot{Y}_{10} + \dot{Y}_7 &= \tau_{1x}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Para colocar o conjunto de equações (4.2) na forma de variáveis de estados e matricial  $\dot{X} = AX + PX$ , que no nosso caso mais específico tem a forma:  $\overline{A}\dot{Y} = Y + \overline{B}$ . Portanto temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Y}_1 \\ \dot{Y}_2 \\ \dot{Y}_3 \\ \dot{Y}_4 \\ \dot{Y}_5 \\ \dot{Y}_6 \\ \dot{Y}_7 \\ \dot{Y}_8 \\ \dot{Y}_9 \\ \dot{Y}_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_2 \\ 0 \\ Y_4 \\ -cY_4 - dY_3 \\ 0 \\ Y_7 \\ 0 \\ Y_9 \\ -cY_9 - dY_8 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\tau_{1y}}{J_0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\tau_{1x}}{J_R} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Com o intuito de se ter um  $\dot{Y}$  isolado multiplicamos  $\overline{A}$  pela sua inversa, pois  $\overline{A} * \overline{A}^{-1} = 1$   
 Logo:  $\dot{Y} = \overline{A}^{-1} * Y + \overline{A}^{-1} \overline{B}$

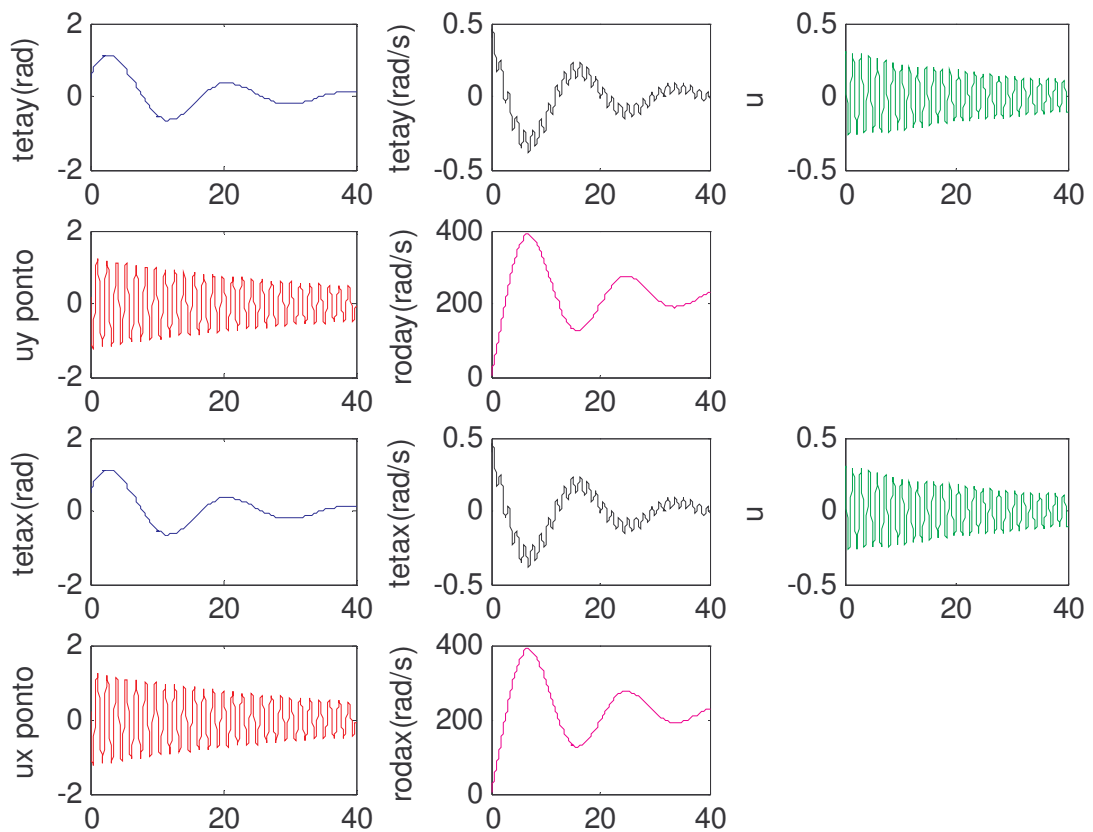
Onde a matriz inversa  $\overline{A}^{-1}$  tem a forma:

