

OTIMIZAÇÃO DE PAINÉIS SANDUÍCHES COM FACES COMPOSTAS COM FIBRAS DE CARBONO

Regina Mambeli Barros

Aluna da Universidade de Taubaté - Bolsa PIBIC / CNPQ

Orientador: Dr. Wolodymir Boruszewski, Pesquisador, DMC

A primeira frequência natural de painéis sanduÍCHes, usada como indicativo de sua rigidez, é estudada variando-se tanto o ângulo das fibras de Carbono de suas faces, quanto a razão entre as dimensões de seus lados. O objetivo do estudo é encontrar para cada configuração retangular um conjunto de ângulos que resulte em rigidez máxima sem aumento de massa.

A metodologia empregada nesse estudo genericamente chamada de Otimização Estrutural, adotou basicamente, dois tipos de modelamento: o método dos elementos finitos e o de Rayleigh-Ritz, usando para o primeiro caso um programa comercial (MSC/NASTRAN) e para o segundo um programa especificamente desenvolvido. No caso do MSC/NASTRAN, a busca do ótimo é fundamentada no método das direções viáveis modificado, e no caso do programa especificamente desenvolvido, no método das variáveis métricas para minimização não restrita.

Os resultados obtidos numericamente mostram com coerência razoável entre os dois tipos de modelamento, um ângulo ótimo das fibras crescente e a primeira frequência natural decrescente com o aumento da razão de aspecto dos retângulos. Por outro lado, enquanto o programa desenvolvido mantinha razoável constância do número de ciclos necessário para convergir a um ótimo, o programa MSC/NASTRAN tendia a um número cada vez maior de ciclos à medida que a razão de aspecto crescia.

Nesta linha de investigação, os próximos passos serão:

1. Mostrar a convergência do MSC/NASTRAN para malhas com variados graus de refinamento, e razões de aspecto limitantes (1 e 3).
2. Para os mesmos limites (1 e 3), mostrar a convergência no caso do programa desenvolvido mediante aumento do número de pontos de integração e de termos da série de aproximação.
3. Comparar as soluções após obtenção da convergência.

**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS
DMC - INPE**

**RELATÓRIO DO PROGRAMA INSTITUCIONAL
DE BOLSAS DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA - PIBIC**

*OTIMIZAÇÃO DE PAINÉIS SANDUÍCHES
COM FACES COMPOSTAS
COM FIBRAS DE CARBONO*

AUTORA : REGINA MAMBELI BARROS

**ORIENTADORES: MÁRIO KATAOKA FILHO
e WOŁODYMIR BORUSZEWSKI**

DATA : 31/5/1996

Bolsa de Iniciação Científica do Conselho Nacional de Pesquisas (CNPq)

1. INTRODUÇÃO

O objetivo desta pesquisa é a otimização de painéis sanduíches, um item estrutural amplamente utilizado em satélites. Uma possível consequência desta otimização é a redução do peso do satélite, permitindo o aumento da carga útil ou ainda da quantidade de combustível que este pode armazenar, prolongando assim a sua vida útil. Para a execução dos procedimentos numéricos de otimização foram usados dois programas: o otimizador do programa comercial de elementos finitos MSC/NASTRAN e o programa desenvolvido pelo pesquisador Mário Kataoka Filho (DMC/INPE), especificamente voltado para a otimização de estruturas de painéis sanduíches.

2. ANÁLISE DO MATERIAL BIBLIOGRÁFICO

Atualmente, o conceito de otimização é de extrema importância. Através da otimização numérica podemos obter mínimos ou máximos de uma determinada função, de modo econômico e em tempo viável.

É importante salientar a diferença entre projeto e análise. Na análise, determinamos as respostas de sistemas em dadas circunstâncias, como seria o caso de tensões em vigas carregadas, enquanto que o projeto seria a maneira pela qual definimos o sistema. Enfim, o projeto depende da análise.

Com a otimização, podemos reduzir a parte experimental do processo mediante a utilização de procedimentos numéricos. Uma vez obtidos bons resultados na parte numérica, será construído o protótipo a fim de verificá-los.

É essencial sabermos alguns fundamentos do conceito de otimização numérica. Para o projeto ser aceitável, é necessário que ele satisfaça os requisitos que foram impostos, os quais são chamados de **restrições**. A função da qual o mínimo ou o máximo é procurado é chamada de **função objetivo**. O parâmetro do sistema que pode variar, obedecendo às restrições de projeto, é a **variável de projeto**. Podem existir diversas variáveis de projeto, relacionadas ou não umas com as outras. Atingimos o mínimo ou o máximo da função objetivo quando a variável de projeto atinge o valor ótimo, sujeita às restrições impostas previamente.

A otimização numérica é executada através de algoritmos, alguns dos quais desenvolvidos por Vanderplaats [16].

Para resolvermos os problemas necessitamos, primeiramente, da escolha do método numérico de otimização. Daí, a apresentação de diversos métodos de otimização, devendo ser adequado, cada um deles, a problemas específicos.

Três passos serão seguidos neste trabalho durante o processo de otimização:

- (i) Estratégia para consideração das restrições;
- (ii) Definição da direção de busca;
- (iii) Busca unidirecional.

Esses passos serão descritos nos itens a seguir.

2.1 Estratégia para consideração das restrições

Se o problema não tem restrições, podemos definir a direção de busca diretamente. Existem 8 métodos disponíveis para a fase de escolha das restrições.

2.1.1 Métodos de Penalidade

Em todo o método de penalidade, devemos primeiramente converter o problema de minimização original restrito em um não restrito por meio de uma função pseudo-objetivo da forma:

$$\Phi(x, r_p) = F(x) + r_p P(x) \quad (1)$$

onde

$F(x)$ = função objetivo original

$P(x)$ = função de penalidade imposta

r_p = escalar que define a dimensão da penalidade

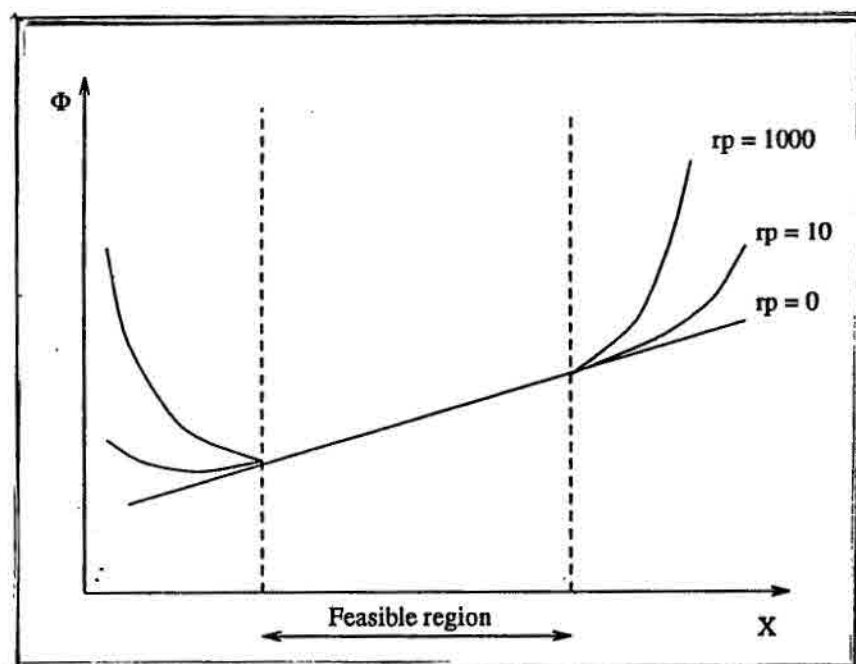
p = número de minimização não restrito

Porém, a função pseudo-objetivo pode ser fonte de mau condicionamento numérico, sendo pois estes métodos mais convenientes que eficientes.

2.1.1.a Método de Penalidade exterior

Neste método, r_p deve ser inicializado com um pequeno valor que deve ir aumentando em cada minimização não restrita. Uma desvantagem deste método é o ótimo ser aproximado a partir da região inviável. Todos os projetos intermediários não são utilizáveis.

Figura 1: Método de Penalidade exterior

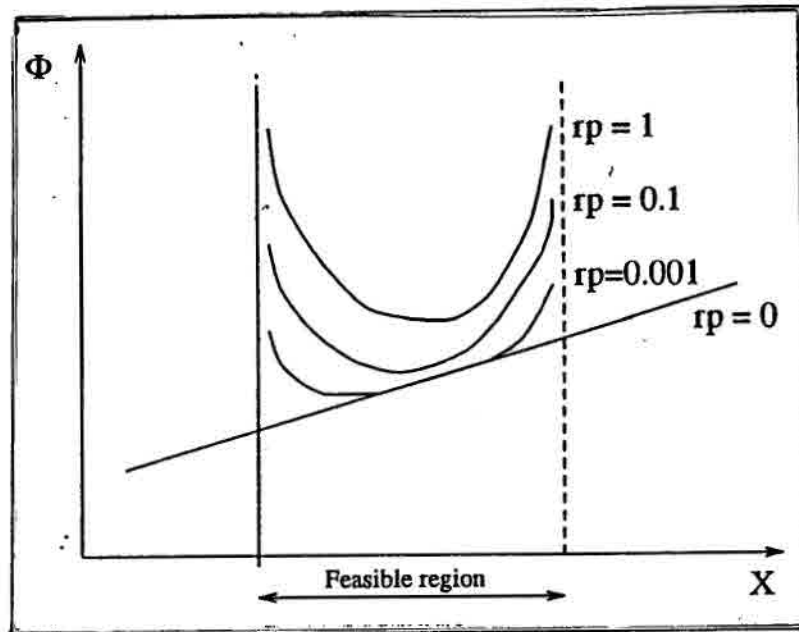


2.1.1.b Método de Penalidade interior

Aqui, r'_p começa como um número positivo e em cada minimização não restrita o seu valor decresce, trabalhando do mesmo modo que no método anterior. Sua vantagem é a aproximação dentro da região viável. Conseqüentemente, todos os projetos intermediários são utilizáveis.

Porém, para que isto ocorra, o projeto inicial deve ser viável e todos os pontos devem estar no domínio viável, o que é difícil, pois em métodos de análise muitas vezes as restrições são violadas.

Figura 2: Método de Penalidade interior



2.1.1.c Método de Penalidade estendido

Associa as melhores características dos métodos de penalidade exterior e interior, pois proporciona um mecanismo para se recuperar das violações causadas pelas análises aproximadas e admite um projeto inicial inviável.

Kavlie e Moe [9] apresentaram a primeira aplicação deste método em um projeto de engenharia. Neste método, a função penalidade é:

$$P(x) = \sum_{j=1}^m g_j(x) \quad (2)$$

onde

$$\bar{g}_j(x) = -\frac{1}{g_j(x)} \quad (3)$$

se $g_j(x) \leq \varepsilon$

$$\bar{g}_j(x) = -\frac{2\varepsilon - g_j(x)}{\varepsilon^2} \quad (4)$$

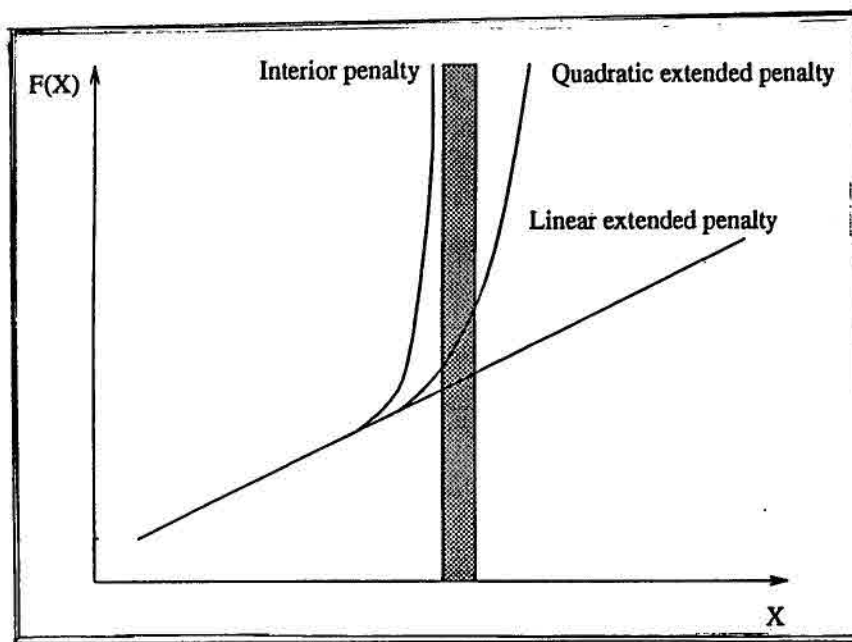
se $g_j(x) > \varepsilon$

ε define uma transição entre as duas funções de restrição. Nesta transição a função de penalidade exterior estendida tem segunda derivada nula, impedindo-nos conseqüentemente, de usar métodos de segunda ordem para definir a direção de busca.

