

## **Encontro de Naves Espaciais**

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA**  
**(PIBIC/CNPq/INPE)**

**Jefferson Alves Nogueira da Silva (ICT-Unifesp, Bolsista PIBIC/CNPq)**

**E-mail: [jehnogueirasilva@gmail.com](mailto:jehnogueirasilva@gmail.com)**

**Prof. Dr. Evandro Marconi Rocco (DMC/INPE, Orientador)**

**E-mail: [evandro@dem.inpe.br](mailto:evandro@dem.inpe.br)**

**Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes (ICT-Unifesp, Orientador)**

**E-mail: [rodolpho.vilhena@gmail.com](mailto:rodolpho.vilhena@gmail.com)**

**Julho 2015**

## **Agradecimentos**

Agradeço ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento – CNPq pelo apoio financeiro prestado no período de vigência da bolsa de iniciação científica junto ao INPE, aos Professores Dr. Evandro e Dr. Vilhena pela paciência no ensino e ao apoio prestado.

## Resumo

Este trabalho tem como objetivo o estudo e análise das variações de velocidade ( $\Delta V$ ) necessárias nas manobras de rendezvous, que consistem basicamente em transferir um veículo espacial de sua órbita inicial para uma órbita final, para que este esteja em uma determinada posição final para se encontrar com um segundo veículo. Para o estudo desse problema, foi implementado uma rotina onde é possível obter o  $\Delta V$  do veículo em diferentes tempos de execução da manobra, utilizando para isso, o problema de Lambert. Foram traçados gráficos da variação de velocidade em relação ao tempo de manobra, sendo possível analisar o gasto de combustível para um determinado intervalo de tempo para realização da manobra, partindo do pressuposto de que o gasto de combustível está diretamente relacionado com a variação de velocidade imposta ao veículo. Também foi feita a comparação do gasto final de combustível entre uma transferência direta e transferências utilizando órbitas intermediárias estacionárias, para então transferir o veículo para a órbita final.

## S mario

Lista de Figura	5
Lista de Símbolos	6
1. Introdu�o	7
2. Desenvolvimento	8
2.1 Transferências �orbitais	8
2.2 Transferência de Hohmann	9
2.3 Transferência entre órbitas não coplanares	11
2.4 Rendezvous	12
2.5 Problema de Lambert	13
3. Software para o cálculo de Manobras �orbitais	15
3.1 Valida�o do <i>Software</i>	16
4. Resultados	17
4.1 Varia�o do $\Delta V$ em fun�o dos elementos keplerianos em uma transferência de Hohmann.	18
4.2 Rendezvous utilizando transferência de Hohmann	19
4.3 Compara�o entre transferência direta e transferência de uma órbita de estacionamento.	21
5. Considera�es Finais	23
6. Referências Bibliográficas	23

## Lista de Figura

Figura 1 - Transferência de Hohmann (Chobotov, 2002).	9
Figura 2 - Transferência entre órbitas não coplanares	12
Figura 3 - Fluxograma representando as etapas do software.	15
Figura 4 - $\Delta V$ total da manobra em função da manobra.	17
Figura 5 - Gráfico da variação de velocidade pelo tempo de manobra.	18
Figura 6 - Gráfico da variação de velocidade pela anomalia média da órbita final com tempo de manobra 3900 segundos (órbita inicial $a=7000\text{km}$ ; $e=0$ ; $M=0^\circ$ ; $i=0^\circ$ ; $\omega=10^\circ$ ; $\Omega=10^\circ$ e órbita final $a=10000\text{km}$ ; $e=0$ ; $i=0^\circ$ ; $\omega=10^\circ$ ; $\Omega=10^\circ$ ).	18
Figura 7 - Gráfico da variação de velocidade pela inclinação da órbita final com tempo de manobra 3900 segundos (órbita inicial $a=7000\text{km}$ ; $e=0$ ; $M=0^\circ$ ; $\omega=10^\circ$ ; $\Omega=10^\circ$ ).	19
Figura 8 - $\Delta V$ em uma manobra de Hohmann em função do tempo de manobra.	20
Figura 9 - Gráfico da variação de velocidade em função do tempo de manobra em uma transferência da órbita (órbita inicial $a=600\text{km}$ ; $M=35^\circ$ ; $e=0$ ; $i=0^\circ$ ; $\omega=10^\circ$ ; $\Omega=10^\circ$ para órbita final $a=12000\text{ km}$ ; $M=140^\circ$ ; $e=0$ ; $i=0^\circ$ ; $\omega=10^\circ$ ; $\Omega=10^\circ$ ).	21
Figura 10 - Gráfico da variação de velocidade em função do tempo de manobra em uma transferência da órbita (órbita inicial $a=600\text{km}$ ; $M=35^\circ$ ; $e=0$ ; $i=0^\circ$ ; $\omega=10^\circ$ ; $\Omega=10^\circ$ para órbita final $a=12000\text{ km}$ ; $M=140^\circ$ ; $e=0$ ; $i=0^\circ$ ; $\omega=35^\circ$ ; $\Omega=40^\circ$ ).	22

## Lista de Símbolos

$V$  – Velocidade do veículo

$\mu$  – constante de atração gravitacional

$r$  – raio da órbita

$r_i$  – raio da órbita inicial

$r_f$  – raio da órbita final

$\Delta V$  – variação de velocidade

$t$  – tempo gasto na transferência

$T$  – tempo de passagem pelo perigeu da órbita

$\Delta\alpha$  – ângulo formado entre duas órbitas não coplanares

$a$  – semi-eixo maior

$e$  – excentricidade

$i$  – inclinação

$\omega$  – argumento do perigeu

$\Omega$  - ascensão reta do nodo ascendente

$M$  – anomalia média

$t_p$  – tempo de passagem

$\theta$  – ângulo formado entre os veículos perseguidor e alvo

$\Delta V_\alpha$  – velocidade necessária para se realizar a transferência entre órbitas não coplanares

