

**PROPAGAÇÃO DE ÓRBITA DE SATÉLITES ARTIFICIAIS  
USANDO RECEPTORES GPS (GLOBAL POSITIONING SYSTEM)**

**Bolsista de Iniciação Científica: André Rodrigo Boscolo Moraes**

**Orientadores: Kondapalli Rama Rao e**

**Hélio Koiti Kuga**

**INPE - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais**

**Julho 1996**

## **SUMÁRIO**

### **RESUMO**

- 1 INTRODUÇÃO**
- 2 SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL (GPS)**
- 3 MODELOS ORBITAIS DO SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL**
  - 3.1 GRAVITACIONAL DE KEPLER**
  - 3.2 PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR**
- 4 INTEGRADORES NUMÉRICOS**
  - 4.1 MÉTODO DE RUNGE-KUTTA**
  - 4.2 MÉTODO DE MULTI-PASSO**
- 5 RESULTADOS**
  - 5.1 INTEGRAÇÃO DE ÓRBITA**
  - 5.2 INTEGRADOR RKF78**
  - 5.3 INTEGRADOR ADAMS**
- 6 CONCLUSÃO**
- 7 BIBLIOGRAFIA BÁSICA**

### **APÊNDICE**

## RESUMO

Dentro do escopo desta bolsa PIBIC-INPE de Iniciação Científica, deseja-se propagar órbitas de satélites artificiais do sistema GPS (Global Positioning System), com o objetivo de incluir perturbações orbitais que proporcionam a precisão necessária às modernas aplicações geodésicas atuais.

A fim de verificar a correticidade da implantação do modelo de pressão de radiação solar, calculou-se a magnitude das forças de radiação solar em função de um ângulo Beta, que é função das coordenadas do Sol e do posicionamento dos painéis solares do satélite desejado do Sistema de Posicionamento Global. Verificou-se o comportamento desta perturbação para este ângulo de entrada, variando de 0 a 180 graus. De fato concluiu-se que, para as aplicações geodésicas, o efeito da pressão de radiação solar deve ser incluído, e este baseia-se prioritariamente em forças modeladas, ao longo dos eixos X e Z do corpo do satélite. Quanto ao eixo Y, onde existe uma força não modelada, atribuiu-se valor nulo a princípio, pois esta força não é significativa a ponto de influenciar nos resultados.

O processo anterior, executado em coordenadas do Sistema Local, posteriormente foi transformado em coordenadas do Sistema Inercial. Para esse fim, precisou-se criar vetores inerciais a partir de coordenadas do Sol e da escolha entre satélites

do Bloco 1 ou Bloco 2, para a versão T, que incorporam efeitos de re-irradiação térmica para trabalhos de alta precisão. Após o cálculo da matriz de transformação inercial, deduzida a partir das coordenadas inerciais, calculou-se as forças inerciais, correspondentes aos eixos X e Z, compatibilizadas posteriormente pela massa do satélite respectivo. Finalmente, após este último processo de cálculo, obteve-se as acelerações, denominadas inerciais.

Várias rotinas e funções, cedidas pela biblioteca Fortran de Mecânica Celeste, pertencentes à Divisão de Mecânica Espacial e Controle (DMC) do INPE, foram utilizadas. As mais importantes rotinas a serem associadas ao programa, Propagação da Órbita de satélites artificiais usando receptores GPS, são os integradores RKF78 (tipo Runge-Kutta) ou AD5G12 (tipo multi-passos preditor-corretor), destinados a integrar um sistema de 'n' equações diferenciais ordinárias, a partir da órbita inicial.

Os Procedimentos desenvolvidos servem de suporte ao integrador de órbita específico para satélites GPS, de tal forma que finalizada sua execução, obtém-se o futuro posicionamento do satélite em diferentes tempos desejados, dentro do escopo do projeto de Propagação de Órbitas do Sistema de Posicionamento Global.

## 1 INTRODUÇÃO

Pretende-se propagar órbitas de satélites artificiais para aplicações geodésicas envolvendo o sistema GPS (Global Positioning System), além de analisar sua precisão através dos integradores numéricos RKF78 e ADAMS. Dentre os principais agentes perturbadores na órbita dos satélites GPS, deu-se ênfase à pressão de radiação solar, a fim de se obter um mínimo de precisão razoável nos resultados, que afetam o movimento dos satélites componentes da constelação GPS.

Para produzir dados precisos sobre a posição de um corpo celeste, os satélites do Sistema de Posicionamento Global necessitam de um modelo que represente de forma precisa a força devida à pressão de radiação solar, contanto que proporcione precisão às modernas aplicações geodésicas atuais.

Para tal experimento, ao longo da história, foram desenvolvidos modelos matemáticos denominados Rock 4 e Rock 42. Eles foram aplicados aos satélites do Bloco 1 e Bloco 2, respectivamente. Posteriormente, estes deram origem ao modelo Porter, que foi concebido em decorrência do aperfeiçoamento do programa. Este processo é detalhado a seguir.

Na década de oitenta, o Sistema de Posicionamento Global para navegações de satélites e o Centro de Pesquisa da U. S. National Geodetic tornaram possível a introdução da mais importante técnica desenvolvida no controle geodésico mundial., cujo objetivo designado para o sistema GPS era estabelecer pontos de referência no espaço para o controle e guiagem de veículos.

Recentemente, o melhoramento das técnicas de determinação de órbitas aliadas a um número razoável de satélites GPS disponíveis, permitiram uma alta precisão de localização no controle de pontos geodésicos em três dimensões. Como esta requer alta precisão, e estes pontos são

computados a partir do satélite GPS, torna-se evidente a necessidade de usar forças precisamente modeladas para determinação de órbitas dos satélites GPS.

Existem diferentes categorias de satélites GPS. O primeiros satélites a serem postos em órbita, tempo de vida útil entre 1978 e 1985, foram designados Bloco I e numerados de 1 a 11.

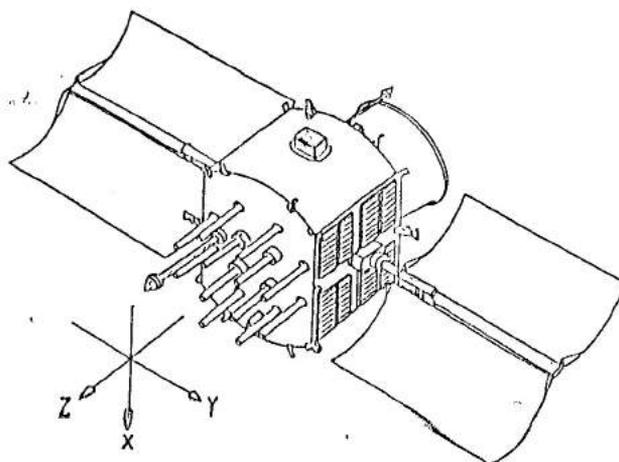


Fig. 1a. Navstar Block I spacecraft.

Os satélites numerados de 13 a 22, de 1989 a 1990, foram designados como Bloco II.

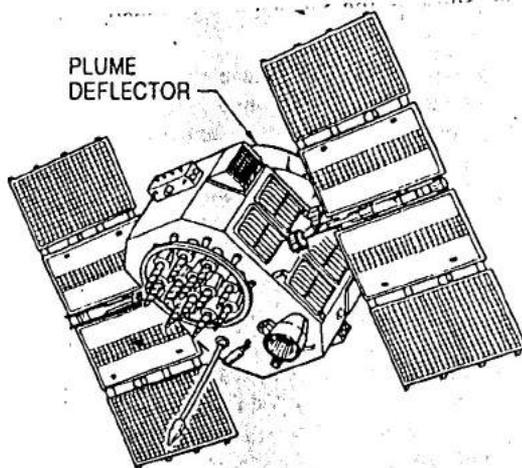


Fig. 1b. Navstar Block II spacecraft.

Porém, o 23º satélite revolucionou a configuração até então usada, originando uma nova série denominada Bloco IIA. Finalmente, a existência de uma nova remodelação estrutural, assim como mudança de peso e formato, proporcionou a fabricação, através da General Electric Corporation em colaboração com a The Aerospace Corporation, dos satélites mais recentes denominados de Bloco IIR.

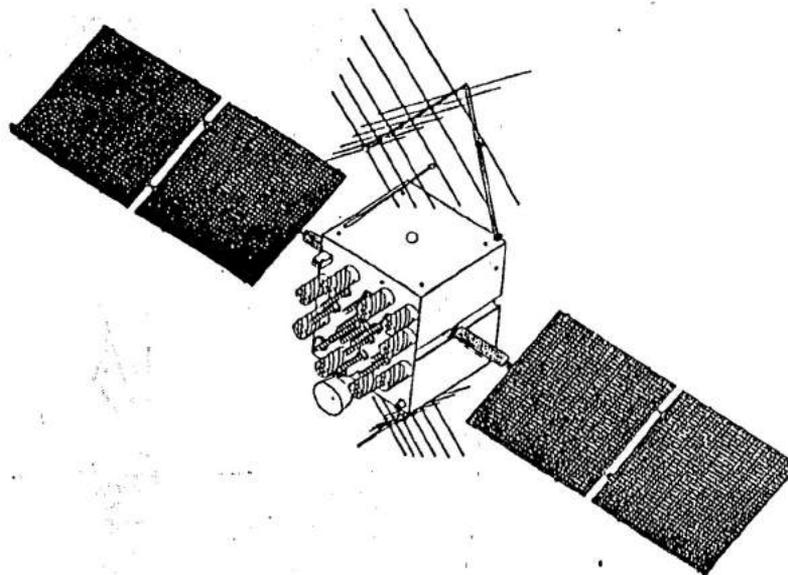


Fig. 1c. Navstar Block IIR spacecraft.

Os modelos de pressão de radiação solar são usados pela U. S. Air Force para os satélites GPS do Bloco 1 e Bloco 2, e demonstram o modo de se modelar esta força perturbadora. Estes modelos utilizam funções simples aproximadas, para os eixos X e Z locais do satélite, e suas designações são voltadas à versão T incorporando os efeitos de re-irradiação térmica, que deve ser utilizado para trabalhos de alta precisão. Eles são fornecidos pela Rockwell International, cujos programas de computador, introduzidos a cada missão, eram adquiridos através IBM e alterados pela Aerospace Corporation, sendo então apresentados ao Bloco 1 como modelo Rock4 e ao Bloco 2 como modelo

Rock42. Estes programas se modificam de acordo com o formato de cada satélite, os quais podem ser planos ou cilíndricos. A distribuição angular dos raios de luz refletidos em cada superfície é aproximadamente um feixe de luz, numa difusão perfeita e refletiva. O efeito da luz solar, em cada antena do satélite, é calculada a partir da área de sombreamento. E quando esta luz solar incide nos painéis com um pequeno ângulo às antenas, o erro calculado é desprezado nas reflexões secundárias. Os modelos Rockwell são usados para expressar um sistema de coordenadas. A direção positiva ao longo do eixo Z, determina o posicionamento das antenas do satélite em direção a Terra.

As manobras do satélites em relação ao Sol sempre mantém simetria de seus planos, cujo o ângulo entre o Sol e as antenas varia de 1 a 180 graus. Quando o ângulo é menor que 14 graus há eclipse solar, a direção positiva ao longo do eixo X apresenta-se no plano voltado ao Sol., e a direção positiva do eixo Y apresenta uma força não modelada e significativa embora não faça parte do modelo proposto. Foram detectados dois tipo de discrepância. Primeiramente, nos satélites do Bloco 2, após o lançamento, é detectado que sua força deteriora-se exponencialmente com o tempo, possivelmente devido às saídas de gases durante manobras no espaço. E também, ao se prolongar a fase de eclipse para alguns satélites, a perturbação no eixo Y, chamado de 'Y-bias' corresponderá a qualquer alteração aplicada a ele.

Certas dimensões e parâmetros óticos nos satélites GPS do Bloco 1 e Bloco 2, idealizam a forma em que são usados os modelos de força solar e comparam os resultados com os valores obtidos em testes anteriores. Segundo o modelo Porter, considerando sua área e a parte sombreada devido à eclipse em sua superfície respectiva, plana ou cilíndrica, seus parâmetros são denominados reflectivo e especular. Porém, a luz solar, devido a tais parâmetros, produzem três componentes de

força a cada superfície. A 'Normal' é perpendicular à superfície e derivada da luz solar e excesso do raio refletido. A 'Shear' é tangente à superfície e derivada da escassa luz solar e da energia elevada. A 'Diffuse' tem a mesma direção da Normal, mas o resultado de sua projeção de luz é  $2/3$  da Normal.

Quanto à parte complementar, várias rotinas, funções, e integradores numéricos, foram cedidas pela biblioteca de rotinas Fortran de Mecânica Celeste, pertencentes à Divisão de Mecânica Espacial e Controle (DMC). Citar-se-á a seguir, algumas das principais subrotinas ou funções utilizadas pelo software ora desenvolvido.