Haftka e Starnes [7] criaram uma função de penalidade quadrática estendida, visando superar este problema.

É importante salientar que Haftka e Starnes [7] escolheram r'_p de modo que a função penalidade tivesse o mesmo valor que a função objetivo no começo do processo.

Figura 3: Método de Penalidade estendido



2.1.2 Método do multiplicador de Lagrange aumentado

Foi sugerido por Powell [11] que os métodos de Penalidade deveriam incluir multiplicadores de Lagrange, de modo que fossem aumentadas a eficiência e a confiabilidade e diminuídas a dependência sobre os parâmetros de penalidade e a maneira pela qual são atualizados.

Considerando um problema de igualdade restrita

A função pseudo-objetivo chamada Lagrangeana aumentada é obtida a partir da soma da função de penalidade exterior com o Lagrangeano. Nesta função pseudo-objetivo, se especificarmos para os multiplicadores, seus valores ótimos, obteremos o mínimo correto para o problema restrito (para qualquer valor positivo de r_p), conseguindo certeza de restrição precisa, ao passo que com a abordagem da função de penalidade exterior isto não ocorre.

Devemos começar com um valor arbitrário para λ (normalmente 0 ou 1), o qual é atualizado depois de cada iteração.

Neste caso r_p é aumentado do mesmo modo que a função de penalidade exterior.

Considerando um problema de desigualdade restrita

Neste caso devemos adicionar variáveis auxiliares às restrições, a fim de converter este problema em um de restrição de igualdade equivalente. Rockafellar [12] provou que as equações de restrição são matematicamente equivalentes a:

$$A(x, \lambda, r_p) = F(x) + \sum_{j=1}^m [\lambda_j \psi_j + r_p \psi_j^2] \quad (5)$$

onde

$$\psi_j = \text{MAX} \left(g_j(x), -\frac{\lambda_j}{2r_p} \right) \quad (6)$$

Agora devemos proceder como no caso de problemas de restrições de igualdade. Afinal já temos a função pseudo-objetivo.

2.1.3 Método de programação linear seqüencial

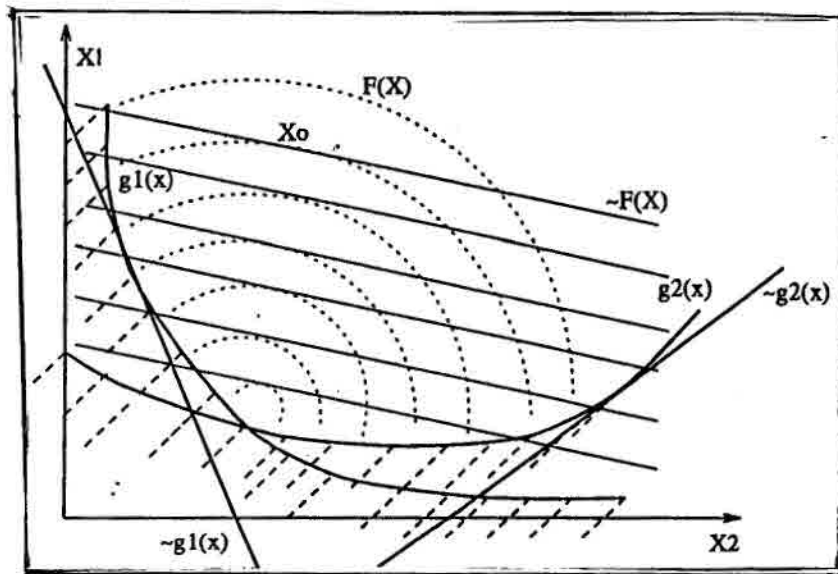
Também chamado de método do plano cortante de Kelley [10], visa linearizar o problema de otimização usando programação linear. Lineariza-se o problema neste ponto e repete-se o processo até que as soluções atinjam a convergência dentro da tolerância especificada.

$$\begin{array}{ll} \text{Dada } F(x) \text{ sujeita a} & g_j(x) \leq 0 \quad (j=1, \dots, m) \\ & h_k(x) = 0 \quad (k=1, \dots, l) \\ & x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \end{array}$$

Isto pode ser linearizado por uma série de Taylor de primeira ordem.

Para resolver a aproximação linear usamos o método simplex, o qual será visto posteriormente. A vantagem desse método é estar disponível em vários pacotes confiáveis de programação linear. Possui contudo três desvantagens principais. Em primeiro lugar, ele aumenta o custo computacional das operações de otimização, uma vez que elas são repetidas várias vezes. Isto torna o uso deste método razoável apenas quando o custo da análise for pequeno quando comparado ao da otimização. Em segundo lugar, precisamos estabelecer limites para o quanto o projeto pode variar em cada iteração; sem isto o processo normalmente não converge. Escolher estes limites é a parte mais difícil do método. Haftka et al. [17] sugeriram que no começo os limites de variação sejam de dez por cento de um valor típico da variável de projeto e que sejam reduzidos de dez a cinquenta por cento de seus valores anteriores após cada ciclo de programação linear. Finalmente, a solução do problema linearizado pode levar a um projeto inviável.

Figura 4: Método de programação linear seqüencial



2.1.4 O método simplex

É uma técnica de solução padrão usando programação linear que consiste de duas fases: na primeira determinamos uma solução básica viável (se existir), e na segunda procuramos a solução ótima, ou seja, evoluindo de uma solução viável básica para outra.

Na primeira fase definimos variáveis e função objetivo artificiais.

Estas são incluídas dentro de um sistema de equações como uma linha extra. Se pelas operações de pivô podemos eliminar todas as variáveis artificiais, de modo que a função objetivo artificial seja zero, a solução básica viável é utilizável.

Na segunda fase reduzimos variáveis e função objetivo artificiais e então acrescentamos a função objetivo original no novo sistema de equações do mesmo modo que fizemos com a função objetivo artificial. Através de operações de pivô o novo sistema fica na forma canônica, que dá uma solução básica, prosseguindo assim em cada operação de pivô adicional.

A solução é obtida se escolhermos como um pivô o elemento da coluna cujo coeficiente da função objetivo seja negativo e da linha cujo elemento do lado direito não seja nulo.

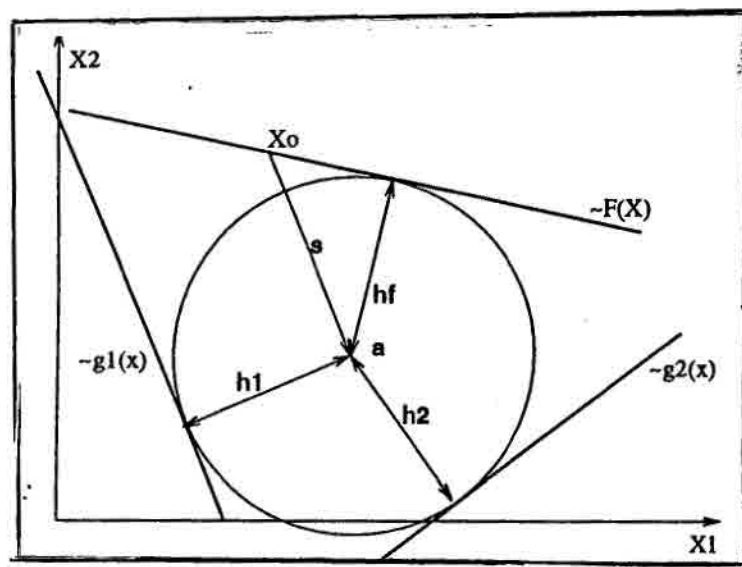
2.1.5 O método dos centros (método das hiperesferas inscritas)

É uma técnica SLP (baseada em Programação Linear Seqüencial) cuja idéia principal é a seguinte: linearizar a função objetivo e suas restrições, e então tentar achar o círculo mais amplo que se ajusta dentro do espaço definido pelas funções linearizadas (hiperplano), repetindo o processo até que a solução tenha convergido dentro de uma tolerância especificada. Caso o projeto inicial seja inviável, a função linearizada não será considerada na primeira iteração de modo que a próxima hiperesfera esteja dentro da região viável.

Na figura abaixo podemos notar que a é o centro da mais ampla hiperesfera completamente inscrita dentro da região viável.

Criando um problema linearizado, pode-se resolvê-lo pelo método simplex anteriormente citado.

Figura 5: Método dos centros



2.2 Definição da direção de busca

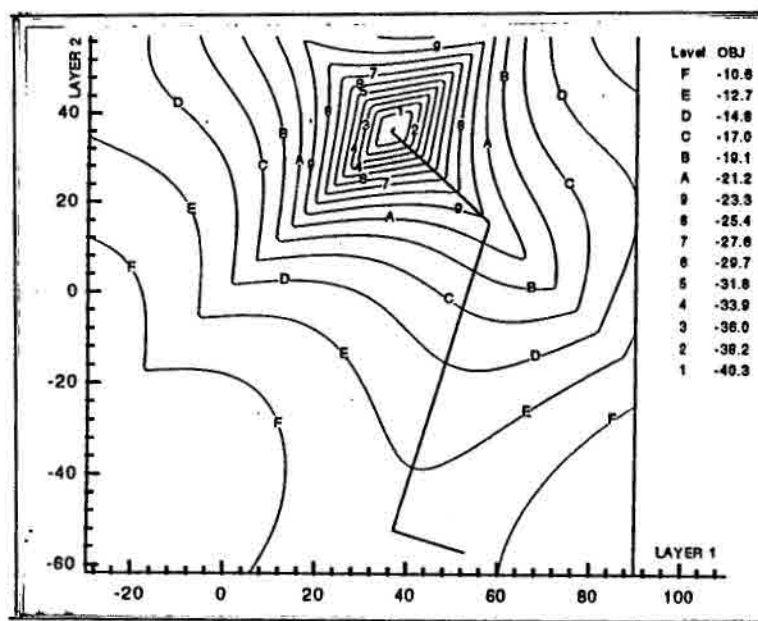
Depois de decidir como tratar as restrições devemos prosseguir com a determinação da direção de busca. Uma vez que aquela direção esteja definida, o problema de otimização de N variáveis torna-se um problema unidimensional:

A seguir serão apresentados os resumos de alguns métodos para definição da direção de busca.

2.2.1 Método da descida mais íngreme

Proposto por Cauchy [2] para resolver um sistema de equações lineares, este método usa o gradiente negativo com maior módulo da função, como a direção de busca, $s = -\nabla F$. Porém pode ser muito lento para uma função com grandes diferenças nas inclinações, isto é, excentricidade de inclinação.

Figura 6: Método da descida mais íngreme

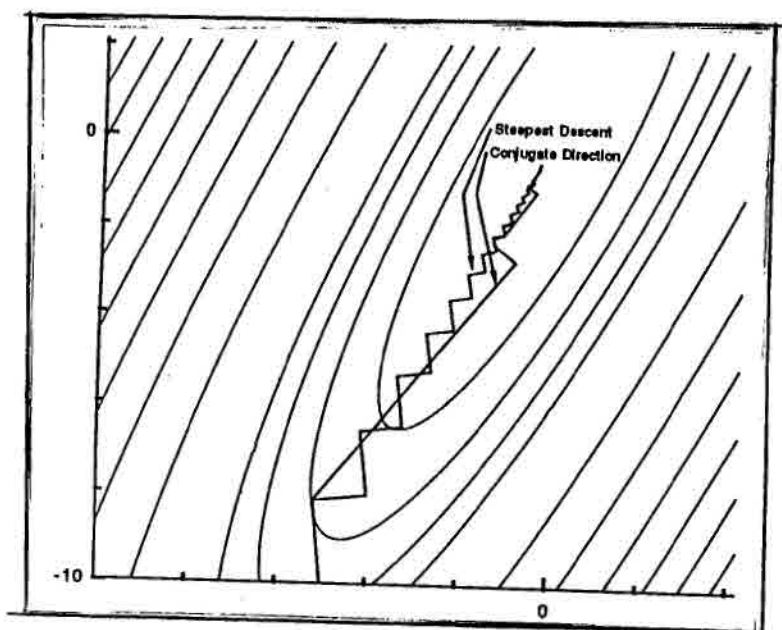


2.2.2 Método da direção conjugada

Este método escolhe direções que são Q-conjugadas às anteriores, onde Q é a Hessiana da função. Seu algoritmo começa por minimizar F ao longo da direção de descida mais íngreme, $s_0 = -\nabla F$. Então, as próximas direções são escolhidas para serem Q-conjugadas.