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	$-\frac{1}{-1+La+b}$	0	$\frac{a}{-1+La+b}$	$\frac{b}{-1+La+b}$	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	$\frac{L}{-1+La+b}$	0	$\frac{-1+b}{-1+La+b}$	$-\frac{Lb}{-1+La+b}$	0	0	0	0	0	0
0	$\frac{1}{-1+La+b}$	0	$-\frac{a}{-1+La+b}$	$\frac{-1+La}{-1+La+b}$	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{-1+La+b}$	0	$\frac{a}{-1+La+b}$	$\frac{b}{-1+La+b}$	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	$\frac{L}{-1+La+b}$	0	$\frac{-1+b}{-1+La+b}$	$-\frac{Lb}{-1+La+b}$	0
0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{-1+La+b}$	0	$-\frac{a}{-1+La+b}$	$\frac{-1+La}{-1+La+b}$	0
0	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{-1+La+b}$	0	$-\frac{a}{-1+La+b}$	$-\frac{b}{-1+La+b}$	0

substituindo finalmente esta equação na eq.(4.4) obtém-se o sistema de equações de primeira ordem que será integrado. Na simulação investiga-se o comportamento dinâmico do sistema quando os parâmetros momento de inércia da roda de reação do satélite  $J_R$  e o comprimento dos painéis  $L$ . Cabe ressaltar que estas simulações com variações destes parâmetros só são implementadas após a simulação que determinam os valores de  $K_1$  e  $K_2$ . Estes ganhos são determinados com os valores chamados de nominais que são mostrados nas tabelas .

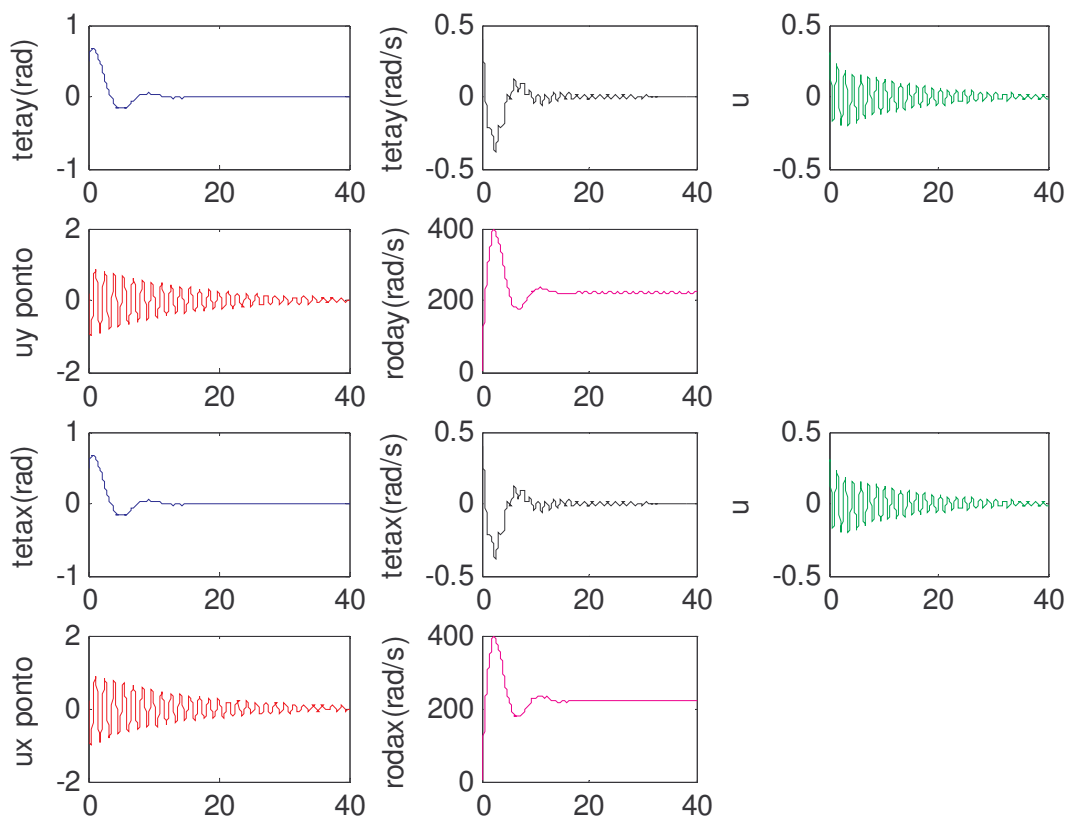
Parâmetros	Valores Nominais
$J_0$	720 kg.m <sup>2</sup>
$J_p$	40 kg.m <sup>2</sup>
$J_R$	1.5 kg.m <sup>2</sup>
$K$	320 kg.rad <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
$K_d$	0,48 kg.rad <sup>2</sup> /s
$L$	2 <sup>1/2</sup> m
$M$	20 kg
$K_1$ e $K_2$	100