## 1. Introdução

Nos dias atuais cresce o número de satélites e veículos espaciais em órbita e a tendência é que aumente conforme os anos passem. Com isso cresce também a possibilidade do uso de missões de rendezvous. A primeira manobra de rendezvous ocorreu em 16 de Março de 1966 quando dois astronautas da NASA, Neil Armstrong e Dave Scott realizaram a manobra de rendezvous manualmente para posterior acoplamento, no veículo alvo Agena, o que anos depois voltou a ser realizado no programa Apollo que levou o homem à Lua.

Hoje manobras de rendezvous são utilizadas para reparos em veículos em órbita, como por exemplo os telescópios espaciais (Hubble, Chandra e Spitzer ) bem como para recuperação de naves espaciais. Manobras de rendezvous são basicamente transferências orbitais com uma ressalva, o veículo perseguidor deve chegar em seu destino final no mesmo tempo que o alvo atingir o mesmo ponto.

Nesse trabalho inicialmente foi estudado os princípios de mecânica celeste que rege o movimento de corpos no espaço, com isso foi possível estudar como um veículo se comporta no que diz respeito a sua velocidade, em transferências orbitais. Após isso foi implementado o problema de Lambert (também conhecido como problema de Gauss) para obtermos os valores para os incrementos de velocidade independente do tipo de transferência que realizássemos.

Com o *software* e todos os conceitos anteriores, comparamos como variaria a velocidade do veículo perseguidor no caso em que realizamos uma manobra de rendezvous diretamente com o caso em que colocamos o veículo perseguidor em uma órbita de estacionamento para só depois realizarmos o rendezvous.

## 2. Desenvolvimento

Neste capítulo daremos uma introdução sobre alguns dos assuntos abordados neste trabalho como as transferências, as manobras de rendezvous bem como o problema de Lambert que foi implementado em um *software* para realizar o estudo das variações de velocidade sofrida por um veículo nas manobras realizadas por ele.

### 2.1 Transferências Orbitais

No espaço determinamos a localização de um veículo por meio de seus vetores posição e velocidade, com relação a um referencial, geralmente a Terra. Esses vetores também definem o formato de sua órbita, ou seja, se a órbita do veículo será elíptica, circular, parabólica ou hiperbólica. Neste trabalho utilizou-se um referencial considerado inercial centrado na Terra (Sistema Cartesiano Celeste).

Conforme mudamos o vetor velocidade do veículo deslocamos-o para outra órbita que corresponderá ao valor de velocidade final. Por exemplo, para transferirmos um veículo de uma órbita inicial circular para uma elíptica, temos que aplicar um  $\Delta V$  para que essa mudança do vetor velocidade gere a mudança de órbita. (Brown,1988)

Essa premissa vem do fato da conservação de energia, analisando a transferência orbital em termos de energia, utilizando a equação vis-viva como demonstrada por Kuga (2008), temos:

$$\frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a} \quad (2.1.1)$$

em que  $V$  é a magnitude da velocidade do veículo na órbita,  $r$  o raio da órbita,  $\mu$  a constante gravitacional que depende da massa do corpo que o veículo está orbitando e  $a$  o semi-eixo maior da órbita. (Chobotov, 2002)

Como podemos notar, a primeira parcela da equação 2.1.1 se refere à parcela da energia cinética do veículo, a segunda ao potencial e por fim a energia total do sistema. Vemos que conforme aumentamos a velocidade do veículo o raio e o semi-eixo devem aumentar proporcionalmente para que essa igualdade se permaneça válida.

Com a equação 2.1.1 podemos estudar mais detalhadamente alguns tipos de manobras de transferência.

## 2.2 Transferência de Hohmann

A transferência de Hohmann foi idealizada por Walter Hohmann em 1925 e consiste na transferência de um veículo que se encontra em uma órbita circular, de raio  $r_i$  para uma órbita também circular de raio  $r_f$  coplanares entre si. Para realização dessa manobra, inicialmente aplicamos um  $\Delta V$  no veículo para colocá-lo em uma órbita de transferência elíptica, como mostra a figura 2.2.1.

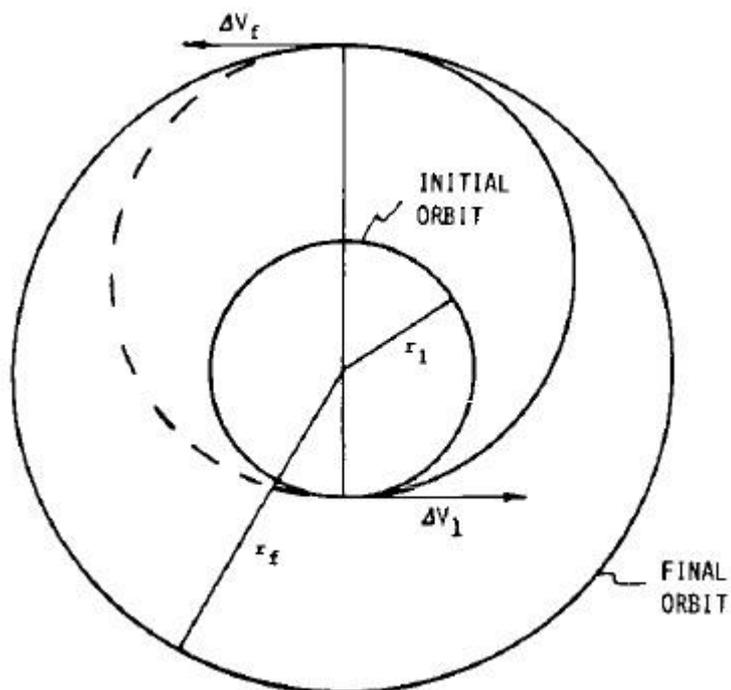


Figura 1 -Transferência de Hohmann (Chobotov, 2002).

