



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21c/2018/07.06.13.45-TDI

BUSCA DE ÓRBITAS NATURAIS PARA OBSERVAR SISTEMAS MÚLTIPLOS DE ASTEROIDES

Bruna Yukiko Pinheiro Lopes Masago

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Ana Paula Marins Chiaradia, aprovada em 07 de junho de 2018.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3RDL7FB>>

INPE
São José dos Campos
2018

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GBDIR)

Serviço de Informação e Documentação (SESID)

CEP 12.227-010

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/7348

E-mail: pubtc@inpe.br

COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):

Presidente:

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CGCPT)

Membros:

Dra. Carina Barros Mello - Coordenação de Laboratórios Associados (COCTE)

Dr. Alisson Dal Lago - Coordenação-Geral de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CGCEA)

Dr. Evandro Albiach Branco - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (COCST)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia e Tecnologia Espacial (CGETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação-Geral de Observação da Terra (CGOBT)

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação - (CPG)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

Murilo Luiz Silva Gino - Serviço de Informação e Documentação (SESID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21c/2018/07.06.13.45-TDI

BUSCA DE ÓRBITAS NATURAIS PARA OBSERVAR SISTEMAS MÚLTIPLOS DE ASTEROIDES

Bruna Yukiko Pinheiro Lopes Masago

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Ana Paula Marins Chiaradia, aprovada em 07 de junho de 2018.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3RDL7FB>>

INPE
São José dos Campos
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Masago, Bruna Yukiko Pinheiro Lopes.

M37b Busca de órbitas naturais para observar sistemas múltiplos de asteroides / Bruna Yukiko Pinheiro Lopes Masago. – São José dos Campos : INPE, 2018.

xxix + 223 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21c/2018/07.06.13.45-TDI)

Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2018.

Orientadores : Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Ana Paula Marins Chiaradia.

1. Astrodinâmica. 2. Manobras orbitais. 3. Corpos pequenos. 4. Asteroides. I.Título.

CDU 629.7.017.3



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aluno (a): **Bruna Yukko Pinheiro Lopes Masago**

Título: "BUSCA DE ÓRBITAS NATURAIS PARA OBSERVAR SISTEMAS MÚLTIPLOS DE ASTEROIDES"

Aprovado (a) pela Banca Examinadora em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de **Doutor(a)** em **Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle**

Dr. Othon Cabo Winter



Presidente / UNESP/FEG / Guaratinguetá - SP

Participação por Video - Conferência

Aprovado Reprovado

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Participação por Video - Conferência

Aprovado Reprovado

Dra. Ana Paula Marins Chiaradia



Orientador(a) / UNESP/FEG / Guaratinguetá - SP

Participação por Video - Conferência

Aprovado Reprovado

Dr. Jorge Kennety Silva Formiga



Convidado(a) / UNESP / São José dos Campos - SP

Participação por Video - Conferência

Aprovado Reprovado

Este trabalho foi aprovado por:

maioria simples

unanimidade

São José dos Campos, 07 de Junho de 2018

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Doutor(a)** em
**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle**

Dra. Rosana Aparecida Nogueira de Araújo



Convidado(a) / UNESP/FEG / São Paulo - SP

Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado

Reprovado

Este trabalho foi aprovado por:

maioria simples

unanimidade

São José dos Campos, 07 de Junho de 2018

Ao meu marido Hélio, meus pais Maria Enide e Kaoru e minha irmã Monique.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço à minha família! Agradeço ao meu pai, à minha irmã e ao meu marido pelo apoio. Obrigada mãe por me guiar aí de cima!

Ao orientador Dr. Antônio F. Bertachini de A. Prado, o meu MUITO OBRIGADA pela compreensão e paciência. Agradeço pela ajuda em concluir este trabalho, que devido a tantas mudanças em minha vida se tornou um pouco mais difícil em seu fim. Agradeço também às orientadoras Dra. Ana Paula Marins Chiaradia e Dra Vivian Martins Gomes pela dedicação e pelos ensinamentos dados.

Enfim, agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro e por tornar possível a realização deste Doutorado.

RESUMO

As missões espaciais destinadas a pequenos corpos do Sistema Solar são importantes para aperfeiçoar o nosso conhecimento sobre o Universo. Normalmente, esses corpos não possuem características bem conhecidas, como seu campo de gravidade, forma, tamanho e massa, o que torna o planejamento de uma missão uma tarefa difícil. O presente trabalho tem como objetivo a busca de órbitas naturais, ou seja, aquelas que não utilizaram nenhuma manobra orbital, ao redor de asteroides múltiplos. Foram escolhidos os sistemas triplos 2001SN₂₆₃, (45) Eugenia, e o sistema duplo 2002CE₂₆. Ao escolher a trajetória de um veículo espacial, a evolução das distâncias entre o veículo e os corpos que compõem o sistema é primordial, pois influencia na qualidade das observações. Sendo assim, este trabalho tem como objetivo principal a busca de órbitas que permitam que o veículo espacial permaneça o maior tempo possível próximo aos corpos que compõem o sistema de asteroides, sem o uso de manobras orbitais. Foram utilizados os modelos que foram avaliados como mais adequados para cada sistema de asteroides, considerando os efeitos da pressão da radiação e a não esfericidade dos corpos. As órbitas naturais encontradas são úteis para uma missão, e podem ser usadas individualmente ou combinadas por manobras. Três pontos foram considerados. O primeiro é a inclusão da pressão da radiação solar nos modelos matemáticos. Os resultados mostram que órbitas naturais para explorar os três corpos não são comuns, mas algumas órbitas apresentam tempos de observação significativos. Por outro lado, órbitas que são adequadas para a exploração de Alpha e Gama são facilmente encontradas, bem como órbitas que já iniciam como satélite de Beta no instante inicial da simulação. O segundo é a importância das imprecisões na estimação dos dados físicos dos corpos dos sistemas 2001SN₂₆₃ e 2002CE₂₆, onde é assumido que a massa do corpo central é fornecida, deixando a análise das imprecisões para as massas dos corpos secundários. Esta tarefa é essencial, porque há grandes incertezas nesses valores. Em particular, trajetórias que apresentam tempos de observação bem distribuídos em todos os casos ao variar esses parâmetros físicos são muito importantes, porque podem ser usadas como órbitas de estacionamento iniciais para o veículo espacial. A partir dessas órbitas, o veículo pode fazer observações mais detalhadas do sistema e fazer uma estimativa mais precisa dos tamanhos e massas dos asteroides, permitindo assim a escolha de outras opções para a órbita do veículo espacial. O aspecto mais importante é encontrar órbitas que tenham tempos de observação para todos os cenários de imprecisões considerados. Os resultados mostram a existência de várias órbitas que atendem a este critério. O terceiro ponto a ser considerado é a variação do achatamento dos asteroides do sistema duplo 2002CE₂₆. Essa análise é motivada devido ao valor do achatamento do corpo central ser desconhecido. Observa-se que algumas órbitas apresentam uma melhora no tempo de observação, enquanto que outras não obtiveram variações significativas.

Palavras-chave: Astrodinâmica. Manobras orbitais. Corpos pequenos. Asteroides.

SEARCH FOR NATURAL ORBITS TO OBSERVE MULTIPLE SYSTEMS OF ASTERIODS

ABSTRACT

Space missions to small bodies of the Solar System are important for improving our knowledge about the Universe. Normally, these bodies do not have well-known characteristics, such as their gravity field, shape, size and mass, which makes planning a mission a difficult task. The present work has the objective of searching for natural orbits, that is, those that did not use any orbital maneuver, around multiple asteroid systems. The triple systems 2001SN₂₆₃, (45) Eugenia, and the double system 2002CE₂₆ were chosen. When choosing the trajectory of a space vehicle, the evolution of the distances between the vehicle and the bodies that compose the system are measured, because they are important for the quality of the observations. Thus, this work has the main objective of searching for orbits that allow the space vehicle to remain as long as possible near the bodies that compose the asteroid system, without the use of orbital maneuvers. We used the models that were considered to be the most suitable for each asteroid system, considering the effects of radiation pressure and the non sphericity of the bodies. Natural orbits are useful for a mission, and can be used individually or combined by maneuvers. Three main points were considered. The first is the inclusion of solar radiation pressure in mathematical models. The results show that natural orbits to explore the three bodies are not common, but some orbits have significant observation times. On the other hand, orbits that are suitable for the exploration of Alpha and Gamma are easily found, as well as orbits that already start as a Beta satellite at the initial moment of the simulation. The second is the importance of inaccuracies in the estimation of the physical data of the bodies of the systems 2001SN₂₆₃ and 2002CE₂₆, where it is assumed that the mass of the central body is supplied, leaving the analysis of the errors for the masses of the secondary bodies. This task is essential because there are great uncertainties in these values. In particular, trajectories that present well-distributed observation times in all cases by varying these physical parameters are very important because they can be used as initial parking orbits for the spacecraft. From these orbits, the vehicle can make more detailed observations of the system and more accurately estimate the sizes and masses of the asteroids, thus allowing the choice of other options for the space vehicle orbit. The most important aspect is to find orbits that have observation times for all scenarios of inaccuracies considered. The results show the existence of several orbits that meet this criterion. The third point to be considered is the asteroid flattening variation of the double system 2002CE₂₆. This analysis is motivated because the flatness of the central body is unknown. It is observed that some orbits present an improvement in the time of observation, while others did not obtain significant variations.

Keywords: Astrodynamics. Orbital maneuvers. Small bodies. Asteroids.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 4.1 - Ilustração do modelo.....	11
Figura 5.1 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando não há pressão da radiação (Órbita 2).....	34
Figura 5.2 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando não há pressão da radiação (Órbita 2). Abaixo um zoom entre 18 e 21 dias de simulação.....	35
Figura 5.3 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 2).....	36
Figura 5.4 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 2) ($\varphi = 4\lambda' - 3\lambda - \varpi'$).....	36
Figura 5.5 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 2).....	38
Figura 5.6 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 2). Abaixo um zoom entre 36 e 40 dias de simulação.....	39
Figura 5.7 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 2).	40
Figura 5.8 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 2) ($\varphi = 4\lambda' - 3\lambda - \varpi'$).....	40
Figura 5.9 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando não há pressão da radiação (Órbita 4).....	41
Figura 5.10 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando não há pressão da radiação (Órbita 4). Abaixo um zoom entre 30 e 40 dias de simulação.....	42
Figura 5.11 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 4).....	43
Figura 5.12 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 4) ($\varphi = \lambda' - 3\lambda + 2\varpi'$).....	43

Figura 5.13 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 4).	44
Figura 5.14 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 4). Abaixo um zoom até 40 dias de simulação.	45
Figura 5.15 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 4).	46
Figura 5.16 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 4) ($\varphi = \lambda' - 3\lambda + 2\varpi'$).....	46
Figura 5.17 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando não há pressão da radiação (Órbita 18).	47
Figura 5.18 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando não há pressão da radiação (Órbita 18). Abaixo um zoom entre 10 e 12 dias de simulação.	48
Figura 5.19 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 18).....	49
Figura 5.20 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 18) ($\varphi = 6\lambda' - 5\lambda - \varpi'$).....	50
Figura 5.21 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 18).	51
Figura 5.22 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 18). Abaixo um zoom até 12 dias de simulação.	52
Figura 5.23 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 18).	53
Figura 5.24 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 18) ($\varphi = 6\lambda' - 5\lambda - \varpi'$).....	54
Figura 5.25 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 22).	55

Figura 5.26 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 22). Abaixo um zoom entre 40 e 62,50 dias de simulação.....	56
Figura 5.27 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 22).	57
Figura 5.28 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 22) ($\varphi = 4\lambda' - 3\lambda - \varpi'$).....	57
Figura 5.29 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando não há pressão da radiação (Órbita 33).	59
Figura 5.30 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando não há pressão da radiação (Órbita 33). Abaixo um zoom entre 20 e 40 dias de simulação.	59
Figura 5.31 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 33).	60
Figura 5.32 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 33) ($\varphi = 3\lambda' - 7\lambda + 4\varpi'$).....	61
Figura 5.33 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) em duas perspectivas diferentes quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 33).	62
Figura 5.34 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 33). Abaixo um zoom entre 20 e 50 dias de simulação.	63
Figura 5.35 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 33).	64
Figura 5.36 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 33) ($\varphi = 3\lambda' - 7\lambda + 4\varpi'$).	64
Figura 5.37 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) em duas perspectivas diferentes quando há pressão da radiação e o asteroide está em seu apoapsis (Órbita 5).	66
Figura 5.38 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está em seu apoapsis (Órbita 5).	66

Figura 5.39 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) em duas perspectivas diferentes quando há pressão da radiação e o asteroide está em seu apoapsis (Órbita 7).	67
Figura 5.40 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está em seu apoapsis (Órbita 7).	67
Figura 5.41 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando não há pressão da radiação (Órbita 27).	69
Figura 5.42 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando não há pressão da radiação (Órbita 27). Abaixo o zoom de dois intervalos: entre 10 e 40 dias e entre 40 e 62,50 dias de simulação.	69
Figura 5.43 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 27).	71
Figura 5.44 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Beta em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 27) ($\varphi = 5\lambda' - 3\lambda - 2\varpi'$).	71
Figura 5.45 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 27).	72
Figura 5.46 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 27). Abaixo um zoom entre 20 e 50 dias de simulação.	73
Figura 5.47 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 27).	74
Figura 5.48 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Beta em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 27) ($\varphi = 5\lambda' - 3\lambda - 2\varpi'$).	74
Figura 5.49 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando não há pressão da radiação (Órbita 31).	75
Figura 5.50 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando não há pressão da radiação (Órbita 31). Abaixo um zoom até 25 dias de simulação.	76
Figura 5.51 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 31).	77
Figura 5.52 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 31) ($\varphi = 2\lambda' - 7\lambda + 5\varpi'$).	77

Figura 5.53 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 31).	79
Figura 5.54 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 31). Abaixo um zoom de dois intervalos: até 30 dias e entre 30 e 62,50 dias.	79
Figura 5.55 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 31).	81
Figura 5.56 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 31) ($\varphi = 2\lambda' - 7\lambda + 5\varpi'$).	81
Figura 5.57 - Trajetória do veículo (verde), Beta (azul) e Gama (vermelho) para a Órbita 20 quando o asteroide está em seu periapsis em todos os cenários (A: valores nominais, B: (+)(+), C: (+)(-), D: (+)(0), E: (0)(+), F: (0)(-), G: (-)(+), H: (-)(-) e I: (-)(0))......	97
Figura 5.58 – Gráficos da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo para a Órbita 20 quando o asteroide está em seu periapsis em todos os cenários (A: valores nominais, B: (+)(+), C: (+)(-), D: (+)(0), E: (0)(+), F: (0)(-), G: (-)(+), H: (-)(-) e I: (-)(0)).	99
Figura 5.59 – Gráficos do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo para a Órbita 20 quando o asteroide está em seu periapsis em todos os cenários (A: valores nominais, B: (+)(+), C: (+)(-), D: (+)(0), E: (0)(+), F: (0)(-), G: (-)(+), H: (-)(-) e I: (-)(0)) ($\varphi = 5\lambda' - 6\lambda + \varpi'$)... ..	101
Figura 5.60 - Trajetória do veículo (verde), Beta (azul) e Gama (vermelho) para a Órbita 5 quando o asteroide está em seu periapsis no cenário (+)(+) (similar para todos os cenários).	103
Figura 5.61 - Trajetória do veículo (verde), Beta (azul) e Gama (vermelho) para a Órbita 59 quando o asteroide está em seu periapsis em todos os cenários (A: valores nominais, B: (+)(+), C: (+)(-), D: (+)(0), E: (0)(+), F: (0)(-), G: (-)(+), H: (-)(-) e I: (-)(0))......	105
Figura 5.62 – Gráficos da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo para a Órbita 59 quando o asteroide está em seu periapsis em todos os cenários (A: valores nominais, B: (+)(+), C: (+)(-), D: (+)(0), E: (0)(+), F: (0)(-), G: (-)(+), H: (-)(-) e I: (-)(0)).	107
Figura 5.63 – Gráficos do ângulo ressonante entre o veículo e Beta em função do tempo para a Órbita 59 quando o asteroide está em seu periapsis em todos os cenários (A: valores nominais, B: (+)(+), C: (+)(-), D: (+)(0),	

E: (0)(+), F: (0)(-), G: (-)(+), H: (-)(-) e I: (-)(0) ($\varphi = 5\lambda' - 3\lambda - 2\varpi'$).....	109
Figura 6.1 - (a): trajetória do veículo (verde), Petit-Prince (azul) e Princesse (vermelho), (b): distâncias do veículo em função do tempo até Eugenia (azul), Petit-Prince (vermelho) e Princesse (verde) quando o veículo começa em seu apoapsis.	116
Figura 6.2 - (a): zoom do intervalo $d < 50$ km, (b): zoom do intervalo $50 < d < 100$ km.	117
Figura 6.3 - (a): trajetória do veículo (verde), Petit-Prince (azul) e Princesse (vermelho), (b): distâncias do veículo em função do tempo até Eugenia (azul), Petit-Prince (vermelho) e Princesse (verde) quando o veículo começa em seu periapsis.	118
Figura 6.4 - (a): zoom do intervalo $d < 50$ km, (b): zoom do intervalo $50 < d < 100$ km.	118
Figura 7.1 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no cenário nominal (Órbita 2 – asteroide no periapsis).	132
Figura 7.2 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no caso nominal (Órbita 2 – asteroide no periapsis).	133
Figura 7.3 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no caso nominal (Órbita 2 – asteroide no periapsis).	133
Figura 7.4 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no caso nominal (Órbita 2 – asteroide no periapsis).	134
Figura 7.5 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e o corpo secundário em função do tempo no caso nominal (Órbita 2 – asteroide no periapsis) ($\varphi = 4\lambda' - 3\lambda - \varpi'$).	134
Figura 7.6 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no caso nominal (Órbita 3 – asteroide no periapsis).	135
Figura 7.7 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no caso nominal (Órbita 3 – asteroide no periapsis).	136
Figura 7.8 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no caso nominal (Órbita 3 – asteroide no periapsis).	136
Figura 7.9 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no caso nominal (Órbita 3 – asteroide no periapsis).	137
Figura 7.10 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e o corpo secundário em função do tempo no caso nominal (Órbita 3 – asteroide no periapsis) ($\varphi = 5\lambda' - 4\lambda - \varpi'$).	137
Figura 7.11 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no periapsis).	139
Figura 7.12 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no periapsis).	140

Figura 7.13 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no periapsis).....	140
Figura 7.14 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no periapsis).	141
Figura 7.15 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no apoapsis).	142
Figura 7.16 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no apoapsis).	142
Figura 7.17 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no apoapsis).	143
Figura 7.18 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no apoapsis).....	143
Figura 7.19 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 3 quando o asteroide está em seu apoapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.	145
Figura 7.20 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no cenário R1 + 10% e R2 - 10% (Órbita 3 – asteroide no apoapsis).	146
Figura 7.21 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no cenário R1 + 10% e R2 - 10% (Órbita 3 – asteroide no apoapsis).	146
Figura 7.22 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no cenário R1 + 10% e R2 - 10% (Órbita 3 – asteroide no apoapsis).	147
Figura 7.23 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no cenário R1 + 10% e R2 - 10% (Órbita 3 – asteroide no apoapsis).....	147
Figura 7.24 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 8 quando o asteroide está em seu periapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.	148
Figura 7.25 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no cenário Massa menos imprecisão (Órbita 8 – asteroide no periapsis).....	149
Figura 7.26 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no cenário Massa menos imprecisão (Órbita 8 – asteroide no periapsis).....	149
Figura 7.27 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no cenário Massa menos imprecisão (Órbita 8 – asteroide no periapsis).....	150

Figura 7.28 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no cenário Massa menos imprecisão (Órbita 8 – asteroide no periapsis).	150
Figura 7.29 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 8 quando o asteroide está em seu apoapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.	151
Figura 7.30 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no cenário Massa mais imprecisão (Órbita 8 – asteroide no apoapsis).	152
Figura 7.31 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no cenário Massa mais imprecisão (Órbita 8 – asteroide no apoapsis).	152
Figura 7.32 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no cenário Massa mais imprecisão (Órbita 8 – asteroide no apoapsis).	153
Figura 7.33 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no cenário Massa mais imprecisão (Órbita 8 – asteroide no apoapsis).....	153
Figura 7.34 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 21 quando o asteroide está em seu periapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.	154
Figura 7.35 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 – asteroide no periapsis).....	155
Figura 7.36 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 – asteroide no periapsis).....	157
Figura 7.37 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 – asteroide no periapsis).....	158
Figura 7.38 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 – asteroide no periapsis).....	159

Figura 7.39 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 21 quando o asteroide está em seu apoapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 – asteroide no apoapsis).	161
Figura 7.40 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 – asteroide no apoapsis).	162
Figura 7.41 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 – asteroide no apoapsis).	163
Figura 7.42 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 – asteroide no apoapsis).	164
Figura 7.43 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 – asteroide no apoapsis).	165
Figura 7.44 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 45 quando o asteroide está em seu periapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.	167
Figura 7.45 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 – asteroide no periapsis).	168
Figura 7.46 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 – asteroide no periapsis).	170
Figura 7.47 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 – asteroide no periapsis).	171

Figura 7.48 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 - asteroide no periapsis).....	172
Figura 7.49 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 56 quando o asteroide está em seu periapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.	174
Figura 7.50 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 56 - asteroide no periapsis).....	175
Figura 7.51 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 56 - asteroide no periapsis).....	176
Figura 7.52 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 56 - asteroide no periapsis).....	178
Figura 7.53 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 56 - asteroide no periapsis).....	179
Figura 7.54 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 36 quando o asteroide está em seu apoapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.	181
Figura 7.55 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 36 - asteroide no apoapsis).	181
Figura 7.56 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 36 - asteroide no apoapsis).	183

Figura 7.57 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 36 – asteroide no apoapsis).	184
Figura 7.58 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 36 – asteroide no apoapsis).	185
Figura 7.59 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 45 quando o asteroide está em seu apoapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.	187
Figura 7.60 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 – asteroide no apoapsis).	188
Figura 7.61 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 – asteroide no apoapsis).	190
Figura 7.62 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 – asteroide no apoapsis).	191
Figura 7.63 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 – asteroide no apoapsis).	192
Figura 7.64 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 2 quando o asteroide está em seu periapsis (a) e apoapsis (b) para os nove cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) J2princ = 0 e J2sec = 0,1, (3) J2princ = 0 e J2sec = 0,2, (4) J2princ = 0,1 e J2sec = 0, (5) J2princ = 0,1 e J2sec = 0,1, (6) J2princ = 0,1 e J2sec = 0,2, (7) J2princ = 0,2 e J2sec = 0, (8) J2princ = 0,2 e J2sec = 0,1 e (9) J2princ = 0,2 e J2sec = 0,2.	201
Figura 7.65 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários para a Órbita 2 quando o	

asteroide está em seu periapsis: (1) Valores nominais, (2) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,1$, (3) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,2$, (4) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0$, (5) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,1$, (6) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,2$, (7) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0$, (8) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,1$ e (9) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,2$ 202

Figura 7.66 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 23 quando o asteroide está em seu periapsis (a) e apoapsis (b) para os nove cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,1$, (3) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,2$, (4) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0$, (5) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,1$, (6) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,2$, (7) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0$, (8) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,1$ e (9) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,2$ 204

Figura 7.67 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários para a Órbita 23 quando o asteroide está em seu periapsis: (1) Valores nominais, (2) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,1$, (3) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,2$, (4) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0$, (5) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,1$, (6) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,2$, (7) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0$, (8) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,1$ e (9) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,2$ 205

Figura 7.68 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 26 quando o asteroide está em seu periapsis (a) e apoapsis (b) para os nove cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,1$, (3) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,2$, (4) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0$, (5) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,1$, (6) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,2$, (7) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0$, (8) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,1$ e (9) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,2$ 208

Figura 7.69 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários para a Órbita 26 quando o asteroide está em seu apoapsis: (1) Valores nominais, (2) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,1$, (3) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,2$, (4) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0$, (5) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,1$, (6) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,2$, (7) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0$, (8) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,1$ e (9) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,2$ 209

Figura 7.70 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 48 quando o asteroide está em seu periapsis (a) e apoapsis (b) para os nove cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,1$, (3) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,2$, (4) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0$, (5) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,1$, (6) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,2$, (7) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0$, (8) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,1$ e (9) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,2$ 211

Figura 7.71 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários para a Órbita 48 quando o asteroide está em seu apoapsis: (1) Valores nominais, (2) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,1$, (3) $J2_{princ} = 0$ e $J2_{sec} = 0,2$, (4) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0$, (5) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,1$, (6) $J2_{princ} = 0,1$ e $J2_{sec} = 0,2$, (7) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0$, (8) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,1$ e (9) $J2_{princ} = 0,2$ e $J2_{sec} = 0,2$ 212

LISTA DE TABELAS

Pág.

Tabela 5.1 - Componentes físicos e orbitais do sistema 2001SN ₂₆₃	21
Tabela 5.2 - Número de órbita, tipo de órbita e ordem de ressonância, tempo de observação (em dias) em que o veículo permanece em uma distância $d < 5$ km de cada corpo e o tempo de observação (em dias) que o veículo permanece em uma distância na faixa de 5 a 10 km de cada corpo.	23
Tabela 5.3 - Cenários simulados.	84
Tabela 5.4 - Nomenclatura das órbitas.	84
Tabela 5.5 - Primeira família de órbitas simuladas.	86
Tabela 5.6 - Segunda família de órbitas simuladas.	89
Tabela 5.7 - Terceira família de órbitas simuladas.....	92
Tabela 5.8 - Tempos de observação nos nove cenários simulados (Órbita 20).....	96
Tabela 5.9 - Tempos de observação nos nove cenários simulados (Órbita 59).....	104
Tabela 6.1 - Componentes físicos e orbitais do sistema (45) Eugenia.	113
Tabela 6.2 - Órbitas internas à órbita do corpo secundário Petit-Prince.	113
Tabela 6.3 - Órbitas internas à órbita do corpo secundário Princesse.	115
Tabela 7.1 - Dados físicos e orbitais do sistema 2002CE ₂₆	121
Tabela 7.2 - Órbitas com pelo menos 10 dias de observação em algum cenário.	123
Tabela 7.3 - Nomenclatura das órbitas.	130
Tabela 7.4 – Cenários simulados.	195
Tabela 7.5 - Valores do achatamento definidos.	195
Tabela 7.6 – Nomenclatura das órbitas simuladas.	196
Tabela 7.7 - Primeiro grupo de órbitas.	197
Tabela 7.8 - Segundo grupo de órbitas.	198
Tabela 7.9 - Terceiro grupo de órbitas.	199

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1	INTRODUÇÃO..... 1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 4
3	ESTUDO INICIAL DE CADA SISTEMA..... 8
4	MODELO MATEMÁTICO..... 11
4.1	Cálculo da Integral da Energia de Dois Corpos 16
4.2	Cálculo do Ângulo Ressonante 17
5	SISTEMA TRIPLO 2001SN₂₆₃..... 20
5.1	Composição física do sistema 2001SN ₂₆₃ 20
5.2	Análise dos efeitos da pressão da radiação solar 21
5.2.1	Órbitas para observar Alpha e Gama 33
5.2.2	Órbitas para observar Beta 65
5.2.3	Órbitas para observar os três corpos 68
5.2.4	Comentários 82
5.3	Análise dos efeitos das imprecisões nos parâmetros físicos do sistema triplo 82
5.3.1	Órbitas para observar Alpha e Gama 95
5.3.2	Órbitas para observar Beta 102
5.3.3	Órbitas para observar os três corpos 103
5.3.4	Comentários 110
6	SISTEMA TRIPLO (45) EUGENIA 112
6.1	Composição física do sistema (45) Eugenia..... 112
6.2	Análise de órbitas em torno do sistema triplo 113
6.2.1	Órbita interna inicialmente na ressonância 1:2 com Petit-Prince 116
6.2.2	Órbita interna inicialmente na ressonância 5:9 com Princesse 117
6.3	Comentários 118
6.4	Comparação dos sistemas triplos 2001SN ₂₆₃ e (45) Eugenia..... 119
7	SISTEMA DUPLO 2002CE₂₆..... 121
7.1	Composição física do sistema duplo 2002CE ₂₆ 121
7.2	Análise dos efeitos das imprecisões nos parâmetros físicos do sistema duplo 121
7.2.1	Órbitas para observar o sistema sob condições nominais 131
7.2.2	Efeitos das imprecisões dos parâmetros físicos nas trajetórias do veículo espacial 138
7.2.3	Melhores candidatas para órbita inicial 166
7.2.4	Comentários 193
7.3	Análise dos efeitos da variação do J ₂ dos corpos do sistema duplo 194
7.3.1	Comentários 213
8	CONCLUSÃO..... 214
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 217

1 INTRODUÇÃO

Os asteroides são corpos pequenos que orbitam o Sol e se localizam, em sua grande maioria, no cinturão principal de asteroides, localizado entre as órbitas dos planetas Marte e Júpiter. Os corpos que possuem órbitas próximas e que cruzam a órbita do nosso planeta são chamados de *Near-Earth Asteroids* (NEAs). A proximidade desses corpos representa um grande perigo de colisão com o nosso planeta.

Dentre os NEAs destacam-se os sistemas binários e triplos. Atualmente, existem 62 sistemas múltiplos, sendo 59 sistemas binários e três sistemas triplos (JPL-NASA, 2018).

Algumas missões espaciais tiveram como alvo os NEAs, devido a grande vantagem de possuírem órbitas que se aproximam periodicamente da Terra. Isso facilitaria a acessibilidade a esses corpos, além de haver uma economia significativa de combustível numa missão até eles.

A população de NEAs está em constante evolução e podem conter informações que explicariam a formação do Sistema Solar. Sendo assim, muitas missões são destinadas à exploração desses corpos (BELTON et al, 1992; BELTON et al, 1996; BINZEL et al, 2001; VEVERKA et al, 2001; MILLER et al, 2002; BROSCART; SCHEERES, 2005; HUNTRESS et al, 2006; YOSHIKAWA et al, 2007; SUKHANOV et al, 2010; BRUM et al, 2011; JONES et al, 2011; MULLER et al, 2011; TARDIVEL et al, 2013; TSUDA et al, 2013; CHESLEY et al, 2014; SUROVIK, SCHEERES, 2014; BOTTKKE et al, 2015). Há também vários outros estudos que consideraram trajetórias em torno de corpos menores, com possibilidade de serem usados em futuras missões: Werner (1994); Scheeres (1994, 2012a, 2012b); Rossi et al. (1999); Scheeres e Hu (2001); Bartczak et al. (2006); Byram e Scheeres (2009); Shang et al. (2015); Yang et al. (2015); Zeng et al (2016); Aljbaae et al. (2017); Chanut et al. (2017).

O campo gravitacional fraco, o qual gera perturbações na trajetória do veículo espacial, e as formas irregulares desses corpos são responsáveis por órbitas não-keplerianas em torno do sistema. O modelo simplificado Kepleriano não fornece uma precisão mínima aceitável, pois as perturbações são maiores nos corpos de massas pequenas, e órbitas

inicialmente Keplerianas não chegam a completar 3 ou 4 revoluções sem serem alteradas significativamente. Em alguns casos nem mesmo uma revolução é completada antes dos elementos Keplerianos osculadores serem alterados da ordem de 50% ou mais do valor inicial. Para tentar resolver este problema, existem várias pesquisas que procuram trajetórias estáveis em torno de corpos irregulares: Scheeres et al. (1996); Scheeres (2004); Hu e Scheeres (2004).

Este trabalho deverá ser uma continuação da pesquisa realizada durante o mestrado (MASAGO, 2014), onde foi criado um modelo que leva em consideração apenas as forças gravitacionais dos três corpos do sistema triplo 2001SN₂₆₃ e o achatamento do corpo central Alpha.

Os elementos novos incluídos no presente trabalho são: i) consideração da pressão da radiação nos modelos matemáticos, que demonstrou ter grandes efeitos e não podem ser desprezados; ii) estudo de sistemas de asteroides com características diferentes do asteroide triplo 2001SN₂₆₃. Os sistemas escolhidos foram o asteroide triplo (45) Eugenia e o asteroide duplo 2002CE₂₆, com resultados diferentes em relação ao 2001SN₂₆₃; iii) consideração de imprecisões nas massas e raios dos corpos do asteroide triplo 2001SN₂₆₃, buscando órbitas que, embora diferentes das obtidas nas condições nominais, apresentem valores similares com relação aos tempos de observação dos corpos. Essas órbitas seriam candidatas para o posicionamento inicial do veículo espacial, pois mesmo com imprecisões de determinação dos parâmetros físicos elas permitem que o veículo observe os corpos de perto, sem risco de colisão, para efetuar uma determinação mais precisa de dados e, a partir daí, escolher órbitas mais adequadas; iv) variação dos achatamentos (J_2) dos corpos do sistema duplo e análise dos efeitos que essa variação provoca nas trajetórias do veículo espacial; v) estudo mais detalhado de cada órbita, fazendo duas análises: uma da variação da energia de dois corpos veículo-corpo central e outra da variação do ângulo ressonante entre o veículo espacial e os corpos secundários, ambos com o objetivo de entender os fenômenos físicos presentes na evolução de cada órbita individualmente.

A consideração desses elementos torna o estudo mais preciso e rico em informações, complementando assim os estudos iniciados em Masago (2014).

Uma revisão bibliográfica a partir dos estudos utilizados como referências são citados em detalhes no Capítulo 2. O Capítulo 3 descreve como as condições iniciais das trajetórias foram escolhidas. Para este trabalho, foram escolhidos três sistemas de asteroides: os sistemas triplos 2001SN₂₆₃, (45) Eugenia e o sistema duplo 2002CE₂₆. As características desses sistemas, bem como as análises feitas sobre cada um deles, são apresentadas nos Capítulos 4, 5 e 6, respectivamente. As conclusões do trabalho podem ser vistas no Capítulo 7.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Várias missões tiveram ou tem como alvo principal um asteroide. Algumas serão apresentadas a seguir.

Galileo foi uma sonda não tripulada, lançada pela NASA com o objetivo de estudar o planeta Júpiter e suas luas. Foi lançada em 1989 e durante o seu percurso até Júpiter coletou imagens do asteroide 951 Gaspra que revelaram que o corpo era irregular (BELTON et al, 1992). A sonda também coletou imagens do asteroide 243 Ida, obtendo seus parâmetros físicos (BELTON et al, 1996) e descobrindo a presença de uma lua ao redor do asteroide. A missão foi finalizada em 2003, quando a sonda entrou na atmosfera de Júpiter.

A Near-Shoemaker foi lançada em 1996 e foi projetada para estudar o asteroide 433 Eros. Em 1997, passou a uma distância considerável do asteroide 253 Mathilde, fornecendo dados sobre as dimensões e massas do corpo. Em 2001, após a conclusão de sua investigação, pousou na superfície do asteroide 433 Eros transmitindo imagens sobre sua superfície (VEVERKA et al, 2001).

Em 2007, foi lançada a sonda Dawn com a finalidade de explorar os corpos mais massivos do cinturão de asteroides: Vesta e Ceres. O objetivo é coletar informações sobre as propriedades físicas desses corpos. Entre 2011 e 2012, orbitou o asteroide Vesta. Em 2015, chegou a Ceres (RUSSELL et al, 2006) e em uma missão estendida, continua explorando o planeta anão (NASA, 2018).

A sonda Hayabusa foi projetada com o objetivo de coletar material da superfície do NEA 24143 Itokawa. Em 2003, foi lançada e em 2005, chegou ao asteroide. As imagens revelaram uma superfície coberta de pedras e crateras (YOSHIKAWA et al, 2007).

A missão ASTER é uma missão que ainda está em fase de planejamento. O alvo é o asteroide triplo 2001SN₂₆₃. O objetivo é estudar o corpo principal e os outros dois corpos secundários durante seis meses. Uma descrição dessa missão pode ser encontrada em Sukhanov et al. (2010), que foca no estudo de trajetórias para asteroides com empuxo impulsivo e baixo, a ser realizada entre 2013 e 2020.

O asteroide triplo 2001SN₂₆₃ é o sistema escolhido como alvo da missão ASTER, que será o primeiro empreendimento brasileiro de exploração espacial. Em Macau et al. (2011) foram apresentados alguns aspectos dessa missão, incluindo as trajetórias de transferência a serem utilizadas e os detalhes dos subsistemas de bordo e carga útil que estão sendo desenvolvidos e serão usados. A sonda usará propulsão elétrica e em sua carga transportará uma câmera de imagem, telêmetro a laser, espectrômetro de infravermelho, espectrômetro de massa e também experimentos a serem realizados durante o percurso até o asteroide. Esta missão representa um grande desafio e avanço para o programa espacial brasileiro. Está sendo estruturada para permitir o envolvimento total das universidades e empresas tecnológicas brasileiras em todos os desenvolvimentos necessários a serem realizados para a missão.

A Agência de Exploração Aeroespacial do Japão desenvolveu a Hayabusa 2 com o intuito de coletar amostras do asteroide 1999 JU3. Espera-se que a coleta forneça conhecimento adicional sobre a origem e evolução dos planetas e, em particular, a origem da água e da matéria orgânica. O atual cenário de missão permitirá que a sonda alcance 1999 JU3 em meados de 2018 e realize uma operação de proximidade do asteroide por 1,5 anos. As amostras devem ser trazidas de volta à Terra por uma cápsula de reentrada (TSUDA et al, 2013).

Em 2016, a NASA lançou a sonda Osiris-Rex com destino ao asteroide (101955) Bennu. Essa missão ajudará os cientistas a investigarem como os planetas se formaram e como compreender o impacto que os asteroides poderiam ter sobre a Terra. A previsão é que em 2018 chegue ao seu destino e em 2023 retorne com amostras da superfície do asteroide (NASA, 2018).

A NASA selecionou duas missões, conhecidas como Lucy e Psyche, que têm como objetivo expandir o conhecimento sobre as primeiras eras da história do nosso Sistema Solar. Devem ser lançadas em 2021 e 2023, respectivamente. Lucy, uma sonda robótica, está programada para chegar ao seu primeiro destino, um asteroide do cinturão principal, em 2025. De 2027 a 2033, ela explorará seis asteroides troianos de Júpiter. A missão Psyche irá explorar um dos alvos mais intrigantes do cinturão principal de

asteroides, o gigantesco asteroide de metal, conhecido como 16 Psique. Este asteroide mede cerca de 210 km de diâmetro e, ao contrário da maioria dos outros asteroides que são corpos rochosos ou gelados, é considerado composto principalmente de ferro metálico e níquel, semelhante ao núcleo da Terra (NASA, 2018).

Além de missões reais, alguns trabalhos estudaram sistemas de asteroides, com o objetivo de aumentar nosso conhecimento sobre eles e colaborar em missões futuras. Alguns deles são descritos a seguir.

Araújo et al. (2012) abordaram em seu estudo a caracterização das regiões de estabilidade e instabilidade do sistema triplo 2001SN₂₆₃, para o caso prógrado. Essa análise é importante para uma melhor projeção de uma missão a esses corpos, sendo este sistema o alvo da missão ASTER.

Tardivel et al. (2013) investigaram a possibilidade da implantação de uma sonda no corpo secundário do asteroide binário (175706) 1996 FG3. O sistema 1996 FG3 é alvo da missão MarcoPolo-R desenvolvida na Agência Espacial Européia. Acredita-se que o lançamento ocorrerá entre 2022 e 2024. Os princípios fundamentais da estratégia são brevemente apresentados e um modelo detalhado para o sistema 1996 FG3 é considerado, ao qual a estratégia é aplicada. Mostraram que a implantação é bem sucedida em 99,94% dos casos.

