



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

# **SIMULAÇÃO NUMÉRICA EM DINÂMICA DOS FLUIDOS APLICADO A SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO ESCOAMENTO FORÇADO SOBRE UMA CAVIDADE ABERTA**

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA  
(PIBIC/CNPq/INPE)**

Ramiro de Oliveira Castro Prado (UBC, Bolsista PIBIC/CNPq)  
E-mail: [ramiro@las.inpe.br](mailto:ramiro@las.inpe.br)

Dr. Maurício Ribeiro Baldan (LAS/INPE, Orientador)  
E-mail: [baldan@las.inpe.br](mailto:baldan@las.inpe.br)

## **COLABORADORES**

Ms. José Carlos Lombardi (LAC/INPE)

Junho de 2002

## Agradecimentos

Meus agradecimentos ao CNPq / PIBIC pela bolsa concedida no início de março deste ano de 2002 e ao INPE, os quais deram condições a oportunidade de adquirir novos conhecimentos.

# **SUMÁRIO**

## **CAPÍTULO 1**

- INTRODUÇÃO
- OBJETIVO
- ESTRUTURAÇÃO

## **CAPÍTULO 2**

- FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

## **CAPÍTULO 3**

- MATERIAIS E MÉTODOS

## **CAPÍTULO 4**

- RESULTADOS, ANÁLISES E CONCLUSÃO

## **CAPÍTULO 5**

- CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

## **BIBLIOGRAFIA**

# CAPÍTULO I

## 1.0 INTRODUÇÃO.

Iniciaremos falando genericamente do DFC (Dinâmica dos Fluidos Computacional), que é uma ferramenta complementar aos estudos de análises teóricas e testes em laboratório, que não são suficientes, por razões de complexidade, custo e/ou tempo para facilitar o entendimento adequado dos fenômenos físicos que envolve problemas em DFC.

A Dinâmica dos Fluidos Computacional é definida como uma sub-área da computação científica que estuda métodos computacionais para simulação de fenômenos que envolvem o transporte de fluidos em movimento, com ou sem troca de calor.

O uso da DFC, cobre todos os detalhes importantes a respeito da aplicação do método de elemento finito aos escoamentos incompressíveis. Relaciona-se a fundo a teoria e o desenvolvimento apropriado aos métodos numéricos aplicados a solução de um fluxo incompressível. A partir desses dados podemos solucionar problemas envolvidos.

No geral, a DFC apresenta um versátil conjunto de algoritmos para a solução numérica dos problemas de escoamento. A aplicabilidade de cada algoritmo depende da situação tratada, e, em se tratando de um modelo computacional, é necessário expressar de forma adequada as equações bem como a região (domínio) em que as mesmas são válidas.

Devido à complexidade das equações de movimento de fluido, as técnicas computacionais de solução exigem grande poder de processamento, onde simulações numéricas de escoamentos podem gerar centenas de megabytes de dados, os quais necessitam de interpretação. A melhor forma de se extrair informações desses dados é utilizando técnicas de visualização, ou seja, apresentar de forma gráfica as várias propriedades do escoamento tais como: campos de

velocidade, pressão, temperatura, concentração (de alguma substância) e qualquer outra de interesse.

A equação de interesse principal, para descrever os fenômenos aqui estudados é a Equação de Navier-Stokes.

As condições de contorno e as condições iniciais, são tratadas usando a metodologia oferecida no livro-texto [Fortuna].

## 1.1 – OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é principalmente abordar fundamentos teóricos, e adquirir noções básicas em dinâmica dos fluidos, dando ênfase especial através de técnicas computacionais. Os conhecimentos adquiridos serão aplicados a um problema de escoamento forçado pelo movimento da tampa de uma caixa ou cavidade modelada pela Equação de Navier-Stokes.