Esse  $\Delta V$  pode ser calculado utilizando a equação 2.1.1 tanto para a órbita circular quanto para a órbita de transferência, lembrando que em uma órbita circular o semi-eixo maior é igual ao raio da órbita, teremos:

$$V_{c1} = \sqrt{2\left(\frac{\mu}{r_i} - \frac{\mu}{2a}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{r_i}} \quad (2.2.1)$$

No caso da órbita de transferência, notamos que o semi-eixo maior será:

$$2a = r_i + r_f \quad (2.2.2)$$

O raio no periapside da órbita de transferência equivale ao raio da órbita circular inicial, substituindo em 1.1.1, teremos:

$$V_{t1} = \sqrt{2\left(\frac{\mu}{r_i} - \frac{\mu}{(r_i + r_f)}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{r_i} \left(\frac{2r_f/r_i}{1 + r_f/r_i}\right)} \quad (2.2.3)$$

Fazendo a diferença entre a equação 2.2.3 e 2.2.1, teremos:

$$\Delta V_1 = V_{t1} - V_{c1} = \sqrt{\frac{\mu}{r_i} \left(\frac{2(r_f/r_i)}{1 + (r_f/r_i)}\right)} - \sqrt{\frac{\mu}{r_i}} \quad (2.2.4)$$

No caso do apoapside, temos que o raio será igual ao raio da órbita final  $r_f$ , com  $\Delta V$  igual à:

$$\Delta V_2 = V_{c2} - V_{t2} = \sqrt{\frac{\mu}{r_f}} - \sqrt{\frac{\mu}{r_f} \left(\frac{2}{1 + (r_f/r_i)}\right)} \quad (2.2.5)$$

Assim, somando as equações 2.2.4 e 2.2.5 temos a variação total de velocidade na manobra de Hohmann.

$$\Delta V_{total} = \Delta V_1 + \Delta V_2 \quad (2.2.6)$$

Podemos calcular o tempo necessário para se realizar a manobra notando que o veículo permanece apenas metade do período na órbita de transferência Bate (1971) temos:

$$t = \pi \sqrt{\frac{(a_t)^3}{\mu}} \quad (2.2.7)$$

Mas  $a_t = \frac{r_i + r_f}{2}$ , então a equação 1.2.7 resulta :

$$t = \pi \sqrt{\frac{(r_i + r_f / 2)^3}{\mu}} \quad (2.2.8)$$

### 2.3 Transferência entre órbitas não coplanares

Em transferências entre órbitas não coplanares é preciso aplicar um incremento de velocidade no ponto comum entre elas, chamado linha dos nodos. Esse incremento deve sofrer uma rotação de igual valor ao ângulo entre as órbitas, como mostra a figura 2.

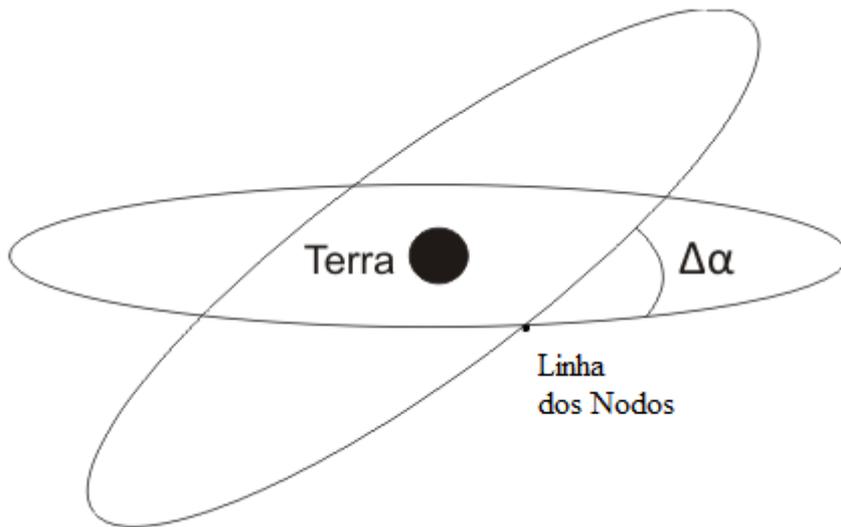


Figura 2 - Transferência entre órbitas não coplanares

Sabendo disso, temos que o incremento de velocidade necessário para se transferir um veículo entre órbitas não coplanares será, como demonstrado por (César,1986):

$$\Delta V_{\alpha} = 2V \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \quad (2.3.1)$$

onde  $V$  equivale à velocidade do veículo no momento do impulso.

## 2.4 Rendezvous

O rendezvous de veículos espaciais é um processo onde colocamos o veículo perseguidor próximo o bastante do alvo para que o processo de acoplamento possa ocorrer. Para que isso ocorra, o veículo perseguidor deve atingir os mesmo parâmetros que o veículo alvo, como por exemplo, mesma excêntrica, semi-eixo maior, estarem no mesmo plano, bem como estar na mesma posição da órbita ao mesmo tempo.

