Relatório Final de Iniciação Científica
INPE - CNPq

MANOBRAS ORBITAIS MULTI-IMPULSIVAS

Bolsista: Gislaine de Felipe
Orientador: Antonio F. Bertachini A. Prado

junho / 97

ESTUDO DE MANOBRAS ORBITAIS MULTI-IMPULSIVAS

Gislaine de Felipe
Aluna da Universidade de Taubaté - Bolsa PIBIC/CNPq
Orientador: Dr. Antonio F. Bertachini de Almeida Prado
Pesquisador da Divisão de Mecânica Espacial e Controle
Avenida dos Astronautas, 1758 - Caixa Postal 515

Este trabalho estuda o problema de transferências entre duas órbitas coplanares elípticas que extremizam o impulso aplicado (consumo de combustível).

Efetuar uma transferência orbital significa transladar um veículo espacial de um ponto para outro no espaço, entre órbitas diferentes.

A transferência torna-se necessária quando ocorrem desvios nos parâmetros nominais da órbita do satélite, fazendo com que o mesmo se encontre em uma trajetória diferente da pré-estabelecida. Esta transferência também pode estar prevista na própria missão, pois é em geral mais fácil colocar um satélite em uma órbita intermediária e depois transferí-lo para a órbita desejada, do que tentar colocá-lo diretamente na órbita pretendida.

O problema de transferências ótimas (no sentido de redução de consumo de combustível) entre duas órbitas coplanares Keplerianas tem sido investigado há mais de 40 anos. Em particular, muitos artigos resolvem este problema para um sistema de controle impulsivo, com um número fixo de impulsos. A literatura apresenta muitas soluções para casos particulares, como as transferências de Hohmann e Hoelker-Silber entre duas órbitas circulares e suas variantes para elipses com geometrias particulares.

Neste trabalho, são implementados e testados os métodos que fornecem a solução deste problema para uma transferência entre duas órbitas coplanares elípticas com dois ou três impulsos. Outra questão analisada é o ângulo de transferência para a manobra bi-impulsiva.

Os resutados mostram que a transferência bi-impulsiva é vantajosa para transferências envolvendo mudanças apenas no argumento do perigeu e/ou na excentricidade. Já a manobra tri-impulsiva é sempre vantajosa quando a manobra altera apenas o semi-eixo maior da órbita. Nos casos onde o semi-eixo maior é alterado juntamente com o argumento do perigeu ou com a excentricidade, a decisão sobre qual a melhor manobra tem que ser feita, caso a caso, conforme mostrado nas tabelas 1 à 6. Essas tabelas mostram apenas parte dos resultados obtidos, já que não existe espaço suficiente para todos os resultados obtidos. Os símbolos utilizados são: a = semi-eixo maior, e = excentricidade, ω = argumento do perigeu, ΔV_{bi} = Variação da velocidade na transferência bi-impulsiva, ΔV_{tri} = Variação da velocidade na transferência tri-impulsiva, σ = ângulo de transferência para a manobra bi-impulsiva, $\Delta VD = |\Delta V_{bi} - \Delta V_{tri}|$.

Do ponto de vista de ângulo de transferência da manobra bi-impulsiva, os resultados mostram que todas as manobras que envolvem excentricidade possuem como solução σ igual a 180°, bem

Índice:

Índice:

Cronograma

Cronograma

O projeto desenvolvido no INPE em continuidade do projeto de Otimização de Trajetórias no Problema de dois e três corpos obedeceu ao seguinte cronograma:

a) Estudo inicial sobre as teorias do projeto;

b) participação no Curso de Fortran oferecido pelo INPE;

c) o desenvolvimento de um programa que permitisse o cálculo e manobras de transferência de órbita multi-impulsivas;

d) apresentação do trabalho sobre o Estudo de Trajetórias Espaciais no I Seminário de Iniciação Científica da Unitau;

e) participação no projeto do Dr. Roberto V. F. Lopes sobre os limites para sucessivos swing-bys;

f) apresentação dos dois trabalhos citados acima no VIII Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital;

g) auxílio na preparação do livro de resumos do referido Colóquio;

h) simulações de manobras espaciais bi-impulsivas;

i) auxílio na especificação e montagem dos equipamentos de informática obtidos junto a FAPESP para esse projeto;

j) participação na Escola de Verão em Dinâmica Orbital e Planetologia, realizado na Faculdade de Engenharia Júlio de Mesquita Filho - UNESP, em Guaratinguetá, no período de 27 à 31 de janeiro.

l) a confecção de relatório preliminar;

m) simulações de manobras espaciais tri-impulsivas;

n) comparação das simulações bi-impulsivas e tri-impulsivas para um caso específico;

o) elaboração de um software que permitisse o cálculo para encontro de veículos espaciais por três diferentes métodos;

p) elaboração deste relatório e prepação para o SICINPE.

A fase inicial de Treinamento ocorreu durante os primeiros meses e incluiu um estudo sobre a "Determinação de Órbitas e Manobras Orbitais" e sobre "Transferência de órbitas e encontro de veículos espaciais" por meio de apostilas desenvolvidas por Kondapalli Rama Rao e Maria Cecília Zanardi, respectivamente, as quais continuaram a ser utilizadas no decorrer do projeto.

Estes estudos foram acompanhados pelo meu orientador o qual auxiliou-me na aprendizagem e desenvolvimento do projeto.

Na fase de Aprendizagem, providenciou-me a seqüência dos trabalhos realizados, e a oportunidade de participar de um curso de FORTAN - Básico com o prof. Carlos Shinya Shibata, ministrado no INPE. Durante esta fase também tive a oportunidade de aprender Visual Basic para a confecção de uma parte do projeto e utilizar vários Softwares permitindo-me entre outras coisas, a elaboração deste relatório.

São eles: Grapher 4.0; Word for Windows 6.0; Paintbrush; Instant Artist; HP Deskscan II; Corel Draw 5.0; Matlab; etc.

Tendo uma base desses principais conhecimentos, dei continuidade ao Desenvolvimento do projeto, onde formulei um algoritmo para estudar divesas opções para manobras de transferência orbital.

Desenvolvi então programas em Visual Basic, os quais geram dados de variações nas velocidades requeridas e tempo gasto durante a transferência para diversos tipos de manobras, inclusive com transferências tri-impulsivas.

A próxima etapa foi a simulação de manobras de transferência orbital bi-impulsivas, onde obtivemos algumas conclusões que serão vistas no decorrer deste relatório.

Durante este período, auxiliei na elaboração de um software em Matlab para auxiliar na questão das manobras assistidas pela gravidade, verificando se existem limites para sucessivas manobras.

Ainda auxiliei na confecção do livro de Resumos do VIII Colóquio de Dinâmica Orbital, realizado no período de 18 a 22 de novembro de 1996, e elaborei dois painéis para apresentação de trabalhos, desenvolvidos dentro das minhas atividades de iniciação científica, neste Colóquio.

A próxima etapa foi a simulação de manobras de transferência orbital tri-impulsivas, onde obtivemos algumas conclusões que serão vistas no decorrer deste relatório, passamos a maior parte do período fazendo comparações entre os dois métodos de transferência através das simulações dos softwares.

Capítulo 1:

Capítulo 1:

"DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA E MANOBRAS ORBITAIS"

1.1-introdução:

Determinar a órbita de um corpo celeste é estimar o tamanho, a forma e a orientação desta órbita no espaço, bem como especificar a posição do corpo num dado instante.

Manobras orbitais são as tarefas de transferências e correções nos elementos orbitais para colocar e/ou manter o satélite na órbita especificada.

1.2-Determinação da órbita:

Para se determinar a órbita, Isaac Newton (o primeiro a efetuar essa tarefa em 1687), partiu de três observações do corpo em questão.

Outro método que surgiu, desenvolvido por Carl Frederich Gauss no começo do século 19, é chamado de "DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA À PARTIR DA VISUALIZAÇÃO ÓTICA".

Para a determinação deste método os dados usados foram:

-ângulos de ascensão reta (α): medidos no plano do Equador celeste, na direção leste à partir da direção do ponto Vernal;

-declinação (δ): medida na direção norte à partir do Equador celeste até a linha de visada.

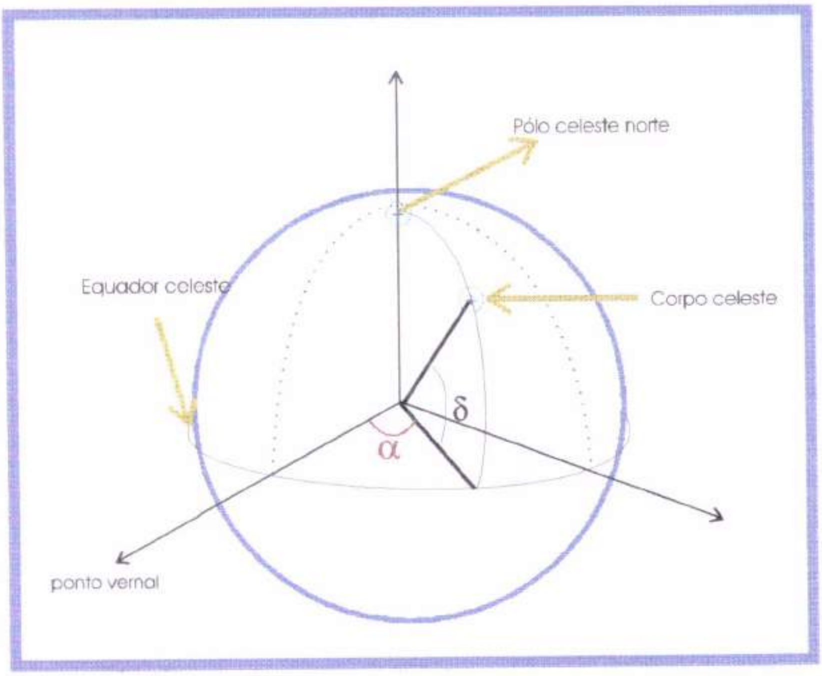


FIG.1.1 - Sistema de coordenadas de ascensão reta e declinação (Rama Rao, 1994)

O método de Gauss, pode ser simplificado usando dados de dois vetores de posição e o tempo de vôo entre eles.

Gauss também inventou o MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS, que minimiza a soma dos quadrados dos elementos do vetor E, e estima o estado X do sistema dinâmico

$$\mathbf{Y} = \Psi(\mathbf{X}) + \mathbf{E}$$

onde: E é o vetor dos erros

Y está relacionado com X através de uma função vetorial Ψ.

Este método é usado para minimizar a diferença entre as trajetórias observadas e computadas nas observações feitas por radar.

E ainda usando análise vetorial pura, Gibbs (físico americano) desenvolveu: "O MÉTODO DE DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA À PARTIR DE TRÊS VETORES DE POSIÇÃO".

1.3- Manobras orbitais básicas:

No caso dos foguetes, usa-se uma propulsão contínua desde a decolagem até o fim-de-queima num ponto da órbita desejada. A injeção é planejada no perigeu com ângulo de caminho de vôo igual a zero graus. É mais comum usar foguetes de mais estágios, pois qualquer desvio na velocidade no ponto final de queima ou no ângulo de caminho de vôo pode colocar o satélite numa órbita errada.

Nos casos de lançamento em altitudes mais altas, usa-se fazer duas ou mais fases de propulsão, separadas por fases sem queima (fases balísticas), dependendo dos requisitos da missão. Esta técnica é usada quando a altitude do ponto de injeção for maior que 250 km.

Devido à pequenos erros:

-na altitude de fim-de-queima;

-na velocidade;

-no ângulo de caminho de vôo;

são necessárias algumas correções de órbita durante a vida útil do satélite. Estas manobras podem ser feitas variando-se a velocidade do satélite em pontos apropriados da sua órbita. Lembre-se de que a velocidade orbital de um veículo espacial é dada por:

$$V = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}; \quad \text{onde: } \mu = Gm$$

V... é a velocidade do satélite;

G... é a constante universal da gravitação;

m... é a massa da Terra;

r ... é o vetor posição do satélite;

a ... é o semi-eixo maior da órbita;

Assim, uma variação na velocidade causa uma variação na altitude (dentro do plano orbital) mudando a forma ou o tamanho da órbita. Assim sendo, temos as equações:

$$\Delta \mathbf{h}_a = \left(\frac{4\mathbf{a}^2}{\mu} \right) \mathbf{V}_a \Delta \mathbf{V}_p$$

onde: Δ $\mathbf{h}_a$ ... é a variação na altitude do apogeu;

V_p ... é a velocidade do perigeu;

$$\Delta \mathbf{h}_p = \left(\frac{4\mathbf{a}^2}{\mu} \right) \mathbf{V}_a \Delta \mathbf{V}_a$$

onde: Δh_p... é a variação na altitude do perigeu;

V_a ... é a velocidade do apogeu;

Para causar uma variação do plano orbital no espaço precisa-se de um ΔV (variação da velocidade) que possua uma componente não-nula na direção perpendicular ao plano orbital.

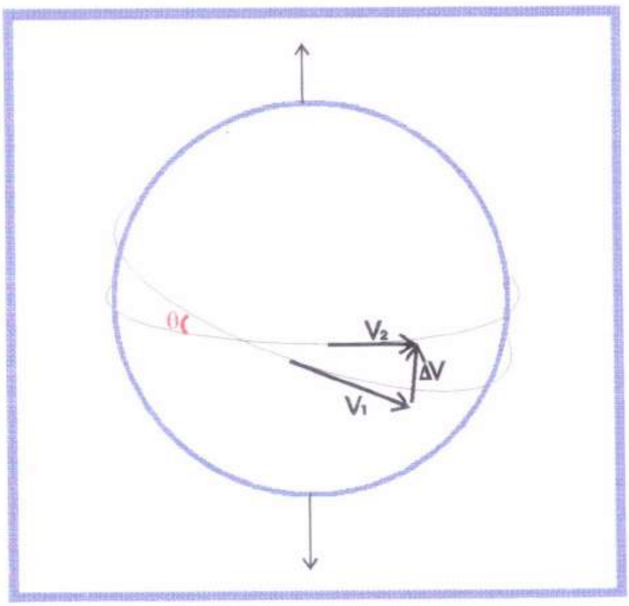


FIG.1.2 - Mudança na inclinação orbital (Rama Rao, 1994)

EXEMPLO: Para se lançar um satélite de órbita circular em uma altitude elevada, pode-se lançá-lo primeiramente em uma órbita mais baixa (ao alcance do lançador) e depois transferi-lo para órbitas mais altas. Existem diversas formas para se atingir esse objetivo, a mais conhecida delas sendo a TRANSFERÊNCIA DE HOHMANN. Ver FIG 1.3.

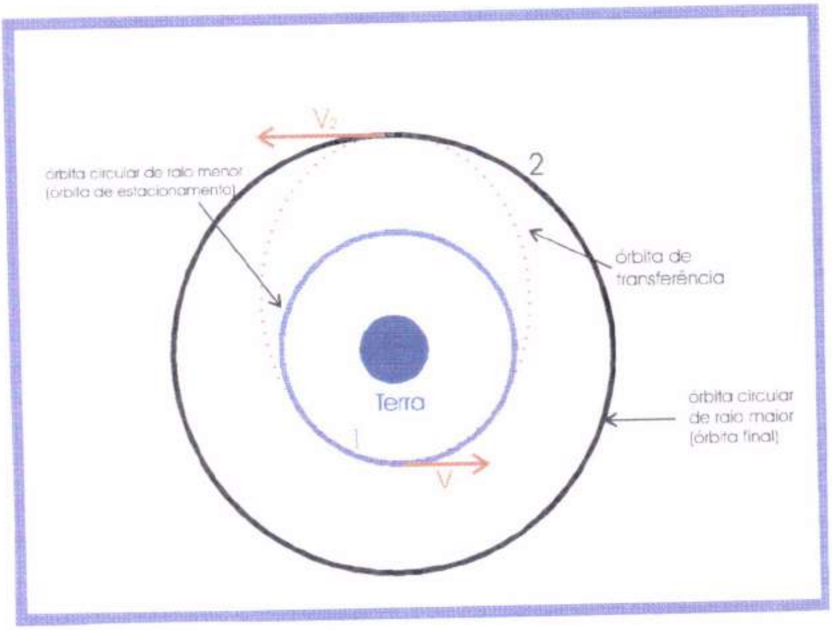


FIG.1.3 - Esquema da Transferência de Hohmann (Rama Rao, 1994)

Essa transferência é feita com dois acréscimos na velocidade em pontos específicos e se aplica a uma transferência de uma órbita circular de raio menor para uma de raio maior. Com dois decréscimos, pode-se fazer uma transferência de uma órbita circular de raio maior para uma de raio menor.

RELAÇÕES VÁLIDAS PARA SE FAZER UMA TRANSFERÊNCIA COPLANAR ENTRE ÓRBITAS CIRCULARES: (Transferência de Hohmann) (Rama Rao, 1994)

$$\mathbf{E}_t = -\left(\frac{\mu}{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}\right)$$
$$\mathbf{V}_{c1} = \sqrt{\frac{\mu}{\mathbf{r}_1}}$$
$$\mathbf{V}_1^{\,2} = 2\left(\frac{\mu}{\mathbf{r}_1}\right) + 2\mathbf{E}_t$$
$$\Delta\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_{c1}$$
$$\mathbf{V}_{c2} = \sqrt{\frac{\mu}{\mathbf{r}_2}}$$
$$\mathbf{V}_2^{\,2} = 2\left(\frac{\mu}{\mathbf{r}_2}\right) + 2\mathbf{E}_t$$
$$\Delta\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_{c2} - \mathbf{V}_2$$
$$\Delta\mathbf{V} = \Delta\mathbf{V}_1 + \Delta\mathbf{V}_2$$
$$\mathbf{T} = \pi\sqrt{\frac{\mathbf{a}_t^{\,3}}{\mu}}$$

onde:

E_t é a energia da órbita de transferência;

V_{c1} é a velocidade do satélite na órbita circular menor;

V_1 é a velocidade do satélite no ponto 1, na órbita de transferência;

ΔV_1 é a variação da velocidade no ponto 1;

V_{c2} é a velocidade do satélite na órbita circular menor;

V_2 é a velocidade do satélite no ponto 2, na órbita de transferência;

ΔV_2 é a variação da velocidade no ponto 2;

ΔV é a variação total requerida para completar a transferência;

T é o tempo de vôo (tempo em que o satélite leva para ir do ponto 1 até o ponto 2, isto é, metade do período da elípse de transferência).

OBSERVAÇÃO: A transferência só é possível quando:

O raio menor r_p (do perigeu) da órbita elíptica da transferência for igual ou menor do que o raio da órbita circular menor, e o raio maior r_a (do apogeu) da órbita de transferência for maior do que o raio da órbita circular maior. (ver figs. 1.4 e 1.5)

MATEMATICAMENTE:

$$\mathbf{r}_p = \frac{\mathbf{a}(1-\mathbf{e}^2)}{1+\mathbf{e}} \leq \mathbf{r}_1,$$
$$\mathbf{r}_a = \frac{\mathbf{a}(1-\mathbf{e}^2)}{1-\mathbf{e}^2} \geq \mathbf{r}_2$$
$$\mathbf{p} = \mathbf{a}(1-\mathbf{e}^2)$$

onde:

"p" é o parâmetro da órbita elíptica;

"a" e "e" são os valores do semi-eixo maior e da excentricidade da órbita de transferência.

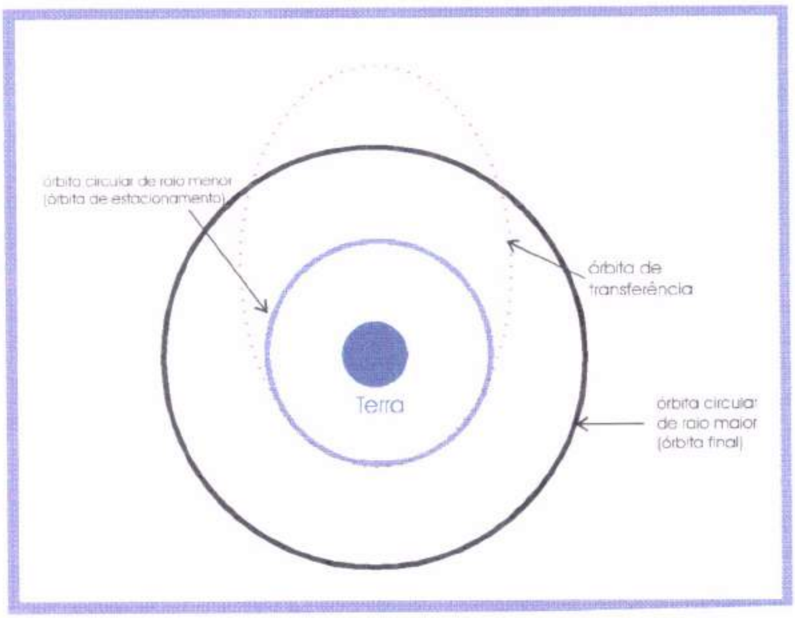


FIG.1.4 - Transferência geral entre 2 órbitas circulares (Rama Rao, 1994)

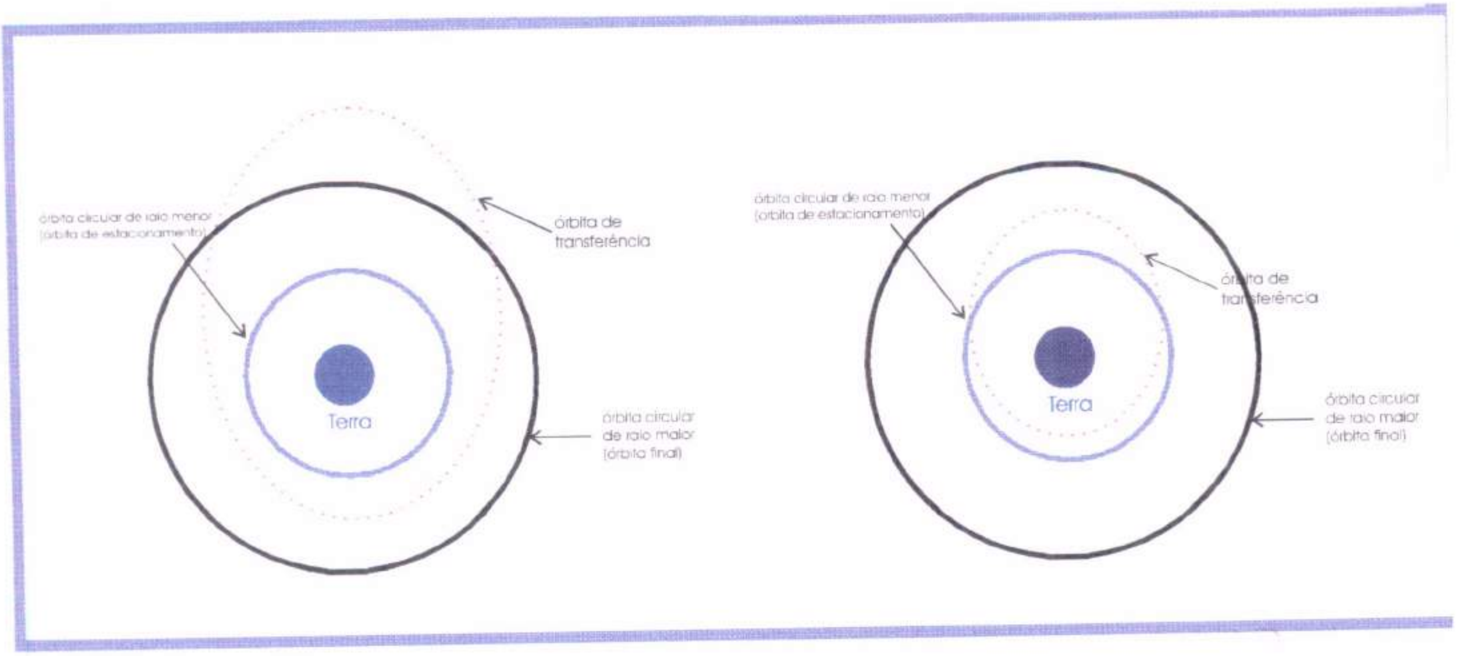


FIG.1.5 - Transferências impossíveis (Rama Rao, 1994)

RELAÇÕES VÁLIDAS PARA A TRANSFERÊNCIA DE ÓRBITAS CIRCULARES

$$\mathbf{E}_t = \frac{-\mu(1-\mathbf{e}^2)}{2\mathbf{p}}$$

$$\mathbf{h}_t = \sqrt{\mu\mathbf{p}}$$

$$\cos\phi = \frac{\mathbf{h}_t}{\mathbf{r}_1\mathbf{v}_1}$$

$$\Delta\mathbf{V}_1^{\,2} = \mathbf{V}_1^{\,2} + \mathbf{V}_{c1}^{\,2} - 2\mathbf{V}_1\mathbf{V}_{c1}\cos\phi$$

(O caso f = 0, equivale a transferência de Hohmann)

Capítulo 2:

Capítulo 2:

"TRANSFERÊNCIA DE ÓRBITAS"

2.1-Introdução:

Fazer a transferência de uma órbita é transladar um veículo espacial de um ponto para outro no espaço entre órbitas diferentes.

A transferência torna-se necessária quando ocorrem erros nos parâmetros nominais da órbita do satélite, na sua injeção, fazendo com que o mesmo encontre uma trajetória diferente da pré-estabelecida. Ou ainda, esta transferência pode estar prevista na própria missão; pois é mais fácil colocar o satélite em uma órbita intermediária e depois colocá-lo na órbita desejada do que tentar colocá-lo diretamente na órbita pretendida.

O interesse em se fazer uma otimização de manobras de transferência se baseia no consumo de combustível e/ou no tempo gasto para a realização das mesmas.

Inicialmente, analisaremos somente os casos de gasto mínimo de combustível e as transferências do tipo de HOHMANN, que se caracterizam por ocorrerem no apogeu e perigeu das órbitas consideradas e por serem transferências ótimas para dois incrementos de velocidades, ou seja de mínima energia.

Algumas considerações e simplificações que serão feitas neste capítulo são:

- Trataremos de <u>órbitas concêntricas</u>: o centro de atração será sempre a Terra;

- Utilizamos inicialmente as <u>órbitas coplanares</u>: são órbitas (inicial e final) que se encontram no mesmo plano;
- Assumimos, por fim, <u>motores com impulso de curta duração</u> (instantâneos): onde podemos ignorar a variação do vetor posição do veículo espacial com relação ao centro da Terra, durante as eventuais mudanças de direção e magnitude da velocidade.

A maior parte deste capítulo foi baseada em Zanardi, 1988.

2.2. Velocidade no Apogeu e Perigeu da Órbita:

Nas transferências do tipo de HOHMANN, ocorrerem incrementos na velocidade no apogeu e perigeu das órbitas consideradas. Lembrando que existem transferências a serem realizadas entre órbitas circulares, observamos também a velocidade do veículo na órbita circular.

Para calcularmos estes incrementos, vejamos o valor da velocidade nesses pontos.

