

## **FOLHA DE APROVAÇÃO**



*“Nenhum problema pode ser resolvido pelo mesmo estado de consciência que o criou.  
É preciso ir mais longe. Eu penso 99 vezes e nada descubro. Deixo de pensar, mergulho  
num grande silêncio e a verdade me é revelada”.*

ALBERT EINSTEIN



*A meus pais,*  
*ALCIDES MOREIRA e*  
*MARIA APARECIDA GRANATO MOREIRA.*





## AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas pessoas que me ajudaram a vencer mais esta etapa da vida.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pelo auxílio financeiro de dois anos de bolsa de mestrado. Também gostaria de agradecer à Fundação de

Ao Departamento de Mecânica e Controle, pela oportunidade de estudos e utilização de suas instalações.

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE pela oportunidade de estudos e utilização de suas instalações.

Aos professores do INPE pelo conhecimento compartilhado.

Ao orientador Prof. Dr. Mario César Ricci pelo conhecimento passado, e pela orientação e apoio na realização deste trabalho, e principalmente pela amizade oferecida

Aos meus amigos e simpatizantes da República {em Heróis da Resistência},  
Thiago Gomes Marçal Pereira (Thunder),  
Alexandre Palma (Xandão),

À minha namorada, pelo amor e compreensão, mesmo nos tempos de difícil compreensão.

A meus pais por sempre acreditarem na importância do estudo e na minha capacidade.





## RESUMO

O número de lançamentos de satélites vem crescendo ano a ano e com isso a busca de um controle de atitude confiável e de baixo custo tornou-se um objetivo a ser perseguido. As técnicas tradicionais baseiam-se em sistemas com volantes de inércia que em geral são grandes e pesados, e convivem com o problema da dessaturação das rodas quando elas atingem seu limite. O primeiro controle baseado em torqueadores magnéticos tinha o papel de atuar como um dispositivo de desaceleração de volantes de inércia. Recentemente, com o desenvolvimento da tecnologia microeletrônica, o sistema de controle de atitude utilizando apenas torqueadores magnéticos tornou-se viável e funciona em vários satélites de comunicação comerciais que orbitam a Terra. O que é de interesse nesse trabalho, entretanto, é obter uma lei de controle eficiente que estabilize satélites com o objetivo de que cumpram suas missões. A dificuldade é que o torque magnético pode ser gerado apenas no plano perpendicular ao campo magnético externo, o que significa que o momento angular na direção do campo magnético não pode ser controlado num instante específico. Entretanto, o sistema é perfeitamente controlável dentro de um intervalo de tempo uma vez que a direção do campo vetorial de controle se altera com o tempo. Para a obtenção dos resultados desejados, introduz-se o controlador linear quadrático para o modelo linearizado. Os resultados das simulações para este método mostram que ele funciona bem para manobras envolvendo pequenos ângulos de atitude. Entretanto, este não é o caso para manobras envolvendo grandes ângulos de atitude. Com o objetivo de obter estabilização em manobras envolvendo grandes deslocamentos angulares é proposto um método linear quadrático modificado.



## **ATTITUDE CONTROLL FOR SMALL SATTELITES USING ONLY MAGNETIC TORQUERS**

### **ABSTRACT**

As more and more small satellites launched in recent years, the low-cost reliable attitude control for these satellites becomes an important issue. The traditional attitude control relies on the momentum wheels which is usually large and heavy and need to consider how to despin it while reaching the limitation of the wheel. The first magnetic torquer control system introduced as a role on momentum wheel despun device. Recently, as the development of microelectronic technology, the attitude control system using only magnetic torquer becomes viable and works on commercial communication satellites orbiting the earth. What we are interested, however, is to derivate as efficient control law to stabilize the satellites to accomplish their missions. The difficulty is that the magnetic torque can be generated only on the plane perpendicular to the external field, which means the angular momentum along the magnetic field direction is uncontrollable at a specific time. However, the system is indeed fully controllable in a time period since the control vector field will change with time. The linear quadratic controller is introduced to the linearized model. The simulation results of this method show that it works fine for a small angle maneuvering; however, it is not the case for large angle maneuvering. In order to achieve large angle stabilization, we provide a modified linear quadratic method and show it is applicable to large angle maneuvering.



## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE SÍMBOLOS .....	16
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS .....	18
CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO.....	20
1.1 Esboço Geral .....	21
CAPÍTULO 2 22	
O CAMPO MAGNÉTIC TERRESTRE (CMT) .....	22
2.1 Modelo do Campo Geomagnético.....	22
CAPÍTULO 3 24	
EQUAÇÕES DINÂMICAS DO SATÉLITE.....	24
3.1 Ângulos de Euler .....	24
3.2 Equações da órbita.....	24
3.3 Equações de rotação do movimento .....	26
3.4 Torque do Gradiente de Gravidade .....	26
3.5 Torques de Controle Magnético .....	27
3.6 Equações não lineares do movimento .....	27
3.7 Equações linearizadas de movimento.....	28
CAPÍTULO 4 29	
LEI DE CONTROLE LINEAR QUADRÁTICO MODIFICADA.....	29
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	30



## LISTA DE SÍMBOLOS

$\vec{V}$	Vetor Potencial
$\vec{B}$	Vetor Campo Magnético
$\phi$	Longitude
$\theta$	Colatitude
$\vec{H}$	Vetor Momento Magnético
$\vec{\tau}$	Vetor Torque
$I$	Matriz do Momento de Inércia
$\vec{\omega}$	Vetor velocidade angular





## **LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS**

CMT Campo Magnético Terrestre



## **CAPÍTULO 1**

### **INTRODUÇÃO**

Os métodos de controle de atitude de espaçonaves têm sido propostos desde que o primeiro satélite fora lançado em 1957.

Todo método deve levar em conta os atuadores que serão utilizados na espaçonave. Estes geralmente são baseados em pressão, atuadores ou torqueadores magnéticos. Atuadores de pressão consomem combustível; portanto, as propriedades da espaçonave tais como massa, momento de inércia, etc., serão alteradas ao longo do tempo. Rodas atuadoras que geram momento produzem um controle mais preciso. Contudo, um dispositivo de amortecimento adicional é necessário para a saturação dos motores ligados às rodas.

Torqueadores magnéticos são indicados para satélites de baixo custo e que possuem operação em órbitas terrestres relativamente baixas.

A utilização de controles de atitude magnéticos para a estabilização em três eixos foi proposta por Musser e Ward [1]. Wisniewski [2] compôs as leis de controle baseadas nos métodos de horizontes finitos e infinitos. Ambos os métodos são válidos para estabilização de pequenos ângulos. Para manobras envolvendo maiores ângulos, variações do Método Linear Quadrático serão utilizadas a fim de atingir o objetivo necessário com maior eficiência.

## 1.1 Esboço Geral

Este trabalho foi dividido em mais três capítulos, descritos a seguir:

- *CAPÍTULO 2 – O Campo Magnético Terrestre*: Neste capítulo são abordados os fundamentos para cálculo e modelagem do campo geomagnético;
- *CAPÍTULO 3 – Equações da Dinâmica do Satélite*: Este capítulo contém a descrição e o detalhamento das equações dinâmicas do satélite .
- *CAPÍTULO 4 – Lei de Controle Linear Quadrático Modificada*: Este capítulo apresenta de maneira sucinta a modelagem do sistema de controle a ser usado no sistema proposto.

## CAPÍTULO 2

### O CAMPO MAGNÉTIC TERRESTRE (CMT)

O CMT é uma das variáveis que afetam a orientação de satélites artificiais em relação ao seu centro de massa, ou seja, afetam a atitude de satélites principalmente quando se encontram em baixas altitudes terrestres (ate 1000 km). Assim, este campo interage com os campos magnéticos do satélite, sejam próprios ou induzidos, residuais ou de controle, o que da origem a torques a torques que influenciam o movimento do satélite. Além disso, o campo geomagnético é utilizado com frequência como referência para observar a atitude através de sensores magnéticos que indicam a direção do campo no satélite. Portanto, para a modelagem e simulações, tanto de movimento dinâmico de atitude quanto das medidas de sensores magnéticos, são necessárias as componentes do campo magnético em função da posição do satélite, calculadas com precisão e rapidez.

#### 2.1 Modelo do Campo Geomagnético

O campo magnético  $\vec{B}$  é dado pelo gradiente de uma função potencial escalar  $V$  que satisfaz a equação de Laplace:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (1)$$

cuja solução pode ser representada pela serie de harmônicos esféricos:

$$V(r, \theta, \phi) = a \sum_{n=1}^k \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi) P_n^m(\theta) \quad (2)$$

onde  $a$  é o raio terrestre;  $g_n^m$  e  $h_n^m$  são os coeficientes de Gauss;  $r$ ,  $\theta$  e  $\phi$  são, respectivamente, a distancia geocêntrica, a co-latitudo e a longitude leste de Greenwich, que definem as coordenadas de qualquer ponto no espaço em relação ao sistema geocêntrico solidário; e  $P_n^m$  é uma função associada a Legendre.