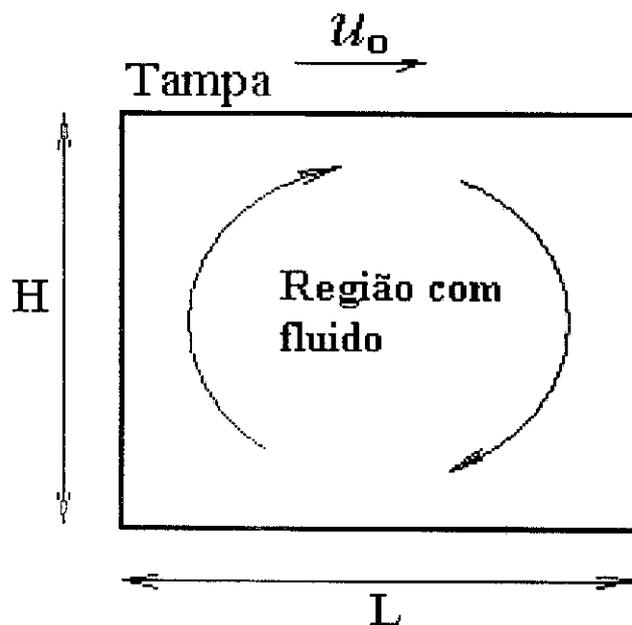


Fig.1a – Escoamento forçado pelo movimento da tampa de uma cavidade

Levando-se em consideração que o escoamento é incompressível, típico escoamento confinado, bidimensional, sendo que um dos contornos desse escoamento, move-se com velocidade uniforme e os outros contornos são fixos com condições de aderência nas paredes. veja fig.1a O problema, apresenta uma geométrica simples, e utilizará uma malha estruturada, que falaremos mais detalhes no capítulo seguinte. Esta aplicação em DFC é usada como *benchmark* e será um bom exercício para que se possa validar o nosso código computacional que será desenvolvido na linguagem C.

Inicialmente o interior da cavidade é totalmente preenchido com um fluido, tanto a tampa da cavidade como o fluido estão em repouso. As paredes são sólidas e impermeáveis. No instante  $t_0$  a tampa da cavidade é instantaneamente acelerada para uma velocidade  $u_0 > 0$ , devido as tensões viscosas, o movimento da tampa faz com que o fluido, que esta adjacente a tampa, seja arrastado provocando um movimento no interior da cavidade. Nossa problema será tratado inicialmente levando-se em conta uma cavidade quadrada ou seja  $L=H$ , mas havendo tempo faremos outras simulações para diferentes valores de L e H.