Segundo o teorema de Powell sobre direções conjugadas para funções quadráticas, o método irá convergir em N ou menos iterações (onde N é a ordem da função). A matriz Hessiana não é uma matriz constante para função não quadrática e a conjugada da direção perde o sentido, conseqüentemente, o método não converge mais em N iterações e é necessário recomençar o processo a cada N passos. Suas duas vantagens principais são: facilidade de execução e pouco armazenamento computacional.

Figura 7: Método da descida mais íngreme comparado ao da direção conjugada



2.2.3 Método de Newton

Este método de segunda ordem (porque usa derivadas segundas) é obtido a partir de uma série de Taylor para F até o termo quadrático, e usando essa expansão na sua condição estacionária.

Sua vantagem é ter um índice quadrático de convergência, necessitando porém avaliar e inverter a matriz Hessiana, Q . Ambos os cálculos requerem muitas operações numéricas.

2.2.4 Métodos das variáveis métricas

Nesses métodos, direção de busca é definida por $s_q = -H \nabla F(x_q)$, onde H é uma matriz métrica que aproxima o inverso da matriz Hessiana durante o processo de otimização, tendo, portanto, características de convergência similares à do método de Newton. H deve manter durante o processo suas características simétricas e de linearização positiva e ainda satisfazer a equação seguinte:

$$H_{q+1} y_q = p_q \quad (7)$$

onde

$$p_q = x_q - x_{q-1}$$
$$y_q = \nabla F(x_q) - \nabla F(x_{q-1})$$

No começo assume-se que $H = I$.

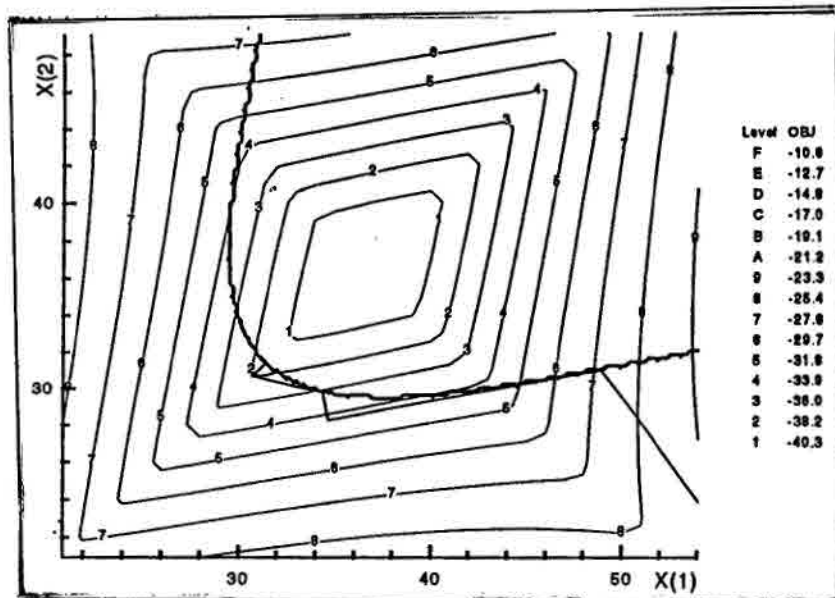
Os dois métodos de variável métrica mais usados são Davidon-Fletcher-Powell [3,4], $\theta = 0$, e Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno [1,14,15,13], $\theta = 1$. O primeiro método funciona bem, porém, seu desempenho piora quando a precisão de busca na linha decresce. Em uns poucos casos ele falha porque H torna-se singular. O segundo método é o melhor entre todos os algoritmos de variável métrica, de acordo com experimentos numéricos.

2.2.5 Método da projeção de gradiente

Neste método, a direção de busca s , é inicializada como a projeção de $-\nabla F(x_q)$ no subespaço tangente às restrições ativas. Subseqüentemente, ela é atualizada como $-P\nabla F$ onde P é o operador de projeção ortogonal.

Se durante a busca de um mínimo segundo a direção s , o vetor de variáveis de projeto, x , invade a região inviável, o processo continua valendo-se do Método da descida mais íngreme, usando $s = -\nabla F$.

Figura 8: Método da projeção de gradiente



2.2.6 Método das direções viáveis

Direção viável é uma direção de busca que admite ao menos um pequeno passo sem deixar a região viável. A função objetivo, $S^T \nabla F < 0$, é obtida através de uma direção viável utilizável, s . Para selecionar tal direção queremos reduzir a função objetivo tanto quanto possível mantendo-a também longe do limite de restrição tanto quanto possível. Estes são dois critérios de seleção da direção viável utilizável.

Maximize: β

Sujeito a:

$$\nabla F(x) \cdot s + \beta \leq 0 \quad (8)$$

$$\nabla g_j(x) \cdot s + \theta_j \beta \leq 0 \quad (9)$$

com j pertencendo ao conjunto de restrições ativas e $|s| \leq 1$

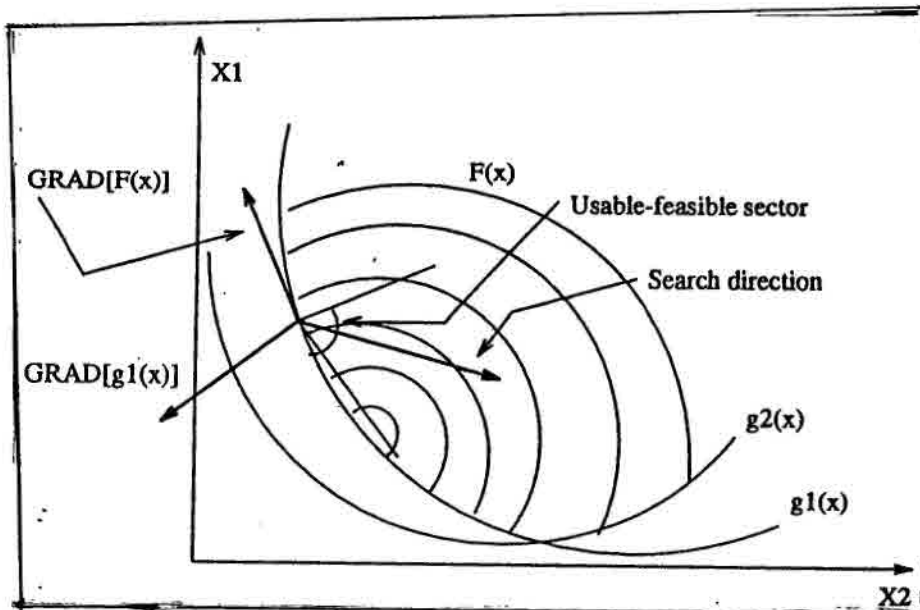
Vanderplaats e Moses [14] acharam que o melhor valor para θ_j é dado por:

$$\theta_j = \left[1 - \frac{g_j(x)}{\epsilon} \right]^2 \theta_0 \quad (10)$$

onde normalmente $\theta_0 = 1$

Devido a dificuldade de se definir quando uma restrição é ativa, Vanderplaats [15] sugeriu que uma restrição deveria ser considerada ativada caso $g_j(x) \geq \epsilon$ ($\epsilon = -0.1$) no início e no final dos procedimentos reduzida para -0.001 .

Figura 9: Método das direções viáveis



2.3 Busca unidirecional

Depois de determinarmos a direção de busca, continuamos visando achar o mínimo naquela direção. Agora, uma busca de linha unidimensional é executada. Nesse passo, procuramos obter a magnitude de um escalar único α^* , que é a distância a ser percorrida ao longo da direção dada, S , do projeto inicial, X_0 , para o projeto ótimo X_{\min} .

A seguir são apresentados os resumos dos 3 métodos.

2.3.1 Método de agrupamento

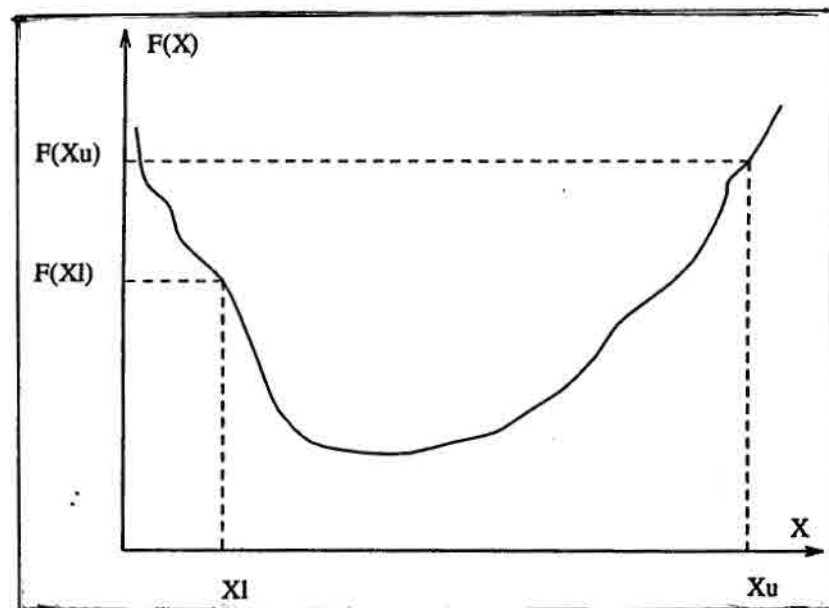
Tentamos achar, neste método, dois pontos (x_l, F_l) e (x_u, F_u) que delimitem o mínimo da função objetivo F , conforme a figura 10.

F é uma função unimodal de variável x . Nós começamos escolhendo (x_l, F_l) e (x_1, F_1) de modo que x_l seja o limite inferior do espaço no qual a função está definida.

Se a função tem uma inclinação negativa em x_1 e $F_1 \geq F_l$, então x_1 é um limite superior e a solução está completa. Caso contrário, escolhemos outro ponto $x_2 > x_1$. Se $F_2 > F_1$, a solução está completa. Por outro lado, x_1 é um novo limite inferior e começamos o processo novamente.

Repete-se o processo até que: F_{i+1} seja maior que F_i , que implica que a solução está completa, ou x_{i+1} seja maior que o limite superior do espaço que significa que existe uma solução ilimitada.

Figura 10 : Método de agrupamento



2.3.2 Método da seção áurea

É o método mais popular da técnica de pesquisa de linha. A função objetivo, F , não precisa ter derivadas contínuas, se F é considerada unimodal, o índice de convergência é conhecido, e é facilmente programado. Porém, este método requer diversas avaliações de funções. Considere F uma função unimodal de variável x e escolha dois pontos (x_l, F_l) e (x_u, F_u) que delimitem o mínimo de F . Depois, escolhamos dois outros pontos (x_1, F_1) e (x_2, F_2) entre x_l e x_u , tal que $x_1 < x_2$. Vamos considerar que F_1 seja maior que F_2 , quando então x_1 torna-se o novo limite inferior e com x_u forma o novo conjunto de limites. Escolhamos, novamente, um outro ponto (x_3, F_3) . Comparamos F_2 com F_3 e repetimos o processo como antes, fazendo isto até que o intervalo entre os limites seja reduzido a um valor desejado.