Velocidade no perigeu: $V_p^2 = \frac{\mu}{R_p}(1+e)$

Velocidade no apogeu: $V_a^2 = \frac{\mu}{R_a}(1-e)$

Velocidade circular: $V_c^2 = \frac{\mu}{R_c}$

2.3 Transferência entre Órbitas Concêntricas, Coplanares e Circulares:

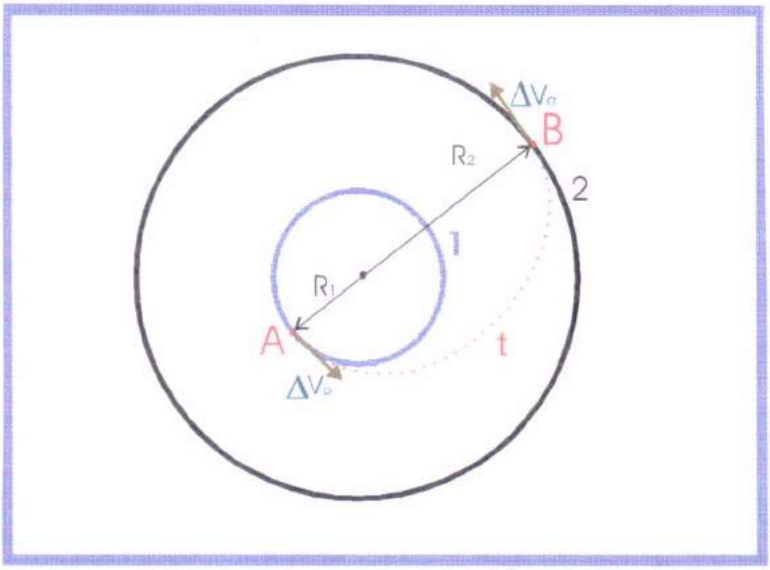


FIG.2.1-Transferência entre órbitas concêntricas, coplanares e circulares

A fig. 2.1 ilustra uma transferência do tipo de Hohmann entre duas órbitas circulares, concêntricas e coplanares.

Como visto na FIG.2.1, a transferência ótima entre órbitas circulares COPLANARES, é uma semi-elípse que tangencia com seu apogeu e perigeu as duas órbitas circulares. Os impulsos ocorrem nos pontos A e B. No ponto A da órbita interna (1) a velocidade é aumentada tangencialmente por um impulso de magnitude ΔV_p, colocando o satélite em uma órbita elíptica (t) tal que seu apogeu coincida com o ponto B da órbita externa (2). Neste ponto um segundo impulso tangencial ΔV_a ajustará o satélite à órbita final desejada.

Os valores dos impulsos são dados por:

$$\Delta V_p = \sqrt{\frac{\mu}{R_1}}\left\{(1+e)^{1/2} - 1\right\} \qquad \Delta V_a = \sqrt{\frac{\mu}{R_2}}\left\{1-(1-e)^{1/2}\right\}$$

O incremento total da velocidade é dado por: $\Delta V = |\Delta V_p| + |\Delta V_a|$.

O tempo total gasto durante a transferência é dado por:

$$t = \frac{\pi\ (R_1 + R_2)^{3/2}}{2\ (2\mu)^{1/2}}$$

2.4 Transferência entre uma Órbita Circular e uma Órbita Elíptica Coplanar e Concêntrica

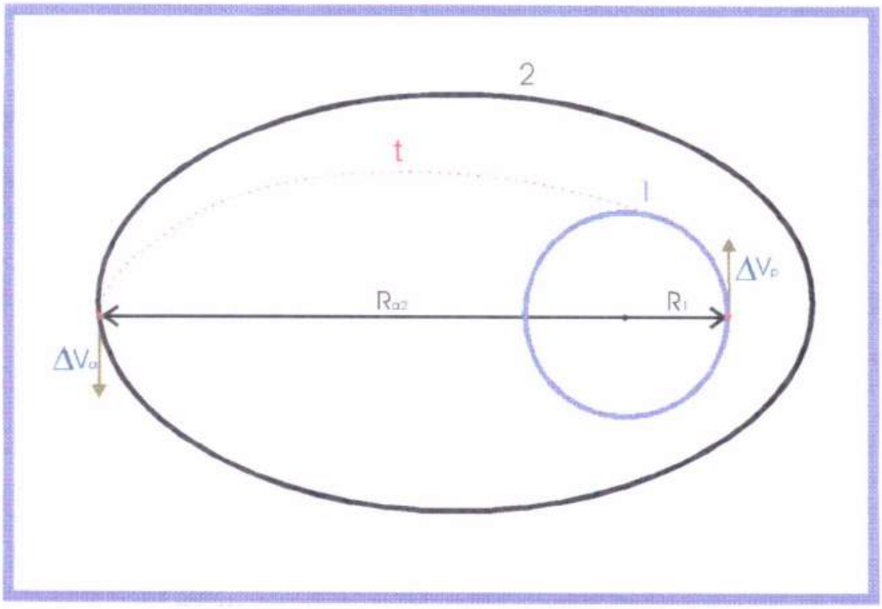


FIG.2.2-Transferência entre órbitas circulares e elípticas coplanares e concêntricas

A fig. 2 ilustra uma transferência do tipo de Hohmann entre uma órbita circular e uma órbita elíptica coplanares e concêntricas.

A transferência esquematizada na FIG.2.2 acima, entre uma órbita circular (1) e uma órbita elíptica (2), de excentricidade e_2 e semi-eixo maior a_2, situadas no mesmo plano. Essa manobra requer dois impulsos (aumentos de velocidade) aplicados nos pontos A e B. O ponto B coincide com o apogeu da órbita elíptica (2), enquanto que o ponto A situa-se na órbita inicial e fica do lado oposto ao ponto B.

Os incrementos de velocidade podem ser calculados por:

$$\Delta V_p = \sqrt{\frac{\mu}{R_1}}\left\{\left(1+e_t\right)^{1/2} - 1\right\}$$

$$\Delta V_a = \sqrt{\frac{\mu}{R_{p_2}}}\left\{(1+e_2)^{1/2} - \left(1-e_t\right)^{1/2}\right\}$$

O incremento total da velocidade é dado por: $\Delta V = \left|\Delta V_p\right| + \left|\Delta V_a\right|$.

O tempo total gasto durante a transferência é dado por:

$$t = \frac{\pi\,(R_1 + R_{a_2})^{3/2}}{2\,(2\mu)^{1/2}}$$

2.5. Transferência entre Órbitas Elípticas, Coplanares e Coaxiais:

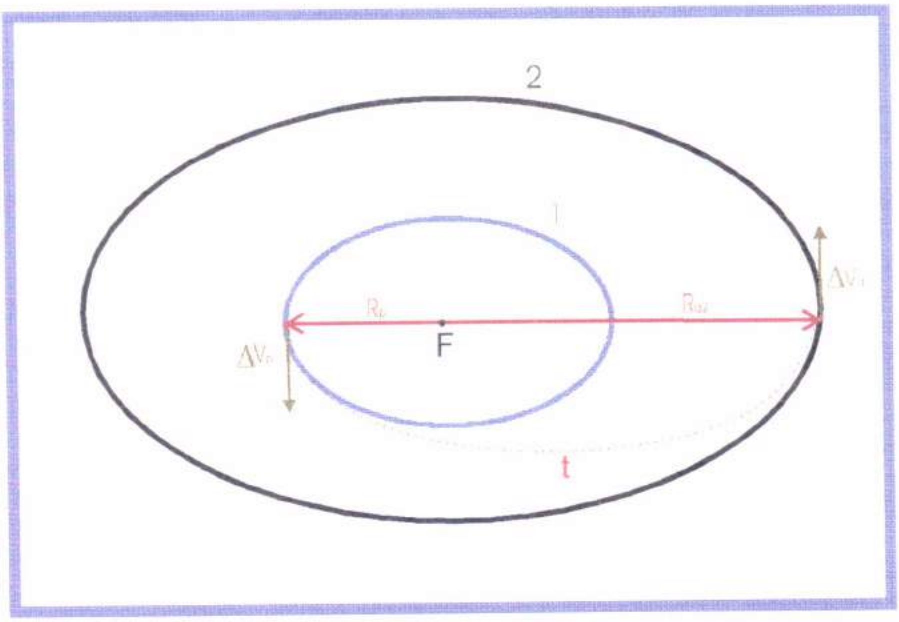


FIG.2.3-Transfêrencia entre órbitas elípticas, coplanares e coaxias

A fig.2.3 ilustra uma transferência do tipo Hohmann entre órbitas elípticas, coplanares e coaxiais.

Como mostra a FIG.2.3 acima a trajetória de mínima energia entre duas órbitas elípticas (coplanares e coaxiais) é uma elipse que as tangencia. O primeiro impulso é aplicado no perigeu da elipse interna (1) e o segundo impulso no apogeu da elipse externa (2);

Os incrementos de velocidade podem ser obtidos a partir de:

$$\Delta V_p = \sqrt{\frac{\mu}{R_1}}\left\{(1+e_t)^{1/2} - (1+e_1)^{1/2}\right\}$$

$$\Delta V_a = \sqrt{\frac{\mu}{R_{a_2}}}\left\{(1-e_2)^{1/2} - (1-e_t)^{1/2}\right\}$$

O incremento total da velocidade é dado por: $\Delta V = |\Delta V_p| + |\Delta V_a|$.

O tempo total gasto durante a transferência é dado por:

$$t = \frac{\pi\,(R_{p_1} + R_{a_2})^{3/2}}{2\,(2\mu)^{1/2}}$$

2.6 Transferência entre Órbitas Elípticas, Coplanares Não Coaxiais:

Existem dois tipos básicos para esse tipo de manobra:

i) - quando as elípses tem a mesma dimensão;

ii) - quando as elípses não tem a mesma dimensão.

Vamos estudá-las separadamente.

```
      ALAW=1.0D0/(A1*(1.0D0-EC*EC))
      BLAW=ALAW*EC
      WRITE(1,*)
      WRITE(1,*)
      WRITE(1,*) ' *** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***'
      WRITE(1,55) T1*GRAD,T2*GRAD,D1
55    FORMAT('INDEPENDENT VARIABLES:  T1 = ',F9.4,'    T2 =
',F9.4,
     *       '   D1 = ',F9.6)
      WRITE(1,56) K1,H1
56    FORMAT('DEPENDENT VARIABLES:  K1 = ',F20.17,'    H1 =
',F20.17)
      WRITE(1,117) A1,EC,OME*GRAD
117   FORMAT('KEPLERIAN  ELEMENTS:   A  =  ',F15.6,'     E  =
',F15.12,'
     * W = ',F11.6)
      WRITE(1,118) R1,R2
118     FORMAT('DISTANCES FOR IMPULSES:   R1  =  ',F15.12,'
R2 = ',F15.12)
      WRITE(1,119) ALAW,BLAW,U1,U2
119   FORMAT('LAWDEN   ELEMENTS:  A   =   ',F15.12,'    B   =
',F15.12,'  U1 = '
     *      ,F15.12,'  U2 = ',F15.12)
      WRITE(1,120) FI1,FI2
120   FORMAT('LAWDEN  ELEMENTS:    FI1  =  ',F15.6,'     FI2  =
',F15.6)
      WRITE(1,121) DVE(4),DVE(5),DVE(1)
121   FORMAT('IMPULSE 1:  VR1 = ',F15.12,'   VT1 = ',F15.12,'
     *DV1 = ',F15.12)
      WRITE(1,122) DVE(6),DVE(7),DVE(2)
122   FORMAT('IMPULSE 2:  VR2 = ',F15.12,'   VT2 = ',F15.12,'
     * DV2 = ',F15.12)
      WRITE(1,23) DVE(3)
23    FORMAT('TOTAL IMPULSE :  DV = ',F15.12)
      STOP
      END
C
      FUNCTION FUNC(D1)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON /INIT/ XI,T1,T2,DV
      DOUBLE PRECISION K0,K2,H0,H2
      DIMENSION XI(6)
      K0=XI(1)
      H0=XI(2)
      D0=XI(3)
      K2=XI(4)
      H2=XI(5)
      D2=XI(6)
      CT1=DCOS(t1)
      ST1=DSIN(t1)
      CT2=DCOS(t2)
      ST2=DSIN(t2)
      CST12=1.0D0/DSIN(t1-t2)
      D12=D1*D1
      D13=D1*D12
      D02=D0*D0
      D03=D0*D02
      D22=D2*D2
      D23=D2*D22
```

```
C
                        VR1=-(CT1*(-(D0*h0)-D1*CST12*(-(CT2*(-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0
                              *                    *ST1)/D12))+CT1*(-
1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12))))+ST1
                            *                  *(-(D0*k0)-D1*CST12*((-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12)*S
    *  T2-ST1*(-1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
                         VR2=-(CT2*(D2*h2+D1*CST12*(-(CT2*(-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST
                                *                         1)/D12))+CT1*(-
1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12))))+ST2*(D
                              *                     2*k2+D1*CST12*((-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12)*ST2-ST1
    *  *(-1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
                 VT1=-D0+D1+ST1*(-(D0*h0)-D1*CST12*(-(CT2*(-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*C
                           *                T1+h0*ST1)/D12))+CT1*(-
1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
                         *                +CT1*(-(D0*k0)-D1*CST12*((-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D1
    *  2)*ST2-ST1*(-1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
                  VT2=-D1+D2+ST2*(D2*h2+D1*CST12*(-(CT2*(-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+
                             *                   h0*ST1)/D12))+CT1*(-
1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))+CT
                            *                 2*(D2*k2+D1*CST12*((-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12)*ST2
    *  -ST1*(-1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
                                                      A1F=-(CT1*(-
(D1*CST12*(2.0D0*D02*CT2*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D13-
    *   2.0D0*D22*CT1*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D13))-CST12*(-
(CT2*(-1.0
             *        D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12))+CT1*(-
1.0D0+D22*(1.0D0+k2
               *           *CT2+h2*ST2)/D12))))+ST1*(-(D1*CST12*(-
2.0D0*D02*(1.0D0+k0*C
                                                                 *
T1+h0*ST1)*ST2/D13+2.0D0*D22*ST1*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)
/D13))
                               *                         -CST12*((-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12)*ST2-ST1*(-1.0

    *   D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
```

```
                                                A2F=1.0D0+ST1*(-
(D1*CST12*(2.0D0*D02*CT2*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/
     *     D13-2.0D0*D22*CT1*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D13))-
CST12*(-(CT2*
     *     (-1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12))+CT1*(-
1.0D0+D22*(1.
     *       0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))+CT1*(-(D1*CST12*(-
2.0D0*D02*(1.0D
                                                               *
0+k0*CT1+h0*ST1)*ST2/D13+2.0D0*D22*ST1*(1.0D0+k2*CT2+
h2*ST2
                         *                          )/D13))-CST12*((-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12)*ST2-S
    *    T1*(-1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
                                                            A3F=-
(CT2*(D1*CST12*(2.0D0*D02*CT2*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D1
3-2.
    *    0D0*D22*CT1*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D13)+CST12*(-
(CT2*(-1.0D0
         *           +D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12))+CT1*(-
1.0D0+D22*(1.0D0+k2*
           *               CT2+h2*ST2)/D12))))+ST2*(D1*CST12*(-
2.0D0*D02*(1.0D0+k0*CT1
                                                               *
+h0*ST1)*ST2/D13+2.0D0*D22*ST1*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D
13)+C
    *    ST12*((-1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12)*ST2-
ST1*(-1.0D
    *    0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
                                                            A4F=-
1.0D0+ST2*(D1*CST12*(2.0D0*D02*CT2*(1.0D0+k0*CT1+h0*S
T1)/D
                              *                             13-
2.0D0*D22*CT1*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D13)+CST12*(-
(CT2*(-
      *       1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12))+CT1*(-
1.0D0+D22*(1.0D
         *          0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))+CT2*(D1*CST12*(-
2.0D0*D02*(1.0D0+k0

                                                               *
*CT1+h0*ST1)*ST2/D13+2.0D0*D22*ST1*(1.0D0+k2*CT2+h2*S
T2)/D1
                           *                       3)+CST12*((-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12)*ST2-ST1*(-
    *    1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
      DV1=DSQRT(VR1*VR1+VT1*VT1)
      DV2=DSQRT(VR2*VR2+VT2*VT2)
      FU1=VR1*A1F+VT1*A2F
      FU2=VR2*A3F+VT2*A4F
      EQ=FU1/DV1+FU2/DV2
      DV=DV1+DV2
      FUNC=EQ
      RETURN
      END
C
```

```
C
      FUNCTION RTBIS(FUNC,X1,X2,XACC)
       IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
       COMMON /INIT/ XI,T1,T2,DV
       EXTERNAL FUNC
       DIMENSION XI(6)
      PARAMETER (JMAX=80)
1       FMID=FUNC(X2)
      F=FUNC(X1)
      IF(F*FMID.GE.0.) THEN
       X2=X2+5.0D0
       GOTO 1
       ENDIF
      IF(F.LT.0.)THEN
        RTBIS=X1
        DX=X2-X1
      ELSE
        RTBIS=X2
        DX=X1-X2
      ENDIF
      DO 11 J=1,JMAX
        DX=DX*.5
        XMID=RTBIS+DX
        FMID=FUNC(XMID)
        IF(FMID.LE.0.)RTBIS=XMID
        IF(ABS(DX).LT.XACC .OR. FMID.EQ.0.) RETURN
11      CONTINUE
      PAUSE 'too many bisections'
      END
```

Apêndice B

Apêndice B

Listagem do programa para transferências de órbitas Multi-impulsivas

Tela 1:

```
Sub Command3D1_Click ()
Load form1
End Sub

Sub Command3D2_Click ()
Load form6
End Sub

Sub Command3D3_Click ()
Load form2
End Sub

Sub Command3D4_Click ()
Load form3
End Sub

Sub Command3D5_Click ()
Load form4
End Sub
```

Tela 2:

```
Sub cmdExecute_Click ()
Dim a2 As Double, a1 As Double
Dim at As Double, et As Double
Dim R2 As Double, R1 As Double
Dim DeltaVp As Double, Mi As Double
Dim DeltaVa As Double, t As Double
Dim DeltaVT As Double
Dim Pi As Double

  Mi = Val(txtMi.Text)
  Pi = Val(txtPi.Text)
  a1 = Val(txta1.Text)
  a2 = Val(txta2.Text)
  R1 = a1
  R2 = a2
  at = (R1 + R2) / 2#
  et = (-R1 / at) + 1#

  DeltaVa = Sqr(Mi / R2) * (1 - (Sqr(1 - et)))
  DeltaVp = Sqr(Mi / R1) * (Sqr(1 + et) - 1)
  DeltaVT = Abs(DeltaVp) + Abs(DeltaVa)

  t = (Pi * at ^ 1.5) / Sqr(2 * Mi)

  'MsgBox "Resultado: DeltaVp = " & DeltaVp
  txtdvp = DeltaVp
  txtdva = DeltaVa
  txtdvT = DeltaVT
  txtt = t
 End Sub
```

```
Sub Command1_Click ()
Unload form1
End Sub

Sub Form_Load ()
form1.Show
End Sub
```

Tela 3:

```
Sub cmdExecute_Click ()
Dim a2 As Double, Rp2 As Double
Dim at As Double, et As Double
Dim R1 As Double, Mi As Double
Dim DeltaVp As Double, Ra2 As Double
Dim DeltaVa As Double, t As Double
Dim DeltaVT As Double
Dim Pi As Double

  Mi = 1
  Pi = 3.15
  a2 = Val(txta2.Text)
  e2 = Val(txte2.Text)
  R1 = Val(txtr1.Text)
  at = (R1 + Ra2) / 2#
  et = (R1 / at) - 1
  Rp2 = a2 * (1 - e2)
  Ra2 = a2 * (1 + e2)

  DeltaVa = Sqr(Mi / Rp2) * (Sqr(1 + e2) - Sqr(1 - et))
  DeltaVp = Sqr(Mi / R1) * (Sqr(1 + et) - 1)
  DeltaVT = Abs(DeltaVp) + Abs(DeltaVa)
```

```
t = (Pi * at ^ 1.5) / Sqr(2 * Mi)

'MsgBox "Resultado: DeltaVp = " & DeltaVp
txtdvp = DeltaVp
txtdva = DeltaVa
txtdvT = DeltaVT
txtt = t
End Sub

Sub Command1_Click ()
Unload form6
End Sub

Sub Form_Load ()
form6.Show
End Sub
```

Tela 4:

```
Sub cmdExecute_Click ()
Dim e1 As Double, e2 As Double
Dim a1 As Double, a2 As Double
Dim at As Double, et As Double
Dim Ra2 As Double, Rp1 As Double
Dim DeltaVp As Double, Mi As Double
Dim DeltaVa As Double, t As Double
Dim DeltaVT As Double
Dim Pi As Double

  Mi = Val(txtmi.Text)
  Pi = Val(txtPi.Text)
  e1 = Val(txte1.Text)
```

```
a1 = Val(txta1.Text)
a2 = Val(txta2.Text)
e2 = Val(txte2.Text)

Rp1 = a1 * (1 - e1)
Ra2 = a2 * (1 + e2)

at = (Rp1 + Ra2) / 2#
et = (-Rp1 / at) + 1#

DeltaVa = Sqr(Mi / Ra2) * ((Sqr(1 - e2)) - (Sqr(1 - et)))
  DeltaVp = Sqr(Mi / Rp1) * (Sqr(1 + et) - (Sqr(1 + e1)))
  DeltaVT = Abs(DeltaVp) + Abs(DeltaVa)

  t = Pi * ((Rp1 + Ra2) ^ 1.5) / Sqr(2 * (2 * Mi))

 'MsgBox "Resultado: DeltaVp = " & DeltaVp
 txtdvp = DeltaVp
 txtdva = DeltaVa
 txtdvT = DeltaVT
 txtt = t
End Sub

Sub Command1_Click ()
Unload form2
End Sub

Sub Form_Load ()
form2.Show
End Sub
```

Tela 5:

```
Sub cmdExecute_Click ()
Dim om1 As Double, om2 As Double
Dim a As Double, e As Double, B As Double
Dim DeltaVc As Double, Mi As Double
Dim t As Double, Ra As Double
Dim DeltaVT As Double

  Mi = Val(txtMi.Text)
   a = Val(txta.Text)
   e = Val(txte.Text)
   om1 = Val(txtom1.Text)
   om2 = Val(txtom2.Text)

   Ra = a * (1 + e)
   B = om2 - om1

   DeltaVc = Sqr(Mi / Ra) * (1 - (Sqr(1 - e)))
   DeltaVT = 2 * DeltaVc

   t = B * (Ra ^ 1.5) / Sqr(Mi)

   'MsgBox "Resultado: DeltaVc = " & DeltaVc
   txtdVc = DeltaVc
   txtdvT = DeltaVT
   txtt = t

  End Sub

  Sub Command1_Click ()
  Unload form3
  End Sub
```

```
Sub Form_Load ()
form3.Show
End Sub
```

Tela 6:

```
Sub cmdExecute_Click ()
Dim e1 As Double, e2 As Double
Dim a1 As Double, a2 As Double
Dim at As Double, et As Double
Dim om1 As Double, om2 As Double
Dim Ra1 As Double, Rp2 As Double
Dim DeltaVp As Double, DeltaVc As Double, mi As Double
Dim DeltaVa As Double, t As Double, B As Double
Dim DeltaVT As Double, Pi As Double

  Pi = Val(txtPi.Text)
  mi = Val(txtMi.Text)
  e1 = Val(txte1.Text)
  a1 = Val(txta1.Text)
  a2 = Val(txta2.Text)
  e2 = Val(txte2.Text)
  om1 = Val(txtom1.Text)
  om2 = Val(txtom2.Text)

  Ra1 = a1 * (1 + e1)
  Rp2 = a2 * (1 - e2)
  at = (Rp2 + Ra1) / 2#
  et = (-Rp2 / at) + 1#
  B = om2 - om1

  DeltaVa = Sqr(mi / Rp2) * ((Sqr(1 + e2)) - (Sqr(1 - et)))
```

```
DeltaVp = Sqr(mi / Ra1) * (Sqr(1 + et) - 1)
DeltaVc = Sqr(mi / Ra1) * (1 - Sqr(1 - e1))
DeltaVT = Abs(DeltaVp) + Abs(DeltaVa) + Abs(DeltaVc)

t = 1 / Sqr(mi) * (B * (Ra1 ^ 1.5) + (Pi * ((Ra1 + Rp2) ^ 1.5) / 2
* Sqr(2)))

'MsgBox "Resultado: DeltaVp = " & DeltaVp
txtdvp = DeltaVp
txtdva = DeltaVa
txtdvT = DeltaVT
txtdvc = DeltaVc
txtt = t
End Sub

Sub Command1_Click ()
Unload form4
End Sub

Sub Form_Load ()
form4.Show
End Sub
```

Apêndice C

Listagem do programa sobre sucessivos swing-bys

Neste capítulo está descrita as subrotinas do programa para a verificação dos limites para sucessivos swing-bys.

physics.m

```
% Solar system constants

global R planet mu

G  = 6.672e-11;
M  = 1.989e30;
mu = G*M;

mupl  = [22.03 324.9 403.5 43.83 126700 37930 5803 6871 40]*1.e12;
radio = [2439 6052 6378 3397 71400 60000 25400 24300 2500]*1.e3;
R     = [57.9 108.2 149.6 227.9 778.3 1427 2870 4497 5900]*1.e9;

planet= (mupl./radio) .* (R / mu);

Names = str2mat('Mercurio','Venus','Terra','Marte','Jupiter','Saturno',...
            'Urano','Netuno','Plutão');
```