**CONSTA:** Subrotina que define todas as constantes físicas e matemáticas do programa e os manda através de um meio de comunicação compartilhado entre a subrotina e o programa principal.

**SUN:** Subrotina que calcula a posição do vetor Sol no Sistema Geocêntrico, dada a data Juliana.

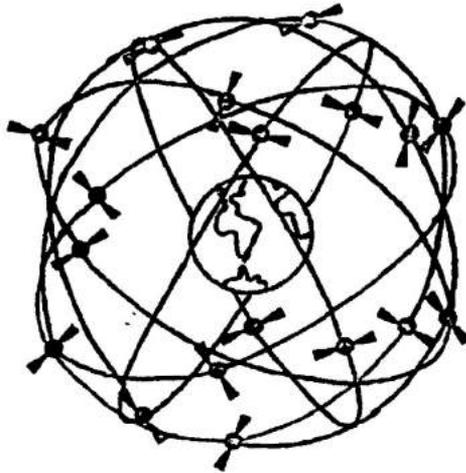
**DJM:** Subrotina que fornece a transformação dos dados de entrada, do calendário gregoriano para dia Juliano.

## **2 SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL**

### **(GPS)**

As características básicas que orientaram a concepção do sistema de posicionamento global, GPS, são listadas a seguir:

- Constelação de satélites (18 a 24 satélites) usada para posicionamento via satélite de pontos na superfície terrestre
- Satélites dispostos em seis planos orbitais com uma separação de 60 graus em seus nodos orbitais
- Situam-se a uma altitude de 20.160 km, o que implica em um período de 12 horas
- Em cada plano existem três satélites igualmente espaçados (120 graus de separação)
- Todos os planos possuem uma inclinação de 55 graus
- Navegação aérea, marítima, espacial (Militar)
- Controle e Monitoração da DOD (Departamento de Defesa) dos Estados Unidos



## Sistema de Posicionamento Global (GPS)

As forças que mantêm os corpos celestes em movimento orbital são as mesmas que mantêm os satélites artificiais em seu movimento em torno da Terra. No sistema solar, o corpo principal é o Sol e os planetas são os corpos secundários, enquanto que no caso dos satélites artificiais, a Terra é o corpo principal e os satélites são os corpos secundários. Como a massa dos satélites artificiais é negligenciável em relação à massa da Terra, o centro de massa Terra-satélite pode ser considerado como sendo o próprio centro de massa da Terra.

A trajetória que os satélites descrevem em seu movimento orbital em torno da Terra é denominado de órbita.

As 3 leis de Kepler do Movimento Planetário, se aplicam a satélites artificiais orbitando a

Terra:

- A órbita de cada planeta é uma elipse tendo o Sol por um dos focos.
- A linha que une o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais.
- O quadrado do período de um planeta é proporcional ao cubo de sua distância média proporcional.

Quanto ao tipo de órbitas:

- Elípticas (satélites)

- Circulares (satélites)

- Parabólicas (cometas e asteróides)

- Hiperbólicas (cometas)

### **3. MODELOS ORBITAIS DO SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL**

O programa desenvolvido em questão tem finalidade de propagar a órbita de satélites artificiais usando receptores GPS, e posteriormente analisar a propagação de cada órbita, com relação ao passo e precisão, através de integração numérica de órbita.

Existem várias forças agentes no sistema GPS, como:

Forças gravitacionais

Pressão de radiação solar

Marés terrestres ou oceânicas

Efeitos gravitacionais do Sol e da Lua

Forças não facilmente modeláveis (vazamentos, manobras)

#### **3.1 GRAVITACIONAL DE KEPLER**

A fórmula abaixo indicada do movimento Kepleriano é um dos modelos de entrada para os integradores numéricos de equações diferenciais ordinárias:

$$\mathbf{d}^2\mathbf{r} / \mathbf{d}t^2 = -\mu \mathbf{r} / r^3$$

### 3.2 PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR

A força perturbadora considerada no software desenvolvido para o INPE é a pressão de radiação solar. A partir desta, existem algumas considerações a fazer. Os modelos são específicos para os satélites GPS pertencentes ao bloco 1 e 2.

Forças da Pressão de Radiação Solar do Bloco I:

$$\mathbf{FX1} = -4.55 * \mathbf{DSIN}(\beta) + 0.08 * \mathbf{DSIN}(2 * \beta + 0.9) - 0.06 * \mathbf{DCOS}(4 * \beta + 0.08) + 0.08$$

$$\mathbf{FZ1} = -4.54 * \mathbf{DCOS}(\beta) + 0.20 * \mathbf{DSIN}(2 * \beta - 0.3) - 0.03 * \mathbf{DSIN}(4 * \beta)$$

Forças da Pressão de Radiação Solar do Bloco II:

$$\mathbf{FX2} = -8.96 * \mathbf{DSIN}(\beta) + 0.16 * \mathbf{DSIN}(3 * \beta) + 0.10 * \mathbf{DSIN}(5 * \beta) - 0.07 * \mathbf{DSIN}(7 * \beta)$$

$$\mathbf{FZ2} = -8.43 * \mathbf{DCOS}(\beta)$$

Todas estas forças estão dadas em unidades de  $10^{-5}$  N, e o ângulo  $\beta$  de entrada deve ser dados em radianos.

As forças modeladas referentes aos satélites do Bloco I e do Bloco II, cujas coordenadas apresentam-se nos eixos X e Z, são calculadas a partir do ângulo  $\beta$ , obtido através do produto escalar entre as coordenadas do vetor do Sol e do eixo Z do satélite respectivo. Estas forças locais nos eixos X e Z, considerando a massa do satélite, são entradas para se calcular as acelerações:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}_b}{dt^2} = \begin{matrix} \mathbf{F}_x \\ \mathbf{F}_y \\ \mathbf{F}_z \end{matrix}$$

A partir destas acelerações, transferem-se as coordenadas do sistema local (2º sistema) ao sistema inercial (3º sistema), originando assim, a matriz de rotação R.

Consequentemente, o produto entre as acelerações locais e a matriz de rotação R, produzem os valores das acelerações da Pressão de Radiação Solar.

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{R} \frac{d^2 \mathbf{r}_b}{dt^2}$$

Assim, todas as outras perturbações que forem sendo modeladas, podem ser adicionadas à aceleração devida ao movimento Kepleriano, e à pressão de radiação solar.

## **4 INTEGRADORES NUMÉRICOS**

Os integradores numéricos são usados com a finalidade de determinar o posicionamento e a órbita do satélite artificial GPS.

### **4.1 MÉTODO DE RUNGE-KUTTA**

O integrador numérico RKF78 integra um sistema de equações diferenciais ordinárias através do método Runge-Kutta de 7(8) ordem com controlador automático de passos. Ele usa os coeficientes de Fehlberg.

Os passos utilizados nos testes foram os seguintes:

- 30 minutos
- 10 minutos
- 1 minuto

O integrador RKF78 não considerou tolerância, o que significa que passo fixo (não auto-ajustável) foi considerado.

## **4.2 MÉTODO DE MULTI-PASSOS**

Este método integra um sistema de equações diferenciais ordinárias usando o método de passo múltiplo com controle automático de passo e de ordem (máximo 12). Usa as fórmulas de Adams-Bashfort-Moulton para o ciclo PECE (predizer-avaliar, corrigir-avaliar).

Os passo utilizados nos testes foram os seguintes:

- 30 minutos
- 10 minutos
- 1 minuto

A tolerância nos erros relativos e absolutos foram os seguintes:

-  $10^{-4}$

-  $10^{-6}$

-  $10^{-8}$

## 5 RESULTADOS

### 5.1 INTEGRAÇÃO DE ÓRBITA

Foi considerado como parâmetro de comparação a magnitude do vetor diferença em posição (desvio) dada por:

$$\Delta r = [(x - x_r)^2 + (y - y_r)^2 + (z - z_r)^2]^{1/2}$$

Onde  $x_r$ ,  $y_r$ ,  $z_r$  são os vetores de referência obtidos com integrador de passo múltiplo com os seguintes parâmetros:

- Passo de 10 segundos

- Tolerância de  $10^{-12}$

Quanto aos testes, procurou-se verificar a sensibilidade na integração de órbita de satélites GPS. Para período de integração de 1 dia, foram analisadas a precisão de integração com respeito aos integradores, dimensão do passo, e tolerâncias.

## **5.2 INTEGRADOR RKF78**

**PASSO:**

- 30 minutos

- 10 minutos

- 1 minuto

**Observação:** O integrador RKF78 não usa tolerância

Tabela 1: Desvios de posição usando o integrador RKF78

$\Delta t$ (min)	30	10	1
$\Delta r$ (m)	1.009743037	0	0

### 5.3 INTEGRADOR ADAMS

PASSO:

- 30 minutos

- 10 minutos

- 1 minuto

TOLERÂNCIA (Adams):

-  $10^{-4}$

-  $10^{-6}$

-  $10^{-8}$

Tabela 2: Desvios de posição usando o integrador ADAMS

tolerância	$\Delta t$ (min)		
	30	10	1
$10^{-4}$	17442.13245	17442.13245	2.217813338
$10^{-6}$	23.37749225	23.37749225	.189272491
$10^{-8}$	0.350570962	0.350570962	0.2205017

## 6 CONCLUSÃO

A propagação das órbitas de satélites artificiais para aplicações geodésicas envolvendo o sistema GPS (Global Positioning System), permitiu analisar sua precisão exequível através de integração numérica, e forneceu as seguintes resultados:

- Quando se utiliza integradores do tipo Runge-Kutta 7(8), os desvios (erros) são aparentemente mais insensíveis ao passo, conforme mostra a Tabela 1.

- Quando se utiliza integradores do tipo fórmulas de Adams, os desvios (erros) produzidos dependem da tolerância (erro relativo e absoluto) e do passo utilizados, conforme a Tabela 2.

Dentre os principais agentes perturbadores da órbita do satélite GPS, deu-se particular ênfase à pressão de radiação solar, a fim de se obter um mínimo de precisão na integração de órbita dos satélites componentes da constelação GPS. Através dos testes, conclui-se também que o passo de integração deve ser no mínimo menor que 10 minutos, ao menos ao se usar integradores numéricos do tipo Runge-Kutta 7(8) ou Multi-passos baseados nas fórmulas de Adams.

## **7 BIBLIOGRAFIA BÁSICA**

H. F. Fliegel , T. E. Gallini e E. R. Swift ``Global Position System Radiation Force Model for Geodetic Applications'', Journal of Geophysical Research, Vol.97, No. B1, pages 559-568, January 10, 1992.

Microsoft `` Fortran Power Station Version 1.00'' (Compilador Fortran para Windows)

Microsoft ``Word Version 6.0'' (Processador de texto para Windows)

Microsoft ``Grapher Version 4.0'' (Pacote gráfico para Windows)

## **APÊNDICE**

**Verificação da correticidade de implantação ao Modelo da Pressão de Radiação Solar**

**Programa INPE**

**Subroutine DJM (DIA,AMES,ANO)**

**Subroutine SUN (DJM,TS,S)**

**Subroutine CONSTA**

**Exemplo Teste (Integrador RKF78)**

**Movimento Orbital**

**Análise e Planejamento de Missões**

**Determinação de Órbita e Manobras Orbitais**

## **VERIFICAÇÃO DA CORRETICIDADE DE IMPLANTAÇÃO AO MODELO DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR**

$\beta$ : Produto escalar entre o vetores Sol e satélite, em radiano

$\beta_{tag}$  Produto escalar entre o vetores Sol e satélite, em grau

FX1: Força modelada no eixo X, para o satélite do Bloco 1

FX2: Força modelada no eixo X, para o satélite do Bloco 2

F1: Módulo da força modelada no eixo X

FZ1: Força modelada no eixo Z, para o satélite do Bloco 1

FZ2: Força modelada no eixo Z, para o satélite do Bloco 2

F2: Módulo da força modelada no eixo Z

**Início do programa INPE.**

```
PROGRAM INPE
```

**Declaração de variáveis.**

```
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
```

```
REAL*8 Y(3)
```

```
INTEGER Betag,I
```

```
PI=4.D0*DATAN(1.D0)
```

```
RAD=PI/180
```

```
DEG=180.D0/PI
```

```
OPEN(UNIT=1,FILE='TOCA.DAT')
```

```
OPEN(UNIT=2,FILE='LUVA.DAT')
```

**Entrada das coordenadas do Sol**

```
WRITE(*,*) (S(I),S=1,3)
```

**Teste da força F1 , cujo satélite é o BLOCK 1.**

```
DO Betag=1,180
  Beta=Betag*RAD
  CALL T10(Beta,FX1,FZ1)
  F1=DSQRT((FX1**2)+(FZ1**2))
  WRITE(1,*)Betag,F1
END DO
```