Masago (2014) abordou em seu trabalho diversas órbitas para o veículo espacial em torno do sistema triplo 2001SN₂₆₃ com o objetivo de encontrar as órbitas que mais se aproximavam dos corpos secundários. Apenas as forças gravitacionais dos três corpos do asteroide e o achatamento do corpo central foram considerados.

Em Prado (2014b) foi feito o mapeamento de órbitas ao redor do sistema triplo 2001SN₂₆₃ para um veículo espacial. Para algumas regiões, foi mostrado que Gama é o perturbador principal do veículo, seguido por Beta. Este mapeamento é importante, porque mostra a importância relativa de cada força para uma determinada órbita para o veículo espacial, ajudando a tomar uma decisão sobre quais forças precisam ser incluídas no modelo para uma melhor precisão. Outra aplicação importante deste tipo de mapeamento é encontrar órbitas menos perturbadas, uma vez que se espera que essas

órbitas exijam um número menor de manobras de manutenção. O Sol tem uma pequena contribuição, assim como os demais planetas do Sistema Solar e a Lua. Marte possui uma componente maior, em termos de valor médio, devido ao fato de sua órbita cruzar com a órbita do asteroide. A Terra, considerada em órbita elíptica em torno do Sol, vem logo depois.

Araújo et al. (2015) caracterizaram as regiões estáveis em torno dos corpos do sistema triplo 2001SN₂₆₃, para o caso retrógrado. Através de integrações numéricas, descobriram que uma grande parte da região interna do sistema triplo mostrou-se estável, região essa bem maior que a área da região estável no caso de órbitas prógradas. Os autores discutem que, para uma missão espacial, as regiões mais interessantes são aquelas instáveis para os casos prógrados, mas estáveis para os casos retrógrados. Tal configuração fornece uma região estável para colocar o veículo em uma órbita retrógrada que, ao mesmo tempo, fica mais livre de detritos, dado que detritos se acumulam em regiões onde as órbitas são diretas e estáveis.

Formiga e dos Santos (2016) fizeram um estudo sobre as manobras orbitais que poderiam ser feitas ao redor do sistema triplo 2001SN₂₆₃. Um procedimento numérico foi desenvolvido para medir os ganhos de energia de uma aproximação entre um veículo espacial e os corpos menores do sistema triplo. Os resultados mostraram que a precisão do método aproximado “*Patched-Conics*” melhora quando a distância do periapsis aumenta, uma vez que os efeitos das aproximações próximas são menores. Os resultados mostraram também que esse método apresenta melhores estimativas em regiões de baixa variação de energia, como quando as velocidades de aproximação são mais elevadas e/ou existem grandes distâncias do periapsis.

Araújo et al. (2017) apresentaram um estudo que caracteriza as regiões estáveis e instáveis em torno do sistema triplo de asteroides (45) Eugenia. O objetivo foi caracterizar as regiões instáveis e estáveis deste sistema e fazer uma comparação com o sistema triplo 2001SN₂₆₃, alvo da missão ASTER.

3 ESTUDO INICIAL DE CADA SISTEMA

O objetivo principal do presente trabalho é a busca por órbitas naturais, ou seja, órbitas que não utilizam nenhum tipo de propulsão, para observação de sistemas múltiplos de asteroides.

Sendo assim, o primeiro passo é a busca por condições iniciais para essas órbitas, para então verificar a evolução das mesmas. Estas órbitas têm, como pontos de partida, seus periapsis ou apoapsis. Para efetuar essa primeira etapa, utiliza-se um modelo simplificado baseado no problema de dois corpos. Buscam-se órbitas para um veículo espacial que possuam períodos que sejam múltiplos do período da órbita de um dos corpos menores do sistema em questão. A vantagem é que essas órbitas podem gerar encontros sucessivos com o corpo secundário, dentro da dinâmica kepleriana, sem a necessidade de manobras orbitais. Embora o sistema seja muito perturbado pela ação da pressão da radiação e da gravidade do corpo secundário, essa sistemática se mostrou bastante efetiva na forma de encontrar e catalogar essas órbitas. Sendo assim, embora o modelo Kepleriano seja válido apenas por tempos curtos, essa técnica será mantida no presente trabalho.

Após encontrar as condições iniciais, as órbitas são numericamente integradas com o modelo matemático considerado como mais adequado a cada sistema. A evolução das distâncias entre o veículo espacial e os corpos do sistema é monitorada, e o tempo que o veículo permanece perto de ambos os corpos é computado e mostrado nos resultados.

Para obter as órbitas iniciais, deve-se dividir o problema em dois casos: i) órbitas internas iniciais, quando o semieixo maior da órbita do veículo é menor que o semieixo maior da órbita do corpo secundário; ii) órbitas iniciais externas, quando o semieixo maior da órbita do veículo é maior do que o semieixo da órbita do corpo secundário.

Esta divisão é necessária para a correta colocação dos termos na equação que expressa a condição de ressonância. Os cálculos das órbitas iniciais internas e externas são baseados nas Equações (3.1) e (3.2), respectivamente (MURRAY; DERMOTT, 1999):

$$\frac{n' - \dot{\omega}'}{n - \dot{\omega}'} = \frac{p}{p + q} \quad (3.1)$$

$$\frac{n' - \dot{\omega}'}{n - \dot{\omega}'} = \frac{p + q}{p} \quad (3.2)$$

em que n é o movimento médio do veículo espacial/corpo secundário, n' o movimento médio do secundário/veículo, $\dot{\omega}'$ é a derivada temporal da longitude do periapsis do corpo secundário. Para obter uma condição de ressonância específica, é necessário especificar os valores de p e q , em que p é o número de revoluções do corpo secundário/veículo e $(p + q)$ é o número de revoluções do veículo/corpo secundário.

Para as simulações numéricas deste trabalho, os valores foram definidos de 1 a 5 para p e q , em que $p + q \leq 9$. Esta escolha é feita, pois, valores mais altos resultariam em órbitas com períodos muito longos, o que demandaria mais tempo para uma aproximação com os corpos do sistema, tornando-os com poucas aplicações práticas. Além disso, com períodos mais longos, outras perturbações atuariam no sistema, exigindo modelos mais complexos.

O valor do movimento médio n é calculado baseado nas Equações (3.1) e (3.2), em que para as órbitas internas usa-se $n = [p\dot{\omega}' + (n' - \dot{\omega}')(p + q)]/p$ e para as órbitas externas $n = [p(n' - \dot{\omega}') + \dot{\omega}'(p + q)]/(p + q)$. Obtendo o valor de n é possível encontrar o valor do semieixo maior através da fórmula $a^3 = \mu_{central}/n^2$, em que $\mu_{central} = m_{central}G$. A faixa da excentricidade pode ser encontrada através das fórmulas $r_a = a(1 + e)$ e $r_p = a(1 - e)$ (KUGA et al., 2012), em que r_a e r_p representam o apoapsis e periapsis da órbita, respectivamente.

Após os cálculos referentes a cada órbita, são feitas três análises. A primeira análise faz um estudo das excentricidades para todas as órbitas obtidas através do modelo Kepleriano explicado acima. Aquelas com excentricidade maior que 1,0 são descartadas, por serem órbitas hiperbólicas, portanto, não permitindo passagens

repetidas entre o veículo e o corpo secundário. Uma segunda análise é feita através do cálculo do raio do periapsis (r_p) de cada órbita, em que $r_p = a(1 - e)$. Nesse estudo, é considerado como zero os valores das longitudes média, do pericentro e nodo, bem como da inclinação da órbita. Algumas condições são adotadas para eliminar aquelas órbitas que apresentam alto risco de colisão com o corpo central. Para o sistema triplo 2001SN₂₆₃ e para o sistema duplo 2002CE₂₆ define-se que as órbitas que possuem $r_p < 2$ km serão eliminadas; já para o sistema triplo (45) Eugenia assume-se que as órbitas eliminadas serão as que possuam $r_p < 109$ km. Uma terceira análise é feita para verificar as distâncias entre o veículo e o corpo principal (R_1) e entre o veículo e os corpos secundários (R_2 e/ou R_3), ambos em função do tempo.

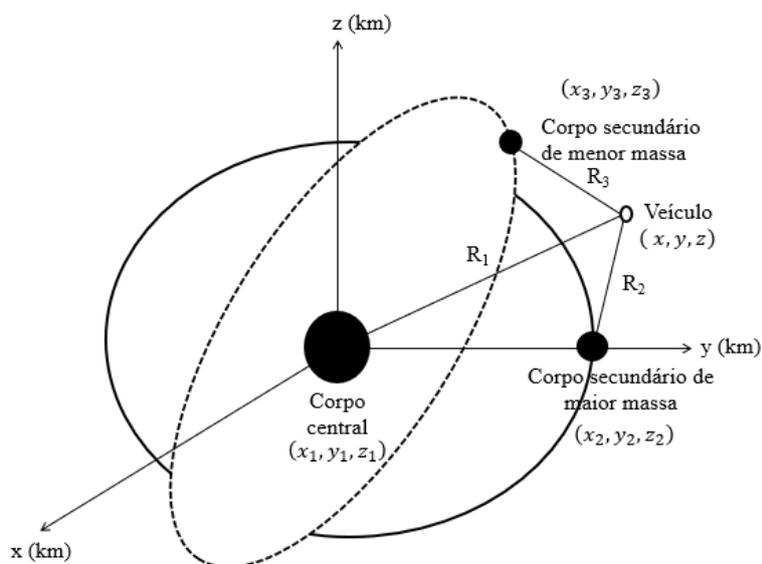
Após a escolha das órbitas iniciais em torno do corpo central, em que a órbita do veículo se aproxime da órbita do corpo secundário, verifica-se a ocorrência de colisões entre o veículo e os asteroides. Eliminando esses casos, as trajetórias são numericamente integradas usando o sistema dinâmico mais adequado ao sistema. A duração das integrações de cada órbita não é sempre a mesma, pois muitas órbitas apresentam risco de colisão com um dos asteroides. Essas órbitas não são descartadas, pois uma missão poderia ser planejada através de trechos ligados por manobras orbitais. Isso resultaria na escolha dos melhores trechos para a observação de um ou mais corpos que compõem o sistema.

4 MODELO MATEMÁTICO

Um modelo matemático semi-analítico, chamado de “Problema Bi-Elíptico Inclinado Precessando com Pressão da Radiação” (PBEIPPR) é desenvolvido com o objetivo de estudar trajetórias em sistemas múltiplos de asteroides, levando em conta todas as características importantes e conhecidas dos asteroides.

Para construir este modelo (Figura 4.1), foi assumido que o sistema de referência está centrado no corpo principal e o plano de referência principal é o plano orbital do corpo que possui a segunda maior massa do sistema. Os corpos secundários são assumidos em órbitas elípticas não-coplanares entre si. Para o movimento do veículo, consideram-se as forças gravitacionais de todos os corpos, o achatamento do corpo central (caso exista e seja conhecido) e a pressão da radiação solar. O achatamento do corpo principal atua em dois sentidos: diretamente na trajetória do veículo e indiretamente, pois se considera que há uma precessão nas órbitas dos corpos secundários devido a este achatamento. Esse modelo é baseado em Masago (2014), mas com a inclusão dos efeitos da pressão da radiação solar, que se mostrou uma força de grande importância em sistemas de asteroides.

Figura 4.1 - Ilustração do modelo.



Fonte: Masago (2014).

A partir da Figura 4.1, tem-se que (x_1, y_1, z_1) são as coordenadas do corpo central (assumido como centro do sistema de referência, logo $(x_1, y_1, z_1) = (0, 0, 0)$), (x_2, y_2, z_2) e (x_3, y_3, z_3) as coordenadas dos corpos secundários, e (x, y, z) as coordenadas do veículo espacial.

A distância entre o veículo espacial e o corpo central do sistema de asteroides é dada pela Equação 4.1, em que i representa o corpo. Foi definido que R_1 é a distância entre o veículo e o corpo central e R_2 e/ou R_3 é a distância entre o veículo e os corpos secundários.

$$R_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} \quad (4.1)$$

com $i = 1, 2, 3$

Estas distâncias precisam ser monitoradas o tempo todo, pois são necessárias para calcular as equações do movimento e também porque o objetivo deste estudo é encontrar órbitas que permaneçam o maior tempo possível perto dos corpos do sistema. As equações do movimento (SANCHEZ et al, 2009) para o veículo no sistema inercial, considerando as suposições acima mencionadas, são dadas pelas Equações 4.2-4.4, mostradas a seguir.

$$\begin{aligned} \ddot{x} = & -\mu_i \frac{(-x_i)}{R_i^3} - \mu_{i+1} \frac{(x - x_{i+1})}{R_{i+1}^3} - \mu_{i+2} \frac{(x - x_{i+2})}{R_{i+2}^3} \\ & - \mu_i J_2 R^2 \left(\frac{3x}{2R^5} - \frac{15z^2 x}{2R^7} \right) \\ & + \zeta \frac{h(1 + \epsilon) S}{c} \frac{S}{m} \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 \cos \theta^2 \frac{x_{asteroide-veiculo}}{d_{Sol-asteroide}} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \dot{y} = & -\mu_i \frac{(-y_i)}{R_i^3} - \mu_{i+1} \frac{(y - y_{i+1})}{R_{i+1}^3} - \mu_{i+2} \frac{(y - y_{i+2})}{R_{i+2}^3} \\ & - \mu_i J_2 R^2 \left(\frac{3y}{2R^5} - \frac{15z^2 y}{2R^7} \right) \\ & + \zeta \frac{h(1+\epsilon) S}{c} \frac{S}{m} \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 \cos \theta^2 \frac{y_{asteroide-veículo}}{d_{Sol-asteroide}} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \ddot{z} = & -\mu_i \frac{(-z_i)}{R_i^3} - \mu_{i+1} \frac{(z - z_{i+1})}{R_{i+1}^3} - \mu_{i+2} \frac{(z - z_{i+2})}{R_{i+2}^3} \\ & - \mu_i J_2 R^2 \left(\frac{9z}{2R^5} - \frac{15z^3}{2R^7} \right) \\ & + \zeta \frac{h(1+\epsilon) S}{c} \frac{S}{m} \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 \cos \theta^2 \frac{z_{asteroide-veículo}}{d_{Sol-asteroide}} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Nestas equações, J_2 é o valor do achatamento do corpo central. Para o asteroide triplo 2001SN₂₆₃ é considerado $J_2 = 0,013 \pm 0,008$ (BECKER et al, 2015), para o sistema triplo (45) Eugenia, $J_2 = 0,06$ (BEAUVALET; MARCHIS, 2014) e para o sistema duplo 2002CE₂₆, $J_2 = 0$, pois o valor não foi encontrado na Literatura; R é o valor do raio do corpo principal; $\zeta \frac{h(1+\epsilon) S}{c} \frac{S}{m} \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 \cos \theta^2 \frac{x_{asteroide-veículo}}{d_{Sol-asteroide}}$, $\zeta \frac{h(1+\epsilon) S}{c} \frac{S}{m} \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 \cos \theta^2 \frac{y_{asteroide-veículo}}{d_{Sol-asteroide}}$ e $\zeta \frac{h(1+\epsilon) S}{c} \frac{S}{m} \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 \cos \theta^2 \frac{z_{asteroide-veículo}}{d_{Sol-asteroide}}$ representam as componentes x , y e z da aceleração devido à pressão da radiação solar, em que $x_{asteroide-veículo}$, $y_{asteroide-veículo}$, $z_{asteroide-veículo}$ e $d_{Sol-asteroide}$, representam as componentes x , y e z da distância entre o veículo espacial e o asteroide, e a distância entre o asteroide e o Sol, respectivamente. Os parâmetros gravitacionais dos corpos de cada sistema são dados por $\mu = mG$, em que $G = 6,674287 \times 10^{-20} km^3 kg^{-1} s^{-2}$ é a constante de Gravitação Universal. A magnitude da aceleração devida à pressão da radiação é dada pela Equação 4.5:

$$P = \zeta \frac{h(1+\epsilon) S}{c} \frac{S}{m} \left(\frac{r_0}{R} \right)^2 \cos \theta^2 \quad (4.5)$$

em que ζ define se o veículo está em umbra ($\zeta = 0,0$), penumbra ($\zeta = 0,5$) ou em uma região iluminada ($\zeta = 1,0$); h é a constante da radiação solar na distância Terra-Sol (cerca de $1360 \text{ [W/m}^2\text{]}$); ϵ é o coeficiente de refletividade ($\epsilon = 0$); c representa a velocidade da luz (aproximadamente $3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$); S é a área do veículo iluminada pelo Sol; $r_0 = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$ é a distância Terra-Sol; R é a distância Sol-veículo; θ é o ângulo da luz incidente ($\theta = 0$) (FIESELER, 1998). Foi definido que o veículo está numa região iluminada ($\zeta = 1,0$). O valor utilizado para S em todas as simulações foi de $1,5 \text{ m}^2$ e a massa adotada foi de 150 kg , portanto $S/m = 0,01 \text{ m}^2/\text{kg}$ em todos os resultados. Foi escolhido o valor de $0,01 \text{ m}^2/\text{kg}$ para a relação área/massa por se tratar de um valor próximo do valor médio de veículos espaciais. Esse valor foi utilizado posteriormente em outros estudos (SANTOS et al., 2018). A sonda Hayabusa, por exemplo, tem um valor próximo de $0,028 \text{ m}^2/\text{kg}$, sendo a massa de cerca de 510 kg e área de $14,25 \text{ m}^2$, já incluindo os painéis (INSTITUTE OF SPACE AND ASTRONAUTICAL SCIENCE, 2018). Utilizando dados de Astronautix (2018), nota-se que área/massa mínimo = $0,005 \text{ m}^2/\text{kg}$, área/massa máximo = $0,037 \text{ m}^2/\text{kg}$ e área/massa médio = $0,015 \text{ m}^2/\text{kg}$. Esses valores foram calculados por Willer (2018).

Uma transformação de coordenadas é feita para transformar os elementos keplerianos dos corpos secundários (MASAGO, 2014). O objetivo é encontrar as coordenadas cartesianas x , y e z desses corpos. Essa transformação necessita ser feita para efetuar as integrações numéricas necessárias na obtenção das órbitas do veículo espacial. Durante essa integração, as forças gravitacionais que os corpos secundários exercem sobre o veículo dependem dessas coordenadas.

As coordenadas desses corpos são inicialmente calculadas no plano de sua própria órbita, Oxy, com $z = 0$. As equações utilizadas são mostradas a seguir (KUGA et al, 2012).

$$\begin{cases} \mathbf{x} = \mathbf{a}(\cos(\mathbf{u}) - \mathbf{e}) \\ \mathbf{y} = \mathbf{a} \operatorname{sen}(\mathbf{u})(1 - \mathbf{e}^2)^{1/2} \\ \mathbf{z} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (4.6)$$

em que u é a anomalia excêntrica, e é a excentricidade e a é o semieixo maior, todos em relação ao corpo cujas coordenadas estão sendo transformadas.

É importante notar que esta transformação necessita da anomalia excêntrica dos corpos secundários. Na presente pesquisa, esta variável é obtida a partir da anomalia média M , utilizando uma expansão em série de Taylor da equação de Kepler (KUGA et al, 2012) até a terceira ordem (ordem de 0,3 graus, que é uma boa precisão), com o objetivo de obter um modelo semi-analítico. Esta expansão pode ser usada neste estudo, porque as excentricidades dos corpos secundários são de pequena ordem, gerando assim resultados com precisão suficiente para nossos objetivos. A Equação 4.7 mostra essa relação, em que u é a anomalia excêntrica e e é a excentricidade da órbita.

$$u = M + \left(e - \frac{1}{8}e^3\right) \text{sen } M + \frac{1}{2}e^2 \text{sen } 2M + \frac{3}{8}e^3 \text{sen } 3M \quad (4.7)$$

Após encontrar as coordenadas no plano orbital, é preciso efetuar uma rotação de coordenadas para obter esses valores em um sistema de referência inercial. Para isso são utilizados os elementos orbitais i, ω, Ω que geram uma matriz de rotação \vec{R} em função desses ângulos. Sendo assim, temos:

$$\vec{X} = \mathbf{R}(i, \Omega, \omega)\vec{x} \quad (4.8)$$

em que

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

descrevem as coordenadas cartesianas no sistema inercial (Equação 4.9) num referencial único para todos os corpos (plano de referência na órbita do secundário de maior massa)

e em um referencial colocado no plano orbital do corpo em estudo (Equação 4.10), respectivamente.

Assim, a transformação completa é dada por:

$$\vec{R}(i, \Omega, \omega) = \begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

em que

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \cos(\Omega) \cos(\omega) - \sin(\Omega) \cos(i) \sin(\omega) \\ B = -\cos(\Omega) \sin(\omega) - \sin(\Omega) \cos(i) \cos(\omega) \\ C = \sin(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_{\beta} t) \sin(i) \\ D = \sin(\Omega) \cos(\omega) + \cos(\Omega) \cos(i) \sin(\omega) \\ E = -\sin(\Omega) \sin(\omega) + \cos(\Omega) \cos(i_{\beta}) \cos(\omega) \\ F = -\cos(\Omega) \sin(i) \\ G = \sin(i) \sin(\omega) \\ H = \sin(i) \cos(\omega) \\ I = \cos(i) \end{array} \right. \quad (4.12)$$

4.1 Cálculo da Integral da Energia de Dois Corpos

Na análise das órbitas, a integral da energia é calculada e após isso, os gráficos dessa energia em função do tempo são plotados, em que a energia é dada por unidade de massa e expressa em km^2/s^2 e o tempo em dias. Essa integral pode ser derivada a partir da Equação 4.13 (KUGA et al, 2012):

$$\ddot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} \cdot \dot{\mathbf{r}} \quad (4.13)$$

em que $\ddot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} = \frac{1}{2} \frac{dr^2}{dt}$ e $\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}} = \frac{1}{2} \frac{dr^2}{dt}$.

Assim, têm-se:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \dot{r}^2 = -\frac{\mu}{r^3} \frac{1}{2} \frac{dr^2}{dt} \quad (4.14)$$

$$\dot{r}^2 = -\mu \int \frac{dr^2}{r^3} \quad (4.15)$$

Fazendo uma transformação de variáveis e usando $u = r^2$, têm-se $u^{3/2} = r^3$, portanto:

$$\int \frac{dr^2}{r^3} = \int \frac{du}{u^{3/2}} = -2u^{-1/2} = -\frac{2}{r} \quad (4.16)$$

Substituindo a Equação 4.16 na Equação 4.17:

$$\dot{r}^2 = -\frac{\mu}{r} + 2E \quad (4.17)$$

em que $\dot{r}^2 = v^2$ e $2E$ é a constante de integração.

Assim, a energia da órbita pode ser calculada através da equação a seguir:

$$E = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} \quad (4.18)$$

4.2 Cálculo do Ângulo Ressonante

Anteriormente, no Capítulo 3, foi visto como as órbitas iniciais internas e externas foram encontradas. A correta colocação dos termos nas Equações (3.1) e (3.2) foi necessária para expressar a condição de ressonância. A partir dessas equações, têm-se, respectivamente (MURRAY; DERMOTT, 1999):

$$(p + q)n' - pn - q\dot{\varpi}' = 0 \quad (4.19)$$

$$(p + q)n - pn' - q\dot{\varpi}' = 0 \quad (4.20)$$

As órbitas são iniciadas em ressonância com um dos dois corpos secundários. Sendo assim, é plotado o ângulo ressonante sempre entre o veículo espacial e o corpo onde a órbita se iniciou ressonante. As Equações (4.19) e (4.20) mostram situações para órbitas internas e externas. Elas são utilizadas de acordo com a órbita selecionada. Em seguida, calcula-se o ângulo através das Equações (4.21) e (4.22), entre o veículo espacial e o corpo onde se iniciou a ressonância, interna ou externa, conforme o caso. Os resultados mostram que essa ressonância na verdade não existe, foi apenas uma condição inicial que logo se perdeu devido às perturbações do sistema serem muito grandes. Apesar disso, as integrações numéricas mostraram órbitas úteis do ponto de vista da missão, validando assim as análises feitas, embora o conceito de ressonância não tenha sido mantido. Se as relações ressonantes dadas nas Equações (4.19) e (4.20) são válidas, então o ângulo ressonante correspondente é dado pelas Equações (4.21) e (4.22) (MURRAY; DERMOTT, 1999), em que correspondem, respectivamente, às órbitas internas e externas:

$$\varphi = (p + q)\lambda' - p\lambda - q\varpi' \quad (4.21)$$

$$\varphi = p\lambda' - (p + q)\lambda + q\varpi' \quad (4.22)$$

em que λ' é a longitude média do corpo secundário, λ a longitude média do veículo espacial e ϖ' a longitude do periapsis do veículo.

A partir da equação acima é possível gerar os gráficos do ângulo ressonante em função do tempo e verificar se o veículo espacial permanece em ressonância com a órbita do corpo secundário. Observa-se que os ângulos ressonantes não libram em torno de um

valor. Na verdade, os gráficos mostram que esse ângulo oscila no intervalo 0 – 360 graus, mostrando que a ressonância não se mantém. O período da órbita do veículo é pequeno comparado aos tempos de simulação e, devido a isso, a oscilação é rápida e muitos períodos são completados durante o acompanhamento da órbita.

5 SISTEMA TRIPLO 2001SN₂₆₃

A seguir, é feita a busca de órbitas para alguns dos sistemas mais promissores do ponto de vista de receber uma missão espacial. O sistema triplo 2001SN₂₆₃ será o primeiro considerado, pois é o alvo principal da missão ASTER, uma missão em estudo por pesquisadores brasileiros.

5.1 Composição física do sistema 2001SN₂₆₃

O sistema triplo 2001SN₂₆₃ é um *Near-Earth Asteroid* (NEA) descoberto em 2008 por cientistas do Observatório de Arecibo (Porto Rico). Várias observações foram feitas e concluiu-se que não se tratava apenas de um corpo, mas sim de um sistema triplo (NOLAN et al, 2008). Dois corpos secundários (Beta e Gama), de diâmetros 0,78 e 0,58 km, respectivamente, descrevem órbitas elípticas em torno do corpo central (Alpha), de diâmetro 2,6 km. Em relação ao corpo central, Beta tem um semieixo maior de 16,633 km e um período orbital de 147 horas. Gama tem um semieixo maior de 3,804 km e um período orbital de 46 horas (BECKER et al, 2009).

Na Tabela 5.1 observam-se os componentes orbitais e físicos (ARAÚJO, 2011; FANG et al, 2011) do sistema, em que a , e e i representam, respectivamente, o semieixo maior, excentricidade e a inclinação dos componentes do asteroide. A inclinação de Alpha é medida em relação ao plano da eclíptica e as inclinações dos corpos Beta e Gama são relativas ao Equador do corpo principal. Os erros de precisão das massas dos corpos são considerados e também podem ser observados a seguir. O termo ua representa a Unidade Astronômica, que é a distância Terra-Sol.

Tabela 5.1 - Componentes físicos e orbitais do sistema 2001SN₂₆₃.

Asteroide	Corpo principal	a	e	i	Período	Raio (km)	Massa ($\times 10^{10}$ kg)
Alpha	Sol	1,99 ua	0,48	6,7°	2,80 anos	1,30	$m_\alpha = 917,466 \pm 2,235$
Beta	Alpha	16,633 km	0,015	0,0°	6,23 dias	0,39	$m_\beta = 24,039 \pm 7,531$
Gama	Alpha	3,804 km	0,016	13,87°	0,69 dias	0,29	$m_\gamma = 9,773 \pm 3,273$

Fonte: Araújo (2011); Fang et al. (2011).

5.2 Análise dos efeitos da pressão da radiação solar

É feita uma análise detalhada, utilizando gráficos que indicam as distâncias entre Alpha e o veículo espacial (R_1), Beta e o veículo (R_2), e entre Gama e o veículo (R_3). Isso é necessário para verificar o efeito das massas de Beta e Gama na trajetória do veículo, em particular na evolução dessas distâncias. O tempo total em que o veículo permanece perto de cada um dos três corpos é computado e apresentado na Tabela 5.2, onde as soluções mais interessantes do ponto de vista de ter tempos de observação em todos os corpos são escolhidas, afim de evitar um grande número de dados. O tempo total de simulações foi de 67,50 dias. Foi considerado que tempos da ordem de 2 meses são suficientes para a missão observar os corpos a partir de uma única órbita. Tempos maiores sofreriam outras perturbações não modeladas e precisariam ser estudadas em mais detalhes. Tempos menores podem ser obtidos usando uma parte da órbita apenas. Além disso, é interessante para a missão mudar a órbita de observação, para ter outros pontos de vista do sistema de asteroides.

A Tabela 5.2 especifica o tempo total que o veículo permanece a uma determinada distância dos três corpos, em dois intervalos: $d < 5$ km e $5 < d < 10$ km. Este é o critério mais importante para escolher as órbitas. Depois disso, as órbitas mais interessantes são mostradas em mais detalhes. O asteroide tem uma órbita muito excêntrica (0,48), então

três situações são simuladas: (i) sem efeitos da pressão da radiação solar, para representar situações em que a relação área/massa é muito pequena, e também para identificar explicitamente os efeitos dessa força; (ii) quando o asteroide está no periapsis de sua trajetória ao redor do Sol (Anomalia 0° (1,0348 ua)), de modo que os efeitos da pressão da radiação alcancem seus efeitos máximos; (iii) e quando o asteroide está no apoapsis de sua trajetória ao redor do Sol (Anomalia 180° (2,9452 ua)), onde os efeitos da pressão da radiação são mínimos.

Duas geometrias também são consideradas para as posições relativas dos dois corpos secundários: com ambos do mesmo lado em relação ao corpo central (esta geometria é chamada "conjunção" e é considerado $\omega = 0^\circ$) e quando estão em direções opostas em relação ao corpo central (que é chamada de "oposição" e é considerado $\omega = 180^\circ$). Em relação à posição do veículo, assume-se que ele começa sempre alinhado aos corpos considerados.

Quatro inclinações diferentes são consideradas para a órbita inicial do veículo espacial: 0° (uma órbita direta no plano orbital de Beta), $13,87^\circ$ (uma órbita direta no plano orbital de Gama), 90° (uma órbita perpendicular ao plano orbital de Beta) e 180° (uma órbita retrógrada ao plano orbital de Beta). Para $i = 0^\circ$, o argumento do periapsis vale 0° e 180° . Para as demais inclinações é considerado $\omega = 0^\circ$.

Tabela 5.2 - Número de órbita, tipo de órbita e ordem de ressonância, tempo de observação (em dias) em que o veículo permanece em uma distância $d < 5$ km de cada corpo e o tempo de observação (em dias) que o veículo permanece em uma distância na faixa de 5 a 10 km de cada corpo.

Órbita	Órbitas com o veículo começando no periapsis (conjunção)	Sem efeitos da pressão da radiação		Com efeitos da pressão da radiação			
		$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km	Anomalia 0°		Anomalia 180°	
		$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km
1 $a=30,62$ km $e=0,6$	Órbita externa a Beta inicialmente na ressonância 5:2						
	R ₁	0	0	0	0	0	0
	R ₂	25,86	36,64	24,89	37,61	24,85	37,65
	R ₃	0	1,75	0	2,24	0	2,22
2 $a=3,14$ km $e=0,4$	Órbita interna a Gama inicialmente na ressonância 3:4						
	R ₁	51,65	10,85	33,24	7,95	46,09	6,43
	R ₂	0	0	0,26	1,59	0	0,26
	R ₃	23,61	38,89	23,47	17,56	31,19	20,48
3 $a=3,28$ km $e=0,3$	Órbita interna a Gama inicialmente na ressonância 4:5						
	R ₁	62,50	0	62,50	0	62,50	0
	R ₂	0	0	0	0	0	0
	R ₃	43,06	19,44	43,06	19,44	43,07	19,43
4 $a=7,89$ km $e=0,7$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 3:1						
	R ₁	19,74	35,69	29,00	25,50	6,99	16,70
	R ₂	0	3,43	0	0,52	0	1,70
	R ₃	21,26	28,32	23,04	27,69	5,70	15,56
	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (conjunção)						
5 $a=10,48$ km $e=0,7$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 1:2						
	R ₁	0	0	0	0	0	0
	R ₂	62,50	0	62,50	0	62,50	0
	R ₃	0	0	0	0	0	0
6 $a=12,70$ km $e=0,5$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 2:3						
	R ₁	0	0	0	0	0	0
	R ₂	62,50	0	62,50	0	62,50	0
	R ₃	0	0	0	0	0	0

continua

Tabela 5.2 - Continuação.

	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (conjunção)	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km
7 $a=11,83$ km $e=0,6$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 3:5						
	R ₁	0	0	0	0	0	0
	R ₂	62,50	0	62,50	0	62,50	0
	R ₃	0	0	0	0	0	0
8 $a=11,46$ km $e=0,6$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 4:7						
	R ₁	0	0	0	0	0	0
	R ₂	62,50	0	62,50	0	62,50	0
	R ₃	0	0	0	0	0	0
9 $a=11,24$ km $e=0,6$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 5:9						
	R ₁	0	0	0	0	0	0
	R ₂	62,50	0	62,50	0	62,50	0
	R ₃	0	0	0	0	0	0
10 $a=6,03$ km $e=0,5$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 2:1						
	R ₁	15,11	47,39	15,13	47,37	15,12	47,38
	R ₂	0	5,69	0	5,73	0	5,73
	R ₃	2,15	46,33	2,30	46,23	2,31	46,23
11 $a=8,74$ km $e=0,7$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 7:2						
	R ₁	0	0	0	0	0	0
	R ₂	62,50	0	62,50	0	62,50	0
	R ₃	0	0	0	0	0	0
12 $a=4,61$ km $e=0,3$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 4:3						
	R ₁	25,79	36,71	25,83	36,67	25,82	36,68
	R ₂	0	0,08	0	0	0	0
	R ₃	30,40	26,30	30,38	26,35	30,38	26,34
13 $a=6,68$ km $e=0,6$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 7:3						
	R ₁	17,55	41,36	6,37	18,11	6,36	18,11
	R ₂	0	6,48	0	4,59	0	4,59
	R ₃	15,40	33,44	3,53	15,75	3,52	15,76

continua

Tabela 5.2 - Continuação.

	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (conjunção)	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km
14 $a=6,52$ km $e=0,6$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 9:4						
	R ₁	20,88	40,56	8,74	28,26	8,75	28,30
	R ₂	0	5,42	0	4,91	0	4,91
	R ₃	14,61	35,38	3,11	24,66	3,10	24,66
15 $a=4,76$ km $e=0,4$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 7:5						
	R ₁	24,25	38,25	24,27	38,23	24,27	38,23
	R ₂	0	1,77	0	1,89	0	1,89
	R ₃	27,13	27,81	27,15	27,77	27,15	27,77
16 $a=5,20$ km $e=0,4$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 8:5						
	R ₁	56,75	5,75	5,53	2,16	5,53	2,16
	R ₂	0	0,16	0	0,16	0	0,16
	R ₃	22,36	39,88	4,18	3,25	4,17	3,25
	Órbitas com o veículo começando no periapsis (oposição)						
17 $a=3,28$ km $e=0,3$	Órbita interna a Gama inicialmente na ressonância 4:5						
	R ₁	9,57	19,93	7,11	4,03	9,05	4,14
	R ₂	0	3,99	0	0,66	0	0,67
	R ₃	4,09	24,81	4,73	5,53	5,22	7,11
18 $a=3,37$ km $e=0,3$	Órbita interna a Gama inicialmente na ressonância 5:6						
	R ₁	9,65	2,25	51,11	11,39	11,84	6,29
	R ₂	0	0	0	0	0,50	3,20
	R ₃	5,26	6,29	17,39	45,11	8,39	9,92
19 $a=6,03$ km $e=0,5$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 2:1						
	R ₁	15,02	47,48	15,01	47,37	15,02	47,37
	R ₂	0	5,95	0	6,06	0	6,06
	R ₃	3,23	45,51	3,15	45,47	3,16	45,46

continua

Tabela 5.2 - Continuação.

	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (oposição)	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km
20 $a=4,29$ km $e=0,3$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 6:5						
	R ₁	52,06	10,44	36,64	11,73	35,88	11,15
	R ₂	0	0	0,85	1,94	0,54	1,40
	R ₃	15,40	47,10	13,28	34,41	11,38	35,95
	Órbitas com o veículo começando no periapsis (conjunção com $i =$ 13,87°)						
21 $a=30,62$ km $e=0,6$	Órbita externa a Beta inicialmente na ressonância 5:2						
	R ₁	0	0	0	2,50	0	2,57
	R ₂	1,82	13,91	2,15	15,90	2,23	17,09
	R ₃	0	0,90	0	3,32	0,12	3,67
22 $a=3,14$ km $e=0,4$	Órbita interna a Gama inicialmente na ressonância 3:4						
	R ₁	62,50	0	62,50	0	62,50	0
	R ₂	0	0	0	0	0	0
	R ₃	42,96	19,54	43,03	19,47	43,03	19,47
23 $a=3,28$ km $e=0,3$	Órbita interna a Gama inicialmente na ressonância 4:5						
	R ₁	61,46	1,04	62,50	0	62,50	0
	R ₂	0	0	0	0	0	0
	R ₃	41,88	20,62	42,96	19,54	42,96	19,54
24 $a=7,89$ km $e=0,7$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 3:1						
	R ₁	1,27	2,91	0,52	1,35	0,53	1,35
	R ₂	0,80	2,09	0,76	1,32	0,77	1,32
	R ₃	1,51	3,08	0,99	0,72	1,00	0,73
	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (conjunção com $i =$ 13,87°)						
25 $a=10,48$ km $e=0,7$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 1:2						
	R ₁	2,34	16,04	4,50	17,21	3,18	14,24
	R ₂	1,38	11,07	0,88	6,42	1,59	5,57
	R ₃	2,99	16,60	3,39	17,44	2,70	13,11

continua

Tabela 5.2 - Continuação.

	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (conjunção com $i = 13,87^\circ$)	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km
26 $a=12,70$ km $e=0,5$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 2:3						
	R ₁	0	0,89	0	0	0	0
	R ₂	24,42	32,49	14,04	21,90	13,30	18,96
	R ₃	0	2,70	0	0,94	0	0,94
27 $a=11,83$ km $e=0,6$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 3:5						
	R ₁	2,25	16,76	1,51	10,37	6,58	20,79
	R ₂	2,80	10,19	6,02	11,68	4,57	9,27
	R ₃	3,45	15,08	1,24	9,88	5,82	19,11
28 $a=11,46$ km $e=0,6$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 4:7						
	R ₁	0	1,66	0	1,65	0	1,65
	R ₂	1,60	1,17	1,59	1,18	1,59	1,18
	R ₃	0	2,33	0	2,28	0	2,29
29 $a=11,24$ km $e=0,6$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 5:9						
	R ₁	0	1,59	0	1,56	0	1,56
	R ₂	2,06	1,61	2,00	1,66	2,01	1,66
	R ₃	0	2,06	0	2,00	0	2,00
30 $a=6,03$ km $e=0,5$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 2:1						
	R ₁	15,12	47,38	15,16	47,34	15,16	47,34
	R ₂	0	4,24	0	4,35	0	4,35
	R ₃	1,27	48,21	1,58	48,21	1,58	48,21
31 $a=8,74$ km $e=0,7$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 7:2						
	R ₁	11,79	31,83	5,95	20,77	5,28	22,69
	R ₂	0,66	3,84	5,84	10,18	1,40	3,41
	R ₃	12,38	25,19	4,90	21,46	7,87	14,46

continua

Tabela 5.2 - Continuação.