Boundary.m

```
% Delimita regioes do swuing-by

L = Linf + [1:200] * (Lsup-Linf)/200;

for ipl=1:dim
   E     = L.^2 / (2* Rpl(ipl)^2) - mu / Rpl(ipl);
   indbd = find(E>Einf & E<Esup);
   plot(L(indbd),E(indbd),kolor(ipl))
   end

Elim  = -(mu./L).^2 / 2;
indlm = find(Elim>Einf);
eixoL = zeros(size(L));
plot(L(indlm),Elim(indlm),'k.',L,eixoL,'k')
```

show_map.m

```
% Plotagem do Mapa Inicial

clg,hold on

Einf = -5e8;
Esup =  7e8;
Linf =  0;
Lsup =  3e16;

Npl = input('Entre com o indice dos planetas: ');
Rpl = R(Npl);
dim = max(size(Npl));

Lpl = sqrt(mu*Rpl);
Epl = - mu ./ (2*Rpl);
kolor = str2mat('b','g','r','c');          % no maximo 3 planetas
boundary                                   % Delimita as regioes de swuing-by
for ipl=1:dim
   plot(Lpl(ipl),Epl(ipl),[kolor(ipl),'*'])
   end
xlabel('Momento Angular'),ylabel('Energia Orbital')

disp('Click perto dos planetas')
for ipl = 1:max(size(Npl))
   gtext(Names(Npl(ipl),:))
   end

legenda = input('Entre com 1 para demarcar regioes; 0 caso contrario: ');
if legenda
   disp('Click para orbitas hiperbolicas, parabolicas, elipticas e circulares')
   gtext('Órbitas Hiperbólicas')
   gtext('Órbitas Parabólicas')
   gtext('Órbitas Elípticas')
   gtext('Órbitas Circulares')
   end
```

options.m

```
% Mostra as opcoes de swuing-by com um determinado planeta

for i=1:2
   [next_E(i),next_L(i),ch(i)] = next_orb(E0,L0,2*i-3,npl(t));
   if ch(i)==1
      plot(next_L(i),next_E(i),'k+')
      else
      plot(next_L(i),next_E(i),'kx')
      end
   end
```

```
Linf = min(Linf,min(next_L));
Lsup = max(Lsup,max(next_L));
Einf = min(Einf,min(next_E));
Esup = max(Esup,max(next_E));
boundary

disp('Click sob o caminho escolhido')
[x,y] = ginput(1);
[delta,ind] = min(abs(next_L-x));
for i=1:2
   if ch(i)==1
      plot(next_L(i),next_E(i),'w+')
      else
      plot(next_L(i),next_E(i),'wx')
      end
   end
```

next_orb.m

```
function [E,H,ch] = next_orb(E,H,k,N)
% swing-by over a planet of the Solar system
% E .... total energy
% H .... angular momentum
% ch ... signal of radial velocity ratio (after/before swing_by)
% k .... signal of radial velocity times phase angle at orbits crossing
% N .... number of the planet

global R planet mu

e  = E * R(N) / mu;
h  = H / sqrt(mu*R(N));
Pl = planet(N);

[e,h,ch] = swing_by(e,h,Pl,k);

E = mu * e / R(N);
H = h * sqrt(mu * R(N));
```

Swing_by.m

```
function [e,h,ch] = swing_by(e,h,Pl,k)
% swing-by over a planet of the Solar system
% e .... total energy
% h .... angular momentum
% Pl ... planet potential energy at surface
% ch ... signal of radial velocity ratio (after/before swing_by)
% k .... signal of radial velocity times phase angle at orbits crossing
```

```
cost  = PI ./ (PI+2*e+3-2*h);
sint  = sqrt(1 - cost.^2);
vr    = sqrt(2*e+2-h.^2);
delta = -2*cost.*((h-1).*cost + k*vr.*sint);

ch = sign(vr.*(1-2*cost.^2) + k*(h-1).*(2*sint.*cost));
e  = e + delta;
h  = h + delta;
return
```

explorer.m

```
% programa principal para exploração dos Swing-bys.

physics                     % Carrega constantes fisicas
show_map            % Plota mapa inicial

disp('Click para posicionar sua espaconave')          % Orbita de partida
[L0,E0] = ginput(1);

t   = 0;
cht = 1;
    next = 1;
while next                          % Loop de manobras
    if cht==1
      plot(L0,E0,'m+')
      else
      plot(L0,E0,'mx')
      end
    disp('Click na zona de orbitas hiperbolicas para encerrar; ou')
    disp('Click sob o planeta onde deseja o proximo swing_by')
    [x,y] = ginput(1);
    [delta,ind] = min(abs(Lpl-x));
    if y>0
      next = 0;
     else
      t = t + 1;
      npl(t) = Npl(ind);
      options                        % Escolhe proximo swing_by
      plot([L0,next_L(ind)],[E0,next_E(ind)],'m')
      E0  = next_E(ind);
      L0  = next_L(ind);
      cht = ch(ind);
      end
    end
 disp('Assimptotic velocity (Km/s): ')
 disp(sqrt(2*E0)/1000)
```

mapper.m

```
% mapping swnig_by energy and angular momentum changes
clg
physics;
nc  = 12;
ipl = input('planet index: (1 for Mercury, ...');
Pl  = planet(ipl);
f   = 1;              % para normalizar em Jupiter: R(ipl) / R(5);
% dej = (input('maximum total energy (Jupiter normalized): ') + 1/f) / nc;
  deJ = (3 + 1/f) / nc;

eJ  = -1/f + [1:nc] * deJ;
dhJ = 2*sqrt(2*f*(eJ*f+1)) / 101;
hJ  = ([1:100]-50.5)' * dhJ;
h   = hJ / sqrt(f);
e   = ones(100,1)*eJ * f;
[eafter,hafter,ch1] = swing_by(e,h,Pl,1);
X1  = hafter * sqrt(f);
Y1  = eafter / f;
[eafter,hafter,ch] = swing_by(e,h,Pl,-1);
X   = hafter * sqrt(f);
Y   = eafter / f;

plot(hJ,ones(100,1)*eJ,'--',1,-.5,'k*')
xlabel('Normalized angular momentum')
ylabel('Normalized total energy')
disp('Click proximo ao planeta (*)')
gtext(Names(ipl,:))
hold on
plot(X1.*(ch1== 1),Y1.*(ch1== 1),'.',X.*(ch== 1),Y.*(ch== 1),'.',...
    X1.*(ch1==-1),Y1.*(ch1==-1),'x',X.*(ch==-1),Y.*(ch==-1),'x',...
    0,0,'wx',0,0,'w.')
```

Apêndice D

Apêndice D

Listagem do programa para Encontro de Veículos Espaciais

Tela 1

```
Sub Command3D1_Click ()
Load form7
End Sub

Sub Command3D2_Click ()
Load form1
End Sub

Sub Command3D3_Click ()
Load form8
End Sub
```

Tela 2

```
Sub cmdExecute_Click ()
Dim rc2 As Double, rc1 As Double
Dim at As Double, vc2 As Double
Dim alfa As Double, Vpt As Double
Dim deltaVc1 As Double, mi As Double
Dim deltavalfa As Double, teta As Double, ra As Double
Dim DeltaVT As Double
Dim pi As Double
  mi = Val(txtMi.Text)
  pi = 3.14
  alfa = Val(txtal.Text)
  rc1 = Val(txtRc1.Text)
  rc2 = Val(txtRc2.Text)
  vc2 = Sqr(mi / rc2)
  deltavalfa = 2 * vc2 * Sin(alfa / 2)
  at = (rc2 + rc1) / 2#
  Vpt = Sqr((2 * mi / rc2 - mi / at))
  deltaVc1 = Vpt - vc2
  Vat = 2 * mi / rc1 - mi / at
  deltavc2 = vc1 - Vat
```

```
 DeltaV = Abs(deltavalfa) + Abs(deltaVc1) + Abs(deltavc2)
 ti = pi / Sqr(mi) * (at / 2) ^ 3 / 2
 teta = pi * (1 - (1 / 2 * (rc2 / rc1 + 1)) ^ 3 / 2)
 ta = (pi - teta) * rc1 ^ 3 / 2 / Sqr(mi)


 'MsgBox "Resultado: DeltaVp = " & DeltaVp
 txtdv = DeltaV
 txtti = ti
 txtte = teta
 txtta = ta
End Sub
```

Tela 3

```
Sub cmdExecute_Click ()
Dim rc2 As Double, rc1 As Double
Dim at As Double, vc2 As Double
Dim alfa As Double, Vpt As Double
Dim deltaVc1 As Double, mi As Double
Dim deltavalfa As Double, teta As Double, ra As Double
Dim DeltaVT As Double
Dim pi As Double
mi = Val(txtMi.Text)
 pi = 3.14
 alfa = Val(txtal.Text)
 rc1 = Val(txtRc1.Text)
 rc2 = Val(txtRc2.Text)
 ra = Val(txtra.Text)
 a1 = rc2 + ra / 2
 a2 = rc1 + ra / 2
 va1 = Sqr((2 * mi / ra) + mi / a1)
 deltavalfa = 2 * va1 * Sin(alfa / 2)
 vp1 = Sqr(2 * mi / rc2 - mi / a1)
 vc1 = Sqr(mi / rc1)
 vc2 = Sqr(mi / rc2)
 deltaV1 = vp1 - vc2
 vct = Sqr(mi / ra)
 va2 = Sqr(2 * mi / rc2 - mi / a2)
 deltav2 = vct - va1
 vp2 = Sqr(2 * mi / ra - mi / a2)
 deltav3 = vp2 - vct
 deltav4 = vct - va2
DeltaV = Abs(deltavalfa) + Abs(deltaV1) + Abs(deltav2) +
Abs(deltav3) + Abs(deltav4)
 teta = pi * (1 - (1 / 2 * (1 + ra / rc1) ^ 3 / 2))
```

```
 'MsgBox "Resultado: DeltaVp = " & DeltaVp
 txtdv = DeltaV
 txtte = teta

End Sub
```

Tela 4

```
Sub cmdExecute_Click ()
Dim rc2 As Double, rc1 As Double
Dim at As Double, vc2 As Double
Dim alfa As Double, Vpt As Double
Dim deltaVc1 As Double, mi As Double
Dim deltavalfa As Double, teta As Double, ra As Double
Dim DeltaVT As Double
Dim pi As Double
mi = Val(txtMi.Text)
 pi = 3.14
 alfa = Val(txtal.Text)
 rc1 = Val(txtRc1.Text)
 rc2 = Val(txtRc2.Text)
 ra = Val(txtra.Text)
 a1 = rc2 + ra / 2
 a2 = rc1 + ra / 2
 va1 = Sqr(2 * mi + mi / a1)
 deltavalfa = 2 * vc2 * Sin(alfa / 2)
 vc1 = Sqr(mi / rc1)
 vc2 = Sqr(mi / rc2)
 vp1 = Sqr(2 * mi / rc2 - mi / a1)
 deltaV1 = vp1 - vc2
 va2 = Sqr(2 * mi / ra - mi / a2)
 deltav2 = va2 - va1
 vp2 = Sqr(2 * mi / rc1 - mi / a2)
 deltav3 = vc1 - vc2
DeltaV = Abs(deltavalfa) + Abs(deltaV1) + Abs(deltav2) +
Abs(deltav3)
 ti = pi / Sqr(mi) * ((a1 ^ 3 / 2) + (a2 ^ 3 / 2))
 teta = pi * (1 / rc1 ^ 3 / 2 - (((a2 ^ 3 / 2) + (a1 ^ 3 / 2)) - 2))
 ta = (2 * pi - teta) * rc1 ^ 3 / 2 / Sqr(mi)

 'MsgBox "Resultado: DeltaVp = " & DeltaVp
 txtdv = DeltaV
 txtti = ti
 txtte = teta
 txtta = ta
End Sub
```

i) Órbitas com a mesma dimensão

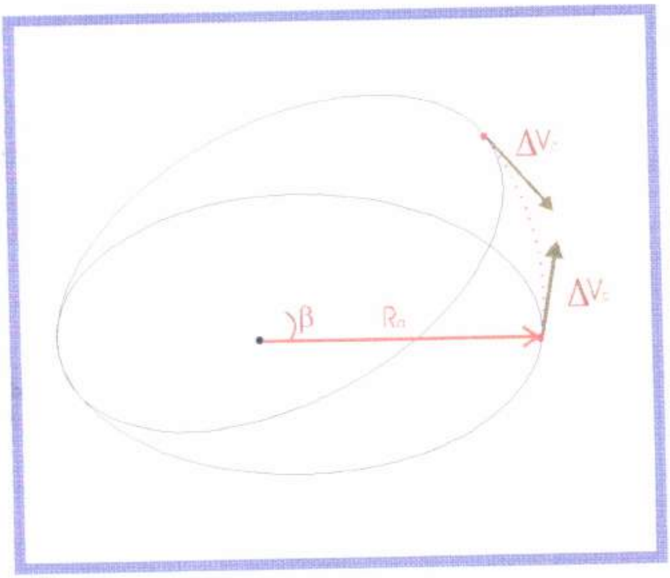


FIG. 2.4 - Transfêrencia entre órbitas elípticas, coplanares não coaxiais com a mesma dimensão

A fig.2.4 ilustra uma transferência orbital entre duas órbitas elípticas, coplanares, não-coaxiais e de mesma dimensão.

A técnica utilizada para esta transferência, é aplicar no apogeu da órbita inicial (1) um impulso ΔV_c, colocando o satélite em uma órbita circular de raio R_a. Assim que o satélite atingir a linha axial da órbita (2) (tangenciando a órbita final) será aplicado um segundo incremento ΔV_c, em sentido contrário à velocidade, o que faz com que o satélite entre na órbita (2).

A magnitude desses impulsos pode ser obtida da equação:

$$\Delta V_c = \sqrt{\frac{\mu}{R_a}}\left\{1-(1-e)^{1/2}\right\}$$

O incremento total da velocidade é dado por: $\Delta V_c = 2\Delta V_c$

O tempo de duração da transferência será: $t = \frac{\beta\ (R_a)^{3/2}}{(\mu)^{1/2}}$

ii) Órbitas de dimensões diferentes

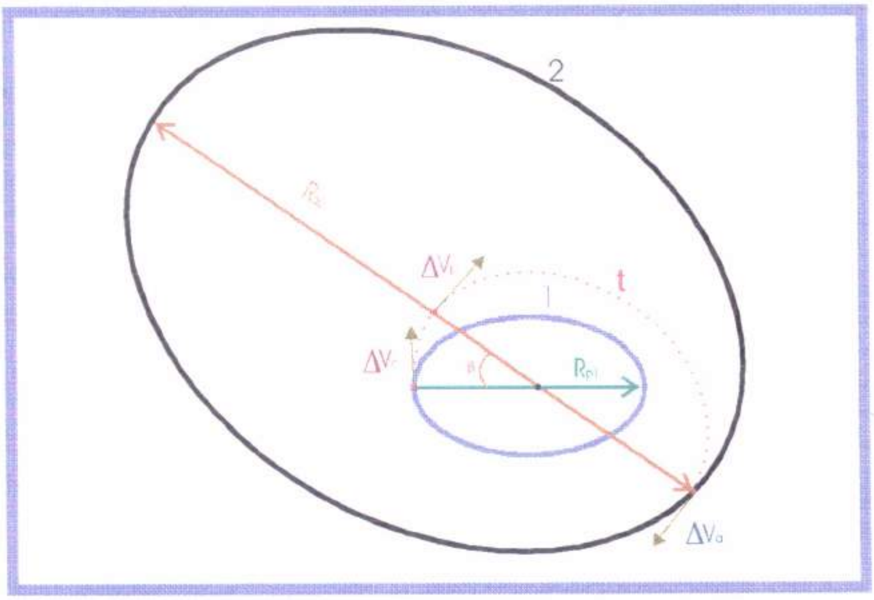


FIG. 2.5 - Transfêrencia entre órbitas elípticas, coplanares e coaxias com dimensões diferentes

A fig.2.5 ilustra uma transferência orbital entre duas órbitas elípticas, coplanares, não coaxiais e de dimensões diferentes.

Existem vários modos de efetuar uma transferência desse tipo. Nesse capítulo será mostrada a opção tri-impulsiva (Zanardi, 1988).

Em um próximo capítulo será estudado a versão bi-impulsiva.

A transferência, neste caso, é efetuada com 3 impulsos, em 2 etapas diferentes:

1°) Colocamos o satélite numa órbita coaxial com a órbita final desejada, através de uma órbita circular de raio R_{a1};

2°) Usamos uma elípse de transferência para alcançar a elipse desejada (2). Isto pode ser feito isto de várias maneiras, dependendo dos parâmetros nominais de cada órbita. No exemplo mostrado na figura aplica-se um impulso ΔV_p para atingir esse objetivo.

3°) Quando a órbita final é atingida aplica-se um impulso ΔV_a para completar a transferência.

Os incrementos de velocidade são dados por:

$$\Delta V_c = \sqrt{\frac{\mu}{R_{a_1}}}\left\{1-(1-e)^{1/2}\right\};$$

$$\Delta V_p = \sqrt{\frac{\mu}{R_{a1}}}\left\{(1+e_t)^{1/2}-1\right\},$$

$$\Delta V_a = \sqrt{\frac{\mu}{R_{p_2}}}\left\{(1-e_2)^{1/2}-(1-e_t)^{1/2}\right\}$$

O incremento total agora é dado por: $\Delta V = |\Delta V_c| + |\Delta V_p| + |\Delta V_a|$

O tempo total gasto é : $t = \dfrac{1}{(\mu)^{1/2}}\left\{\beta\, R_{a_1}^{3/2} + \dfrac{\pi\left(R_{a_1}+R_{p_2}\right)^{3/2}}{2\sqrt{2}}\right\}$

2.7 *Transferência entre Órbitas Não Coplanares, Circulares e de Mesma Dimensão*

Fazer uma transferência não-coplanar, significa transladar órbitas que não estão no mesmo plano. O consumo de combustível é muito grande nesse tipo de manobra.

Caso mais simples: - *alteração somente da inclinação da órbita*. Isto é, se a órbita inicial e final são inclinadas uma com a relação a outra de um ângulo $\Delta\alpha$. A fig.2.6 ilustra esse caso particular.

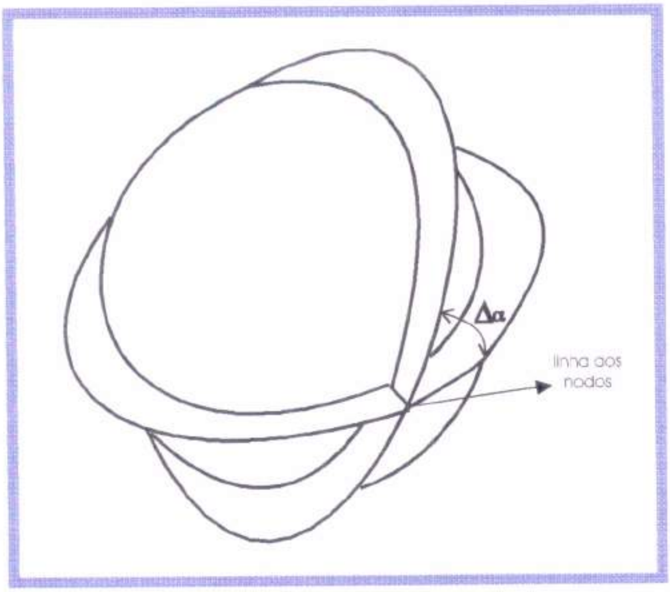


FIG. 2.6 - Transfêrencia entre órbitas não coplanares, circulares de mesma dimensão para alteração somente da inclinação da órbita

De acordo com a fig.2.6 acima, para efetuarmos esta transferência é necessário a rotação do vetor velocidade de um ângulo $\Delta\alpha$, sem mudar sua magnitude. Uma velocidade incremental ΔV_{α}, deve ser imposta sobre o veículo, com o empuxo (impulsivo) orientado de um ângulo ζ com relação a órbita inicial. (ver FIG 2.7).

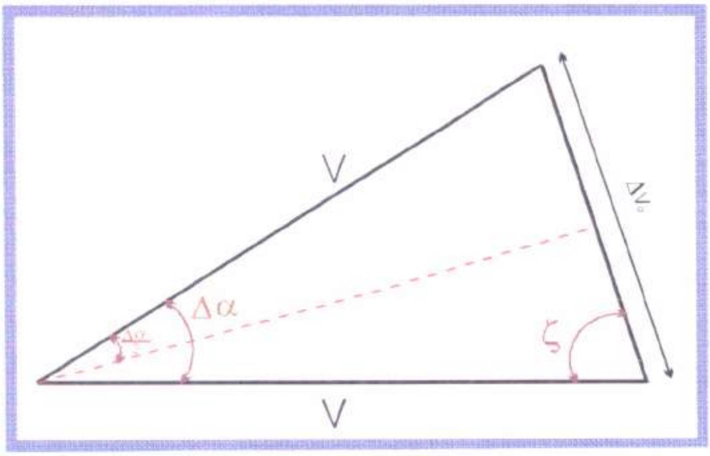


FIG.2.7 - Transfêrencia entre órbitas não coplanares, circulares de mesma dimensão

A fig. 2.7 ilustra uma transferência do tipo coplanar, circular e de mesma dimensão.

As magitudes envolvidas podem ser obtidas das seguintes equações:

$$\Delta V_{\alpha} = 2V\text{sen}\frac{\Delta\alpha}{2} \qquad \text{e} \qquad \tau = \frac{\pi}{2} - \frac{\Delta\alpha}{2}$$

Existe uma relação entre a altitude e a energia necessária para se executar a transferência. Na órbita circular: a velocidade diminue com a altitude e portanto o impulso necessário é tanto menor quanto maior a altitude.

Desta maneira: - primeiro colocaremos o satélite em uma elipse de transferência antes de dar o impulso para a alteração do plano. É dado um incremento de velocidade ΔV_p na órbita circular (1) para o satélite entrar na órbita de transferência. Quando o satélite chegar ao apogeu desta elipse, o incremento $\Delta V\alpha$ para mudança de plano é realizado, girando o vetor velocidade com seu módulo permanecendo constante, de tal modo que o satélite alcance o perigeu da elipse de transferência com velocidade original V_{pt}. A partir daí, será aplicado um incremento de velocidade ΔV_p, no sentido contrário ao do ínicio da transferência, para recolocar o satélite na órbita circular (2).

Os incrementos de velocidade são dados por:

$$\Delta V_p = \sqrt{\frac{\mu}{R_c}}\left\{\left(\frac{2R_a/R_c}{1+\dfrac{R_a}{R_c}}\right)^{1/2} - 1\right\} \qquad \text{e} \qquad \Delta V_{\alpha} = 2\sqrt{\frac{\mu}{R_a}}\left(\frac{2R_a/R_c}{1+\dfrac{R_a}{R_c}}\right)^{1/2}\text{sen}\frac{\Delta\alpha}{2}$$

O incremento total de velocidade é dado por:

$$\Delta V = \left|2\Delta V_p\right| + \left|\Delta V_{\alpha}\right|.$$

À partir daí, calcula-se o raio do apogeu para determinarmos se a transferência é ótima (quando o impulso gasto for mínimo: $\frac{d\Delta V}{dR_a} = 0$).

Do incremento total podemos tirar a relação: $\frac{R_a}{R_c} = \frac{\operatorname{sen}\frac{\Delta\alpha}{2}}{1 - 2\operatorname{sen}\frac{\Delta\alpha}{2}}$, onde existe um intervalo não conveniente para usar esta técnica de transferência, quando a mudança de inclinação da órbita for menor que 39° e maior que 60° , porque $\frac{R_a}{R_c} = 1$, quando $\Delta\alpha \cong 39°$ e $\frac{R_a}{R_c} = \infty$, quando $\Delta\alpha = 60°$. Fora deste intervalo, a manobra de transferência é feita simplesmente mudando a inclinação do plano do movimento, no ponto de intersecção de duas órbitas.

2.8 - Transferência entre Órbitas Circulares Não Coplanares de Diferentes Raios

A técnica utilizada é similiar a anterior, utilizando duas elipses de transferência; com excessão que no apogeu da elipse de transferência é necessário um incremento adicional de velocidade para que o satélite tenha a altitude do perigeu coincidente com a altitude da órbita circular final. Ver FIG. 2.8

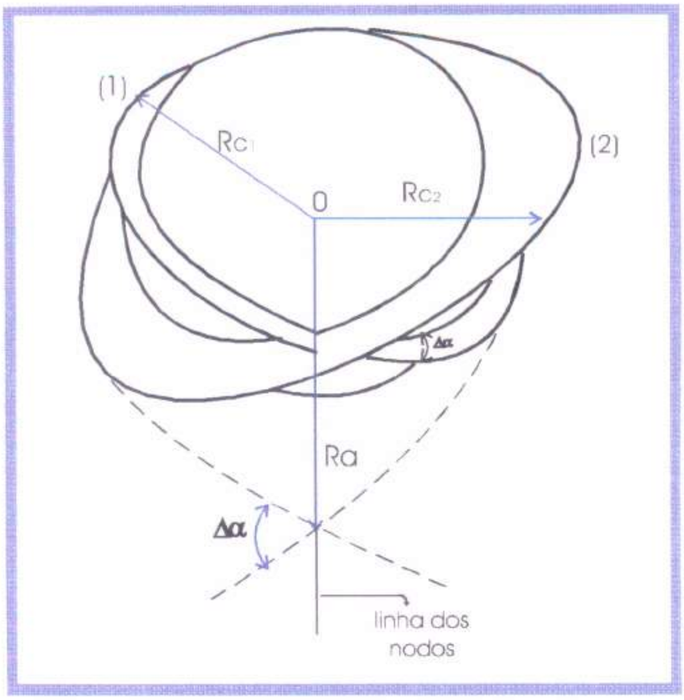


FIG.2.8 - Transferência entre órbitas, circulares não coplanares de raios diferentes

Para iniciar a manobra de transferência, é dado um incremento na velocidade ΔV_{p1} $\left(\Delta V_{p1} = V_{c_1}\left\{\left(\frac{R_{a_1}}{R_{c_1}}\right)^{1/2}\left[\frac{1}{2}\left(1+\frac{R_{a_1}}{R_{c_1}}\right)\right]^{-1/2} - 1\right\}\right)$ para colocá-lo na primeira elipse. No apogeu desta elipse é necessário aplicar dois novos impulsos: $\Delta V\alpha$: para girar o vetor velocidade de um ângulo $\Delta\alpha$, sem mudar a magnitude

$$\Delta V_{\alpha} = 2V_{c1}\left(\frac{R_a}{R_{c1}}\right)^{-1/2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{R_{a_1}}{R_{c_1}}+1\right)\right]^{-1/2}$$

ΔV_a : para aumentar o módulo da velocidade, quando a inclinação da órbita for requerida, de tal modo que aumente o eixo maior da elipse e isto faz com que a altitude do perigeu da segunda elípse alinhe-se com altitude da órbita final.

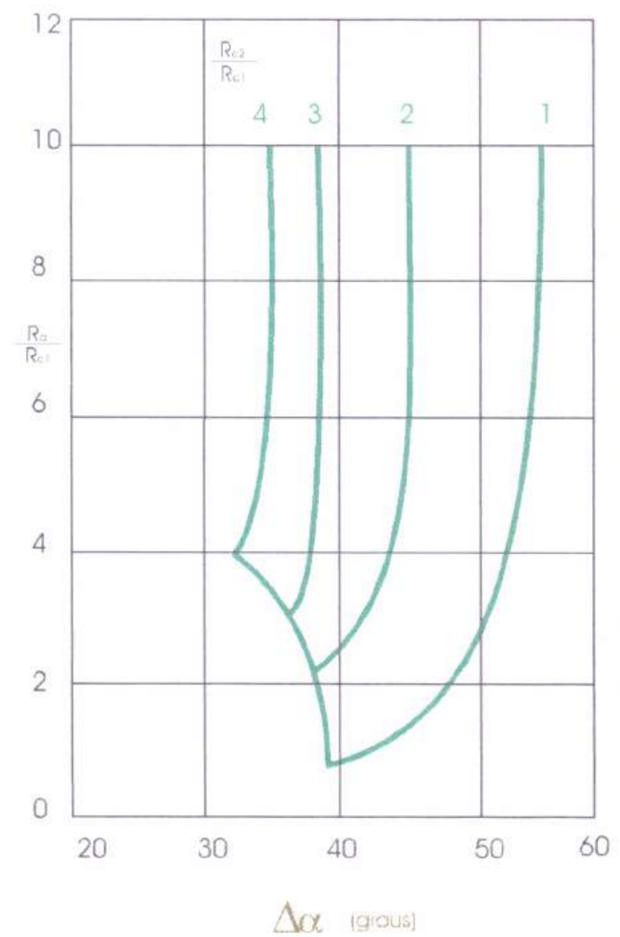
$$\Delta V_a = \sqrt{\frac{\mu}{R_{c_2}}}\left(\frac{R_{a_1}}{R_{c_1}}\right)^{-1/2}\left[\frac{1}{2}\left(1+\frac{R_{a_{yt}}}{R_{c_1}}\right)\right]^{-1/2}$$

Com o satélite na segunda elipse de transferência e no plano da órbita circular (2), quando ele atingir o perigeu desta segunda elipse, outro incremento de velocidade ΔV_{p2} $\left(\Delta V_{p2} = V_{c2}\left\{1-\left(\frac{R_{at}}{R_{c_2}}\right)^{1/2}\left[\frac{1}{2}\left(1+\frac{R_{at}}{R_{c_2}}\right)\right]^{-1/2}\right\}\right)$ é dado para que o veículo entre na órbita circular (2).