Para escolhermos os pontos interiores, utilizamos a seguinte equação:

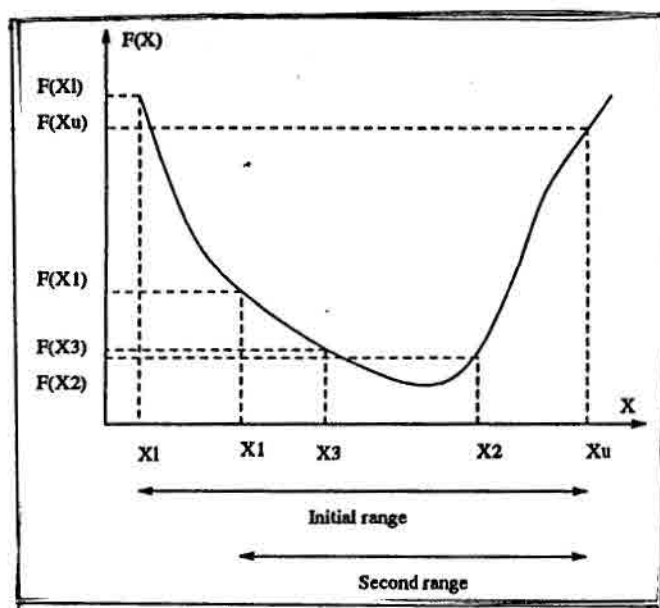
$$x_1 = (1 - \tau)x_l + \tau x_u \quad (11)$$

$$\tau = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \quad (12)$$

onde

$$x_2 = \tau x_l + (1 - \tau)x_u \quad (13)$$

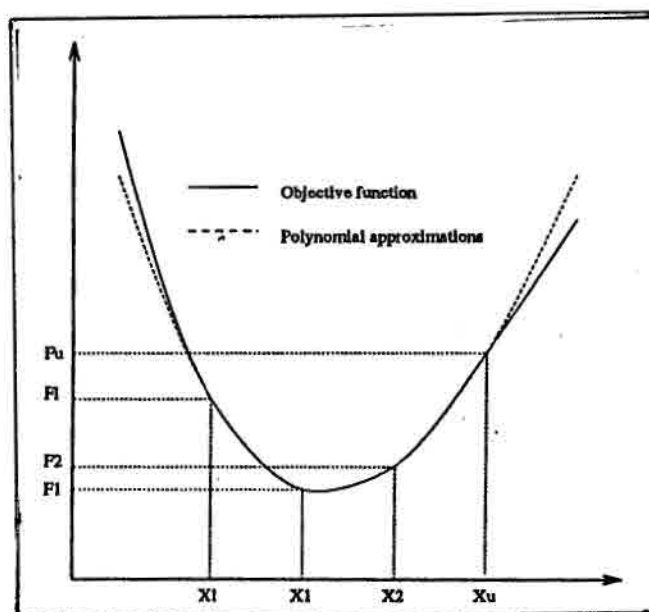
Figura 11: Método da seção áurea



2.3.3 Aproximação polinomial

É um método que requer poucas avaliações de funções, mas que não pode garantir precisão dos resultados. Consiste na aproximação com uma função polinomial cujo mínimo é determinado facilmente. Calculamos diversos pontos da função, ajustamos a função polinomial a eles, e achamos o seu mínimo. Para verificar se o ponto é o verdadeiro mínimo, comparamos os valores da função e da aproximação polinomial neste ponto. Se a diferença entre eles não for pequena, repetimos o processo escolhendo outros pontos ao redor do novo ponto determinado por interpolações prévias.

Figura 12: Aproximação polinomial



2.4 A Otimização numérica e o MSC/NASTRAN

É importante sabermos o que é análise da sensibilidade de projeto e otimização do projeto. Análise da sensibilidade de projeto calcula a razão da variação das reações estruturais com relação às variações nos parâmetros de projeto. Esses parâmetros de projeto são usualmente chamados de variáveis de projeto e podem ser usados para representar espessura da placa, dimensão da seção transversal da viga, etc. A otimização do projeto refere-se ao processo de geração de projetos aperfeiçoados. No MSC/NASTRAN, a otimização do projeto é executada por um otimizador. Um otimizador é simplesmente um algoritmo usado para procurar um projeto "melhorado". Coeficientes de sensibilidade de projeto são usados no MSC/NASTRAN para auxiliar o otimizador nesse processo de pesquisa. Uma vez que essas razões de variação são conhecidas, o otimizador pode, por exemplo, achar o conjunto de espessuras ótimas de um painel que proporciona o nível mais baixo de frequência ressonante da cabine.

Um otimizador numérico procura achar um projeto aperfeiçoado tentando minimizar ou maximizar uma função objetivo pré-especificada. Por todo o processo, deve-se respeitar os valores limites de respostas e variáveis de projeto dadas no seu modelo. Ele não tem inteligência para modificar a função objetivo ou qualquer um desses limites.

O enunciado do problema de otimização requer uma descrição explícita da função objetivo de projeto, bem como dos limites que definem a região de pesquisa. Um otimizador só é capaz de pesquisar dentro da região que foi definida. A configuração ou os estudos de comparação não podem ser diretamente endereçados por um otimizador numérico, embora um otimizador possa ser usado para investigar os vantagens de um projeto sobre o outro. Mesmo com essas limitações, a otimização de projeto oferece um conjunto extremamente poderoso de ferramentas de projeto.

Uma vez que sensibilidade e a otimização dependem dos resultados da análise, um nível razoável de habilidade na preparação do modelo de análise no MSC/NASTRAN é requerido. A otimização de projeto na Versão 68 do MSC/NASTRAN pode usar resultados de análises da estática, modos normais, etc.

Quanto se deve saber sobre otimizadores? A resposta mais segura é "o máximo que se souber sobre otimizadores numéricos, melhor". Porém, não implica que se deva ser um especialista em técnicas de otimização numérica para usar aqueles procedimentos implementados no MSC/NASTRAN.

Algum conhecimento dos procedimentos básicos envolvendo otimizadores numéricos irá auxiliar na compreensão do porquê um otimizador faz o que ele faz, na interpretação dos resultados finais de uma rodada de otimização, e na compreensão do que pode ter ocorrido se os resultados são inesperados. Quase todos os parâmetros que controlam o otimizador no MSC/NASTRAN podem ser mudados para a execução de várias classes de problemas. O entendimento do significado dessas escolhas permite que as ferramentas colocadas à disposição sejam utilizadas em sua plenitude.

Os algoritmos de otimização no MSC/NASTRAN pertencem à família dos métodos geralmente referidos como "baseados no gradiente", uma vez que, na adição a valores da função, eles usam gradientes desta para auxiliar na pesquisa numérica do ótimo.

Para um dado ponto no espaço de projeto, nós determinamos os gradientes da função objetivo e as restrições, e usamos essa informação para determinar uma direção na qual pesquisar. Então, seguimos nessa direção até onde pudermos, verificando se atingimos um ponto ótimo. Caso não seja, repetimos o processo até obtermos aperfeiçoamento na nossa função objetivo sem violar restrições.

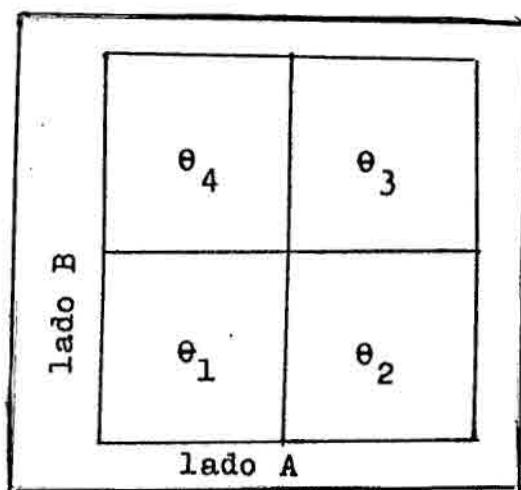
No trabalho desenvolvido foi modelada uma placa sanduíche no MSC/NASTRAN, a qual consiste de duas faces de fibra de Carbono entre as quais é colocada uma camada de estrutura tipo colméia. O MSC/NASTRAN permite o modelamento desse tipo de estrutura através de instruções de entrada dentro do arquivo de dados, onde definimos, por exemplo, as dimensões da placa, sua densidade (da face e da colméia) e as diversas propriedades do material composto bem como as condições de contorno do problema. Uma vez definido o modelo foram incluídas as instruções de otimização que definem as variáveis de projeto, a função objetivo, as ligações entre as variáveis de projeto dependentes e independentes, os valores iniciais para as variáveis de projeto, o número máximo de ciclos e o método de aproximação a ser usado.

3. METODOLOGIA

Devido a seu excelente desempenho, a saber, baixo peso e alta rigidez, as estruturas sanduíches têm sido muito usadas nos últimos anos. Podemos melhorar esse desempenho através da otimização das faces.

Na pesquisa realizada foi estudado um painel sanduíche cuja rigidez era função da orientação das fibras da face. Havia um ângulo para as fibras de cada quarto de painel, conforme a figura 13.

Figura 13: Ângulos nas quatro regiões das faces



As relações entre os ângulos eram:

$$\theta_2 = -\theta_1$$

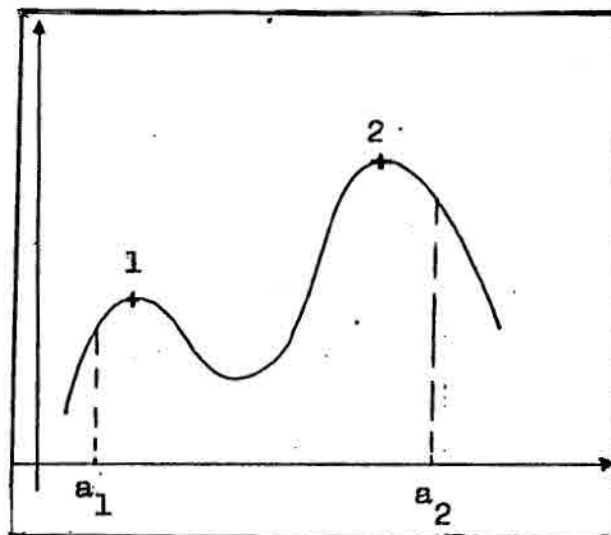
$$\theta_3 = \theta_1$$

$$\theta_4 = -\theta_1$$

Para realizar o processo de otimização foi utilizado o otimizador do MSC/NASTRAN.

Porém, era necessário conhecer o melhor ângulo inicial. Afinal poderíamos começar de um ângulo que nos levaria a um ótimo local e não o global, conforme figura 14.

Figura 14: Máximos local e global



Se começarmos em a_1 , o processo de otimização poderia parar no ponto 1, enquanto que, se começarmos em a_2 , o processo de otimização iria parar no ponto 2. O objetivo é maximizar o sétimo autovalor.

As variáveis de projeto foram os ângulos de cada região da face.

No início verificou-se a variação do sétimo autovalor, num modelo de placa com lados de 30cm e 15cm, variando-se o ângulo da face, de -90 a +90 graus, de 18 em 18 graus. Observou-se que um bom valor inicial deveria estar em torno de 18 graus.

Ângulos da face (graus)	Sétimo autovalor
-90, 90, -90, 90	6.263324E+06
-72, 72, -72, 72	6.386851E+06
-54, 54, -54, 54	7.450313E+06
-36, 36, -36, 36	1.220547E+07
-18, 18, -18, 18	2.205115E+07
0, 0, 0, 0	1.256622E+07
18, -18, 18, -18	1.644572E+07
36, -36, 36, -36	1.511045E+07
54, -54, 54, -54	8.036373E+06
72, -72, 72, -72	6.418885E+06
90, -90, 90, -90	6.263324E+06

Se, a placa é livre em todas as suas bordas, então, sabe-se, de estudos similares com placas reforçadas, que, para se obter máxima rigidez, as fibras devem tender a se alinhar com o lado maior.

O próximo passo foi calcular os autovalores para placas semelhantes simplesmente apoiadas, com os ângulos das fibras da face de 0, 0, 0, 0 e 90, 90, 90, 90 graus.

Placa simplesmente apoiada

Ângulo das fibras da face (graus)	Primeiro autovalor
0, 0, 0, 0	4.117928E+07
90, 90, 90, 90	1.080433E+08

Observamos então que o valor ótimo de orientação das fibras da face deve estar mais próximo do zero quando livre-livre e mais próximo do noventa quando simplesmente apoiada. Começa-se, portanto, uma varredura, para placas livre-livre e placas simplesmente apoiada. Aumenta-se a relação A/B, na seqüência, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.2, 2.4, 3.0, 4.0, 5.0 e 6.0, tanto para placa livre-livre quanto para simplesmente apoiada, resultando nos gráficos que serão apresentados posteriormente.

Quando a placa é livre-livre o valor ótimo de orientação das fibras da face tende a zero grau (imagine uma placa muito estreita, cujo lado A aumente tanto em relação ao B, que tenda a reduzi-la a uma fibra só).

Quando a placa é simplesmente apoiada, o valor ótimo de orientação das fibras da face tende a noventa graus.

Na segunda fase dessa pesquisa houve a comparação entre a eficiência do OPREDE e a do MSC/NASTRAN. Para tal foi estudada uma placa sanduíche simplesmente apoiada. A fim de conhecer o melhor ângulo inicial, verificou-se a variação da primeira freqüência natural de acordo com a variação dos ângulos das faces, através da determinação de modos normais, resultando no gráfico 1 do item resultados.

O próximo passo foi utilizar o otimizador do MSC/NASTRAN e o OPREDE a fim de confrontarmos a eficiência destes com respeito a primeira freqüência natural (FNF), ao ângulo ótimo de orientação das fibras das faces e ao número de iterações necessárias.

O ângulo inicial de orientação das fibras foi de -40.748, 40.748, -40.748, e 40.748 para θ_1 , θ_2 , θ_3 , e θ_4 , respectivamente. Tais valores foram usados para uma placa cuja razão de aspecto era 1.0. O resultado de ângulo ótimo obtido em cada rodada foi usado na rodada posterior, e assim por diante. As razões de aspecto foram 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.2, e 2.4.

