ESTUDO TEÓRICO DO DETECTOR DE ONDAS GRAVITACIONAIS MARIO SCHENBERG

Liana Cavalcante Lima [36] (ITA, Bolsista CNPq/PIBIC)
Dr. Odylio Denys de Aguiar[37] (INPE/CEA/DAS)
Dr. Rubens de Melo Marinho Jr.[38], (ITA/IEFF)

RESUMO

A bolsista realizou um estudo, iniciado em agosto de 2002, sobre o tema "ondas gravitacionais", cobrindo-o, sob o ponto de vista teórico, quanto à sua física, geração, observação, fontes astrofísicas e detecção, e finalizou o trabalho com um estudo específico sobre o detector de ondas gravitacionais Mario Schenberg.

[36] Aluna do Curso de Infra-estrutura do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). **E-mail:** lianaclima@bol.com.br.
[37] Pesquisador da Divisão de Astrofísica, Coordenação Geral de Ciências Espaciais e Atmosféricas. **E-mail:** odylio@das.inpe.br.Ele é o orientador da aluna neste trabalho de IC.
[38] Professor do Departamento de Física do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). **E-mail:** marinho@fis.ita.br. Ele é o co-orientador da aluna neste trabalho de IC.

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

A INICIAÇÃO CIENTÍFICA NO INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS: UMA RETROSPECTIVA DE NOVE ANOS DE EXISTÊNCIA DO PROGRAMA PIBIC/CNPq NO INPE

RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(PIBIC/CNPq/INPE)

Liana Cavalcante Lima -ITA
E-mail: lianaclima@bol.com.br

Dr. Odylio Denis de Aguiar (DAS/INPE, Orientador)
E-mail: odylio@das.inpe.br

COLABORADORES

Dr. Rubens de Melo Marinho Jr. (IEFF/ITA)

Junho de 2002

ESTUDO TEÓRICO DO DETECTOR DE ONDAS GRAVITACIONAIS MÁRIO SCHENBERG

Liana Cavalcante Lima
Instituto Tecnológico de Aeronáutica
INICIAÇÃO CIENTÍFICA – INPE – PIBIC

16 de abril de 2003

Sumário

1. INTRODUÇÃO

- A importância da detecção de ondas gravitacionais

A descoberta de ondas gravitacionais veio como conseqüência do trabalho de um dos mais respeitados físicos dos tempos modernos, Albert Einstein. Depois de revolucionar os conceitos de espaço-tempo da mecânica com sua Teoria Especial da Relatividade, Einstein viu que a teoria gravitacional de Newton também precisava de uma revisão. Na física relativista, o postulado básico é a proibição contra o envio de qualquer sinal mais rápido que a velocidade da luz em oposição à instantânea ação-à-distância da gravitação newtoniana. Este fato possibilita a existência de ondas gravitacionais, que são deformações na métrica do espaço tempo que se propagam com a velocidade da luz.

Desde que a Teoria Geral da Relatividade foi proposta, em 1916[1], por Einstein, ela tem sido submetida a vários testes, e em todos que já foram realizados obteve êxito. Einstein mostrou que a existência da radiação gravitacional é uma conseqüência direta de sua teoria de gravitação.

A Gravitação tem sempre sido uma ciência em que dados experimentais são difíceis de serem obtidos. Isto faz com que qualquer forma de aprendizado sobre gravitação seja uma fonte potencialmente preciosa. O fato é que temos uma teoria bela, porém quase nenhum experimento, e o grande problema são encontrarmos experimentos significativos para realizarmos. Esta situação causa graves problemas na teoria e no nosso aprendizado de gravitação. Quando não existem experimentos, uma teoria facilmente se transforma em pura matemática formal. Em outros campos da física, a experimentação é vista como um problema de escolha do mais importante dentro de um grande número de possíveis experimentos. Com a gravitação, o problema é diferente. Existem tão poucos experimentos possíveis, e sua importância é tanta que todo e qualquer experimento significativo deve ser realizado.

Isto mostra a grande importância dos detectores de ondas gravitacionais, porque, operando em seus limites de sensibilidade, eles estarão testando mais uma vez a validade da teoria de gravitação de Einstein. Porém, mais do que testar a Relatividade Geral, a detecção de ondas gravitacionais abrirá as portas para uma nova perspectiva do estudo do Universo, e nos ajudará a entendê-lo melhor.

• Os detectores de ondas gravitacionais

As ondas gravitacionais são perturbações na curvatura local do espaço-tempo, que viajam pelo espaço à velocidade da luz, e excitam os modos normais de oscilação quadripolares de corpos elásticos, por onde passam. O monitoramento dessas excitações torna possível a detecção direta das ondas gravitacionais e, conseqüentemente, a obtenção de informações sobre fontes astrofísicas emissoras de radiação gravitacional. Os instrumentos desenvolvidos com tal função são denominados detectores de ondas gravitacionais.