	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (conjunção com $i = 13,87^\circ$)	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km
32 $a=4,61$ km $e=0,3$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 4:3						
	R ₁	25,55	36,95	25,60	36,90	25,60	36,90
	R ₂	0	0,05	0	0,32	0	0,32
	R ₃	30,31	26,13	30,23	26,20	30,23	26,20
33 $a=6,68$ km $e=0,6$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 7:3						
	R ₁	7,40	25,17	19,25	28,72	9,21	32,10
	R ₂	3,12	9,69	0	3,87	0	8,55
	R ₃	4,50	22,49	15,54	24,81	8,16	27,32
34 $a=6,52$ km $e=0,6$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 9:4						
	R ₁	14,69	47,02	14,70	47,01	14,71	47,01
	R ₂	0	6,66	0	6,47	0	6,48
	R ₃	4,43	42,71	4,44	42,88	4,45	42,88
35 $a=4,76$ km $e=0,4$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 7:5						
	R ₁	24,44	38,06	24,56	37,94	24,56	37,94
	R ₂	0	0	0	0	0	0
	R ₃	26,82	28,54	27,17	28,28	27,17	28,28
36 $a=5,20$ km $e=0,4$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 8:5						
	R ₁	14,58	12,45	11,55	6,56	13,85	24,98
	R ₂	0	0,31	0	0,13	0	7,18
	R ₃	11,67	14,31	5,73	12,00	9,66	27,34
	Órbitas com o veículo começando no periapsis (conjunção com $i = 90^\circ$)						
37 $a=30,62$ km $e=0,6$	Órbita externa a Beta inicialmente na ressonância 5:2						
	R ₁	0	0	0	0	0	0
	R ₂	0	2,28	0	2,30	0	2,30
	R ₃	0	0	0	0	0	0
38 $a=3,14$ km $e=0,4$	Órbita interna a Gama inicialmente na ressonância 3:4						
	R ₁	8,13	8,68	8,13	8,69	8,13	8,67
	R ₂	0,38	0,67	0,34	0,73	0,38	0,66
	R ₃	4,42	11,87	4,42	11,76	4,42	11,90

continua

Tabela 5.2 - Continuação.

	Órbitas com o veículo começando no periapsis (conjunção com $i = 90^\circ$)	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km
39 $a=3,28$ km $e=0,3$	Órbita interna a Gama inicialmente na ressonância 4:5						
	R ₁	28,50	2,26	19,87	2,30	19,89	2,28
	R ₂	0	0	0	0	0	0
	R ₃	16,49	14,27	11,76	10,41	11,76	10,42
40 $a=7,89$ km $e=0,7$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 3:1						
	R ₁	2,39	4,46	3,31	6,08	2,61	4,84
	R ₂	0	0,46	0	0,47	0	0
	R ₃	1,54	4,62	2,16	6,35	1,45	4,77
	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (conjunção com $i = 90^\circ$)						
41 $a=10,48$ km $e=0,7$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 1:2						
	R ₁	3,56	7,09	3,80	7,41	3,79	7,40
	R ₂	0	0,57	0	0,58	0	0,58
	R ₃	3,10	6,39	3,10	6,99	3,27	6,62
42 $a=12,70$ km $e=0,5$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 2:3						
	R ₁	2,50	10,09	2,17	9,57	2,17	9,60
	R ₂	0,65	3,21	0,34	3,42	0,34	3,44
	R ₃	1,46	10,50	0,88	10,53	1,01	10,48
43 $a=11,83$ km $e=0,6$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 3:5						
	R ₁	3,66	12,52	3,31	11,47	3,31	11,47
	R ₂	0	1,78	0,19	2,06	0,19	2,06
	R ₃	3,17	10,73	3,21	9,57	3,21	9,57
44 $a=11,46$ km $e=0,6$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 4:7						
	R ₁	2,13	8,66	2,36	8,90	2,36	8,90
	R ₂	0	2,01	0,15	1,85	0,16	1,84
	R ₃	2,64	7,17	2,58	7,77	2,48	7,54

continua

Tabela 5.2 - Continuação.

	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (conjunção com $i = 90^\circ$)	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km
45 $a=11,24$ km $e=0,6$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 5:9						
	R ₁	3,49	15,01	2,89	13,99	2,89	14,00
	R ₂	0	1,18	0	1,35	0	1,36
	R ₃	4,62	12,13	3,29	11,57	3,50	11,34
46 $a=6,03$ km $e=0,5$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 2:1						
	R ₁	8,11	25,63	8,11	25,59	8,11	25,60
	R ₂	0	1,51	0	1,51	0	1,51
	R ₃	2,17	29,05	2,16	29,05	2,16	29,05
47 $a=8,74$ km $e=0,7$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 7:2						
	R ₁	3,12	5,93	3,16	5,99	3,71	6,84
	R ₂	0,22	0,88	0	1,24	0	0,57
	R ₃	2,56	5,68	2,58	5,46	2,89	7,16
48 $a=4,61$ km $e=0,3$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 4:3						
	R ₁	23,77	38,12	20,32	41,05	14,21	30,89
	R ₂	0	0	0	0,42	0,29	2,16
	R ₃	18,01	41,45	15,59	41,50	11,75	31,41
49 $a=6,68$ km $e=0,6$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 7:3						
	R ₁	7,52	17,10	6,08	13,78	6,49	14,63
	R ₂	0	1,18	0	0,61	0	2,02
	R ₃	5,37	15,55	3,79	12,91	3,93	14,69
50 $a=6,52$ km $e=0,6$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 9:4						
	R ₁	8,47	21,85	8,40	21,68	8,25	21,49
	R ₂	0,32	1,79	0,21	2,04	0,46	1,91
	R ₃	4,65	23,24	4,64	22,21	4,90	22,02
51 $a=4,76$ km $e=0,4$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 7:5						
	R ₁	20,44	42,06	20,46	42,04	20,47	42,03
	R ₂	0	1,27	0	1,24	0	1,24
	R ₃	14,03	42,62	14,07	42,68	14,07	42,71

continua

Tabela 5.2 - Continuação.

	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (conjunção com $i = 90^\circ$)	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km
52 $a=5,20$ km $e=0,4$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 8:5						
	R ₁	18,24	39,68	11,13	25,92	9,94	23,00
	R ₂	0	2,60	0,41	1,51	0	1,44
	R ₃	13,47	39,70	10,07	24,69	8,13	21,79
	Órbitas com o veículo começando no periapsis (conjunção com $i = 180^\circ$)						
53 $a=30,62$ km $e=0,6$	Órbita externa a Beta inicialmente na ressonância 5:2						
	R ₁	0	0	0	0	0	0
	R ₂	1,01	4,48	1,02	4,51	1,03	4,51
	R ₃	0	1,03	0	1,00	0	0,99
54 $a=3,14$ km $e=0,4$	Órbita interna a Gama inicialmente na ressonância 3:4						
	R ₁	4,24	0	4,24	0	4,24	0
	R ₂	0	0	0	0	0	0
	R ₃	2,13	2,11	2,14	2,11	2,13	2,11
55 $a=3,28$ km $e=0,3$	Órbita interna a Gama inicialmente na ressonância 4:5						
	R ₁	8,45	0	8,45	0	8,45	0
	R ₂	0	0	0	0	0	0
	R ₃	4,15	4,30	4,15	4,29	4,15	4,29
56 $a=7,89$ km $e=0,7$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 3:1						
	R ₁	1,95	3,89	1,95	3,90	1,95	3,90
	R ₂	0,53	1,82	0,53	1,82	0,53	1,82
	R ₃	1,64	4,64	1,65	4,62	1,65	4,63
	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (conjunção com $i = 180^\circ$)						
57 $a=10,48$ km $e=0,7$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 1:2						
	R ₁	1,14	2,32	2,31	7,68	1,14	2,32
	R ₂	0,37	1,69	0,66	2,94	0,37	1,68
	R ₃	0,80	2,92	1,61	8,49	0,80	2,92

continua

Tabela 5.2 - Continuação.

	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (conjunção com $i = 180^\circ$)	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km
58 $a=12,70$ km $e=0,5$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 2:3						
	R ₁	0	0,92	0	0,92	0	0,92
	R ₂	0,15	0,55	0,15	0,55	0,15	0,55
	R ₃	0,11	0,68	0,11	0,68	0,11	0,68
59 $a=11,83$ km $e=0,6$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 3:5						
	R ₁	1,57	13,17	1,88	10,64	1,87	10,64
	R ₂	3,14	7,11	2,68	6,89	2,68	6,89
	R ₃	2,92	11,29	2,61	10,02	2,61	10,05
60 $a=11,46$ km $e=0,6$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 4:7						
	R ₁	1,19	2,96	2,05	9,56	1,65	4,06
	R ₂	0,48	2,89	1,62	5,19	1,06	3,54
	R ₃	0,94	3,40	2,31	9,26	1,35	4,51
61 $a=11,24$ km $e=0,6$	Órbita interna a Beta inicialmente na ressonância 5:9						
	R ₁	1,68	3,66	2,71	5,31	2,55	5,06
	R ₂	1,35	3,37	1,65	4,17	1,30	2,71
	R ₃	1,09	4,61	1,77	6,32	1,80	5,93
62 $a=6,03$ km $e=0,5$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 2:1						
	R ₁	14,22	48,28	14,35	48,15	14,34	48,16
	R ₂	0	4,29	0	4,15	0	4,14
	R ₃	13,10	33,88	13,42	34,29	13,43	34,28
63 $a=8,74$ km $e=0,7$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 7:2						
	R ₁	1,16	2,64	1,16	2,64	1,16	2,64
	R ₂	0,57	1,24	0,57	1,25	0,57	1,25
	R ₃	1,02	3,00	1,02	2,99	1,02	2,99
64 $a=4,61$ km $e=0,3$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 4:3						
	R ₁	7,50	7,29	7,47	7,33	7,47	7,32
	R ₂	0	0	0	0	0	0
	R ₃	5,71	9,08	5,71	9,08	5,71	9,09

continua

Tabela 5.2 - Conclusão.

	Órbitas com o veículo começando no apoapsis (conjunção com $i = 180^\circ$)	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km	$d < 5$ km	$5 < d < 10$ km
65 $a=6,68$ km $e=0,6$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 7:3						
	R ₁	5,60	18,86	5,60	18,80	5,60	18,80
	R ₂	0	2,01	0	2,02	0	2,02
	R ₃	4,78	14,72	4,77	14,67	4,77	14,68
66 $a=6,52$ km $e=0,6$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 9:4						
	R ₁	4,60	14,33	4,61	14,29	4,61	14,29
	R ₂	0	2,49	0	2,49	0	2,49
	R ₃	3,93	12,25	3,91	12,25	3,91	12,25
67 $a=4,76$ km $e=0,4$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 7:5						
	R ₁	6,86	9,93	6,85	9,94	6,85	9,94
	R ₂	0	0	0	0	0	0
	R ₃	6,14	10,16	6,13	10,15	6,13	10,15
68 $a=5,20$ km $e=0,4$	Órbita externa a Gama inicialmente na ressonância 8:5						
	R ₁	11,26	20,08	11,25	20,08	11,24	20,08
	R ₂	0	0,24	0	0,26	0	0,26
	R ₃	10,76	18,39	10,75	18,30	10,75	18,30

5.2.1 Órbitas para observar Alpha e Gama

O primeiro grupo de resultados descreve órbitas para um veículo espacial que são adequadas para observar os corpos Alpha e Gama. Da Tabela 5.2 é possível ter uma visão geral das opções em que o veículo permanece próximo a esses corpos. Algumas das órbitas mais interessantes ($d < 5$ km) são descritas a seguir. Em virtude da proximidade entre Alpha e Gama, encontra-se uma grande quantidade de soluções para estudar esses dois corpos em uma única trajetória natural. Nota-se que as durações das trajetórias não são as mesmas.

A Órbita 2 é uma órbita interna inicialmente na ressonância 3:4 com Gama. Esta é uma trajetória muito interessante. Quando a pressão da radiação não é considerada, assumindo assim um veículo com baixa relação área/massa, esta trajetória permite que o veículo permaneça 51,65 dias perto de Alpha e 23,61 dias perto de Gama, a partir de

62,50 dias simulados. A Figura 5.1 mostra as trajetórias do veículo espacial e dos corpos Beta e Gama. Nota-se que a inclinação da trajetória do veículo apresenta variações causadas pelos campos gravitacionais dos corpos Alpha e Gama que estão em planos diferentes.

A Figura 5.2 mostra as distâncias entre o veículo e os três corpos do sistema, em função do tempo, e um zoom entre 18 e 21 dias de simulação. Através da Figura 5.3 (gráfico da energia de dois corpos entre Alpha e o veículo em função do tempo), observa-se que a energia oscila, mas tem um salto maior próximo de 18,5 dias, e passa a oscilar em torno de um valor mais elevado. Esse salto é devido a uma passagem próxima com Gama, causando um efeito de Swing-By na trajetória do veículo. A Figura 5.4 mostra o ângulo ressonante (MURRAY; DERMOTT, 1999) entre o veículo e Gama em função do tempo. Observa-se que houve oscilação do ângulo ressonante entre 0 - 360 graus e ele não libra em torno de um valor, ou seja, o veículo espacial não permaneceu em ressonância com a trajetória do corpo secundário. A perturbação é muito grande para manter a ressonância.

Figura 5.1 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando não há pressão da radiação (Órbita 2).

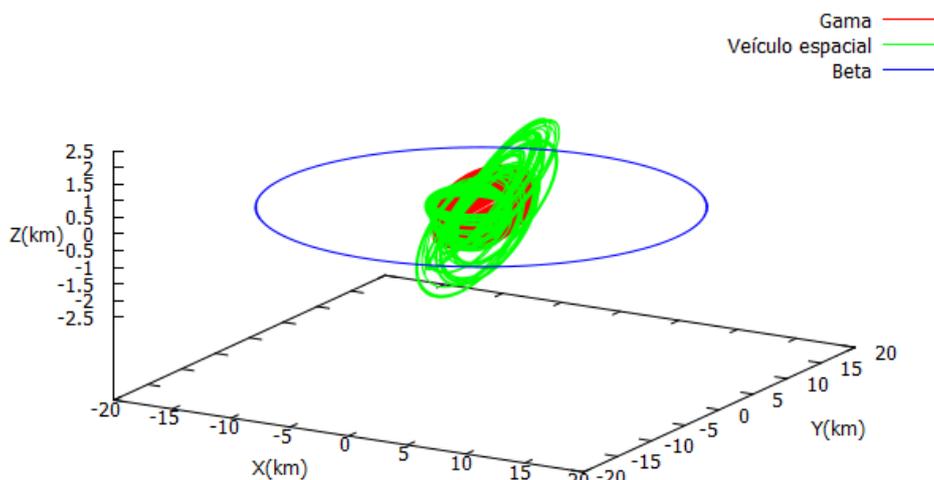


Figura 5.2 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando não há pressão da radiação (Órbita 2). Abaixo um zoom entre 18 e 21 dias de simulação.

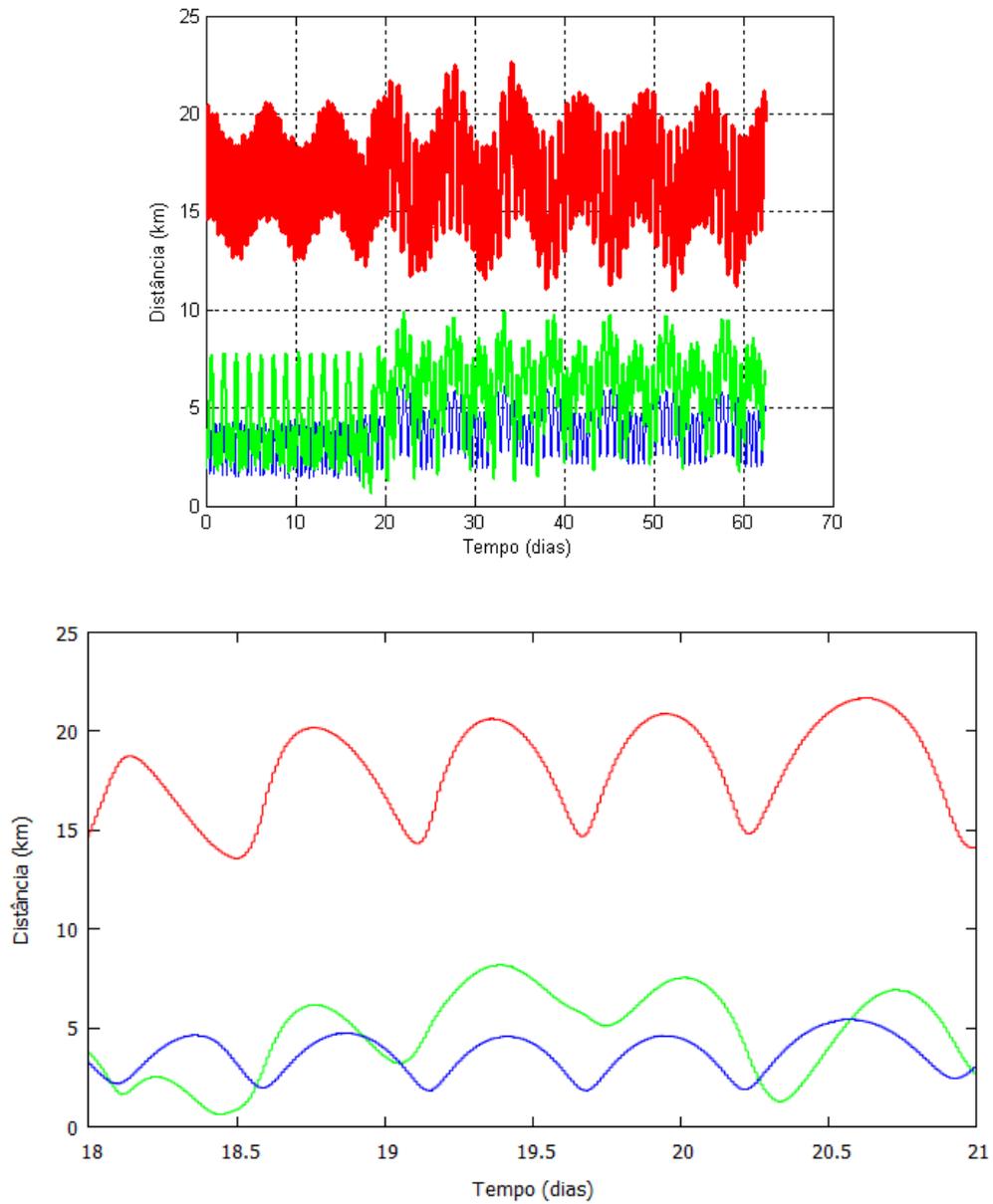


Figura 5.3 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 2).

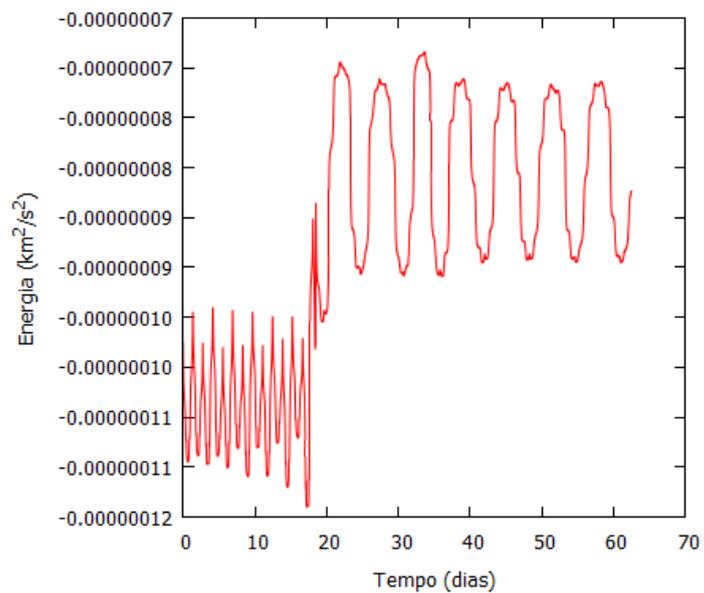
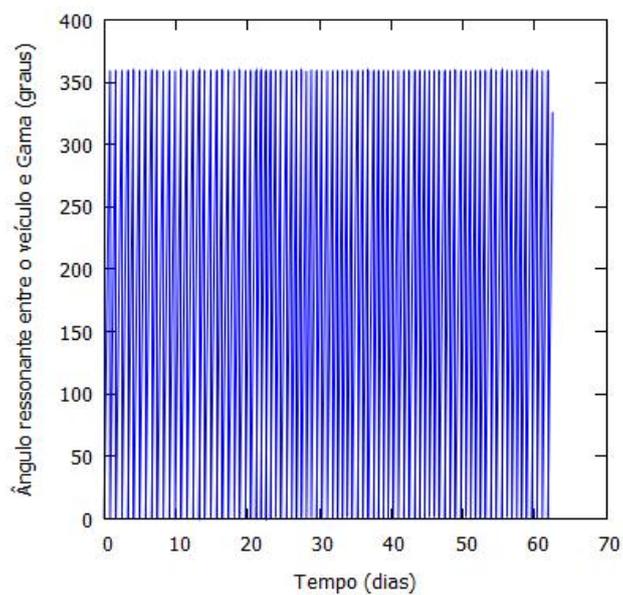


Figura 5.4 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 2) ($\varphi = 4\lambda' - 3\lambda - \varpi'$).



Se a pressão da radiação é considerada e o asteroide está no periapsis de sua trajetória ao redor do Sol, as durações dos encontros diminuem e são modificadas para 33,24 dias perto de Alpha e 23,47 dias perto de Gama, que ainda é um resultado notável.

Se o asteroide está no apoapsis de sua trajetória ao redor do Sol, essas durações são modificadas para 46,09 dias perto de Alpha e 31,19 dias perto de Gama, o que é um resultado muito satisfatório para observar ambos os corpos, com as durações mais distribuídas entre os dois corpos. Neste caso, o satélite colide com o corpo principal ao final de 52,52 dias simulados. A Figura 5.5 mostra as trajetórias do veículo e dos corpos Beta e Gama. Nota-se que a inclinação da trajetória do veículo apresenta variações. Essas mudanças são causadas pelos campos gravitacionais dos corpos, que não são coplanares, e a presença da pressão da radiação solar. A Figura 5.6 mostra as distâncias entre o veículo espacial e os três corpos do sistema, em função do tempo, e um zoom entre 36 e 40 dias de simulação. A Figura 5.7 mostra o gráfico da energia de dois corpos em função do tempo. Nota-se que a energia varia, mas próximo de 37,3 dias tem um aumento, e passa a oscilar em torno de um valor mais elevado. Esse salto é devido a duas passagens próximas com Gama, causando um efeito de Swing-By na trajetória do veículo. A Figura 5.8 ilustra o comportamento do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo que se mantém com oscilação entre 0 - 360 graus e não libra em torno de um valor, caracterizando um veículo com uma órbita que não está em ressonância com a órbita do corpo secundário.

Figura 5.5 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 2).

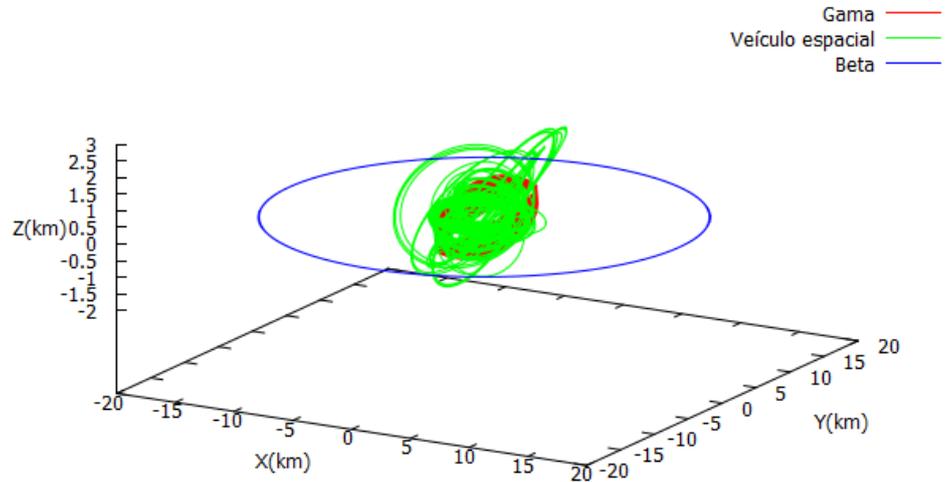


Figura 5.6 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 2). Abaixo um zoom entre 36 e 40 dias de simulação.

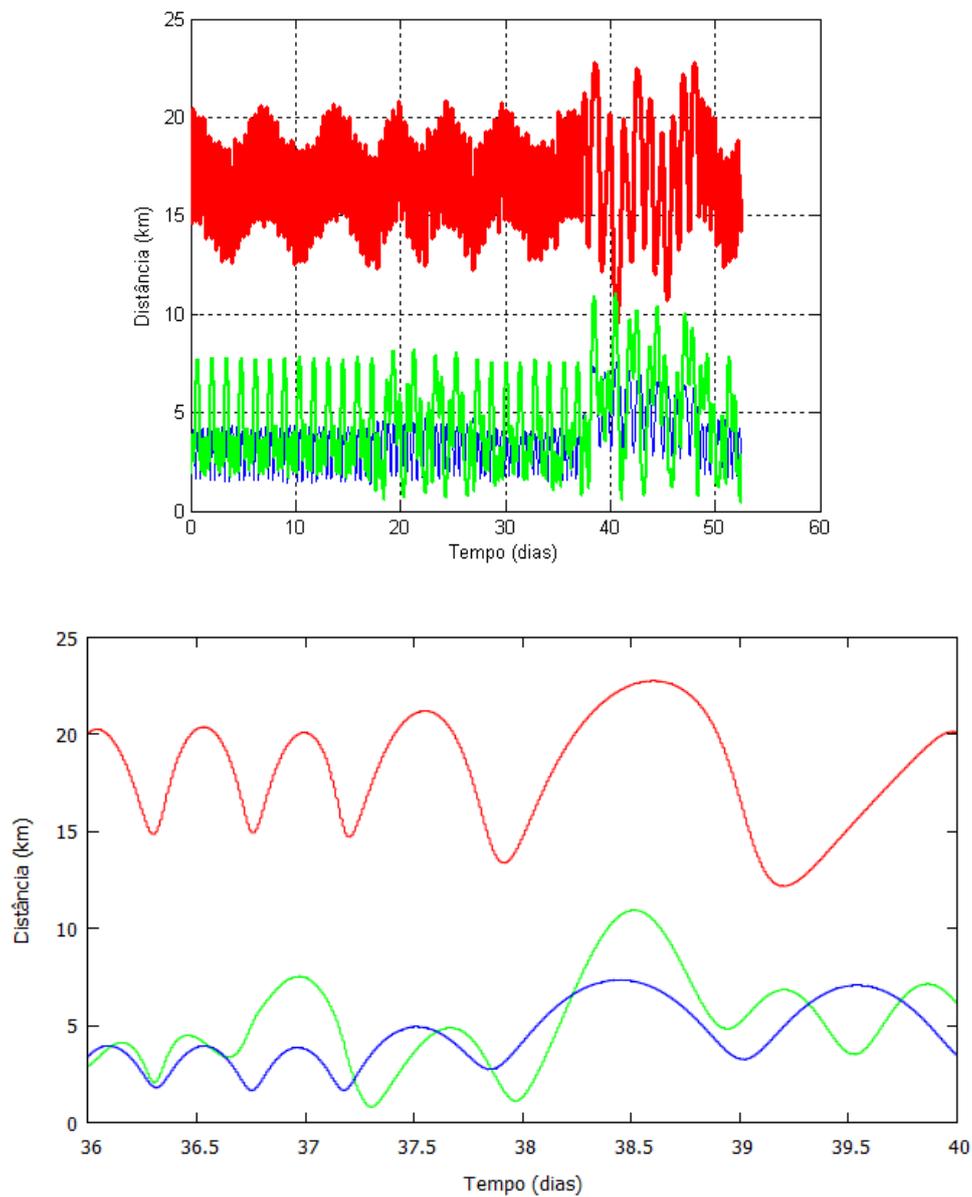


Figura 5.7 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 2).

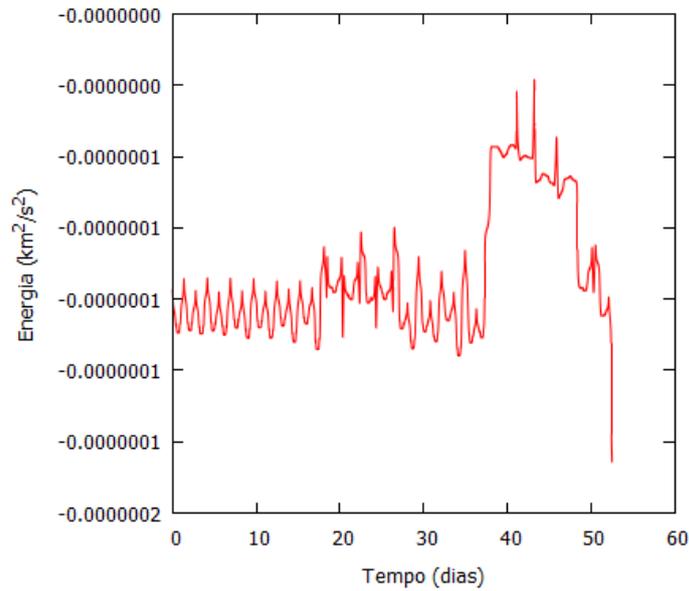
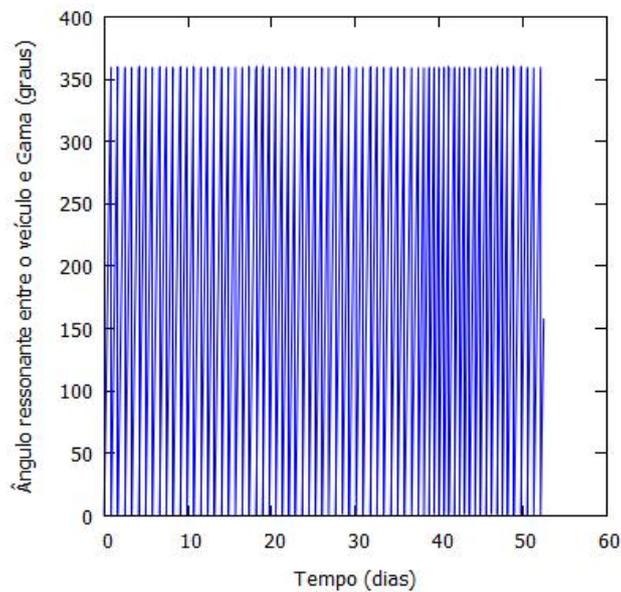


Figura 5.8 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 2) ($\varphi = 4\lambda' - 3\lambda - \varpi'$).



A Órbita 4 é um exemplo de trajetória que se beneficia da pressão da radiação para ficar mais perto dos corpos Alpha e Gama. O tempo aumenta de 19,74 dias perto de Alpha,

quando não há pressão da radiação, para 29,00 dias quando a pressão da radiação é considerada e o asteroide está em seu periapsis. Em relação à Gama, o tempo de observação passa de 21,26 dias para 23,04 dias. Observa-se que a duração da órbita é menor do que 62,50 dias quando o asteroide está no periapsis de sua trajetória ao redor do Sol. Ocorreu uma colisão com Gama e a simulação foi interrompida em 55,94 dias.

As trajetórias do veículo e dos corpos Beta e Gama podem ser analisadas na Figuras 5.9 e 5.13. Nota-se que os campos gravitacionais dos corpos colaboraram para a variação da oscilação da trajetória do veículo. As Figuras 5.10 e 5.14 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os três corpos do sistema, em função do tempo, e um zoom respectivamente entre 30-40 e até 40 dias de simulação.

Figura 5.9 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando não há pressão da radiação (Órbita 4).

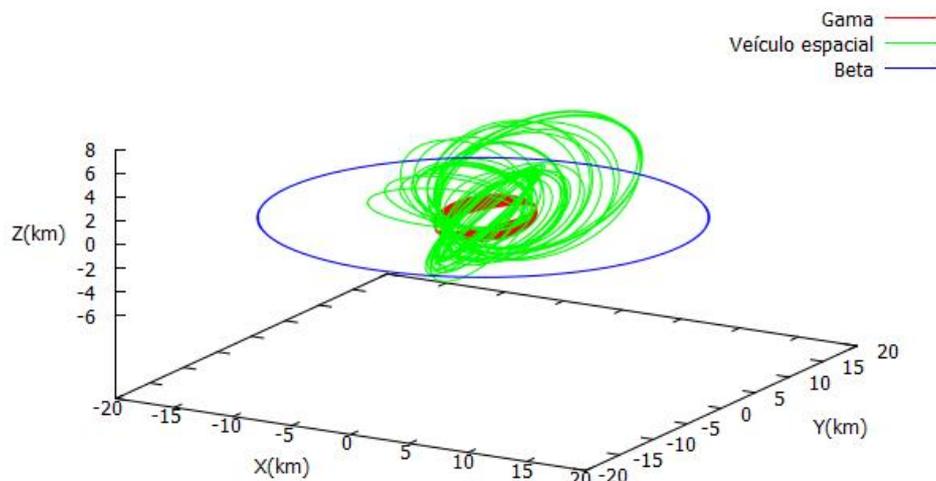
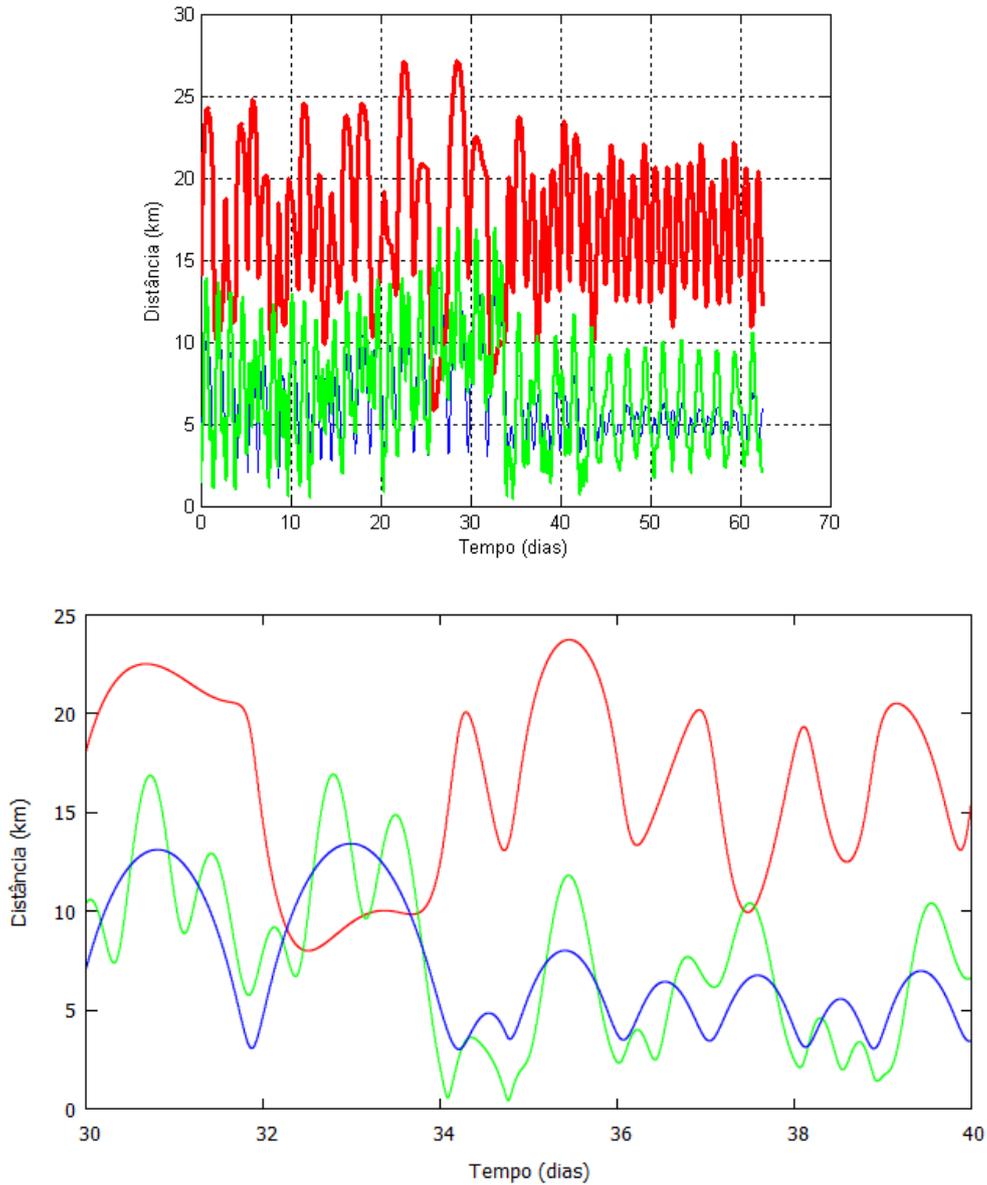


Figura 5.10 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando não há pressão da radiação (Órbita 4). Abaixo um zoom entre 30 e 40 dias de simulação.



Observa-se na Figura 5.11 que a energia varia, mas logo após 34 dias tem uma queda, e passa a oscilar em torno de um valor mais baixo. Essa queda é devido a duas passagens próximas com Gama, causando um efeito de Swing-By na trajetória do veículo. A Figura 5.12 mostra o ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo e

observa-se que há oscilação do ângulo ressonante entre 0 – 360 graus e ele não libra em torno de um valor, ou seja, o veículo espacial não permaneceu em ressonância com a trajetória do corpo secundário.

Figura 5.11 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 4).

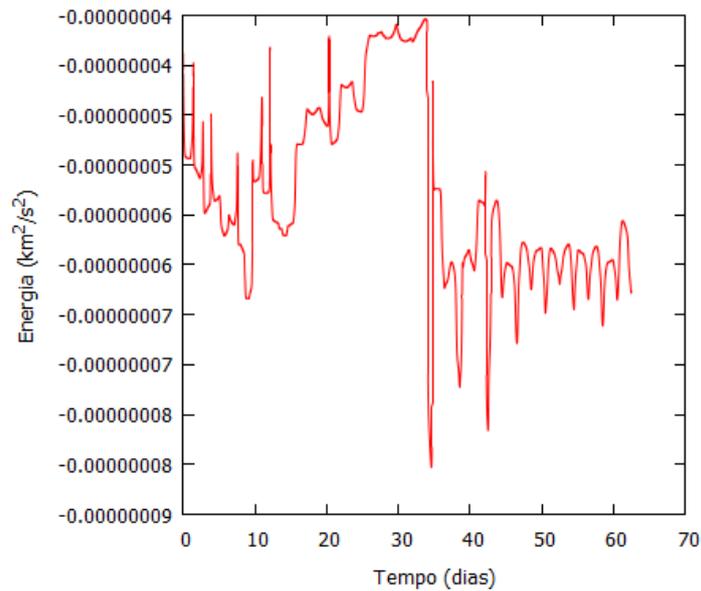


Figura 5.12 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 4) ($\varphi = \lambda' - 3\lambda + 2\varpi'$).