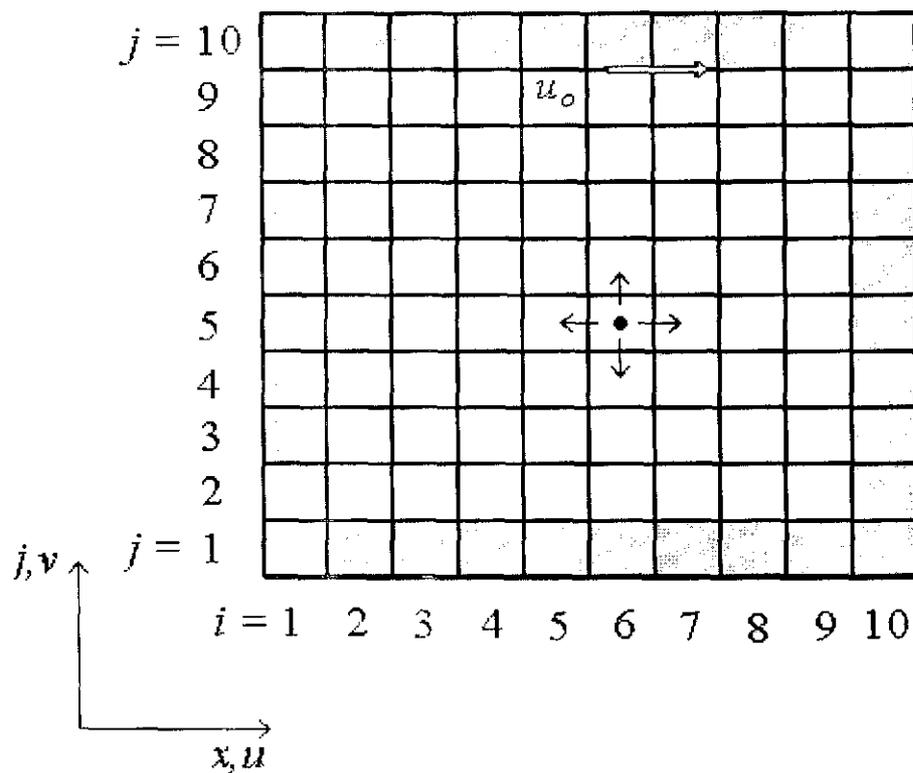


Fig.1b – Cavidade discretizada por meio de uma malha estruturada

Na fig.1b, apresentamos a malha estruturada, a grade quadriculada, um esquema de como iremos discretizar os pontos no interior da cavidade. Cabe ressaltar que as células hachuradas representam células de fronteiras em que devemos especificar as velocidades  $u$  e  $v$ , quando utilizamos a técnica da reflexão. Uma vez que discretizarmos as equações matemáticas que iremos usar para abordar o nosso problema determinaremos o escoamento estacionário dentro da cavidade para diferentes números de Reynolds.

## 1.2 – ESTRUTURAÇÃO.

As atividades do programa para este projeto de iniciação científica foi dividido em duas etapas :

- a primeira etapa, em andamento, consiste na leitura de dois primeiros capítulos, sendo que o primeiro faz uma introdução à dinâmica dos fluidos e o segundo aborda de uma forma sistemática as equações diferenciais parciais.
- na segunda etapa estudaremos as técnicas de soluções numéricas, e posteriormente as equações de Navier-Stokes.

## CAPÍTULO II

### 2.0 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Tendo em vista que estamos trabalhando neste projeto a apenas dois meses ainda não houve tempo hábil para um detalhamento teórico do problema que

estamos propondo. Mas é possível fazer algumas considerações, de forma genérica, sobre a ferramenta matemática que iremos usar no nosso problema.

A procura da solução de um problema físico requer o uso de um modelo matemático correspondente. A solução que procuraremos dar a este modelo matemático será numérica e portanto além de toda a fundamentação matemática dada ao nosso problema teremos que viabilizar a fundamentação computacional que requer, no mínimo, um bom conhecimento de uma linguagem de programação. Obviamente não será uma tarefa fácil, mas o projeto visa, passo a passo, dar o suporte necessário a estas duas fundamentações básicas para o desenvolvimento do mesmo. Vamos dar então uma breve descrição das equações, de uma forma geral, sem o rigor e o detalhamento das mesmas uma vez que ainda estamos no início deste projeto.

A maneira pelo qual iremos modelar o escoamento de fluidos, seja este, compressíveis, incompressíveis, turbulentos ou laminares, é através da solução das equações de Navier-Stokes. Dependendo do problema que esta sendo abordado as propriedades do escoamento e do fluido podem ser simplificadas e que torna a solução das equações de Navier-Stokes consideravelmente mais simples do ponto de vista de uma abordagem numérica que é o objetivo do nosso trabalho.

As equações de Navier-Stokes tem sua dedução matemática em princípios físicos básicos que são :

- 1) Conservação de massa
- 2) Conservação de momento
- 3) Conservação de Energia

Para a abordagem do nosso problema iremos aprimorar o nosso conhecimento sobre estas equações assim como faremos a dedução analítica das mesmas. Por hora gostaríamos de salientar que a conservação de massa é deduzida por um balanço de massa do fluido afluente e efluente, num volume elementar tomado no campo do escoamento. As equações de momento são deduzidas da segunda lei de Newton do movimento, que estabelece ser o produto da massa pela aceleração em uma dada direção igual às forças externas que agem sobre o corpo na mesma direção. Já a distribuição de temperatura no campo de escoamento é governada pela equação da energia, que pode ser deduzida escrevendo-se o balanço de energia, de acordo com a primeira lei da termodinâmica, num elemento diferencial de volume no campo do escoamento. Todas as deduções serão mostradas oportunamente ao longo deste projeto.