Os primeiros detectores de ondas gravitacionais, com forma cilíndrica, ou de barras, foram construídos nos anos 60. Desde então, muitos avanços têm sido obtidos, e a sensibilidade dos instrumentos que estão sendo desenvolvidos está atingindo os patamares exigidos teoricamente para se captar sinais gerados por eventos astrofísicos pelo universo afora. A idéia de se construir detectores esféricos ultracriogênicos tem ganhado adeptos, entre os quais destaca-se o projeto brasileiro GRÁVITON, cuja fase atual consiste na construção do detector Mário Schenberg, objeto de estudo deste trabalho. Instrumentos com as características do detector Schenberg representam a próxima geração de detectores por massa ressonante.

O detector Mário Schenberg, por ser esférico, apresenta vantagens práticas em relação aos primeiros detectores de massa ressonante construídos, pois um único detector esférico será capaz de determinar tanto a direção quanto as componentes tensoriais de uma onda gravitacional incidente. O número de modos normais de oscilação que acoplam fortemente com uma onda gravitacional (cinco, contra apenas um apresentado pelas barras), aumenta a capacidade de detecção independente do sistema de um grande número de informações, quando comparado com os detectores cilíndricos.

Este trabalho tem como objetivo o estudo da base teórica sobre a qual estão os detectores de ondas gravitacionais, em especial o detector brasileiro Mário Schenberg, e mostrar como o trabalho dos detectores pode nos fornecer tantos conhecimentos acerca do universo.

2. A RADIAÇÃO GRAVITACIONAL

Um dos assuntos centrais na Teoria Geral da Relatividade sempre tem sido a questão da radiação gravitacional. Ondas gravitacionais nunca foram observadas. Os primeiros ensaios sobre a possibilidade de existência da radiação gravitacional foram feitos por Heaviside, em forma de um apêndice, no seu livro "Electromagnetic Theory", publicado em 1893. Menos de uma década depois outras duas publicações abordaram o assunto, uma em 1900, assinada por H.A.Lorentz, e a outra de 1905, de autoria de H. Poincaré[2]. Porém, a primeira derivação da equação de onda gravitacional a ter expressão na comunidade científica foi apresentada à *Königlich Preussichen Akademie de Wissenschaften*, de Berlim, em junho de 1916[3], por Albert Einstein, o qual assinou uma segunda publicação em janeiro de 1918[4] sobre o mesmo tema.

Publicado alguns meses depois de sua Teoria da Relatividade Geral, o primeiro artigo de Einstein restringia-se à emissão de ondas gravitacionais fracas (e linearizadas), que se propagam pelo espaço-tempo plano. O segundo tratava da derivação quadripolar da radiação gravitacional[5,6].

Nos anos seguintes, Weyl e Eddington refinariam o trabalho inicial de Einstein até que, na metade da década do século passado, a teoria linearizada das ondas gravitacionais estaria completamente entendida[7,8].

3. ONDAS GRAVITACIONAIS

Ondas Gravitacionais são distorções na métrica do espaço-tempo que se propagam com a velocidade da luz. A existência dessas ondas foi provada matematicamente por Albert Einstein, em 1916 [3], como uma solução radiante das equações de campo

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\kappa T_{\mu\nu}$$

de sua teoria da Relatividade Geral [1], onde $R_{\mu\nu}$ é o tensor de Ricci, $g_{\mu\nu}$ a métrica do espaço-tempo, R o escalar de curvatura, $T_{\mu\nu}$ o tensor de momentum energia $\kappa = 8\pi G / c^4$, G é a constante de gravitação universal e c a velocidade da luz. Einstein, usando a equação do campo fraco

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

onde $\eta_{\mu\nu}$ é a métrica de Minkowski e $\| h_{\mu\nu} \| << 1$, tal que termos de ordem superior a primeira possam ser desprezados, mostrou que na ausência de fontes, as quantidades

$$h'_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h^{\alpha}_{\alpha}$$

satisfazem

$$\Box h'_{\mu\nu} = 0$$

num sistema de coordenadas onde

$$\frac{\partial h'_{\mu\nu}}{\partial x^{\nu}} = 0 \,,$$

é conhecida como condição de Gauge. Nesta aproximação, as equações de campos são lineares e ondas transversais podem ser facilmente obtidas[9, 10, 11]. Das 16 componentes de $h_{\mu\nu}{}^{1}$, apenas 2 são independentes

$$| h_{\mu\nu} | = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{xx} & h_{xy} & 0 \\ 0 & -h_{yx} & h_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

dando origem a onda com dois estados de polarização

$$h_{xx} = h_+ = \Re(A_+ e^{-i[\omega(t-z/c)+\phi_+]})$$
$$h_{xy} = h_\times = \Re(A_\times e^{-i[\omega(t-z/c)+\phi_\times]}).$$

A deformação que uma onda gravitacional produz quando incide perpendicularmente sobre o plano de uma circunferência, onde estão dispostas partículas livres, pode ser visto na Fig. 1, para 5 instantes de um ciclo.