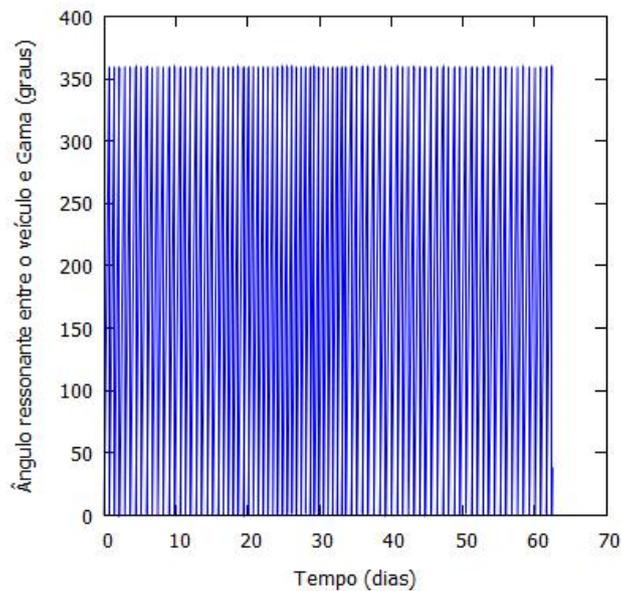


Figura 5.13 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 4).

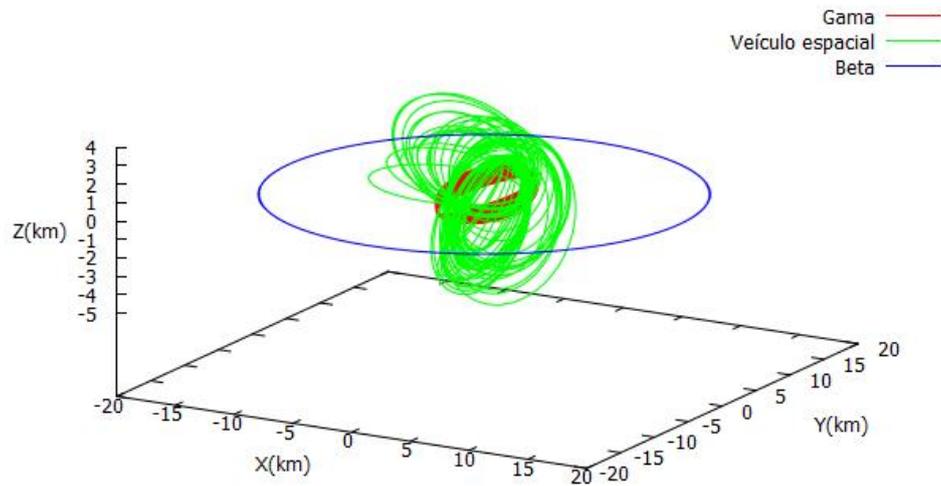
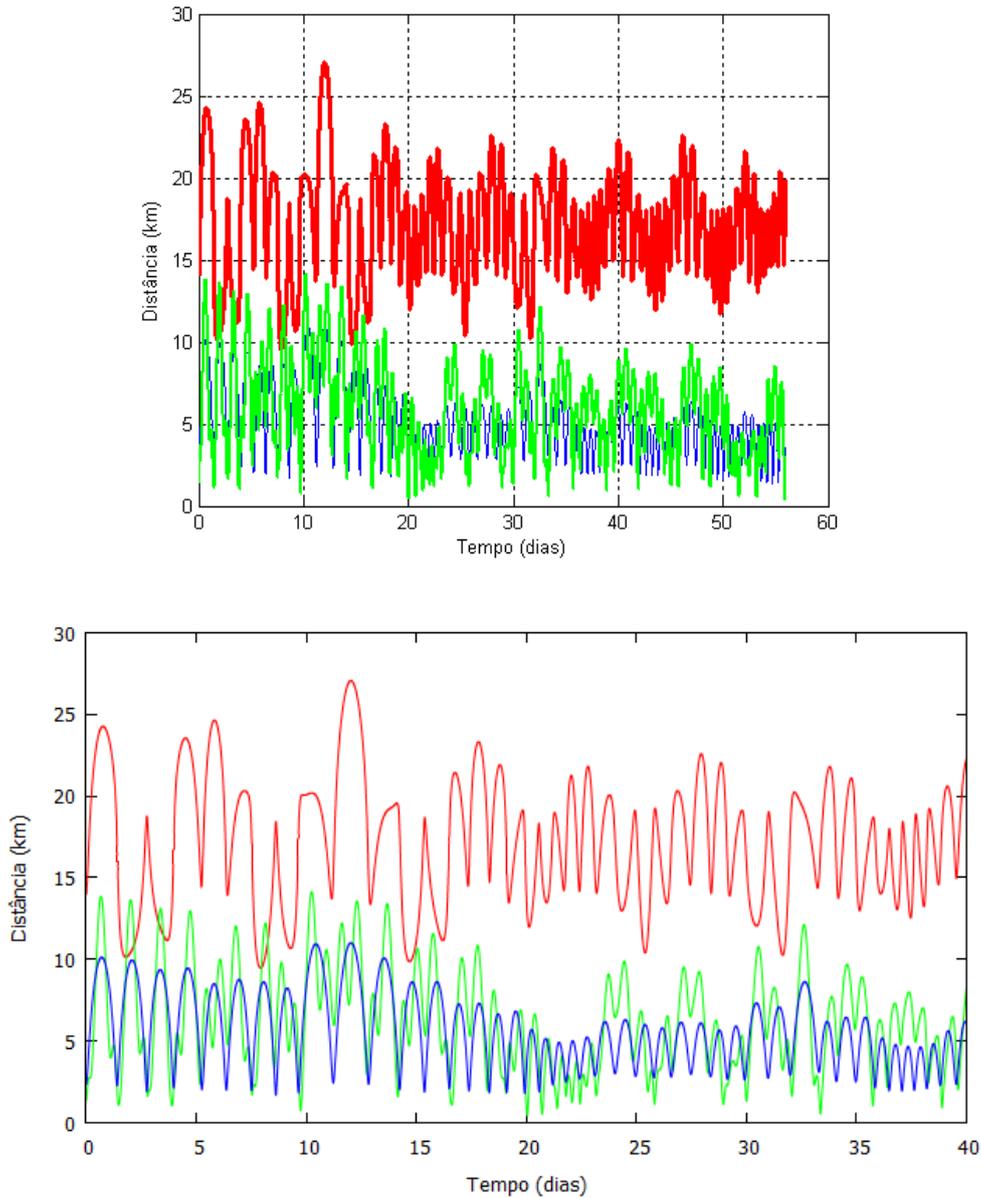


Figura 5.14 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 4). Abaixo um zoom até 40 dias de simulação.



Na Figura 5.15 nota-se que um efeito de Swing-By na trajetória do veículo foi provocado por passagens próximas, todas com Gama, em vários momentos da simulação, causando alterações na energia. A Figura 5.16 ilustra o comportamento do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo que se mantém

oscilando entre 0 - 360 graus e não libra em torno de um valor, caracterizando um veículo com uma órbita que não está em ressonância com a órbita do corpo secundário.

Figura 5.15 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 4).

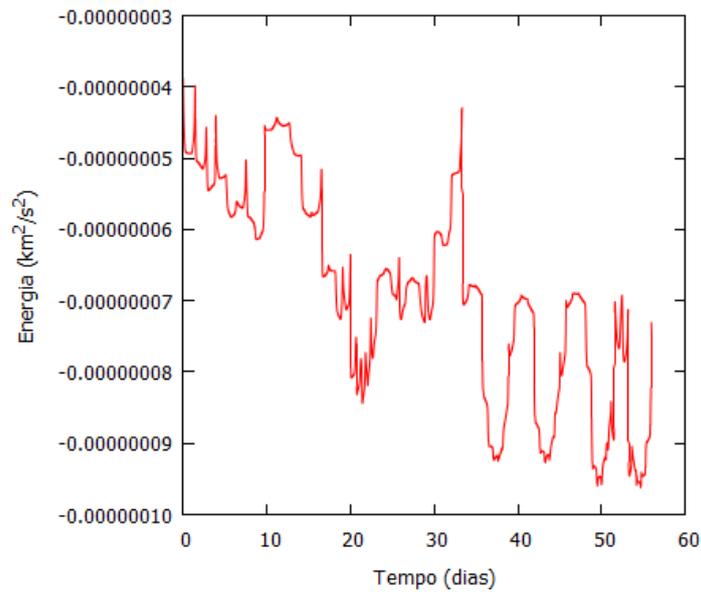
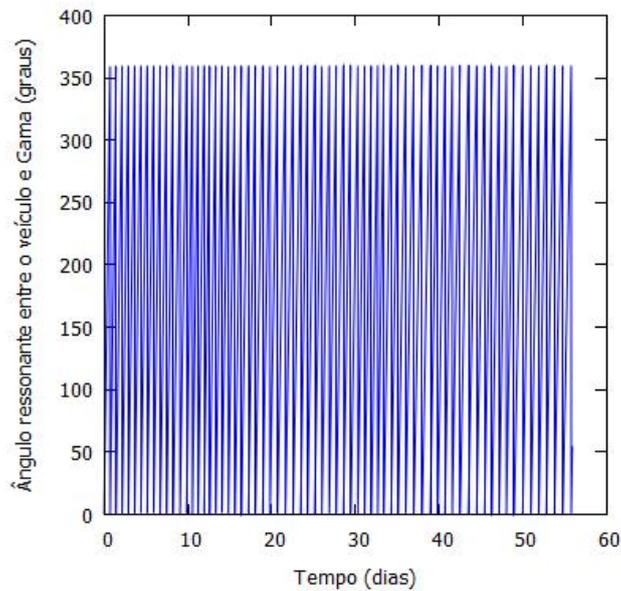


Figura 5.16 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 4) ($\varphi = \lambda' - 3\lambda + 2\omega'$).



Outra trajetória muito interessante é a Órbita 18. Nota-se que, quando a pressão da radiação não é considerada, o veículo espacial permanece 9,65 dias perto de Alpha e 5,26 dias próximo de Gama.

A Figura 5.17 mostra as trajetórias do veículo e dos corpos Beta e Gama. A trajetória do veículo apresenta variações. A Figura 5.18 mostra as distâncias entre o veículo espacial e os três corpos do sistema, em função do tempo, e um zoom entre 10 e 12 dias de simulação. A simulação durou 11,90 dias, e isso explica as durações mais curtas dos encontros do veículo com os corpos Alpha e Gama.

Figura 5.17 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando não há pressão da radiação (Órbita 18).

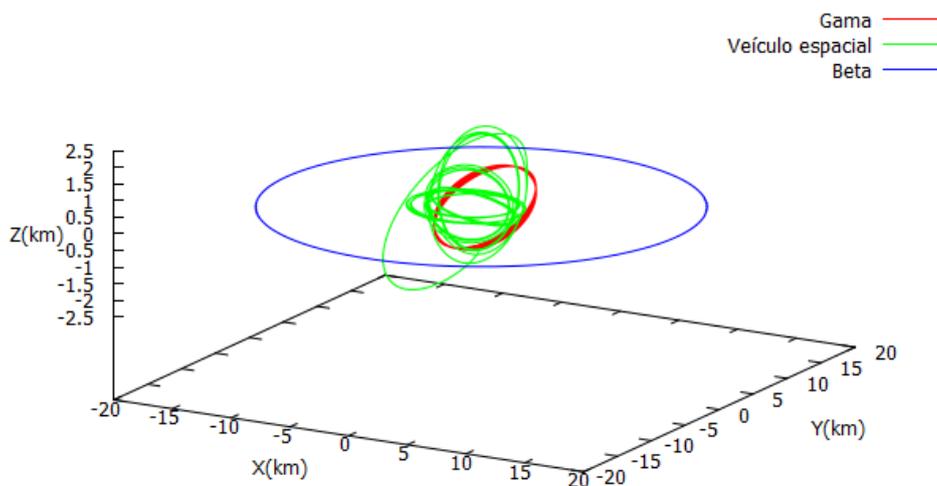
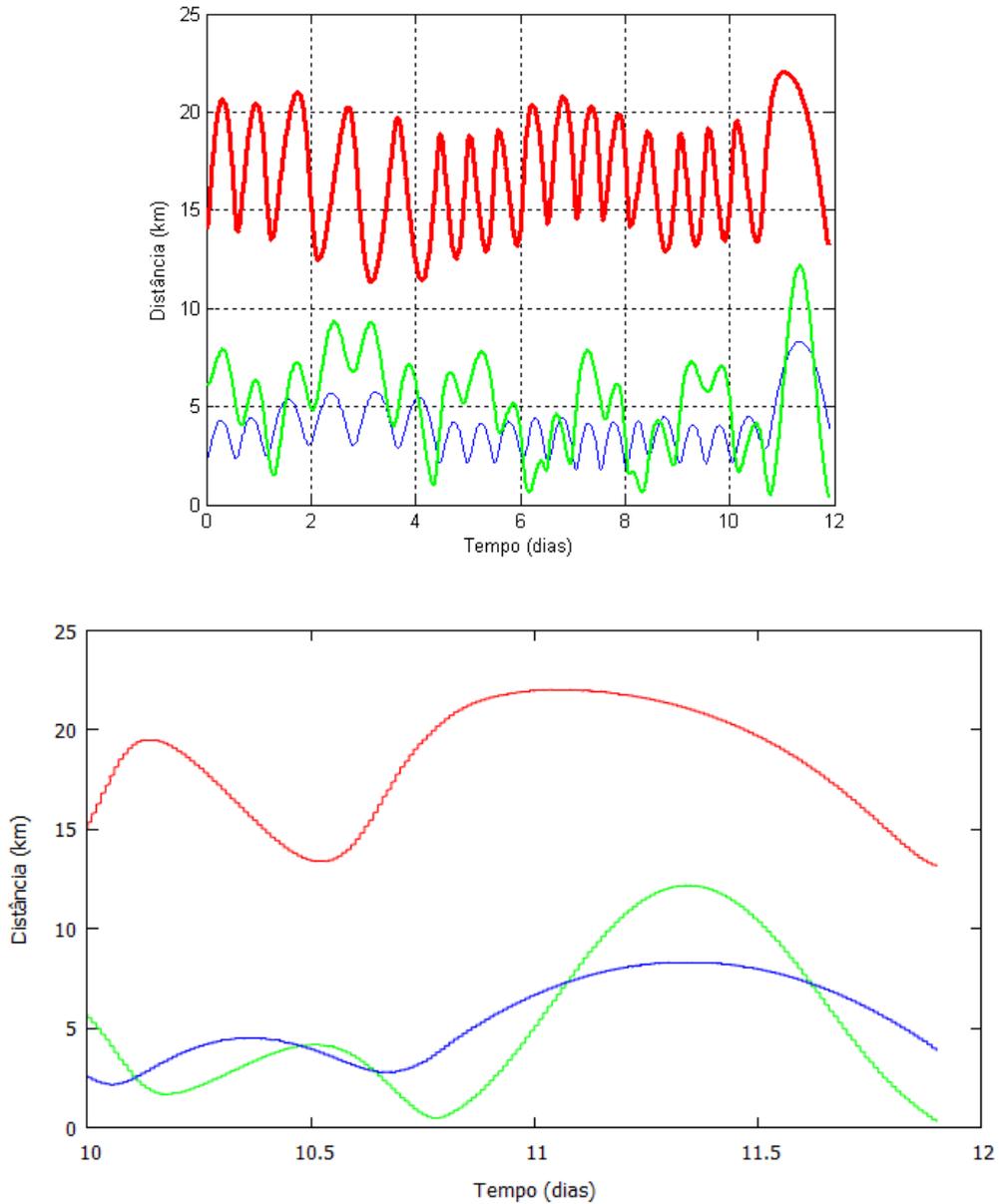


Figura 5.18 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando não há pressão da radiação (Órbita 18). Abaixo um zoom entre 10 e 12 dias de simulação.



Nota-se, na Figura 5.19, que a colisão do veículo ocorreu devido a uma passagem próxima com Gama e em consequência disso, causou uma alteração de trajetória que terminou em colisão com o corpo. A Figura 5.20 mostra o ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo. Nota-se que há oscilação do ângulo ressonante

entre 0 – 360 graus e ele não libra em torno de um valor, ou seja, o veículo espacial não permaneceu em ressonância com a trajetória do corpo secundário. A perturbação é muito grande para manter a ressonância.

Figura 5.19 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 18).

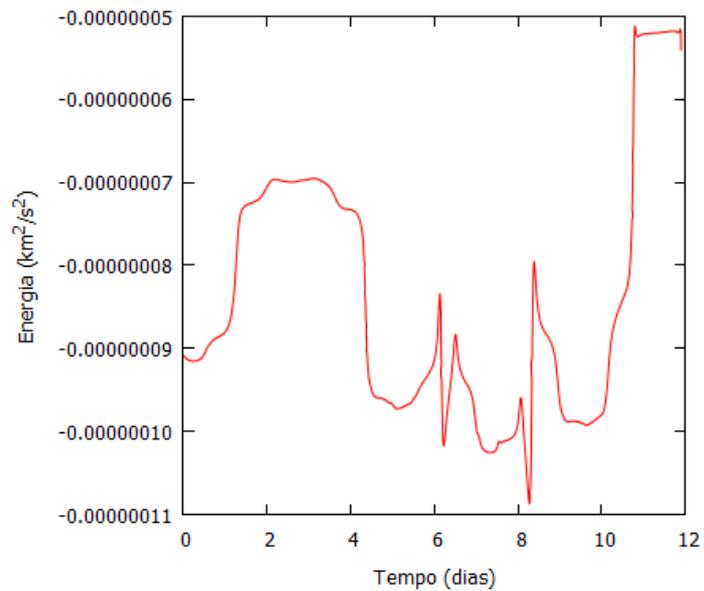
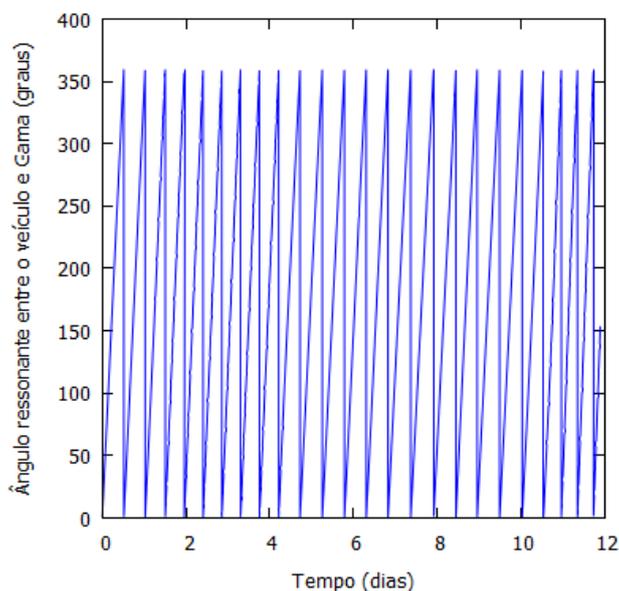


Figura 5.20 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 18) ($\varphi = 6\lambda' - 5\lambda - \varpi'$).



Ao adicionar a pressão da radiação, quando o asteroide está no periapsis de sua trajetória ao redor do Sol, essa colisão não ocorre mais, e o veículo permanece 51,11 dias perto de Alpha e 17,39 dias próximo de Gama. Esta é uma situação em que a pressão da radiação ajudou o veículo espacial a permanecer mais tempo perto dos asteroides. É uma das mais notáveis trajetórias encontradas, graças à presença da pressão da radiação solar.

As trajetórias do veículo e dos corpos Beta e Gama são mostradas na Figura 5.21. Nota-se que a inclinação da trajetória do veículo apresenta variações. Essas mudanças são causadas pelos campos gravitacionais dos corpos, que não são coplanares, e a presença da pressão da radiação solar. A Figura 5.22 mostra as distâncias entre o veículo espacial e os três corpos do sistema, em função do tempo, e um zoom até 12 dias de simulação. A simulação durou todo o tempo predeterminado.

Figura 5.21 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 18).

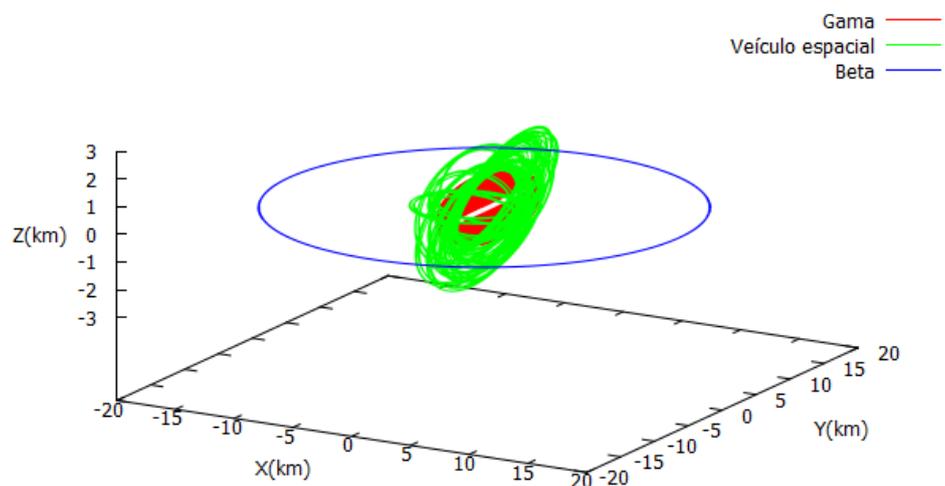
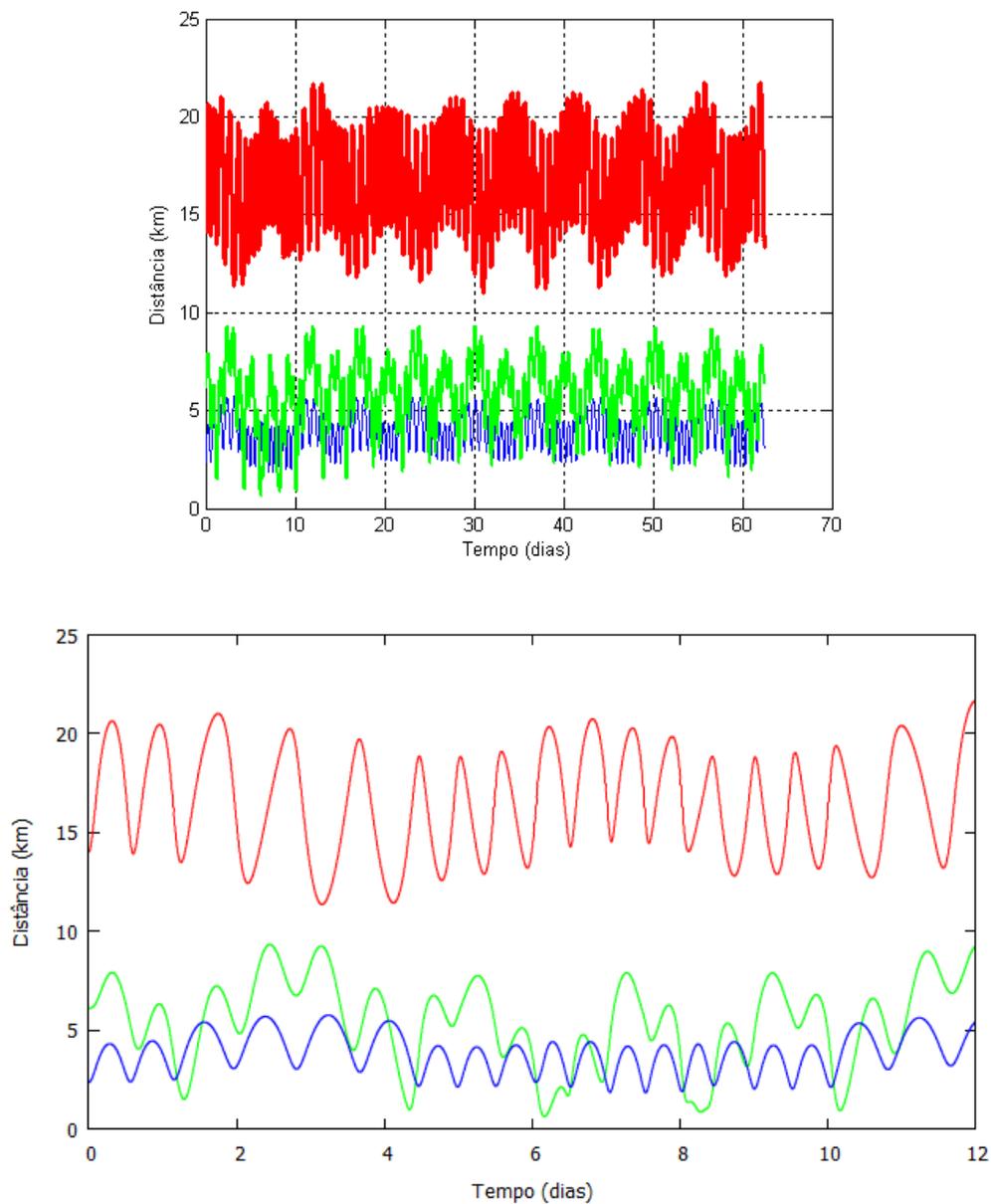


Figura 5.22 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 18). Abaixo um zoom até 12 dias de simulação.



Na Figura 5.23, observa-se que um efeito de Swing-By na trajetória do veículo foi provocado por uma passagem próxima com Gama, causando alteração na oscilação da energia que atingiu valores mais baixos logo após 8 dias de simulação e após 10 dias teve um salto permanecendo com a mesma amplitude até o fim. É importante observar

que nem todas as passagens próximas por um corpo celeste resultam em alterações de energia de um corpo. A geometria da passagem tem grande influência nessa variação, oscilando entre máxima e mínima variação de energia, mas passando também por geometrias com variações de energia próximas de zero. A Figura 5.24 ilustra o comportamento do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo que se mantém oscilando entre 0 – 360 graus e não libra em torno de um valor, caracterizando um veículo com uma órbita que não está em ressonância com a órbita do corpo secundário.

Figura 5.23 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 18).

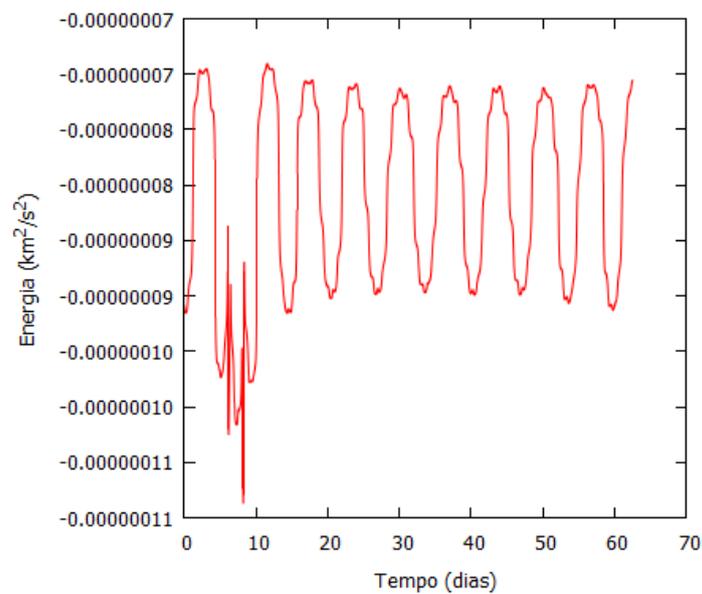
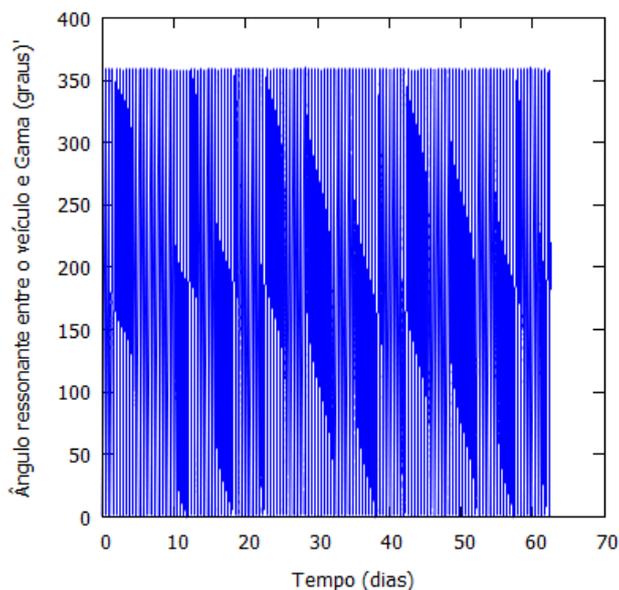


Figura 5.24 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 18) ($\varphi = 6\lambda' - 5\lambda - \varpi'$).



A Órbita 22, sobreviveu durante todo o tempo da integração, que são 62,50 dias em cada simulação. Em particular, esta órbita mantém o veículo perto de Alpha o tempo todo e perto de Gama cerca de 70% do tempo, por isso é uma trajetória muito interessante para estudar esses corpos. Esta órbita sofre poucos efeitos da pressão da radiação, porque passa perto dos dois corpos, de modo que o campo gravitacional domina o movimento do veículo espacial. Há apenas um pequeno aumento no tempo que o veículo passa perto de Gama. Passando de 42,96 dias para 43,03 dias.

Quando a pressão da radiação solar é considerada e o asteroide está no periapsis de sua órbita ao redor do Sol, observa-se na Figura 5.25 as trajetórias do veículo e dos corpos Beta e Gama. A trajetória do veículo está concentrada em torno dos corpos Alpha e Gama e possui variação em sua inclinação. A Figura 5.26 mostra as distâncias entre o veículo espacial e os três corpos do sistema, em função do tempo, e um zoom entre 40 e 62,50 dias de simulação. Não houve colisão com nenhum dos corpos do sistema e a simulação durou 67,50 dias. A Figura 5.27 mostra o gráfico da energia em função do tempo. Nota-se que a oscilação da energia tem pequena amplitude durante todo o tempo da simulação. Essa trajetória é forte candidata para uma missão a esse sistema de asteroides. A Figura 5.28 mostra o ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função

do tempo. Observa-se que há oscilação do ângulo entre 0 – 360 graus e ele não libra em torno de um valor, ou seja, o veículo espacial não permaneceu em ressonância com a trajetória do corpo secundário. A perturbação é muito grande para manter a ressonância.

Figura 5.25 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 22).

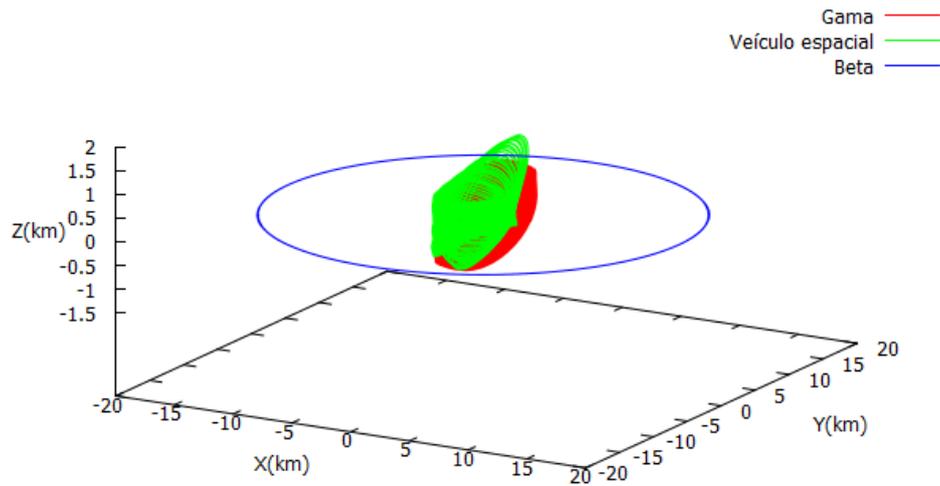


Figura 5.26 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 22). Abaixo um zoom entre 40 e 62,50 dias de simulação.

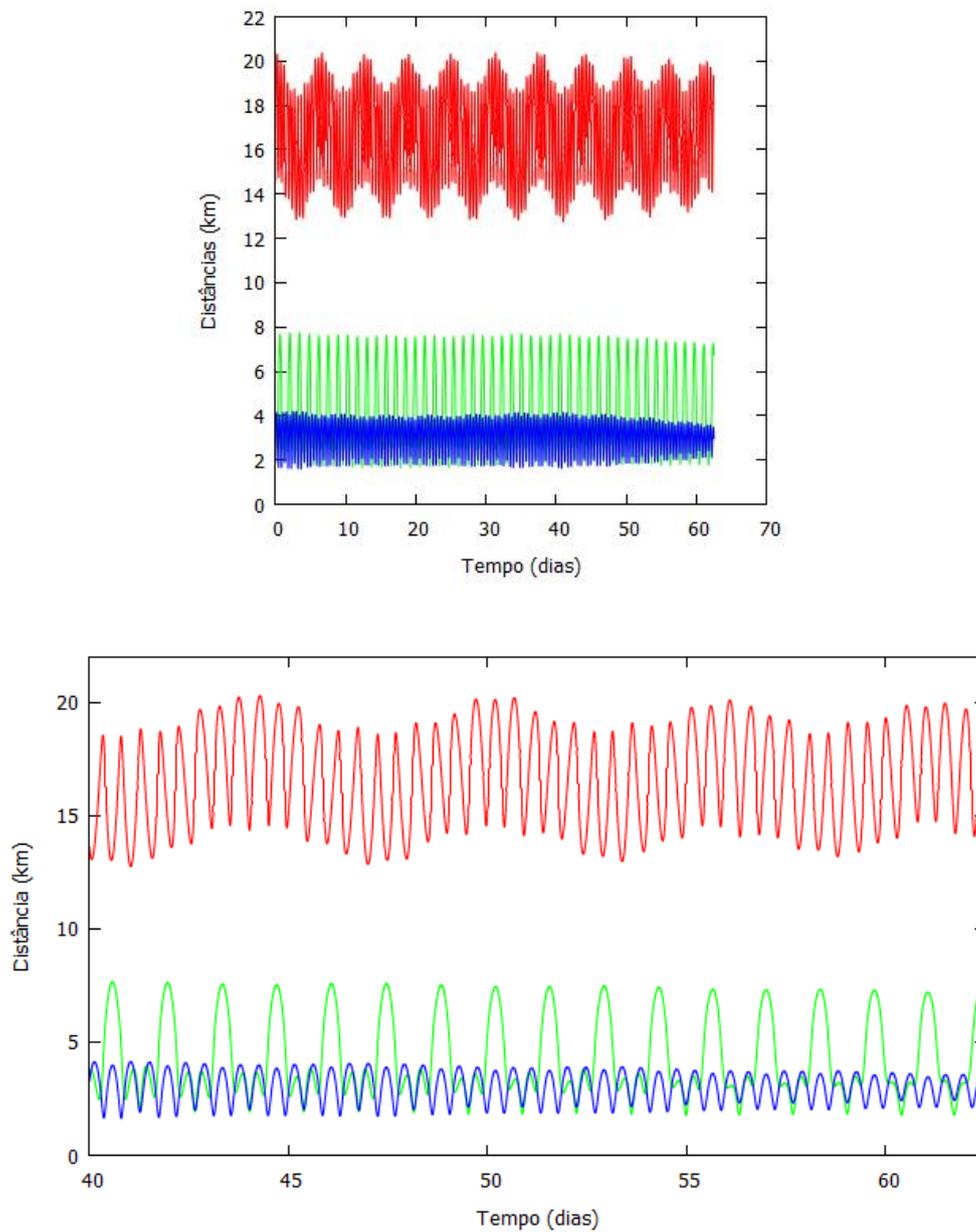


Figura 5.27 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 22).

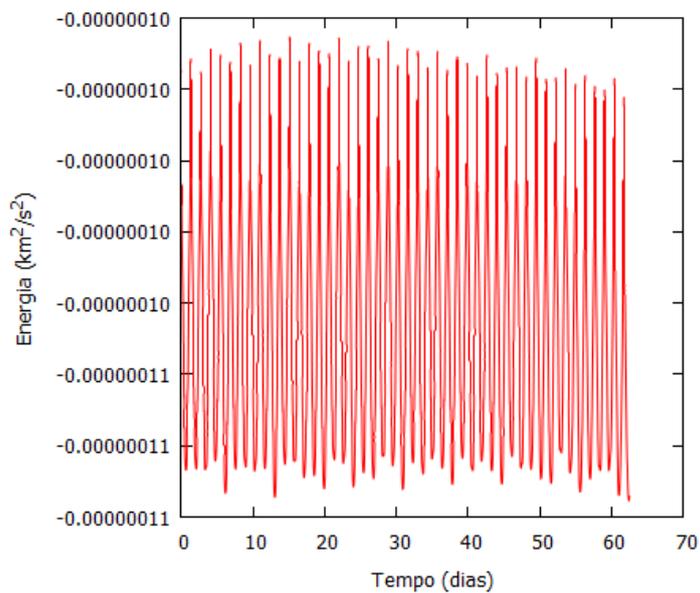
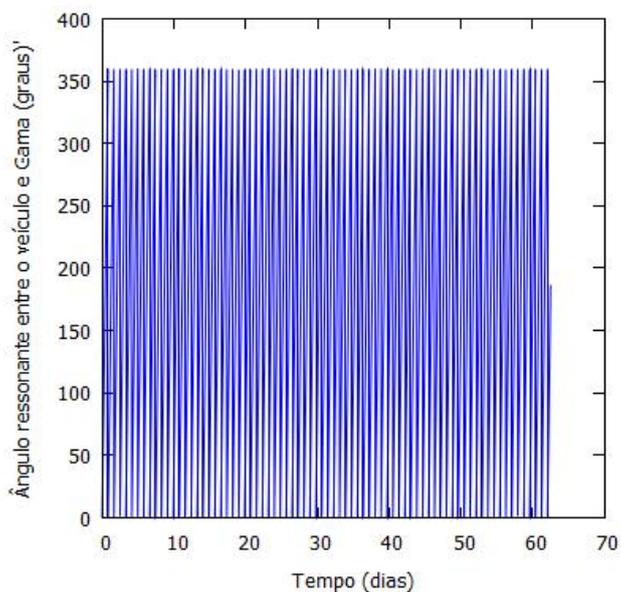


Figura 5.28 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 22) ($\varphi = 4\lambda' - 3\lambda - \varpi'$).



A Órbita 33 é uma órbita externa inicialmente na ressonância 7:3 com Gama. O veículo começa no apoapsis de sua órbita ao redor do Sol que tem uma inclinação de 13,87 graus. Quando a pressão da radiação não é considerada, esta trajetória tem curtas passagens, mas o veículo espacial consegue observar os três corpos do sistema. O veículo permanece 7,40 dias perto de Alpha, 3,12 dias perto de Beta e 4,50 dias perto de Gama. A Figura 5.29 mostra as trajetórias do veículo e dos corpos Beta e Gama. Nota-se que a inclinação da trajetória do veículo apresenta variações. Essas mudanças são causadas pelos campos gravitacionais dos corpos, que não estão em órbitas coplanares. A Figura 5.30 mostra as distâncias entre o veículo espacial e os três corpos do sistema, em função do tempo, e um zoom entre 20 e 40 dias de simulação. A simulação durou o tempo total predeterminado. A Figura 5.31 mostra o gráfico da energia em função do tempo. Observa-se que a energia sempre oscila, mas tem um salto maior próximo de 27 e 29 dias, e passa a oscilar em torno de um valor mais elevado. Esse salto é devido a duas passagens próximas à Gama, causando um efeito de Swing-By na trajetória do veículo. O ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo é mostrado na Figura 5.32. O ângulo se mantém oscilando entre 0 – 360 graus e não libra em torno de um valor, caracterizando um veículo com uma órbita que não está em ressonância com a órbita do corpo secundário.