**Teste da força F2 , cujo satélite é o BLOCK 2.**

```
DO Betag=1,180
  Beta=Betag*RAD
  CALL T20(Beta,FX2,FZ2)
  F2=DSQRT((FX2**2)+(FZ2**2))
  WRITE(2,*)Betag,F2
END DO
```

**Entrada das coordenadas do satélite.**

```
WRITE(*,*) 'Entre com as coordenadas do satélite :'  
READ(*,*) (Y(I),I=1,3)
```

**Entrada de subrotinas.**

```
CALL MEGA(Y,S,Beta)  
Betag=Beta*DEG  
WRITE(*,*) 'O valor de Beta em grau :',Betag
```

```
CALL T10(Beta,FX1,FZ1)  
F1=DSQRT((FX1**2)+(FZ1**2))  
WRITE(*,*) 'F1 :',F1
```

```
CALL T20(Beta,FX2,FZ2)  
F2=DSQRT((FX2**2)+(FZ2**2))  
WRITE(*,*) 'F2 :',F2
```

```
CLOSE(1)  
CLOSE(2)  
STOP  
END
```

**\* Subrotina que calcula as forças do BLOCK 1.\***

```
SUBROUTINE T10(Beta,FX1,FZ1)
```

Declaração de variáveis.

```
IMPLICIT REAL*8 (A-Z)
```

**Processamento de dados.**

```
FX1=-4.55*DSIN(Beta)+0.08*DSIN(2*Beta+0.9)-0.06*DCOS(4*Beta+0.08)+0.08
```

```
FZ1=-4.54*DCOS(Beta)+0.20*DSIN(2*Beta-0.3)-0.03*DSIN(4*Beta)
```

```
WRITE(*,*) 'O valor da força em X do BLOCK 1_T10:',FX1
```

```
WRITE(*,*) 'O valor da força em Z do BLOCK 1_T10:',FZ1
```

```
RETURN
```

```
END
```

**\* Subrotina que calcula as forças do BLOCK 2.\***

```
SUBROUTINE T20(Beta,FX2,FZ2)
```

Declaração de variáveis.

```
IMPLICIT REAL*8 (A-Z)
```

**Processamento de dados.**

```
FX2=-8.96*DSIN(Beta)+0.16*DSIN(3*Beta)+0.10*DSIN(5*Beta)-0.07*DSIN(7*Beta)
```

```
FZ2=-8.43*DCOS(Beta)
```

```
WRITE(*,*) 'O valor da força em X do BLOCK 2_T20:',FX2
```

```
WRITE(*,*) 'O valor da força em Z do BLOCK 2_T20:',FZ2
```

```
RETURN
```

```
END
```

**\*Subrotina que calcula o ângulo Beta em grau\***

```
SUBROUTINE Mega(Y,S,Beta)
```

Declaração de variáveis.

```
IMPLICIT REAL*8 (A-Z)
```

```
DIMENSION Y(3),S(3)
```

**Processamento de dados.**

```
R=((Y(1)*S(1))+(Y(2)*S(2))+(Y(3)*S(3)))
```

```
R1=(DSQRT((Y(1)**2)+(Y(2)**2)+(Y(3)**2)))
```

```
R2=(DSQRT((S(1)**2)+(S(2)**2)+(S(3)**2)))
```

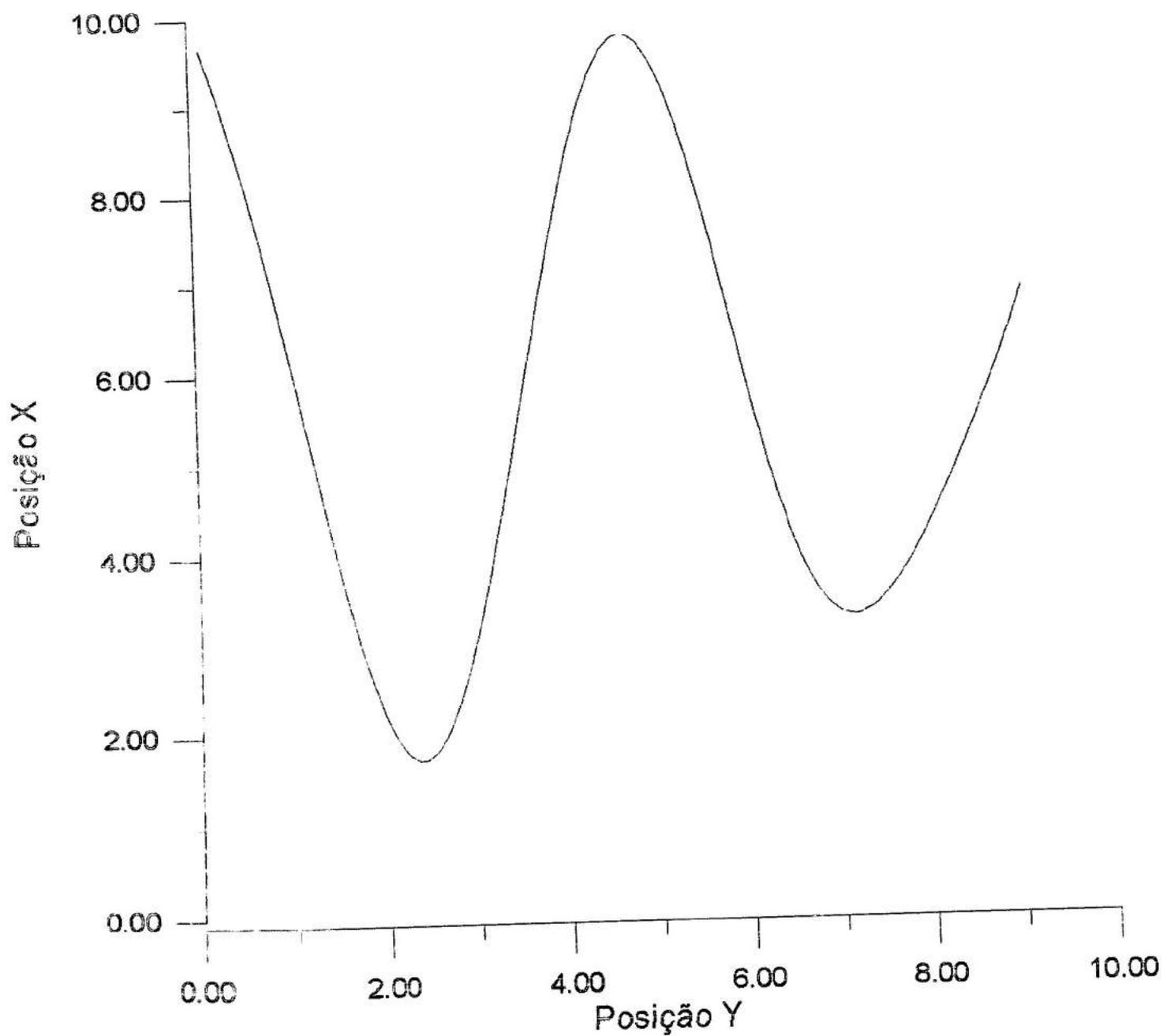
```
B=R/(R1*R2)
```

```
Beta=DACOS(B)
```