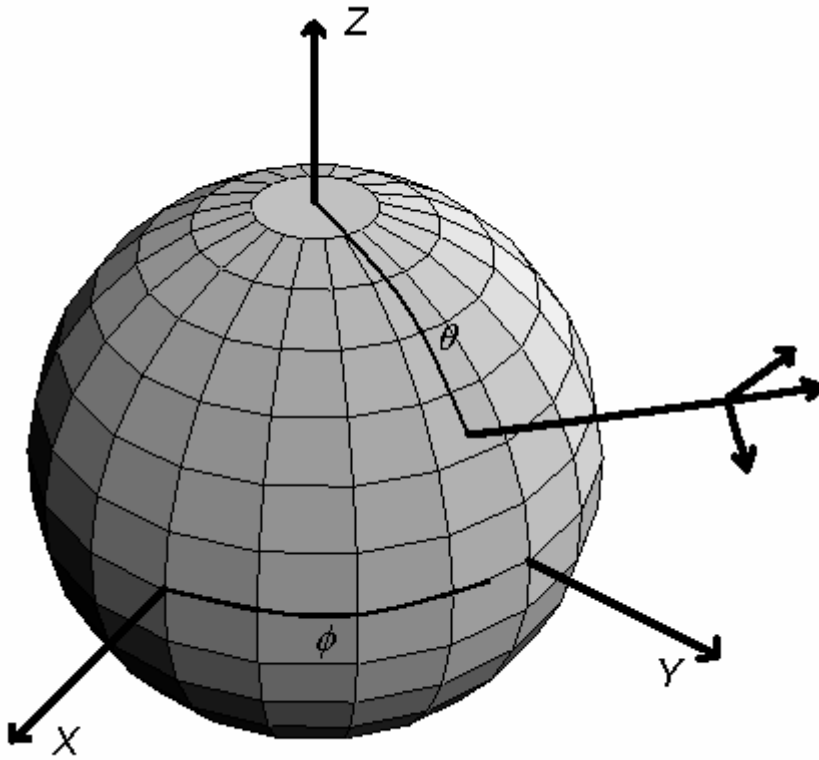


Figura 1.1 Sistemas de referência local e geocêntrico URA 0.2 – Sistemas de referência local (r, θ e φ) e geocêntrico terrestre (X, Y, Z).

Estimativas dos coeficientes de Gauss de 1 a 10, baseadas em medidas do CMT, são calculadas periodicamente pelo Internacional Geomagnetic Reference Field (IGRF), juntamente com uma estimativa dos termos seculares  $g_n^{su}$  e  $h_n^{su}$ . Estes termos servem para ajustar os coeficientes da Gauss á data de interesse, dentro de um período de validade indicado.

Com a função potencial em mãos o cálculo do potencial se dá da seguinte forma:

$$\vec{B} = -\nabla V \quad (3)$$

Fornecendo, portanto, as componentes do campo magnético listadas a seguir:

$$B_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \sum_{n=1}^k \left(\frac{R_+}{r}\right)^{n+2} (n+1) \sum_{m=0}^n (g^{m,n} \cos m\phi + h \sin^{m,n} m\phi) P^{m,n}(\theta)$$

$$B_\theta = -\frac{\partial V}{r \partial \theta} = -\sum_{n=1}^k \left(\frac{R_+}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (g^{m,n} \cos m\phi + h \sin^{m,n} m\phi) \frac{\partial P^{m,n}(\theta)}{\partial \theta}$$

$$B_\phi = -\frac{\partial V}{r \sin \theta \partial \phi} = -\frac{1}{\sin \theta} \sum_{n=1}^k \left(\frac{R_+}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^{n-1} m (g^{m,n} \sin m\phi + h^{m,n} \cos m\phi) P^{m,n}(\theta)$$

## CAPÍTULO 3

### EQUAÇÕES DINÂMICAS DO SATÉLITE

#### 3.1 Ângulos de Euler

Adotaremos três ângulos de Euler definidos sobre 1-2-3 rotações.

$$R = \begin{vmatrix} \cos\theta_2 \cos\theta_3 & -\cos\theta_2 \sin\theta_3 & \sin\theta_2 \\ \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos\theta_3 + \cos\theta_1 \sin\theta_3 & -\sin\theta_1 \sin\theta_2 \sin\theta_3 + \cos\theta_1 \cos\theta_3 & -\sin\theta_1 \cos\theta_2 \\ -\cos\theta_1 \sin\theta_2 \cos\theta_3 + \sin\theta_1 \sin\theta_3 & \cos\theta_1 \sin\theta_2 \sin\theta_3 + \sin\theta_1 \cos\theta_3 & \cos\theta_1 \cos\theta_2 \end{vmatrix}$$

R é a matriz de rotação do corpo em relação à órbita para rotações em X ( $\theta_1$ ), Y ( $\theta_2$ ) e Z ( $\theta_3$ ).