Figura 5.29 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando não há pressão da radiação (Órbita 33).

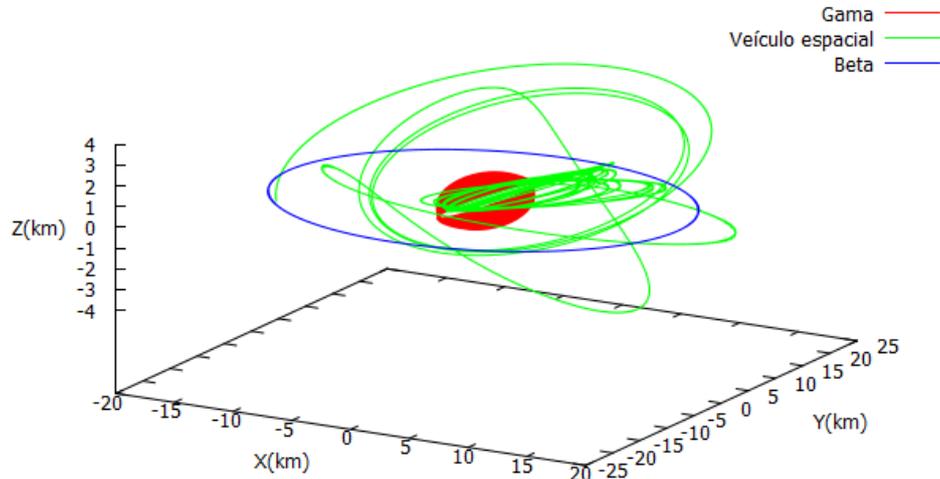
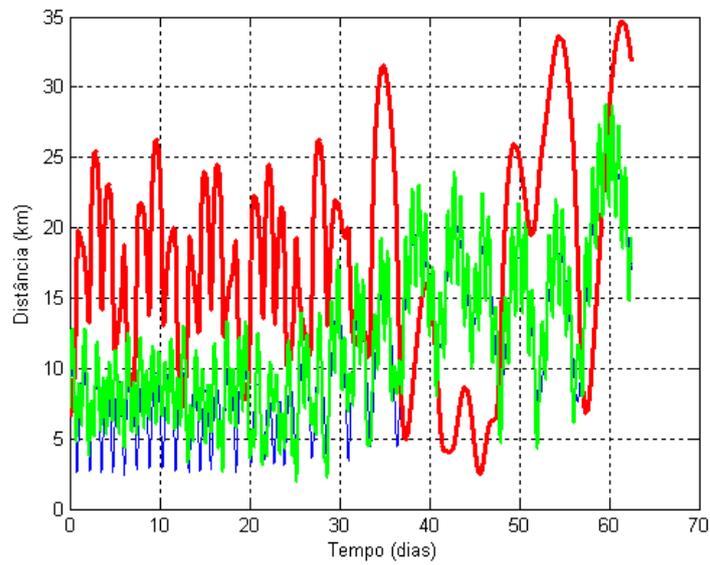


Figura 5.30 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando não há pressão da radiação (Órbita 33). Abaixo um zoom entre 20 e 40 dias de simulação.



continua

Figura 5.30 – Conclusão.

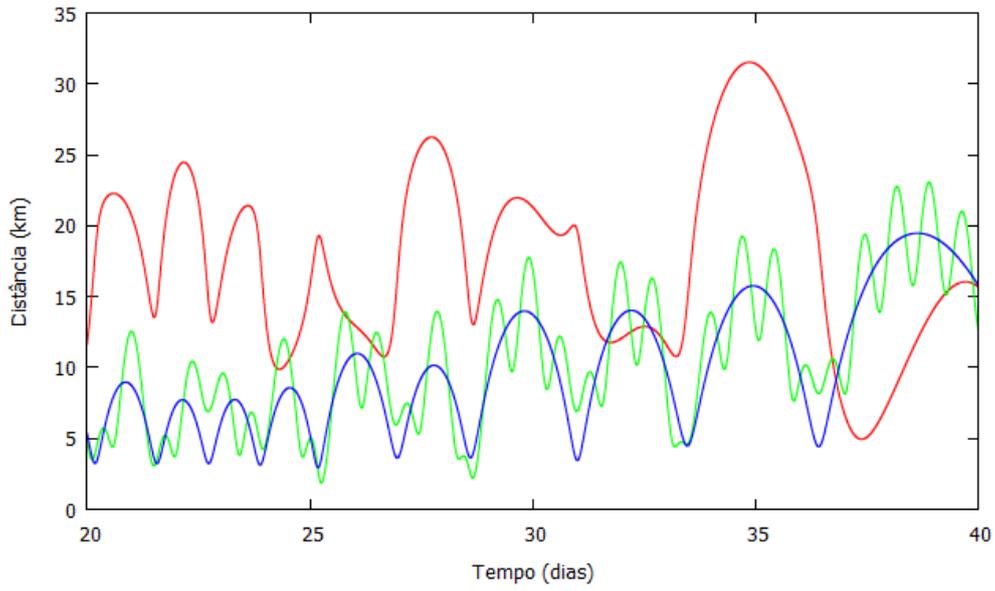


Figura 5.31 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 33).

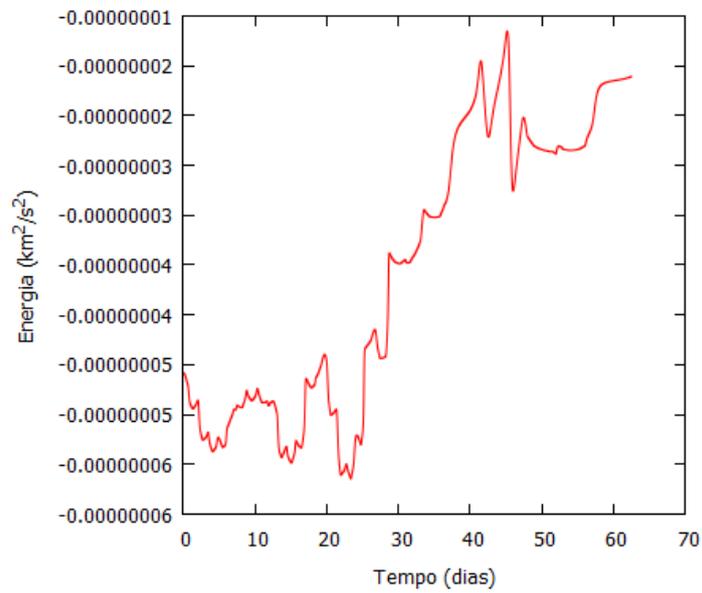
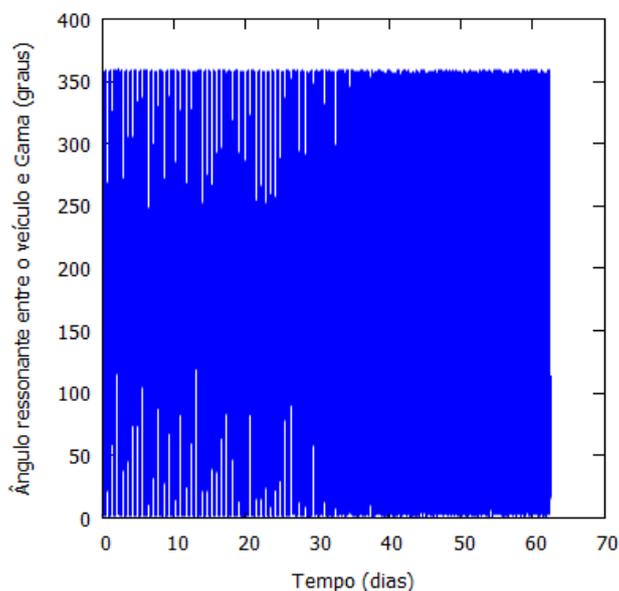


Figura 5.32 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 33) ($\varphi = 3\lambda' - 7\lambda + 4\varpi'$).



Se a pressão da radiação é considerada, com o asteroide no periapsis de sua trajetória em torno do Sol, esses tempos são modificados. Não há passagem próxima à Beta, mas o tempo próximo dos outros dois corpos aumenta para 19,25 dias perto de Alpha e 15,54 dias próximo a Gama. Esta trajetória passou a ser favorável para observar Alpha e Gama. Neste caso, a pressão da radiação teve um forte efeito a favor de uma passagem próxima a esses corpos. A Figura 5.33 mostra as trajetórias do veículo e dos corpos Beta e Gama. Nota-se que a trajetória do veículo cruza a órbita de Beta e sua inclinação apresenta variações. A Figura 5.34 mostra as distâncias entre o veículo espacial e os três corpos do sistema, em função do tempo, e um zoom entre 20 e 50 dias de simulação. A simulação durou 56,49 dias e o veículo colidiu com Gama. A Figura 5.35 mostra o gráfico da energia em função do tempo. Nota-se que a energia sempre oscila, mas tem um salto maior logo após 30 dias, passando a oscilar em torno de um valor mais elevado. Esse salto é devido a uma passagem próxima com Gama, causando um efeito de Swing-By na trajetória do veículo. O veículo passa a se aproximar novamente de Gama em torno de 38 dias de simulação e novamente observa-se a mudança da variação da energia. A partir de 47 dias aproxima-se dos corpos Alpha e Gama, e isso faz com que haja perda de energia. Nota-se que as passagens próximas foram feitas com

geometria que retiraram energia do veículo espacial. A Figura 5.36 mostra o ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo e observa-se que há oscilação do ângulo ressonante, ou seja, o veículo espacial não permaneceu em ressonância com a trajetória do corpo secundário. O ângulo oscila entre 0 – 360 graus e não libra em torno de um valor.

Figura 5.33 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) em duas perspectivas diferentes quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 33).

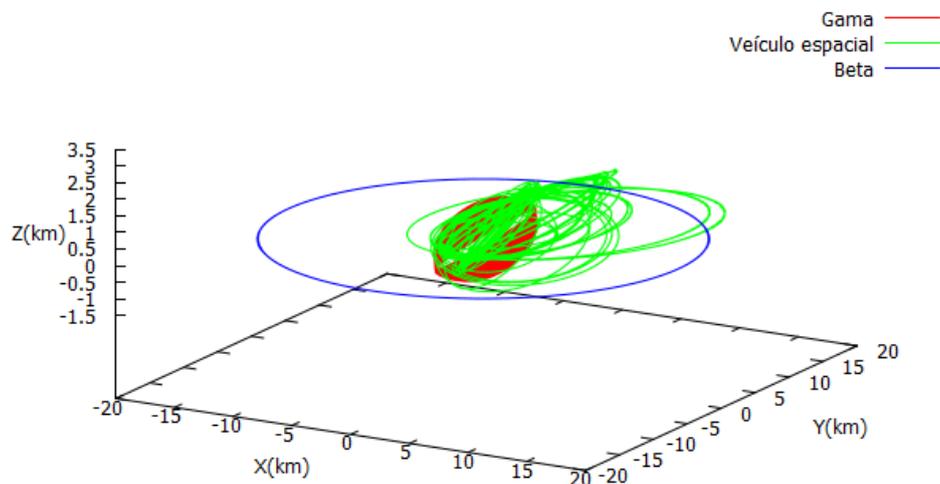


Figura 5.34 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 33). Abaixo um zoom entre 20 e 50 dias de simulação.

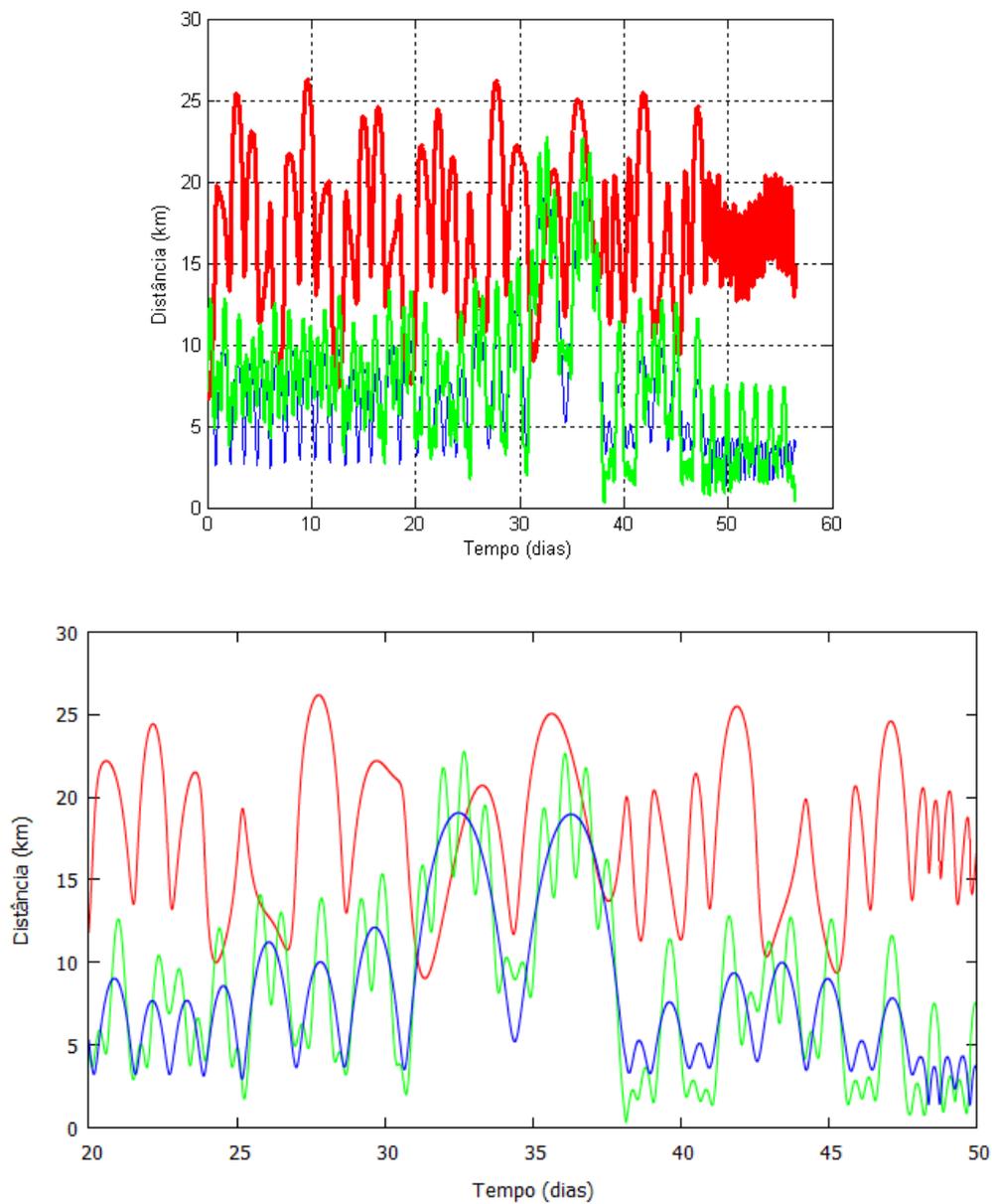


Figura 5.35 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 33).

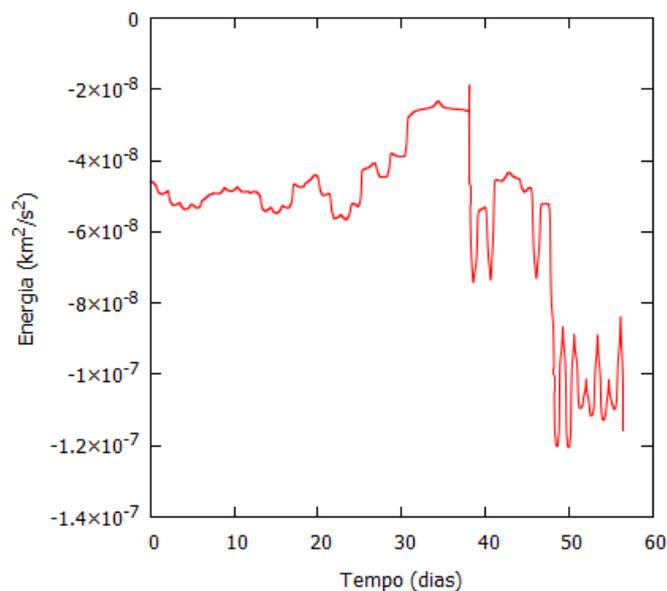
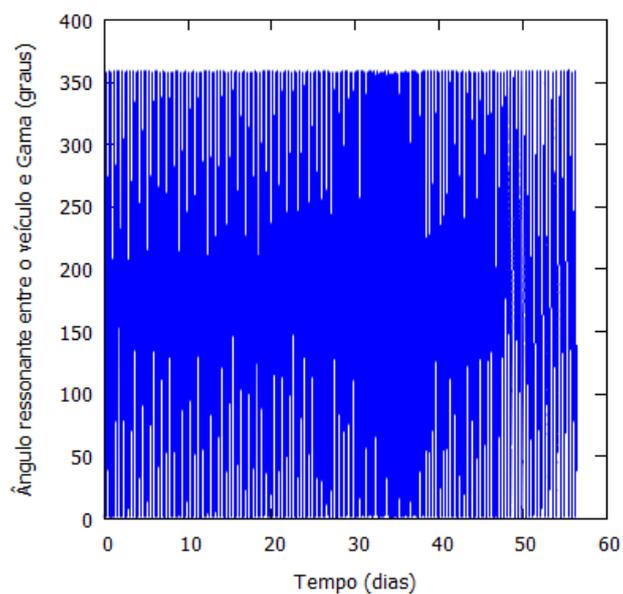


Figura 5.36 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 33) ($\phi = 3\lambda' - 7\lambda + 4\varpi'$).



5.2.2 Órbitas para observar Beta

O segundo grupo de trajetórias descreve órbitas para um veículo espacial que permite a observação do corpo secundário Beta. Assim, essas órbitas são interessantes apenas para exploração desse corpo. A Tabela 5.2 mostra vários exemplos de trajetórias. Da mesma forma que no caso anterior, as durações das trajetórias não são as mesmas.

Algumas trajetórias, como as de números 5 e 7 ($d < 5$ km), duram todo o tempo de integração de 62,50 dias. As Figuras 5.37 e 5.39 mostram as trajetórias do veículo e dos corpos Beta e Gama. Observa-se que o veículo espacial permanece o tempo todo ao redor de Beta. As Figuras 5.38 e 5.40 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os três corpos do sistema, em função do tempo. Não houve colisão e portanto a simulação durou 67,50 dias.

A pressão da radiação tem efeitos mínimos nessas duas órbitas, porque o veículo permanece sempre próximo à Beta e seu campo gravitacional domina o movimento do veículo espacial. Para avaliar se houve um processo de captura ou se o veículo foi colocado como um satélite de Beta desde o início, é medida a energia de dois corpos entre Beta e o veículo no instante inicial. Para a Órbita 5, o valor obtido da energia foi -0,0000000071135911, o que indica uma órbita capturada já no instante inicial. O mesmo fato ocorre para a Órbita 7, e o veículo já é capturado no instante inicial da simulação. O valor da energia no instante inicial foi -0,0000000032340611.

Em ambos os casos há pequenas oscilações na energia de dois corpos, mas sempre sendo negativa, indicando que o veículo permanece capturado em torno de Beta.

Figura 5.37 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) em duas perspectivas diferentes quando há pressão da radiação e o asteroide está em seu apoapsis (Órbita 5).

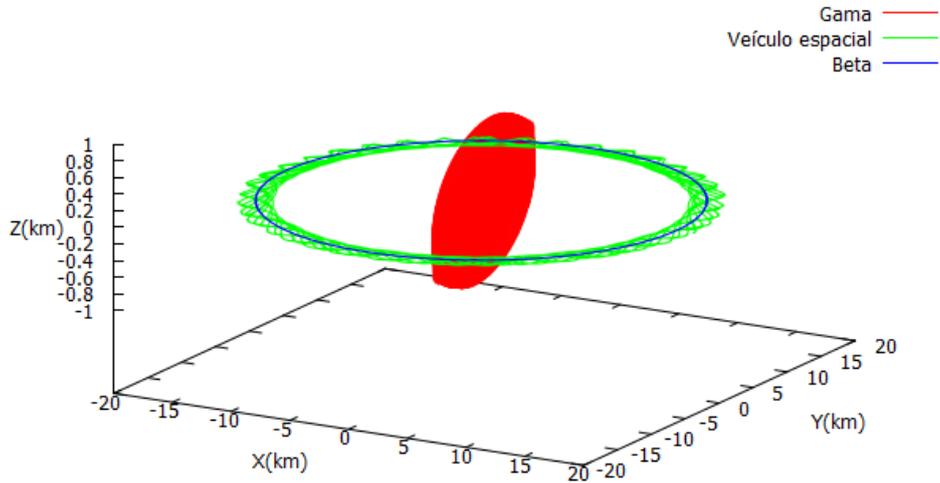


Figura 5.38 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está em seu apoapsis (Órbita 5).

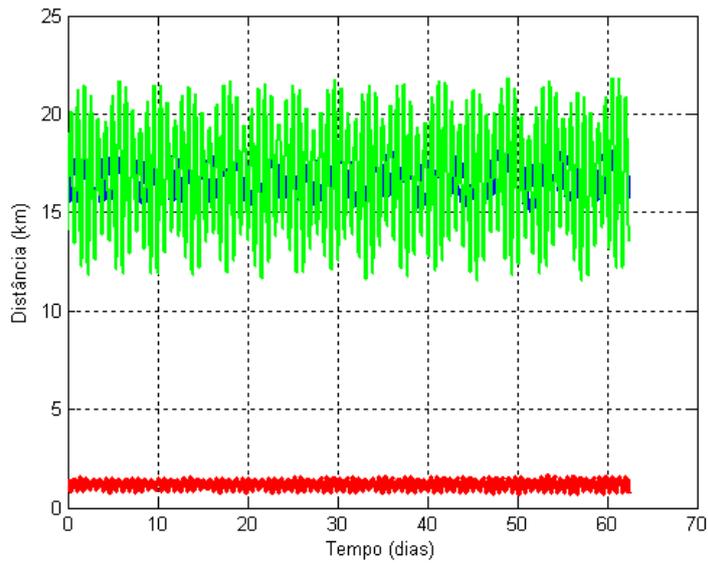


Figura 5.39 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) em duas perspectivas diferentes quando há pressão da radiação e o asteroide está em seu apoapsis (Órbita 7).

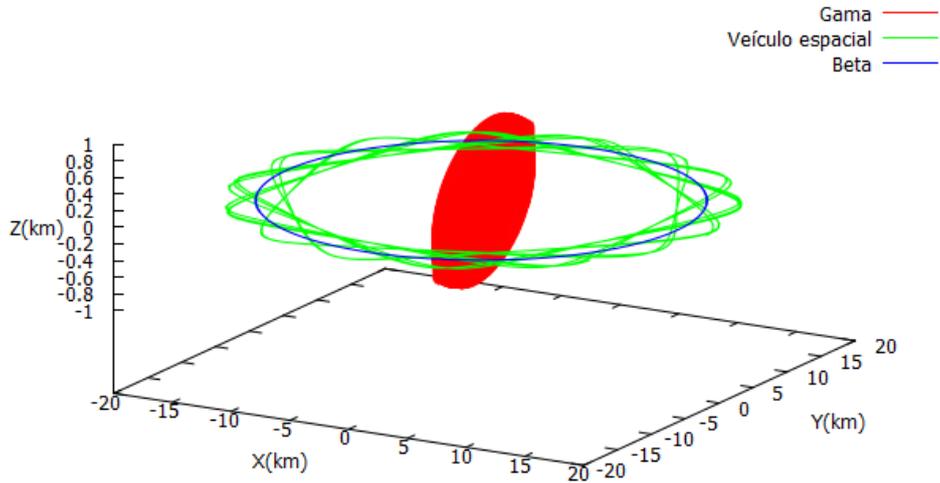
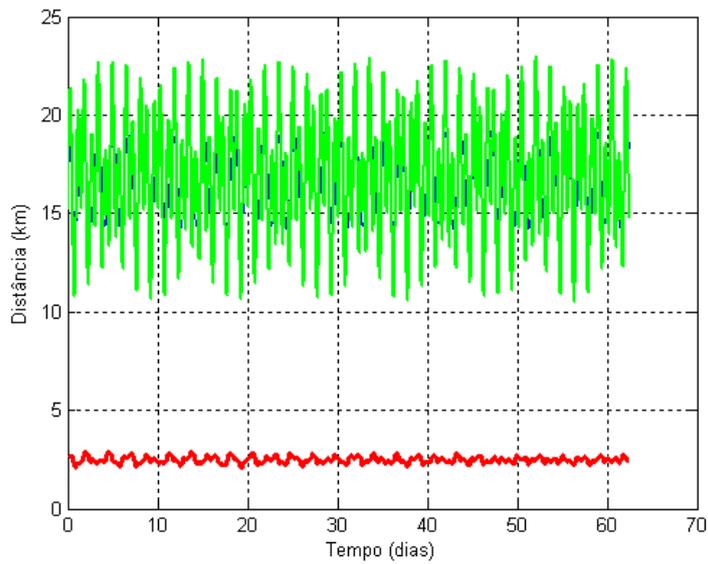


Figura 5.40 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está em seu apoapsis (Órbita 7).



5.2.3 Órbitas para observar os três corpos

O terceiro grupo de resultados descreve órbitas para um veículo espacial que permitem a observação dos três corpos do sistema em uma única trajetória. Na maioria dos casos, o veículo não fica próximo de cada corpo. Assim, essas órbitas só são interessantes se os tempos, mesmo que curtos, sejam suficientes para observar os corpos ou se as manobras possam ser feitas para iniciar o mesmo ou semelhante ciclo novamente. A Tabela 5.2 mostra a existência de várias trajetórias úteis para observação dos três corpos em uma única trajetória natural considerando os efeitos da pressão da radiação solar. São as órbitas 25, 27, 31, 59, 60 e 61. As órbitas 27 e 31 são mostradas em detalhes a seguir.

A Órbita 27 é uma órbita interna inicialmente na ressonância 3:5 com Beta. É outro exemplo de trajetória que se beneficia com os efeitos da pressão da radiação solar. O veículo começa no apoapsis de sua órbita que tem uma inclinação de 13,87 graus. Quando a pressão da radiação é negligenciada, o veículo espacial permanece 2,25 dias perto de Alpha, 2,80 dias próximo de Beta e 3,45 dias perto de Gama. A Figura 5.41 mostra as trajetórias do veículo e dos corpos Beta e Gama. Nota-se que a trajetória do veículo apresenta variações e cruza a órbita de Beta. Essas mudanças são causadas pelos campos gravitacionais dos três corpos, que não estão em órbitas coplanares. A Figura 5.42 mostra as distâncias entre o veículo espacial e os três corpos do sistema, em função do tempo, e um zoom de dois intervalos: entre 10 e 40 dias e entre 40 e 62,50 dias de simulação. A Figura 5.43 mostra o gráfico da energia em função do tempo. Nota-se que no início a energia oscila devido às aproximações com Beta, tendo saltos e uma queda próximo dos 30 dias. Ao final da simulação o veículo se aproxima mais de Gama e a energia oscila para um valor mais elevado. A Figura 5.44 ilustra o comportamento do ângulo ressonante entre o veículo e Beta em função do tempo. O ângulo se mantém com oscilação entre 0 – 360 graus e não vibra em torno de um valor, caracterizando um veículo com uma órbita que não está em ressonância com a órbita do corpo secundário.

Figura 5.41 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando não há pressão da radiação (Órbita 27).

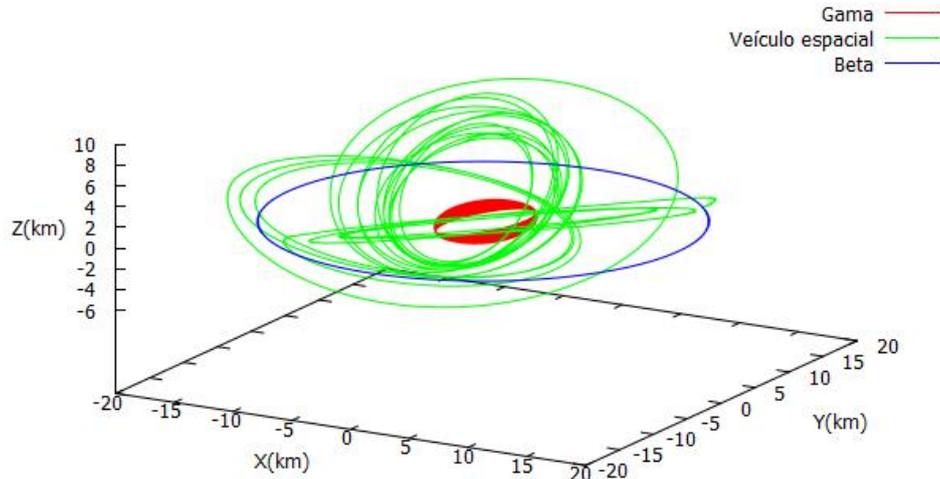
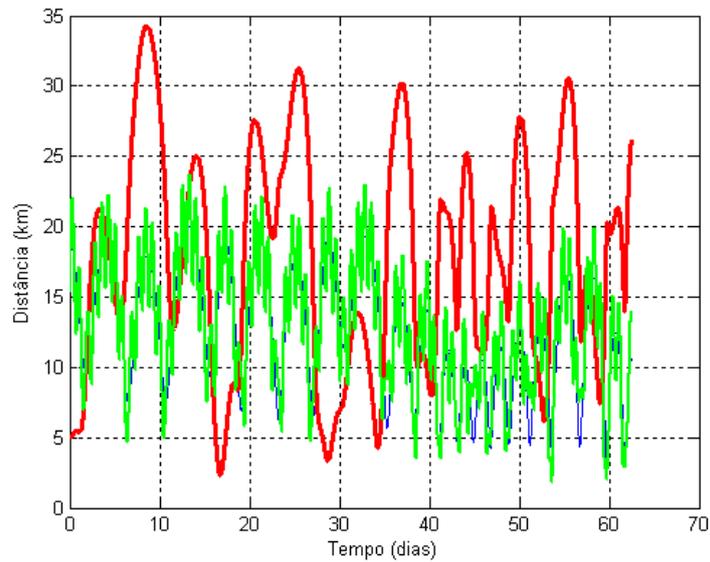


Figura 5.42 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando não há pressão da radiação (Órbita 27). Abaixo o zoom de dois intervalos: entre 10 e 40 dias e entre 40 e 62,50 dias de simulação.



continua

Figura 5.42 - Conclusão.

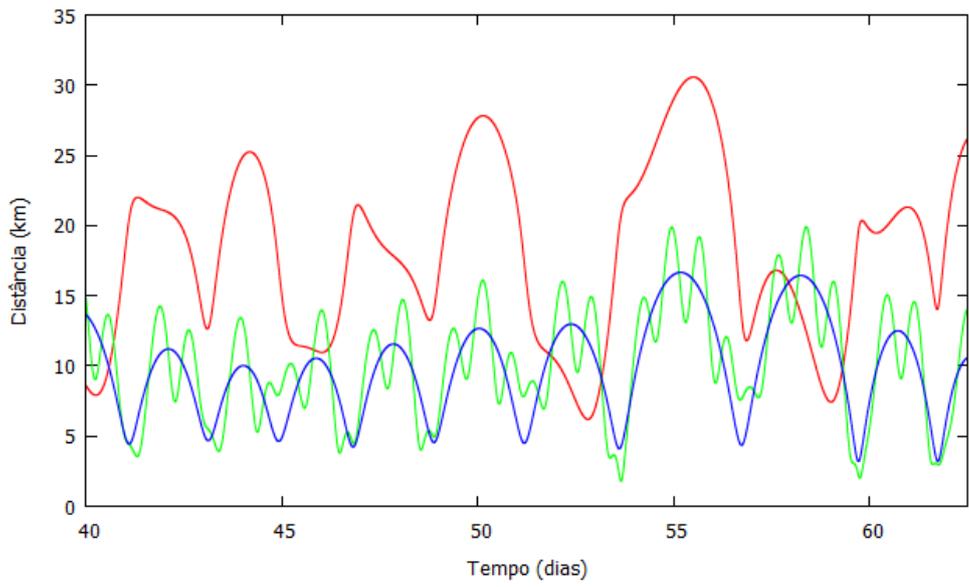
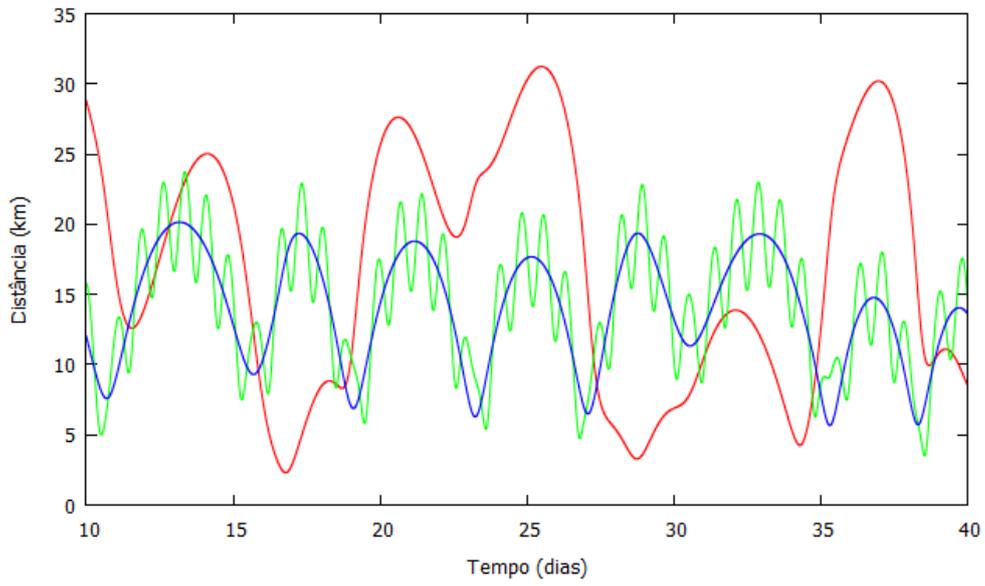


Figura 5.43 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 27).

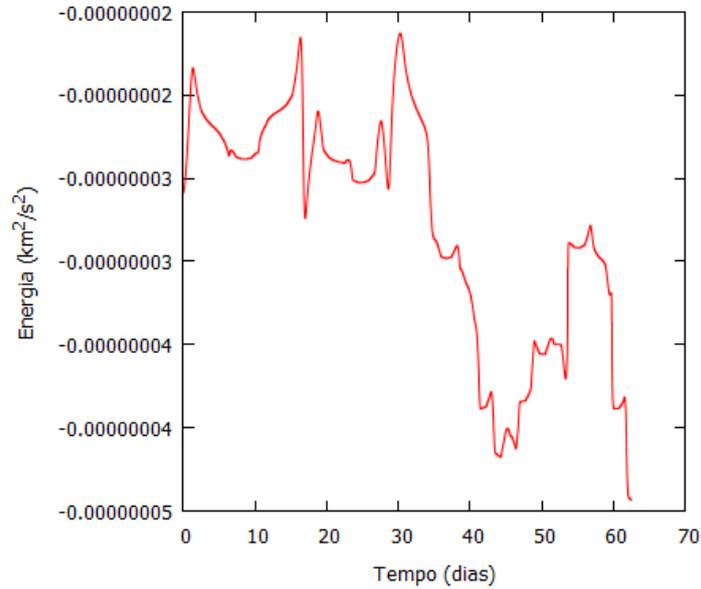
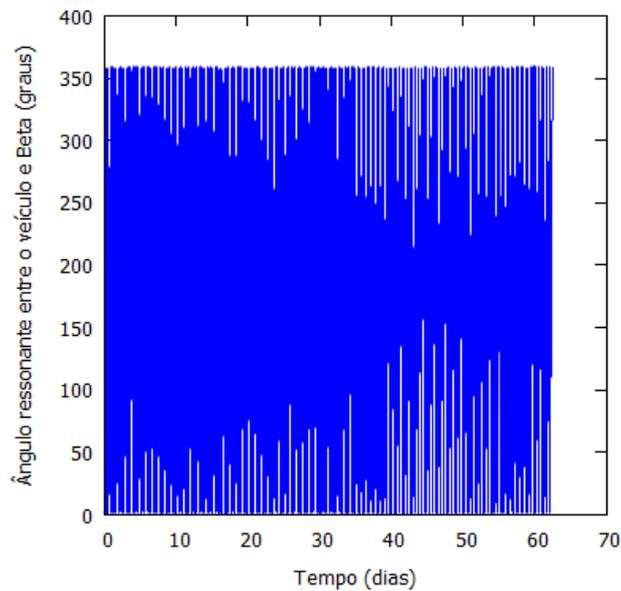


Figura 5.44 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Beta em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 27) ($\varphi = 5\lambda' - 3\lambda - 2\varpi'$).



Se a pressão da radiação for considerada e o asteroide estiver no apoapsis de sua trajetória ao redor do Sol, esses tempos de observação são aumentados e o veículo

permanece 6,58 dias perto de Alpha, 4,57 dias perto de Beta e 5,82 dias perto de Gama. Ambos os resultados para o intervalo $d < 5$ km. É um aumento significativo nas durações dos encontros e essa trajetória é uma das notáveis para observar os três corpos. O veículo espacial também permanece 20,79 dias próximo de Alpha, 9,27 dias perto da Beta e 19,11 dias perto da Gama, na região entre 5 e 10 km dos corpos.

A Figura 5.45 mostra as trajetórias do veículo e dos corpos Beta e Gama. Nota-se que trajetória do veículo espacial cruza a órbita de Beta. A Figura 5.46 mostra as distâncias entre o veículo espacial e os três corpos do sistema, em função do tempo, e um zoom entre 20 e 50 dias de simulação. A Figura 5.47 mostra o gráfico da energia em função do tempo. Nota-se que a energia oscila devido às aproximações com Beta e Gama e que as passagens próximas retiram energia do veículo espacial. A Figura 5.48 mostra o ângulo ressonante entre o veículo e Beta em função do tempo. Observa-se que há oscilação do ângulo ressonante entre 0 – 360 graus e ele não libra em torno de um valor, ou seja, o veículo espacial não permaneceu em ressonância com a trajetória do corpo secundário. A perturbação é muito grande para manter a ressonância.

Figura 5.45 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 27).

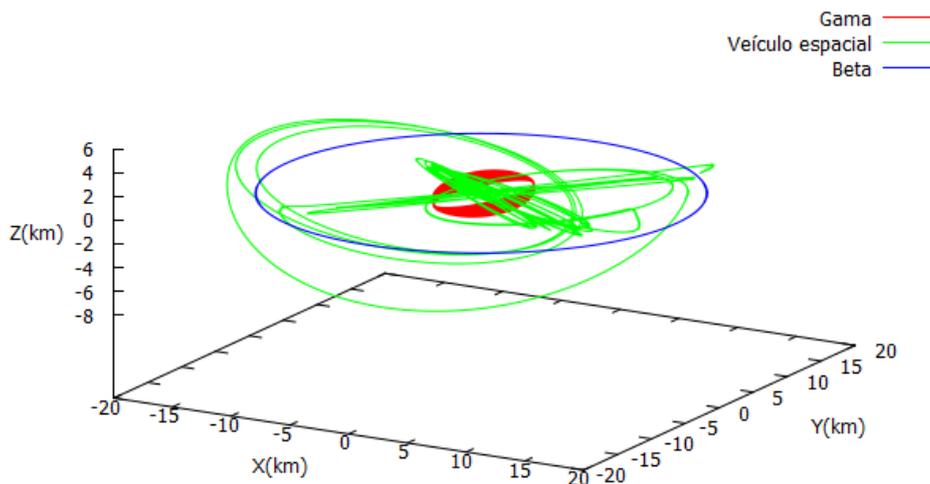


Figura 5.46 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 27). Abaixo um zoom entre 20 e 50 dias de simulação.

