



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS



## **ESTUDO DE MANOBRAS PRÓXIMAS POR UM CORPO CELESTE**

**RELATÓRIO PARCIAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA  
PERÍODO DE FEVEREIRO A JULHO DE 2011  
(PIBITI/CNPq/INPE)**

**Gabriela Martins Cruz**

**Orientador**

**Dr. Jorge Kennety Silva Formiga**

**INPE  
São José dos Campos  
Julho 2011**

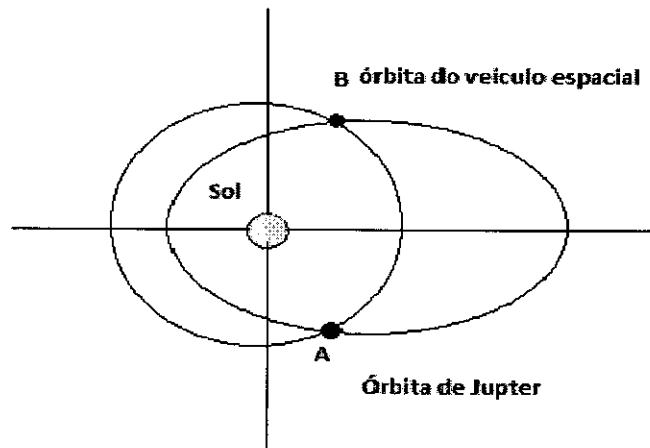
## INTRODUÇÃO

Este trabalho iniciado em Fevereiro de 2011 consiste em estudar os efeitos das características orbitais de um veículo espacial após realizar manobras assistidas por gravidade (ou manobras de swing-by) em que um veículo espacial faz uma passagem próxima a um corpo celeste para ganhar ou perder energia, velocidade e momento angular.

É sabido que um veículo espacial é controlado além dos seus propulsores, também por diversas forças físicas: força gravitacional exercida pelos planetas e/ou pelo Sol, força atmosférica, força eletromagnética, pressão de radiação solar, etc. Dependendo da missão interplanetária estas forças físicas bem como a distância e a duração podem ser decisivas para determinar a trajetória destes veículos. Com o objetivo de economizar combustível e com as circunstâncias de diversas forças aplicadas, diferentes modelos podem ser utilizados na determinação das orbitas destes veículos. A determinação das trajetórias dos veículos em questão, no sistema solar, considerando o efeito gravitacional de diversos corpos, pode ser resolvida através de integração numérica com auxílio de métodos existentes na literatura de extrema importância na análise da missão.

Em missões interplanetárias diversas técnicas utilizadas na determinação de trajetórias são apresentadas na literatura (Prussing, 1993). Neste estudo daremos ênfase a trajetórias assistidas por gravidade onde será utilizado o método conhecido por patched conic. Este método é apresentado por Broucke (1988) e Prado (1993), utilizado para analisar missões envolvendo corpos celestes e um veículo espacial (uma partícula) ou corpos celestes e uma nuvem de partículas. A idéia básica deste método consiste em um problema que pode ser estudado assumindo um sistema formado por três corpos: um primário de maior massa, um secundário de massa finita que está orbitando o corpo primário e uma partícula (veículo espacial) de massa infinitesimal que permanece orbitando o primário e faz uma passagem próxima do secundário. Essa partícula ao passar próximo do corpo secundário pode ter sua energia, velocidade e elementos orbitais alterados em relação ao corpo primário. Estas variações são determinadas com base nos instantes anteriores e posteriores a essa passagem próxima ocorrendo sempre em uma região conhecida como esfera de influência, isto é, em uma região em torno de

planeta onde se deseja realizar a manobra em que a atração gravitacional dele é predominante sobre os demais planetas (ver Fig.1).