Segundo Fehse (2003), o rendezvous de um veículo pode ser dividido em várias fases, como o lançamento do veículo perseguidor, manobras de longo alcance, de curto alcance e o acoplamento. O ângulo formado pelos veículos deve ser o menor possível para que a

manobra de rendezvous possa ocorrer, inicialmente pelo rendezvous de longo alcance e finalizando com a grande proximidade dos veículos, dita rendezvous de curto alcance.

Como demonstrado por Kuga (2008) podemos obter o tempo necessário para um veículo atingir em sua órbita um determinado ponto, de acordo com a equação:

$$M = n(t - T) \quad (2.4.1)$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (1.4.2)$$

onde  $n$  é o movimento médio do veículo,  $M$  a anomalia média e  $T$  o tempo de passagem pelo perigeu da órbita. Para que o rendezvous aconteça, o tempo de transferência orbital do veículo perseguidor deve ser igual ao tempo que o veículo alvo demorará para atingir o ponto que ocorrerá a aproximação. (César,1986)

## 2.5 Problema de Lambert

Dado dois pontos em órbitas distintas e um tempo para se realizar essa transferência entre esses pontos, é possível obter o valor da variação de velocidade total que o veículo deverá ser submetido para que essa transferência seja possível, dentro dos parâmetros estabelecidos. O Problema de Lambert, ou Problema de Gauss, consiste em solucionar um conjunto de equações varrendo o intervalo de soluções elípticas como descrito por Batte (1971) e Rocco (2014).

$$F(z) = x(z)^3 S(z) + A\sqrt{y(z)} - t\sqrt{\mu} = 0 \quad (2.5.1)$$

$$\{z \in \mathbb{R} : 0 \leq z \leq (2\pi)^2\}$$

com

$$S(z) = \frac{\sqrt{z} - \sin(\sqrt{z})}{\sqrt{z^3}} \quad (2.5.2)$$

$$C(z) = \frac{1 - \cos(\sqrt{z})}{z} \quad (2.5.3)$$

$$y(z) = |\vec{r}_1| + |\vec{r}_2| - A \frac{1 - zS(z)}{\sqrt{C(z)}} \quad (2.5.3)$$

$$x(z) = \sqrt{\frac{y(z)}{C(z)}} \quad (2.5.4)$$

em que  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2$  são respectivamente os vetores posição inicial e final do veículo.

Quando a equação 2.4.1 for satisfeita, obtemos a velocidade do veículo na órbita de transferência por meio de:

$$\vec{v}_1 = \frac{\vec{r}_2 - f(z)\vec{r}_1}{g(z)} \quad (2.5.5)$$

$$\vec{v}_2 = \frac{\dot{g}(z)\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{g(z)} \quad (2.5.6)$$

sendo

$$f(z) = 1 - \frac{y(z)}{|\vec{r}_1|} \quad (2.5.7)$$

$$g(z) = A \sqrt{\frac{y(z)}{\mu}} \quad (2.5.8)$$

$$\dot{g}(z) = 1 - \frac{y(z)}{|\vec{r}_2|} \quad (2.5.9)$$

Com isso temos que a variação de velocidade em toda a manobra será:

$$\Delta \vec{v}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_{inicial} \quad (2.5.10)$$

$$\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}_{final} - \vec{v}_2 \quad (2.5.11)$$

$$\Delta\vec{v}_{total} = \Delta\vec{v}_1 + \Delta\vec{v}_2 \quad (2.5.12)$$

### 3. Software para o cálculo de Manobras Órbitais

O *software* implementado soluciona o problema de Lambert, já citado anteriormente, para encontrar a melhor manobra em uma transferência orbital. Para isso precisamos entrar com os dados relativos aos elementos keplerianos tanto do ponto inicial quanto do destino, ou seja, no caso de uma manobra de rendezvous devemos inicialmente entrar com os elementos keplerianos do veículo perseguidor, e os dados referentes ao ponto que ocorrerá o rendezvous.

O *software* realiza a transformação dos elementos keplerianos inserido para coordenadas cartesianas, sendo possível assim a utilização do problema de Lambert para encontrarmos a solução.



Figura 3 - Fluxograma representando as etapas do software.

Como em determinadas situações não sabemos qual será o tempo ótimo de manobra que nos custará o menor  $\Delta V$ , no *software* varremos um intervalo de tempo obtendo assim um gráfico com a variação de velocidade total realizada no veículo com relação ao tempo de manobra. Podemos determinar o quanto variará a cada etapa do processo, o que denominamos no *software* como *Step*. Em situações como descrita acima, iniciamos a varredura com valores de *step* mais grosseiros e refinando ao passo que reduzimos o intervalo em que se encontra o valor de tempo ótimo.

### 3.1 Validação do *Software*

Para a validação do *software* implementado, calculamos o  $\Delta V$  total de uma transferência de Hohmann entre uma órbita inicial de raio 7000 km e uma órbita final com raio de 10.000 km e constante gravitacional da Terra como sendo  $3,986 \cdot 10^5 \text{ km}^3/\text{s}^2$ . Utilizando as equações 2.2.1 a 2.2.8 encontramos os valores de  $\Delta V$  total e tempo de manobra ótima de:

$$\Delta V_{total} = 1,22283 \text{ km}^3/\text{s}^2$$

$$t = 3899,5 \text{ s}$$

Notamos da figura 4 que os valores de saída do *software* são bem próximos dos calculados. O fato do uso de várias casas decimais faz com que a precisão do *software* seja muito maior quando comparada com cálculos feitos à mão.