No MSC/NASTRAN, o número máximo de iterações permitido foi de 300.

O mesmo procedimento foi feito com o OPREDE, porém, neste o número máximo de iterações permitido foi de 9999.

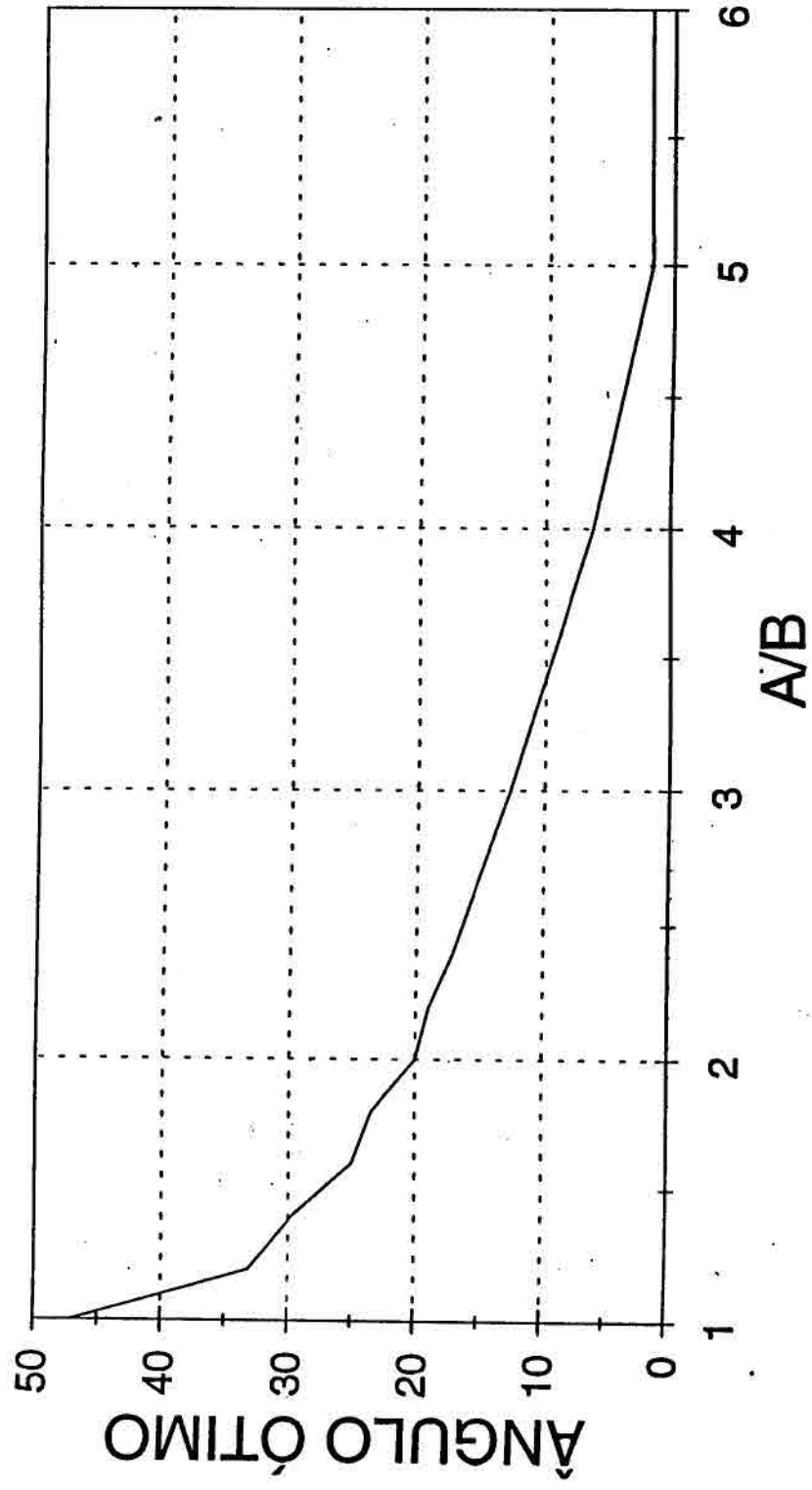
Os resultados dessa comparação estão nos gráficos 2, 3, e 4 do item resultados.

Depois, mostrou-se a convergência, através da determinação dos modos normais, de ambos programas para malhas com diversos graus de refinamento com razões de aspecto 1 e 3, resultando nos gráficos 5 e 6 do item resultados. Nas malhas com razão de aspecto unitária, os ângulos das faces foram de -45, 45, -45, e 45 graus, respectivamente para θ_1 , θ_2 , θ_3 , e θ_4 e naquelas cuja razão era 3 tais ângulos foram de -90, 90, -90, e 90.

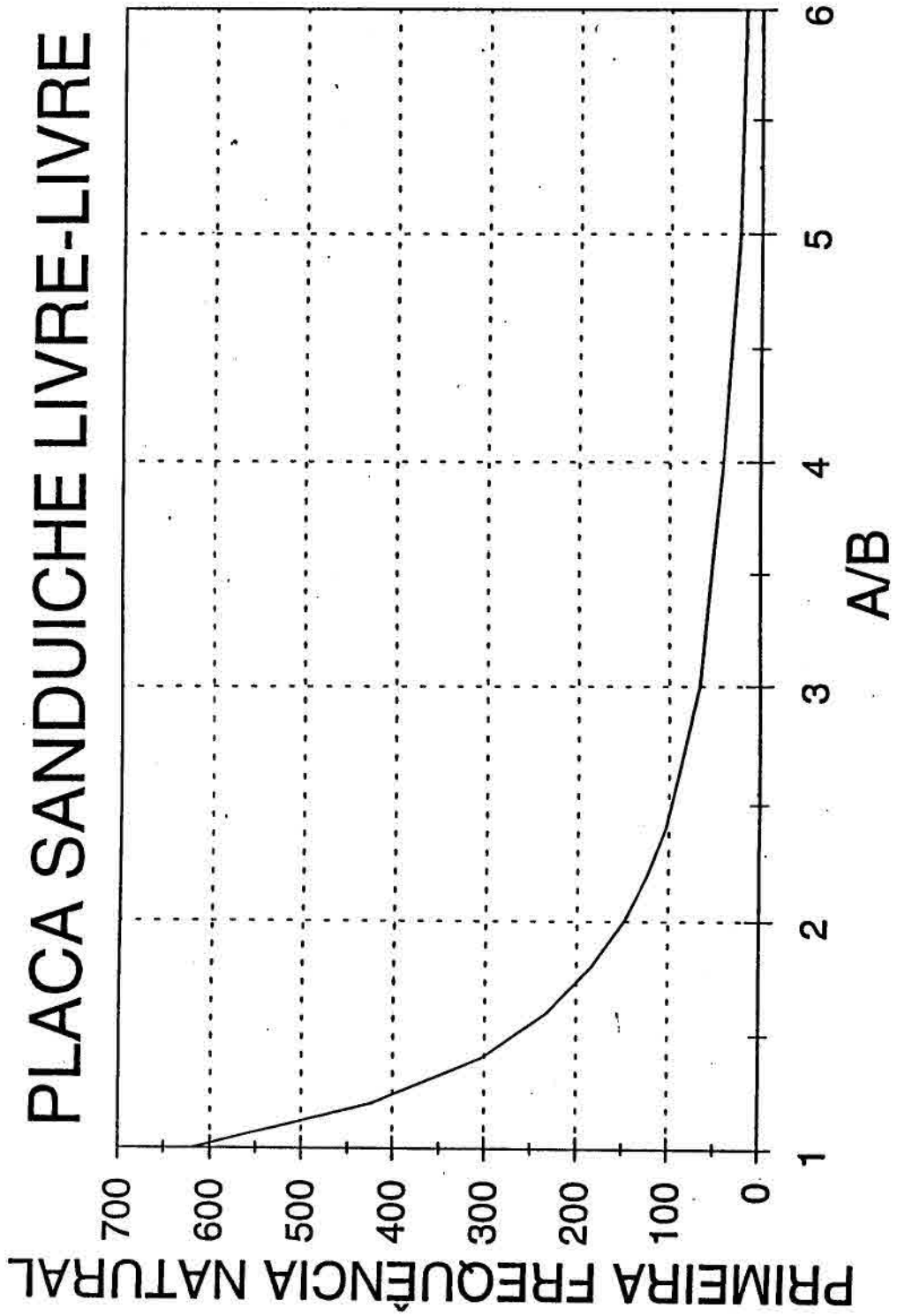
No procedimento semelhante usando o OPREDE foram alterados o número de termos de expansão da série e o número de pontos de integração, resultando nos gráficos 7 e 8 do item resultados.