O incremento total é dado por: $\Delta V = \left|2\Delta V_{p_1}\right| + \left|\Delta V_{\alpha}\right| + \left|\Delta V_{a}\right| + \left|2\Delta V_{p2}\right|$.

A partir de ΔV, podemos obter $\frac{d\Delta V}{dR_{a_t}}$. Se for igualada a zero podemos tirar a relação $\frac{R_{a_t}}{R_{c_1}}$ para a qual temos o mínimo valor de ΔV, ou seja, o mínimo gasto de combustível.

Este método é vantajoso para ilustrar o intervalo de valores de inclinação orbital ($\Delta\alpha$). Vejamos graficamente, no GRAF.2. 1 a relação acima.



GRAF. 2.1 - Variações de Mudança de Inclinação Orbital para Transferência Ótima entre órbitas circulares de diferentes raios (Ball & Osborne)

Do gráfico acima, podemos notar que:

a) Se $\frac{R_a}{R_{c_1}}$ cresce, o limite inferior de $\Delta\alpha$ para este método diminui;

b) Se $\frac{R_{c_2}}{R_{c_1}}$ aumenta, o intervalo de $\Delta\alpha$ diminui;

c) Se $\frac{R_{c_2}}{R_{c_1}} = 1$, recaímos ao ítem 7, com $\Delta\alpha$ na faixa de $39°$ à $60°$

d) Se $\frac{R_a}{R_{c_1}}$ tender para ∞, a trajetória requerida é uma parábola, portanto impraticável.

Quando $\frac{d\Delta V}{dR_{a_1}} \neq 0$, a transferência deve ser feita através da mudança entre 2 órbitas circulares de diferentes dimensões (ÍTEM 3) e uma mudança no plano entre 2 órbitas circulares de mesma dimensão (ÍTEM 7).

2.9 Transferência entre Órbitas Elípticas, Não Coplanares, de Mesma Dimensão

Temos 3 casos a considerar

1) A linha axial (eixo principal da elípse) das duas elípses são coincidentes com a intersecção dos planos. (Caso mais simples).

Para efetuarmos esta transferência aplicaremos um incremento $\Delta V_\alpha = 2V_a \operatorname{sen}\frac{\Delta\alpha}{2}$ para alterar o plano orbital, no apogeu da órbita inicial;

2) Apenas a linha axial de uma das elípses coincide com a intersecção dos planos.

Para efetuarmos esta transferência, além da alteração do plano, a partir do apogeu da órbita inicial (1) com $\Delta V_\alpha = 2V_a \operatorname{sen}\frac{\Delta\alpha}{2}$, também devemos alterar a linha axial através de um incremento de velocidade $\Delta V_c = V_c - V_a$ utilizando uma circunferência de transferência de Raio R_a.

Para o satélite permanecer na órbita (2), quando ele atingir a linha axial dessa órbita é necessário aplicar um segundo incremento ΔV_c, contrário ao primeiro.

O incremento total de velocidade é dado por: $\Delta V = |\Delta V_\alpha| + |2\Delta V_c|$;

3) A linha axial das duas elípses não coincide com a intesecção dos planos.

Para efetuarmos esta transferência, é necessário colocar o satélite na linha de intersecção dos planos com um incremento de velocidade $\Delta V_c = V_c - V_a$ no apogeu da 1ª elipse. Quando o satélite atingir esta linha um impulso $\Delta V_\alpha = 2V_a \operatorname{sen}\frac{\Delta\alpha}{2}$ é dado para a alteração dos planos. A partir daí, o satélite continua na órbita circular de transferência e ao atingir a linha axial da segunda órbita devemos aplicar um incremento ΔV_c, oposto ao anterior para entrar na órbita (2).

O incremento total de velocidade será: $\Delta V = |\Delta V_\alpha| + |2\Delta V_c|$.

2.10 Transferência entre Órbitas Elípticas, Não Coplanares e de Diferentes Dimensões

Por este ser um caso mais geral, teremos de efetuar várias etapas de transferências:

1) Colocar a linha axial da órbita (1) no plano de intersecção dos planos. Para isto, no apogeu da órbita (1) damos um incremento ΔV_c, colocando o satélite em uma órbita circular de raio R_{c1} .

Onde: $R_{c1} = R_{a1}$ e $\Delta V_{c1} = V_{c1} - V_a$

Quando esta intersecção for atingida o incremento deve ser retirado.

2) Mudança de planos:

Ao atingir a intersecção dos planos pode ser dado outro incremento $\Delta V_\alpha = 2V_{c1} \operatorname{sen} \frac{\Delta\alpha}{2}$ para alterar o plano. Onde $\Delta\alpha$ é a inclinação entre os planos.

3) Alteração na dimensão da órbita:

Com a alteração do plano realizada, o satélite continuará em uma elipse de dimensões iguais à (1), mas no plano da órbita (2). Quando alcançar o perigeu desta elipse, daremos um incremento para alterar as dimensões, através de uma elipse de transferência.

Onde: $R_{pt} = R_{p1}$ e $R_{at} = R_{a2}$

Os incrementos serão: $\Delta V_p = V_{pt} - V_{p1}$.

4) Alteração no eixo principal:

No apogeu da elipse de transferência também podemos dar o incremento para corrigir o eixo principal para a órbita (2).

Onde: $\Delta V_{c2} = V_{c2} - V_{at}$ e $R_{c2} = R_{a2}$.

O tempo gasto para esta etapa será: $t = \frac{\beta_2 R_{a_2}^{-3/2}}{\mu^{1/2}}$

5) Colocação na órbita (2)

Quando o eixo principal for atingido devemos dar o incremento para o satélite entrar na órbita (2): $\Delta V_a = V_{a2} - V_{c2}$.

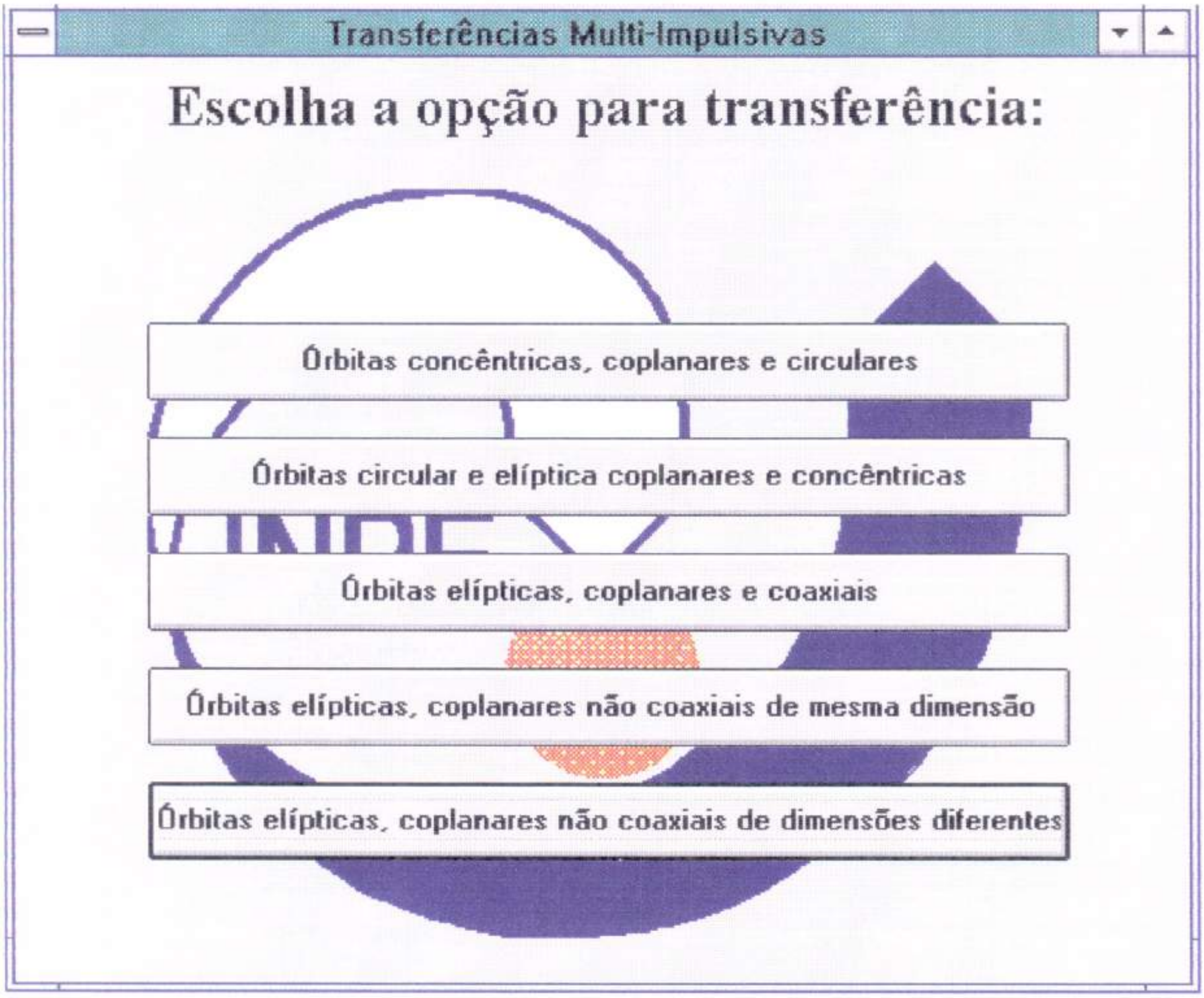
O incremento total de velocidade será:

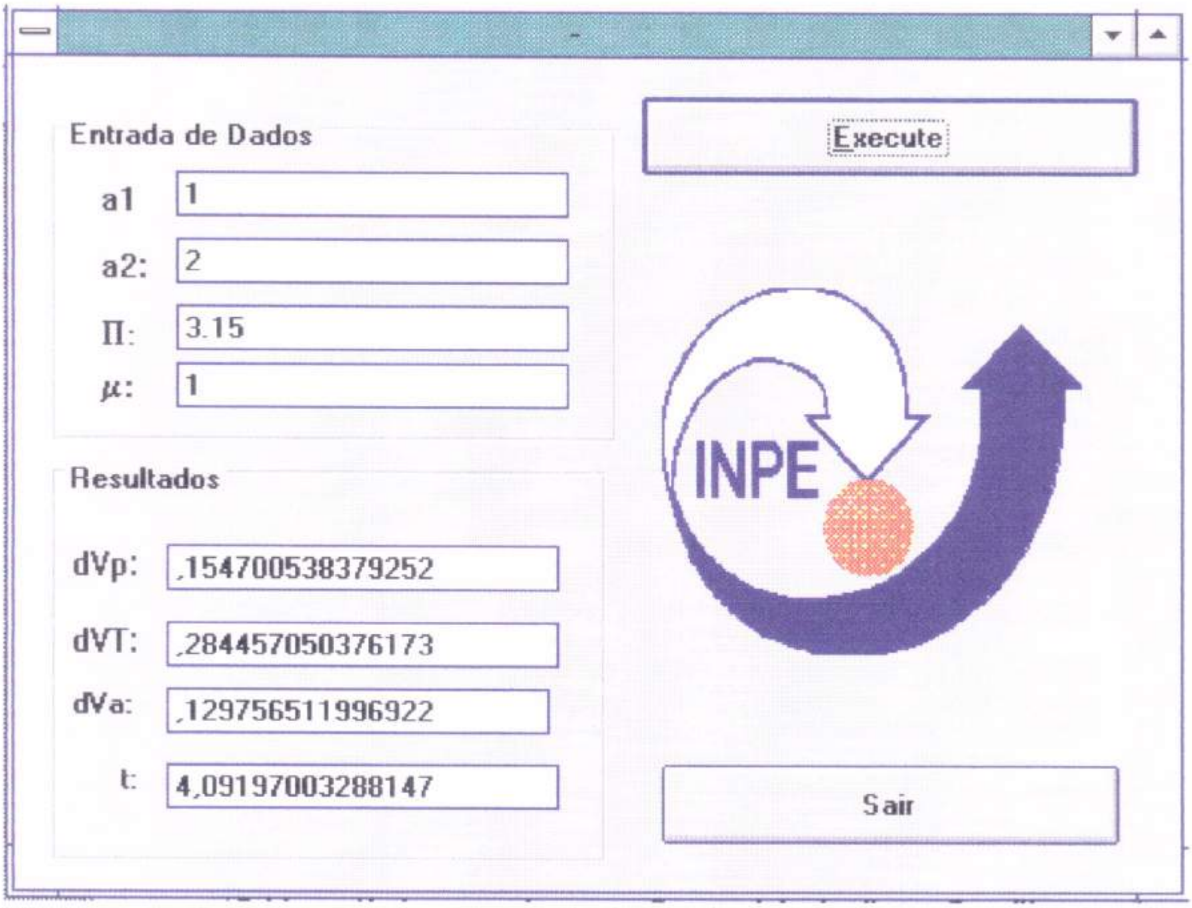
$$\Delta V = \left|2\Delta V_{c_1}\right| + \left|2\Delta V_2\right| + \left|\Delta V_p\right| + \left|\Delta V_{c_2}\right| + \left|\Delta V_a\right| .$$

O tempo total será: $t = \dfrac{\beta_1 R_{a_1}^{\ 3/2}}{\mu^{1/2}} + \dfrac{\pi\dfrac{\left(R_{p_1} + R_{a_2}\right)^{3/2}}{2}}{\mu^{1/2}} + \dfrac{\beta_2 R_{a_2}^{\ 3/2}}{\mu^{1/2}}$.

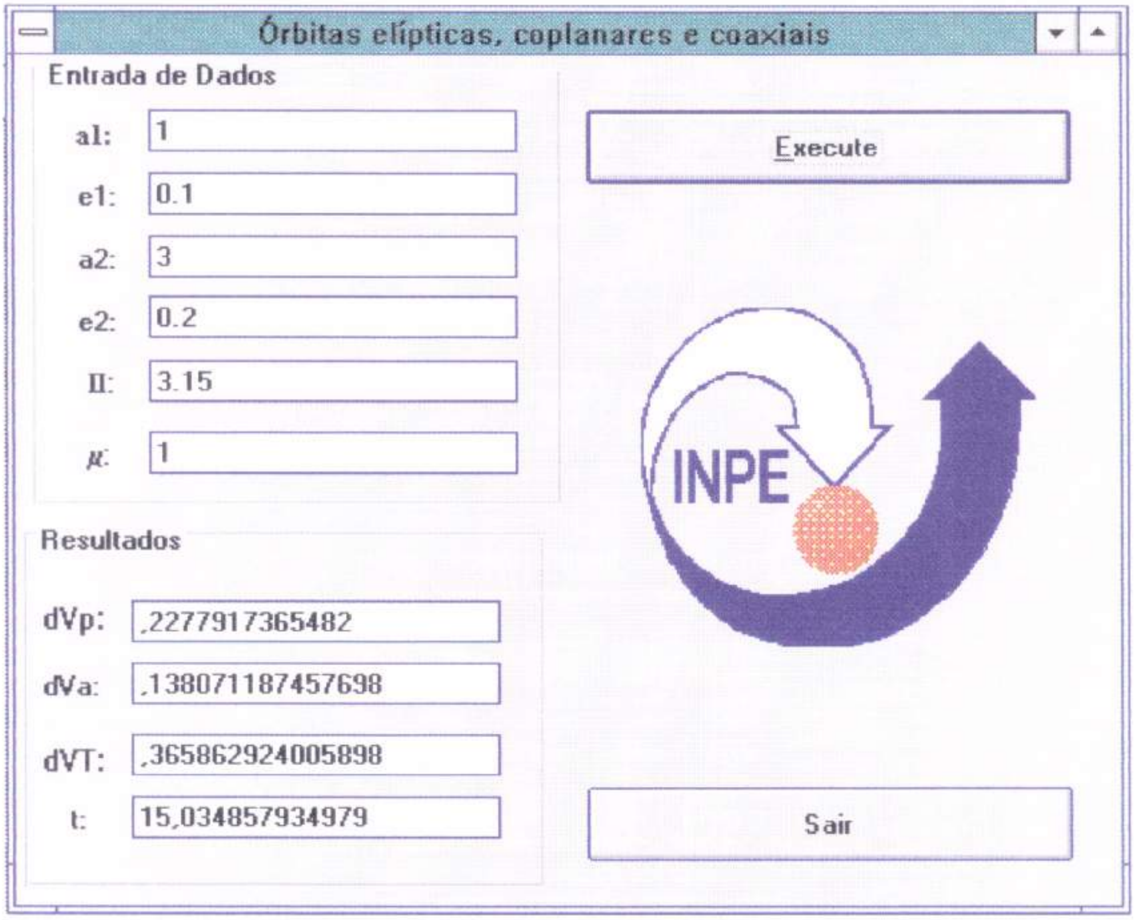
Observação: Esta transferência não é de mínima energia.

2.10 - Resultados




Execute
Entrada de Dados
a1 1
a2: 2
Π: 3.15
μ: 1
Resultados
dVp: ,154700538379252
dVT: ,284457050376173
dVa: ,129756511996922
t: 4,09197003288147
INPE
Sair


Órbitas circular e elíptica coplanares e concêntricas
Entrada de Dados
Execute
r1: 1
a2: 3
e2: 0.1
Resultados
dVp: ,414213562373095
dVT: 1,05249830087732
dVa: ,638284738504225
t: ,7875
INPE
Sair


Órbitas elípticas, coplanares e coaxiais
Entrada de Dados
a1:
1
e1:
0.1
a2:
3
e2:
0.2
Π:
3.15
μ:
1
Execute
INPE
Resultados
dVp:
,2277917365482
dVa:
,138071187457698
dVT:
,365862924005898
t:
15,034857934979
Sair


Órbitas elípticas, coplanares não coaxiais de mesma dimensão
Entrada de Dados
μ 1
a: 1
e: 0.1
om1: 0
om2: 1.046667
Resultados
dVc: 4,89285555123015E-02
dVT: 9,78571110246029E-02
t: 1,20752897175648
Execute
INPE
Sair

*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***

GRAVITATIONAL CONSTANT: U = =1.000000
INITIAL ORBIT: K0 = .100000 H0 = .000000 D0 = 1.005038
FINAL ORBIT: K2 = .200000 H2 = .000000 D2 = .721688
INITIAL ORBIT: A0 = 1.0000 EC0 = .100000 OME0 =.000000
FINAL ORBIT: A2 = 2.0000 EC2 = .200000 OME2 = .000000
TOLERANCES: TOLX = .0000000000010

*** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***

INDEPENDENT VARIABLES: T1 =.0000 T2 = 179.9660 D1 =.874007
DEPENDENT VARIABLES: K1 =.45454544502567850 H1 =-.00011637238218502
KEPLERIAN ELEMENTS: A = 1.650000 E = .454545459922 W = -.014669
DISTANCES FOR IMPULSES: R1 = .900000000000 R2 = 2.399999894629
LAWDEN ELEMENTS: A = .763888893888 B = .347222228602 U1 = 1.111111111111
U2 = .416666684960
LAWDEN ELEMENTS: FI1 = .035161 FI2 = .027444
IMPULSE 1: VR1 = .000101710320 VT1 = .165741851382 DV1 = .165741882590
IMPULSE 2: VR2 = -.000048194601 VT2 = .100618980545 DV2 = .100618992087
TOTAL IMPULSE : DV = .266360874677

*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***

GRAVITATIONAL CONSTANT: U = 1.000000
INITIAL ORBIT: K0 = .200000 H0 = .000000 D0 = 1.020621
FINAL ORBIT: K2 = -.099816 H2 = .173311 D2 = .456435
INITIAL ORBIT: A0 = 1.0000 EC0 = .200000 OME0 = .000000
FINAL ORBIT: A2 = 5.0000 EC2 = .200000 OME2 = 2.093333
TOLERANCES: TOLX = .0000000000010

*** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***

INDEPENDENT VARIABLES: T1 = 49.9906 T2 = 205.9611 D1 =.837985
DEPENDENT VARIABLES: K1 = .59045937349559640 H1 = .38451993820594590
KEPLERIAN ELEMENTS: A = 2.828307 E = .704626038851 W = 33.073047
DISTANCES FOR IMPULSES: R1 = .850624383988 R2 = 3.734312462866
LAWDEN ELEMENTS: A = .702218375776 B = .494801352531 U1 = 1.175607023293
U2 = .211223912203
LAWDEN ELEMENTS: FI1 = 3.527617 FI2 = 3.872735
IMPULSE 1: VR1 = .015475909463 VT1 = .251043000239 DV1 = .251519565328
IMPULSE 2: VR2 = .017962929632 VT2 = .210706632335 DV2 = .211470924127
TOTAL IMPULSE : DV = .462990489455

*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***

GRAVITATIONAL CONSTANT: U = 1.000000
INITIAL ORBIT: K0 = .200000 H0 = .000000 D0 = 1.020621
FINAL ORBIT: K2 = .250230 H2 = .432880 D2 = 1.154701
INITIAL ORBIT: A0 = 1.0000 EC0 = .200000 OME0 =.000000
FINAL ORBIT: A2 = 1.0000 EC2 = .500000 OME2 = 1.046667
TOLERANCES: TOLX = .0000000000010

*** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***

INDEPENDENT VARIABLES: T1 = 89.9830 T2 = 255.9517 D1 = .942799
DEPENDENT VARIABLES: K1 = .22342293531185060 H1 = .17190241655371680
KEPLERIAN ELEMENTS: A =1.222145 E = .281901133095 W = 37.574814
DISTANCES FOR IMPULSES: R1 = .959943108628 R2 = 1.444179082008
LAWDEN ELEMENTS: A = .888870561803 B = .250573618547 U1 = 1.041728401415
U2 = .692434901224
LAWDEN ELEMENTS: FI1 = 3.391979 FI2 = 177.435704
IMPULSE 1: VR1 = .006470820912 VT1 = .084250002359 DV1 = .084498132647
IMPULSE 2: VR2 = .006036140785 VT2 = -.134779477781 DV2 = .134914575293
TOTAL IMPULSE : DV = .219412707940

*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***

GRAVITATIONAL CONSTANT: U = 1.000000
INITIAL ORBIT: K0 = .200000 H0 = .000000 D0 = 1.020621
FINAL ORBIT: K2 = -.249540 H2 = .433278 D2 = 1.154701
INITIAL ORBIT: A0 = 1.0000 EC0 = .200000 OME0 = .000000
FINAL ORBIT: A2 = 1.0000 EC2 = .500000 OME2 = 2.093333
TOLERANCES: TOLX = .0000000000010

*** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***

INDEPENDENT VARIABLES: T1 = 141.9732 T2 = 309.9415 D1 = .887971
DEPENDENT VARIABLES: K1 = .00316924212202345 H1 = .18741259285754780
KEPLERIAN ELEMENTS: A = 1.314422 E = .187439387689 W = 89.031192
DISTANCES FOR IMPULSES: R1 = 1.139526151221 R2 = 1.477542269656
LAWDEN ELEMENTS: A = .788493278914 B = .147794697397 U1 = .877557745321
U2 = .676799588436
LAWDEN ELEMENTS: FI1 = 3.153914 FI2 = 177.164843
IMPULSE 1: VR1 = .007077558520 VT1 = .128445010412 DV1 = .128639855933
IMPULSE 2: VR2 = .008719090967 VT2 = -.176060575071 DV2 = .176276341696
TOTAL IMPULSE : DV = .304916197629

*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***

GRAVITATIONAL CONSTANT: U = 1.000000
INITIAL ORBIT: K0 = .200000 H0 = .000000 D0 = 1.020621
FINAL ORBIT: K2 = .100092 H2 = .173152 D2 = .721688
INITIAL ORBIT: A0 = 1.0000 EC0 = .200000 OME0 = .000000
FINAL ORBIT: A2 = 2.0000 EC2 = .200000 OME2 = 1.046667
TOLERANCES: TOLX = .0000000000010

*** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***

INDEPENDENT VARIABLES: T1 = 49.9906 T2 = 193.9634 D1 = .907013
DEPENDENT VARIABLES: K1 = .41631725480250680 H1 = .21066201793925930
KEPLERIAN ELEMENTS: A = 1.553814 E = .466581763948 W = 26.840012
DISTANCES FOR IMPULSES: R1 = .850624383988 R2 = 2.229748021967
LAWDEN ELEMENTS: A = .822672214590 B = .383843853034 U1 = 1.175607023293
U2 = .448481169239
LAWDEN ELEMENTS: FI1 = 3.977657 FI2 = 3.291600
IMPULSE 1: VR1 = .010032199317 VT1 = .144275642150 DV1 = .144624015782
IMPULSE 2: VR2 = .009528513239 VT2 = .126974154445 DV2 = .127331176314
TOTAL IMPULSE : DV = .271955192096

*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***

GRAVITATIONAL CONSTANT: U = 1.000000
INITIAL ORBIT: K0 = .200000 H0 = .000000 D0 = 1.020621
FINAL ORBIT: K2 = .150138 H2 = .259728 D2 = 1.048285
INITIAL ORBIT: A0 =1.0000 EC0 = .200000 OME0 = .000000
FINAL ORBIT: A2 = 1.0000 EC2 = .300000 OME2 = 1.046667
TOLERANCES: TOLX = .0000000000010

*** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***

INDEPENDENT VARIABLES: T1 = 107.9796 T2 = 273.9483 D1 = .961134
DEPENDENT VARIABLES: K1 = .17860512213090220 H1 = .11894175492568250
KEPLERIAN ELEMENTS: A = 1.134764 E = .214585485800 W = 33.661558
DISTANCES FOR IMPULSES: R1 = 1.023165923131 R2 = .211352428745
LAWDEN ELEMENTS: A = .923777826612 B = .198229313695 U1 = .977358586123
U2 = .825523585267
LAWDEN ELEMENTS: FI1 = 3.257485 FI2 = 177.300904
IMPULSE 1: VR1 = .004412244346 VT1 = .059269144491 DV1 = .059433150588
IMPULSE 2: VR2 = .003366332619 VT2 = -.071406852853 DV2 = .071486158308
TOTAL IMPULSE : DV = .130919308896