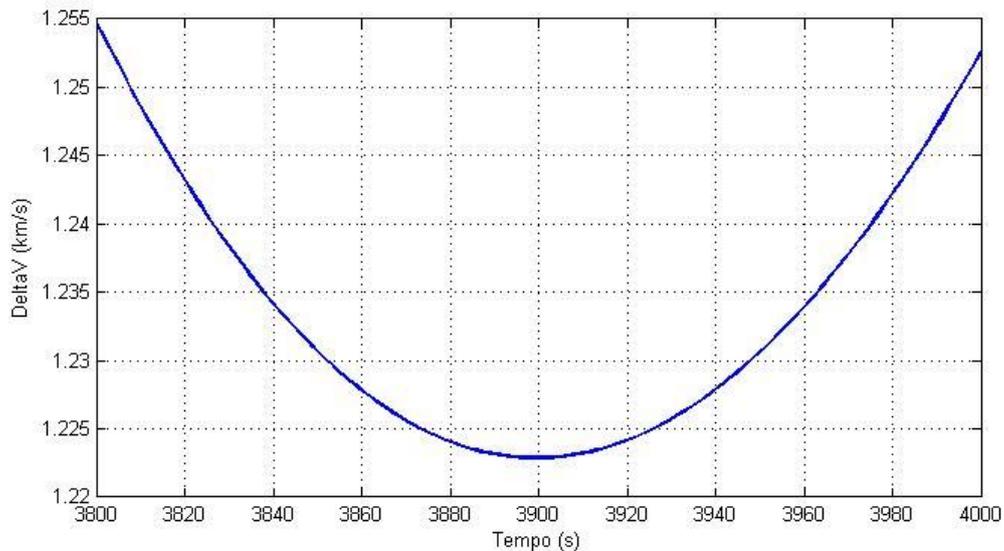


Figura 4 -  $\Delta V$  total da manobra em função da manobra.

Os valores de mínimo para o  $\Delta V$  se dá próximo de 3900s segundos. Mostrando que o software implementado é válido para o estudo da variação de velocidade em transferências orbitais já que se mostra bastante preciso nos valores obtidos.

## 4. Resultados

Agora discutiremos alguns dos resultados obtidos com a ajuda do *software* implementado. Estudamos os efeitos das variações de alguns dos elementos keplerianos na órbita final assim como a manobra de rendezvous utilizando manobra de Hohmann. Foi estudado manobras de rendezvous entre veículos quando inserimos o perseguidor em uma órbita com anomalia média de  $35^\circ$  enquanto o alvo se encontra em sua órbita com anomalia média de  $20^\circ$ . Com isso, analisamos os efeitos de uma manobra direta quando comparado com uma manobra após inserir o veículo perseguidor em uma órbita de estacionamento, de iguais elementos orbitais.

#### 4.1 Variação do $\Delta V$ em função dos elementos keplerianos em uma transferência de Hohmann.

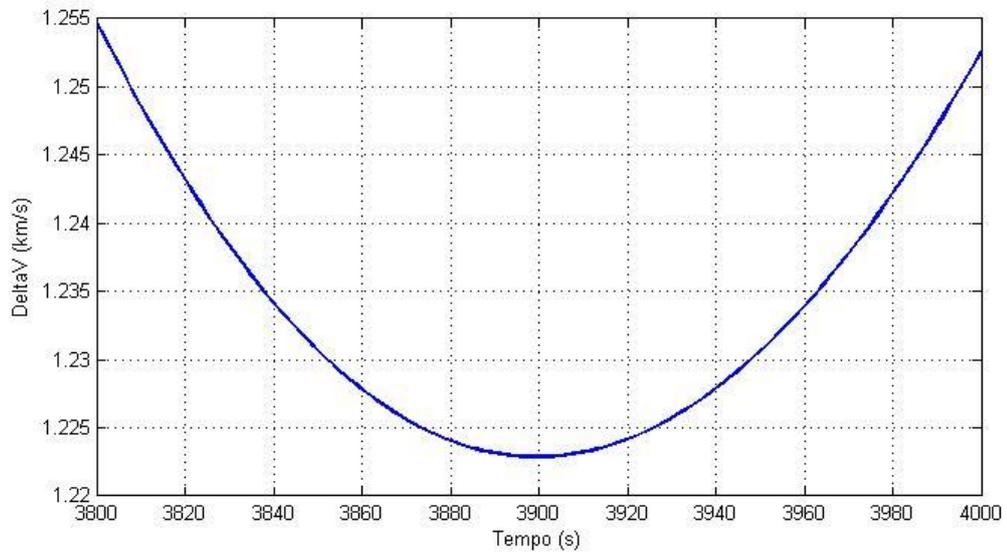


Figura 5 - Gráfico da variação de velocidade pelo tempo de manobra.