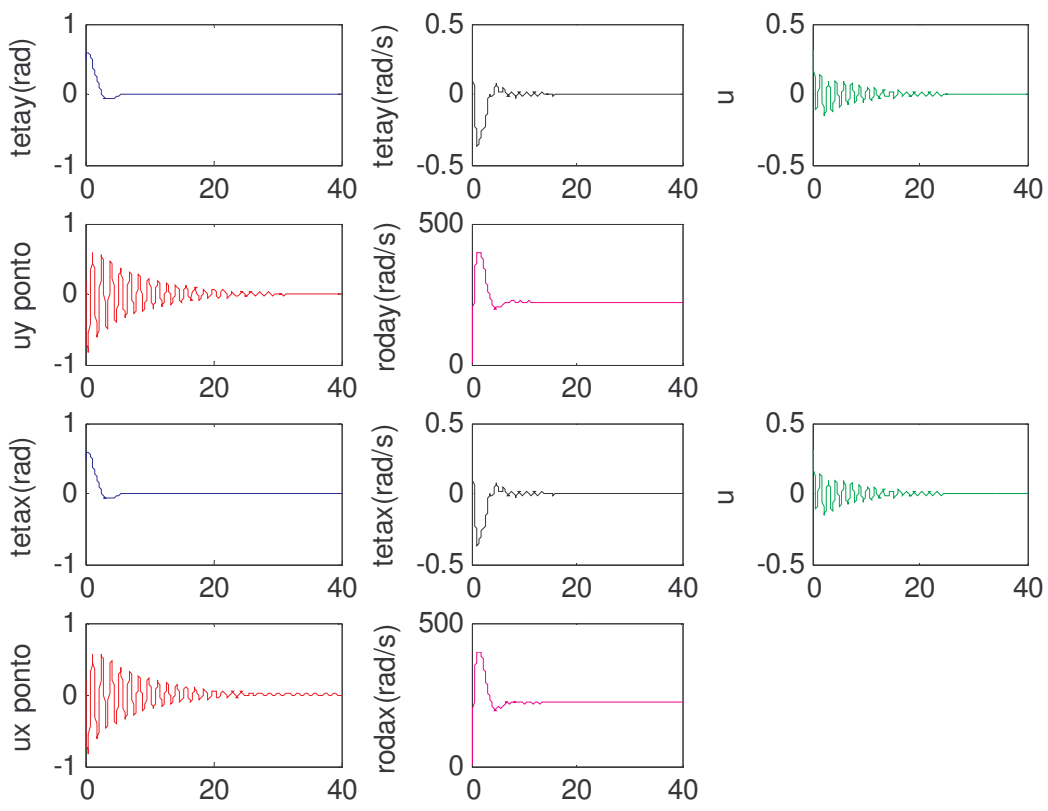
Observou-se que o sistema não foi controlado pelos valores de ganho  $K_1$  e  $K_2$  iguais a 100.

Parâmetros	Valores Nominais
$J_0$	720 kg.m <sup>2</sup>
$J_p$	40 kg.m <sup>2</sup>
$J_R$	1.5 kg.m <sup>2</sup>
$K$	320 kg.rad <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
$K_d$	0,48 kg.rad <sup>2</sup> /s
$L$	2 <sup>1/2</sup> m
$M$	20 kg
$K_1$ e $K_2$	500



Observou-se que o sistema controlou com valores de ganho  $K_1$  e  $K_2$  iguais a 500. A velocidade angular da roda tende a 280 rad/s.

Parâmetros	Valores Nominais
$J_0$	720 kg.m <sup>2</sup>
$J_p$	40 kg.m <sup>2</sup>
$J_R$	1.5 kg.m <sup>2</sup>
$K$	320 kg.rad <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
$K_d$	0,48 kg.rad <sup>2</sup> /s
$L$	2 <sup>1/2</sup> m
$M$	20 kg
$K_1$ e $K_2$	10000



Observou-se que o sistema controlou com valores de ganho  $K_1$  e  $K_2$  iguais a 1000. A velocidade angular da roda tende a 280 rad/s e a vibração diminuiu em relação ao controlador de valor  $K_1$  e  $K_2$  iguais a 500.