*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***

GRAVITATIONAL CONSTANT: U = 1.000000
INITIAL ORBIT: K0 = .100000 H0 = .000000 D0 = 1.005038
FINAL ORBIT: K2 = .800000 H2 = .000000 D2 = .235702
INITIAL ORBIT: A0 = 1.0000 EC0 = .100000 OME0 = .000000
FINAL ORBIT: A2 = 50.0000 EC2 = .800000 OME2 = .000000
TOLERANCES: TOLX = .000000000010

*** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***

INDEPENDENT VARIABLES: T1 =.0000 T2 = 179.9660 D1 = .749074
DEPENDENT VARIABLES: K1 = .98019793632136550 H1 = -.00040925512911384
KEPLERIAN ELEMENTS: A = 45.450003 E =.980198021758 W = -.023922
DISTANCES FOR IMPULSES: R1 = .900000000000 R2 = 89.999936777156
LAWDEN ELEMENTS: A = .561111134766 B = .550000024284 U1 = 1.111111111111
U2 = .011111118916
LAWDEN ELEMENTS: FI1 =.046496 FI2 = .029858
IMPULSE 1: VR1 = .000306562179 VT1 = .377772236915 DV1 = .377772361303
IMPULSE 2: VR2 = -.000016836182 VT2 = .032307336437 DV2 = .032307340824
TOTAL IMPULSE : DV = .410079702127

*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***

GRAVITATIONAL CONSTANT: U = 1.000000
INITIAL ORBIT: K0 = .200000 H0 = .000000 D0 = 1.020621
FINAL ORBIT: K2 = .100092 H2 = .173152 D2 = 1.020621
INITIAL ORBIT: A0 = 1.0000 EC0 = .200000 OME0 = .000000
FINAL ORBIT: A2 = 1.0000 EC2 = .200000 OME2 = 1.046667
TOLERANCES: TOLX = .000000000010

*** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***

INDEPENDENT VARIABLES: T1 = 125.9762 T2 = 293.9445 D1 = .967632
DEPENDENT VARIABLES: K1 = .15095545892496000 H1 = .08710406226252475
KEPLERIAN ELEMENTS: A = 1.101477 E = .174283298804 W = 29.985733
DISTANCES FOR IMPULSES: R1 = 1.087806265679 R2 = 1.087976211348
LAWDEN ELEMENTS: A = .936311743878 B = .163183499432 U1 = .919281338554
U2 = .919137743611
LAWDEN ELEMENTS: FI1 = 2.938097 FI2 = 176.961125
IMPULSE 1: VR1 = .002531520850 VT1 = .049323861023 DV1 = .049388782775
IMPULSE 2: VR2 = .002618104438 VT2 = -.049316156464 DV2 = .049385602753
TOTAL IMPULSE : DV = .098774385528

```
*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***
GRAVITATIONAL CONSTANT:  U = 1.000000
INITIAL ORBIT:  KO =  .200000   HO =  .000000   DO = 1.020621
FINAL ORBIT:  K2 = -.099816   H2 =  .173311   D2 = 1.020621
INITIAL ORBIT:  AO = 1.0000   ECO =  .200000   OMEO =.000000
FINAL ORBIT:  A2 = 1.0000   EC2 =  .200000   OME2 =  2.093333
TOLERANCES:  TOLX =  .0000000000010

*** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***
INDEPENDENT VARIABLES:  T1 = 153.9709   T2 =  325.9385   D1 =  .927611
DEPENDENT VARIABLES:  K1 =  .05000704674465253   H1 =  .08651203376125133
KEPLERIAN ELEMENTS:  A = 1.173887   E =  .099925155540   W =  59.970553
DISTANCES FOR IMPULSES:  R1 = 1.170323993705   R2 = 1.170388905554
LAWDEN ELEMENTS: A =  .860462621393  B =  .085981861279  U1 =  .854464238432
                 U2 =  .854416848327
LAWDEN ELEMENTS:  FI1 = 1.972264   FI2 = 177.965210
IMPULSE 1:  VR1 =  .002890711015   VT1 =  .083944206044   DV1 =  .083993963703
IMPULSE 2:  VR2 =  .002982265209   VT2 = -.083939550349   DV2 =  .083992511681
TOTAL IMPULSE :  DV =  .167986475384
```

```
*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***
GRAVITATIONAL CONSTANT:  U =  1.000000
INITIAL ORBIT:  KO =  .200000   HO =  .000000   DO = 1.020621
FINAL ORBIT:  K2 = -.200000   H2 =  .000319   D2 = 1.020621
INITIAL ORBIT:  AO =  1.0000   ECO =  .200000   OMEO =  .000000
FINAL ORBIT:  A2 =  1.0000   EC2 =  .200000   OME2 = 3.140000
TOLERANCES:  TOLX =  .0000000000010

*** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***
INDEPENDENT VARIABLES:  T1 =  179.9660   T2 =  359.9321   D1 =  .912871
DEPENDENT VARIABLES:  K1 =  .00000010171280153   H1 =  .00012744316534192
KEPLERIAN ELEMENTS:  A = 1.200000   E =  .000127443206   W =  89.954272
DISTANCES FOR IMPULSES:  R1 =  1.199999947314   R2 =  1.199999975110
LAWDEN ELEMENTS: A =  .833333391740  B =  .000106202679  U1 =  .833333369921
                 U2 =  .833333350618
LAWDEN ELEMENTS:  FI1 = .002756   FI2 = 179.980268
IMPULSE 1:  VR1 = -.000004635701   VT1 =  .096374320488   DV1 =  .096374320600
IMPULSE 2:  VR2 =  .000033189958   VT2 = -.096374318256   DV2 =  .096374323971
TOTAL IMPULSE :  DV =  .192748644571
```

*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***

GRAVITATIONAL CONSTANT: U = 1.000000
INITIAL ORBIT: K0 = .200000 H0 = .000000 D0 = 1.020621
FINAL ORBIT: K2 = -.100368 H2 = -.172992 D2 = 1.020621
INITIAL ORBIT: A0 = 1.0000 EC0 = .200000 OME0 = .000000
FINAL ORBIT: A2 = 1.0000 EC2 = .200000 OME2 = 3.186667
TOLERANCES: TOLX = .0000000000010

*** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***

INDEPENDENT VARIABLES: T1 = 205.9611 T2 = 33.9936 D1 = .927522
DEPENDENT VARIABLES: K1 = .04971543975851658 H1 = -.08632988981716916
KEPLERIAN ELEMENTS: A =1.174040 E = .099621658419 W = -60.063329
DISTANCES FOR IMPULSES: R1 = 1.170472253232 R2 = 1.170638641917
LAWDEN ELEMENTS: A = .860297926642 B = .085704306187 U1 = .854356006508
U2 = .854234572645
LAWDEN ELEMENTS: FI1 =1.923173 FI2 = 177.916076
IMPULSE 1: VR1 = -.002821307603 VT1 = .084021729355 DV1 = .084069083380
IMPULSE 2: VR2 = -.003056896312 VT2 = -.084009786929 DV2 = .084065384760
TOTAL IMPULSE : DV = .168134468140

*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***

GRAVITATIONAL CONSTANT: U = 1.000000
INITIAL ORBIT: K0 = .200000 H0 = .000000 D0 = 1.020621
FINAL ORBIT: K2 = .099540 H2 = -.173470 D2 = 1.020621
INITIAL ORBIT: A0 = 1.0000 EC0 = .200000 OME0 = .000000
FINAL ORBIT: A2 = 1.0000 EC2 = .200000 OME2 = 5.233333
TOLERANCES: TOLX = .0000000000010

*** OUTPUT DATA FOR MANEUVER ***

INDEPENDENT VARIABLES: T1 = 233.9559 T2 = 65.9875 D1 = .967482
DEPENDENT VARIABLES: K1 = .15067268983282010 H1 = -.08726423882361868
KEPLERIAN ELEMENTS: A = 1.101753 E = .174118657354 W = -30.077890
DISTANCES FOR IMPULSES: R1 = 1.088042688108 R2 = 1.088374951641
LAWDEN ELEMENTS: A = .936022051683 B = .162978902893 U1 = .919081586531
U2 = .918801005565
LAWDEN ELEMENTS: FI1 = 2.889932 FI2 = 176.912907
IMPULSE 1: VR1 = -.002496828189 VT1 = .049460114130 DV1 = .049523096034
IMPULSE 2: VR2 = -.002666675396 VT2 = -.049445014745 DV2 = .049516872284
TOTAL IMPULSE : DV = .099039968318

3.8. Conclusões

Este capítulo formula e propõe uma solução para o "Problema de Lambert com mínimo Delta-V". Esta variante do problema de Lambert tem a condição original de completar a transferência em um tempo dado substituído pela nova condição de que a transferência tenha um mínimo ΔV. As expressões analíticas e os procedimentos numéricos para resolver esse problema são derivados de diferentes maneiras. Foram feitos gráficos de contorno para um caso teste. É também mostrado como usar este problema para resolver o problema de encontrar o mínimo ΔV de transferência de órbita entre duas órbitas coplanares dadas.

Os dados aqui obtidos serão utilizados para comparação com a manobra tri-impulsiva, no Capítulo 4 desse trabalho.

Capítulo 4:

"COMPARAÇÕES ENTRE AS TRANSFERÊNCIAS BI E TRI-IMPULSIVAS"

4.1-Introdução:

Neste capítulo, são mostrados os testes referentes aos métodos que fornecem a solução deste problema para uma transferência entre duas órbitas coplanares elípticas com dois ou três impulsos, mostrando as vantagens e desvantagens obtidas pela aplicação do terceiro impulso.

Para o caso de transferência com dois impulsos, nós utilizamos o método desenvolvido em Prado (1993), que é uma extensão do método sugerido por Lawden (1991), incluindo o aspecto novo da introdução da uma série de variáveis que permitem a redução do conjunto original de onze equações e onze incógnitas para um conjunto de três equações e três incógnitas (ver Capítulo 3).

Para o caso de três impulsos, o método descrito em Zanardi (1988), foi escolhido para implementação. Ele considera somente transferências que não passam pelo infinito durante a transferência (ver Capítulo 2).

4.2-Desenvolvimento:

Para uma melhor análise dos resultados foram feitas tabelas, variando separadamente os parâmetros de entrada dos programas, permitindo assim a comparação dos mesmos.

Os parâmetros de entrada são os seguintes:

a = semi-eixo maior (para órbita inicial e final)

e = excentricidade (para órbita inicial e final)

ω = argumento do perigeu (para órbita inicial e final)

Os parâmetros de saída são os seguintes:

ΔV_{bi} = Variação da velocidade na transferência bi-impulsiva

ΔV_{tri} = Variação da velocidade na transferência tri-impulsiva

σ = ângulo de transferência bi-impulsivo para a manobra bi-impulsiva

$\Delta VD = |\Delta V_{bi} - \Delta V_{tri}|$

4.2-Tabelas:

Tabela 1. Manobras que alteram somente ω_f

e_i	e_f	ω_f	ΔV_{bi}	ΔV_{tri}	TTri	ΔVD	σ (°)
0.2	0.2	60°	0.0987	0.4082	7.6758	0.3094	168
0.2	0.2	120°	0.1679	0.4082	9.0517	0.2403	172
0.2	0.2	180°	0.1927	0.4082	10.4276	0.2155	180
0.2	0.2	240°	0.1681	0.4082	11.8035	0.2401	172
0.2	0.2	300°	0.0990	0.4082	13.1793	0.3092	168
0.4	0.4	60°	0.2004	0.8728	8.0338	0.6724	152
0.4	0.4	120°	0.3257	0.8728	9.6130	0.5471	162
0.4	0.4	180°	0.3810	0.8728	11.5014	0.4918	180
0.4	0.4	240°	0.3345	0.8728	13.2352	0.5383	164
0.4	0.4	300°	0.2009	0.8728	6.6328	0.6719	152
0.6	0.6	60°	0.3149	1.500	8.4183	1.1851	134
0.6	0.6	120°	0.5133	1.500	10.5366	0.9867	156
0.6	0.6	180°	0.5811	1.500	12.6549	0.9189	180
0.6	0.6	240°	0.5137	1.500	14.7732	0.9863	156
0.6	0.6	300°	0.3157	1.500	16.8915	1.1843	134

Tabela 2. Manobras que alteram soente e_f

e_i	e_f	ΔV_{bi}	ΔV_{tri}	TTri	ΔVD
0.0	0.020	0.0099	0.0202	6.2057	0.0103
0.0	0.040	0.0199	0.0408	6.1119	0.0209
0.0	0.060	0.0297	0.0619	6.0186	0.0321
0.0	0.080	0.0396	0.0834	5.9258	0.0438
0.0	0.100	0.0494	0.1055	5.8334	0.0561
0.0	0.110	0.0543	0.1167	5.7844	0.0624
0.0	0.120	0.0592	0.1281	5.7416	0.0689
0.0	0.130	0.0641	0.1396	5.6958	0.0755
0.0	0.140	0.0690	0.1513	5.6502	0.0823
0.0	0.150	0.0739	0.1631	5.6077	0.0892
0.0	0.200	0.0983	0.2247	5.3790	0.1264
0.0	0.225	0.1105	0.2572	5.2673	0.1467
0.0	0.250	0.1227	0.2909	5.1564	0.1682
0.0	0.275	0.1350	0.3261	5.0463	0.1914
0.0	0.300	0.1472	0.3627	4.9370	0.2155
0.0	0.400	0.1969	0.5275	4.5079	0.3306
0.0	0.500	0.2483	0.7320	4.0919	0.4837
0.0	0.600	0.3277	1.0000	3.6896	0.6723
0.0	0.800	0.4305	2.0000	2,9279	1.5695
0.2	0.300	0.0510	0.5462	5.8334	0.4952
0.2	0.400	0.1026	0.7110	5.3790	0.6084
0.2	0.500	0.1557	0.9155	4.9370	0.7598
0.2	0.600	0.2117	1.1835	4.5079	0.9718
0.2	0.700	0.2725	1.5639	4.0919	1.2914
0.2	0.800	0.3422	2.1835	3.6896	1.8413

Tabela 3. Manobras que alteram ω_f, e_f

e_i	e_f	ω_f	ΔV_{bi}	ΔV_{tri}	TTri	ΔVD
0.0	0.3	60°	0.1473	0.3628	5.9373	0.2155
0.0	0.3	120°	0.1473	0.3628	7.0303	0.2155
0.0	0.3	180°	0.1473	0.3628	8.0770	0.2155
0.0	0.3	240°	0.1473	0.3628	9.1237	0.2155
0.0	0.3	300°	0.3147	0.3628	10.1703	0.0480
0.0	0.5	60°	0.2484	0.7321	5.1386	0.4837
0.0	0.5	120°	0.2484	0.7321	6.1853	0.4837
0.0	0.5	180°	0.2484	0.7321	7.2319	0.4837
0.0	0.5	240°	0.2484	0.7321	8.2786	0.4837
0.0	0.5	300°	0.2484	0.7321	9.3253	0.4837
0.2	0.3	60°	0.1309	0.5463	7.2093	0.4153
0.2	0.3	120°	0.2108	0.5463	8.5852	0.3354
0.2	0.3	180°	0.2399	0.5463	9.9610	0.3063
0.2	0.3	240°	0.2110	0.5463	11.3369	0.3352
0.2	0.3	300°	0.1312	0.5463	12.7128	0.4150
0.2	0.5	60°	0.2194	0.9155	6.3129	0.6961
0.2	0.5	120°	0.3049	0.9155	7.6882	0.6106
0.2	0.5	180°	0.3338	0.9155	9.0647	0.5817
0.2	0.5	240°	0.3051	0.9155	10.4405	0.6104
0.2	0.5	300°	0.2196	0.9155	11.8164	0.6959

Tabela 4. Manobras que alteram somente a_f

e_i	a_f	e_f	ΔV_{bi}	ΔV_{tri}	TTri	ΔVD
0.00	1.2	0.00	0.0869	0.0871	7.2682	0.0002
0.00	1.5	0.00	0.1816	0.1835	8.8045	0.0019
0.00	3.1	0.00	0.4009	0.4320	18.4914	0.0311
0.00	3.3	0.00	0.4139	0.4495	19.8608	0.0356
0.00	5.0	0.00	0.4800	0.5527	32.7357	0.0727
0.05	1.1	0.05	0.0463	0.0511	6.7541	0.0048
0.05	1.2	0.05	0.0865	0.0490	7.2187	0.0374
0.05	1.3	0.05	0.1216	0.0785	7.6935	0.0430
0.05	1.5	0.05	0.1801	0.1422	8.6727	0.0379
0.05	2.0	0.05	0.2806	0.2572	11.2857	0.0234
0.05	2.3	0.05	0.3216	0.3074	12.9600	0.0142
0.05	2.4	0.05	0.3330	0.3222	13.5351	0.0108
0.05	2.5	0.05	0.3436	0.3357	14.1185	0.0079
0.05	2.6	0.05	0.3534	0.3486	14.7099	0.0048
0.05	2.7	0.05	0.3625	0.3608	15.3094	0.0017
0.05	2.8	0.05	0.3709	0.3723	15.9168	0.0014
0.05	2.9	0.05	0.3788	0.3833	16.5321	0.0045
0.05	3.0	0.05	0.3861	0.3936	17.1551	0.0075
0.05	3.3	0.05	0.4052	0.4218	19.0694	0.0166
0.05	3.4	0.05	0.4108	0.4304	19.7224	0.0196
0.05	3.5	0.05	0.4161	0.4386	20.3827	0.0225
0.10	1.1	0.10	0.4611	0.1495	6.7299	0.3116
0.10	1.2	0.10	0.0859	0.1046	7.1693	0.0187
0.10	1.3	0.10	0.1206	0.0947	7.6178	0.0259
0.10	1.4	0.10	0.1511	0.0955	8.0753	0.0556
0.10	1.5	0.10	0.1780	0.0997	8.5417	0.0783
0.10	3.0	0.10	0.3776	0.3641	16.4995	0.0135
0.10	3.1	0.10	0.3842	0.3744	17.0891	0.0098
0.10	3.2	0.10	0.3902	0.3843	17.6856	0.0059
0.10	3.3	0.10	0.3959.	0.3938	18.2888	0.0021
0.10	3.4	0.10	0.4013	0.4028	18.8988	0.0015
0.10	3.5	0.10	0.4062	0.4114	19.5154	0.0052
0.10	4.0	0.10	0.4271	0.4496	22.6956	0.0225
0.10	4.5	0.10	0.4427	0.4812	26.0319	0.0384
0.10	5.0	0.10	0.45477	0.5079	29.5173	0.0532
0.10	10.0	0.10	0.49646	0.6527	71.4953	0.1563
0.10	20.0	0.10	0.4980	0.7551	185.9283	0.2571
0.20	1.1	0.20	0.0452	0.3512	6.6817	0.3060
0.20	1.2	0.20	0.0840	0.3015	7.0709	0.2175
0.20	1.3	0.20	0.1176	0.2576	7.4673	0.1400
0.20	3.3	0.20	0.3755	0.3350	16.7607	0.0405
0.20	3.4	0.20	0.3803	0.3450	17.2872	0.0353
0.20	3.5	0.20	0.3848	0.3545	17.8190	0.0302

Tabela 5. Manobras que alteram ω_f , a_f

a_f	ω_f	ΔV_{bi}	ΔV_{tri}	ΔVD	TTri	σ
2.0	60°	0.2719	0.1849	0.0870	11.8118	144
2.0	120°	0.2830	0.1849	0.0981	13.1877	130
2.0	180°	0.2867	0.1849	0.1018	14.5636	180
2.0	240°	0.2830	0.1849	0.0981	15.9394	130
2.0	300°	0.2719	0.1849	0.0558	17.3153	156
3.0	60°	0.3679	0.3021	0.0658	16.5900	158
3.0	120°	0.3860	0.3021	0.0658	17.9659	146
3.0	180°	0.3952	0.3021	0.0931	19.3418	180
3.0	240°	0.3861	0.3021	0.0840	20.7177	146
3.0	300°	0.6794	0.3021	0.3773	22.0935	156
4.0	60°	0.4135	0.3968	0.0167	21.9335	162
4.0	120°	0.4356	0.3968	0.0388	23.3094	152
4.0	180°	0.4482	0.3968	0.0514	24.6853	180
4.0	240°	0.4357	0.3968	0.0389	26.0612	152
4.0	300°	0.4136	0.3968	0.0158	27.4370	162
5.0	60°	0.4385	0.4615	0.0230	27.7878	146
5.0	90°	0.4502	0.4615	0.0113	28.4758	158
5.0	120°	0.463	0.4615	0.0014	29.1637	156
5.0	150°	0.4736	0.4615	0.0121	29.8516	164
5.0	180°	0.4777	0.4615	0.0161	30.5395	180
5.0	210°	0.4737	0.4615	0.1220	31.2275	164
5.0	240°	0.4631	0.4615	0.0015	31.9154	156
5.0	270°	0.4503	0.4615	0.1120	32.6034	158
5.0	300°	0.4386	0.4615	0.0230	33.2913	164
5.0	360°	0.4601	0.4615	0.0014	34.6673	180
6.0	60°	0.4534	0.5092	0.0556	34.1116	166
6.0	90°	0.4656	0.5092	0.0437	34.7995	160
6.0	120°	0.4792	0.5092	0.0300	35.4875	158
6.0	150°	0.4907	0.5092	0.1857	36.1754	166
6.0	180°	0.4951	0.5092	0.0141	36.8633	180
6.0	210°	0.4907	0.5092	0.0186	37.5513	166
6.0	240°	0.4793	0.5092	0.0299	38.2392	158
6.0	270°	0.4656	0.5092	0.0436	38.9272	160
6.0	300°	0.4534	0.5092	0.0558	39.6151	166
7.0	60°	0.4625	0.5463	0.0839	40.8724	166
7.0	120°	0.4892	0.5463	0.0571	42.2482	160
7.0	180°	0.5059	0.5463	0.0404	43.6241	180
7.0	240°	0.4893	0.5463	0.0570	45.0000	160
7.0	300°	0.4624	0.5463	0.0840	46.3759	166
8.0	60°	0.4683	0.5762	0.1079	48.0435	168
8.0	120°	0.4955	0.5762	0.0807	49.4194	162
8.0	180°	0.5123	0.5762	0.0636	50.7952	180
8.0	240°	0.4956	0.5762	0.0806	52.1711	162
8.0	300°	0.4684	0.5762	0.1078	53.5470	168
9.0	60°	0.4719	0.6010	0.1291	55.6027	168
9.0	120°	0.4995	0.6010	0.1915	56.9786	162
9.0	180°	0.5169	0.6010	0.0922	58.3545	180
9.0	240°	0.4999	0.6010	0.1914	59.7303	162
9.0	300°	0.4720	0.6010	0.1290	61.1062	168

Tabela 5 (cont.). Manobras que alteram ω_f , a_f

a_f	ω_f	ΔV_{bi}	ΔV_{tri}	ΔVD	TTri	σ
10.0	60°	0.4742	0.6219	0.1477	63.5310	168
10.0	120°	0.5019	0.6219	0.120	64.9069	164
10.0	180°	0.5193	0.6219	0.1026	66.2828	180
10.0	240°	0.5020	0.6219	0.1199	67.6586	164
10.0	300°	0.4743	0.6219	0.1476	69.0345	168
30.0	60°	0.4639	0.7856	0.3217	238.1469	172
30.0	120°	0.4879	0.7856	0.2977	284.5228	170
30.0	180°	0.5024	0.7856	0.2832	285.8986	180
30.0	240°	0.4879	0.7856	0.2977	287.2745	170
30.0	300°	0.4639	0.7856	0.3217	288.6504	172

Tabela 6. Manobras que alteram e_f e a_f

e_i	a_f	e_f	ΔV_{bi}	ΔV_{tri}	TTri	ΔVD
0.2	2.0	0.3	0.25136	0.21875	9.3380	0.0326
0.2	2.0	0.5	0.21375	0.40825	7.2682	0.1945
0.1	2.0	0.2	0.26636	0.14709	9.8819	0.1193
0.1	2.0	0.3	0.25342	0.17716	8.8045	0.0763
0.1	2.0	0.5	0.21792	0.32021	6.7783	0.1023
0.0	2.0	0.2	0.27045	0.13397	9.3380	0.1365
0.0	2.0	0.3	0.25848	0.13788	8.2815	0.1230
0.0	2.0	0.5	0.22475	0.22475	6.300	0.0000
0.0	2.0	0.6	0.26663	0.41421	5.3790	0.1476
0.2	5.0	0.3	0.41178	0.39979	22.6956	0.0120
0.2	5.0	0.5	0.37614	0.31341	15.8525	0.0627
0.1	5.0	0.2	0.44119	0.45467	25.6537	0.0135
0.1	5.0	0.3	0.42629	0.39294	21.9751	0.0333
0.1	5.0	0.5	0.39222	0.28627	15.2140	0.1060
0.0	5.0	0.2	0.45624	0.45228	24.9029	0.0040
0.0	5.0	0.3	0.44218	0.39056	21.2625	0.0516
0.0	5.0	0.5	0.40950	0.26274	14.5847	0.1467
0.1	10.0	0.3	0.46834	0.57145	51.3479	0.1031
0.1	20.0	0.6	0.43509	0.55518	61.1445	0.1201
0.1	30.0	0.7	0.42281	0.56778	71.4953	0.1449
0.1	40.0	0.8	0.41013	0.53912	51.3479	0.1290
0.1	50.0	0.8	0.41008	0.57813	82.3720	0.1681

4.4-Conclusões:

4.1. Estudo de manobras em ω_f

Para estudar este caso, serão utilizados os seguintes valores: $a_i = a_f = 1.0$, $\omega_i = 0$, $e_i = e_f = 0.2$. Para ω_f serão utilizados os valores: 60°, 120°, 180°, 240° e 300°. Também serão utilizados os valores $e_i = e_f = 0.4$, 0.6, para a mesma situação.

Nos resultados observamos que para todas as situações testadas a transferência bi-impulsiva mostrou-se mais econômica e o ângulo σ ficou igual a 180° somente quando $\omega_f = 180°$ (ver Tabela 1).

4.2. Estudo de manobras em e_f

Para estudar este caso, serão utilizados os seguintes valores: $a_i = a_f = 1.0$, $\omega_i = \omega_f = 0$, $e_i = 0$ e 0.2. Para e_f serão utilizados valores no intervalo 0.02 até 0.8.

Nos resultados observamos que para todas as variações a transferência bi-impulsiva mostrou-se mais econômica e o ângulo σ ficou igual a 180° sempre (ver Tabela 2).

4.3. Estudo de manobras em ω_f, e_f

Para estudar este caso, vamos utilizar os seguintes valores: $a_i = a_f = 1.0$, $\omega_i = 0$, $e_i = 0$. Para e_f utulizamos os valores: $e_f = 0.3$, 0.5. Para ω_f utilizamos os seguintes valores: 60°, 120°, 180°, 240° e 300°. Recalculamos as mesmas situações para $e_i = 0.2$.