Uma vez em posse destas equações teremos que reescreve-las para que as mesmas possam ser implementas computacionalmente. Como sabemos, um vez

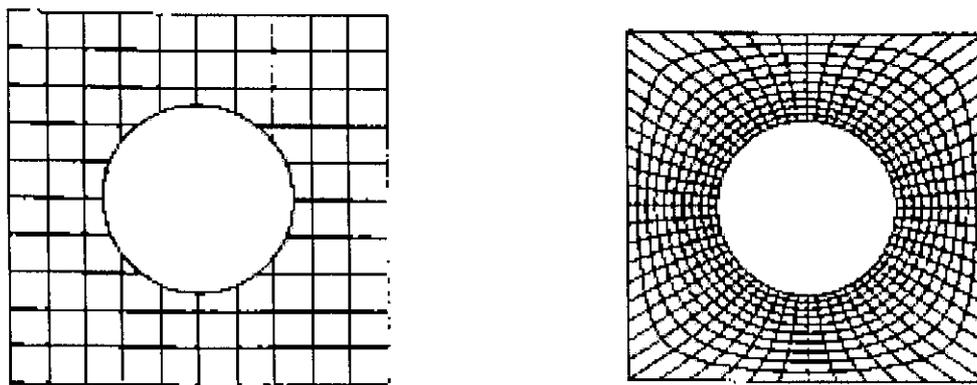
definido o domínio do nosso problema, as equações diferenciais parciais não são tratadas de uma forma contínua, mas sim como um conjunto discreto e finito de pontos na qual as propriedades de interesse são calculadas, sendo que quanto maior for o número de pontos mais próximo da solução exata será a solução aproximada.

Ao conjunto discreto de pontos distribuídos no domínio, que no nosso caso será o interior da cavidade conforme fig XX, dá-se o nome de malha, esta é a idéia fundamental das técnicas numéricas: a dimensão espacial é dividida em um conjunto discreto de pontos ou células e o tempo é discretizado em pequenos intervalos.

Uma vez que o domínio deve estar discretizado, isto é, dividido em pontos ou células, deve-se obter um conjunto de equações escritos em função dos valores das propriedades em pontos adjacentes da malha. Este procedimento resulta em um sistema de equações algébricas, geralmente lineares, que representam as EDPs no espaço computacional.

Como ultima consideração gostaria de chamar a atenção sobre as principais diferenças entre malhas estruturadas e malhas não estruturadas.

A figura 2a e 2b mostra uma malha estrutura em coordenadas ortogonais: como o cartesiano e o cilíndrico. As malhas estruturadas apresentam uma estrutura, ou regularidade, na distribuição espacial dos pontos, ou seja, se a discretização utilizada for obtida através da utilização de um sistema de coordenadas dizemos que a discretização resultante é estruturada, um vez que cada volume ou ponto interno tem sempre o mesmo número de vizinhos e a numeração dos mesmos tem uma seqüência natural. Este tipo de discretização apresenta uma série de vantagens para a implementação do programa computacional, pois a regra de ordenação dos elementos simplifica todas as rotinas. Por outro, estas malhas introduzem dificuldades quando a geometria do problema apresenta contornos que não permitem que o domínio físico completo seja mapeado em um único bloco computacional.



Figs.2a e 2b – Malha Estruturada – Discretização cartesiana.

As malhas não estruturadas, veja figura 2c, surgiram devido à necessidade de modelar domínios e geometrias complexas, tarefa difícil de se conseguir com malhas estruturadas. Nas malhas não estruturadas a célula ou volume de controle tem um formato arbitrário e, em geral, uma vizinhança variável. Em outras palavras poderíamos dizer que as malhas não estruturadas, são mais versáteis, entretanto, as mesmas apresentam dificuldades na ordenação.