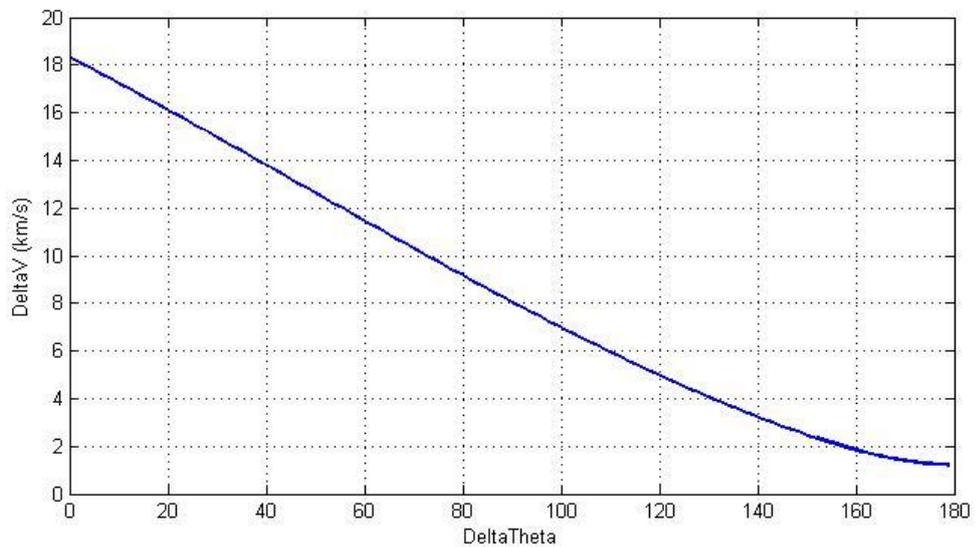


Figura 6 - Gráfico da variação de velocidade pela anomalia média da órbita final com tempo de manobra 3900 segundos (órbita inicial  $a=7000\text{km}$ ;  $e=0$ ;  $M=0^\circ$ ;  $i=0^\circ$ ;  $\omega=10^\circ$ ;  $\Omega=10^\circ$  e órbita final  $a=10000\text{km}$ ;  $e=0$ ;  $i=0^\circ$ ;  $\omega=10^\circ$ ;  $\Omega=10^\circ$ ).

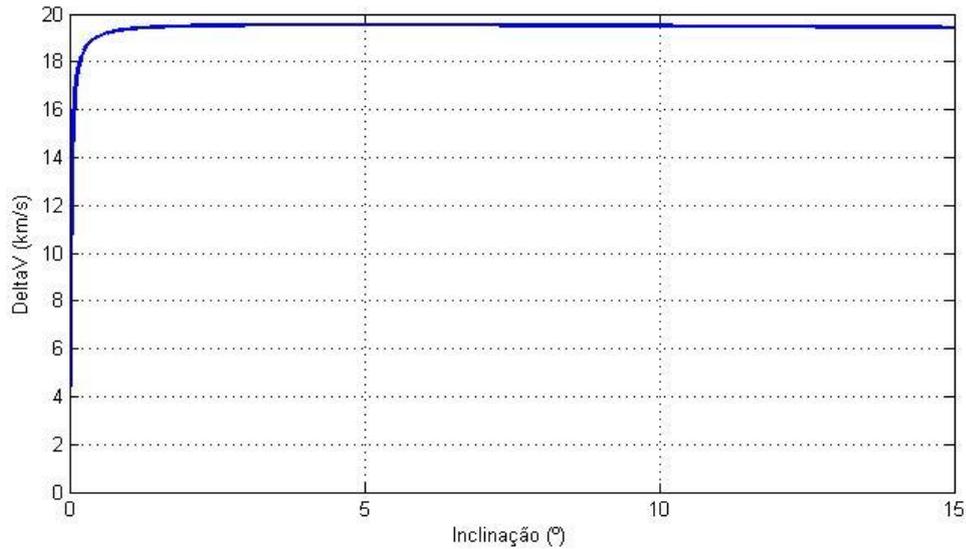


Figura 7 - Gráfico da variação de velocidade pela inclinação da órbita final com tempo de manobra 3900 segundos (órbita inicial  $a=7000\text{km}$ ;  $e=0$ ;  $M=0^\circ$ ;  $\omega=10^\circ$ ;  $\Omega=10^\circ$ ).

Vemos nas figuras 5 à 7 que mudanças nos elementos keplerianos da órbita de destino do veículo mudam drasticamente o valor necessário de incremento de velocidade para realizar tal manobra. Transferências entre órbitas com inclinação acentuada em geral não são realizadas devido ao grande incremento de velocidade que deve ser imposto ao veículo. Vemos na figura 6 que para se obter o menor  $\Delta V$  devemos transferir o veículo para o apoapside da órbita final, o que corresponde à manobra de Hohmann no tempo ótimo.

#### 4.2 Rendezvous utilizando transferência de Hohmann

Considerando duas órbitas circulares e uma transferência orbital do tipo Hohmann, podemos estudar o rendezvous de dois veículos com órbitas circulares de raio 7000 km para o veículo perseguidor e 10000 km para o alvo.

Utilizando a equação 2.4.1 considerando o tempo de passagem pelo perigeu como 0, podemos calcular o tempo necessário para o veículo alvo atingir o ponto da órbita correspondente ao valor da anomalia média que ele se encontra. Para uma anomalia média de  $180^\circ$ , teremos o valor de 4975,87 segundos, o que corresponde a metade do período do veículo. Com o valor do tempo de manobra ótimo (figura 8) do ponto de vista de  $\Delta V$  obtido com o software, conseguimos obter o ponto em que o veículo alvo deve estar situado para que iniciemos a manobra de rendezvous.