Nos resultados observamos que para todas as situações testadas a transferência bi-impulsiva mostrou-se mais econômica e o ângulo σ ficou igual a 180° sempre (ver Tabela 3).

4.4. Estudo de manobras em a_f

Para estudar este caso, vamos utilizar os seguintes valores: $a_i = 1.0$, $\omega_i = \omega_f = 0$. Para e_i e e_f, utilizamos os seguintes valores: $e_i = e_f = 0.1$, $e_i = e_f = 0.05$, $e_i = e_f = 0.2$, $e_i = e_f = 0.0$. Para a_f, utilizamos valores no intervalo 1.1 até 20.0. Os sombreados nos mostram a transferência mais econômica. O ângulo σ ficou igual a 180° sempre(ver Tabela 4). A análise sobre qual tipo de transferência consome menos energia mostra resultados mais complexos. Para $e_i = e_f = 0.0$, a manobra mais econômica foi sempre a bi-impulsiva. Para $e_i = e_f = 0.05$, existe uma região de valores de a_f ($1.2 < a_f < 3.3$) na qual a manobra tri-impulsiva é mais econômica. Fora dessa região é mantida a tendência de obter maiores economias com a manobra bi-impulsiva. Essa situação se repete para os casos $e_i = e_f = 0.1$ e $e_i = e_f = 0.2$. A diferença é que quanto menor a excentricidade mais rápida é a transição entre os tipos de manobras ótimas (bi ou tri-impulso).

Devido à essas mudanças de resultados, novos testes foram feitos com um espaçamento menor entre as anomalias, reduzindo-as de 5° para 0,5° e para 0,05°. Ainda assim os resultados ficaram iguais aos anteriores.

A seguir, foram verificados esses resultados analiticamente, já que estas transferências são do tipo Hohmann. Os resultados mostraram-se iguais aos já encontrados.

4.5. Estudo de manobras em ω_f, a_f

Para estudar este caso, vamos utilizar os seguintes valores: $a_i = 1.0$, $\omega_i = 0$, $e_i = e_f = 0.2$. Para a_f utilizamos valores no intervalo 2.0 até 30.0. Para ω_f utilizamos os seguintes valores: 60°, 120°, 180°, 240° e 300°.

Os resultados são mostrados na Tabela 5. Pode-se concluir que para valores de a_f menores do que 5.0 a manobra tri-impulsiva é sempre mais econômica e para valores de a_f a escolha da melhor manobra depende do valor de ω_f. Na região em torno de $\omega_f = 180^o$ a manobra tri-impulsiva é mais econômica e na região em torno de $\omega_f = 0^o$ a manobra bi-impulsiva é mais econômica. O ângulo σ ficou igual a 180^o quando $\omega_f = 180^o$.

4.6. Estudo de manobras em e_f, a_f

Para estudar este caso, vamos utilizar os seguintes valores: $a_i = 1.0$, $\omega_i = \omega_f = 0$. Para a_f utilizamos valores na faixa que vai de 2.0 até 50.0. Para e_i utilizamos valores na faixa que vai de 0.0 até 0.2 e para e_f de 0.2 até 0.8.

O ângulo σ ficou igual a 180^o sempre. A manobra tri-impulsiva é mais econômica na maioria das situações com excessão de algumas poucas partes mostradas na Tabela 6.

Capítulo 5:

Capítulo 5:

"ENCONTRO DE VEÍCULOS ESPACIAIS"

5.1 Introdução:

Para ocorrer um **encontro de veículos espacias** (*Rendezvous*) é necessário que o instante de suas chegadas em um ponto pré-determinado no espaço seja o mesmo para os dois veículos considerados.

O veículo a ser transferido chama-se ***"interceptador"*** e o veículo a ser interceptado chama-se ***"alvo"***.

Serão vistos aqui, encontro de veículos que estejam inicialmente em órbitas circulares, não coplanares e de raios diferentes, com a restrição de que o veículo alvo esteja orbitando em uma órbita mais alta que a do veículo interceptador.

Há várias maneiras de se completar essa manobra de encontro entre 2 veículos. Analisaremos 3 métodos, os mais promissores, segundo Ball & Osborne; onde a escolha do método a ser aplicado dependerá das circunstâncias particulares envolvidas.

5.2 - Desenvolvimento:

A) Método Direto Interno:

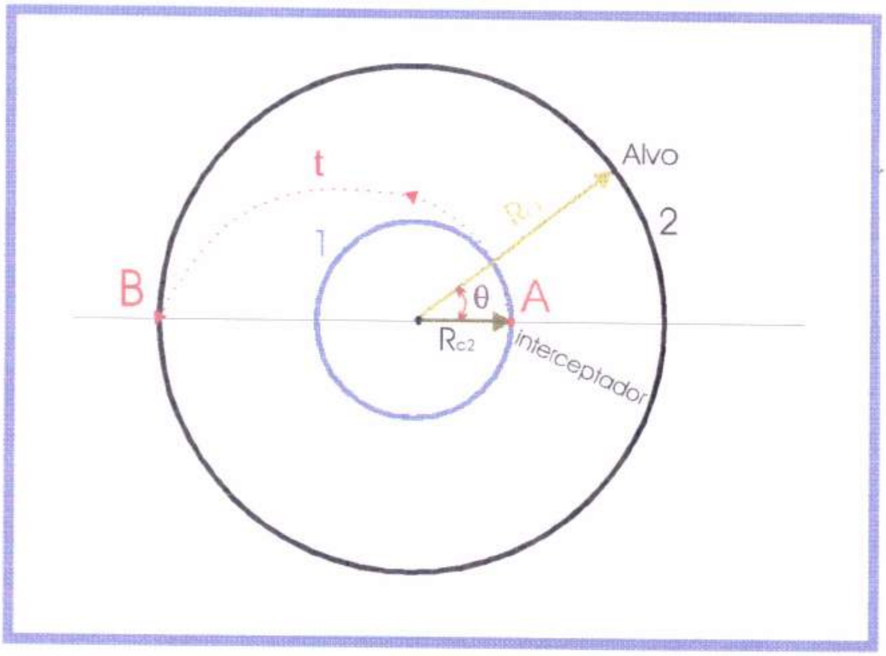


FIG.5.1- Encontro de veículos espaciais pelo método direto interno

A fig. 5.1 mostra o encontro de veículos espaciais pelo método direto interno.

O veículo alvo encontra-se em uma órbita circular de raio R_{c1}, sendo que a órbita está inclinada de um ângulo $\Delta\alpha$ com relação à órbita do interceptador.

Quando o interceptador cruzar a linha dos nodos (intersecção entre dois planos orbitais), este receberá um impulso para girar seu vetor velocidade e colocá-lo no plano da órbita do veículo alvo, de tal forma que ambas as órbitas se tornem coplanares.

A fase seguinte inicia-se no ponto A, onde o alvo está adiantado do interceptador de um ângulo pré-determinado θ (Ver

FIG.5.1). É neste ponto que o interceptador recebe um incremento de velocidade, que causa a entrada na elipse de transferência (t), a fim de atingir o ponto B no mesmo intante que o alvo. Esta velocidade deve ser aumentada, a fim de possibilitar a entrada na órbita do veículo alvo, igualando assim suas velocidades para completar o "Rendezvous".

O incremento total será de: $\Delta V = |\Delta V_\alpha| + |\Delta V_{c1}| + |\Delta V_{c2}|$

Onde:

$$\Delta V_\alpha = 2V_{c2}\,\text{sen}\frac{\Delta\alpha}{2}$$
$$\Delta V_{c1} = V_{pt} - V_{c2}$$
$$\Delta V_{c2} = V_{c1} - V_{at}$$
$$R_{pt} = R_{c2}$$
$$R_{at} = R_{c1}$$

Para viajar de A para B, o interceptador descreve uma semi-elipse t, sendo que o tempo gasto é dado por:

$$t_i = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}}\left(\frac{R_{c1}+R_{c2}}{2}\right)^{3/2}$$

O tempo correspondente ao veículo alvo em (π - θ) radianos é: $t_a = \frac{(\pi-\theta)R_{c1}^{\,3/2}}{\sqrt{\mu}}$.

A fim de ambos os veículos se encontrarem em β no mesmo instante, temos: $t_i = t_a$ de onde podemos concluir que:

$\theta = \pi\left\{1 - \left[\frac{1}{2}\left(\frac{R_{c2}}{R_{c1}}+1\right)\right]^{3/2}\right\}$ é necessário para dar início a esse processo de transferência.

B) Método Direto Externo:

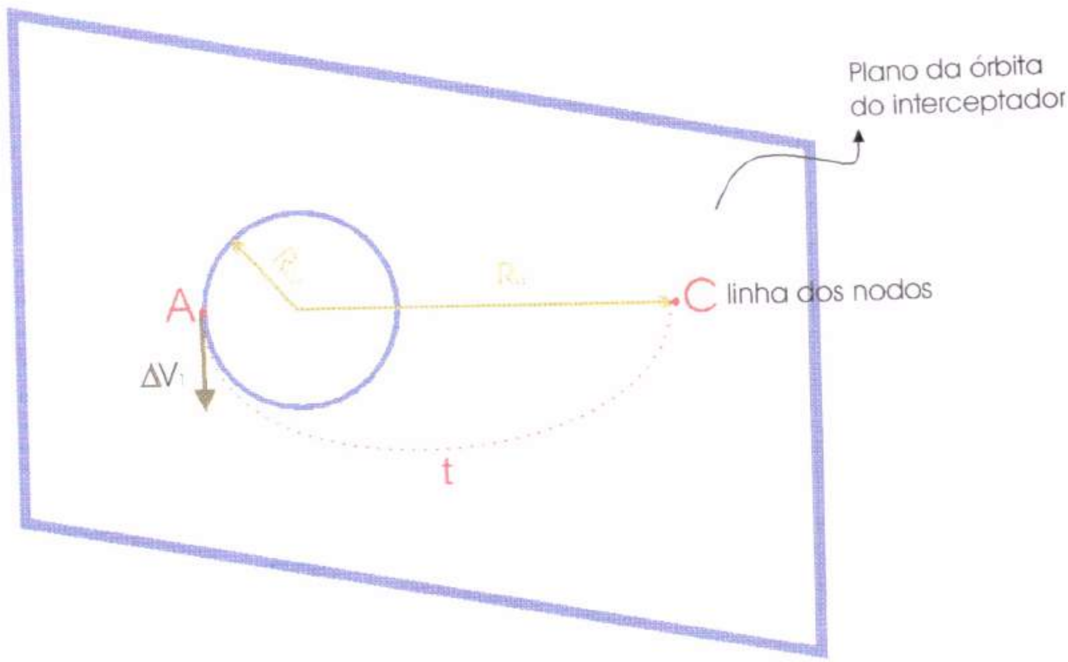


FIG.5.2 - Encontro de veículos espaciais pelo método direto externo

A fig.5.2 mostra o encontro de veículos espaciais pelo método direto externo.

Quando o interceptador cruza a linha dos nodos em A, sua velocidade é impulsivamente aumentada para colocá-lo em uma primeira elipse de transferência (t_1) com o apogeu em C (ver FIG.5.2). Neste ponto, as órbitas do alvo e do interceptador são alinhadas e a velocidade deste é incrementada para colocá-lo na segunda elipse de transferência (t_2), cujo perigeu é o próprio ponto de "Rendezvous" B. Em B, o interceptador é posto na órbita circular final e o "Rendezvous" é completado.

Quando a manobra é iniciada, o alvo está atrasado com respeito ao interceptador de um ângulo θ, ver FIG.5.5.

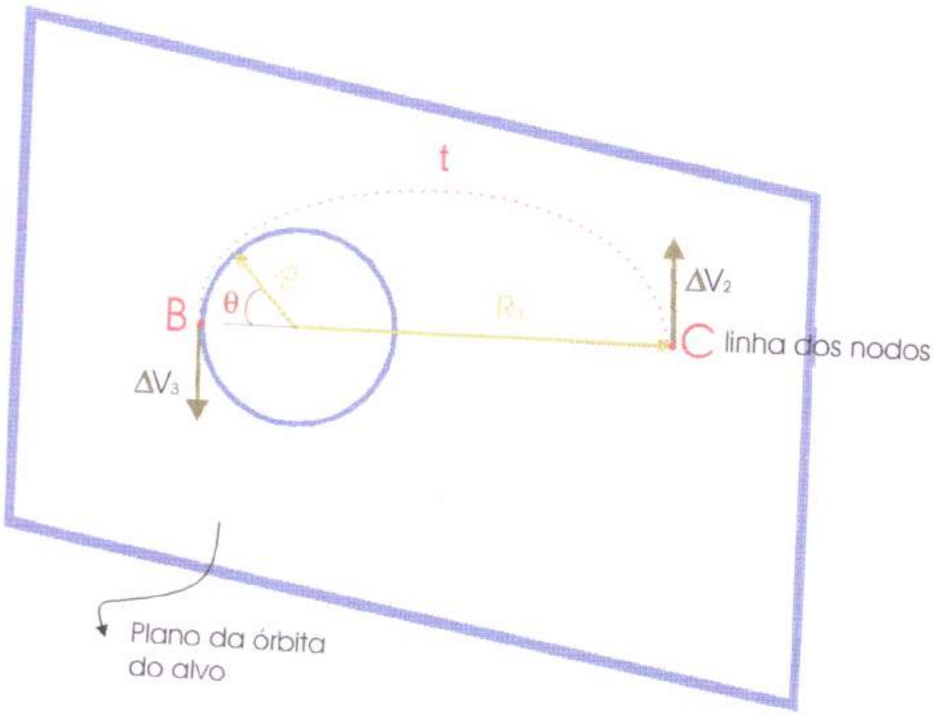


FIG.5.3 - Plano das órbitas do encontro

O incremento total é dado por: : $\Delta V = |\Delta V_1| + |\Delta V_\alpha| + |\Delta V_2| + |\Delta V_3|$

Onde:

$$\Delta V_\alpha = 2V_{a1}\,\text{sen}\frac{\Delta\alpha}{2}$$
$$\Delta V_1 = V_{p1} - V_{c2}$$
$$\Delta V_2 = V_{a2} - V_{a1}$$
$$\Delta V_3 = V_{c1} - V_{p2}$$
$$R_{pt} = R_{c2}$$
$$R_{a1} = R_{a2} = R_a$$
$$R_{p2} = R_{c1}$$

O tempo gasto para ir de A até B é dado por

$$t_i = \frac{\pi}{\sqrt{\mu}}\left\{\left(\frac{R_a + R_{c2}}{2}\right)^{3/2} + \left(\frac{R_a + R_{c1}}{2}\right)^{3/2}\right\}$$

O tempo alvo para chegar em B é: $t_a = \frac{(2\pi - \theta)\,R_{c1}^{\;3/2}}{\sqrt{\mu}}$.

A fim de ambos os veículos se encontrarem no mesmo instante, temos: $t_i = t_a$; de onde concluímos que:

$$\theta = \pi\left\{\frac{1}{R_{c1}^{3/2}} - \left[\left(\frac{R_{c1}+R_a}{2}\right)^{3/2}\right] + \left[\left(\frac{R_{c2}+R_a}{2}\right)^{3/2}\right] - 2\right\}$$

C) Método Indireto

O método indireto utiliza uma órbita intermediária entre o alvo e o interceptador, na qual o interceptador permanece até que o alvo se encontre na posição correta para que o "Rendezvous" se inicie.

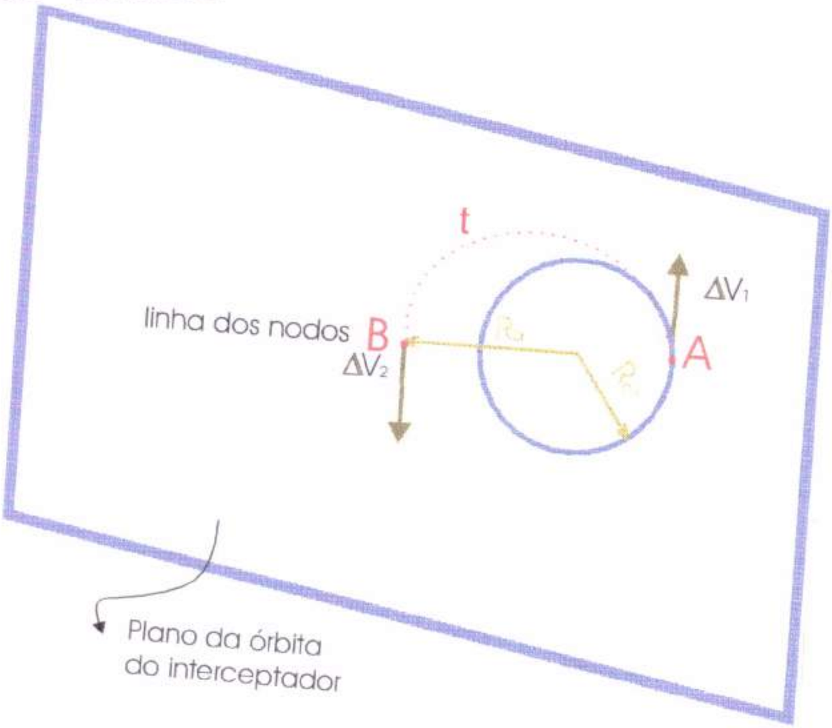


FIG.5.4 - Encontro de veículos espaciais pelo método indireto

Para colocar o interceptador em uma órbita elíptica de transferência t_1 e no apogeu B é feito um incremento impulsivo de velocidade ao mesmo no ponto A. Em B é feita a correção dos planos e dado um incremento de velocidade para o interceptador entrar em uma órbita circular intermediária, coplanar com a trajetória do alvo.

Nesta órbita intermediária o interceptador esperará o veículo alvo até estarem defasados de um ângulo θ, quando então o "Rendezvous" é completado por meio de uma segunda elipse de transferência t_2, como descrito no Método Direto Interno.

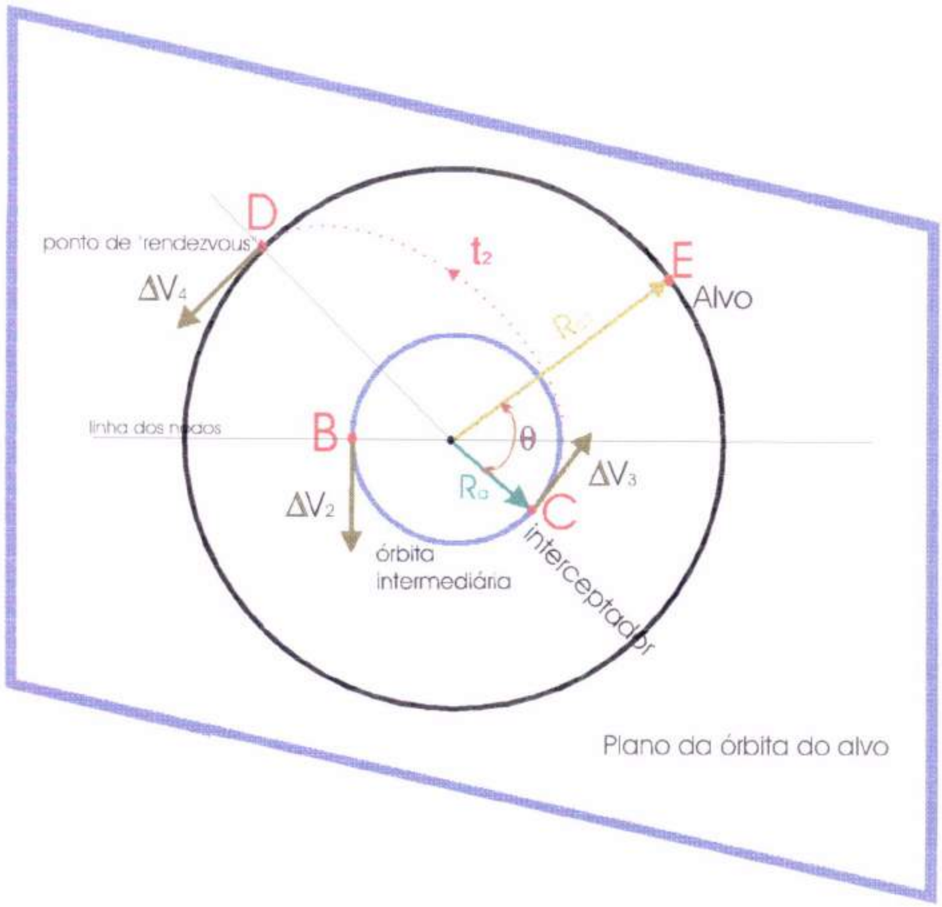


FIG.5.5 - Plano das órbitas do encontro

O incremento total é dado por: $\Delta V = |\Delta V_\alpha| + |\Delta V_1| + |\Delta V_2| + |\Delta V_3| + |\Delta V_4|$

Onde:

$$\Delta V_\alpha = 2V_{a1}\,\mathrm{sen}\frac{\Delta\alpha}{2}$$
$$\Delta V_1 = V_{p1} - V_{c2}$$
$$\Delta V_2 = V_{ct} - V_{a1}$$
$$\Delta V_3 = V_{p2} - V_{ct}$$
$$\Delta V_4 = V_{c1} - V_{a2}$$
$$R_{p1} = R_{c2}$$
$$R_{a1} = R_{p2} = R_a = R_{ct}$$
$$R_{a2} = R_{c1}$$

O ângulo θ que irá determinar a posição relativa entre o alvo e o interceptador é obtido igualando o tempo gasto pelo interceptador ir de C à D com o tempo gasto pelo alvo ir de E à D, que é: $\theta = \pi\left\{1 - \left[\frac{1}{2}\left(1 + \frac{R_a}{R_{c1}}\right)\right]^{3/2}\right\}$

Este método é o mais preciso, pois o "Rendezvous" é associado apena à segunda fase da transferência entre as duas órbitas, sendo que a órbita intermediária já é coplanar com a órbita alvo. O valor de R_a é escolhido de modo que a precisão do estágio final seja a melhor possível. Os erros introduzidos para atingir a órbita intermediária podem ser avaliados e corrigidos enquanto o interceptador aguarda a posição para entrar na elipse de transferência t_2 (atrasada de um ângulo θ com respeito ao alvo).

5.3-Resultados:


Método Direto Externo
Entrada de Dados
Rc1: 1
Rc2: 2
Alfa: 1
Ra: 5
μ: 1
Execute
INPE
Resultados
dV: 1,62035382442356
ti: 210,38
ta: 104,405
θ: -202,53
Sair


Método Indireto
Entrada de Dados
Rc1: 1
Rc2: 2
Alfa: 1
Ra: 5
μ: 1
Execute
INPE
Resultados
dV: 1,77985184730221
θ: -166,42
Sair

5.4-Conclusão:

O problema de "rendezvous" se resume em obter os tempos gastos pelos dois veículos para atingirem um determinado ponto na órbita original do veículo alvo. Com este tempo gasto o ponto de encontro é função do ângulo de defasagem entre ele e o interceptador, onde temos aí a condição de início do conjunto de manobras.

Nosso objetivo, então é determinar o ângulo θ inicial e o incremento total de velocidade que proporcione o "rendezvous" completo, com o qual podemos obter o peso total do propelente consumido. Foi elaborado um software para o problema, o qual foi testado e apresentou resultados corretos.

Capítulo 6:

Capítulo 6:

"A MANOBRA ASSISTIDA POR GRAVIDADE E ALGUMAS APLICAÇÕES"

6.1-Introdução:

Neste capítulo a manobra assistida por gravidade é definida e explicada. Essa manobra é também conhecida usualmente como Swing-by. Inicialmente é apresentado um tratamento matemático deste problema baseado numa sequência de interações de 2 corpos. Os resultados principais são derivados deste modelo simples. A apresentação de uma revisão histórica da literatura disponível neste problema é também incluída.

6.2 - A Descrição Matemática do Swing-By:

O modelo simples de 2 corpos é usado para cada parte da missão. Esta abordagem é usualmente chamada de *"patched conics"* . Esse trabalho é baseado em Broucke (1988).

É assumido que o sistema é formado por três corpos: M_1 , um corpo massivo no centro do sistema cartesiano; M_2, um planeta ou satélite de M_1 que é um corpo menor em uma órbita Kepleriana em volta de M_1; M_3, uma nave espacial com massa desprezível ou uma partícula que está viajando em uma órbita genérica ao redor de M_1, quando faz um encontro com M_2. Este encontro altera a órbita de M_3, e isto é chamado uma Manobra Swing-by.

De acordo com estas hipóteses, as órbitas de M_1 e M_2 não se alteram.

A fig. descreve o evento e mostra algumas das variáveis envolvidas.

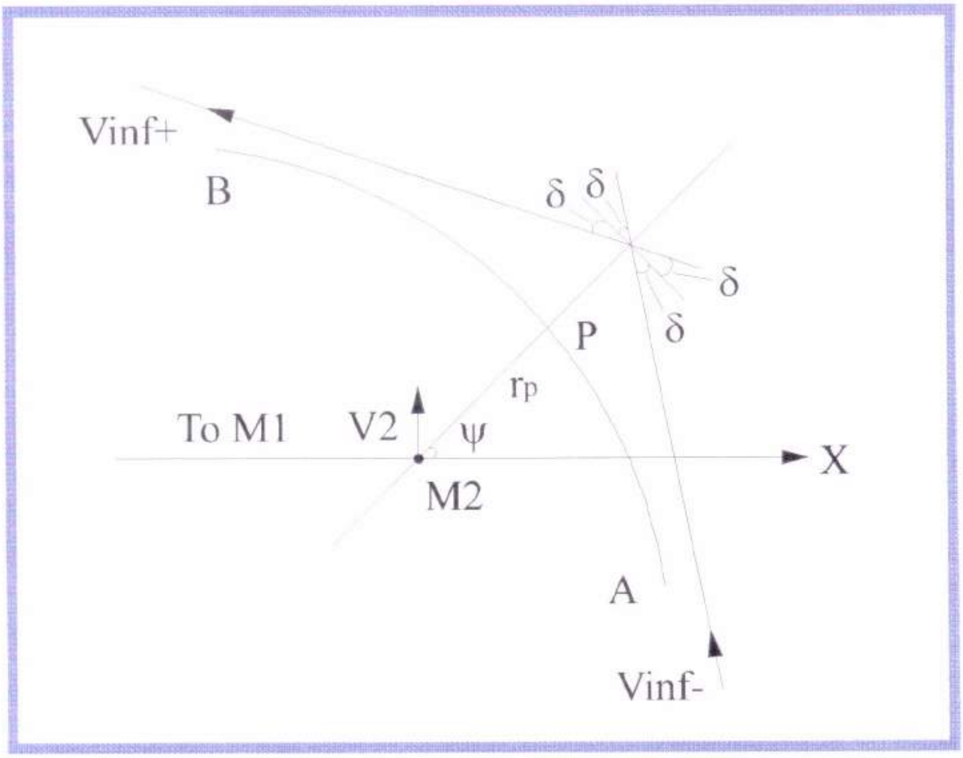


FIG 6.1-. A manobra Swing-by e algumas de suas variáveis:

As variáveis são:

$\vec{V}_2$ = a velocidade de M_2 relativo à M_1;

$\vec{V}_\infty^-, \vec{V}_\infty^+$ = vetores de velocidade da nave espacial relativa à M_2 , antes e depois do encontro;

$\vec{V}_i, \vec{V}_o$= vetor velocidade na nave espacial relativo à M_1 antes e depois do encontro em um movimento inercial

δ = metade do ângulo de curvatura (o ângulo entre$\vec{V}_\infty^-$ and $\vec{V}_\infty^+$);

r_p = a distância de encontro (ponto P) entre M_2 e M_3.