4. RESULTADOS

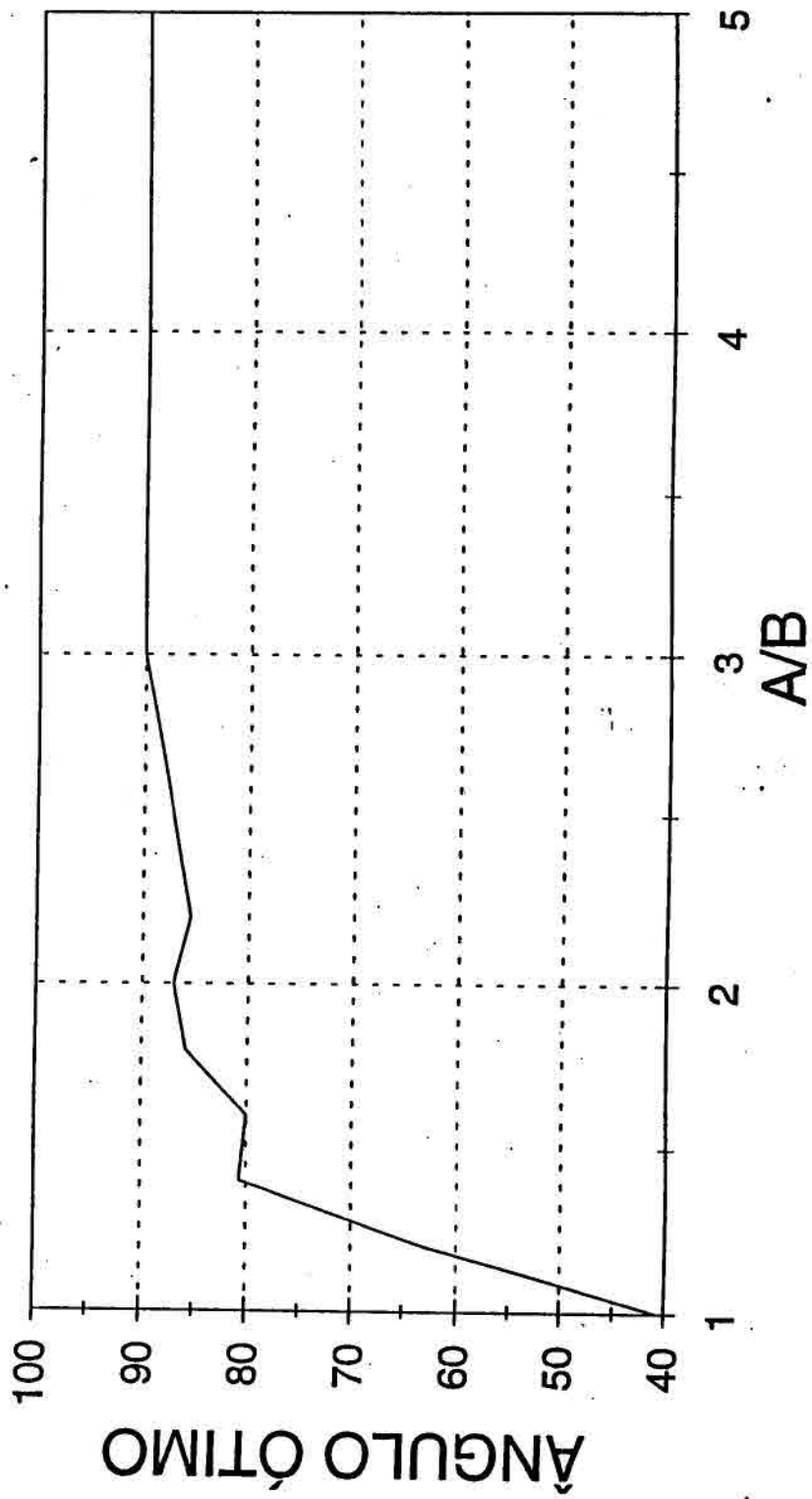
PLACA SANDUICHE LIVRE-LIVRE

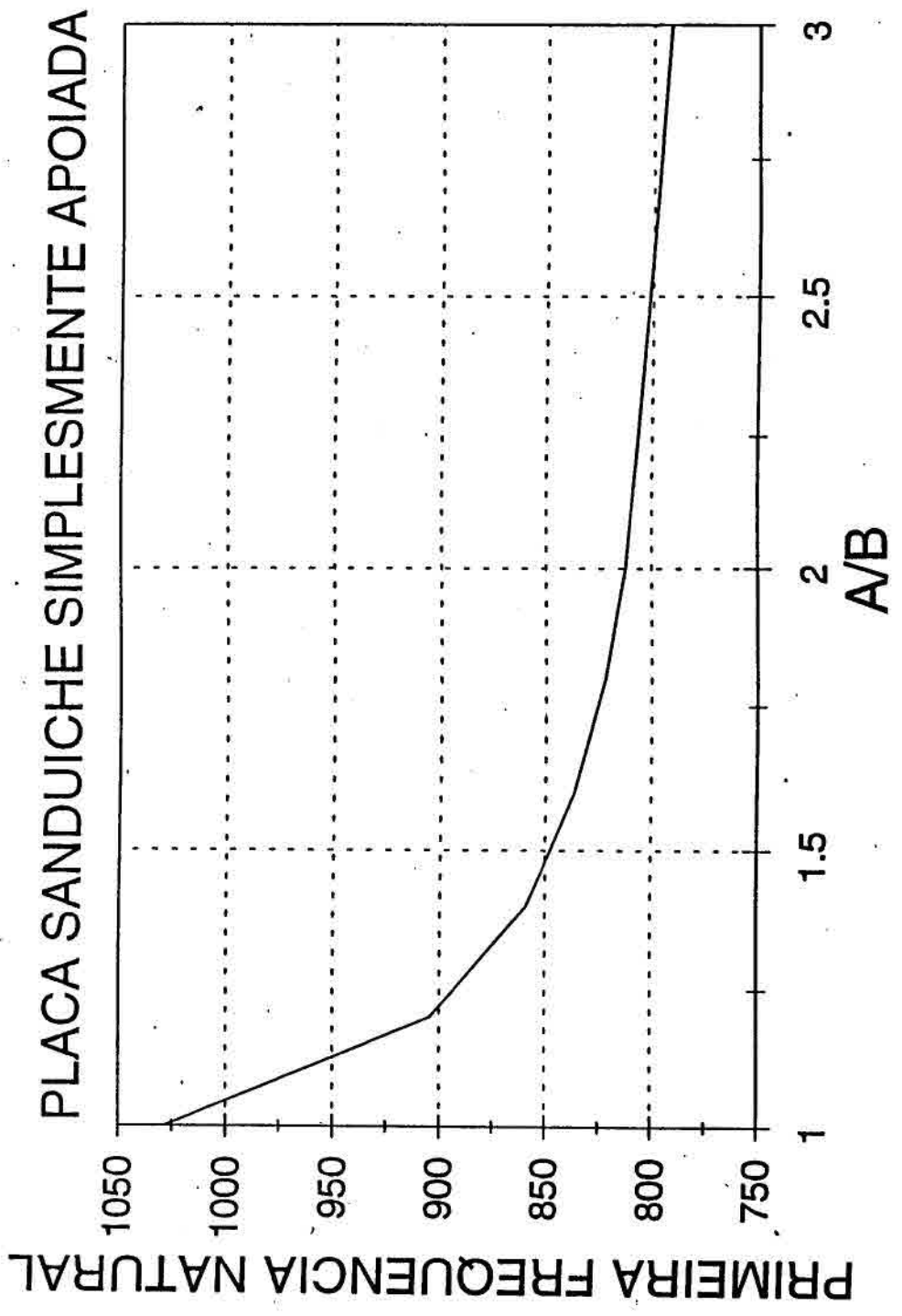


PLACA SANDUICHE LIVRE-LIVRE



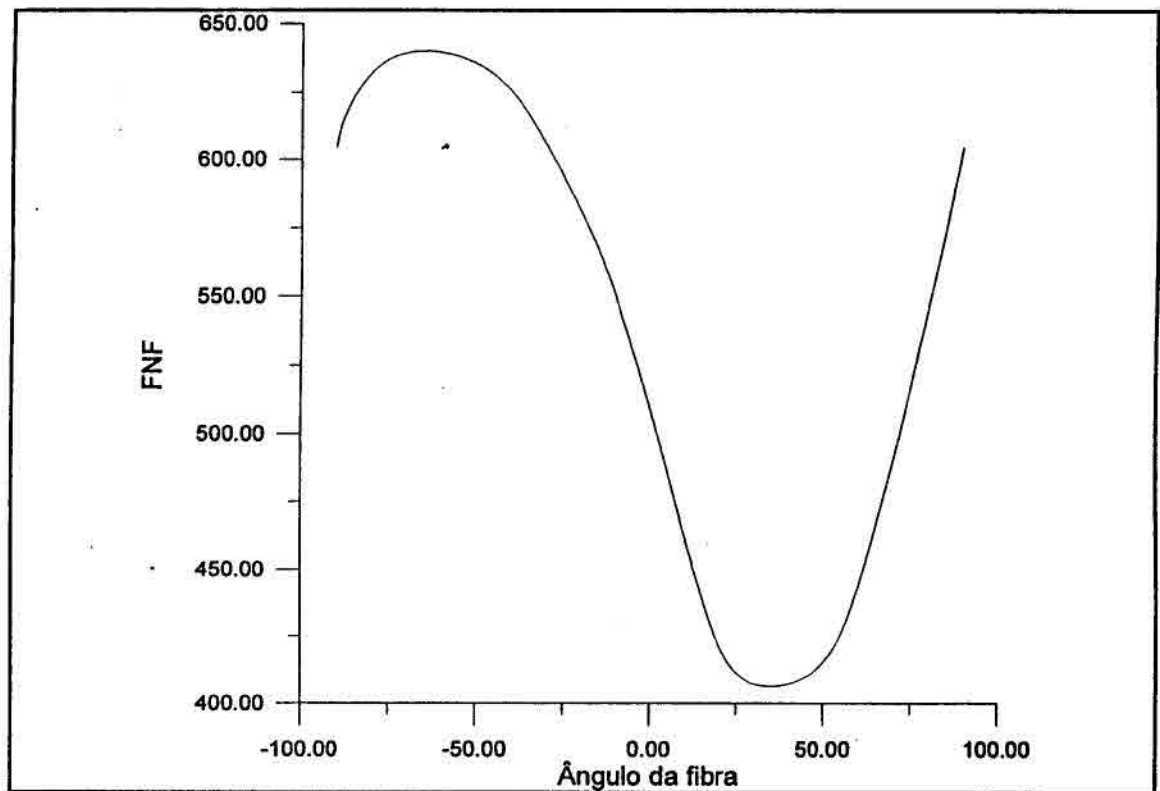
PLACA SANDUICHE SIMPLESMENTE APOIADA



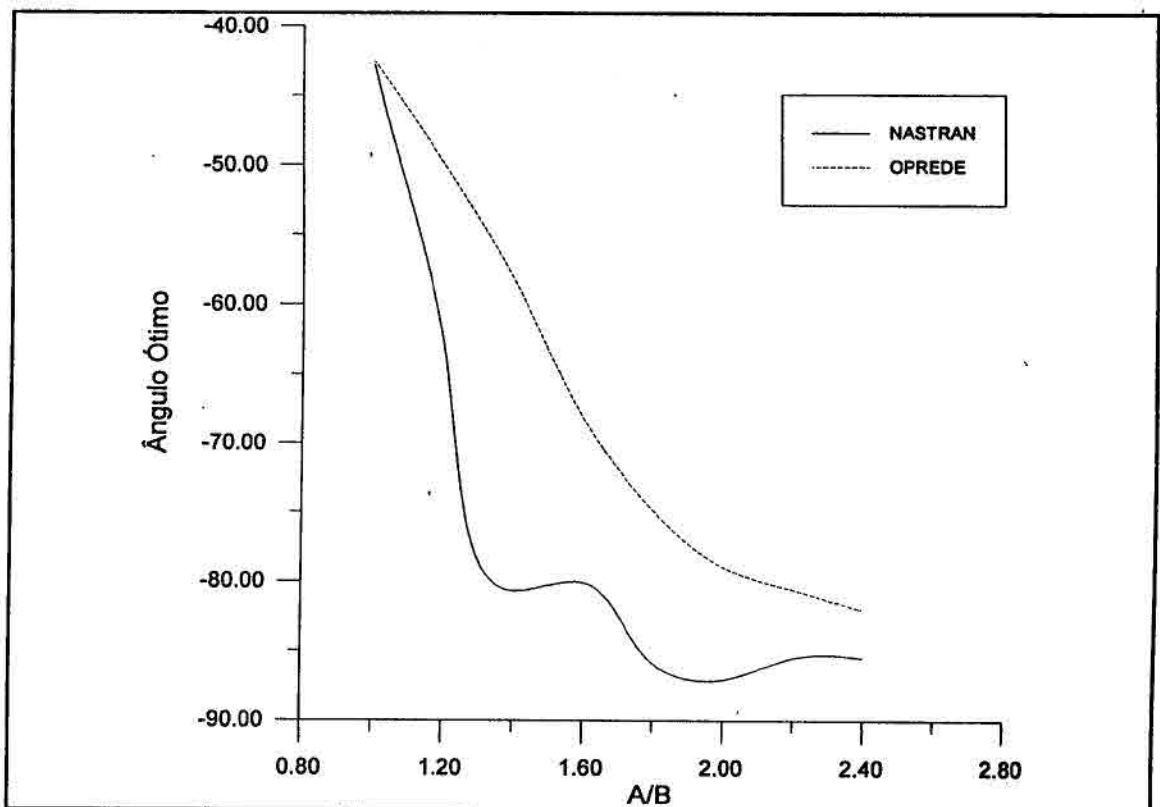


4. Resultados

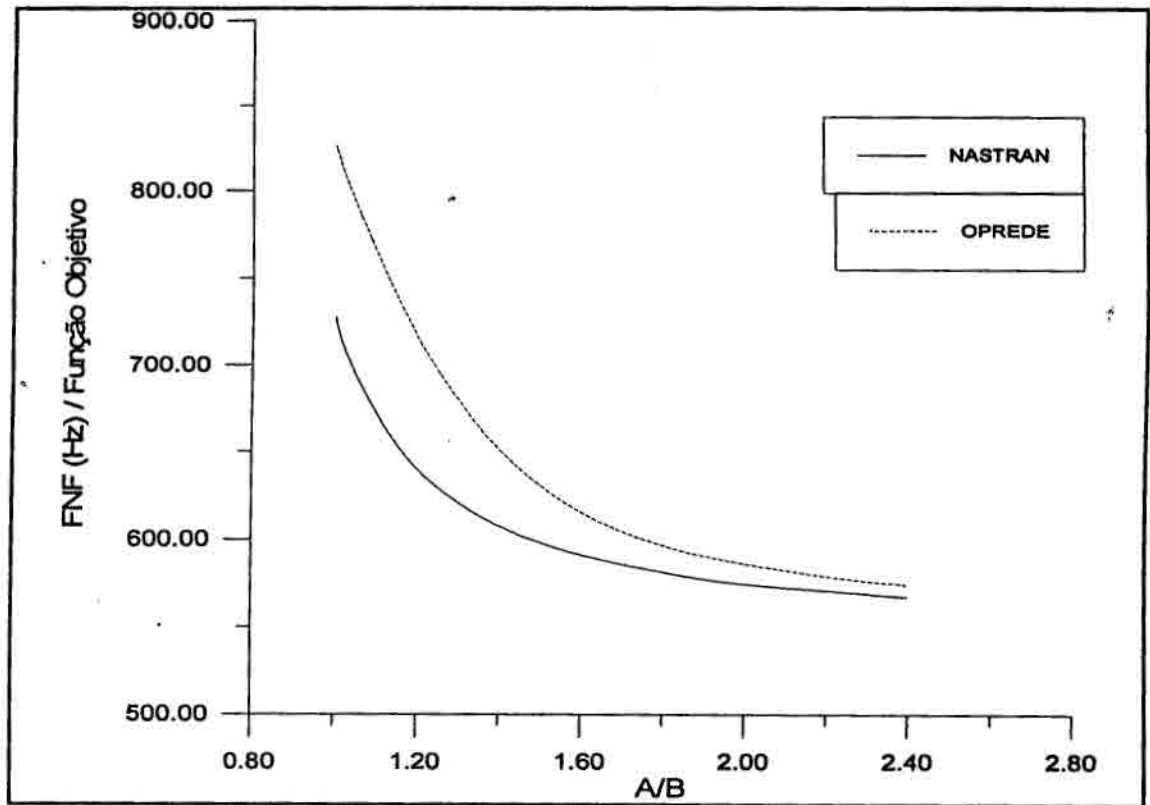
4.1 Gráfico 1: Frequência natural fundamental x Ângulo da fibra