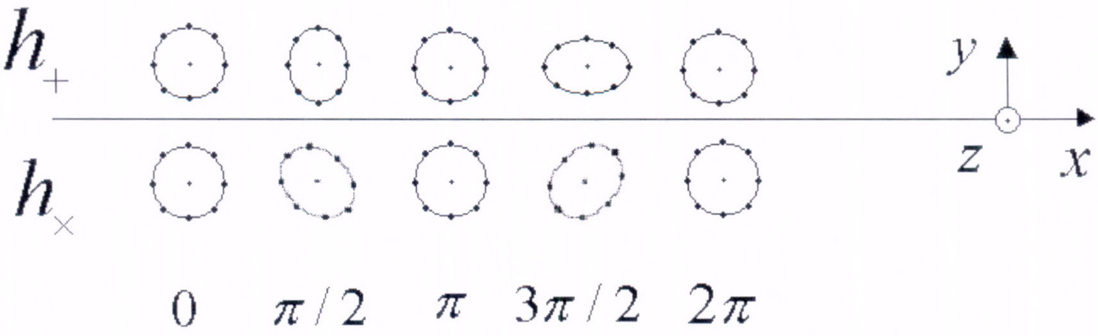

Figura 1: Distorção de uma circunferência de partículas livres devido a forças induzidas pela passagem de uma onda gravitacional com polarização h_+ ou $h_\times$.

Assim como ondas eletromagnéticas aceleram cargas quando passam por uma região contendo cargas livres, ondas gravitacionais predizem forças de maré acelerando massas durante sua passagem. Entretanto, no caso de ondas gravitacionais, devido ao princípio d equivalência, essas acelerações são relativas e não podem ser sentidas localmente, mas somente entre dois pontos. O efeito da perturbação transitória sobre a métrica pode ser sentido como força de maré entre pares de massas ou ao longo de um corpo extenso. Essa força relativa F, no caso de uma onda gravitacional com polarização positiva incidindo perpendicularmente à linha que liga as duas massas m a uma distância $2L$, está relacionada com a perturbação da métrica de acordo como a equação

$$F = \frac{1}{2} mL \frac{\partial^2 h_+}{\partial t^2}.$$

De um modo mais geral a deformação

$$h = \sqrt{h_+^2 + h_\times^2}$$

é uma amplitude adimensional que pode ser medida por detectores de ondas gravitacionais. Entretanto, uma quantidade mais útil que dá uma melhor indicação da sensibilidade do detector, a sensibilidade espectral da deformação, em unidades de $1/\sqrt{Hz}$ é usada. Esta quantidade leva em consideração a banda onde o sinal está presente.

- A Fórmula do Quadripolo

Em analogia com as ondas eletromagnéticas, as quais podem ser geradas por aceleração de cargas, ondas gravitacionais são produzidas por aceleração de massas. Einstein [4] mostrou que elas são irradiadas sempre que a derivada terceira temporal do momento de quadripolo de uma fonte material é diferente de zero, de acordo com a equação

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{G}{5c^4}\left(\frac{d^3Q_{ij}}{dt^3}\right)^2$$

onde

$$Q_{ij} = \int \rho \left(x_i x_j - \frac{1}{3}\delta_{ij} r^2 \right) d^3x$$

e ρ a densidade de massa da fonte.

A constante universal, na equação $\frac{dE}{dt} = -\frac{G}{5c^4}\left(\frac{d^3Q_{ij}}{dt^3}\right)^2$ dá uma indicação de que a menos que $\dddot{Q}_{ij}$ envolva energias de proporções astronômicas, a energia irradiada será extremamente pequena. Sendo assim acredita-se que, como os detectores atuais, só será possível detectar ondas gravitacionais caso elas sejam produzidas a partir de fontes materiais altamente anisotrópicas que tenham velocidades relativísticas e dimensões iguais a G/c^2 vezes as suas respectivas massas.

4. GERAÇÃO DE ONDAS GRAVITACIONAIS

A existência de ondas gravitacionais seria apenas de interesse formal se não existisse forma de gerá-las. Existem, é evidente, mecanismos para fazermos isto. A intuição física que os físicos aprenderam a partir do estudo das ondas eletromagnéticas é aplicável, pelo menos por analogia, ao caso gravitacional. Assim como na eletrodinâmica, a medição de ondas gravitacionais pode ser expressa exatamente em termos de um potencial de retardo. Porém, novamente, assim como na eletrodinâmica, na maioria dos problemas práticos, é bem mais simples trabalhar com as aproximações conhecidas como a expansão multipolar, apropriada no limite de que o tamanho da fonte é bem menor que o comprimento de onda, $\frac{r_{fonte}}{\lambda} << 1$.