Ψ = o ângulo entre a linha periapse (linha conectando M_2 a P) e a linha M_1 - M_2.

Para encontrar as equações necessárias é necessário primeiro usar a teoria das órbitas hiperbólicas para se obter uma expressão para δ. Esta expressão é:

$$\sin(\delta) = \frac{1}{1 + \frac{r_p V_\infty^2}{\mu_2}} \qquad (6.1)$$

onde: $\mu_2 = M_2 = Gm_2$, sendo G a constante gravitacional.

À partir desta equação e da última figura é possível identificar que as variáveis independentes que descrevem completamente a manobra Swing-by são os três parâmetros seguintes :

i) $|\vec{V}_\infty|$, a magnitude de velocidade da nave espacial no infinito;

ii) r_p, a distância do periapse;

iii) Ψ, o ângulo de aproximação.

A aproximação "patched conics" tem três fases:

i) Na primeira M_2 é negligênciado e o movimento de M_3 ao redor de M_1 é considerado uma órbita Kepleriana;

ii) Na segunda, é assumido que M_3 entra na esfera de influência de M_2. Então a velocidade $\vec{V}_\infty^-$ é calculada à partir da equação abaixo:

$$\vec{V}_\infty^- = \vec{V}_i - \vec{V}_2 \qquad (6.2)$$

(ver fig. 6.2) e o efeito de M_1 é negligênciado. O movimento de M_3 ao redor de M_2 é hiperbólico no caso de interesse para a presente pesquisa. Nesta órbita hiperbólica a nave espacial M_3 é "expulsa" por M_2 e seu vetor velocidade (com relação a M_2) rotaciona por um ângulo 2δ, mas mantém sua magnitude constante. Então a nave espacial cruza novamente a esfera de influência de M_2, e a abandona para retornar para uma órbita Kepleriana em volta de M_1. Neste ponto a velocidade $\vec{V}_\infty^+$ é dado por: $\vec{V}_\infty^+ = \vec{V}_o - \vec{V}_2$ (6.3)

iii) Após o que a nave espacial está em uma nova órbita Kepleriana ao redor de M_1 e o Swing-by está completo.

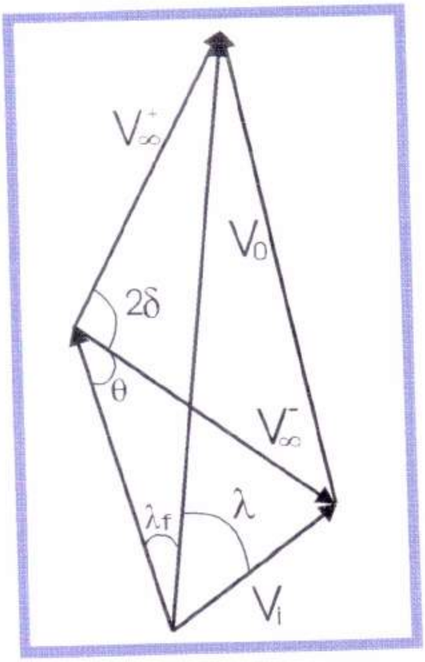


Fig 6.2 - Soma de vetores velocidades

onde : V_1 = velocidade inercial antes do SB

: V_0 = velocidade inercial depois do SB

: V_2 = velocidade inercial do corpo

: $\vec{V}_\infty^-$ = velocidade com respeito ao corpo M_2 antes do SB

: $\vec{V}_\infty^+$ = velocidade com respeito ao corpo M_2 depois do SB

O estudo das diferenças entre as órbitas antes e após esse encontro (etapas i, e iii) e algumas de suas aplicações são os principais tópicos desse capítulo.

A primeira quantidade importante calculada é a $\Delta\vec{V} = \vec{V}_o - \vec{V}_i$, a diferença entre as velocidades inerciais antes e após o Swing-by. A partir de um diagrama de adição de vetores é possível demonstrar que:

$$\Delta V = \left|\Delta\vec{V}\right| = 2\left|\vec{V}_\infty\right|\sin(\delta) = 2V_\infty\sin(\delta) \qquad (6.4)$$

e que $\Delta\vec{V}$ faz um ângulo Ψ + 180° com a linha M_1-M_2 (ver fig.6.3).

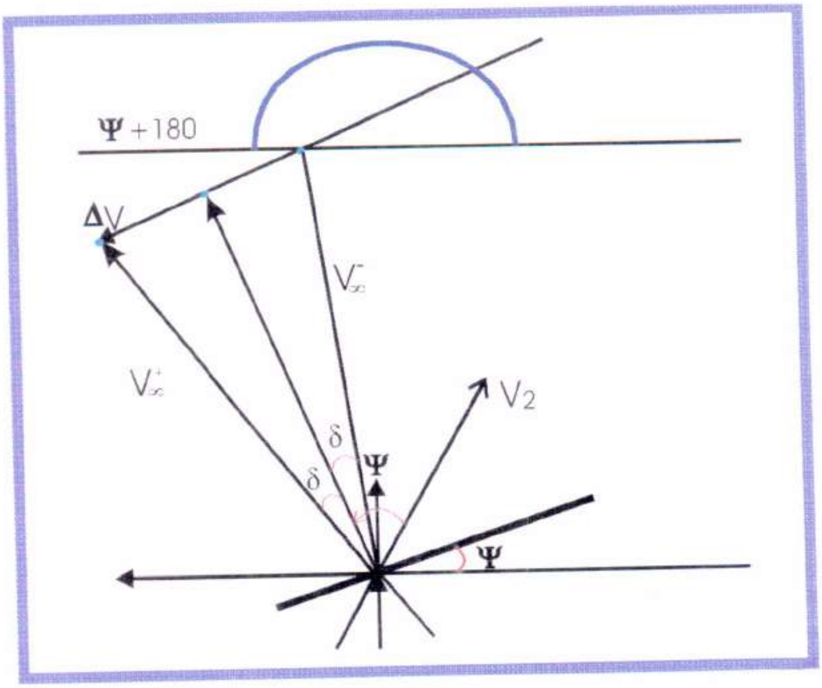


Fig. 6.3 - Vetores velocidade

Este fato fornece os seguintes componentes para o incremento na velocidade:

$$\Delta \dot{X} = -2V_\infty \sin(\delta)\cos(\psi) \qquad (6.5a)$$

$$\Delta \dot{Y} = -2V_\infty \sin(\delta)\sin(\psi) \qquad (6.5b)$$

A segunda quantidade importante é o momento angular C. à partir de sua definição é possível obter a expressão: $C = X\dot{Y} - Y\dot{X}$, que dá a equação $\Delta C = X\Delta\dot{Y} + \Delta X\dot{Y} - Y\Delta\dot{X} - \Delta Y\dot{X}$ para sua primeira variação. Esta equação se torna $\Delta C = d\Delta\dot{Y}$ sob a condição de que o encontro é instantâneo ($\Delta X = \Delta Y = 0$) e que com $t = 0$, $X = d$ e $Y = 0$. Então combinando este resultado com a expressão para $\Delta\dot{Y}$ (equação 6.5-b) o resultado é:

$$\omega\Delta C = -2V_2 V_\infty \sin(\delta)\sin(\psi) \qquad (6.6)$$

A terceira e última quantidade derivada aqui é a troca em energia, isto é feito por subtração direta da energia após o encontro: $E_+ = \left(= \frac{1}{2}\left[(\dot{X} + \Delta\dot{X})^2 + (\dot{Y} + \Delta\dot{Y})^2\right]\right)$, da energia antes E_- $:\left(= \frac{1}{2}(\dot{X}^2 + \dot{Y}^2)\right)$).

O *resultado* é:

$$\Delta E = E_+ - E_- = 2V_\infty \sin(\delta)\left[V_\infty \sin(\delta) - \left(\dot{X}\cos(\psi) + \dot{Y}\sin(\psi)\right)\right] \qquad (6.7)$$

Esta equação pode ser simplificada (Broucke, 1988) para

$$\Delta E = -2V_2 V_\infty \sin(\delta)\sin(\psi) \qquad (6.8)$$

Olhando para equações 6.6 e 6.8 um resultado fundamental pode ser encontrado:

$$\Delta \mathrm{E} = \omega \Delta \mathrm{C} \qquad (6.9)$$

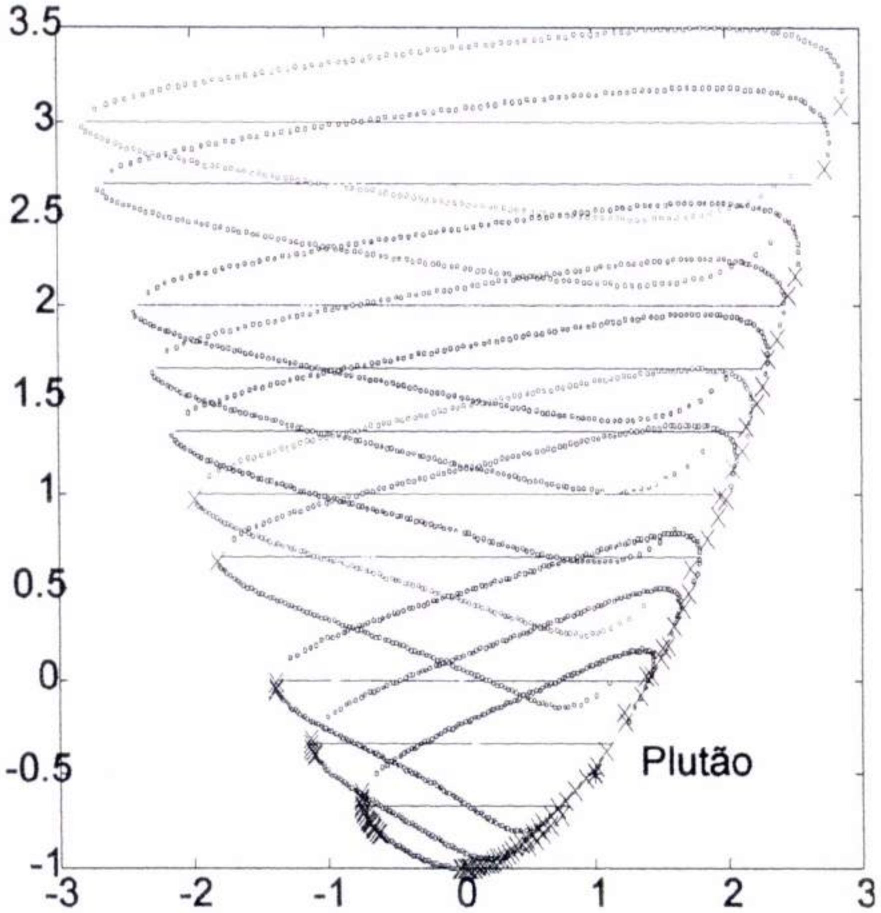
Algumas consequências importantes dessas equações podem ser derivadas estudando a equação 6.8 com maiores detalhes. Os parâmetros V_2 e V_∞ são quantidades positivas (eles são as magnitudes dos dois vetores), assim como sen (δ) (porque $0 < \delta < 90°$). Então o único parâmetro que afeta o sinal de ΔE é o sen(ψ).

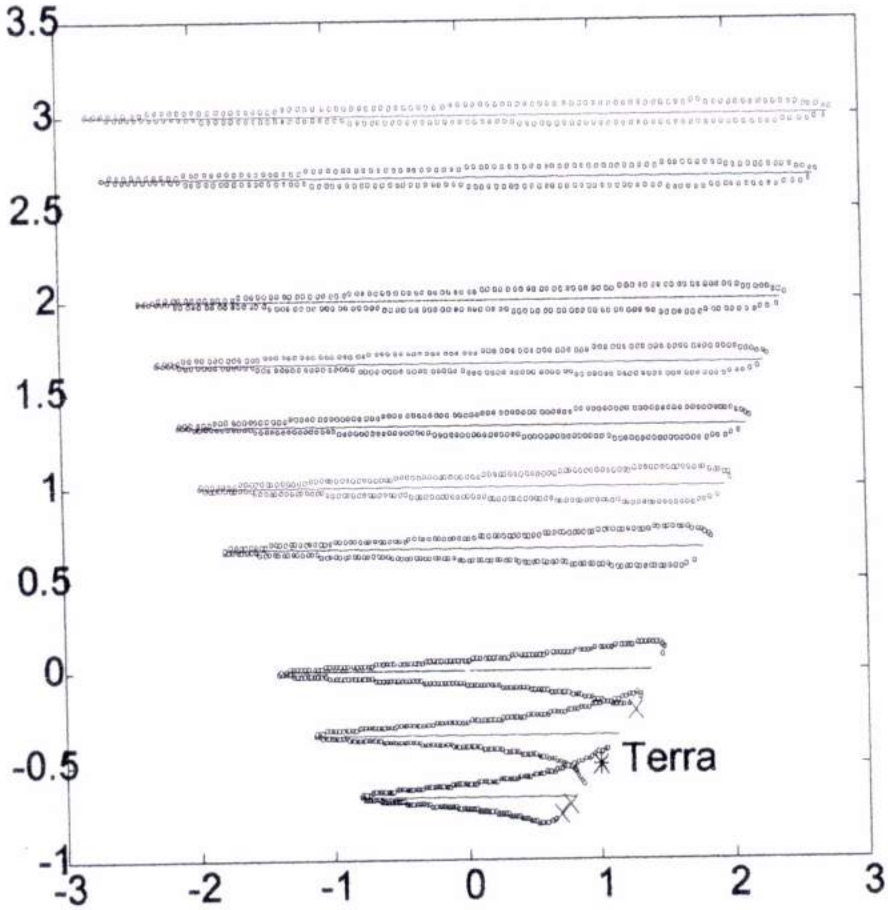
A *conclusão* é que para valores de ψ no intervalo $0 < \psi < 180°$, ΔE é negativo (decresce em energia), e para ψ no interalo $180° < \psi < 360°$, ΔE é positivo (aumenta em energia).

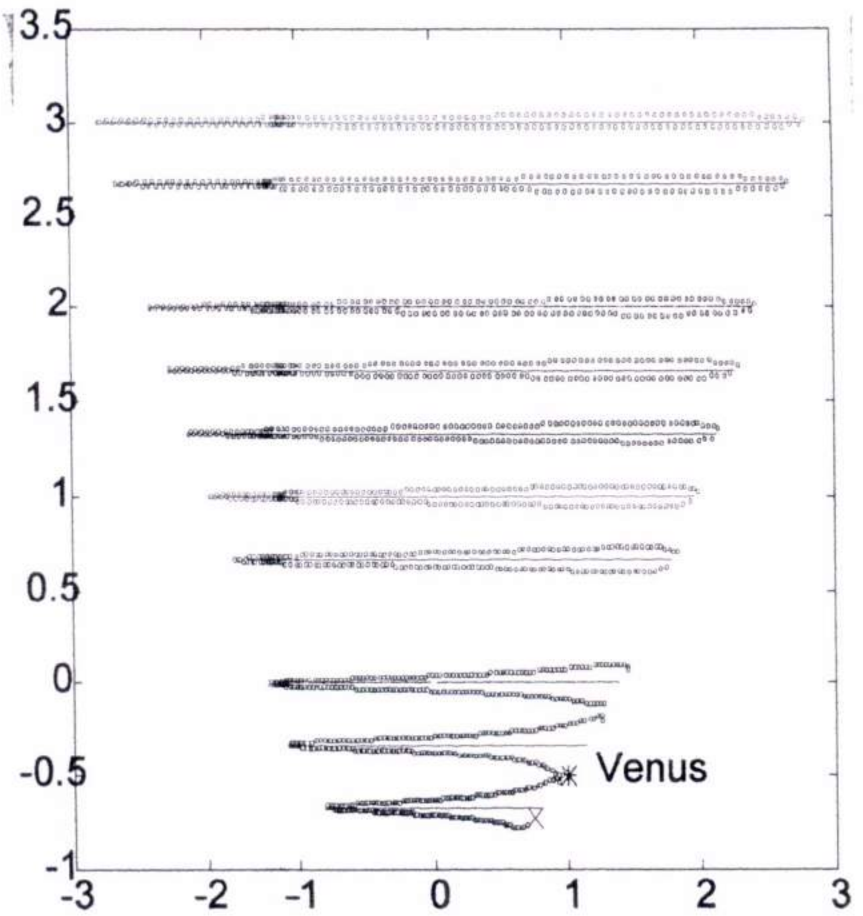
Então as conlusões finais são:

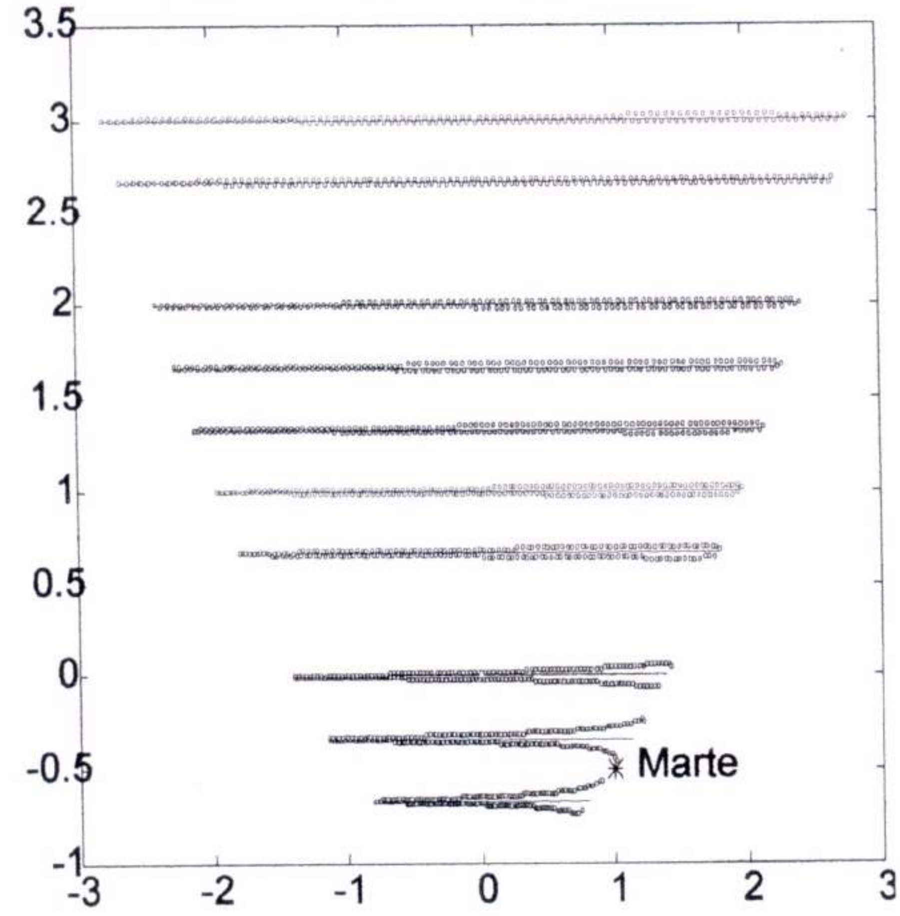
* Se o Swing-by ocorre na frente de M_2 há um decréscimo na energia de M_3 com uma perda máxima quando $\psi = 90°$ ($\Delta \vec{V}$ oposto a $\vec{V}_2$);

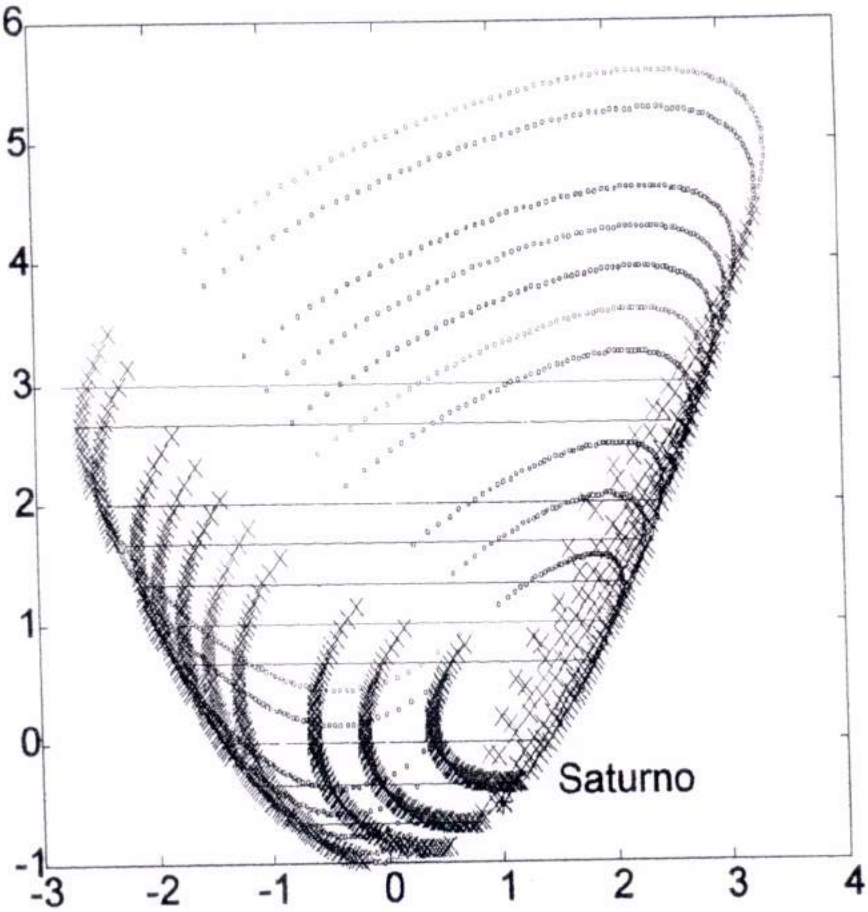
* Se o Swing-by ocorre na atrás de M_2 há um aumento na energia de M_3 com um ganho máxima quando $\psi = 270°$

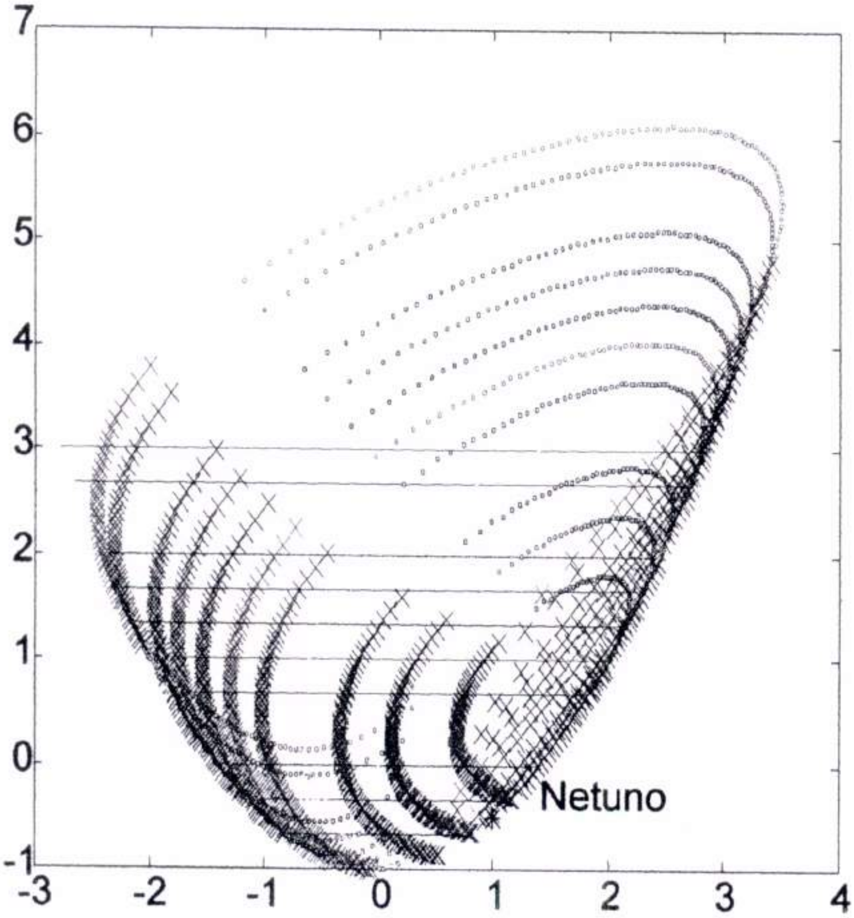

Plutão


Terra


Venus


Marte


Saturno


Netuno

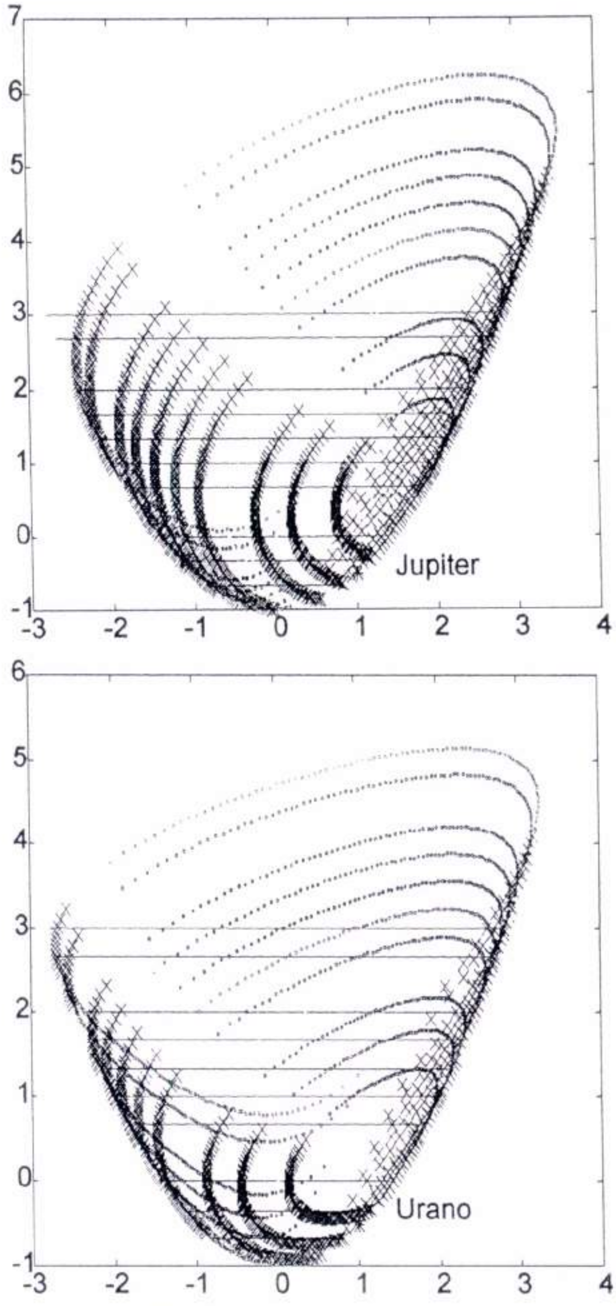


Fig. 7.2 - Mapeamento dos swing-bys

Da fig. 7.2 temos:

Eixo x -> momento angular

Eixo y -> energia total

Ambos normalizados de tal modo que a energia do planeta é 0.5 e o momento angular é 1.