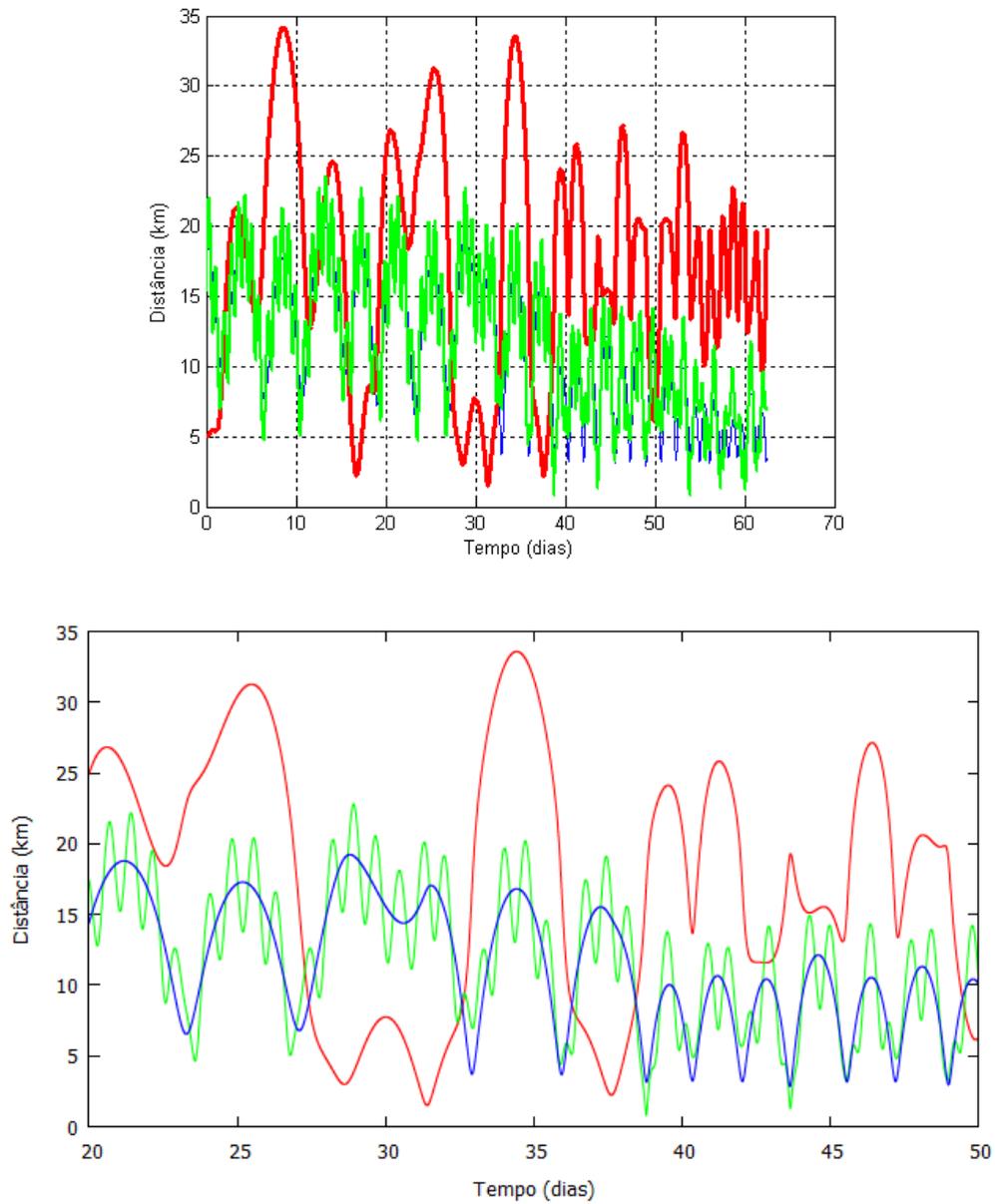


Figura 5.47 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 27).

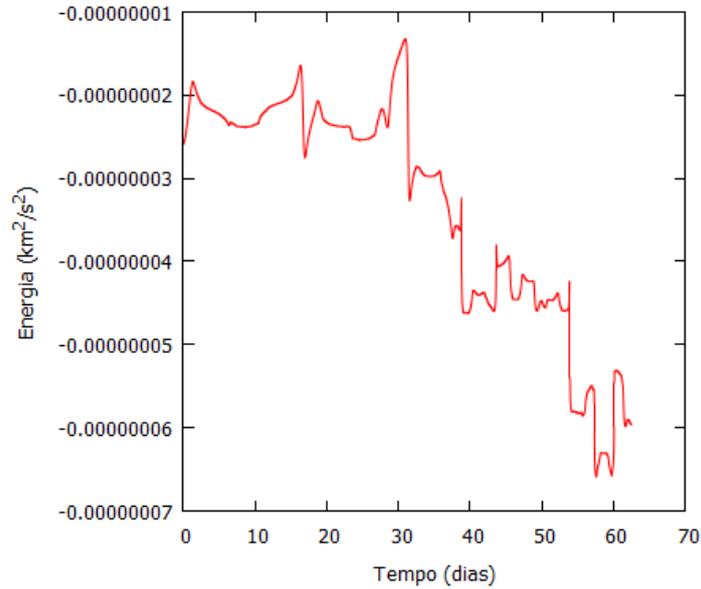
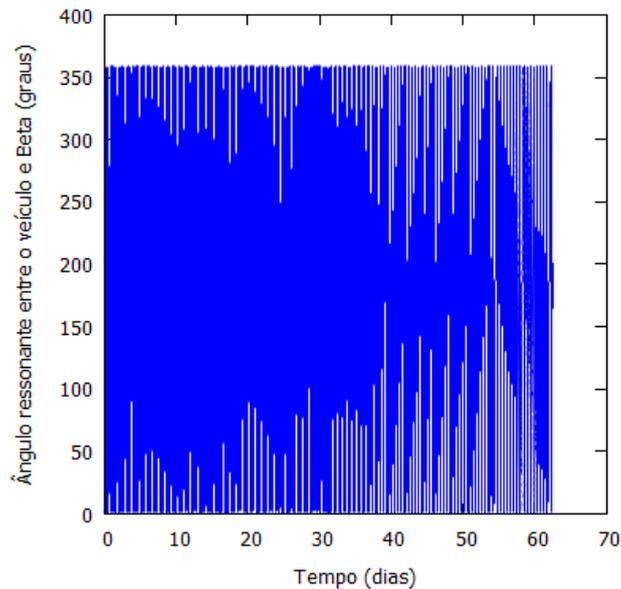


Figura 5.48 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Beta em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no apoapsis (Órbita 27) ($\phi = 5\lambda' - 3\lambda - 2\varpi'$).



A Órbita 31 é uma órbita externa inicialmente na ressonância 7:2 com Gama. É também uma trajetória que se beneficia da pressão da radiação solar. O veículo começa no apoapsis de sua órbita ao redor do Sol que tem uma inclinação de 13,87 graus. Quando

a pressão da radiação é negligenciada, o veículo permanece 11,79 dias perto de Alpha, 0,66 dias perto de Beta e 12,38 dias próximo de Gama.

A Figura 5.49 mostra as trajetórias do veículo e dos corpos Beta e Gama. A trajetória do veículo espacial também cruza a órbita de Beta, mas permanece mais tempo próximo de Alpha e Gama. A Figura 5.50 mostra as distâncias entre o veículo espacial e os três corpos do sistema, em função do tempo, e um zoom até 25 dias de simulação. O veículo colide com Gama e a integração termina em 46,94 dias. A Figura 5.51 mostra o gráfico da energia em função do tempo. Nota-se que a variação da energia é devido às aproximações do veículo com Gama. Nesse caso, as passagens próximas tem geometrias diferentes, alternando passagens com ganhos e perdas de energia. A Figura 5.52 ilustra o comportamento do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo que se mantém com oscilação entre 0 – 360 graus, caracterizando um veículo com uma órbita que não está em ressonância com a órbita de nenhum corpo secundário.

Figura 5.49 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando não há pressão da radiação (Órbita 31).

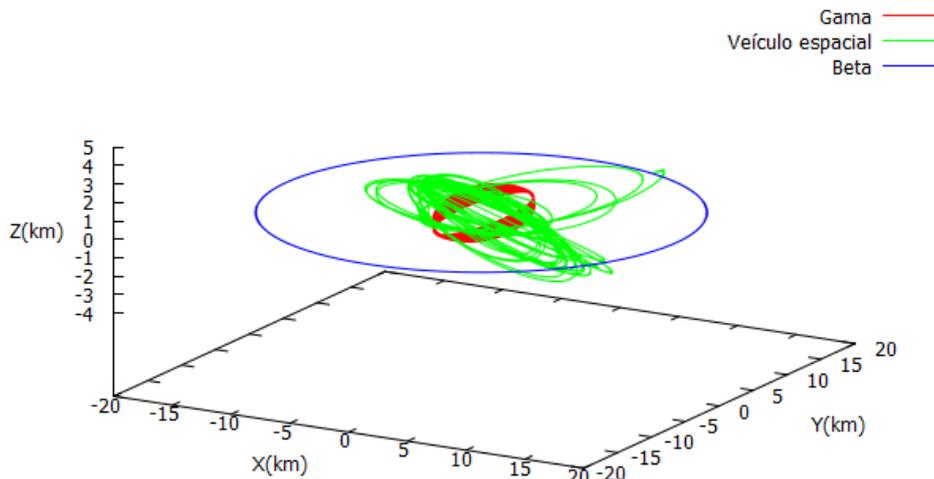


Figura 5.50 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando não há pressão da radiação (Órbita 31). Abaixo um zoom até 25 dias de simulação.

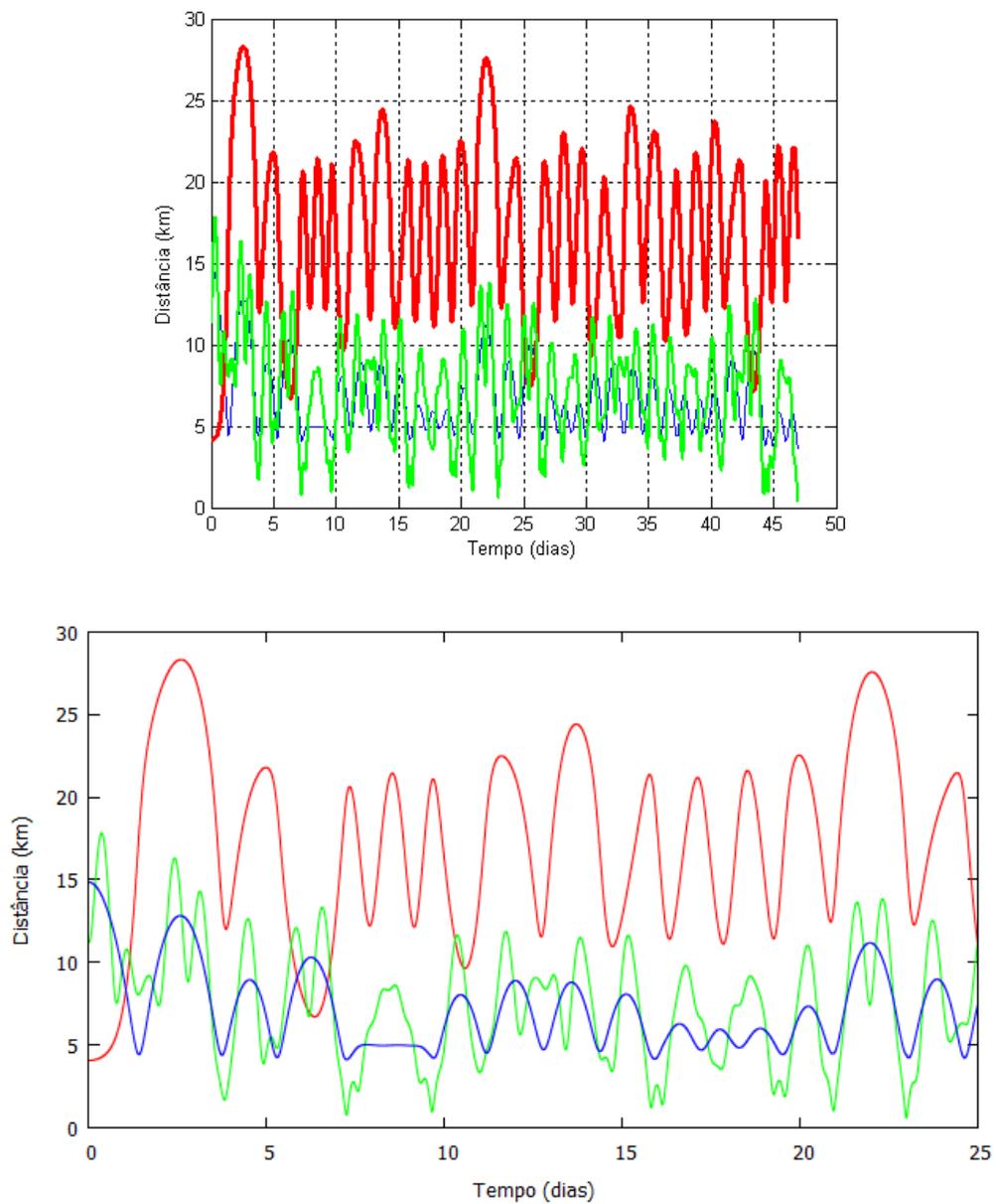


Figura 5.51 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 31).

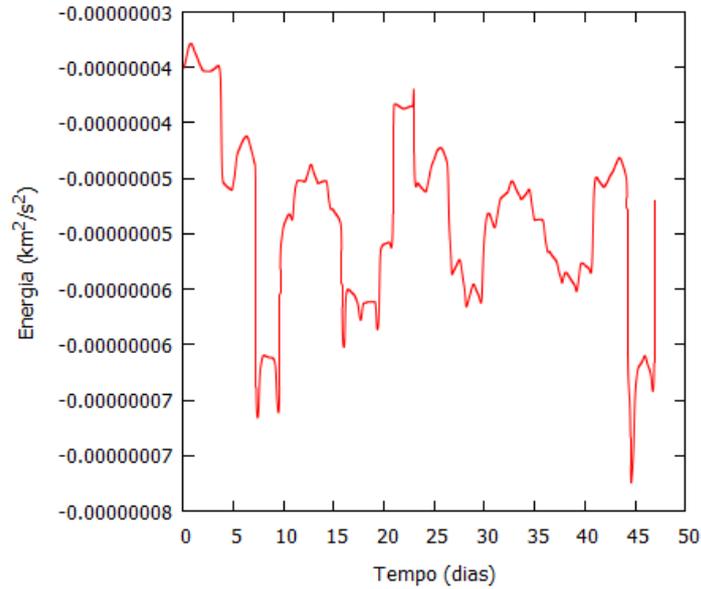
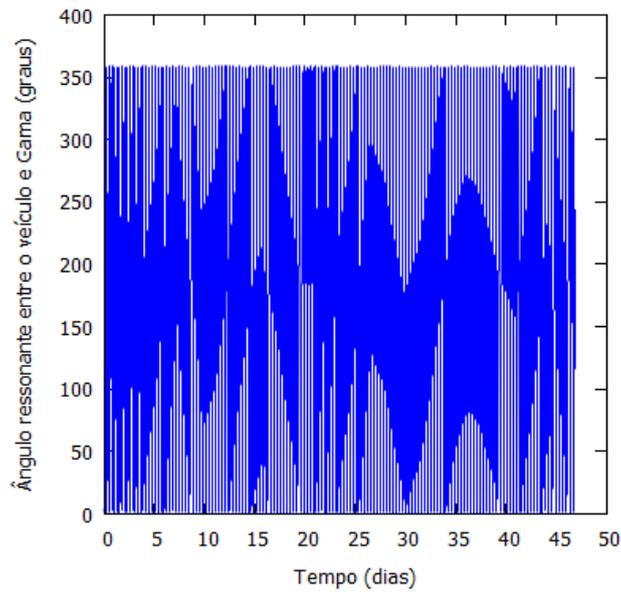


Figura 5.52 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando não há pressão da radiação (Órbita 31) ($\varphi = 2\lambda' - 7\lambda + 5\varpi'$).



Se a pressão da radiação é considerada e o asteroide está no periapsis de sua trajetória ao redor do Sol, esses tempos são alterados e o veículo permanece 5,95 dias perto de

Alpha, 5,84 dias perto de Beta e 4,90 dias perto de Gama. Possui uma distribuição bem equilibrada de durações das observações entre os três corpos e, portanto, essa trajetória é uma das notáveis para observar ambos os corpos em uma única trajetória, em particular se esse ciclo puder ser repetido usando manobras orbitais. Ambos os resultados acima são para o intervalo $d < 5$ km. O veículo espacial também fica 20,77 dias perto de Alpha, 10,18 dias próximo de Beta e 21,46 dias perto de Gama, na região entre 5 e 10 km dos corpos.

A Figura 5.53 mostra as trajetórias do veículo e dos corpos Beta e Gama. Nota-se que a trajetória do veículo permanece próxima às órbitas dos três corpos do sistema. A Figura 5.54 mostra as distâncias entre o veículo espacial e os três corpos do sistema, em função do tempo, e um zoom de dois intervalos: até 30 dias e entre 30 e 62,50 dias de simulação. A Figura 5.55 mostra o gráfico da energia em função do tempo. Observa-se que a energia sempre oscila até aproximadamente 46 dias devido às aproximações com Gama. A maior perda de energia ocorre em torno de 10 dias após passagens bem próximas à Gama. Após esse tempo, uma aproximação também com Beta, causa um efeito de Swing-By na trajetória do veículo. A Figura 5.56 mostra o ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo e observa-se que houve oscilação do ângulo ressonante entre 0 – 360 graus, ou seja, o veículo espacial não permaneceu em ressonância com a trajetória de nenhum corpo do sistema. A perturbação é muito grande para manter a ressonância.

Figura 5.53 - Trajetória do veículo (verde) e dos corpos Beta (azul) e Gama (vermelho) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 31).

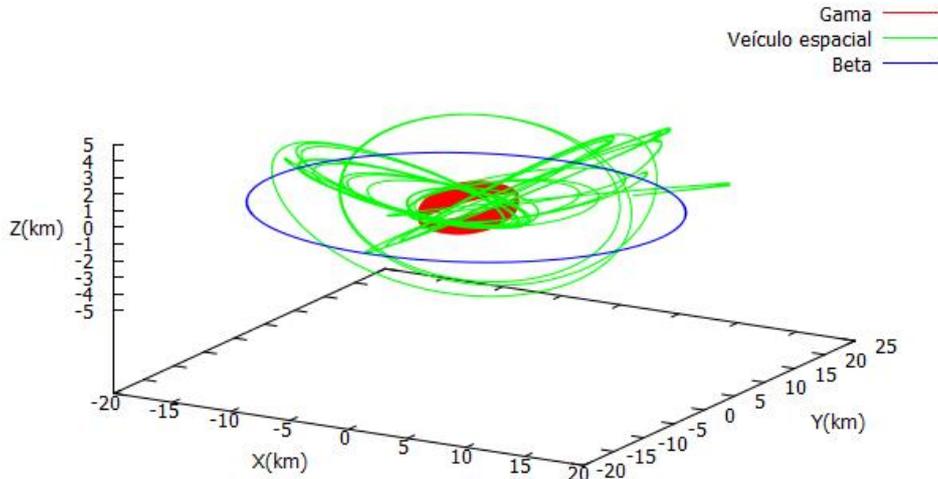
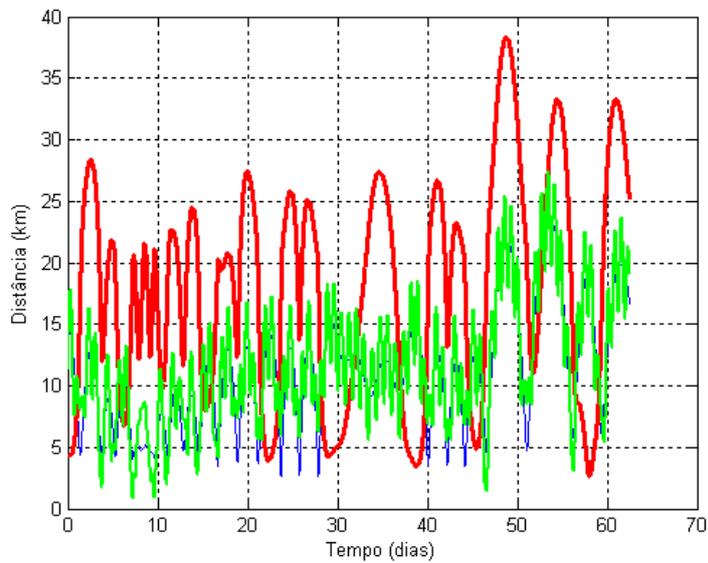


Figura 5.54 - Distâncias do veículo em função do tempo até Alpha (azul), Beta (vermelho) e Gama (verde) quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 31). Abaixo um zoom de dois intervalos: até 30 dias e entre 30 e 62,50 dias.



continua

Figura 5.54 - Conclusão.

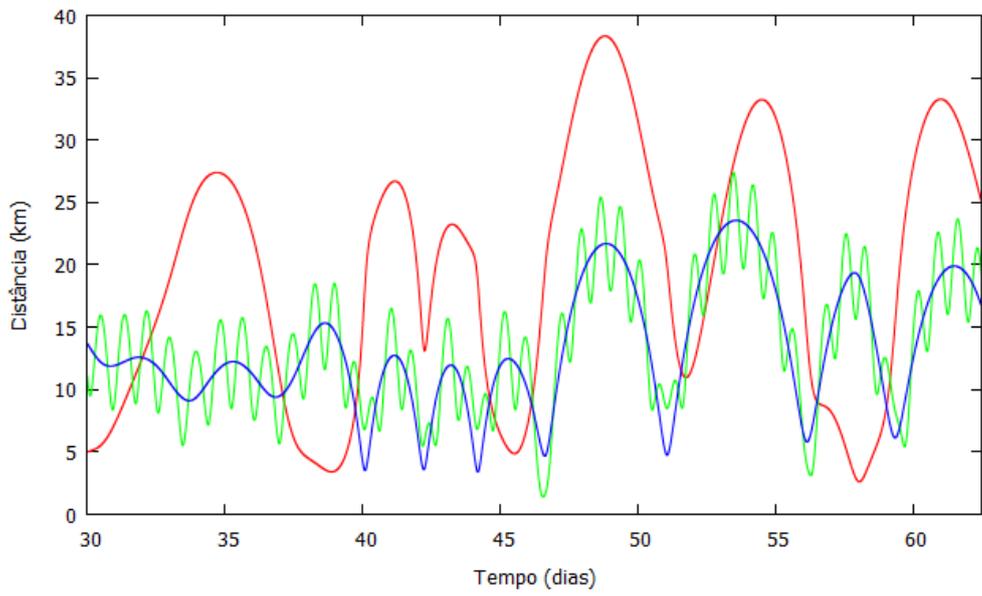
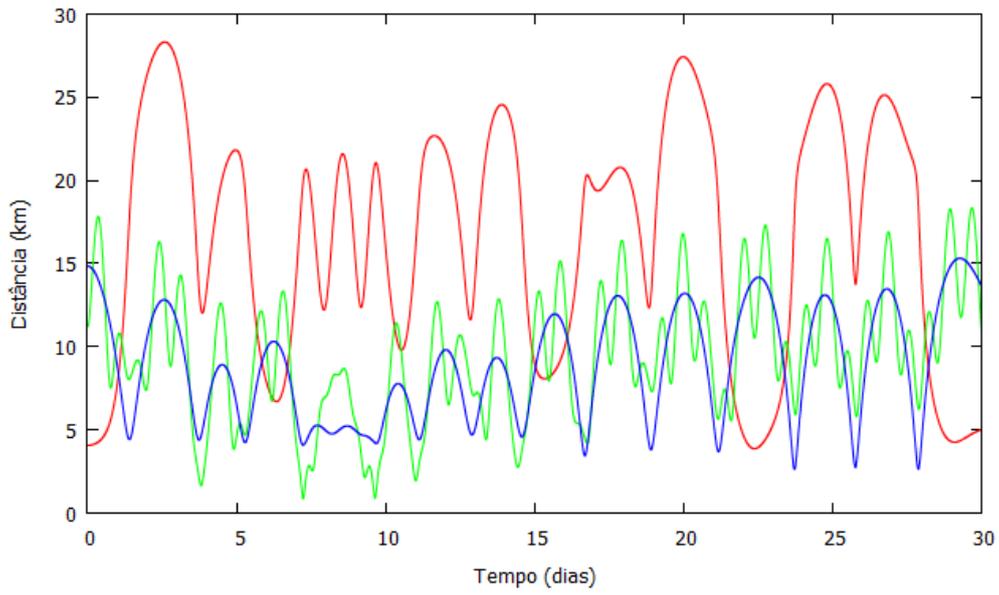


Figura 5.55 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 31).

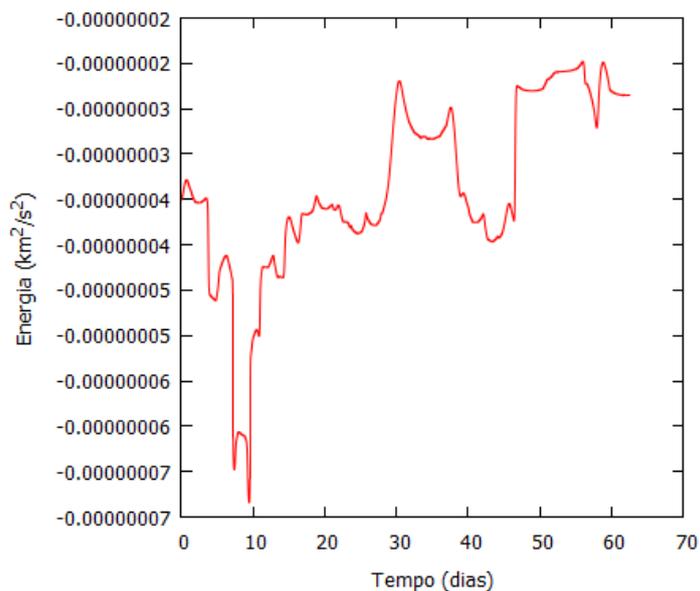
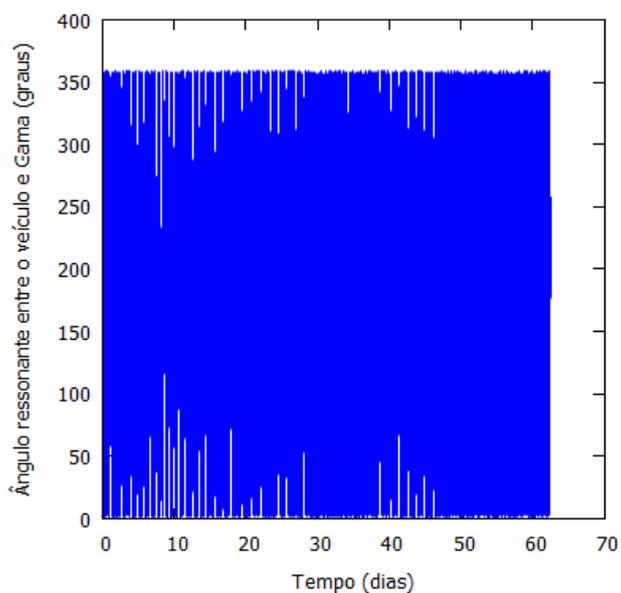


Figura 5.56 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo quando há pressão da radiação e o asteroide está no periapsis (Órbita 31) ($\varphi = 2\lambda' - 7\lambda + 5\varpi'$).



5.2.4 Comentários

Os resultados mostram que órbitas naturais para explorar os três corpos não são comuns, mas algumas órbitas apresentam tempos de observação significativos. Por outro lado, órbitas que são adequadas para a exploração de Alpha e Gama são facilmente encontradas, bem como órbitas que já iniciam como satélite de Beta no instante inicial da simulação. Estes resultados são interessantes, porque uma combinação das soluções encontradas pode ser útil para uma missão. O veículo espacial pode ser colocado em uma das órbitas adequadas para a exploração de Alpha e Gama e, em seguida, ser transferido para uma órbita ideal para a exploração de Beta. Existem várias opções para combinações deste tipo e uma decisão final depende dos detalhes técnicos da missão, como o combustível disponível e as distâncias exatas necessárias para a observação de cada corpo.

Houve várias situações em que o veículo permaneceu mais perto do sistema quando a pressão da radiação solar foi considerada, colaborando para a observação dos corpos. Em outros casos, essas durações foram curtas. Em outras órbitas não houve modificação nos resultados, geralmente porque o veículo permaneceu mais tempo perto dos corpos e os campos gravitacionais dominaram o movimento do veículo. Esses resultados foram publicados na revista *Advances in Space Research* (Masago et al., 2016).

De acordo com as análises do ângulo ressonante entre o veículo e os corpos secundários em função do tempo, nota-se que em nenhum caso a trajetória do veículo permaneceu em ressonância com a trajetória de nenhum dos corpos. O ângulo manteve uma oscilação entre 0 - 360 graus e não librou em torno de um valor.

5.3 Análise dos efeitos das imprecisões nos parâmetros físicos do sistema triplo

O objetivo principal desta parte da pesquisa é estudar os efeitos das imprecisões nas massas dos dois corpos secundários do sistema 2001SN₂₆₃ na evolução orbital de um veículo espacial que circula por este sistema, identificando o comportamento das trajetórias previamente encontradas (MASAGO, 2014) em função dessas imprecisões.

As informações sobre as massas dos corpos não são muito bem conhecidas, e melhores valores estarão disponíveis somente quando o veículo se aproximar desse sistema. Então, um estudo é feito para verificar o que acontece com os tempos de observação de uma trajetória que é calculada usando os valores nominais para as massas, mas que é regida pelos valores reais. Ao realizar esse tipo de estudo é possível encontrar órbitas menos sensíveis a esses parâmetros, mantendo alguns tempos de observação, mesmo que os valores das massas não sejam os esperados antes da chegada do veículo espacial. Essas órbitas são muito importantes para o posicionamento inicial do veículo numa missão, antes que seja feita uma melhor determinação das massas. É dada especial atenção às trajetórias em torno do corpo central que podem observar dois ou mesmo os três corpos do sistema. A distância definida como razoável para observações dependerá da missão, mas nesta análise são considerados os intervalos: $d < 5$ km e $5 < d < 10$ km. Portanto, esta análise mede o tempo em que o veículo espacial permanece dentro desses limites de cada asteroide, para conhecer os efeitos dessas imprecisões neste parâmetro tão importante.

As imprecisões estimadas das massas dos dois corpos secundários do sistema são agora consideradas (FANG et al., 2011) e, a partir dessas imprecisões, são possíveis nove cenários combinando a possibilidade de imprecisões positiva (+), negativa (-) ou nula (0) para a massa de cada um dos corpos Beta e Gama. A massa do corpo central será considerada como conhecida com precisão. A Tabela 5.3 mostra as informações detalhadas. A primeira coluna fornece o número do cenário; a segunda coluna indica se as massas dos corpos secundários têm imprecisão positiva, negativa ou nula, em que o valor para Beta está ao lado esquerdo e para Gama ao lado direito; a terceira coluna faz uma descrição das imprecisões. A nomenclatura das órbitas escolhidas é mostrada na Tabela 5.4.

Tabela 5.3 - Cenários simulados.

Cenário	Símbolo	Nomenclatura
1	(+)(+)	m_{β} +imprecisão, m_{γ} + imprecisão
2	(+)(0)	m_{β} + imprecisão, m_{γ} sem imprecisão
3	(+)(-)	m_{β} + imprecisão, m_{γ} - imprecisão
4	(0)(+)	m_{β} sem imprecisão, m_{γ} + imprecisão
5	(0)(0)	m_{β} sem imprecisão, m_{γ} sem imprecisão
6	(0)(-)	m_{β} sem imprecisão, m_{γ} - imprecisão
7	(-)(+)	m_{β} - imprecisão, m_{γ} + imprecisão
8	(-)(0)	m_{β} - imprecisão, m_{γ} sem imprecisão
9	(-)(-)	m_{β} - imprecisão, m_{γ} - imprecisão

Tabela 5.4 - Nomenclatura das órbitas.

Órbita	Órbitas com o veículo começando em seu periapsis (mesmo lado)
2	Órbita interna inicialmente na ressonância 3:4 com Gama
3	Órbita interna inicialmente na ressonância 4:5 com Gama
4	Órbita externa inicialmente na ressonância 3:1 com Gama
	Órbitas com o veículo começando em seu apoapsis (mesmo lado)
5	Órbita interna inicialmente na ressonância 1:2 com Beta
12	Órbita externa inicialmente na ressonância 4:3 com Gama
15	Órbita externa inicialmente na ressonância 7:5 com Gama
	Órbitas com o veículo começando em seu periapsis (lados opostos)
18	Órbita interna inicialmente na ressonância 5:6 com Gama
	Órbitas com o veículo começando em seu apoapsis (lados opostos)
20	Órbita externa inicialmente na ressonância 6:5 com Gama
	Órbitas com o veículo começando em seu periapsis (mesmo lado com $i = 13,87^\circ$)
22	Órbita interna inicialmente na ressonância 3:4 com Gama
	Órbitas com o veículo começando em seu apoapsis (mesmo lado com $i = 13,87^\circ$)
25	Órbita interna inicialmente na ressonância 1:2 com Beta
27	Órbita interna inicialmente na ressonância 3:5 com Beta
31	Órbita externa inicialmente na ressonância 7:2 com Gama
	Órbitas com o veículo começando em seu periapsis (mesmo lado com $i = 90^\circ$)
38	Órbita interna na ressonância 3:4 com Gama
	Órbitas com o veículo começando em seu apoapsis (mesmo lado com $i = 90^\circ$)
42	Órbita interna inicialmente na ressonância 2:3 com Beta
52	Órbita externa na ressonância 8:5 com Gama
	Órbitas com o veículo começando em seu apoapsis (mesmo lado com $i = 180^\circ$)
59	Órbita interna inicialmente na ressonância 3:5 com Beta
60	Órbita interna inicialmente na ressonância 4:7 com Beta
61	Órbita interna inicialmente na ressonância 5:9 com Beta

As Tabelas 5.5 a 5.7 mostram os tempos de observação, em dias, que o veículo espacial permanece próximo de Alpha (R_1), Beta (R_2) e Gama (R_3). Esses tempos são analisados

até a distância limite de 5 km de cada corpo. As órbitas são divididas em 3 famílias que dependem se a imprecisão da massa de Beta é positiva (Família 1), nula (Família 2) ou negativa (Família 3). O tempo máximo de simulação é sempre de 62,50 dias.

A Tabela 5.5 mostra a primeira família de órbitas simuladas, aquelas em que há imprecisões positivas na massa de Beta. A Tabela 5.6 mostra a segunda família de órbitas encontradas, aquelas em que não há imprecisões na massa de Beta. Finalmente, a Tabela 5.7 possui a terceira família de órbitas, que são aquelas em que há imprecisões negativas na massa de Beta.

Os resultados mostram claramente que as imprecisões nas massas dos asteroides afetam os tempos de observação, pois comparando em relação ao cenário nominal, nota-se que o tempo em que o veículo observa os corpos aumenta ou diminui dependendo da imprecisão considerada nas massas dos corpos secundários. É necessário levar em consideração esse fato para projetar as órbitas, em particular as primeiras, quando o veículo espacial está chegando ao sistema. A órbita usada depende das prioridades e objetivos específicos da missão. O ponto importante é escolher uma órbita que tenha pelo menos tempos de observação para todos os três corpos do sistema. Se houver uma razão específica para dar mais importância a qualquer um dos corpos, esse fato deve ser levado em consideração ao selecionar as órbitas. Isso significa que os resultados apresentados neste trabalho oferecem uma grande quantidade de opções para os designers de missões espaciais. Em seguida, são mostradas algumas escolhas interessantes, como exemplos, não considerando aspectos específicos que uma missão real possa ter.

Tabela 5.5 - Primeira família de órbitas simuladas.

Família 1 – Imprecisões positivas na massa de Beta												
Órbita	Imprecisões positivas na massa de Gama				Sem imprecisões na massa de Gama				Imprecisões negativas na massa de Gama			
	Anomalia 0°		Anomalia 180°		Anomalia 0°		Anomalia 180°		Anomalia 0°		Anomalia 180°	
2	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km
R ₁	6,95	6,09	9,62	16,77	18,57	0	18,57	0	10,23	0	10,23	0
R ₂	0	0	0	1,21	0	0	0	0	0	0	0	0
R ₃	5,88	6,72	8,47	13,96	13,20	5,37	13,20	5,37	6,98	3,24	6,98	3,24
3												
R ₁	3,53	33,36	6,72	7,72	62,50	0	62,50	0	10,44	7,59	14,76	16,19
R ₂	1,49	9,84	0,84	1,64	0	0	0	0	0	0,41	0	1,35
R ₃	7,21	22,48	5,67	7,35	43,07	19,43	43,06	19,44	8,06	8,06	12,72	15,37
4												
R ₁	6,50	20,82	6,48	15,89	4,94	12,63	6,02	17,19	13,34	35,02	4,72	15,68
R ₂	0	3,06	0	1,47	0	1,16	1,36	5,63	0	3,74	0,62	5,89
R ₃	7,87	16,77	5,62	15,18	6,74	7,88	6,99	13,00	15,84	25,28	5,93	11,81
5												
R ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R ₂	62,50	0	62,50	0	62,50	0	62,50	0	62,50	0	62,50	0
R ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12												
R ₁	3,55	7,33	3,61	11,23	25,86	36,64	25,87	36,63	12,62	15,67	16,51	29,72
R ₂	0	1,53	0	3,93	0	0,04	0	0,04	0	0,49	0	7,73
R ₃	4,65	4,56	4,96	8,09	30,07	26,65	30,07	26,65	13,85	12,39	18,22	25,88
15												
R ₁	6,34	4,68	7,19	4,23	18,65	32,11	15,36	30,05	6,16	12,66	13,41	14,24
R ₂	0	0,08	0	0,08	0	1,54	0	4,81	0	0,55	0	0,56
R ₃	6,64	3,88	5,60	5,33	21,73	22,39	18,28	21,45	6,70	9,01	9,60	14,94

continua

Tabela 5.5 - Continuação.