Retomando isto no típico problema de radiação eletromagnética, a contribuição dominante para o campo de radiação vem da variação do tempo do momento de dipolo elétrico, expresso como

$$\vec{E} = \frac{1}{Rc^2}(\ddot{\vec{d}} \times \vec{n}) \times \vec{n} \,.$$

Nesta equação, R é a distância da fonte ao observador, $\vec{n}$ é o vetor unitário apontando da fonte ao observador, e $\vec{d}$ é o momento de dipolo elétrico, definido como

$$\vec{d} \equiv \int dV \rho_q(\vec{r})\vec{r} \,.$$

Por que não existe radiação de monopolo magnético? Para tal termo, nós requereríamos uma variação de tempo no "momento de monopolo", ou seja, na carga elétrica total da fonte. Porém, desde que nenhuma mudança na carga total de um sistema isolado é permitida, a radiação de monopolo é proibida. O que mais pode acontecer são as cargas poderem se mover de uma região da fonte isolada para outra. Estes movimentos dão origem a um aumento no dipolo e a altos momentos na expansão.

A grande similaridade entre a lei de gravitação newtoniana e a Lei de Coulomb dá razão para esperar-se que uma profunda analogia irá persistir nas suas generalizações relativísticas, na relatividade geral e na teoria de Maxwell. Claro, existem diferenças cruciais muito bem conhecidas, até mesmo no nível pré-relativístico. Dentre os mais importantes está o fato de que existem dois sinais possíveis para a carga elétrica (positiva e negativa), enquanto que para a massa, apenas um sinal é possível. Além disso, a carga gravitacional é, pelo princípio da Equivalência, também a medida de inércia de um corpo. Estas características trazem leis adicionais de conservação para o processo de radiação.

A conservação da energia atua com a mesma regra para radiação gravitacional, assim como a conservação da carga no caso eletromagnético.

Então não existe o termo monopolo para radiação gravitacional também. E sobre momentos de dipolo? Pode-se definir momento de dipolo gravitacional como:

$$\vec{d}_g \equiv \int dV \rho(\vec{r})\vec{r},$$

com $\rho(\vec{r})$ sendo a densidade de massa, e $\vec{r}$ medido relativamente a qualquer origem escolhida. Porém, a lei de conservação do momento requer que $\dot{\vec{d}}_g$ persista como uma constante para qualquer sistema isolado. Sem a possibilidade de grandes derivadas temporais, não poderia existir nenhuma radiação associada com este momento de distribuição de massa. Nós também podemos definir uma analogia gravitacional do momento de dipolo magnético:

$$\vec{\mu}_g \equiv \int dV \rho(\vec{r})\vec{r} \times \vec{v}(\vec{r}).$$

Porém, isto poderia permanecer constante, por causa da lei de conservação do momento angular. Então, a esta altura, nenhuma onda gravitacional é gerada.

Um quase possível começo para o desespero é que existe uma conspiração na natureza que proíbe a radiação gravitacional como um todo. Mas de fato, nós fugimos das relevantes leis de conservação. Altos momentos de distribuição de massa podem variar, e vão de fato gerar ondas gravitacionais. No caso típico, onde movimentos dentro do campo são lentos quando comparados com a velocidade da luz, é a variação com o tempo do momento de quadripolo gravitacional que contribui mais fortemente. Nós podemos definir o momento de quadripolo reduzido como

$$I_{\mu\nu} \equiv \int dV (x_\mu x_\nu - \frac{1}{3}\delta_{\mu\nu} r^2)\rho(\vec{r}).$$

(É chamado reduzido porque esta definição é menor por fatores constantes de que outras definições populares de momento de quadripolo.) Tal cálculo é mais fácil de se realizar quando a gravidade na fonte é fraca, a ponto de podermos tratar os movimentos como ocorrências no espaço-tempo plano. Porém, o momento permanece bem definido mesmo no caso de gravidade forte. Poderia ser sempre medido, em princípio, por um observador (não tão) distante, assim como o coeficiente do termo de quadrupolo na quase-newtoniana expansão do potencial gravitacional. Podemos agora escrever a equação análoga da $\vec{E} = \frac{1}{Rc^2}(\ddot{\vec{d}} \times \vec{n}) \times \vec{n}$, para o momento de quadripolo da radiação gravitacional. Ela é:

$$h_{\mu\nu} = \frac{2G}{Rc^4}\ddot{I}_{\mu\nu}$$

onde o lado direito é para ser avaliado no tempo de retardo $t - R/c$.