#### 3.2 Equações da órbita

Qualquer curva derivada de uma secção cônica é uma trajetória aceitável para o satélite.

A equação do movimento de uma órbita deve satisfazer

$$r = \frac{p}{1 + e \cos f} \quad (4)$$

Onde p é a semi-latus rectum, e f é a anomalia verdadeira. A excentricidade e determina o tipo da órbita. Neste trabalho estuda-se a órbita circular cuja excentricidade é 1.





### 3.3 Equações de rotação do movimento

As equações rotacionais de movimento para um corpo rígido são

$$\dot{H} = \tau \quad (5)$$

onde  $H$  é o momento angular em torno do centro de massa, e  $\tau$  é o torque aplicado ao corpo rígido.

$$\frac{dH}{dt} = \frac{d}{dt}(I\omega_b^{bi}) \quad (6)$$

Substituindo a equação (6) em (5) teremos as conhecidas equações de movimento de Euler como se segue:

$$I\dot{\omega}_b^{bi} + \hat{\omega}_b^{bi} I\omega_b^{bi} = \tau \quad (7)$$

Se escolhermos o eixo principal de momento como o BODY FRAME, a matriz I será a matriz diagonal denotada por  $I = \text{diag}\{I_1, I_2, I_3\}$ . Sendo assim, as equações de Euler podem ser escritas de uma maneira mais simples:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= \frac{(I_2 - I_3)}{I_1} \omega_2 \omega_3 + \frac{\tau_1}{I_1} \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{(I_3 - I_1)}{I_2} \omega_3 \omega_1 + \frac{\tau_2}{I_2} \\ \dot{\omega}_3 &= \frac{(I_1 - I_2)}{I_3} \omega_1 \omega_2 + \frac{\tau_3}{I_3} \end{aligned} \quad (8)$$

### 3.4 Torque do Gradiente de Gravidade

Para uma espaçonave em órbitas baixas, o gradiente de gravidade gera torque devido à variação da força gravitacional exercida sobre esta. Este pode ser expresso da seguinte forma:

$$\tau_g = 3\omega_0^2 \hat{\theta}_3 x(I\hat{\theta}_3) \quad (9)$$

Onde I corresponde ao momento de inércia da espaçonave,  $\omega_0$  à velocidade orbital e  $\theta_3$  é o vetor unitário da posição geocêntrica da origem do plano de referencia do corpo.

### 3.5 Torques de Controle Magnético

Os torques gerados por torqueadores podem ser descritos da seguinte forma:

$$\tau_m = mxB \quad (10)$$

onde B é o vetor campo magnético e m é o momento de controle magnético.

### 3.6 Equações não lineares do movimento

Considerando todos os torques atuantes sobre o satélite em baixas órbitas, as equações de movimento derivadas das equações (7), (9) e (10) podem ser representadas da seguinte forma:

$$\dot{\omega}_b = -I^{-1}\omega_b x(I\omega_b) + \tau_g + I^{-1}g_m \quad (11)$$

A veloc. Angular é uma função dos ângulos e de suas taxas de variação propostos por Euler sobre a condição de rotação 1-2-3.

$$\begin{pmatrix} \omega_r^1 \\ \omega_r^2 \\ \omega_r^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 & -\sin \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Onde  $w^r$  corresponde à velocidade angular relativa do corpo com relação à órbita.