As *retas* correspondem às posições de origem e as *linhas pontilhadas* à respectiva posição após o swing-by.

Como o swing-by pode ser feito de duas maneiras diferentes, cada ponto corresponde a duas possibilidades de Swing-by com o satélite ou o planeta chegando primeiro.

Percebemos que os planetas maiores afetam mais as órbitas que os planetas menores.

As *cruzes* representam os pontos em que houveram mudanças no comportamento após o swing-by (Ch negativo)

VI. Em seguida, vários ensaios foram realizados, conforme ilustrado pelas Fig. 7.3 e Fig. 7.4 a) e b)

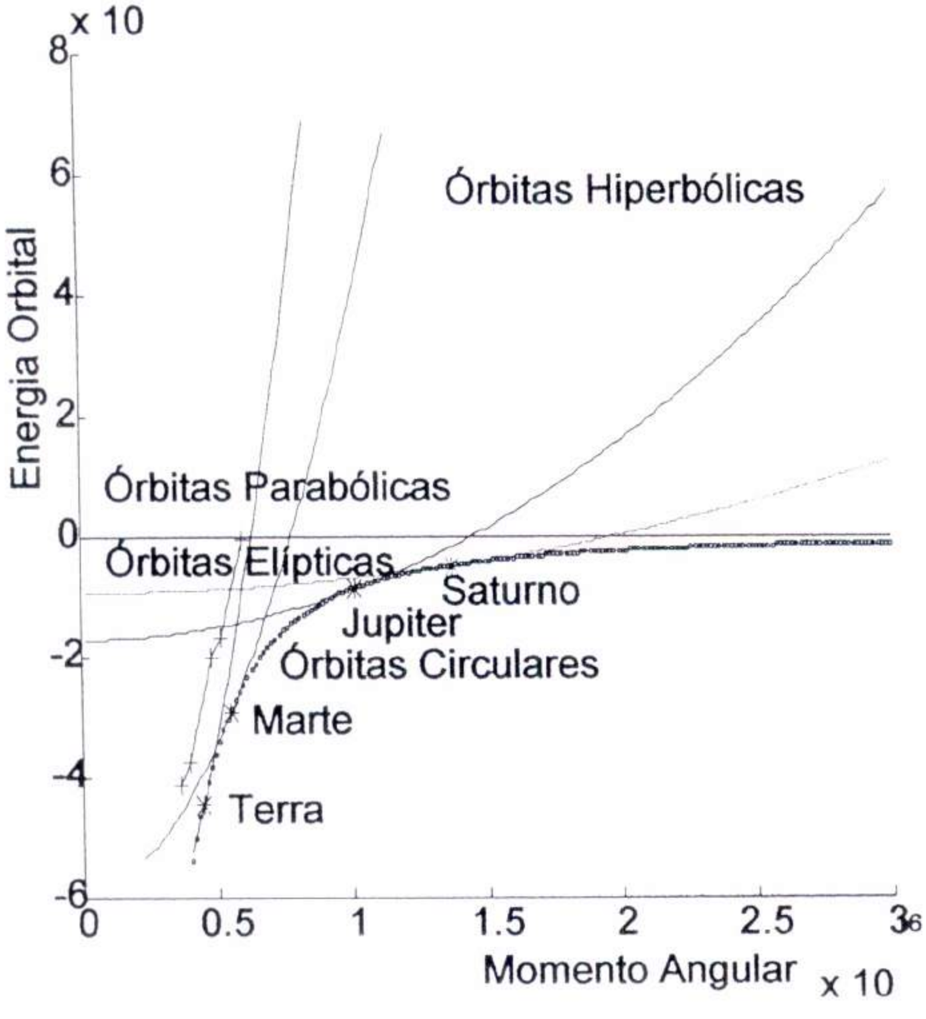
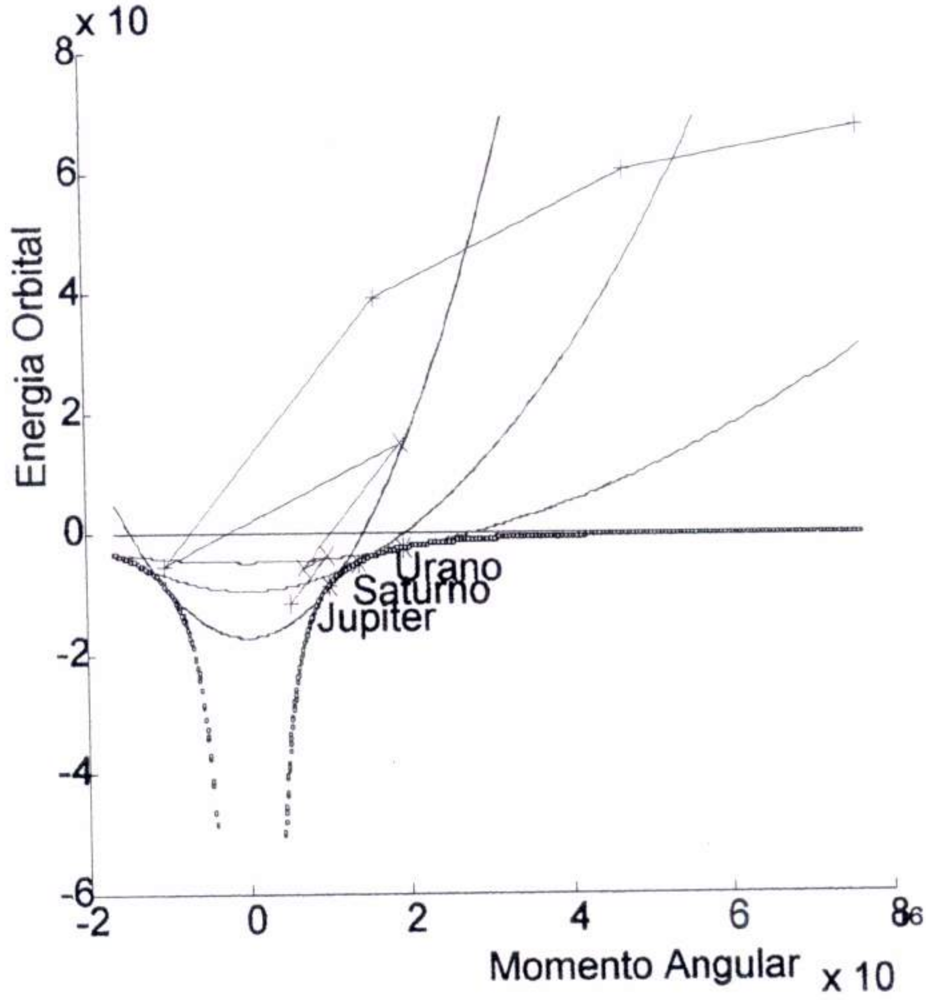


Fig. 7.3- Da Terra para além de Saturno

Fig. 7. 4. a -
De Júpiter para
além de Saturno



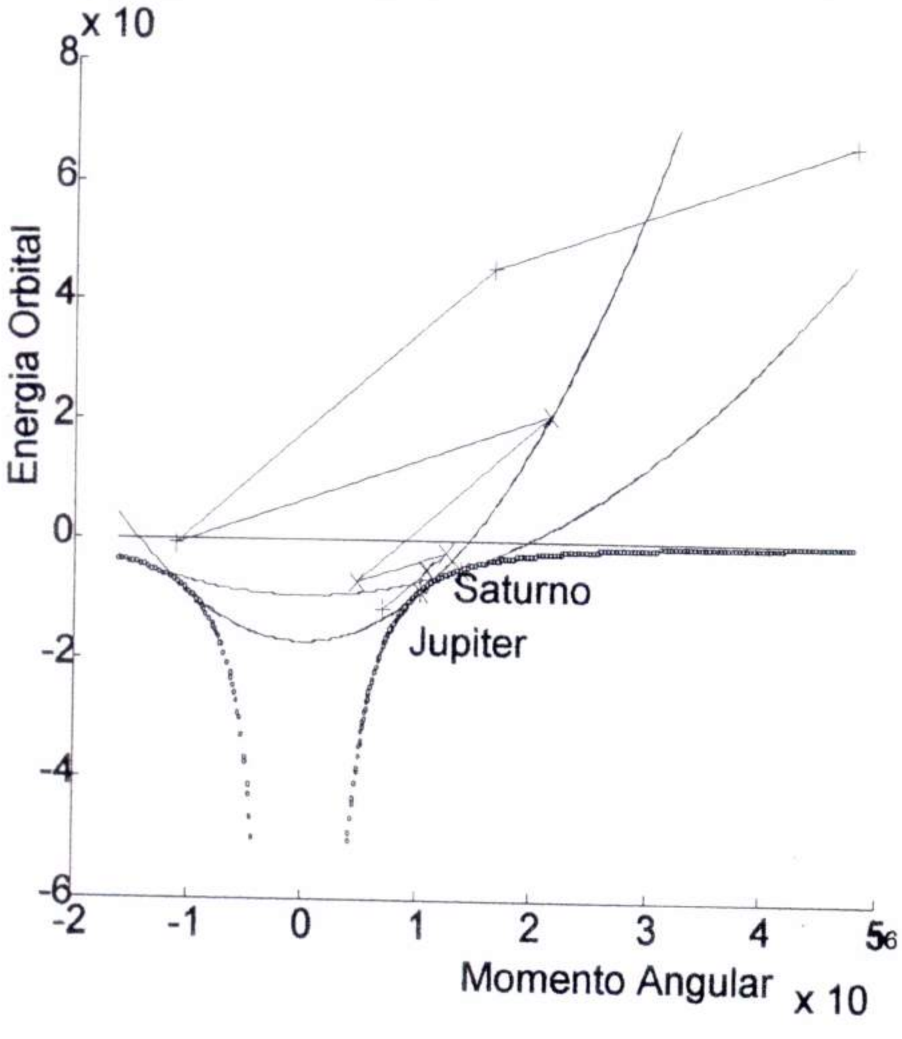


Fig. 7. 4. b -
De Júpiter para
além de Urano

Como utilizar o Software:

O programa inicialmente pede para o usuário digitar o índice dos planetas para os possíveis swing-bys, então ele reconhece o número e coloca um * após um click na tela, e coloca o nome do respectivo planeta na posição desejada.

As regiões onde se é possível ou não a realização do Swing-by estão separadas por uma linha relacionada com a cor do planeta. Esta linha é uma separtriz que corresponde ao lugar geométrico das órbitas com o perigeu ou apogeu igual ao raio da órbita do planeta.

O usuário em seguida, seleciona a posição inicial da nave e o planeta em torno do qual deseja-se fazer o swing-by.

Como já dito, o programa irá apresentar as duas possibilidades (caso Ch^- aparecerá uma +, e caso Ch^+ um x), devendo ser escolhida apenas uma.

Retornamos então, ao passo anterior, repetidas vezes até ocorrer o escape do sistema solar.

Então, observa-se que nas órbitas hiperbólicas o usuário deve levar em consideração o valor de Ch para confirmar se um determinado swing-by é possível ou não.

Em uma etapa posterior, o próprio programa verificará isto automaticamente.

Para auxiliar na vizualização temos duas fases de figuras: 1ª) A fig.5.3.a - onde o swing-by é feito apenas em torno de Marte e da Terra e é possível obter uma órbita para além de Saturno.

2ª) As figs.(5.3).b e .c - onde são mostrados os planetas externos onde se obtém órbitas para além de Saturno.

Nos testes realizados até o momento a maior velocidade assintótica de escape do sistema solar foi de 30km/s.

V.II. Na sequência do trabalho pretende-se:

- Explorar extensivamente as possibilidades de múltiplos swing-bys;

- Analisar qualitativamente os resultados buscando condições limitantes.

Referências

1. Breakwell, J.V., Gillespie, R.W. & Ross, S. (1961). *Researches in Interplanetary Transfer.* Journal of American Rocket Society, vol. 31, pp. 201-208.

2. Szebehely, V.G. (1965), "*Special Orbits for the Exploration of Mars and Venus*", In: AFCRL-NASA-VPI Conference on The Exploration of Mars and Venus, Virginia Polytechnic Institute, Blacksburg, VA.

3. Battin, R.H. (1965), *Astronautical Guidance.* McGraw-Hill, Ney York, NY.

4. Hollister, W.M. e Prussing, J.E. (1966), "*Optimun Transfer to Mars Via Venus*" *Astronautica Acta*, Vol 12, nº 2, pp. 169-179.

5. Flango, G. (1966), *"Fast Reconnaissance Missions to the Outer Solar System utilizing Energy derived from the Gravitational Field of Jupiter"*, Astronautical Acta, vol. 12, n.º 4.

6. Lancaster, E.R., Blanchard, R.C. & Devaney, R.A (1966). *A Note on Lambert's Teorem.* Journal of Spacecraft and Rockets, vol. 3, pp. 1436-1438.

7. Szebehely, V., *Theory of Orbits*, Academy Press, Ney York, 1967.

8. Battin, R.H. (1968), *A New Solution for Lambert's Problem.* Proccedings of the XIX International Astronautical Congress, Oxford, vol. 2, pp. 131-150.

9. Lancaster, E.R. & Blanchard, R.C. (1969). *A Unified form of Lambert's Theorem. Techinical Note* D-5368, NASA, USA.

10. Herrick, S. (1971). *Astrodynamics. Van Nostrand Reinhold*, London.

11. Prussing, J.E. (1979). Geometrical Interpretation of the Angles α and β in Lambert's Problem. Journal if Guidance, Control and Dynamics, vol. 2, pp. 442-443.

12. Nock, K. T. e Upholf, C.W. (1979), "Satellite Aided Orbit Capture", AAS/AIAA paper 79-165.

13. D'amario , L.A, Byrnes, D.V., Sackett, L.L. e Stanford, R.H. (1979), *"Optimization of Muliple Fly-By Trajectories",* AAS paper 79-162. Inc: AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference, Provincetown, MA, Junho.

14. Farquhar, R.W. e Dunham, D.W. (1981), *"A New trajectory Concept for Exploring the Earth`s Geomagnetic tail".* Journal of Guidance and Control, vol. 4, nº2, pp. 192-196.

15. Byrnes, D.V. e D'amario, L.A (1982), *"A Combined Halley Fly-By Galileo Mission",* AIAA paper 82-1462, inc: AIAA/AAS Astrodynamics Conference, San Diego, CA, Agosto.

16. D'amario, L.A, Byrnes, D.V. e Sanford, R.H. (1982), *"Interplanetary Trajectory Optimization with Application to Galileo",* Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 5, pp. 465-471.

17. D'amario, L.A e Byrnes, D.V. (1983), *"Interplanetary Trajectory Desing for the Galileo Mission",* AIAA paper 83-0099, Inc: AIAA 21st Aerospace Science Meeting, Reno, NV, 10-13 jan.

18. Sun, F.T. & Vinh, N.X. (1983). Lambertian Invariance and Aplication to the Problem of the Optimal Fixed-Time Impulsive Orbital Transfer. Acta Astronautical, vol. 10, pp. 319-330.

19. Taff, L.G. & Randall, P.M.S. (1985). Two Locations, Two Times, and the Element Set. Celestial Mechanics, vol. 37, pp. 159.

20. Farquhar, R.W., Muhomen, D. e Church, L.C. (1985). *"Trajectories and Orbital Maneuvers for the ISEE-3?ICE Comet Mission",* Journal os Astronautical Science, vol. 33, nº3, pp. 235-254.

21. Dunham, D. e Davis, S. (1985), *"Optimization of a Multiple Lunar-Swing-By Trajectories Sequence",* Journal of Astronautical Science, vol. 33, nº 3, pp 275-288.

22. Carvell, R. (1985), *"Ulysses - The Sun from Above and Below",* Space, vol 1, pp. 18-55, Dez. 85-Fev. 86.

23. Efron, L., Yeomans, D.K. e Schanzle, A F. (1985), *"ISEE-3/ICE Navigation Analysis",* Journal of Astronautical Science, vol 33, nº 3, pp. 301-323.

24. Kohlhase, C.E. e Penzo, P. A (1987), "Voyager Mission Description", *Space Science Reviews*, Vol. 21, nº2, pp. 77-101.

25. Broucke, R.A (1988) *"The Celestial Mechanics of Gravity Assist",* AIAA paper 88-4220. Inc: AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Minneapolis, MN, 15-17 Agosto.

26. Broucke, R.A, "The Celestial Mechanics of Gravity Assist," AIAA paper 88-4220, Aug 1988.

27. Marsh, S.M. e Howell, K.C. (1988), *"Double Lunar Swing-by Trajectory Desing",* AIAA paper 88-4289.

28. Zanardi, M.C. (1988). Fundamentos da Astronáutica. MVO.21 - Cap. VIII.

29. Gooding, R,H. (1990). *A Procedure for the Solution of Lambert's Orbital Boundary-Value Problem.* Celestial Mechanics, vol. 48, pp. 145-165.

30. Striepe, S.A e Braun, R.D. (1991), *"Efects of a Venus Swing-by Periapsis Burn During na Earth-Mars Trajectory"*, The journal of the Astronautical Science, vol 39, nº3, pp. 299-312.

31. Dowling, R.L., Kosmann, W.J., Minovitch, M.A e Ridenoure, R.W. (1991), *"Gravity Propulsion Research at UCLA e JPL, 1962-1964".* Inc: 42nd Congress of the International Astronautical Federation, Motreal, Canada, 5-11 Out.

32. Lawden, D.F. (1991) *Optimal transfers Between Coplanar Elliptical Orbits*. Journal of Guidance Control and Dynamics, vol. 15, No 3, pp. 788-791.

33. Weinstein, S.S. (1992), *"Pluto Fly-By Mission Desing Concepts for Very Small and Mooderate Spacecraft"*, AIAA paper 92-4372, Inc: AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Hilton Head, SC, Agosto 10-12.

34. Swenzon, B.L. (1992), *"Neptune Atmospheric Probe Mission",* AIAA paper 92-1371. Inc: AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Hilton Head, SC, Agosto 10-12.

35. Broucker, R.A, and Prado, A F.B.A, "Jupiter Swing-By Trajectories Passing Near the Earth," *Space Mechanics*, edited by Robert G. Melton, Lincoln J. Wood, Roger C. Thompson, Stuart J. Kerridge, Vol. 82, Part II, Advances in the Astronautical Sciences, Aas, 1993, San Diego, pp. 1159-1176.

36. Prado, A F.B.A, "*Optimal Transfer and Swing-By Orbits in the Two - and Three-Body Problems*," PhD. Dissertation, Univ. os Texas, Dept. os Aerospace Engineering and Engineering Mechanics, Austin, TX, USA, 1993.

37. Silva, W.C.C., "*Movimento Orbital*"- DMC - INPE. Apostila a ser publicada.

38. Prado, A F.B.A, "*Analise e Planejamento de Missões*"- DMC - INPE. Apostila a ser publicada.

39. Rao, K.R., "*Determinação de Órbita e Manobras Orbitais*" - DMC - INPE. Apostila a ser publicada.

40. Broucke, R.A e Prado, A F.B.A (1993), *"On the Scatting of Comets by a Planet"*. Inc: 181st Meeting of the AAS, Phoenix, AZ, 3-7 Jan.

41. Broucke, R.A & Prado, A F.B.A (1993), *Optinal N-Impulse Transfer Between Coplanar Orbits*, paper AAS-93-660. AAS/AIAA Astrodynamics Meeting, Victoria, Canada.

42. Prado, A F.B.A (1993). Optimal Transfer Swing-By Orbits in the Two and Three-Body Problem. PhD. Dissertation, University of Texas, Austin, Texas, USA.

43. Prado, A.F.B.A. & Broucke R.A. (1996). The minimum delta-V Lambert´s Problem.

Apêndice A

Apêndice A

Listagem do programa para transferências de órbitas bi-impulsivas

```
C     This program maps the two-impulse problem to find a good C first
C     start point for the LAWDEN.FOR version. The INPUT is self-explained.
C
C     THIS VERSION USE KEPLERIAN ELEMENTS AS INPUT
C
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON /INIT/ XI,T1,T2,DV
      EXTERNAL FUNC
      DOUBLE PRECISION K0,K2,H0,H2,K1,H1
      DIMENSION XI(6),DVE(7)
      OPEN (UNIT=1, FILE='MIN.DAT')
      OPEN (UNIT=2, FILE='INPDB.DAT')
      OPEN (UNIT=3, FILE='GRA.DAT')
      OPEN (UNIT=4, FILE='GRAD1.DAT')
      PI=4.0D0*DATAN(1.0D0)
      GRAD=180.0D0/PI
      RAD=PI/180.0D0
      READ(2,*) U
      READ(2,*) A0,EC0,OME0
      READ(2,*) A2,EC2,OME2
      READ(2,*) TOLX
      READ(2,*) T1I,T1S,DT1
      READ(2,*) T2I,T2S,DT2
      H0=EC0*DSIN(OME0)
      K0=EC0*DCOS(OME0)
      H2=EC2*DSIN(OME2)
      K2=EC2*DCOS(OME2)
      C0=DSQRT(U*A0*(1.0D0-EC0*EC0))
      D0=U/C0
      C2=DSQRT(U*A2*(1.0D0-EC2*EC2))
      D2=U/C2
      T1I=T1I*GRAD
      T1S=T1S*GRAD
      DT1=DT1*GRAD
      T2I=T2I*GRAD
      T2S=T2S*GRAD
      DT2=DT2*GRAD
      DVMIN=2000.D0
      XI(1)=K0
      XI(2)=H0
      XI(3)=D0
      XI(4)=K2
      XI(5)=H2
      XI(6)=D2
```

```
      WRITE(1,*) '*** INPUT DATA FOR MANEUVERS ***'
      WRITE(1,14) U
14    FORMAT('GRAVITATIONAL CONSTANT:U =',F20.6)
      WRITE(1,10) K0,H0,D0
10    FORMAT('INITIAL ORBIT: K0 = ',F8.6, 'H0 = ',F8.6,'
     *D0 = ',F8.6)
      WRITE(1,11) K2,H2,D2
      WRITE(1,22) A0,EC0,OME0
22    FORMAT('INITIAL ORBIT:A0 =',F15.4,'EC0 =',F8.6,'
     *OME0 = ',F12.6)
11    FORMAT('FINAL ORBIT: K2 = ',F8.6,' H2 = ',F8.6,'
     *D2 = ',F8.6)
      WRITE(1,21) A2,EC2,OME2
21    FORMAT('FINAL ORBIT: A2 = ',F15.4,'EC2 =',F8.6,'
     *OME2 = ',F12.6)
      WRITE(1,13) TOLX
13    FORMAT('TOLERANCES:  TOLX = ',F15.13)
      DO 100 T1D=T1I,T1S,DT1
            DO 110 T2D=T2I,T2S,DT2
      T1=T1D*RAD
      T2=T2D*RAD
      IF (ABS(T1D-T2D).LT.0.01D0) GOTO 110
      IF (ABS((ABS(T1D-T2D)-180.0D0)).LT.0.01D0) GOTO 110
      D1I=0.1D0
      D1S=2.0D0
      D1=RTBIS(FUNC,D1I,D1S,TOLX)
      IF (DV.LT.DVMIN) THEN
            DVMIN=DV
            T1MIN=T1D
            T2MIN=T2D
            D1MIN=D1
      ENDIF
C     write(*,*)t1d,t2d
C     WRITE(3,15)T1D,CHAR(9),T2D,CHAR(9),DV
C     WRITE(4,16)T1D,CHAR(9),T2D,CHAR(9),DV,
     *CHAR(9),D1
110   CONTINUE
100   CONTINUE
15    FORMAT(F12.7,A1,F12.7,A1,F12.7)
16    FORMAT(F12.7,A1,F12.7,A1,F12.7,A1,F12.7)
C
      T1=T1MIN*RAD
      T2=T2MIN*RAD
      D1=D1MIN
      D02=D0*D0
      D12=D1*D1
      D22=D2*D2
      ST1=DSIN(T1)
      CT1=DCOS(T1)
      ST2=DSIN(T2)
      CT2=DCOS(T2)
      CST12=1.0D0/(DSIN(T1-T2))
      D13=D1*D12
      D03=D0*D02
      D23=D2*D22
C
C
C
C
```

```
                    VR1=-(CT1*(-(D0*h0)-D1*CST12*(-(CT2*(-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0
                   *                  *ST1)/D12))+CT1*(-
1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12))))+ST1
                *                 *(-(D0*k0)-D1*CST12*((-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12)*S
   *  T2-ST1*(-1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
                      VR2=-(CT2*(D2*h2+D1*CST12*(-(CT2*(-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST
                   *                         1)/D12))+CT1*(-
1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12))))+ST2*(D
                   *                      2*k2+D1*CST12*((-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12)*ST2-ST1
   *  *(-1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
                 VT1=-D0+D1+ST1*(-(D0*h0)-D1*CST12*(-(CT2*(-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*C
                 *                  T1+h0*ST1)/D12))+CT1*(-
1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
               *              +CT1*(-(D0*k0)-D1*CST12*((-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D1
   *  2)*ST2-ST1*(-1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
                 VT2=-D1+D2+ST2*(D2*h2+D1*CST12*(-(CT2*(-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+
                  *                    h0*ST1)/D12))+CT1*(-
1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))+CT
                 *                   2*(D2*k2+D1*CST12*((-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12)*ST2

   *  -ST1*(-1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
      DV1=DSQRT(VR1*VR1+VT1*VT1)
      DV2=DSQRT(VR2*VR2+VT2*VT2)
      DVE(1)=DV1
      DVE(2)=DV2
      DVE(3)=DV1+DV2
      DVE(4)=VR1
      DVE(5)=VT1
      DVE(6)=VR2
      DVE(7)=VT2
C
     k1=-(CST12*((-1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12)*
    *   ST2-ST1*(-1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
C
                                     h1=-(CST12*(-(CT2*(-
1.0D0+D02*(1.0D0+k0*CT1+h0*ST1)/D12))+
    *  CT1*(-1.0D0+D22*(1.0D0+k2*CT2+h2*ST2)/D12)))
      EC=DSQRT(K1*K1+H1*H1)
      OME=DATAN2(H1/EC,K1/EC)
      C1=U/D1
      A1=C1*C1/(1-EC*EC)
      R1=C1*C1/(U*(1.0D0+EC*DCOS(T1-OME)))
      R2=C1*C1/(U*(1.0D0+EC*DCOS(T2-OME)))
      U1=1.0D0/R1
      U2=1.0D0/R2
      FI1=DACOS(DVE(5)/DVE(1))*GRAD
      FI2=DACOS(DVE(7)/DVE(2))*GRAD
```