18												
R ₁	28,54	8,92	25,41	6,72	11,83	10,57	12,44	13,06	20,68	35,54	17,55	10,19
R ₂	0,87	2,36	0	0	0	1,55	0	0,23	0	3,32	0	0,45
R ₃	9,25	27,94	8,46	23,67	8,13	13,06	8,45	14,84	17,10	32,23	11,56	15,38
20												
R ₁	52,40	10,10	52,41	10,09	51,78	10,72	51,71	10,79	14,55	3,15	14,55	3,15
R ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R ₃	12,77	49,73	12,76	49,74	15,32	47,18	15,36	47,14	5,51	12,19	5,50	12,20
22												
R ₁	1,86	0	1,86	0	62,50	0	62,50	0	6,03	0	6,03	0
R ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R ₃	1,45	0,40	1,45	0,40	43,31	19,19	43,33	19,17	4,04	1,99	4,04	1,99
25												
R ₁	0	4,14	0	4,17	7,50	23,26	1,65	11,93	0,09	4,56	0	4,36
R ₂	1,84	4,97	1,84	4,86	2,65	4,41	2,66	5,46	2,48	4,90	2,77	4,82
R ₃	0	3,66	0	3,69	7,71	19,15	0,46	13,23	0,41	3,89	0,48	3,25
27												
R ₁	10,56	29,12	7,06	16,64	1,87	6,03	13,37	37,89	11,29	31,68	1,66	8,92
R ₂	1,48	8,33	4,33	8,81	2,65	5,87	1,75	5,80	2,21	6,19	5,65	9,69
R ₃	9,93	24,89	7,94	12,80	2,79	4,53	14,84	30,62	11,85	28,35	2,55	7,89
31												
R ₁	0	23,40	0	23,40	0	8,80	1,33	9,36	0,09	6,01	0,09	6,01
R ₂	2,01	2,91	2,01	2,90	6,68	3,03	6,32	4,62	1,92	1,74	1,92	1,74
R ₃	3,16	13,99	3,17	13,99	1,33	7,33	2,35	8,13	1,21	4,70	1,21	4,71
38												
R ₁	5,78	3,76	5,78	3,76	7,07	6,39	7,07	6,38	6,32	1,84	6,32	1,84
R ₂	0	0,11	0	0,11	0	0,76	0	0,76	0	0	0	0
R ₃	2,64	6,51	2,64	6,51	3,23	9,27	3,23	9,27	3,36	4,79	3,36	4,80

continua

Tabela 5.5 - Conclusão.

42												
R ₁	0,90	7,09	0,93	7,07	1,91	9,24	1,66	8,69	1,62	8,92	1,61	8,82
R ₂	0,71	2,75	0,31	1,60	0,46	2,61	0,30	1,61	0,33	1,59	0,34	1,59
R ₃	1,16	5,85	1,95	5,36	1,95	8,66	1,59	7,77	1,46	8,56	1,38	8,31
52												
R ₁	8,09	23,86	11,34	40,19	12,86	28,88	13,03	32,26	14,36	33,39	12,06	27,32
R ₂	0,78	3,56	0	0,37	0,49	2,57	0,47	2,07	0,16	3,02	0,43	1,99
R ₃	6,94	22,35	9,56	35,88	10,41	30,61	10,08	32,69	10,78	35,08	9,79	27,76
59												
R ₁	0,79	2,40	0,79	2,40	1,16	2,90	1,16	3,01	0,66	3,00	0,69	2,97
R ₂	0,97	2,84	0,99	2,84	0,88	2,19	0,88	2,34	1,00	1,72	1,00	1,72
R ₃	0,71	2,69	0,57	2,96	1,32	2,68	0,95	3,13	0,70	2,95	0,60	2,76
60												
R ₁	0,11	0,78	0,11	0,78	0,10	0,79	0,10	0,79	0,09	0,81	0,09	0,81
R ₂	0,17	0,37	0,17	0,37	0,16	0,38	0,16	0,38	0,17	0,38	0,17	0,38
R ₃	0,24	0,57	0,24	0,57	0,24	0,57	0,24	0,58	0,24	0,58	0,24	0,58
61												
R ₁	0,14	0,75	0,14	0,75	0,14	0,76	0,14	0,76	0,13	0,77	0,13	0,77
R ₂	0,16	0,35	0,16	0,35	0,16	0,35	0,16	0,35	0,16	0,35	0,16	0,35
R ₃	0,24	0,58	0,24	0,58	0,24	0,59	0,24	0,59	0,24	0,59	0,24	0,59

Tabela 5.6 - Segunda família de órbitas simuladas.

Família 2 – Sem imprecisões na massa de Beta												
Órbita	Imprecisões positivas na massa de Gama				Sem imprecisões na massa de Gama				Imprecisões negativas na massa de Gama			
	Anomalia 0°		Anomalia 180°		Anomalia 0°		Anomalia 180°		Anomalia 0°		Anomalia 180°	
2	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km
R ₁	3,52	5,49	2,91	3,33	25,13	6,87	40,69	10,74	10,22	0	10,22	0
R ₂	0	0,17	0	0,20	0	3,45	0	0,32	0	0	0	0
R ₃	3,75	3,92	3,02	2,39	18,50	13,59	25,02	25,18	6,97	3,26	6,97	3,26
3												
R ₁	3,42	5,62	3,41	1,92	62,50	0	62,50	0	4,43	0	4,43	0
R ₂	0	0,71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R ₃	3,51	5,03	3,22	2,10	43,07	19,43	43,07	19,43	2,66	1,77	2,66	1,77
4												
R ₁	21,18	25,11	6,60	15,52	6,86	19,48	18,00	42,91	1,53	3,63	1,53	3,63
R ₂	0	2,05	0	3,00	0	1,53	0	2,30	2,27	1,75	2,63	1,70
R ₃	20,63	22,49	7,60	11,01	5,92	15,60	20,61	28,44	1,98	3,49	1,98	3,49
5												
R ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R ₂	62,50	0	62,50	0	62,50	0	62,50	0	62,50	0	62,50	0
R ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12												
R ₁	2,74	5,14	3,02	9,68	25,83	36,67	25,82	36,68	7,26	7,99	8,80	10,34
R ₂	0	1,63	1,14	4,90	0	0	0	0	0	0,88	0	2,37
R ₃	4,67	2,62	5,04	6,60	30,39	26,32	30,40	26,32	7,05	6,79	8,59	9,14
15												
R ₁	5,96	8,46	9,52	12,09	24,27	38,23	24,26	38,24	11,90	22,36	42,46	20,04
R ₂	0	1,31	0	2,28	0	1,89	0	1,89	0,24	2,95	0	1,25
R ₃	5,03	8,13	7,56	12,91	27,15	27,78	27,15	27,77	12,79	17,64	31,33	27,13

continua

Tabela 5.6 - Continuação.

18												
R ₁	9,66	3,84	12,08	4,55	35,73	15,39	11,36	1,28	6,19	1,33	6,19	1,33
R ₂	0	0	0	0,21	0,69	3,30	0	0	0	0	0	0
R ₃	5,36	8,00	5,83	10,48	16,51	34,10	5,99	6,65	2,64	4,89	2,64	4,89
20												
R ₁	52,19	10,31	52,20	10,30	36,18	10,93	35,00	8,27	32,56	9,11	24,10	13,98
R ₂	0	0	0	0	0,43	1,15	0	0	0	0	0	1,23
R ₃	12,33	50,17	12,32	50,18	12,61	33,79	11,63	31,60	12,65	29,02	12,39	23,33
22												
R ₁	1,86	0	1,86	0	62,50	0	62,50	0	6,03	0	6,03	0
R ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R ₃	1,46	0,40	1,46	0,40	43,03	19,47	43,02	19,48	4,06	1,97	4,05	1,98
25												
R ₁	2,71	13,48	2,73	12,57	6,86	29,81	2,40	13,10	2,36	16,49	2,33	16,60
R ₂	1,42	8,41	0,99	10,44	0,88	6,30	0,90	5,89	0,55	3,34	0,55	3,62
R ₃	1,48	14,39	1,43	13,95	7,58	23,94	1,71	12,96	1,25	17,59	2,68	15,81
27												
R ₁	0	5,30	0	5,30	5,51	20,94	5,64	21,27	0	5,21	0	5,21
R ₂	2,22	5,49	2,20	5,26	4,58	10,03	4,55	10,80	2,32	4,48	2,32	4,48
R ₃	0,51	4,25	0,50	4,24	4,27	19,63	5,06	18,64	0,32	4,65	0,32	4,65
31												
R ₁	4,55	20,57	10,91	13,41	4,32	13,08	5,39	14,03	1,62	27,09	11,24	31,43
R ₂	5,80	11,28	1,15	4,21	1,59	6,25	2,23	7,20	4,48	13,18	1,38	10,10
R ₃	5,08	19,32	8,69	14,63	5,17	10,12	5,65	12,55	3,31	22,91	11,43	29,63
38												
R ₁	6,61	6,01	6,61	6,01	8,12	8,70	8,13	8,68	6,71	2,23	6,71	2,23
R ₂	0	0	0	0,01	0,32	0,75	0,37	0,68	0	0	0	0
R ₃	3,05	8,46	3,05	8,46	4,43	11,73	4,40	11,85	3,81	5,13	3,80	5,13

continua

Tabela 5.6 - Conclusão.

42												
R ₁	1,87	8,60	1,87	8,60	2,16	9,57	2,18	9,60	1,88	9,07	1,88	9,06
R ₂	0,69	3,60	0,69	3,60	0,34	3,42	0,34	3,45	0,78	3,16	0,78	3,15
R ₃	1,06	9,60	1,04	9,59	0,88	10,53	1,01	10,48	1,34	8,91	1,34	8,91
52												
R ₁	6,53	14,17	5,57	12,55	9,15	23,23	5,00	9,95	13,73	35,90	11,90	29,18
R ₂	0,34	2,80	0,44	2,77	0	0,04	0	0	0	4,04	0,31	3,90
R ₃	4,57	14,66	4,31	12,74	8,23	19,74	4,03	10,68	9,84	36,02	9,57	29,46
59												
R ₁	2,39	9,96	2,39	9,97	1,88	10,65	1,86	10,66	2,14	12,41	2,14	12,44
R ₂	2,55	7,44	2,56	7,44	2,68	6,86	2,68	6,87	2,89	7,23	2,93	7,17
R ₃	2,83	8,95	2,83	8,90	2,62	10,08	2,61	10,04	3,57	9,91	3,55	9,88
60												
R ₁	2,65	8,56	2,67	7,32	2,27	12,41	1,65	4,06	0,69	1,96	0,69	1,96
R ₂	1,01	4,68	0,64	4,07	1,53	6,12	1,07	3,53	0,35	1,93	0,35	1,93
R ₃	2,08	8,44	1,97	8,03	2,35	11,93	1,34	4,52	0,54	2,25	0,54	2,24
61												
R ₁	0,69	13,56	0,80	13,37	2,48	4,87	2,52	4,95	0,15	0,75	0,15	0,75
R ₂	2,58	6,57	2,66	6,71	1,39	3,78	1,33	3,31	0,17	0,35	0,17	0,35
R ₃	2,79	10,94	2,75	10,88	1,52	6,10	1,90	5,68	0,25	0,58	0,25	0,58

Tabela 5.7 - Terceira família de órbitas simuladas.

Família 3 – Imprecisões negativas na massa de Beta												
Órbita	Imprecisões positivas na massa de Gama				Sem imprecisões na massa de Gama				Imprecisões negativas na massa de Gama			
	Anomalia 0°		Anomalia 180°		Anomalia 0°		Anomalia 180°		Anomalia 0°		Anomalia 180°	
2	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km	d < 5 km	5 < d < 10 km
R ₁	2,85	4,01	2,98	6,54	18,55	0	18,55	0	10,22	0	10,22	0
R ₂	0,65	0,63	0,72	3,05	0	0	0	0	0	0	0	0
R ₃	2,46	3,68	2,49	6,54	13,17	5,38	13,17	5,38	6,97	3,26	6,96	3,26
3												
R ₁	5,59	7,01	3,82	3,48	62,50	0	62,50	0	4,42	0	4,41	0
R ₂	1,44	5,11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R ₃	5,61	6,07	3,95	2,82	43,06	19,44	43,07	19,43	2,65	1,76	2,64	1,77
4												
R ₁	2,59	7,34	24,33	36,86	22,45	3585	3,60	16,71	5,97	12,95	4,85	12,07
R ₂	0	0	0	0,56	0	1,44	0,68	4,05	0,51	8,25	0,57	4,03
R ₃	3,10	5,10	23,88	30,88	22,49	32,38	5,25	12,53	5,53	13,98	5,24	11,80
5												
R ₁	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R ₂	62,50	0	62,50	0	62,50	0	62,50	0	62,50	0	62,50	0
R ₃	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12												
R ₁	1,97	6,63	3,05	6,74	25,80	36,70	25,78	36,72	22,53	38,70	4,16	7,81
R ₂	0,49	5,50	0,49	3,78	0	0,10	0	0,10	0	1,49	1,65	2,68
R ₃	3,22	4,48	5,37	3,58	30,39	26,31	30,37	26,32	23,71	31,73	5,23	5,59
15												
R ₁	3,84	4,52	3,84	4,51	23,95	38,55	23,95	38,55	18,00	25,41	17,38	30,90
R ₂	0	0,08	0	0,08	0	2,11	0	2,11	0	1,30	0	1,26
R ₃	4,08	3,71	4,08	3,70	26,53	28,15	26,53	28,15	17,25	21,33	17,99	24,22

continua

Tabela 5.7 - Continuação.

18												
R ₁	7,27	5,83	6,48	4,61	10,67	6,78	27,67	13,64	45,54	16,96	9,66	6,30
R ₂	0	0	0	0	0,24	1,86	0	0	0	0	0	0
R ₃	3,76	8,19	2,98	6,95	5,98	11,07	18,11	22,09	20,09	41,91	5,58	9,78
20												
R ₁	52,27	10,23	52,27	10,23	51,56	10,94	51,57	10,93	52,55	9,95	51,72	10,78
R ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R ₃	12,79	49,71	12,80	49,70	14,95	47,55	14,95	47,55	17,37	45,13	18,03	44,47
22												
R ₁	1,86	0	1,86	0	62,50	0	62,50	0	6,02	0	6,02	0
R ₂	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R ₃	1,46	0,40	1,46	0,40	42,82	19,68	42,83	19,67	4,10	1,93	4,09	1,94
25												
R ₁	0,39	8,11	0,75	7,60	1,87	9,66	2,21	10,72	0,99	13,93	1,04	14,30
R ₂	1,60	8,12	1,89	4,85	0,62	5,04	0,45	6,85	2,44	14,25	2,47	14,43
R ₃	1,89	6,36	1,95	6,11	2,55	7,32	2,28	8,75	1,65	14,65	1,66	14,61
27												
R ₁	0	3,97	0	2,67	0	4,67	0	4,67	0	5,38	0	5,39
R ₂	1,68	5,68	2,11	6,05	1,62	4,47	1,62	4,47	1,34	5,19	1,34	5,20
R ₃	0,43	3,21	0,43	1,90	0,36	4,50	0,36	4,49	0,35	4,80	0,35	4,80
31												
R ₁	0,99	2,75	2,45	5,43	7,28	18,69	6,89	19,36	7,26	24,10	7,26	24,11
R ₂	0,57	1,63	2,12	3,95	2,13	9,35	4,45	11,34	1,40	9,90	1,40	9,90
R ₃	1,60	1,86	2,33	4,88	5,30	22,40	5,31	22,08	4,40	27,75	4,40	27,76
38												
R ₁	7,97	9,09	7,97	9,10	8,49	9,31	8,27	8,86	8,14	5,55	8,14	5,54
R ₂	0	0,96	0	0,96	0,09	1,40	0	0,43	0	0	0	0
R ₃	4,38	12,03	4,38	12,03	4,27	12,15	4,02	11,87	5,02	7,89	5,03	7,89

continua

Tabela 5.7 - Conclusão.

42												
R ₁	1,79	10,65	1,78	10,65	2,20	11,10	2,42	11,35	1,58	10,95	1,58	10,95
R ₂	1,45	3,43	1,44	3,44	0,69	4,95	0,52	4,96	0,03	4,61	0,04	4,60
R ₃	0,70	11,13	0,85	11,00	1,01	12,33	0,94	13,38	0,11	12,36	0,11	12,36
52												
R ₁	1,81	4,54	1,81	4,54	7,33	17,64	5,76	13,83	18,28	41,57	18,36	43,24
R ₂	0	0	0	0	0	0,54	0	0,07	0	1,96	0	1,58
R ₃	1,68	4,45	1,68	4,44	7,53	14,12	5,46	12,00	13,27	42,31	13,98	42,25
59												
R ₁	0,78	14,48	0,77	14,49	0,31	15,13	0,31	15,13	0,25	15,39	0,25	15,39
R ₂	3,05	7,13	3,05	7,13	2,84	7,42	2,84	7,42	2,68	7,61	2,68	7,61
R ₃	2,96	11,85	2,97	11,85	2,93	11,84	2,93	11,84	2,76	12,08	2,76	12,07
60												
R ₁	3,11	9,03	3,21	9,85	3,11	10,11	3,02	10,30	2,65	11,38	2,64	11,39
R ₂	2,97	6,44	2,82	5,82	2,99	7,16	2,92	6,36	3,13	6,80	3,14	6,78
R ₃	2,85	8,82	2,99	9,60	3,17	9,28	3,11	9,55	2,99	10,61	2,99	10,60
61												
R ₁	3,14	7,58	3,15	7,60	2,55	5,62	2,51	5,44	2,82	5,99	2,82	5,99
R ₂	1,62	7,39	1,48	7,33	1,61	6,24	1,71	5,78	2,09	6,18	2,08	6,19
R ₃	2,80	7,44	2,86	7,21	2,41	5,25	2,40	5,15	2,40	6,04	2,58	5,87

5.3.1 Órbitas para observar Alpha e Gama

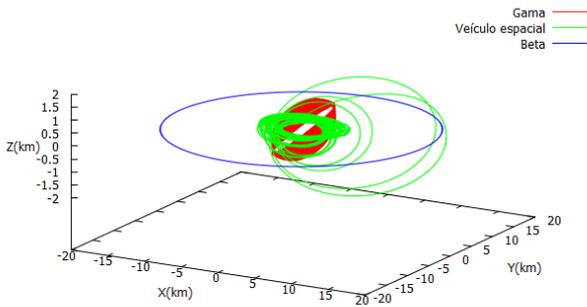
Várias opções estão disponíveis para observar os corpos Alpha e Gama. A Órbita 20 é uma escolha interessante, com tempos de observação em todos os cenários simulados. Os tempos de observação de todos os cenários, considerando o asteroide no periapsis e apoapsis de sua trajetória ao redor do Sol no tempo inicial, podem ser vistos na Tabela 5.8. Observe que, no caso nominal (0)(0), quando o asteroide está em seu periapsis, o veículo espacial permanece 36,18 dias em torno de Alpha e 12,61 dias perto de Gama. Os valores são diferentes para cada cenário. Os menores tempos de observação ocorrem quando o veículo observa Alpha por 14,55 dias e Gama por 5,50 dias, que é a situação em que há uma imprecisão positiva na massa de Beta e uma imprecisão negativa na massa de Gama, ambos quando o asteroide está em seu apoapsis. Os outros tempos de observação estão todos acima desses limites. O maior tempo de observação para os corpos ocorre em duas situações diferentes: quando o asteroide está em seu periapsis e o veículo observa Alpha por 52,55 dias e quando o asteroide está em seu apoapsis e o veículo observa Gama por 18,03 dias. Ambas as situações ocorrem quando as imprecisões das massas de Beta e Gama são negativas.

A Figura 5.57 mostra as trajetórias do veículo espacial e dos corpos secundários em todos os cenários descritos. O tempo de simulação é de 62,50 dias. Na maioria dos cenários, a simulação dura o tempo todo e as órbitas do veículo estão mais concentradas ao redor de Alpha e Gama. No cenário A, o veículo colide com o corpo principal e a integração pára em 51,40 dias. Nota-se que a trajetória do veículo cruza a órbita de Beta. No cenário C, a integração dura 17,70 dias e o veículo colide com Gama. O veículo espacial também colide com Gama no cenário F e a simulação dura 41,67 dias. Observa-se novamente a órbita do veículo cruzando a órbita de Beta.

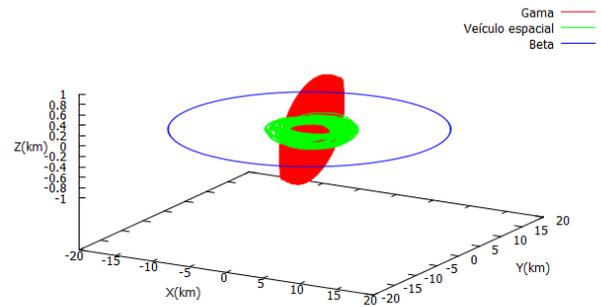
Tabela 5.8 - Tempos de observação nos nove cenários simulados (Órbita 20).

Cenário		Tempos de observação (dias)	
		Anomalia 0°	Anomalia 180°
(+) (+)	R ₁	52,40	52,41
	R ₂	0	0
	R ₃	12,77	12,76
(+) (0)	R ₁	51,78	51,71
	R ₂	0	0
	R ₃	15,32	15,36
(+) (-)	R ₁	14,55	14,55
	R ₂	0	0
	R ₃	5,51	5,50
(0) (+)	R ₁	52,19	52,20
	R ₂	0	0
	R ₃	12,33	12,32
(0) (0)	R ₁	36,18	35,00
	R ₂	0	0
	R ₃	12,61	11,63
(0) (-)	R ₁	32,56	24,10
	R ₂	0	0
	R ₃	12,65	12,39
(-) (+)	R ₁	52,27	52,27
	R ₂	0	0
	R ₃	12,79	12,80
(-) (0)	R ₁	51,56	51,57
	R ₂	0	0
	R ₃	14,95	14,95
(-) (-)	R ₁	52,55	51,72
	R ₂	0	0
	R ₃	17,37	18,03

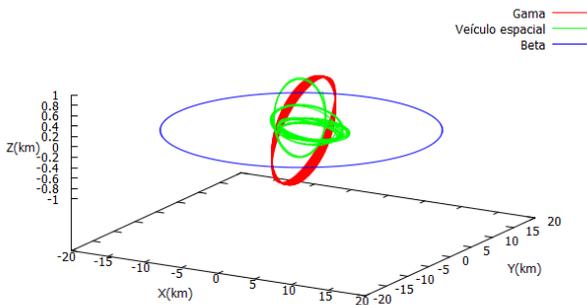
Figura 5.57 - Trajetória do veículo (verde), Beta (azul) e Gama (vermelho) para a Órbita 20 quando o asteroide está em seu periapsis em todos os cenários (A: valores nominais, B: (+)(+), C: (+)(-), D: (+)(0), E: (0)(+), F: (0)(-), G: (-)(+), H: (-)(-) e I: (-)(0)).



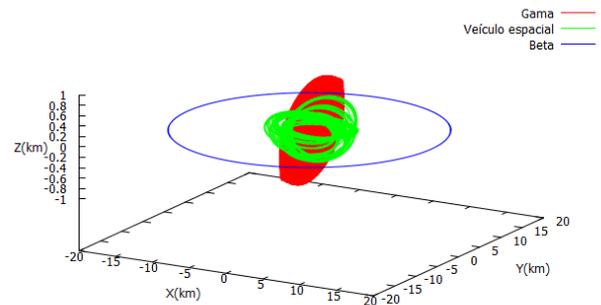
A



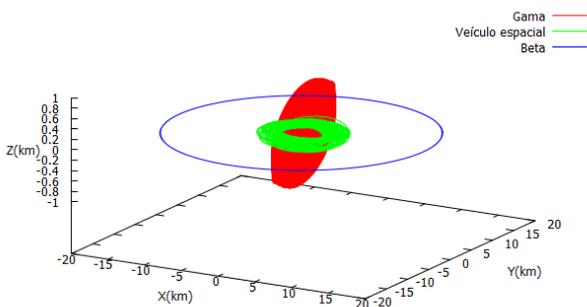
B



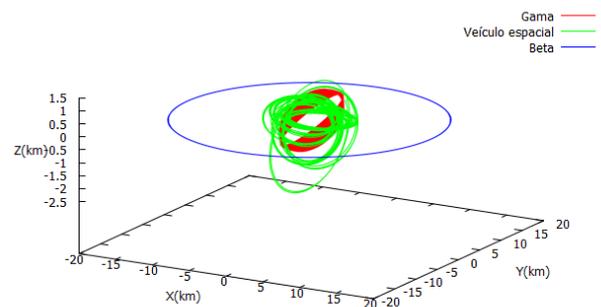
C



D



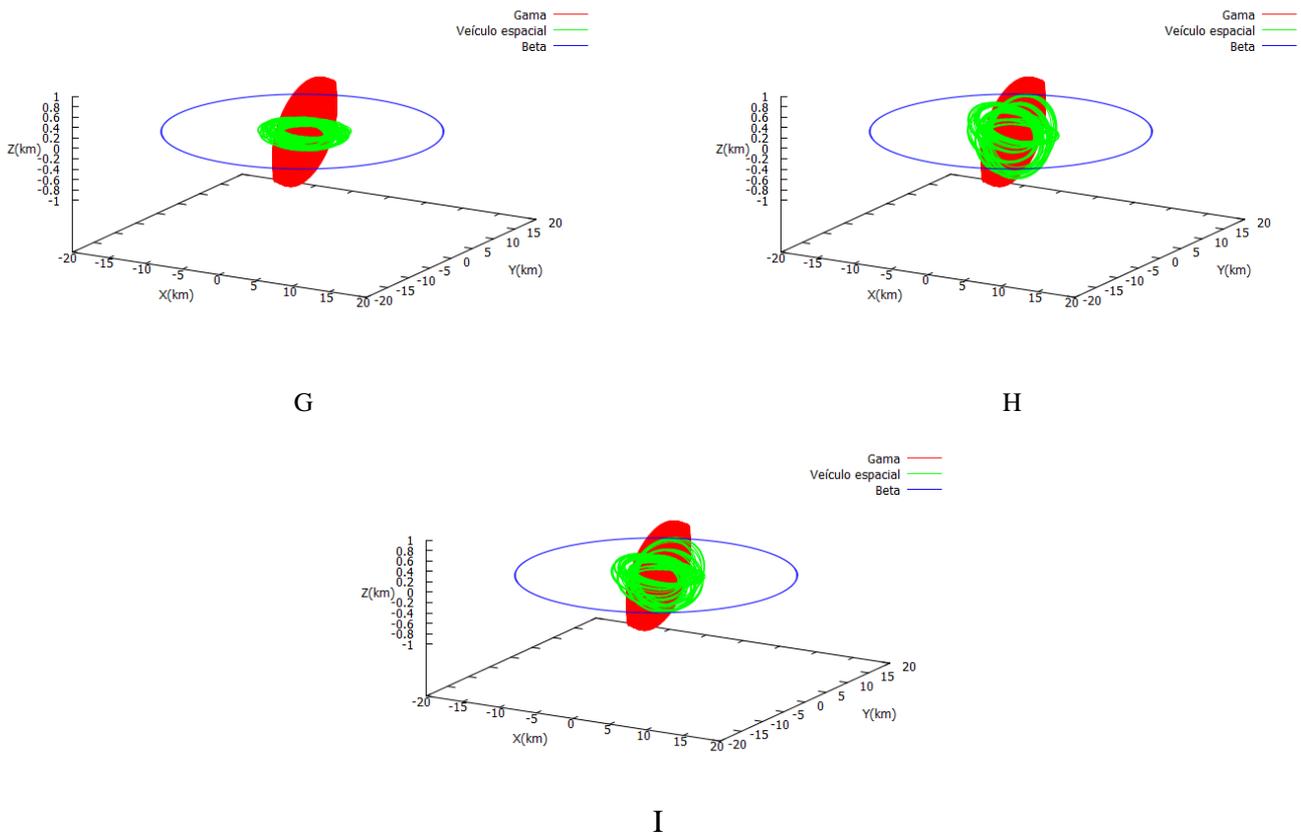
E



F

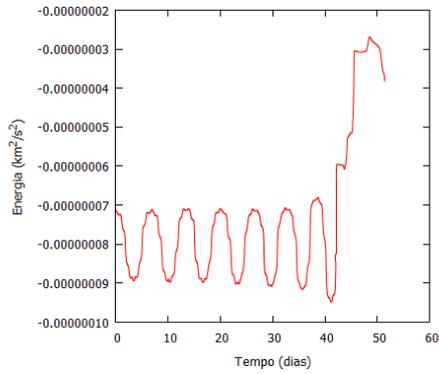
continua

Figura 5.57 - Conclusão.

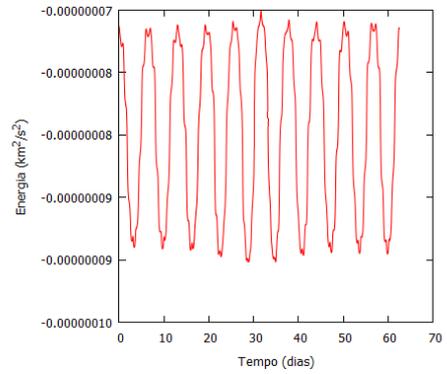


A Figura 5.58 mostra os gráficos da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo para todos os cenários simulados. Observa-se no gráfico A, que a amplitude da energia se mantém até 41 dias de simulação e após isso há um ganho de energia provocando uma colisão com o corpo principal. Em B, D, E, G, H e I, nota-se que a amplitude se mantém e o veículo permanece os 67,50 dias de simulação em torno de Alpha e Gama. No gráfico C, o veículo ganha e perde energia até que colide com Gama após 17,70 dias de simulação. Por fim, observa-se no gráfico F que a amplitude da energia se mantém até 40 dias e em seguida tem um ganho provocando uma colisão com Gama após 41,67 dias.

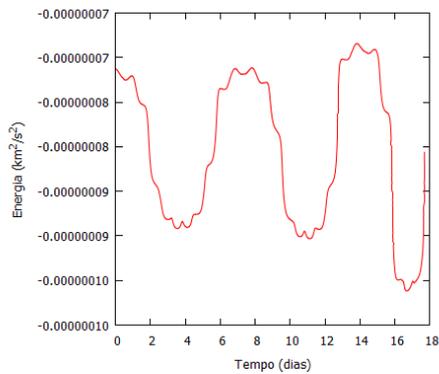
Figura 5.58 – Gráficos da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo para a Órbita 20 quando o asteroide está em seu periapsis em todos os cenários (A: valores nominiais, B: (+)(+), C: (+)(-), D: (+)(0), E: (0)(+), F: (0)(-), G: (-)(+), H: (-)(-) e I: (-)(0)).



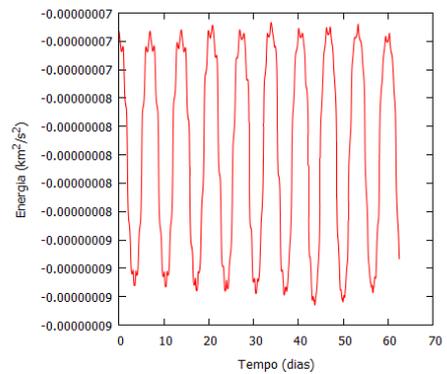
A



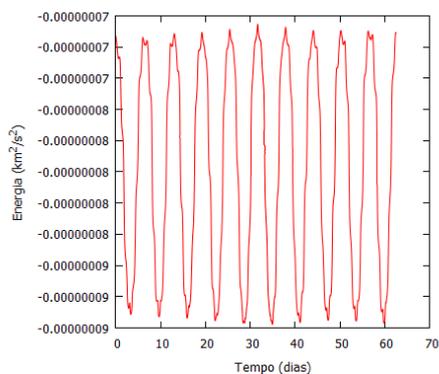
B



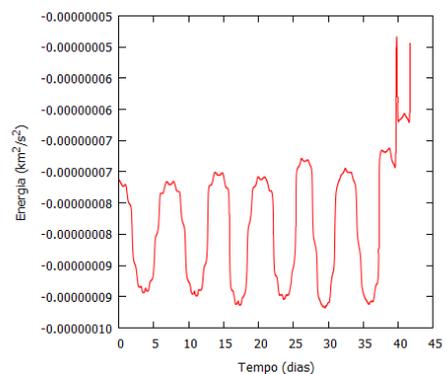
C



D



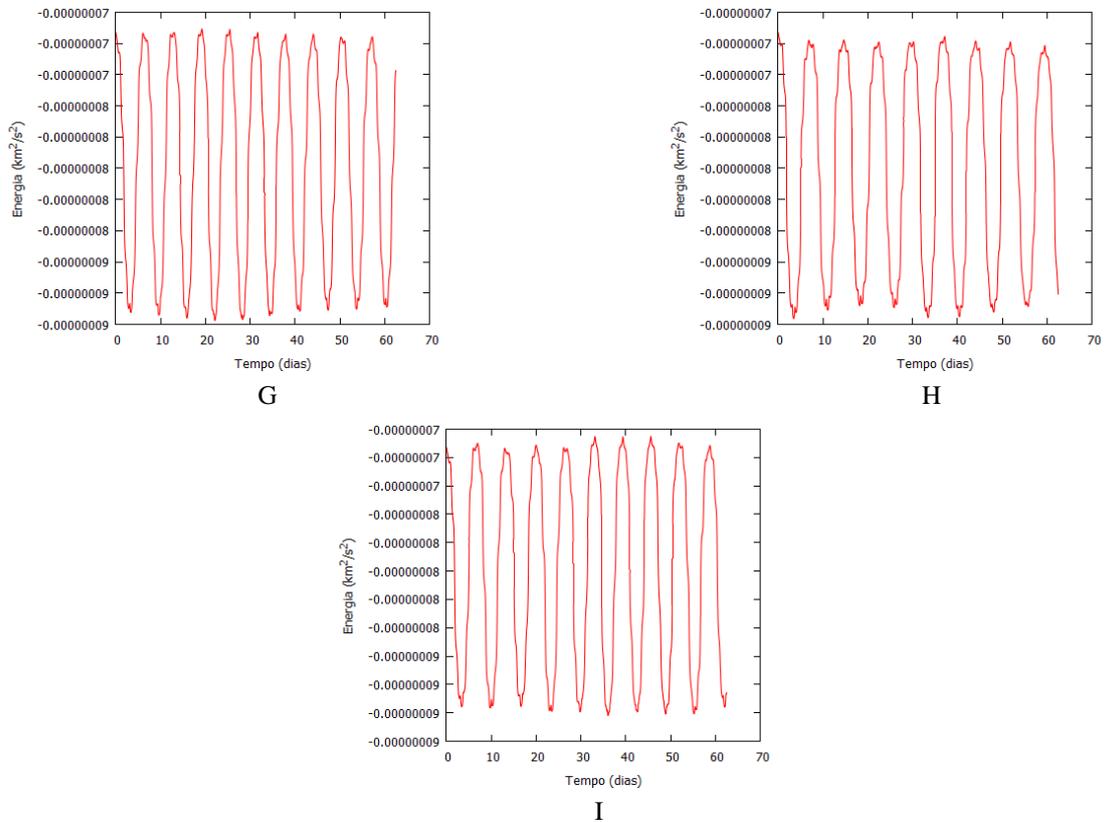
E



F

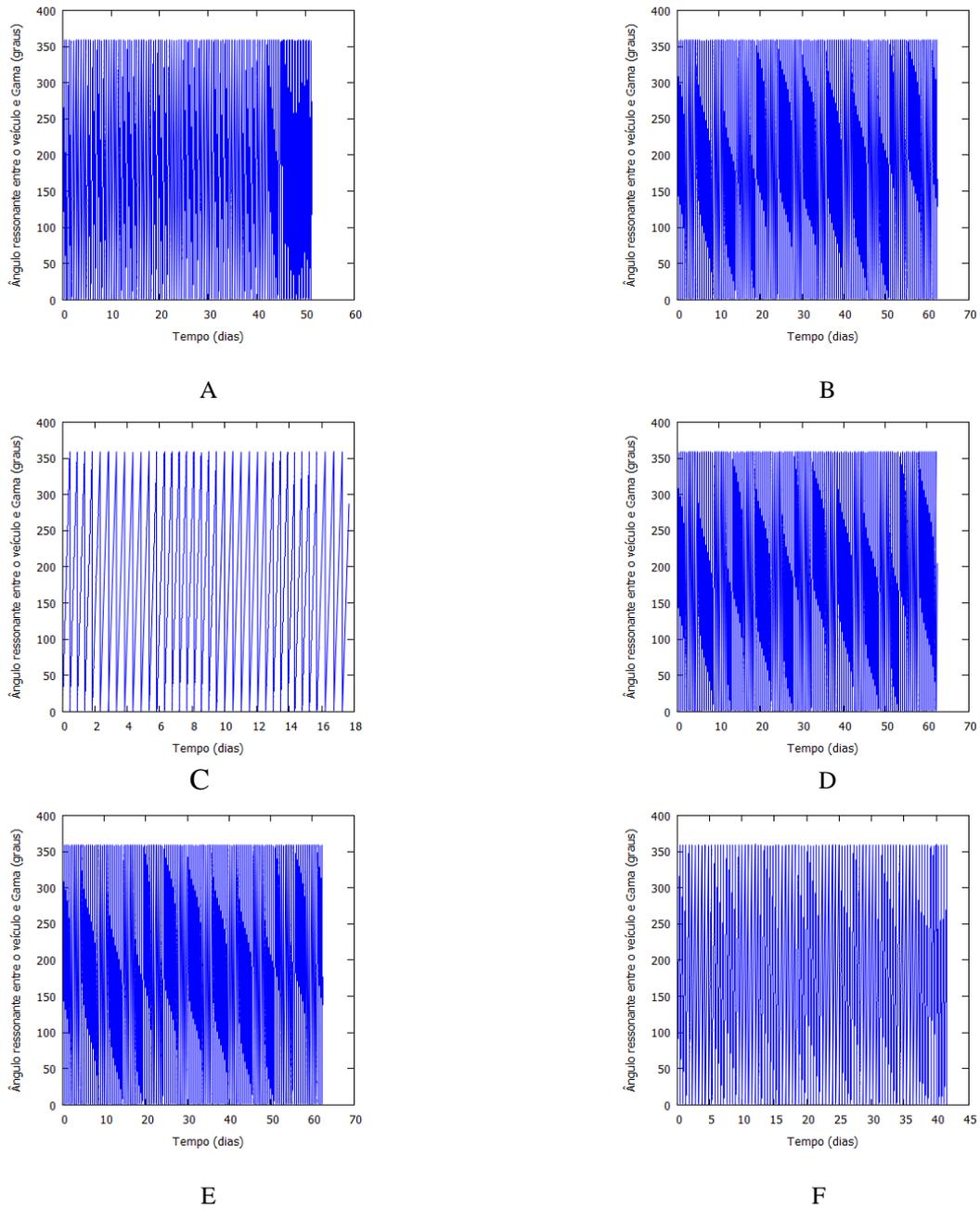
continua

Figura 5.58 – Conclusão.