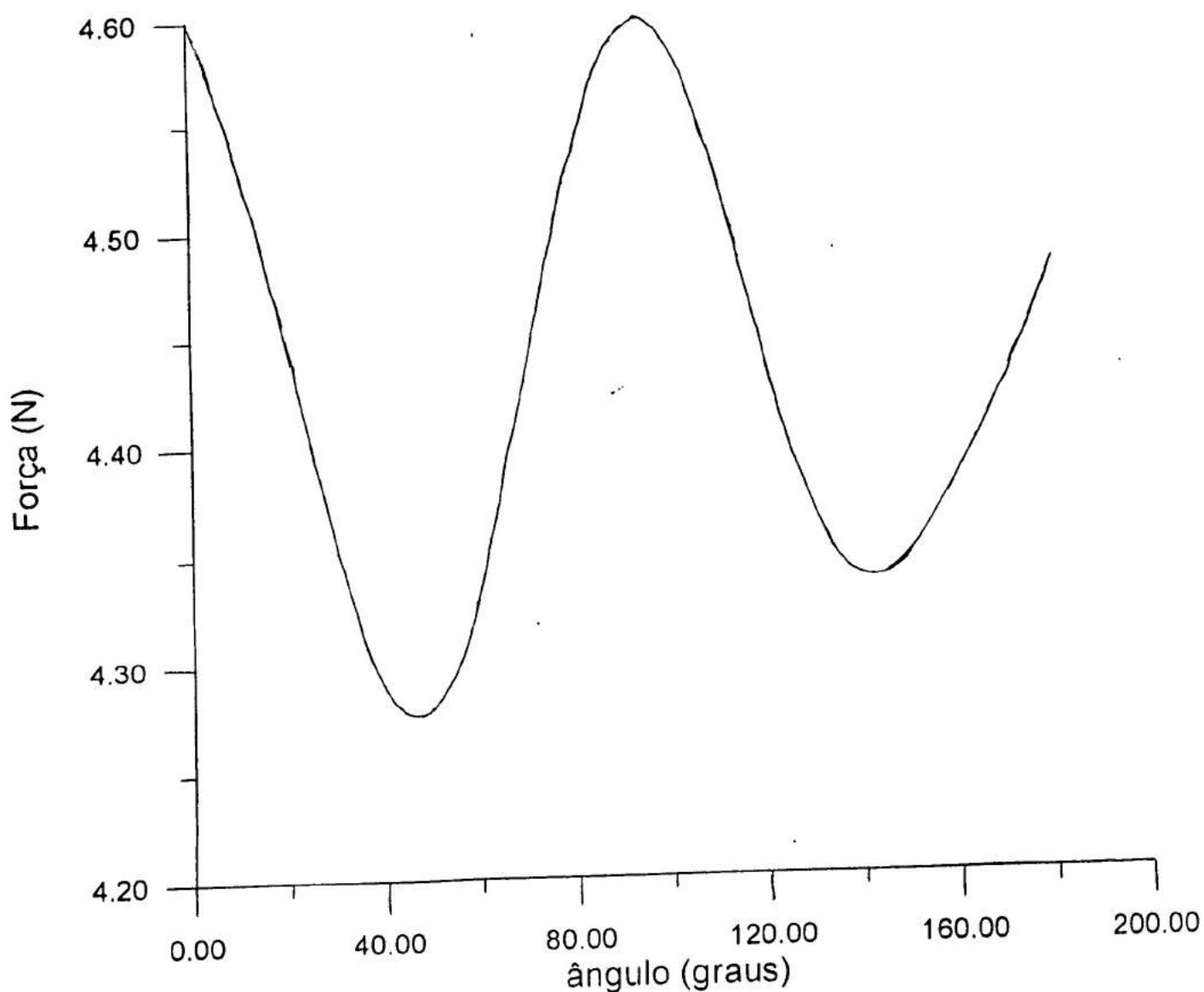
```
RETURN
```

```
END
```

# Força Total de Radiação, satélite Bloco 1 (modelo T10)

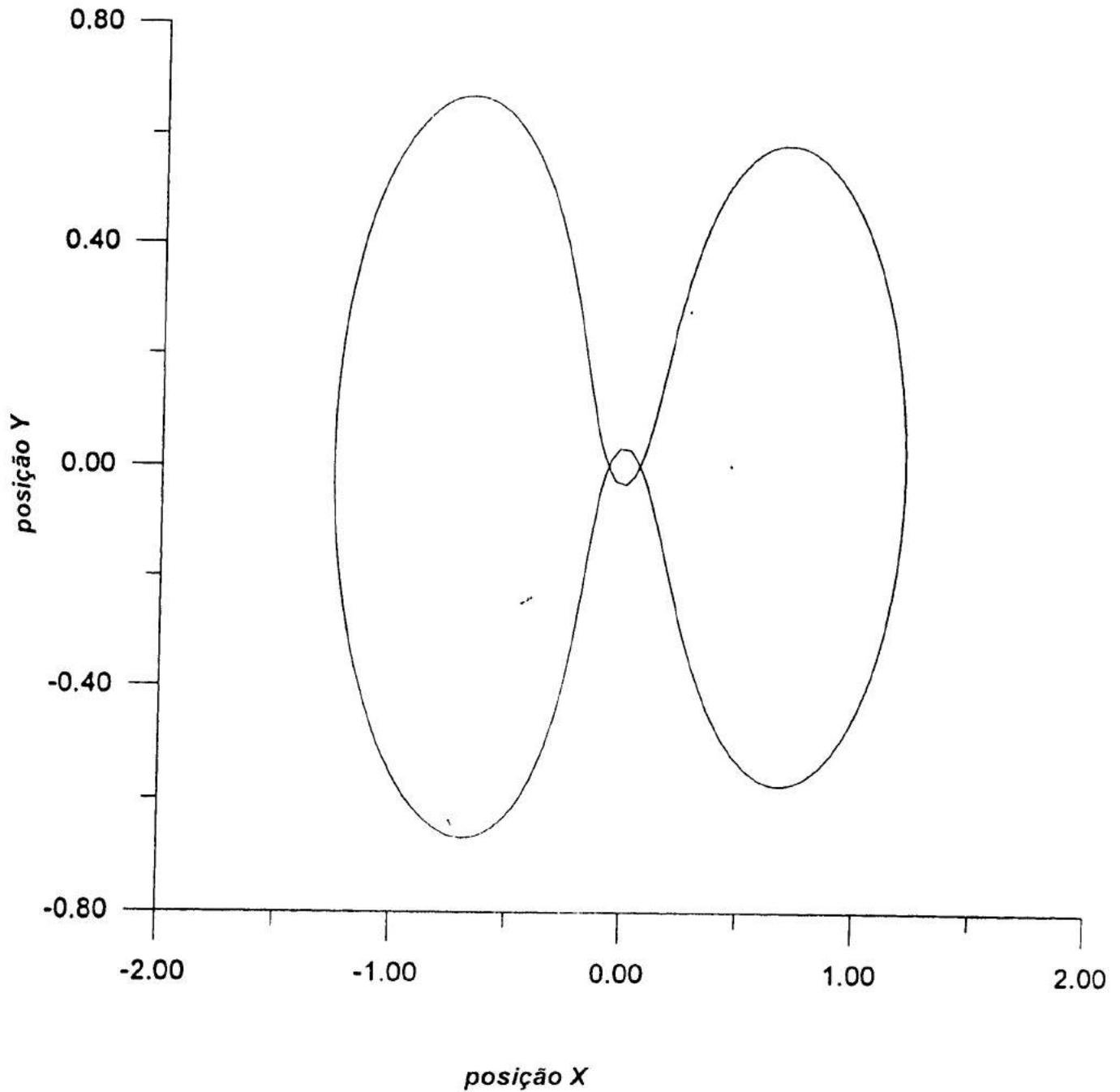


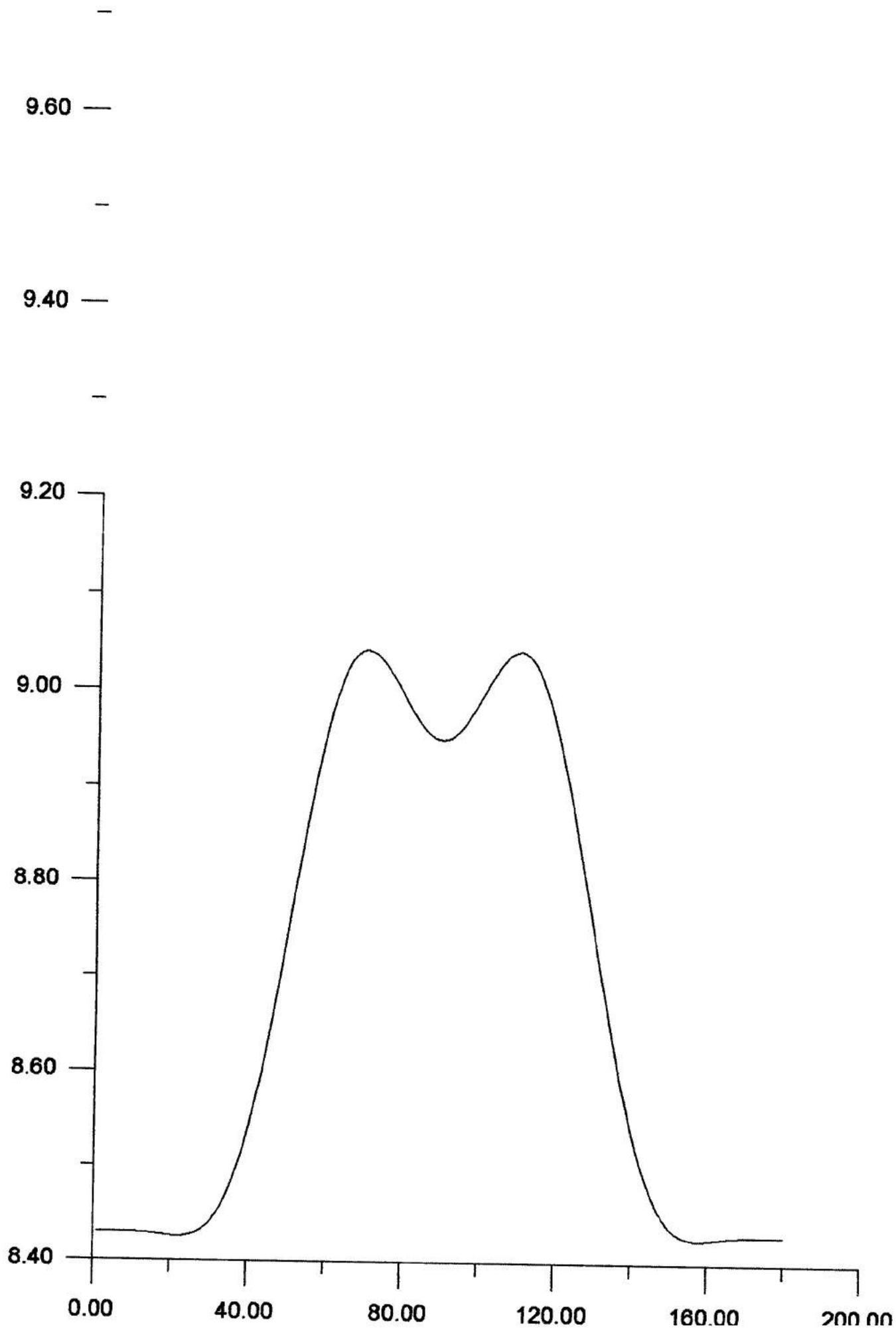
# ***Distribuição do Módulo da Força de Radiação Solar pelo ângulo B***



*Relativo ao satélite Bloco I*

# Levantamento Gráfico da Trajetória da Apollo Problema dos Dois Corpos





## PROGRAMA INPE

### Objetivo:

Pretende-se propagar órbitas de satélites artificiais para aplicações envolvendo o sistema GPS (Global Positioning System), além de analisar sua precisão através dos integradores RKF78 e ADAMS. Aos principais agentes perturbadores no satélite GPS, deu-se ênfase à pressão de radiação solar, a fim de se obter um mínimo de precisão razoável nos resultados, dos quais afetam o movimento dos satélites componentes da constelação GPS.

### Dados do programa:

$\beta$  Produto escalar entre o vetores Sol e satélite, em radiano  
 $\beta_g$  Produto escalar entre o vetores Sol e satélite, em grau  
FX1 Força modelada no eixo X, para o satélite do Bloco 1  
FZ1 Força modelada no eixo Z, para o satélite do Bloco 1  
F1 Módulo da força modelada no eixo do Bloco 1  
FX2 Força modelada no eixo X, para o satélite do Bloco 2  
FZ2 Força modelada no eixo Z, para o satélite do Bloco 2  
F2 Módulo da força modelada no eixo do Bloco 2  
Massa Massa do satélite do Bloco 1 ou Bloco 2  
N Dado fornecido a qual permite escolher o satélite do Bloco 1 ou Bloco 2  
r Vetor, nas coordenadas X, Y e Z, designado ao satélite Bloco 1 ou Bloco 2  
S Vetor Sol  
Subrotina VetorX Calcula coordenadas no eixo X, para o sistema inercial  
Subrotina VetorY Calcula coordenadas no eixo Y, para o sistema inercial  
Subrotina VetorZ Calcula coordenadas no eixo Z, para o sistema inercial  
Subrotina Matriz Matriz quadrada de 3<sup>o</sup> ordem, que apresenta as coordenadas inerciais nos eixos X, Y e Z, e conseqüentemente calcula Ri  
Ri Matriz Inercial  
Subrotina Ainerc Calcula acelerações inerciais nos eixos X, Y e Z  
Vri Vetor da Força Inercial  
Xi Vetor Inercial no eixo X  
Y Vetor Inercial no eixo Y  
Zi Vetor Inercial no eixo Z

## **Início do programa INPE**

```
PROGRAM INPE
```

## **Declaração de variáveis**

```
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*8 r(3),S(6),Zi(3),Yi(3),Xi(3),Ri(3,3),VRi(3), MASSA
INTEGER Betag,I,N
PI=4.D0*DATAN(1.D0)
RAD=PI/180
DEG=180.D0/PI
```

## **Chamada da subrotina Consta**

```
CALL CONSTA
```

## **Entrada das coordenadas do satélite**

```
WRITE(*,*) 'Entre com as coordenadas do satélite :'  
READ(*,*) (r(I),I=1,3)
```

## **Cálculo do tempo em segundos**

```
WRITE(*,*) 'Entre com os valores da hora,minuto e segundo :'  
READ(*,*) HORA  
READ(*,*) AMIN  
READ(*,*) SEG  
TS=(HORA*60+AMIN)*60+SEG  
WRITE(*,*) 'Tempo em segundos :',TS
```

## **Entrada das coordenadas do Sol, através da data**

```
WRITE(*,*) 'Entre com os valores do ano,mês,dia :'  
READ(*,*) ANO  
READ(*,*) AMES  
READ(*,*) DIA
```

## **Chamada da subrotina DJM**

```
DIJU = DJM(DIA,AMES,ANO)  
WRITE(*,*) 'Dia Juliano :',DIJU
```

## **Chamada da subrotina SUN**

```
CALL SUN(DIJU,TS,S)  
WRITE(*,*) 'Coordenadas do Sol:',S(1)*DEG,S(2)*DEG,S(3)*DEG,  
S(4)*DEG,S(5)*DEG,S(6)*DEG
```

### **Chamada da subrotina Mega**

```
CALL MEGA(r,S,Beta)
Betag=Beta*DEG
WRITE(*,*) 'O valor de Beta em grau :',Betag
```

### **Escolha do satélite Block 1 ou Block 2**

```
READ(*,*) N
IF (N .EQ. 1) THEN
    CALL T10(Beta,FX1,FZ1)
    F1=DSQRT((FX1**2)+(FZ1**2))
    WRITE(*,*) 'F1 :',F1
    PRINT*,'Massa do satélite Block 1:'
    READ(*,*) MASSA
ELSE
    CALL T20(Beta,FX2,FZ2)
    F2=DSQRT((FX2**2)+(FZ2**2))
    WRITE(*,*) 'F2 :',F2
    PRINT*,'Massa do satélite Block 2:'
    READ(*,*) MASSA
ENDIF
```

### **Chamada das subrotinas inerciais**

```
CALL VETORz(r,Zi)
CALL VETORy(S,Zi,Yi)
CALL VETORx(Zi,Yi,Xi)
CALL MATRIZ(Zi,Yi,Xi,Ri)
CALL Ainerc(Ri,masa,FX1,FZ1,VRi)
STOP
END
```

### **Subrotina que calcula as forças do BLOCK 1**

```
SUBROUTINE T10(Beta,FX1,FZ1)
IMPLICIT REAL*8 (A-Z)
FX1=-4.55*DSIN(Beta)+0.08*DSIN(2*Beta+0.9)-0.06*DCOS(4*Beta+0.08)+0.08
FZ1=-4.54*DCOS(Beta)+0.20*DSIN(2*Beta-0.3)-0.03*DSIN(4*Beta)
WRITE(*,*) 'O valor da força em X do BLOCK 1_T10:',FX1
WRITE(*,*) 'O valor da força em Z do BLOCK 1_T10:',FZ1
RETURN
END
```

### **Subrotina que calcula as forças do BLOCK 2**

```
SUBROUTINE T20(Beta,FX2,FZ2)
IMPLICIT REAL*8 (A-Z)
FX2=-8.96*DSIN(Beta)+0.16*DSIN(3*Beta)+0.10*DSIN(5*Beta)-0.07*DSIN(7*Beta)
```

```

FZ2=-8.43*DCOS(Beta)
WRITE(*,*) 'O valor da força em X do BLOCK 2_T20:',FX2
WRITE(*,*) 'O valor da força em Z do BLOCK 2_T20:',FZ2
RETURN
END

```

### Subrotina que calcula o ângulo Beta em grau

```

SUBROUTINE Mega(r,S,Beta)
IMPLICIT REAL*8 (A-Z)
DIMENSION r(3),S(3)
F=((r(1)*S(1))+r(2)*S(2))+r(3)*S(3))
F1=(DSQRT((r(1)**2)+r(2)**2)+r(3)**2))
F2=(DSQRT((S(1)**2)+S(2)**2)+S(3)**2))
B=F/(F1*F2)
Beta=DACOS(B)
RETURN
END