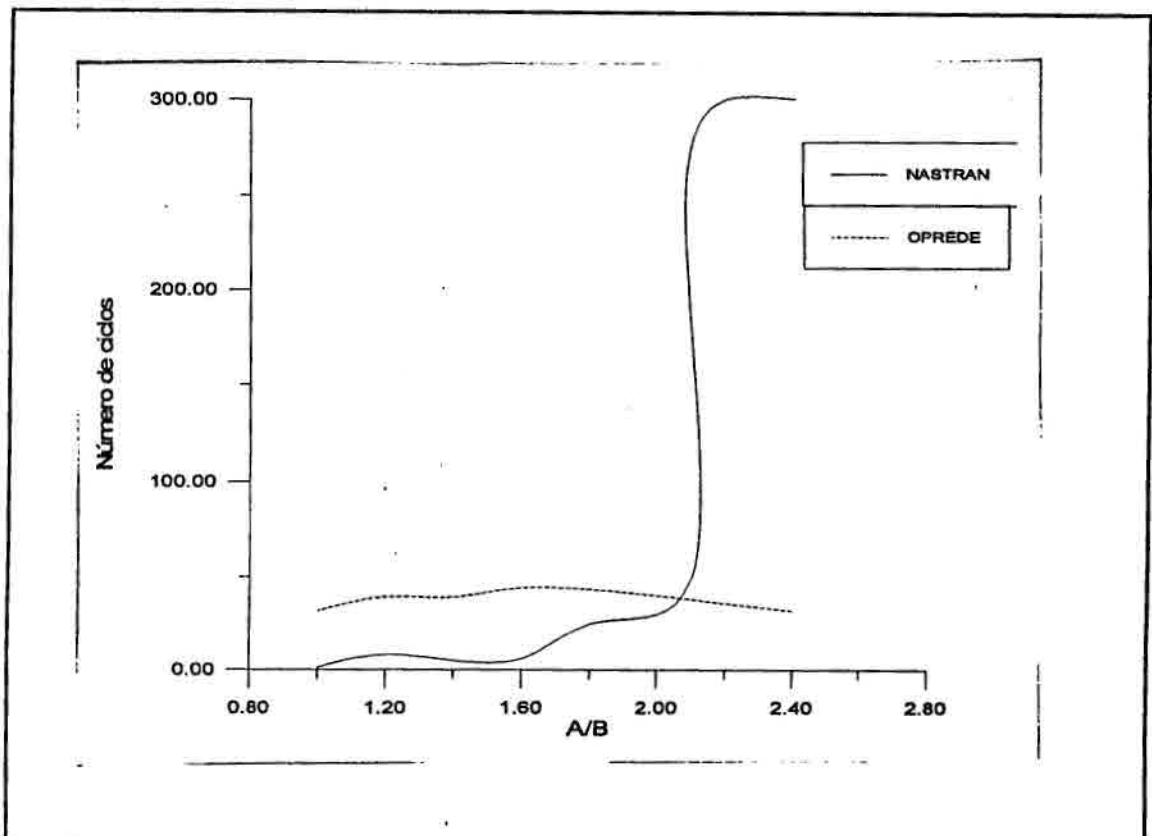
4.2 Gráfico 2: Ângulo ótimo x Razão de aspecto