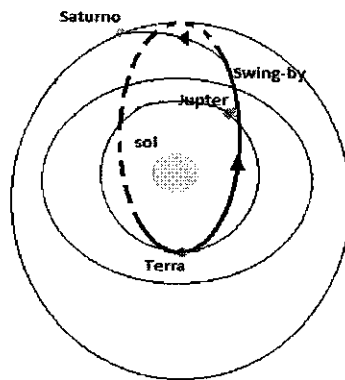


**Figura 1- Órbitas envolvidas na manobra. Fonte: Prado (2001)**

Justifica-se a escolha desse tema, pois podemos observar um grande avanço tecnológico na área espacial, onde visamos completar mais missões com sucesso, diminuindo seus custos, aumentando a utilização da energia dos planetas visitados para assim obter a economia de combustível.

## **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

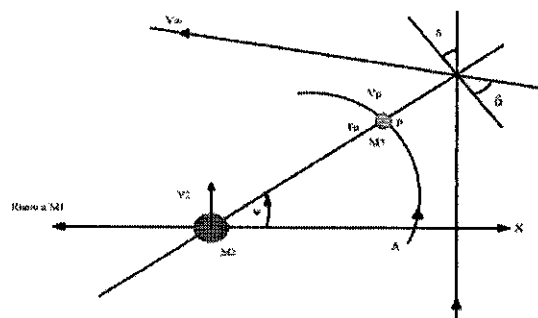
A manobra de swing-by é a parte da mecânica celeste em que seus primeiros estudos foram iniciados cerca de 150 anos atrás, com o problema de dois corpos em órbitas keplerianas, onde o veículo espacial se move em torno de um corpo celeste. Como exemplo de missões envolvendo swing-bys, temos: a missão Voyager, a qual foi para planetas exteriores do sistema solar (a partir de Júpiter, conforme Fig.2) com o uso de *swing-bys utilizando a gravidade dos planetas visitados*, onde ganharam energia (Kohlhase e Penzo, 1977).



**Figura 2- Manobra de swing-by. Fonte: Prado (2001)**

Outras missões que utilizaram as trajetórias *swing-by* obtiveram sucesso são (Prado, 2001):

- O uso do planeta Vênus para uma viagem da Terra até Marte; (Szebehely, 1965);
- O uso do planeta Júpiter para fazer uma forte alteração na inclinação do plano orbital de uma nave espacial, de modo que ela seja transferida para uma órbita que tenha um plano orbital perpendicular a eclíptica. Essa manobra já foi realizada na prática, com a finalidade de observar os pólos do Sol na missão Ulysses (Carvell, 1985);
- O uso de *swing-by* com a Terra, ou outro planeta interior, para fornecer energia suficiente ao veículo espacial para que ele atinja o exterior do Sistema Solar (Bymes e D'Amario, 1982);
- o uso de sucessivos *swing-bys* com a Lua para obter geometrias desejáveis nas órbitas das naves espaciais ao redor da Terra, tais como os satélites que observam fenômenos solares. Conforme visto em Farquhar e Dunham (1981). A Fig.3 mostra o exemplo de Farquhar e Dunham, 1981;



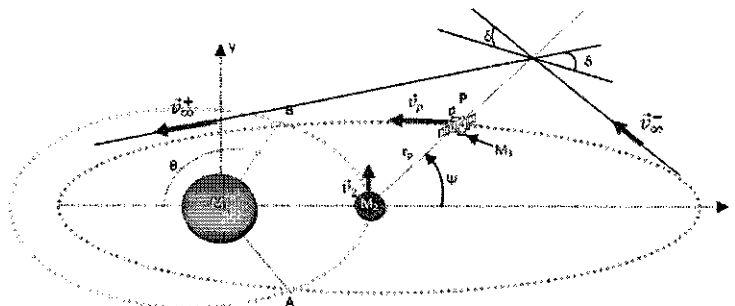
**Figura 3-Manobra de swing-by e algumas variáveis. Fonte: Prado (2001)**

## OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é investigar a variação de energia, variação de velocidade e dos elementos orbitais antes e depois da realização de manobras como também o número de possíveis manobras com finalidade de verificar a distância ótima de aproximação que um veículo deve ter para se obter menor consumo possível. Na realização de múltiplos swing-by será possível analisar também o número de manobras suficientes para o veículo escapar ou colidir com o planeta secundário.