```

### Transformação das coordenadas do sistema local ao sistema inercial

#### Subrotina que calcula o vetor Z inercial

```

SUBROUTINE VETORz(r,Zi)
IMPLICIT REAL*8 (A-Z)
DIMENSION r(3),Zi(3)
Zn=(DSQRT((r(1)**2)+r(2)**2)+r(3)**2))
Zi(1)=-r(1)/Zn
Zi(2)=-r(2)/Zn
Zi(3)=-r(3)/Zn
WRITE(*,*) 'Zi1:',Zi(1)
WRITE(*,*) 'Zi2:',Zi(2)
WRITE(*,*) 'Zi3:',Zi(3)
RETURN
END

```

#### Subrotina que calcula o vetor Y inercial

```

SUBROUTINE VETORy(S,Zi,Yi)
IMPLICIT REAL*8 (A-Z)
DIMENSION S(3),Si(3),Zi(3),Yi(3),PV(3)
Sn=(DSQRT((S(1)**2)+S(2)**2)+S(3)**2))
Si(1)=-S(1)/Sn
Si(2)=-S(2)/Sn
Si(3)=-S(3)/Sn
PV(1)=(Si(2)*Zi(3))-(Si(3)*Zi(2))
PV(2)=(Si(3)*Zi(1))-(Si(1)*Zi(3))
PV(3)=(Si(1)*Zi(2))-(Si(2)*Zi(1))
ZxS=(DSQRT((PV(1)**2)+(PV(2)**2)+(PV(3)**2)))

```

```

Yi(1)=(PV(1)/ZxS)
Yi(2)=(PV(2)/ZxS)
Yi(3)=(PV(3)/ZxS)
WRITE(*,*) 'Yi1:',Yi(1)
WRITE(*,*) 'Yi2:',Yi(2)
WRITE(*,*) 'Yi3:',Yi(3)
RETURN
END

```

### **Subrotina que calcula o vetor X inercial**

```

SUBROUTINE VETORx(Zi,Yi,Xi)
IMPLICIT REAL*8 (A-Z)
DIMENSION Yi(3),Zi(3),Xi(3)
Xi(1)=((Yi(2)*Zi(3))-(Yi(3)*Zi(2)))
Xi(2)=((Yi(3)*Zi(1))-(Yi(1)*Zi(3)))
Xi(3)=((Yi(1)*Zi(2))-(Yi(2)*Zi(1)))
WRITE(*,*) 'Xi1:',Xi(1)
WRITE(*,*) 'Xi2:',Xi(2)
WRITE(*,*) 'Xi3:',Xi(3)
RETURN
END

```

### **Subrotina que calcula a matriz Ri**

```

SUBROUTINE MATRIZ(Zi,Yi,Xi,Ri)
IMPLICIT REAL*8 (A-Z)
DIMENSION Xi(3),Yi(3),Zi(3),Ri(3,3)
Ri(1,1)=Xi(1)
WRITE(*,*) 'Ri1,1',Ri(1,1)
Ri(1,2)=Yi(1)
WRITE(*,*) 'Ri1,2',Ri(1,2)
Ri(1,3)=Zi(1)
WRITE(*,*) 'Ri1,3',Ri(1,3)
Ri(2,1)=Xi(2)
WRITE(*,*) 'Ri2,1',Ri(2,1)
Ri(2,2)=Yi(2)
WRITE(*,*) 'Ri2,2',Ri(2,2)
Ri(2,3)=Zi(2)
WRITE(*,*) 'Ri2,3',Ri(2,3)
Ri(3,1)=Xi(3)
WRITE(*,*) 'Ri3,1',Ri(3,1)
Ri(3,2)=Yi(3)
WRITE(*,*) 'Ri3,2',Ri(3,2)
Ri(3,3)=Zi(3)
WRITE(*,*) 'Ri3,3',Ri(3,3)
RETURN
END

```

### **Subrotina que calcula acelerações em coordenadas inerciais**

```
SUBROUTINE Ainerc(Ri, massa, FX1, FZ1, VRi)
IMPLICIT REAL*8 (A-Z)
DIMENSION Ri(3,3), VRi(3)
VRi(1)=((Ri(1,1)*FX1)+(Ri(1,3)*FZ1))*1.D-5/MASSA
VRi(2)=((Ri(2,1)*FX1)+(Ri(2,3)*FZ1))*1.D-5/MASSA
VRi(3)=((Ri(3,1)*FX1)+(Ri(3,3)*FZ1))*1.D-5/MASSA
WRITE(*,*) 'VRi1:', VRi(1)
WRITE(*,*) 'VRi2:', VRi(2)
WRITE(*,*) 'VRi3:', VRi(3)
RETURN
END
```

## FUNCTION DJM (DIA, AMES, ANO)

### PURPOSE:

THE FUNCTION DJM FURNISHES THE MODIFIED JULIAN DATE WITH REFERENCE TO THE DAY, MONTH AND YEAR, INPUT REAL PARAMETERS AT ZERO HOURS OF THE DAY.

### INPUT:

DIA DAY OF THE MONTH.  
AMES MONTH OF THE YEAR.  
ANO YEAR.

### OUTPUT:

DJM MODIFIED JULIAN DATE IN DAYS, REFERRED TO 1950.0.

### SUBCALLS:

NONE.

### REMARKS:

THIS FUNCTION IS OPTIMIZED FOR THE PERIOD BETWEEN THE YEARS 1900-2100.

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)

$$\text{DJM} = 367.\text{D0} * \text{ANO} + \text{DIA} - 712269.\text{D0} + \text{DINT}(275.\text{D0} * \text{AMES} / 9.\text{D0}) - \text{DINT}(7.\text{D0} * (\text{ANO} + \text{DINT}((\text{AMES} + 9.\text{D0}) / 12.\text{D0})) / 4.\text{D0})$$

RETURN

END

## **SUBROUTINE SUN (DJM, TS, S)**

### **PURPOSE:**

THE SUBROUTINE SUN CALCULATES THE POSITION VECTOR OF THE SUN IN THE GEOCENTRIC INERTIAL SYSTEM REFERED TO J2000 EQUATOR AND EQUINOX.

### **INPUT:**

DJM MODIFIED JULIAN DATE IN DAYS, REFERRED TO 1950.0.

TS FRACTION OF THE DAY IN SECONDS.

### **COMMON/CONST/**

PI A DIMENSIONLESS RATIO OF THE CIRCUMFERENCE OF A CIRCLE AND ITS DIAMETER (=3.1415926536...).

PI2 TWO TIMES PI.

### **COMMON/DISUN/**

RSOL SUN'S RADIUS IN METERS.

UNA ASTRONOMICAL UNIT METERS.

### **OUTPUT:**

S(6) POSITION VECTOR OF THE SUN:

S(1) - FIRST COMPONENT OF EARTH-SUN  
POSITION VECTOR IN METERS.

S(2) - SECOND COMPONENT OF EARTH-SUN  
POSITION VECTOR IN METERS.

S(3) - THIRD COMPONENT OF EARTH-SUN  
POSITION VECTOR IN METERS.

S(4) - RIGHT ASCENSION IN RADIANS.

S(5) - DECLINATION IN RADIANS.

S(6) - RADIUS VECTOR IN METERS.



Anomalia media

AN\_MEAN = MOD(357.528D0 + 0.9856003D0 \* T , C360 ) ! deg

IF (AN\_MEAN.LT.0) AN\_MEAN = AN\_MEAN + 360

AN\_MEAN\_2 = AN\_MEAN + AN\_MEAN

IF (AN\_MEAN\_2.GT.360) AN\_MEAN\_2 = MOD( AN\_MEAN\_2 , C360 ) ! deg

ECLI\_LO = ALOM\_AB + 1.915D0\*SIN(AN\_MEAN\*RAD) +  
0.02D0\*SIN(AN\_MEAN\_2\*RAD) ! deg

SIN\_ECLI\_LO = SIN(ECLI\_LO\*RAD)

COS\_ECLI\_LO = COS(ECLI\_LO\*RAD)

ECLIPTIC LATITUDE ECLI\_LA = 0

OBL\_ECLI = 23.439D0 - 4.D-7 \* T ! deg

SIN\_OBL\_ECLI = SIN(OBL\_ECLI\*RAD)

COS\_OBL\_ECLI = COS(OBL\_ECLI\*RAD)

S(4) = ATAN2( COS\_OBL\_ECLI\*SIN\_ECLI\_LO, COS\_ECLI\_LO)

IF (S(4).LT.0) S(4) = S(4) + PIV2

S(5) = ASIN( SIN\_OBL\_ECLI\*SIN\_ECLI\_LO )

S(6) = ( 1.00014D0 - 0.01671D0 \* COS(AN\_MEAN\*RAD)\*(- 1.4D-4) \*  
COS(AN\_MEAN\_2\*RAD) ) \* UNA

S(1) = S(6) \* COS\_ECLI\_LO

S(2) = S(6) \* COS\_OBL\_ECLI \* SIN\_ECLI\_LO

S(3) = S(6) \* SIN\_OBL\_ECLI \* SIN\_ECLI\_LO

RETURN

END

## **SUBROUTINE CONSTA**

### **PURPOSE:**

THE SUBROUTINE CONSTA DEFINES ALL THE CONSTANTS OF THE PROGRAM AND SEND THEM VIA COMMON.

### **INPUT:**

NONE.

### **OUTPUT:**

COMMON/CONST/

PI A DIMENSIONLESS RATIO OF THE CIRCUMFERENCE OF A CIRCLE AND ITS DIAMETER (=3.1415926536...).

PIV2 TWO TIMES PI.

PID2 PI DIVIDED BY TWO.

RAD MULTIPLYING FACTOR TO CONVERT DEGREES INTO RADIANS.

GRAU MULTIPLYING FACTOR TO CONVERT RADIANS INTO DEGREES.

COMMON/EARTH/

RT EARTH'S RADIUS IN METERS.

F FLATTENING PARAMETER.

GM EARTH'S GRAVITATIONAL CONSTANT.

TETP EARTH'S SIDEREAL ROTATION SPEED IN RADIANS/SECOND.

COMMON/TIME/

ANOT TROPICAL YEAR IN DAYS.

ANOS SIDEREAL YEAR IN DAYS.

RISI SIDEREAL DAY IN SECONDS.

COMMON/PERTU/

RJ2 2ND ZONAL COEFFICIENT OF THE GEM10 MODEL.

RJ3 3RD ZONAL COEFFICIENT OF THE GEM10 MODEL.

RJ4 4TH ZONAL COEFFICIENT OF THE GEM10 MODEL.  
RJ5 5TH ZONAL COEFFICIENT OF THE GEM10 MODEL.  
RJ6 6TH ZONAL COEFFICIENT OF THE GEM10 MODEL.

COMMON/DISUN/

RSOL SUN'S RADIUS IN METERS.  
UNA ASTRONOMICAL UNIT IN METERS.  
GMS SUN'S GRAVITATIONAL CONSTANT IN  $M^{**3}/S^{**2}$ .

COMMON/DIMOON/

RLUA MOON'S RADIUS IN METERS  
GML MOON'S GRAVITATIONAL CONSTANT  $M^{**3}/S^{**2}$

COMMON/QCONST/

QPI PI IN QUADRUPLE PRECISION.  
QPIV2 PIV2 IN QUADRUPLE PRECISION.  
QPID2 PID2 IN QUADRUPLE PRECISION.  
QRAD RAD IN QUADRUPLE PRECISION.  
QGRAU GRAU IN QUADRUPLE PRECISION.

COMMON/QEARTH/

QRT RT IN QUADRUPLE PRECISION.  
QF F IN QUADRUPLE PRECISION.  
QGM GM IN QUADRUPLE PRECISION.  
QTETP TETP IN QUADRUPLE PRECISION.

COMMON/QTIME/

QANOT ANOT IN QUADRUPLE PRECISION.  
QANOS ANOS IN QUADRUPLE PRECISION.  
QRISI RISI IN QUADRUPLE PRECISION.

COMMON/QPERTU/

QJ2 RJ2 IN QUADRUPLE PRECISION.

QJ3 RJ3 IN QUADRUPLE PRECISION.

QJ4 RJ4 IN QUADRUPLE PRECISION.

QJ5 RJ5 IN QUADRUPLE PRECISION.

QJ6 RJ6 IN QUADRUPLE PRECISION.

SUBCALLS:

NONE.