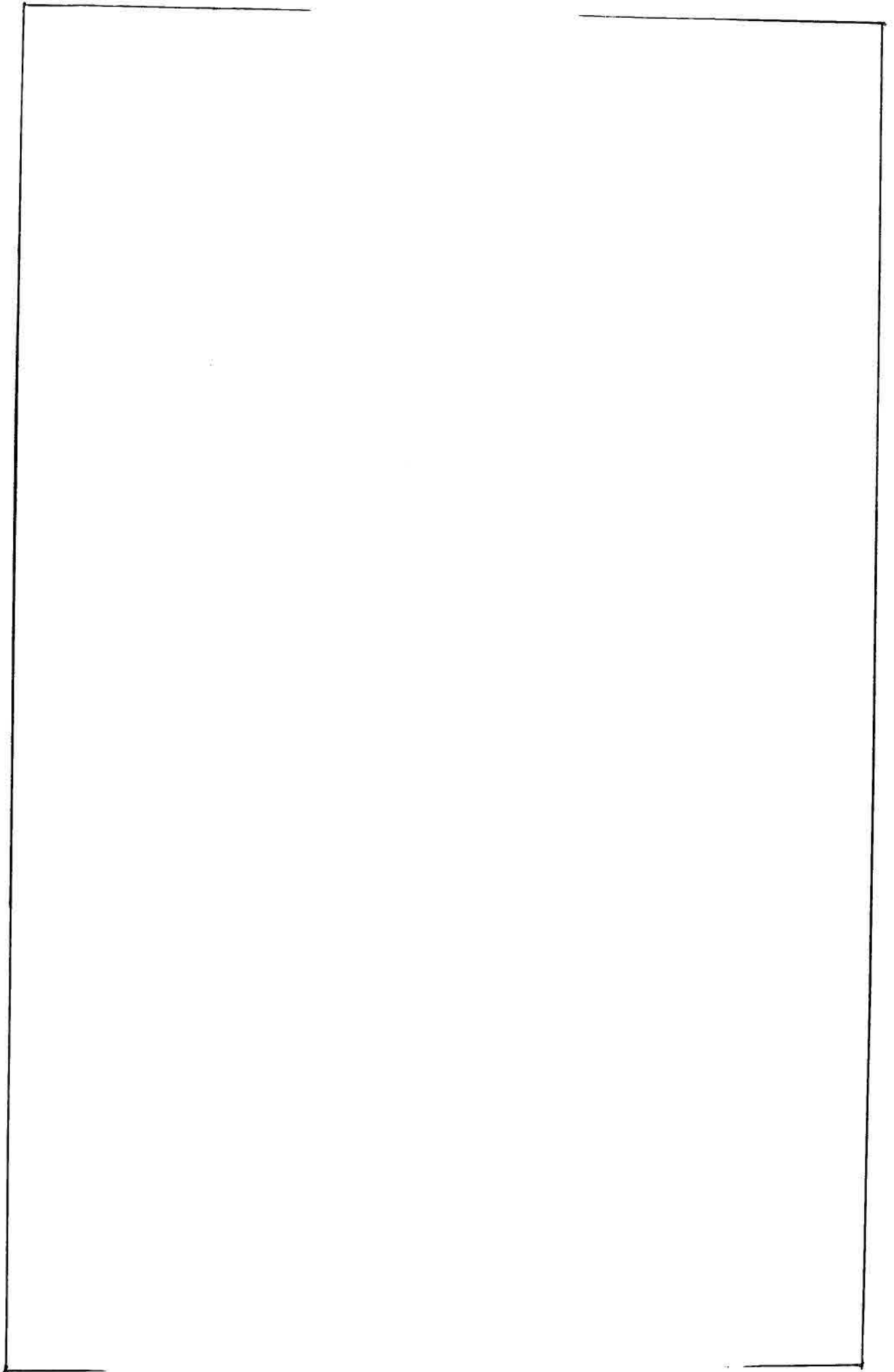


4.3 Gráfico 3: Freqüência natural fundamental x Razão de aspecto

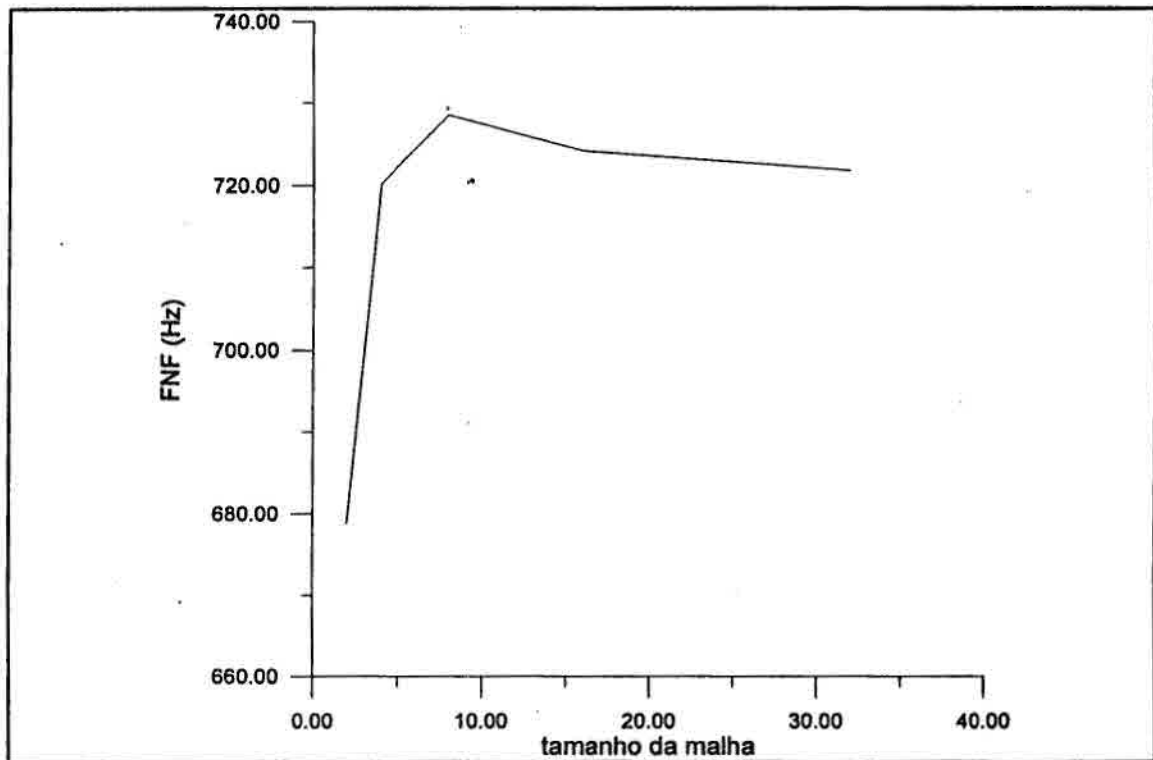


4.4 Gráfico 4: Número de ciclos x Razão de aspecto

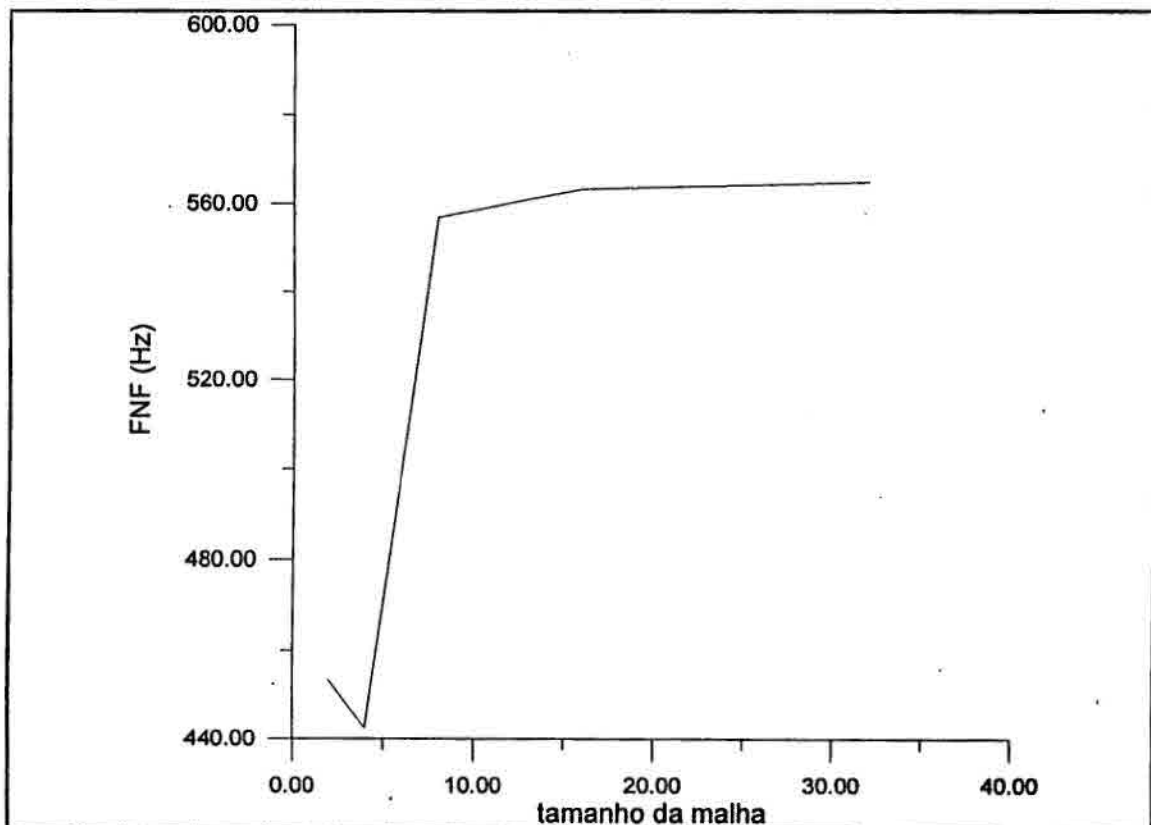




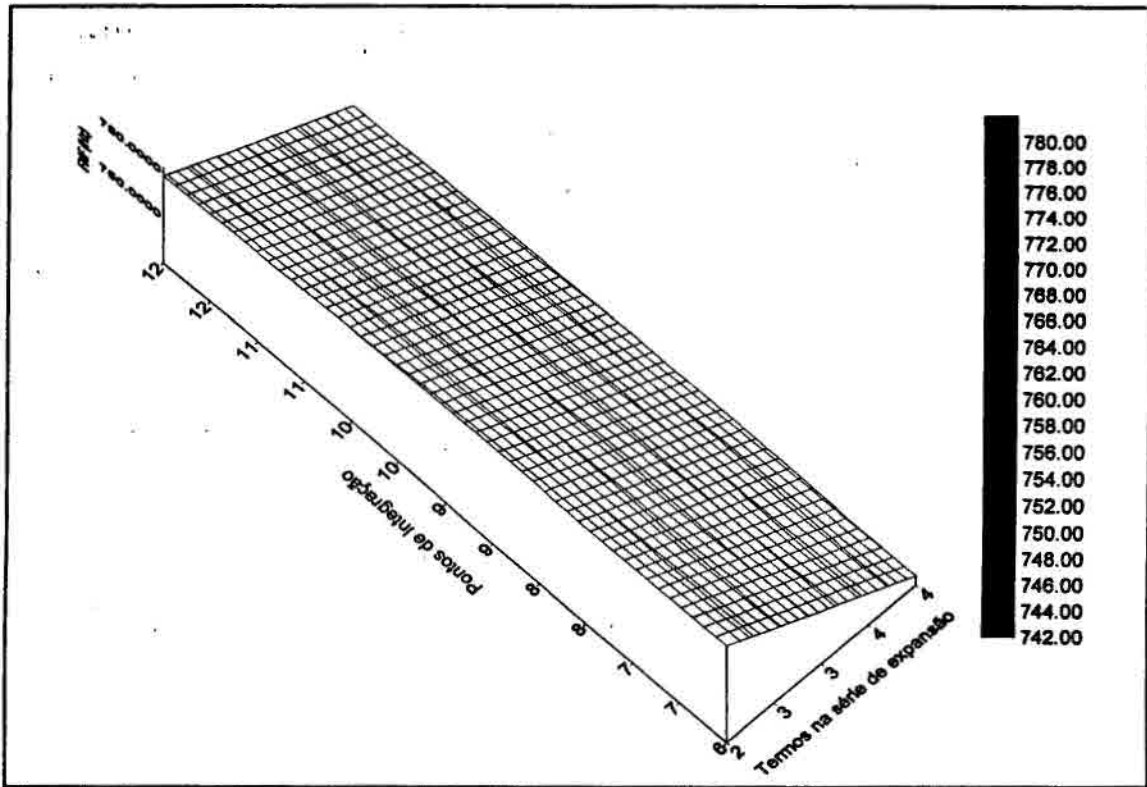
4.5 Gráfico 5: FNF x Tamanho da malha no MSC/NASTRAN (Razão de aspecto 1)



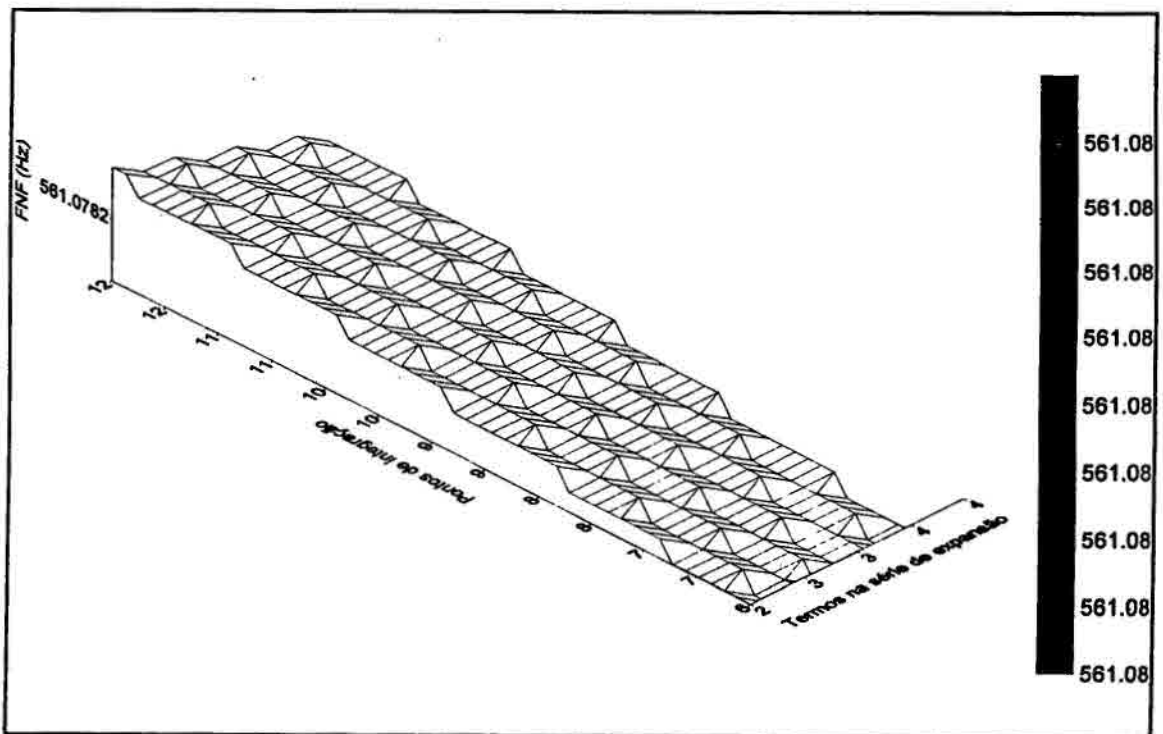
4.6 Gráfico 6: FNF x Tamanho da malha no MSC/NASTRAN (Razão de aspecto 3)



4.7 Gráfico 7: OPREDE (Razão de aspecto 1)



4.8 Gráfico 8: OPREDE (Razão de aspecto 3)



5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Através dos gráficos que relacionam A/B ao ângulo ótimo podemos observar que, ao se tratar de placa livre-livre, o valor do ângulo ótimo tende a zero grau, ou seja, a direção do lado maior da placa. A medida que se aumenta a relação A/B , aumenta-se também a tendência do ângulo ter a direção do lado A .

Em se tratando de placa simplesmente apoiada, o ângulo ótimo tende a se aproximar de noventa graus com o aumento da proporção A/B , concordando com Bert [19]: para placas retangulares simplesmente apoiadas, consegue-se maior rigidez, com o valor do ângulo ótimo tendendo a zero, quando a proporção A/B for pequena; já quando tal relação for alta o valor do ângulo ótimo tende a noventa graus.

Com os gráficos que relacionam A/B à primeira frequência natural, podemos observar que com o aumento de A/B , esta tende a diminuir, em ambas as placas, como era esperado.

Quanto à segunda fase da pesquisa, foi obtida coerência razoável entre os resultados dos dois programas, um ângulo ótimo das fibras crescente e a primeira frequência natural decrescente com o aumento da razão de aspecto dos retângulos (gráficos 2 e 3).

No que se refere ao número de ciclos para convergência a um ótimo, o programa desenvolvido pelo Eng. Mário Kataoka Filho (DMC/INPE), OPREDE apresentou constância, enquanto que o MSC/NASTRAN tendia a um número cada vez maior (gráfico 4).

Quanto ao grau de refinamento da malha não observamos alteração significativa no valor da primeira frequência natural a partir do refinamento da malha em 32×32 .

6. CONCLUSÕES

Com os gráficos que relacionam A/B ao valor do ângulo ótimo, um projetista pode, munido do valor das dimensões da placa, estimar com boa precisão o valor do ângulo ótimo de orientação das fibras das faces da placa sanduíche.

Em relação à comparação entre os dois programas, pudemos verificar que ambos convergiam razoavelmente a um mesmo resultado quanto à FNF e o ângulo ótimo de orientação das fibras, porém o OPREDE mostrou menor custo computacional.

Quanto à malha, esta não necessita ter mais 32x32 elementos, pois só aumentaria o custo computacional, visto que a primeira frequência natural praticamente se mantém a partir dessa divisão, conforme verificado em ambos programas.

O desenvolvimento de placas sanduíches e a continuação da pesquisa são impulsionados pelos resultados que foram obtidos até o presente.

Visando, na seqüência dos trabalhos, o uso de supercomputadores, alguns exemplos de computação numérica foram desenvolvidos usando a linguagem FORTRAN nesta etapa, uma vez que os modelos envolvendo paralelismo de algoritmos também utilizarão o FORTRAN como base.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Broydon, C.G., *The convergence of a class of double rank minimization algorithms*, Part I and II, J. Inst. Math. Appl., Vol. 6, pp. 22-231, 1970.
- [2] Cauchy, A., *Méthode generale pour résolution des systèmes d'equations simultanées*, Comp. Rend. l'Academie des Sciences Paris, Vol.5, pp. 536-538, 1847.
- [3] Davidon, N. C., *Variable metric method for minimization*, Argone National Laboratory, ANL-5990 Rev., University of Chicago, 1959.
- [4] Fletcher, R. & Powell, M. J. D., *A radily convergent method for minimization*, Computer J., Vol.6, N.2, pp. 163-168, 1963.
- [5] Fletcher, R., *A new approach to variable metric algorithms*, Computer J., Vol.13, pp. 317-322, 1970.
- [6] Goldfarb, D., *A family of variable metric methods derived by variational means*, Math. Comput., Vol. 24, pp. 23-36, 1970.
- [7] Haftka, R. T. & Starnes, J. H., *Applications of a quadratic extended interior penalty function for structural optimization*, AIAA j., Vol. 14, N.6, pp 718-724, June 1976.
- [8] Haftka, R. T. ; Gurdal, Z. & Kamat, M. P., *Elements of structural optimization*, Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [9] Kavlie, D. & Moe, J., *Automated design of frame structures*, ASCE J. Struct. Div., Vol. 97, N. ST1, pp. 33-62, Janeiro 1971.
- [10] Kelley, J. E., *The cutting plane method for solving convex programs*, J. SIAM, Vol. 8, pp. 702-712, 1960.
- [11] Powell, M. J. D., *Optimization algorithms in 1979*, Committee on algorithms Newsletter, N. 5, Mathematical Programming Society, pp 2-16, Fevereiro 1981.
- [12] Rockafellar, R. T., *The multiplier method of Hestenes and Powell applied to convex programming*, J. Optim. Theory Appl., Vol.12, N.6, pp. 55-562, 1973.

- [13] Shanno, D. F., *Conditioning of Quasi-Methods for function minimization*, Math. Comput., Vol.24, pp. 647-656, 1970.
- [14] Vanderplatts, G. N., *CONMIN, a FORTRAN program for constrained function minimization, User's manual*, NASA TM X-62, 282,1973. Nov. 1981.
- [15] Vanderplaats, G. N., *Numerical optimization techniques for engineering design*, MacGraw-Hill, 1984.
- [16] Vanderplaats, G. N., *ADS - a FORTRAN program for automated design synthesis - version 1.10*, NASA CR 177985, Set. 1985.
- [17] Miller, M. P., *Getting Started with MSC/NASTRAN, User's Guide*, The MacNeal-Schwendler Corporation, Dez. 1993.
- [18] Moore, G. J., *MSC/NASTRAN - Design Sensitivity and Optimization, User's Guide, version 68*, The MacNeal-Schwendler Corporation, Maio 1994.
- [19] Bert, C. W., *Optimal Design of a Composite-Material Plate to Maximize its Fundamental Frequency*, Journal of Sound and Vibration, pp. 229-237, 1976