$$t_p = 4975.87 - 3895 = 1080,87 \text{ segundos}$$

Colocando nosso veículo perseguidor em seu ponto de anomalia média 0 quando o alvo tiver percorrido o tempo encontrado anteriormente, teremos que o valor de  $\Delta V$  e ângulo entre os veículos será:

$$\Delta V = 1,2229 \text{ km/s}$$

$$\theta = 39,09^\circ$$

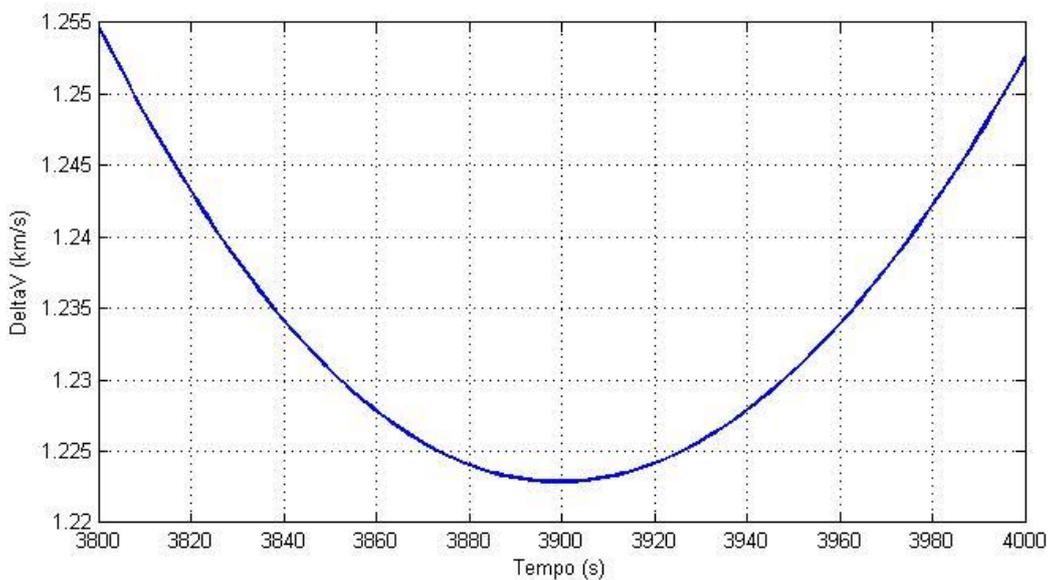


Figura 8 –  $\Delta V$  em uma manobra de Hohmann em função do tempo de manobra.

Ou seja, para realizarmos uma manobra de rendezvous utilizando a transferência de Hohmann, devemos esperar os veículos estarem nessa posição exata para que se comece a manobra de rendezvous.

### 4.3 Comparação entre transferência direta e transferência de uma órbita de estacionamento.

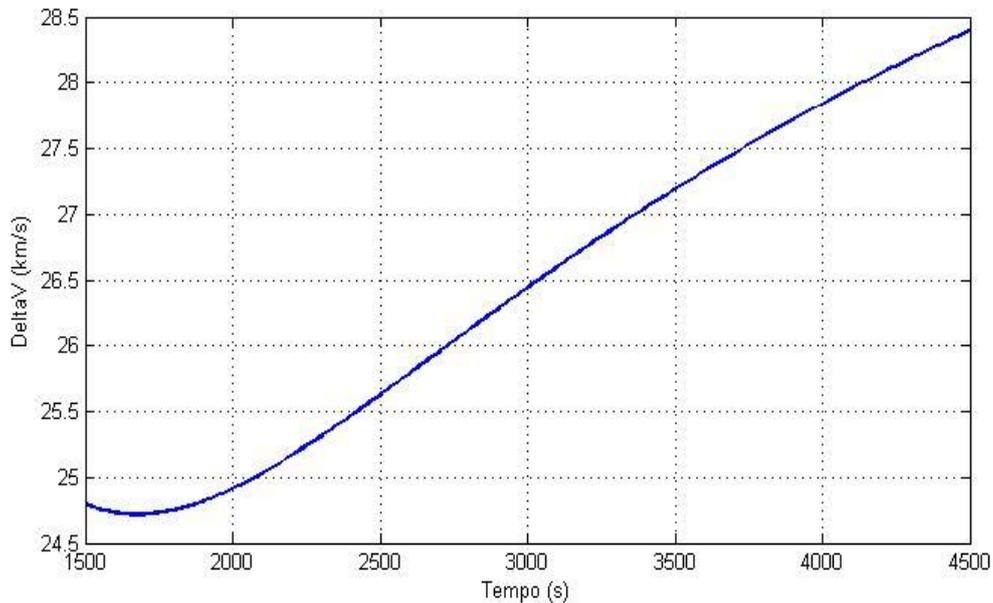


Figura 9 - Gráfico da variação de velocidade em função do tempo de manobra em uma transferência da órbita (órbita inicial  $a=600\text{km}$ ;  $M=35^\circ$ ;  $e=0$ ;  $i=0^\circ$ ;  $\omega=10^\circ$ ;  $\Omega=10^\circ$  para órbita final  $a=12000\text{ km}$ ;  $M=140^\circ$ ;  $e=0$ ;  $i=0^\circ$ ;  $\omega=10^\circ$ ;  $\Omega=10^\circ$ ).

Com a equação 2.4.1 calculamos o período do veículo perseguidor em sua órbita de estacionamento achando o valor de 146,26 segundos, o que corresponde a aproximadamente uma variação de  $4^\circ$  na anomalia média do veículo alvo. Observando a figura 9 vemos que o menor  $\Delta V$  será com um tempo de manobra de 1675 segundos, aproximadamente. Isso significa que para a manobra ocorrer nesse tempo o veículo alvo deve estar situado no início da manobra, numa anomalia média de  $114^\circ$  o que faria com que o perseguidor estivesse completamente fora dos parâmetros necessários para iniciar a manobra.