IMPLICIT REAL\*8(A-H,O-P,R-Z)

COMMON /CONST/ PI,PIV2,PID2,RAD,GRAU

COMMON /EARTH/ RT,F,GM,TETP

COMMON /TIME/ ANOT,ANOS,RISI

COMMON /PERTU/ RJ2,RJ3,RJ4,RJ5,RJ6

COMMON /DISUN/ RSOL,UNA,GMS

COMMON /DIMOON/ RLUA,GML

COMMON /QCONST/ QPI,QPIV2,QPID2,QRAD,QGRAU

COMMON /QEARTH/ QRT,QF,QGM,QTETP

COMMON /QTIME/ QANOT,QANOS,QRISI

COMMON /QPERTU/ QJ2,QJ3,QJ4,QJ5,QJ6

MATHEMATICAL CONSTANTS

DOUBLE PRECISION /CONST/

QUADRUPLE PRECISION /QCONST/

QPID4 = ATAN(1.D0)

QPID2 = QPID4 + QPID4

QPI = QPID2 + QPID2

QPIV2 = QPI + QPI

QRAD = QPID4 / 45.D0  
QGRAU = 45.D0 / QPID4  
PID2 = QPID2  
PI = QPI  
PIV2 = QPIV2  
RAD = QRAD  
GRAU = QGRAU

#### TIME CONSTANTS

DOUBLE PRECISION      /TIME/  
QUADRUPLE PRECISION   /QTIME/

ANOT - TROPICAL YEAR (DAYS)  
ANOS - SIDEREAL YEAR (DAYS)  
RISI - SIDEREAL DAY (SECONDS)

QANOT = 365.24219879D0  
QANOS = QANOT + 1.D0  
QRISI = 86400.D0\*QANOT/QANOS  
ANOT = QANOT  
ANOS = QANOS  
RISI = QRISI

#### TERRESTRIAL CONSTANTS OF THE GEM 09 AND 10 MODEL

DOUBLE PRECISION      /EARTH/  
QUADRUPLE PRECISION   /QEARTH/

RT - EARTH'S RADIUS IN METERS  
F - FLATTENING FACTOR  
GM - EARTH'S GRAVITATIONAL CONSTANT  
TETP - EARTH'S SIDEREAL ROTATION SPEED (RAD/S)

REF. LERCH,F.J. ET AL. "GRAVITY MODEL IMPROVEMENT USING GEOS3 (GEM 9 AND 10), J. GEOPHYSICAL RESEARCH, 84(B8): 3897-3916, JULY 1979.

QRT = 6378139. D0  
QF = 1.D0/298.257 D0  
QGM = 3.9860064 D+14  
QTETP = (1.D0+1.D0/QANOT) \* QPIV2 /86400.D0  
RT = QRT  
F = QF  
GM = QGM  
TETP = QTETP

ZONAL COEFFICIENTS OF THE GEM10 MODEL

DOUBLE PRECISION /PERTU/  
QUADRUPLE PRECISION /QPERTU/

QJ2 = 484.16544 D-6 \* SQRT(5.D0)  
QJ3 = -0.95838 D-6 \* SQRT(7.D0)  
QJ4 = -0.54112 D-6 \* 3.D0  
QJ5 = -0.06862 D-6 \* SQRT(11.D0)  
QJ6 = 0.15070 D-6 \* SQRT(13.D0)

ZONAL COEFFICIENTS OF THE GEM 09 MODEL

DOUBLE PRECISION /PERTU/  
QUADRUPLE PRECISION /QPERTU/

QJ2 = 484.16555 D-6 \* SQRT(5.D0)  
QJ3 = -0.95848 D-6 \* SQRT(7.D0)  
QJ4 = -0.54154 D-6 \* 3.D0  
QJ5 = -0.06844 D-6 \* SQRT(11.D0)  
QJ6 = 0.15121 D-6 \* SQRT(13.D0)

RJ2 = QJ2

RJ3 = QJ3

RJ4 = QJ4

RJ5 = QJ5

RJ6 = QJ6

SOLAR CONSTANTS     /DISUN/

RSOL - SUN'S RADIUS (METERS)

UNA - ASTRONOMICAL UNIT (METERS)

GMS - SUN'S GRAVITATIONAL CONSTANT ( $M^{**3}/S^{**2}$ )

RSOL = .6953 D+09

UNA = 149.60 D+09

GMS = 1.32712438 D+20

MOON CONSTANTS     /DIMOON/

RLUA - MOON'S RADIUS (METERS)

GML - MOON'S GRAVITATIONAL CONSTANT ( $M^{**3}/S^{**2}$ )

RLUA = 0.1738 D+07

GML = 4.902794 D+12

RETURN

END

### Exemplo Teste ( Integrador RKF78 )

Um problema clássico do tipo restrito de três corpos:

Uma cápsula Apollo na órbita da Terra-Lua foi escolhida para testar os sete integradores explicados anteriormente . Este problema descreve o movimento de um corpo na órbita ao redor de dois corpos muito mais pesados . Assim , supõe-se que a massa da Apollo é desprezível em comparação com as massas da Terra e da Lua . Os três corpos determinam um plano no espaço e um sistema de coordenadas cartesianas de duas dimensões neste plano . A origem está localizada no centro da massa da Terra e da Lua , o eixo X é a linha que atravessa a Terra e a Lua , e a distância entre eles é considerada igual a uma unidade . Assim , se  $\mu$  é a razão entre a massa da Lua e a massa da Terra , então a Lua e a Terra estão localizados nas coordenadas  $(1-\mu,0)$  e  $(-\mu,0)$  , respectivamente , e o sistema de coordenadas desloca-se a medida que a Lua gira ao redor da Terra . A posição da Apollo em função do tempo é  $(X(t),Y(t))$  . As equações de movimento deste sistema , deduzidas a partir do movimento pela lei de Newton e pela lei de gravidade , são :

$$x'' = 2y' + x - \frac{\mu^*(x+\mu)}{r_1} - \frac{\mu(x-\mu^*)}{r_2}$$

$$y'' = -2x' + y - \frac{\mu^*y}{r_1} - \frac{\mu y}{r_2}$$

$$r_1 = ((x+\mu)^2 + y^2)$$

$$r_2 = ((x-\mu^*)^2 + y^2)$$

Para este sistema de equações, existe um estudo que envolve soluções periódicas.  
Dadas as condições iniciais :

$$\begin{aligned}x(0) &= 1,2 \\ y(0) &= 0 \\ x'(0) &= 0 \\ y'(0) &= -1,04935751\end{aligned}$$

Existe uma solução periódica com período  $T=6,19216933$ . Isto é, a Apollo parte do lado mais longínquo da Lua com altitude de 0,2 vezes a distância da Terra-Lua e com uma certa velocidade. A órbita traz a Apollo para perto da Terra e finalmente a leva de volta à posição com velocidade inicial.

## PROGRAM RUNGE-KUTTA

SUBROUTINE RKF78(F,NEQN,X,T,TOUT,RELERR,ABSERR,IFLAG,WORK,DT)

### PURPOSE:

The Subroutine RKF78 integrates a system of NEQN first order ordinary differential equations using the RUNGE-KUTTA method of order 7(8) with automatic stepsize control, and using the Fehlberg coefficients.

### INPUT:

F Subroutine which provides the derivative values DX, given the values of the dependent variable X and the independent variable T. The Subroutine F should be supplied by the user in the form given below:

SUBROUTINE F(T,X,DX).

Since F is an argument in the call statement of RKF78, the declaration:

'EXTERNAL F'

is compulsory in the main program.

NEQN Number of equations to be integrated.

X Initial dependent variable array dimensioned to NEQN words.

T Initial value of the independent variable.

TOUT Next value of T for which the output is desired.

RELERR Array of relative error tolerances dimensioned to NEQN words.

ABSERR Array of absolute error tolerance dimensioned to NEQN words. The estimated local truncation error is kept less than  $(RELERR(I) * (X(I) + WORK(I) / 2 + ABSERR(I)))$  at each step of the integration ( $I=1, NEQN$ ). If  $ABSERR=RELERR=0.0$ , no stepsize adjustments are made and the solution is obtained by a fixed step-size eighth order method.

IFLAG Control parameter to initialize the routine: to be set 1 on the first call of each new problem.

WORK Real array dimensioned to at least  $14 * NEQN$  words. Any array whose contents are expendable may be used.

DT Initial step size (less than or equal to the difference between and the next value of T, I.E. TOUT, for which output is desired).

COMMON/COEF78/

A0,.. Fehlberg coefficients A0,...,A12,B10,...,B1211,CH0,...,E0,...,E12.

B,... Stepsize control factors, and necessary constants useful to calculate them.

OUTPUT:

X Dependent variable array at T.

T TOUT if IFLAG=2. Normal RETURN:

=2: Normal RETURN, T reached TOUT. For continuation, define a new

TOUT and call the routine again.

=7: More than maxrej rejected steps in a row. If this occurs on the first step, reduce DT and call the routine again. If this occurs in the middle of the integration, increase RELERR and ABSERR to continue the integration.

=8: The program attempted to use too small a step. Increase DT for continuation.

DT Most recent step size.

COMMON/CTRK78/

N.. Some constant values useful in subsequent calls of the subroutine.

### **Declaração de variáveis**

PARAMETER (NEQN=4)

REAL\*8 T1, T2, TOUT, DT, DT1, Q, Q1, TOLERX(NEQN), RELERR(NEQN),  
ABSERR(NEQN), WORK(14\*NEQN)

INTEGER IFLAG,I,K

COMMON Q,Q1

EXTERNAL F

OPEN (UNIT=10,FILE='TATU.DAT')

### **Entrada de dados**

```
WRITE(*,*) 'Forneça Q:'  
READ(*,*) Q  
Q1=(1-Q)  
WRITE(*,*) 'ENTRE COM OS VALORES DAS POSIÇÕES X,Y E VELOCIDADES EM  
X E EM Y'  
READ(*,*) (X(I),I=1,NEQN)  
WRITE(*,*) 'ENTRE COM O TEMPO INICIAL T1 E FINAL T2 '  
READ(*,*) T1,T2  
WRITE(*,*) ' ENTRE COM A PRECISÃO '  
READ(*,*) TOLER  
  DO K=1,NEQN  
    RELERR(K)=TOLER  
    ABSERR(K)=RELERR(K)  
  END DO
```

### **Processamento**

```
IFLAG=1  
DT1=(T2-T1)/1000  
DT=DT1  
TOUT=T1+DT1  
I=1  
WRITE(10,50)T1,(X(K),K=1,NEQN)
```

### **Chamada do integrador RKF78**

```
500 IF(TOUT.LT.T2)THEN  
  CALL RKF78(F,NEQN,X,T,TOUT,RELERR,ABSERR,IFLAG,WORK,DT)
```

```

IF(IFLAG.EQ.2)THEN
  WRITE(10,50)TOUT,(X(K),K=1,NEQN)
  T1=TOUT
  TOUT=TOUT+DT1
  I=I+1
ELSE
  IF(IFLAG.EQ.7)THEN
    IF(I.EQ.1)THEN
      DT=DT1/10
    ELSE
      DO K=1,NEQN
        RELERR(K)=RELERR(K)*10
        ABSERR(K)=RELERR(K)
      END DO
    ENDIF
  ELSE
    IF(IFLAG.EQ.8)THEN
      DT=DT1*10
    ENDIF
  ENDIF
ENDIF
ENDIF
ENDIF

GO TO 500
ENDIF

WRITE(*,*) 'ETAPAS:',I
50 FORMAT(1X,5(1X,D20.9))
CLOSE(10)
STOP
END

```

## **Subrotina F**

SUBROUTINE F(T,X,DX)

### **Declaração de variáveis**

PARAMETER(NEQN=4)

REAL\*8 Q,Q1,T,DX(NEQN),X(NEQN),TEC1,TEC2

COMMON Q,Q1

### **Processamento**

TEC1=(SQRT((X(1)+Q)\*\*2+(X(2)\*\*2)))

TEC2=(SQRT((X(1)-Q1)\*\*2+(X(2)\*\*2)))

DX(1)=X(3)