## MODELO MATEMÁTICO

É sabido que a descrição matemática das manobras em estudo consiste na mudança de trajetória que um veículo espacial de massa infinitesimal ( $M_3$ ) executa quando passa próximo a um corpo de massa  $M_2$  ( $M_2 \gg M_3$ ) com órbita em torno de um corpo de maior massa ( $M_1 > M_2$ ). Devido à manobra de swing-by, a aproximação do corpo  $M_3$  com o corpo  $M_2$  pode gerar uma perda ou um ganho de energia. Tomando como referência a Fig. 4 o modelo apresentando por Prado (2001), notamos a existência de dois pontos para o possível encontro, denominados A e B, e a distância em que o veículo se aproxima do corpo  $M_2$ , chamado de  $r_p$ . Estas condições também são fundamentais para se obter uma manobra otimizada.



**Figura 4- swing-by no plano**

A determinação dos elementos orbitais antes do encontro com o planeta são obtidos pelas equações:

$$a = \frac{ra + rp}{2} \quad (1)$$

$$e = 1 - \frac{rp}{a} \quad (2)$$

$$E = -\frac{\mu_s}{2a} \quad (3)$$

$$C = \sqrt{\mu_s \cdot a(1 - e^2)} \quad (4)$$

Onde:

a= semieixo maior

e= excentricidade

E=energia,  $\mu_s = GM = 1,33.10^{11}$

C= momento angular

A magnitude da velocidade do veículo espacial em relação ao Sol no momento que cruza a orbita do planeta é obtida através da equação:

$$v_i = \sqrt{\mu_s \left( \frac{2}{r_{sp}} - \frac{1}{a} \right)} \quad (5)$$

Com isso, é possível encontra também a anomalia verdadeira ( $\theta$ ). Com a a Eq. (6) encontraremos dois valores para  $\theta$  relacionados respectivamente com os pontos A e B.

$$\theta = \cos^{-1} \frac{1}{e} \left( \frac{a \cdot (1 - e^2)}{r_{sp}} - 1 \right) \quad (6)$$

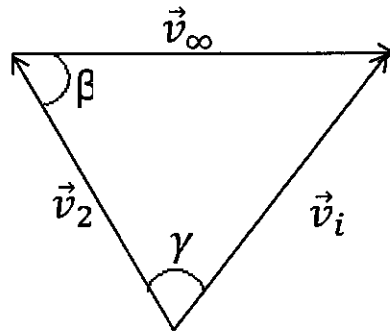
A seguir, determinamos a magnitude da velocidade do veículo espacial em relação ao planeta no momento do encontro. Temos a presença do ângulo entre a velocidade inercial e o vetor velocidade do planeta como mostrado abaixo:

$$V_{\infty} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \gamma} \quad (7)$$

Onde  $\gamma$  é:

$$\gamma = \tan^{-1} \left( \frac{e \sin \theta}{1 + e \cos \theta} \right)$$

A Figura 5 mostrada abaixo mostra a configuração da magnitude das velocidades, e a determinação do ângulo de aproximação  $\psi$ . Quando obtivermos  $\psi_1$  a rotação do vetor velocidade será no sentido horário. Quando  $\psi_2$ , a rotação do vetor será no sentido anti-horário. Estes ângulos são determinados através da Eq.(8).