Contudo se esperarmos o perseguidor concluir 23 revoluções em sua órbita, teremos o alvo a  $112^\circ$  o que corresponderia ao perseguidor 1744 segundos de manobra necessários para concluir a manobra de rendezvous na órbita do veículo alvo. Comparando no esse valor na figura 9, vemos que o valor de  $\Delta V$  necessário para a realização dessa manobra será de 24,73 km/s o que comparado à manobra de rendezvous quando transferimos o veículo diretamente que vale 28,25 km/s, pois teríamos que realizar a manobra no tempo

de 4360 segundos para que houvesse o encontro, o que como podemos notar, aumenta o  $\Delta V$  necessário para realização da manobra.

Quando comparamos os valores acima, que se referem a órbitas coplanares e coaxiais com valores obtidos da figura 10 que referem à órbitas coplanares mas não coaxiais, vemos que os valores tanto para transferência direta quanto para transferência de uma órbita de estacionamento são menores. Isso se deve pelo fato da órbita do veículo alvo estar próxima da condição ideal, que seria uma transferência de Hohmann. No caso de órbitas não coaxiais o tempo necessário para o veículo perseguidor realizar a manobra de rendezvous deve ser de 2325 segundos que equivaleria esperar o veículo perseguidor completar 14 revoluções em sua órbita, com isso o valor de  $\Delta V$  seria de 14,78 km/s utilizando órbita de estacionamento e 17,27 km/s quando transferíssemos diretamente.

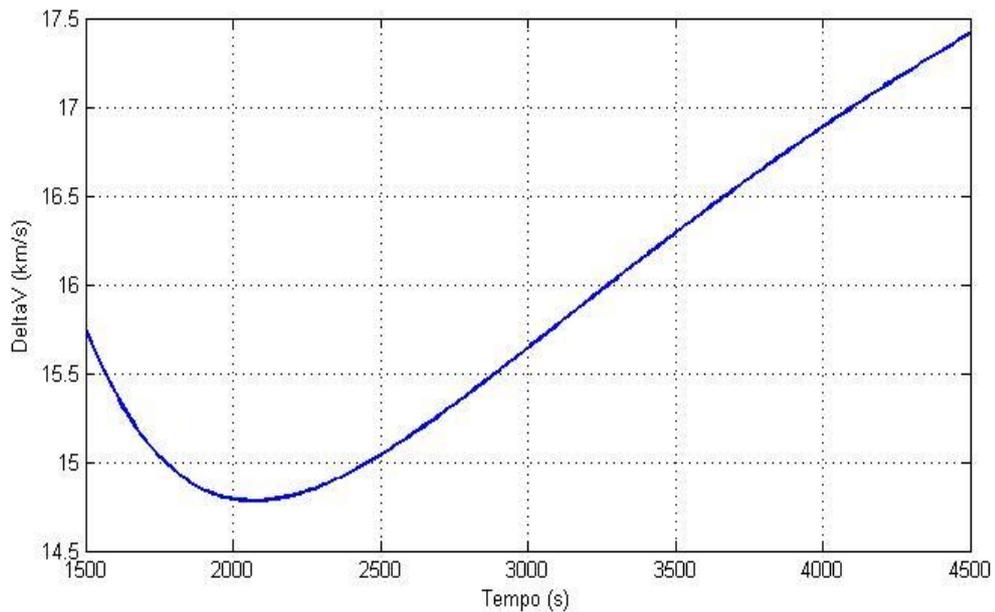


Figura 10 - Gráfico da variação de velocidade em função do tempo de manobra em uma transferência da órbita (órbita inicial  $a=600\text{km}$ ;  $M=35^\circ$ ;  $e=0$ ;  $i=0^\circ$ ;  $\omega=10^\circ$ ;  $\Omega=10^\circ$  para órbita final  $a=12000\text{ km}$ ;  $M=140^\circ$ ;  $e=0$ ;  $i=0^\circ$ ;  $\omega=35^\circ$ ;  $\Omega=40^\circ$ ).

## 5. Considerações Finais

As etapas previstas para o projeto foram completas, exceto o cálculo do consumo de propelente pois para tal, necessitamos definir a massa do veículo e as características do sistema de propulsão, como por exemplo, o impulso específico do combustível, o que depende da missão prevista para o veículo. Neste trabalho foi considerado o  $\Delta V$  como uma medida proporcional ao consumo de combustível, de maneira a tornar o estudo genérico e aplicável a todas missões espaciais, independente das características do sistema propulsivo adotado.

O *software* implementado nesse projeto pode ser usado para determinação do incremento de velocidade requerido para realizar manobras orbitais em futuros projetos. Os resultados desse trabalho serão apresentados no SICINPE 2015.

## 6. Referências Bibliográficas

CÉSAR, G.A.V. Acoplamento de naves espaciais, Trabalho de Graduação, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Brasil, 1986.

BATE, R.R., MUELLER, D.D., WHITE, J.E. Fundamentals of Astrodynamics, New York 1971.

KUGA, H.K., RAO, K.R., CARRARA, V. Introdução à Mecânica Orbital, 2ª Edição, INPE, São José dos Campos, SP, Brasil, 2008.

FEHSE, W. Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft, Cambridge University Press, 2003.

CHOBOTOV, V.A., Orbital Mechanics, 3<sup>rd</sup> Edition, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Virginia, 2002.

ROCCO, E.M., Simulation of the effects due the gravitational disturbances generated by the Sun, Phobos and Deimos in orbital maneuvers around Mars, CILAMCE 2014, Fortaleza, CE, Brazil, 2014.

VILHENA, R.M., Trajetória de Veículos Espaciais, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Brasil, 1978.