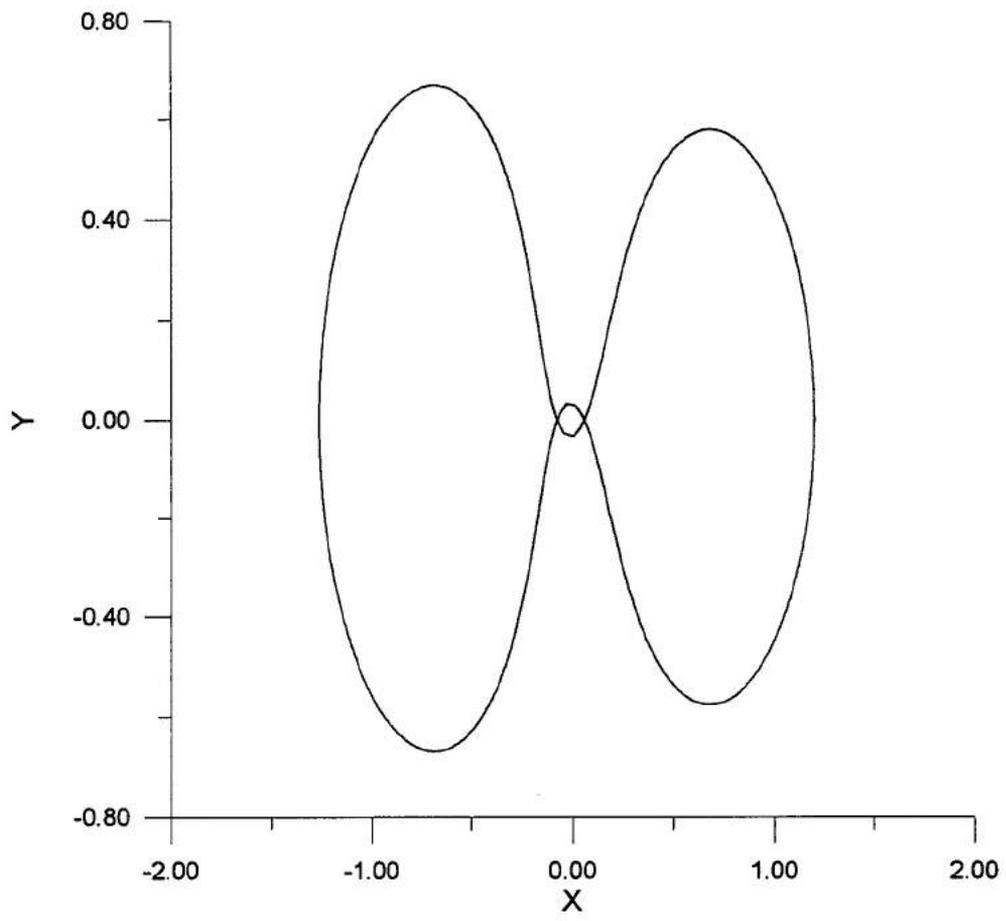
DX(2)=X(4)

DX(3)=(2\*X(4)+X(1))-(Q1\*(X(1)+Q))/TEC1-Q\*(X(1)-Q1)/TEC2

DX(4)=(-2\*X(3)+X(2))-Q1\*X(2)/TEC1-(Q\*X(2))/TEC2

RETURN

END



# Movimento Orbital

## 1.1 Introdução.

O centro de massa Terra-satélite é o próprio centro de massa da Terra, pois a massa dos satélites artificiais é desprezível em relação à massa da Terra. E a definição de órbita é dada como a trajetória descrita pelo satélite em torno da Terra.

Leis do Movimento Planetário:

- a) A órbita de cada planeta é uma elipse que tem o Sol como um dos focos.
- b) A linha ,que une o planeta ao Sol, varre áreas iguais em tempos iguais.
- c) O quadrado do período de um planeta é proporcional ao cubo de sua distância média em relação ao Sol.

Em uma órbita circular, devido a um movimento orbital, surgem trajetórias curvas, e apresenta uma força gravitacional que se encontra em equilíbrio com a força centrípeta.

Tipo de órbitas circulares:

- a) Elípticas
- b) Circulares (órbita de satélites).
- c) Parabólicas (órbita de cometas e asteróides).
- d) Hiperbólicas (órbita de cometas e asteróides).

Sentido das órbitas:

- a) Diretas: sentido anti-horário (rotação da Terra).
- b) Retrógradas: sentido horário.

Força gravitacional ( $F_g$ )  $F_g = - \frac{Gmm}{r^2}$

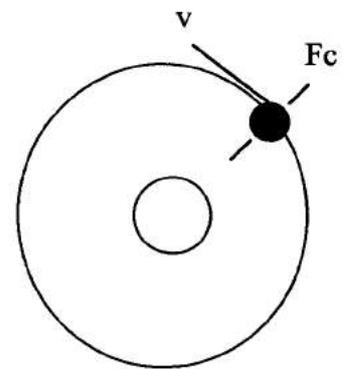
Força centrípeta ( $F_c$ )  $F_c = \frac{mv^2}{r}$

Constante Universal de Gravitação ( $G = 6,673 \cdot 10^{-20} \text{ km}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2$ )

Massa da Terra ( $M$ ) e massa do satélite ( $m$ )

raio da trajetória

Velocidade orbital do satélite ( $v$ )



Satélite em órbita circular

Quando  $F_c = F_g$ , obtem-se:

$$v = (GM / r)^{1/2}$$

Constante  $\mu = GM = 398601,2 \text{ km}^3 / \text{s}^2$

Distância do satélite ao centro da Terra

## 1.2 Geometria das Órbitas.

Problema de Dois Corpos é o estudo de dois corpos que giram em torno de um único centro de massa, ou de um satélite que gira em torno da Terra.

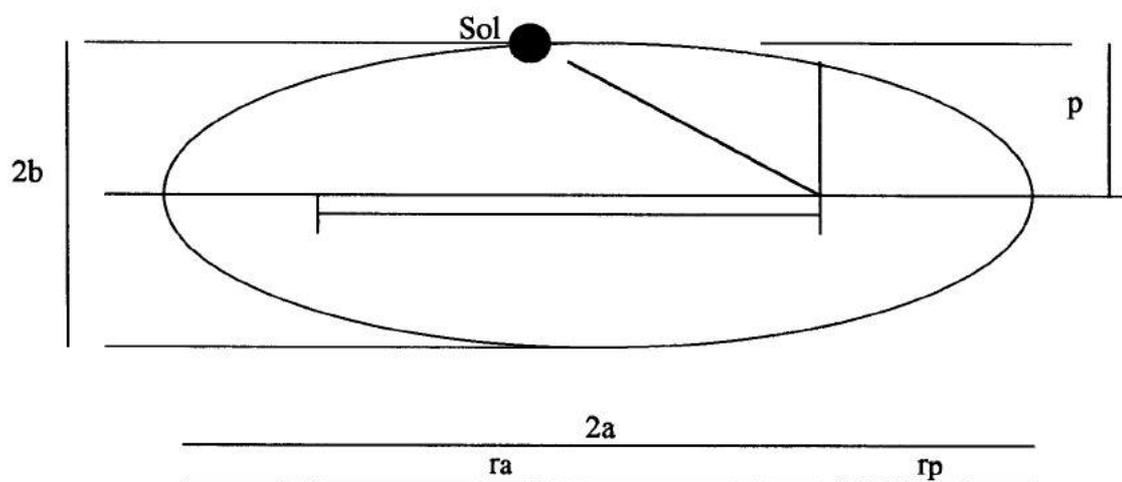
Equação polar das cônicas:  $r = P/1+e \cos(f)$

**Tabela 1.1**

Características principais da cônica:

Cônica	Energia	Semi-eixo maior	Excentricidade
Circular	$< 0$	$= r$	0
Elipse	$< 0$	$> 0$	$0 < e < 1$
Parabola	0	$\infty$	1
Hipérbole	$> 0$	$< 0$	$> 1$

Geometria da elipse:



Relações para elipse:

Semi-Eixo Maior da elipse (a)

Semi-Eixo Menor da elipse (b)

Distância do apogeu (ra)

Distância do perigeu (rp)

Parâmetro da cônica (p)

$$P = a(1 - e^2)$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{ra - rp}{ra + rp}$$

$$E = \frac{-u}{2a}$$

$$2a = ra + rp$$

$$rp = a(1 - e)$$

$$ra = a(1 + e)$$

### 1.3 Órbita no espaço.

Arco NS é a órbita do satélite que corta o equador celeste na linha dos nodos N.

Equador Terrestre é projeção do equador celeste na Terra.

Órbitas clássicas:

- a) Semi eixo maior da elipse.
- b) Excentricidade da cônica.
- c) Inclinação da órbita.
- d) Argumento do perigeu.
- e) Longitude do nodo ascendente.

A energia total é igual a soma da energia potencial com a energia cinética . Esta é negativa em órbitas elípticas.

$$E = -\frac{\mu}{2a} = -\frac{\mu}{r} + \frac{v^2}{2}$$

$$v = \{(\mu [ (2 / r) - (1 / a) ] )\}^{1/2}$$

(órbitas elípticas)

As órbitas são denominadas de acordo com:

- a) Inclinação.
- b) Excentricidade.

## 1.4 Momento Angular de um satélite.

O vetor resultante de  $\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$  é um vetor perpendicular ao plano formado pelos vetores  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{r}$ . Sendo o momento angular específico constante, o plano da órbita é fixo no espaço.

**Tabela 1.2**

Determinação dos elementos da órbita:

Símbolo	Nome	Equação
$I$	inclinação	$I = \arccos(h_z / h)$
$\Omega$	longitude do nodo ascendente	$\Omega = \arccos(n_x / n)$ se, $n_y > 0$ , $\Omega < 180^\circ$
$\omega$	argumento do perigeu	$\omega = \arccos(n \cdot e)$ se $e_x > 0$ , $\omega < 180^\circ$

## 1.5 Lançamento de Satélites Artificiais.

O lançamento de satélites artificiais tem duas fases propulsadas e são separadas por uma fase sem propulsão. O lançamento da superfície da Terra em ascensão é quase vertical.

Elipse de ascensão é o primeiro estágio propulsado, cuja trajetória é elíptica e mantém seu apogeu na órbita desejada. O estágio do foguete é ejetado a partir da primeira propulsão, porém as demais partes do foguete, acoplado ao satélite, mantem-se sem propulsão pela elipse ascendente a fim de chegar a certa altitude da órbita. Inicia-se uma segunda propulsão, antes de atingir o ápice, a qual o foguete jamais voltará pela mesma elipse (descendente), quando atingir a altitude desejada.

O foguete entra na órbita requerida através do aumento de velocidade e esta é obtida através da segunda queima de combustível. É o satélite ejetado, do último estágio do foguete, quando tem-se certeza de atingido a órbita desejada.

A duração dos equipamentos e combustível determina a vida útil do satélite.

## 1.6 Requisitos de Lançamento.

A Terra faz movimento de rotação e a órbita do satélite é um plano fixo no espaço inercial. Assim, a base de lançamento, que está na superfície da Terra, gira com ela. E o tempo, a qual se determina a região do cruzamento da base de lançamento com o plano orbital da órbita desejada, é denominada janela de lançamento.

A base de lançamento, numa latitude  $\phi$ , lança satélites com inclinação  $I >$  ou  $= \phi$ .

Os ângulos, azimute  $A_1$  e  $A_2$  máximo, da direção norte até a órbita em que deseja-se lançar um satélite, originam duas órbitas para a mesma base de lançamento, ou seja,  $A_2 = 90$  graus.

O plano de todas as órbitas passam pelo centro da Terra.

## 1.7 Velocidade de Escape.

A intensidade do campo gravitacional do Sol é inversamente proporcional à distância, e de acordo com a energia determinada, equilibra-se o efeito da gravidade. Sendo, a velocidade de escape, aquela que um corpo escapa de uma órbita, circular ou elíptica, indo de encontro a uma trajetória parabólica de escape. E o satélite fará uma viagem finita sem jamais voltar.

O cálculo da velocidade de escape é definida através da equação de Energia Total em dois pontos da trajetória de escape.

A parábola é a curva limite das trajetórias fechadas, embora o ponto de escape a curva tenha energia nula.

## **1.8 Perturbações Orbitais.**

De acordo com as perturbações orbitais:

- a) Perturbações Seculares: variam linearmente no tempo, além de ser um efeito permanente.
- b) Perturbações de Curto Período: o período de variação é igual ou menor que o período orbital.
- c) Perturbações de Longo Período: o período de variação é maior que o período orbital.

As forças perturbadoras se originam em face da não esfericidade devido a distribuição de massa terrestre, e estas forças estão de acordo com:

- a) Arrasto ou fricção da atmosfera terrestre com o satélite.
- b) Atração gravitacional de um terceiro corpo.
- c) Pressão de radiação solar.

### **1.8.1 Perturbações devido a um terceiro corpo.**

Forças gravitacionais do Sol e da Lua causam variações periódicas em elementos orbitais do satélite. Porém,  $w$ ,  $m$  apresentam variações seculares. E a equação, cuja excentricidade é pequena, apresenta variações seculares numa órbita de inclinação  $I$  e de frequência orbital em revoluções por dia.

A ascensão reta do nodo ascendente:

### **1.8.2 Perturbações devido a não esfericidade da Terra.**

A Terra é um planeta não homogêneo e nem esférico, visto que sua forma apresenta-se achatada nos pólos e bojudada no equador.

Sistema GPS, Sistema de Posicionamento Global de Satélites, é uma constelação de satélites que abrange cerca de 18 á 24 satélites.

Satélite Geossíncrono é voltado ás telecomunicações devido a sua velocidade angular ser a mesma da Terra.

### **1.8.3 Perturbações devido ao arrasto atmosférico.**

O arrasto atmosférico, segundo a força não gravitacional do satélite, é originado de acordo com a fricção ou atrito na atmosfera. agente no sentido oposto ao movimento do satélite e conseqüentemente diminui a energia da órbita.

O decaimento, no semi-eixo maior da órbita, ocorre através da redução de energia.

### **1.8.4 Perturbações devido a pressão de radiação.**

Para satélites de altitude abaixo de 800 km, a força de arrasto é maior que a força de pressão de radiação.