**Figura 5- Soma vetorial envolvida no swing-by. Fonte: Prado (2001)**

$$\psi_1 = 180^\circ + \beta + \delta \quad (8)$$

$$\psi_2 = 360^\circ + \beta - \delta$$

Onde  $\beta$  e  $\delta$  são:

$$\beta = \cos^{-1} \left( -\frac{v_i^2 - v_2^2 - v_{\infty}^2}{2 \cdot v_2 \cdot v_{\infty}} \right) \quad (9)$$

$$\delta = \sin^{-1} \left( \frac{1}{1 + \frac{r_p v_{\infty}}{\mu_p}} \right) \quad (10)$$

$\mu_p$  é a constante gravitacional do planeta onde é realizado a manobra. Com os respectivos valores de  $\psi$ , podemos concluir que a energia após a manobra será:

- i) Se o swing-by ocorre na frente de M2, ( $0^\circ < \psi < 180^\circ$ ), a energia decresce de M3 com uma perda máxima quando  $\psi = 90^\circ$ .
- ii) Se o swing-by ocorre atrás de M2, ( $180^\circ < \psi < 360^\circ$ ), a energia aumenta de M3 com um ganho máximo quando  $\psi = 270^\circ$ .

Com isso chegamos a ultima parte que consiste na determinação da variação de energia ( $\Delta E$ ), momento angular ( $\Delta C$ ) e variação de velocidade ( $\Delta v$ ) após a manobra.

$$\Delta v = \vec{v}_0 - \vec{v}_i = 2|\vec{v}_\infty| \sin \delta \quad (11)$$

$$\Delta E = E_+ - E_- = -\vec{v}_2 - \vec{v}_\infty \sin \delta \sin \psi \quad (12)$$

$$\Delta C = \frac{\Delta E}{\omega} \quad (13)$$

Onde  $\omega$  é a velocidade angular entre os corpos primários,  $\delta$  é o ângulo de deflexão,  $E$  é a energia antes do encontro. Analisando essas equações (12) e (13), podemos dividir as órbitas da seguinte maneira:

- Elíptica direta: energia negativa e momento angular negativo;
- Elíptica retrógrada: energia negativa e momento angular positivo;
- Hiperbólica direta: energia positiva e momento angular negativo;
- Hiperbólica retrógrada: energia positiva e momento angular negativo;

Por fim, podemos encontrar o semi-eixo ( $a$ ) e a excentricidade ( $e$ ) depois da manobra através da variação da energia e do momento angular.

$$a = -\frac{\mu}{2E} \quad (14)$$

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{C^2}{\mu \cdot a}\right)} \quad (15)$$





## REFERÊNCIAS

**Broucke, R. A.**, 1988, "The Celestial Mechanics of Gravity Assist". A1AA paper 88-4220. (In: AIANAAS Astrodynamics Conference, Minneapolis, MN, 15-17 Aug. 1988.

**Prado, A. F. B. A.**, 2001, "Trajetórias Espaciais e Manobras Assistidas por Gravidade". São José dos Campos, INPE, pp. 75-113.

**Prado, A. F. B. A. and KUGA, H. K.** 2001, "Fundamentos de Tecnologia Espacial". São José dos Campos, INPE.

**Broucke, R.A. and Prado, A.F.B.A.**, 1993, "On the scattering of comets by a planet". In: Meeting of the ASS, 181., Phoenix, AZ, Jan. 3-7.

**Prado, A. F. B. A.**, 1997, "Close-Approach Trajectories in the Elliptic Restricted Problem". Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 20, No. 4, pp. 797-802.

**Prado, A. F. B. A.**, 1999, "Delta-V Estimate for Jupiter Swing-By Trajectories", Applied Mechanics in the Americas, Vol. 6, 1999, pp. 263-266.

**Prado, A. F. B. A. and Broucke, R. A.**, 1995a, "A Classification of Swing-By Trajectories using the Moon". Applied Mechanics Reviews, Vol. 48, No. 11, Part 2, pp. 138-142.

**Prado, A. F. B. A. and Broucke, R. A.**, 1995b, "Effects of Atmospheric Drag in Swing-By Trajectory". Acta Astronáutica, Vol. 36, No. 6, pp. 285-290.

**FELIPE, G.**, 2000 "Manobras orbitais aplicadas aos problemas de dois e três corpos" São José dos Campos: INPE, 2000. 170p. – (INPE-7530-TDI/736).