Agora podemos obter a taxa de variação dos ângulos como sendo:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = (\omega_r^1 \cos \theta_3 - \omega_r^2 \sin \theta_3) \sec \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = \omega_r^1 \sin \theta_3 + \omega_r^2 \cos \theta_3 \\ \dot{\theta}_3 = -\omega_r^1 \cos \theta_3 + \omega_r^2 \sin \theta_3 \tan \theta_2 + \omega_r^3 \end{cases} \quad (13)$$

A veloc.angular relativa será dada por:

$$\begin{cases} \omega_r = \omega_b - \omega_{o/b} \\ \omega_r^1 = \omega_b^1 + \omega_o (\cos \theta_3 \sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_3) \\ \omega_r^2 = \omega_b^2 + \omega_o (\cos \theta_1 \cos \theta_3 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3) \\ \omega_r^3 = \omega_b^3 + \omega_o (-\cos \theta_2 \sin \theta_1) \end{cases} \quad (14)$$

### 3.7 Equações linearizadas de movimento

Para se atingir o nadir-pointing, o plano do corpo deve estar alinhado com o da órbita, implicando o ponto de equilíbrio na origem.

Linearizando as equações (11), (13) e (14) ao redor da origem, obtemos a seguinte equação:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \end{bmatrix} + G(t)m(t) \quad (15)$$

onde,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{4\omega_0^2(I_2 - I_3)}{I_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_0 - \frac{\omega_0(I_2 - I_3)}{I_1} \\ 0 & \frac{3\omega_0^2(I_3 - I_1)}{I_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega_0^2(I_1 - I_2)}{I_3} & -\omega_0 - \frac{\omega_0(I_1 - I_2)}{I_3} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G(t) = \frac{-I^{-1}}{\|B\|} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -B_2^2 - B_3^2 & B_1B_2 & B_1B_3 \\ B_1B_2 & -B_1^2 - B_3^2 & B_2B_3 \\ B_1B_3 & B_2B_3 & -B_1^2 - B_2^2 \end{bmatrix}$$

e o campo magnético é representado no corpo.

## CAPÍTULO 4

### LEI DE CONTROLE LINEAR QUADRÁTICO MODIFICADA

Para que se respeite a lei do controle ótimo, podemos formular o problema como sendo a equação (15) com condições iniciais  $x_0$  e condições limite  $x_f$ .

Desta maneira, a entrada ótima para o controle é obtida através da formula abaixo:

$$u(t) = -R^{-1}B^T(t)e^{A^T(t_0-t)}W^{-1}(t_0, t_f)[x_0 - e^{A(t_0-t)}x_f] \quad (16)$$

Onde  $W(t_0, t_f)$  é a controlabilidade de Grammian.

$$W(t_0, t_f) = \int_{t_0}^{t_f} e^{A(t_0-\tau)}B(\tau)R^{-1}B(\tau)e^{A(t_0-\tau)}d\tau \quad (17)$$

O método LQ aplicado ao problema do nadir-pointing funciona bem para uma pequena condição inicial distante da origem e para um pequeno ângulo de manobra.

Para contornar este problema, a lei de controle LQ foi modificada fazendo-se tornando a realimentação das variáveis de estado uma condição inicial,  $t = t_0$ ,  $x_0 = x(t_0) = x(t)$ . Portanto, a lei de controle se modifica da seguinte maneira:

$$u(t) = -R^{-1}B^T(t)W^{-1}(t, t_f)[x(t) - e^{A(t-t_f)}x_f] \quad (18)$$

Com a modificação da lei, como descrito acima, devemos tomar cuidado com o valor do ganho no estágio final, já que existem barreiras como a limitação do gerador de torque e estabilidade do sistema.

Sendo assim, para evitar a limitação do ganho de entrada, podemos determinar uma região onde não deve haver realimentação. Uma vez que a trajetória caia dentro desta região, o controlador LQ original deve ser utilizado.

A lei total de controla torna-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} u(t) = -R^{-1}B^T(t)W^{-1}(t, t_f)[x(t) - e^{A(t-t)}x_f] \dots t \leq t_f - \delta \\ \text{onde } \delta \text{ satisfaz } \quad \|x(t_f - \delta)\| < \varepsilon \\ u(t) = -R^{-1}B^T(t)e^{A^T(t_0-t)}W^{-1}(t_0, t_f)[x_0 - e^{A(t_0-t)}x_f] \dots t_f - \delta \leq t \leq t_f \end{array} \right.$$

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Keith L. Musser and Ward L. Ebert. "Autonomous spacecraft attitude control using magnetic torquing only." Flight Mechanics/Estimation Theory Symposium, páginas 23-28, 23-24/05/1989. NASA Conference Publication.

Jackson, E. A. **Perspectives of nonlinear dynamics**. Cambridge: Press Syndicate, 1989. 496p.

JacksonB, E. A. **Perspectives of nonlinear dynamics**. Cambridge: Press Syndicate, 1989. 496p.