## CAPÍTULO 6

O Capítulo apresenta um sumário do trabalho seguido das conclusões obtidas a partir das simulações implementadas e dos resultados de cada caso demonstrado no Capítulo 4.

### **5.1 – Sumário e Conclusões**

Neste trabalho a influência de parâmetro como o momento de inércia da roda de reação e o comprimento do painel no comportamento dinâmico de um satélite artificial Rígido-Flexível, em particular no seu grau de apontamento, é investigado. Basicamente, verificou-se que quando o valor do momento de inércia da roda é aumentado o seu nível de rotação diminui e vice versa, isto indica que no primeiro caso a roda tem mais chance de atingir a sua saturação que no segundo. Quanto à variação do comprimento do painel, verificou-se que quando o painel é maior a estratégia de controle pode ser facilitada devido ao fato do nível de vibração ser menor. Em relação ao ganho, observou-se que há uma melhora significativa quando seu valor é aumentado, então a lei de controle para este caso esta sendo bem desenvolvida. No caso do coeficiente de dissipação dos painéis, pode-se chegar à conclusão que quanto menor seu valor maior são as vibrações dos painéis. Estes resultados são preliminares, entretanto, podem facilitar o projeto de SCA que tenham a tarefa de realizar manobras de atitudes e ao mesmo tempo manter a estabilidade e a forma estática da estrutura flexível, a fim de assegurar o ambiente de micro gravidade e/ou o grau de apontamento da missão.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] DE SOUZA, L.C.G.; SILVA, S. A., “Vibration Control of a Rigid-Flexible Satellite During Attitude Maneuver”. Proceeding of the do 17th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise - ASME, 12-16, September, Las Vegas, Nevada, USA, 1999.
- [2] SILVA, A. R.; SCHÄFER, B.; DE SOUZA, L. C. G.; FONSECA, R. A., " Integrated Linear and Non-linear Parameters Identification for Space Robot Dynamics". *IAF - 51st International Astronautical Congress*. Out. 2000 - Rio de Janeiro, Brazil
- [3] SILVA, A.R.; DE SOUZA, L.C.G. “Control System Flexible Satellite Interaction During Orbit Transfer Maneuver”. Published by American Astronautical Society (AAS) in *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 100 Part I, pp. 541-550, paper AAS 98-343, Ed. Thomas H. Stengle, USA, 1998. ISBN 0-87703-453-2
- [4] SILVA, A R., SCHÄFER, B., DE SOUZA, L.C.G., “Identification and Sensor Failure Detection Algorithms Applied to Space Robotic Joint”. XI CBDO, 04-08 november, Viçosa - MG, 2002, Brazil.
- [5] FENILI. A; DE SOUZA, L.C.G.; GÓES, L.C.S.; BALTHAZAR, J.M., “Investigation of Resonances on a Harmonically Forced Non-Linear Slewing Beam”, Proceeding of the 10th Australian International Aerospace Congress – AIAC 2003, Edited by David J Mee, August, Brisbane – Australia, 2003. ISBN 085- 825-733-5.
- [6] GÓES, L.C.S.; NEGRÃO, R.G.; FENILI, A; DESOUZA, L.C.G.; BALTHAZAR, J.M., “Non-linear dynamics Modelling, Identification and Control of a Slewing Flexible Structure”, Proceeding of the 54<sup>th</sup> International Astronautical Congress – IAC, September 29 – october3, Bremen, Germany, 2003.
- [7] SILVA, A.R.; DE SOUZA, L.C.G.; SCHÄFER, B., “Integrated Identification and Sensor Failure Detection for Space Robotic Joint”, Proceedings of the X International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics – DINAME 10-14th March 2003, Ubatuba – SP – Brazil. Edited by P.R.G. Kurka and A.T. Fleury.
- [8] DA SILVA, L.B.S.; DE SOUZA, L.C.G., “Estudo da Influência dos Parâmetros de um Satélite Rígido-Flexível, no seu Comportamento Dinâmico”, IV Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações – DINCON’2005, 06 à 10 de junho de 2005, Unesp – Bauru – SP – Brasil.