Características do satélite Balão:

- a) Dispõe de grande área e de pequena massa.
- b) Há um enorme efeito da pressão de radiação solar neste tipo de satélite.

# **Análise e Planejamento de Missões**

## **2.1 Introdução.**

De acordo com os tipos de missões:

- a) Comunicação
- b) Navegação
- c) Previsão de tempo
- d) Exploração científica
- e) Manufatura de materiais no espaço
- e) Estudo de recursos naturais da Terra

## **2.2 O processo de análise de missão.**

Segundo as técnicas , podem ser :

- a) Definição de objetivos: Há necessidade de se atingir certos objetivos, conhecimento tecnológico, como também dispor de tempo e capital.
- b) Caracterização da missão: É importante definir um conceito á missão, embora se mantenha um parâmetro que relate o número de satélites necessários á missão, como tipos de instrumentos, potência requerida e outros.
- c) Avaliação da missão: Gera gráficos e tabelas com informações de desempenho e custo da missão. Além de avaliar o custo da missão, tempo de desenvolvimento do projeto e do processamento dos dados obtidos.

d) Definição dos requisitos da missão: Há requisitos gerais como a região da Terra a ser coberta, condições de iluminação, e requisitos específicos como a altitude e inclinação da órbita. Deve-se refazer os passos de um a quatro vezes e reavaliar a missão durante certo tempo, melhorando assim, tecnologias e/ou idéias novas.

## 2.3 Satélite de comunicação.

Em determinada órbita, o satélite se apresenta fixo em relação ao observador e este fixo a Terra. Em verdade, esta órbita tem um período de mesma duração de rotação da Terra sobre seu próprio eixo. Isto possibilita ao satélite e a Terra de girarem no espaço com a mesma velocidade angular.

Comentários :

a) A terceira lei de Kepler relaciona o período orbital com o semi-eixo maior da órbita.

A órbita não circular tem velocidade variável. Nela, os satélites oscilam na horizontal, isto é, a latitude do ponto sub-satélite permanece avançando ou retrocedendo em torno de uma latitude de referência.

b) Existência de infinitas órbitas que diferem entre si pela inclinação.

O satélite numa órbita equatorial tem oscilação horizontal e vertical, ou seja, a latitude e longitude do ponto sub-satélite permanecem avançando e retrocedendo os valores de referência.

Satélite Geo-Estacionário é usado para órbitas circulares e equatoriais e sua altitude é de 35.880km.

Órbita Geo-Síncrona tem o período coincidente com o período de rotação da Terra.

Órbita Geo-Estacionária apresenta-se em órbitas circulares e equatoriais, cujo período é coincidente com o período de rotação da Terra. Ela não é propícia para comunicações em regiões próximas dos pólos. Então coloca-se os satélites em órbitas elípticas com apogeu situado no hemisfério norte, cujo período é de 12 horas e sua excentricidade faz com que seu movimento seja lento no apogeu. No perigeu, não há sinais a serem captados e é por isso que se coloca outro satélite, no mesmo momento, atravessando o apogeu. Assim, sempre terá comunicação.

O enfoque evolucionário concede o direito a uma posição na órbita geo-estacionária aos primeiros países que mandarem seus satélites, pois há um certo medo da super-população de satélites nesta órbita. Aos países que não dispõem de meios de atingir essa órbita no momento, cabem a eles criticar duramente esta idéia para não perderem o direito a uma posição na órbita.

A Lua foi o primeiro satélite de comunicação, efetuando com sucesso essa experiência numa época de tempestades solares intensas que dificultavam as comunicações terrestres.

### **2.3.1 Satélite de sensoriamento remoto.**

Estes satélites tem o objetivo de estudar características geológicas, de vegetação, ...; através de uma órbita polar. Contém sensores que captam a luz solar refletida na Terra e/ou com aparelhos que enviam sinais à Terra a serem refletidos e posteriormente captados.

A órbita hélio-síncrona se desloca acompanhando o movimento anual do sol e as passagens dos satélites em horários locais são constantes.

A manutenção das condições de iluminação constante é um requisito importante ao plano orbital do satélite, que se desloca com a mesma velocidade angular do Sol. É o tipo de órbita que tem perturbações orbitais.

O movimento aparente da Terra, o Sol em torno dela, acontece em um plano denominado elíptico com certa inclinação e de aproximadamente 23,5 graus em relação ao equador terrestre.

O momento angular do satélite tem uma componente no plano eclíptico alinhada com a direção Terra-Sol, a fim de que a órbita seja síncrona com o sol. Atinge-se uma precisão de um nodo orbital adequado.

De acordo com a mecânica celeste, há perturbações devido ao achatamento terrestre. E quando a direção do movimento do sol indicar que o nodo deve avançar, então a órbita é retrógrada com o vetor momento angular dado por  $h_1$  ou  $h_2$ .

### **2.3.2 Sistemas de navegação.**

Permite um meio rápido e preciso de determinar a posição de um receptor capaz de captar sinais enviados por satélites.

O GPS, composto de dezoito satélites em torno da Terra, apresenta-se disposto em seis planos orbitais separados em 60 graus nos nodos orbitais. Em cada plano, inclinados em 55 graus, permanecem três satélites igualmente espaçados e com altitude de 20.160 km, isto é, aproximadamente quatro eixos terrestres que abrangem um período orbital de doze horas. Transmitem sinais em três frequências diferentes, das quais são: 1575.42 Mhz, 1227.6 Mhz e 1381.05 Mhz.

### **2.3.3 Outras missões.**

Segundo os satélites científicos, eles podem ser :

a) Satélites geodésicos e cartográficos, dos quais servem como ponto de referência, colaborando na fabricação de melhores mapas.

b) Satélites meteorológicos é uma estação volante dotada de câmaras que fotografam os sistemas nebulosos.

# **Determinação de Órbita e Manobras Orbitais**

## **3.1 Introdução.**

Determinar uma órbita é estimar tamanho, formato, a orientação da órbita de um corpo celeste no espaço, e finalmente, especificar a posição de um corpo celeste na sua órbita em dado instante.

Manobras orbitais são transferências orbitais e correções orbitais.

## **3.2 Determinação da órbita.**

O centro do sistema pode coincidir com o centro da Terra ou com algum ponto na superfície terrestre.

Ascensão da Terra é a medida no plano do equador celeste na direção leste a partir da direção do ponto vernal.

Declinação é a medida da direção norte a partir do equador celeste até a linha de visada.

O método de determinação de órbita a partir da visualização ótica usa a ascensão da reta e inclinação, que catalogam as posições das estrelas em alta precisão, ou a partir de três vetores posição.

O método dos mínimos quadrados determina a órbita com mais eficiência.

### **3.2.1 Aplicação da teoria dos mínimos quadrados para determinar a órbita.**

A observação de radar é devido a um sistemas de coordenadas centrado num único ponto e numa estação de rastreamento da superfície terrestre.

### **3.3 Manobras básicas orbitais.**

Em casos de lançamentos de altitudes baixas, a propulsão contínua é mantida desde a decolagem do foguete até o fim-de-queima do combustível em dado ponto da órbita apreciada. Quanto a injeção de combustível, no caminho de vôo, acontece no perigeu com ângulo a zero graus. E devido a velocidade no final da queima ou no ângulo do caminho de vôo, coloca-se o satélite numa órbita errada ou em nenhuma órbita.

Existem casos dos quais o lançamento é feito em uma altitude alta a fim de escapar do arrasto atmosférico terrestre, e portanto nesses casos, o lançamento consiste em duas ou mais fases de propulsão e estas separadas por fases sem queimas denominado Fase Balística. Porém, esta fase é somente para altitudes a qual o ponto de injeção for maior do que 250 km.

#### **3.3.1 Correções orbitais.**

A órbita solssíncrona e repetitiva passa periódicamente sobre um mesmo traço terrestre, sendo um satélite de exploração de recursos naturais usado para esse tipo de órbita.

A combinação de um semi-eixo maior, inclinação e excentricidade da órbita, causam perturbações das quais tendem a quebrar a sincronicidade do Sol.

Correções na altitude do perigeu ou do apogeu são feitas através de variações na velocidade do satélite.

Variação dentro-de-plano orbital é caracterizada como uma variação de altitude do perigeu e apogeu, mudando assim, tamanho ou forma da órbita do satélite.

Variação fora-de-plano orbital é caracterizada como uma mudança de orientação do plano orbital no espaço, e conseqüentemente, precisa de variação da velocidade do satélite perpendicular ao plano orbital.

Na magnetude, a velocidade inicial e final são iguais e junto com a variação da velocidade formam um triângulo isóceles. Este, dividido em dois triângulos retângulos, proporciona a magnetude da variação de velocidade através da lei dos cossenos.

Transformação de uma órbita inclinada numa órbita equatorial depende da variação de velocidade aplicada num dos nodos, onde o satélite cruza o plano equatorial.

### **3.3.2 Transferência orbital.**

Missões de satélites artificiais apresenta transferência orbital entre duas órbitas circulares coplanares. Sendo que, a fim de lançar o satélite numa órbita circular de altitude razoavelmente alta, procede-se o lançamento numa órbita circular de altitude baixa, ou seja, de estacionamento. Posteriormente, segue-se em uma órbita elíptica de transferência com variação de velocidade mínimo, e tangente a ambas as órbitas circulares. A transferência de energia será mínima, porém longe do tempo de manobra. A transferência é feita perante a órbita circular de raio menor à órbita circular de raio maior, ao longo da órbita elíptica de transferência.

Para o satélite sair da órbita circular de raio menor e entrar na órbita elíptica de transferência, deve-se mudar a velocidade no ponto 1 da órbita circular de raio menor para a velocidade no ponto 1 da órbita elíptica de transferência.

A partir de acréscimos da velocidade em pontos específicos, ocorre a transferência de uma órbita circular de raio menor para uma de raio maior. E com decréscimos da velocidade nesses pontos, também ocorre essa transferência.

O tempo de vôo é a metade do período da elipse de transferência.

# PROPAGAÇÃO DE ÓRBITA DE SATÉLITES ARTIFICIAIS USANDO RECEPTORES GPS (GLOBAL POSITIONING SYSTEM)

**André Rodrigo Boscolo Moraes**

Aluno da Escola de Engenharia Industrial de São José dos Campos (PIBIC)

Orientador: **Dr. Kondapalli Rama Rao**, Divisão de Mecânica Espacial e  
Controle (DMC)

Neste programa de Iniciação Científica, deseja-se propagar órbitas de satélites artificiais do sistema GPS (Global Positioning System), com o objetivo de incluir perturbações orbitais que proporcionam a precisão necessária às modernas aplicações geodésicas atuais.

A fim de verificar a correticidade da implantação do modelo de pressão de radiação solar, calculou-se a magnitude das forças de radiação solar em função de um ângulo Beta, que é função das coordenadas do Sol e do posicionamento dos painéis solares do satélite desejado do Sistema de Posicionamento Global. Verificou-se o comportamento desta perturbação para este ângulo de entrada, variando de 0 a 180 graus. De fato conclui-se que, para as aplicações geodésicas, o efeito da pressão de radiação solar deve ser incluído, e este baseia-se prioritariamente em forças modeladas, ao longo dos eixos X e Z do corpo do satélite. Quanto ao eixo Y, onde existe uma força não modelada, atribuí-se valor nulo a princípio, pois esta força não é significativa a ponto de influenciar nos resultados.

O processo anterior, executado em coordenadas do Sistema Local, posteriormente foi transformado em coordenadas do Sistema Inercial. Para esse fim, precisou-se criar vetores inerciais a partir de coordenadas do Sol e da escolha entre satélites do Bloco 1 ou Bloco 2, para a versão T, que incorporam efeitos de re-irradiação térmica para trabalhos de alta precisão. Após o cálculo da matriz de transformação inercial, deduzida a partir das coordenadas inerciais, calculou-se as forças inerciais, correspondentes aos eixos X e Z, compatibilizadas posteriormente pela massa do satélite respectivo. E finalmente, após este último processo de cálculo, obteve-se as acelerações, denominadas inerciais.

Várias rotinas e funções, cedidas pela biblioteca Fortran de Mecânica Celeste, pertencentes ao Departamento de Mecânica Espacial e Controle (DMC), foram utilizadas. As mais importantes rotinas a serem associada ao programa, Propagação da Órbita de satélites artificiais usando receptores GPS, são os integradores RKF78 (tipo Runge-Kutta) ou ADSS12 (tipo multi-passos preditor-corretor), destinados a integrar um sistema de 'n' equações, a partir da órbita inicial.

Os Procedimentos desenvolvidos servem de suporte ao integrador de órbita específico para satélites GPS, de tal forma que finalizada sua execução, obtém-se o futuro posicionamento do satélite em diferentes tempos desejados, dentro do escopo do projeto de Propagação de Órbitas do Sistema de Posicionamento Global.