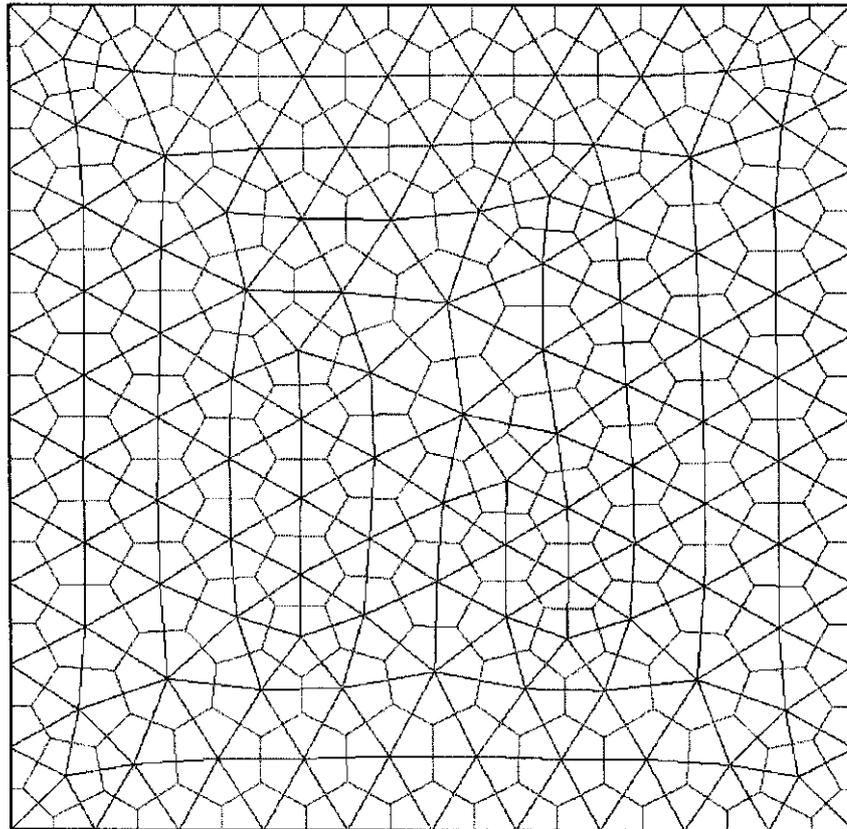


Fig.2c – Exemplo de malha não estruturada

### III – MATERIAIS E MÉTODOS...

Este projeto de iniciação científica tem sua base no estudo do livro Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos de Armando de Oliveira Fortuna, cuja a metodologia será adotada. A abordagem que daremos consistirá na leitura sistemática de todos os capítulos com algumas implementações numéricas dos exemplos mais interessantes. Para tanto é necessário o conhecimento de uma linguagem de programação, sendo que a linguagem C é adotada pelo nosso grupo.

Todo o desenvolvimento do trabalho de implementação da solução numérica se fará em um ambiente LINUX.

### IV – Resultados, Análises e Conclusão.

Este projeto iniciado a dois meses, não tem ainda resultados que possam ser tabulados. Mas tendo em visto a leitura dos primeiros capítulos do livro texto seria oportuno pontuar que uma gama enorme de conhecimento será necessário para se chegar a solução computacional do nosso problema o que faz deste projeto de iniciação científica um desafio. Gostaria ainda de ressaltar que, sendo eu aluno de Bacharelado em Ciências Aeronáuticas, tenho um interesse particular em dinâmica de fluidos e estou convicto que este projeto será de grande importância para minha formação profissional.

### **BIBLIOGRAFIA**

- FORTUNA, A. de Oliveira – Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos – Conceitos Básicos e Aplicações;
- CLOVIS, R. Maliske – Transferencia de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional;
- FAZENDA, A. Luiz – Tese de Doutorado em Computação Aplicada – Modelagem Bidimensional de Escoamentos Viscosos Incompressíveis com Malhas não Estruturadas Utilizando a Abordagem no Circuncentro.