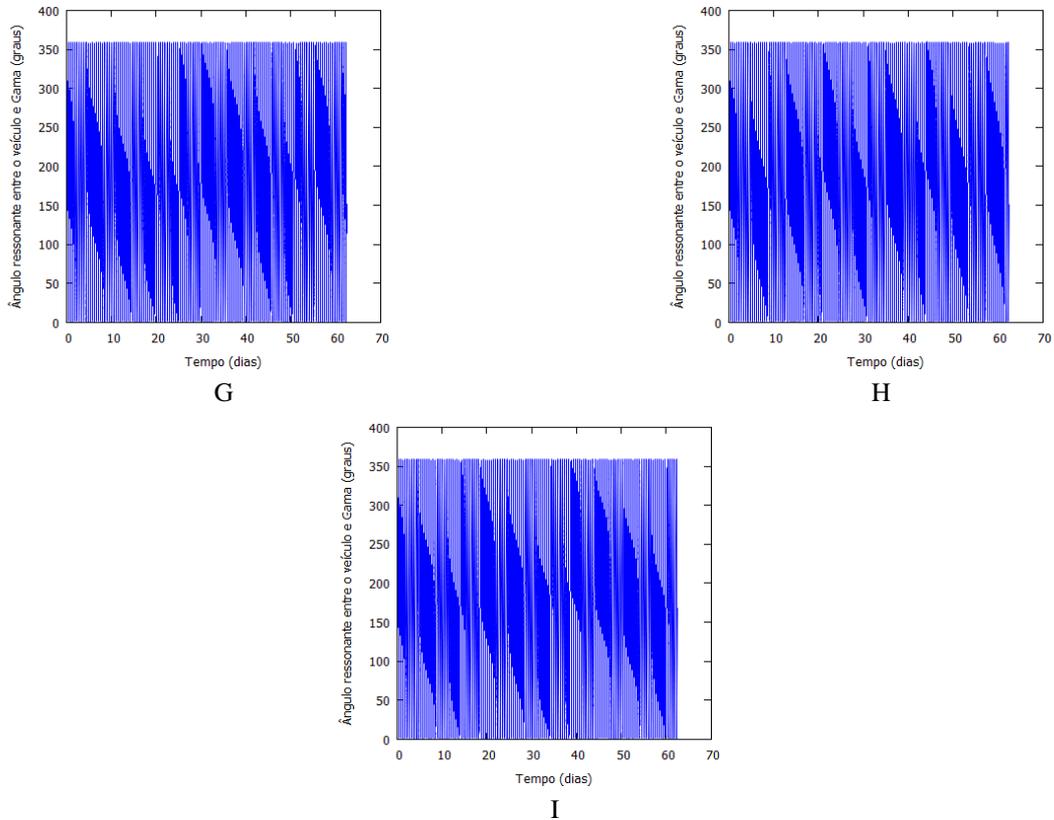
A Figura 5.59 mostra os gráficos do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo para todos os cenários simulados. Observa-se que houve oscilação do ângulo ressonante entre 0 – 360 graus e ele não librou em torno de um valor, ou seja, o veículo espacial não permaneceu em ressonância com a trajetória do corpo secundário.

Figura 5.59 – Gráficos do ângulo ressonante entre o veículo e Gama em função do tempo para a Órbita 20 quando o asteroide está em seu periapsis em todos os cenários (A: valores nominais, B: (+)(+), C: (+)(-), D: (+)(0), E: (0)(+), F: (0)(-), G: (-)(+), H: (-)(-) e I: (-)(0)) ($\varphi = 5\lambda' - 6\lambda + \varpi'$).



continua

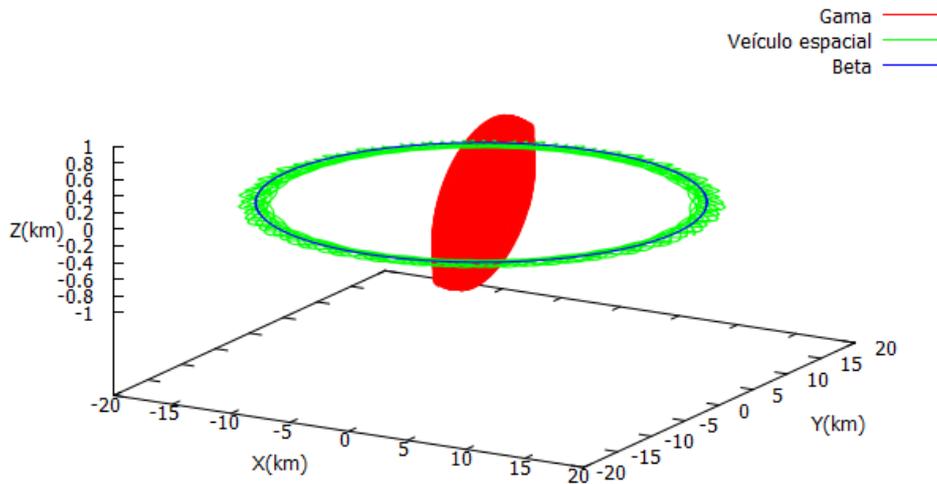
Figura 5.59 – Conclusão.



5.3.2 Órbitas para observar Beta

A Órbita 5 é uma opção interessante para observar o corpo secundário Beta. As possíveis imprecisões na massa de Beta não alteraram os tempos de observação em todos os cenários simulados. No caso nominal, o veículo espacial não observa os corpos Alpha e Gama, mas continua toda a integração ao redor de Beta. Isso pode ser observado em todos os cenários. A Figura 5.60 mostra a trajetória do veículo espacial e dos corpos secundários para o cenário (+)(+). O veículo permanece o tempo todo ao redor de Beta. No cenário (+)(-), nota-se que o veículo espacial é capturado por Beta logo no instante inicial. Isso é concluído a partir do valor inicial da energia que é igual a $-0,000000010620152$.

Figura 5.60 - Trajetória do veículo (verde), Beta (azul) e Gama (vermelho) para a Órbita 5 quando o asteroide está em seu periapsis no cenário (+)(+) (similar para todos os cenários).



5.3.3 Órbitas para observar os três corpos

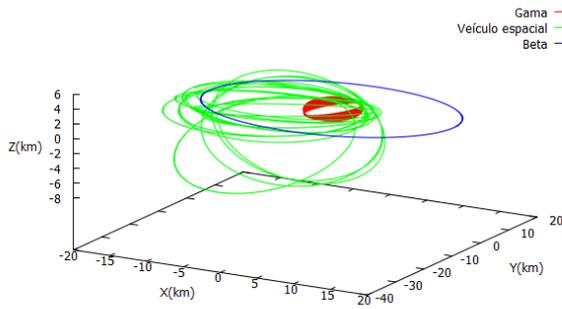
Órbitas que observam os três corpos do sistema em uma única trajetória são difíceis de se encontrar. Uma escolha relevante é a Órbita 59. Quando o asteroide está em seu periapsis, no caso nominal (0)(0), o veículo espacial permanece 1,88 dias em torno de Alpha, 2,68 dias perto de Beta e 2,62 dias observando Gama. A Tabela 5.9 mostra os tempos de observação de todos os cenários para a Órbita 59 considerando o asteroide no periapsis e apoapsis de sua trajetória ao redor do Sol. No cenário em que os tempos de observação são menores, quando a imprecisão nas massas de Beta e Gama é negativa e o asteroide está em seu periapsis, os tempos de observação são de 0,25 dias para Alpha, 2,68 dias para Beta e 2,76 dias para Gama, o que ainda é suficiente para obter uma melhor avaliação das massas reais dos três corpos. No cenário com tempos de observação maiores, quando não há imprecisão na massa de Beta e a imprecisão na massa de Gama é negativa com o asteroide em seu apoapsis, os tempos de observação são 2,14 dias para Alpha, 2,93 dias para Beta e 3,55 dias para Gama.

Tabela 5.9 - Tempos de observação nos nove cenários simulados (Órbita 59).

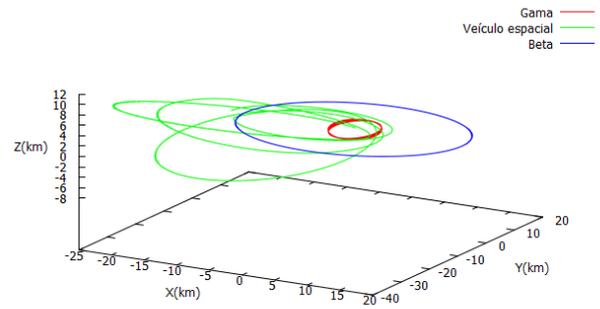
Cenário		Tempos de observação (dias)	
		Anomalia 0°	Anomalia 180°
(+)(+)	R ₁	0,79	0,79
	R ₂	0,97	0,99
	R ₃	0,71	0,57
(+)(0)	R ₁	1,16	1,16
	R ₂	0,88	0,88
	R ₃	1,32	0,95
(+)(-)	R ₁	0,66	0,69
	R ₂	1,00	1,00
	R ₃	0,70	0,60
(0)(+)	R ₁	2,39	2,39
	R ₂	2,55	2,56
	R ₃	2,83	2,83
(0)(0)	R ₁	1,88	1,86
	R ₂	2,68	2,68
	R ₃	2,62	2,61
(0)(-)	R ₁	2,14	2,14
	R ₂	2,89	2,93
	R ₃	3,57	3,55
(-)(+)	R ₁	0,78	0,77
	R ₂	3,05	3,05
	R ₃	2,96	2,97
(-)(0)	R ₁	0,31	0,31
	R ₂	2,84	2,84
	R ₃	2,93	2,93
(-)(-)	R ₁	0,25	0,25
	R ₂	2,68	2,68
	R ₃	2,76	2,76

A Figura 5.61 mostra as trajetórias do veículo espacial e dos corpos secundários para esta órbita. O tempo de simulação é de 62,50 dias. Observa-se que as trajetórias têm diferenças visíveis para diferentes cenários. Em todos os cenários, a integração durou o tempo total, com exceção do cenário B que durou 27,34 dias após uma colisão com o corpo principal. As órbitas além de cruzarem a órbita de Beta, vão além do sistema e não estão tão concentradas em torno dos corpos.

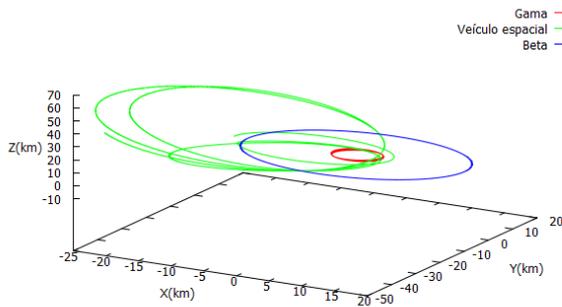
Figura 5.61 - Trajetória do veículo (verde), Beta (azul) e Gama (vermelho) para a Órbita 59 quando o asteroide está em seu periapsis em todos os cenários (A: valores nominais, B: (+)(+), C: (+)(-), D: (+)(0), E: (0)(+), F: (0)(-), G: (-)(+), H: (-)(-) e I: (-)(0)).



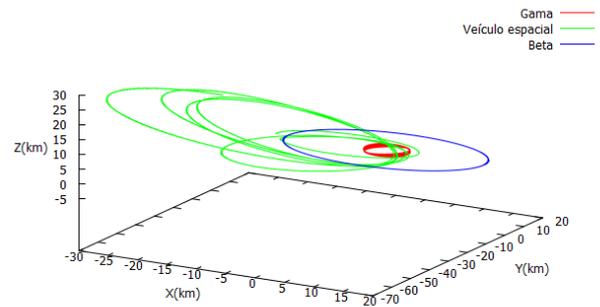
A



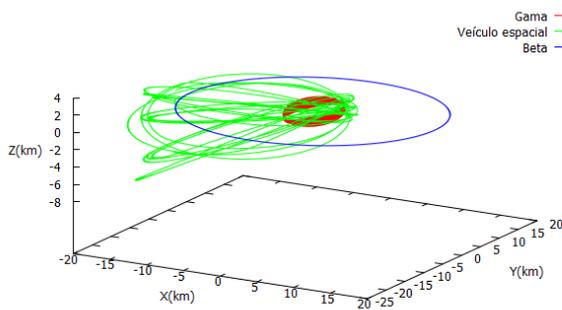
B



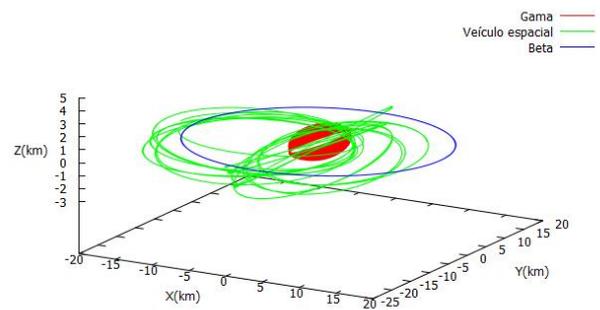
C



D



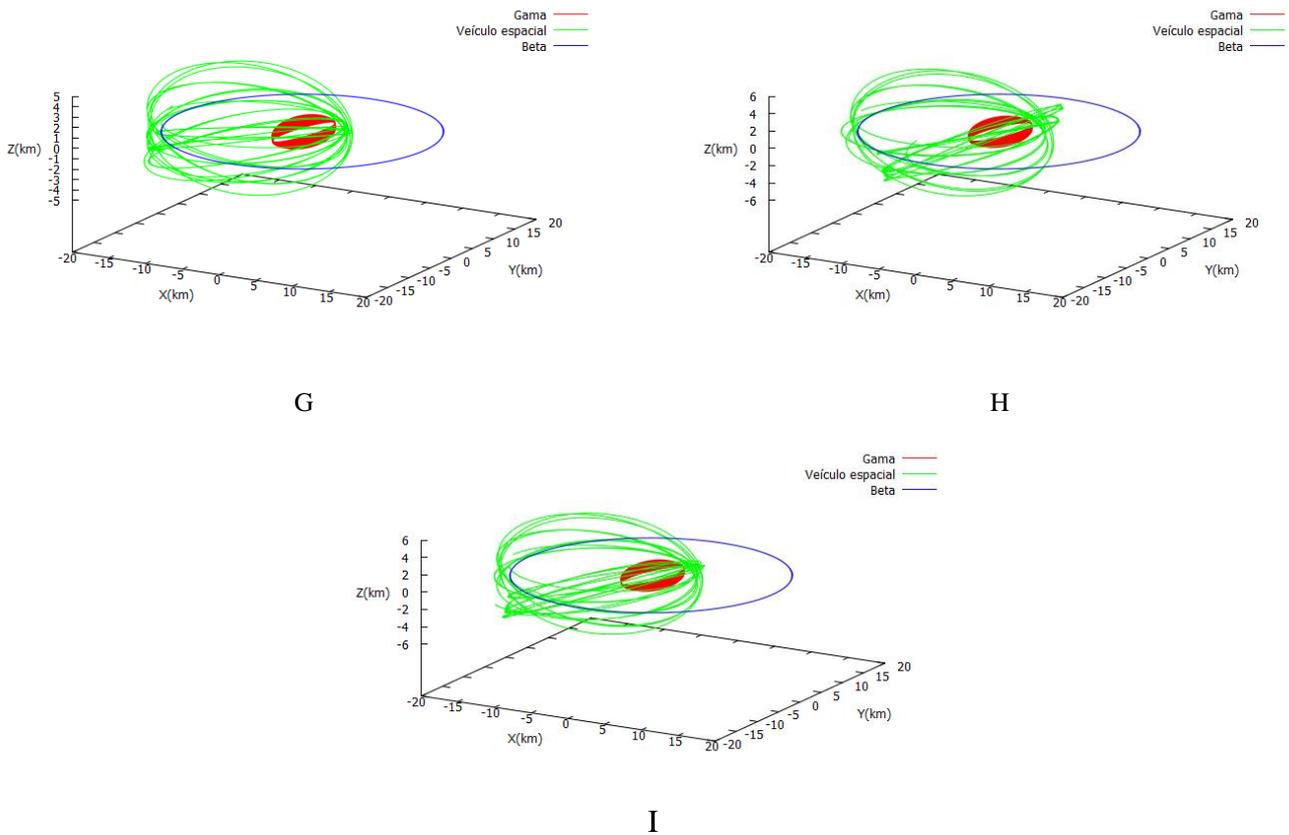
E



F

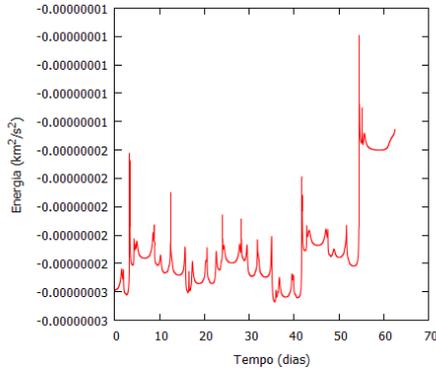
continua

Figura 5.61 - Conclusão.

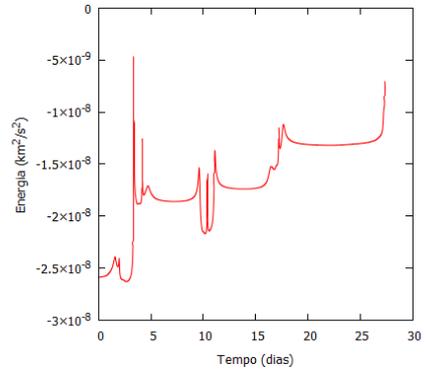


A Figura 5.62 mostra os gráficos da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo para todos os cenários simulados. Em todos os cenários a simulação dura 67,50 dias, com exceção do cenário B. Observa-se no gráfico A, que a energia do veículo varia, tendo seu maior ganho em torno de 55 dias de integração. Em B, nota-se que a simulação para em 27,34 dia após uma colisão com o corpo central. Em C, F, H e I, o maior ganho de energia ocorre após uma aproximação com Beta em 12, 30, 36 dias de simulação, respectivamente. O gráfico D, mostra a variação da energia tendendo a valores mais altos até o fim da integração. Em E e G, nota-se que a amplitude da energia varia entre perdas e ganhos.

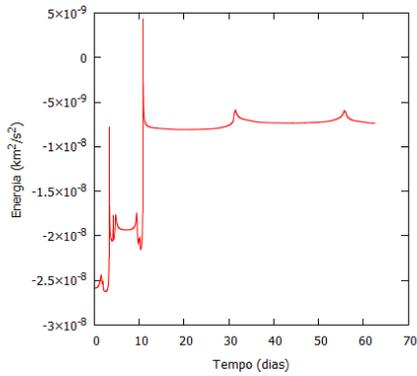
Figura 5.62 – Gráficos da energia de dois corpos (Veículo-Alpha) em função do tempo para a Órbita 59 quando o asteroide está em seu periapsis em todos os cenários (A: valores nominiais, B: (+)(+), C: (+)(-), D: (+)(0), E: (0)(+), F: (0)(-), G: (-)(+), H: (-)(-) e I: (-)(0)).



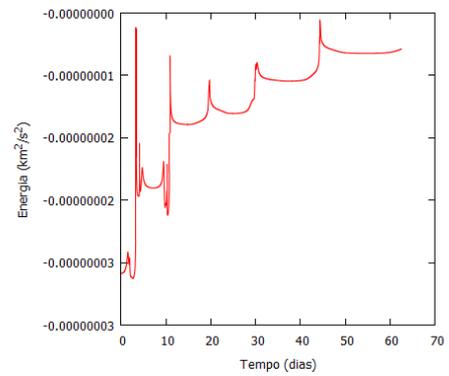
A



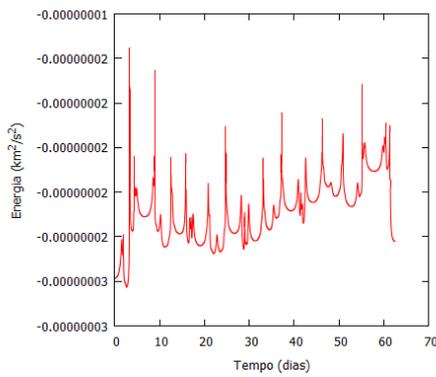
B



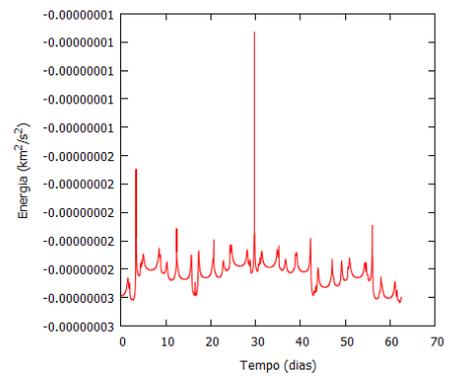
C



D



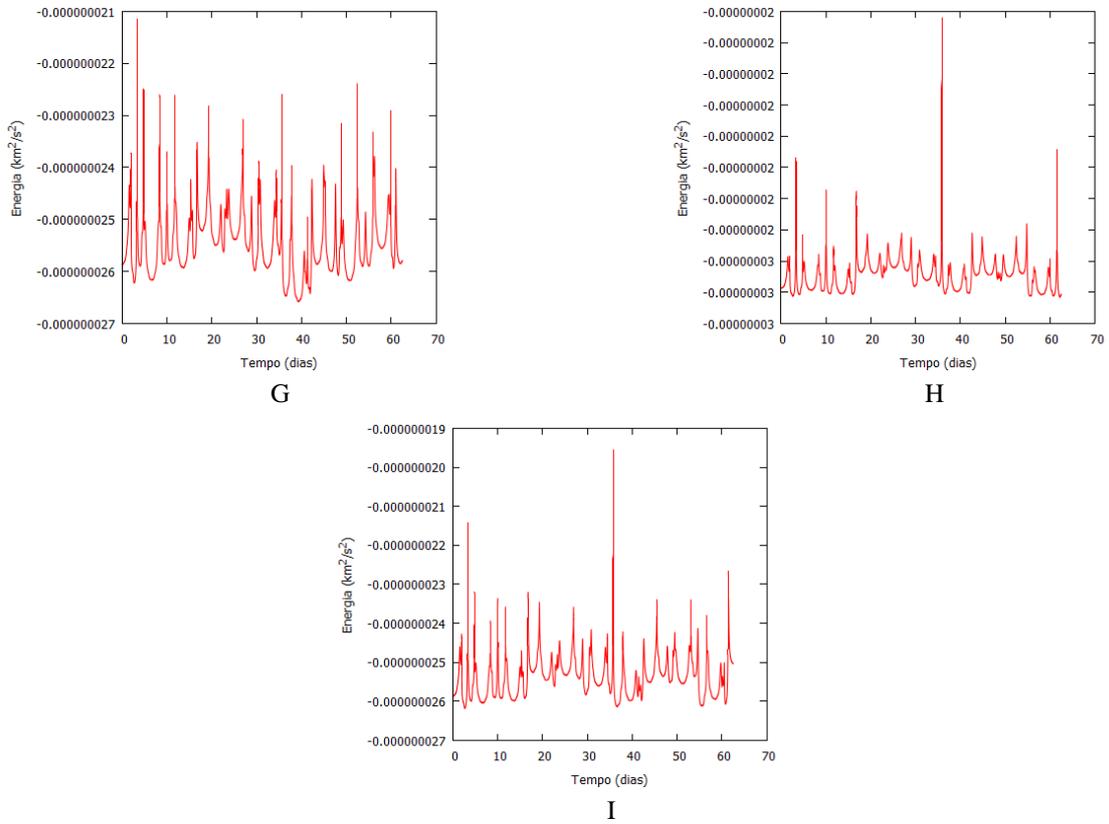
E



F

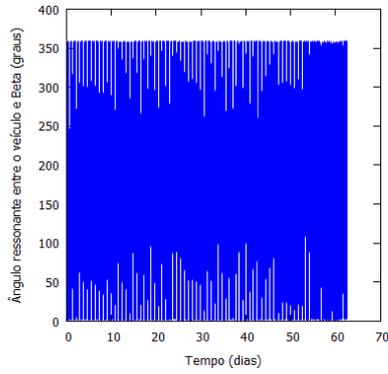
continua

Figura 5.62 – Conclusão.

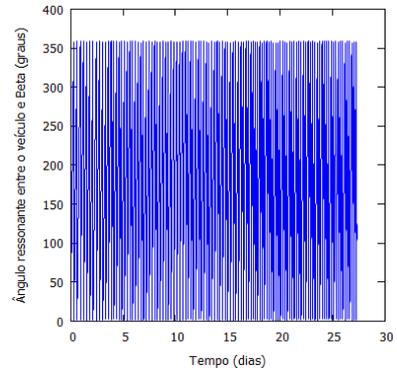


A Figura 5.63 mostra os gráficos do ângulo ressonante entre o veículo e Beta em função do tempo para todos os cenários simulados. O ângulo mantém oscilação entre 0 - 360 graus e não libra em torno de um valor, caracterizando um veículo com uma órbita que não está em ressonância com a órbita dos corpos secundários.

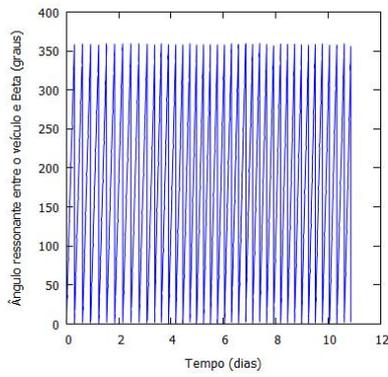
Figura 5.63 – Gráficos do ângulo ressonante entre o veículo e Beta em função do tempo para a Órbita 59 quando o asteroide está em seu periapsis em todos os cenários (A: valores nominais, B: (+)(+), C: (+)(-), D: (+)(0), E: (0)(+), F: (0)(-), G: (-)(+), H: (-)(-) e I: (-)(0)) ($\varphi = 5\lambda' - 3\lambda - 2\varpi'$).



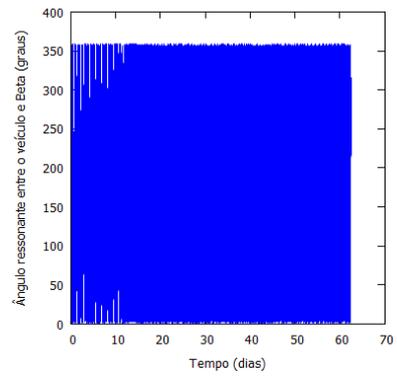
A



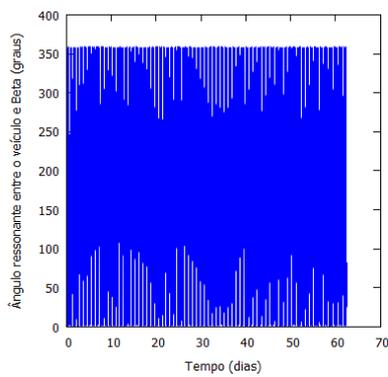
B



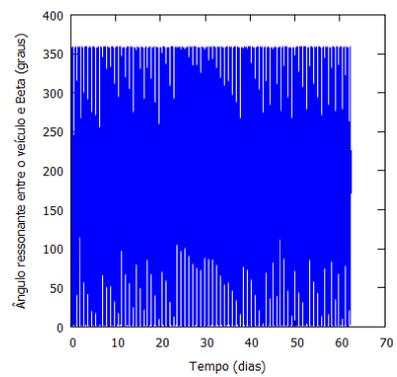
C



D



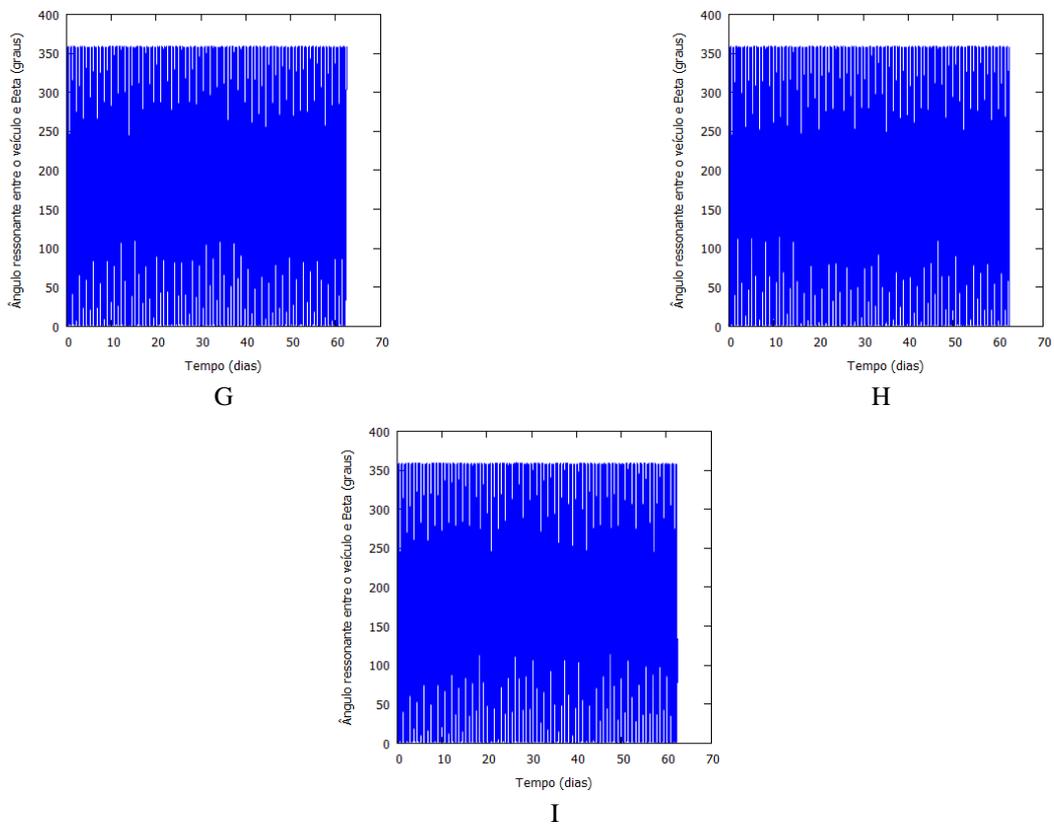
E



F

continua

Figura 5.63 – Conclusão.



5.3.4 Comentários

Este estudo analisou os efeitos das imprecisões das massas dos corpos secundários do sistema triplo 2001SN₂₆₃ nos tempos de observação de um veículo espacial ao redor deste asteroide. Essa análise é importante, pois as massas dos corpos deste sistema não são conhecidas. São medidas as distâncias entre o veículo e os três corpos do sistema. Depois disso, esses tempos são usados como critérios para a seleção das melhores órbitas. Foram simulados nove cenários de imprecisões, levando em consideração as possibilidades de imprecisões negativas, nulas ou positivas nas massas de Beta e Gama. O aspecto mais importante é encontrar órbitas que tenham tempos de observação para todos os nove cenários de imprecisões considerados. Os resultados mostram a existência de várias órbitas que atendem a este critério. A Órbita 20 é um exemplo de órbita que é interessante para observar os corpos Alpha e Gama. O tempo mínimo de observação do corpo principal é de 14,55 dias e o máximo é de 52,55 dias. Gama é observado entre

5,50 dias e 18,03 dias. Nota-se que, nesta órbita, o caso nominal foi o que apresentou o tempo de observação mais longo. Para uma observação apenas de Beta, destaca-se a Órbita 5. Durante as simulações, o veículo espacial já inicia sua órbita capturado pelo corpo. Finalmente, na Órbita 59, observa-se que o veículo permaneceu entre 0,25 dias e 2,14 dias perto de Alpha, 0,88 dias e 2,93 dias em torno de Beta, e pelo menos 0,70 dias e no máximo 3,55 dias observando Gama. Isso significa que é possível encontrar órbitas que tenham tempos de observação para todos os cenários simulados, e essas órbitas são muito importantes para o posicionamento do veículo espacial no início da missão.

6 SISTEMA TRIPLO (45) EUGENIA

A seguir será estudado o sistema triplo (45) Eugenia, uma segunda opção para uma missão a um sistema triplo de asteroides. O modelo utilizado é o mesmo abordado por Masago (2014). Neste sistema não foram considerados os efeitos da pressão da radiação solar, devido a maior massa dos corpos, gerando forças gravitacionais mais elevadas. Foram efetuadas simulações com e sem a presença da pressão de radiação e os resultados mostraram diferenças muito pequenas nas trajetórias obtidas. As diferenças obtidas nos valores referentes aos tempos de aproximação em relação aos corpos, nosso principal elemento de estudo, foram inferiores ao número de casas decimais expressos nas tabelas com resultados.

6.1 Composição física do sistema (45) Eugenia

O sistema triplo (45) Eugenia foi descoberto no Observatório de Paris, no dia 27 de junho de 1857 pelo astrônomo Hermann Mayer Salomon Goldschmidt. O sistema é formado por um corpo principal (Eugenia) de 217 km de diâmetro e dois corpos secundários (Petit-Prince e Princesse) com diâmetros 5 e 7 km (BEAUVALET; MARCHIS, 2014).

Na Tabela 6.1 têm-se as características dos corpos do asteroide triplo. Esse sistema foi escolhido por ter características diferentes do sistema 2001SN₂₆₃. Nota-se que as distâncias entre os corpos são muito maiores. Isso implica em um sistema bem menos perturbado, mas que oferece poucas oportunidades para órbitas que possam observar todos os corpos. A inclinação de Eugenia é medida em relação ao plano da eclíptica e as inclinações dos corpos secundários são relativas ao Equador do corpo principal.

Tabela 6.1 - Componentes físicos e orbitais do sistema (45) Eugenia.

Asteroide	Corpo principal	a	e	i	Período	Raio (km)	Massa (kg)
Eugenia	Sol	2,721 UA	0,083	6,61°	4,49 anos	108,50	5,63 x 10 ¹⁸
Petit-Prince	Eugenia	1164,50 km	0,006	0,00°	4,70 dias	3,50	2,50 x 10 ¹⁴
Princesse	Eugenia	610 km	0,069	9°	1,80 dias	2,50	2,50 x 10 ¹⁴

Fonte: Beauvalet e Marchis (2014).

6.2 Análise de órbitas em torno do sistema triplo

Este estudo procura por órbitas ao redor do asteroide triplo, com o objetivo de observar todos os corpos do sistema. A evolução das distâncias entre o veículo espacial e os corpos do sistema foi analisada entre os intervalos $d < 50$ km e $50 < d < 100$ km. Esses limites foram definidos de forma a levar em conta os espaçamentos entre os corpos do sistema e dividir em passagens próximas e de média distância. Os tempos de observação do veículo, dados em dias, podem ser observados nas Tabelas 6.2 e 6.3 mostradas a seguir.

Tabela 6.2 - Órbitas internas à órbita do corpo secundário Petit-Prince.

	Veículo começando no periapsis		Veículo começando no apoapsis	
	$d < 50$ km	$50 < d < 100$ km	$d < 50$ km	$50 < d < 100$ km
	Tempos de observação em dias			
Ressonância 1:2				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0,21	1,32	0,56	4,02
R ₃	0,04	0,50	0,07	0,36
Ressonância 2:3				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0,14	0,52	0,15	0,26
R ₃	0,21	0,52	0	0,11

continua

Tabela 6.2 - Conclusão.

	Veículo começando no periapsis		Veículo começando no apoapsis	
	$d < 50$ km	$50 < d < 100$ km	$d < 50$ km	$50 < d < 100$ km
	Tempos de observação em dias			
Ressonância 3:4				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0,03	0,91	0,14	0,29
R ₃	0,10	0,64	0	0,03
Ressonância 3:5				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0,65	1	0,08	0,23
R ₃	0,05	0,86	0,07	0,31
Ressonância 4:5				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0,15	0,31	0,09	0,21
R ₃	0	0,21	0,08	0,39
Ressonância 4:7				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0	1,45	0,11	0,83
R ₃	0,06	0,78	0,07	0,50
Ressonância 5:6				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0,27	0,86	0	0
R ₃	0	0,49	0,04	0,40
Ressonância 5:7				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0,47	1,66	0	0,11
R ₃	0,42	0,82	0	0,16
Ressonância 5:8				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0,70	1,90	0,05	0,15
R ₃	0,10	0,79	0	0,11
Ressonância 5:9				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0,11	1,05	0,17	0,66
R ₃	0,01	0,36	0,02	0,31

Tabela 6.3 - Órbitas internas à órbita do corpo secundário Princesse.

	Veículo começando no periapsis		Veículo começando no apoapsis	
	d < 50 km	50 < d < 100 km	d < 50 km	50 < d < 100 km
	Tempos de observação em dias			
Ressonância 1:2				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0	0	0	0
R ₃	0,03	1,23	0,57	3,24
Ressonância 2:3				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0	0	0	0
R ₃	0,14	2,29	0,08	3,04
Ressonância 3:4				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0	0	0	0
R ₃	0,14	1,70	0,05	1,01
Ressonância 3:5				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0	0	0	0
R ₃	0,29	2,12	0,34	2,30
Ressonância 4:5				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0	0	0	0
R ₃	0,10	1,93	0,40	2,03
Ressonância 4:7				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0	0	0	0
R ₃	0	0	0	2,35
Ressonância 5:6				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0	0	0	0
R ₃	0,35	1,12	0	0,11
Ressonância 5:7				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0	0	0	0
R ₃	0,41	2,05	0,23	2,97
Ressonância 5:8				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0	0	0	0
R ₃	0,21	2,70	0,14	1,97
Ressonância 5:9				
R ₁	0	0	0	0
R ₂	0	0	0	0
R ₃	0,40	3,64	0,51	2,57

6.2.1 Órbita interna inicialmente na ressonância 1:2 com Petit-Prince

Nesta órbita, o veículo espacial não observa o corpo principal Eugenia a partir dos limites de distâncias definidos ($d < 50$ km e $50 < d < 100$ km). No intervalo entre 50 e 100 km permanece 4,02 dias observando Petit-Prince. O tempo não é longo, mas há muitas passagens, que podem ser úteis para as observações. Em relação à Princesse, observa-se que o veículo permanece menos de 1 dia perto do corpo, mas também faz várias passagens. As trajetórias dos corpos e do veículo podem ser vistas na Figura 6.1a. A Figura 6.1b mostra a evolução das distâncias, em função do tempo, entre o veículo espacial e os corpos. As Figuras 6.2a e 6.2b mostram um zoom das passagens do veículo nos intervalos simulados.

Figura 6.1 - (a): trajetória do veículo (verde), Petit-Prince (azul) e Princesse (vermelho), (b): distâncias do veículo em função do tempo até Eugenia (azul), Petit-Prince (vermelho) e Princesse (verde) quando o veículo começa em seu apoapsis.

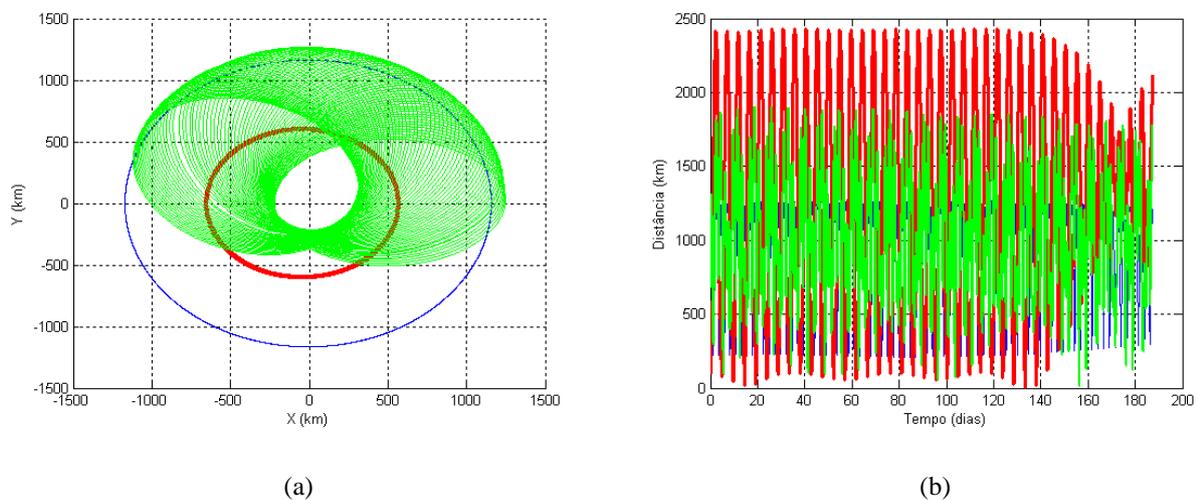
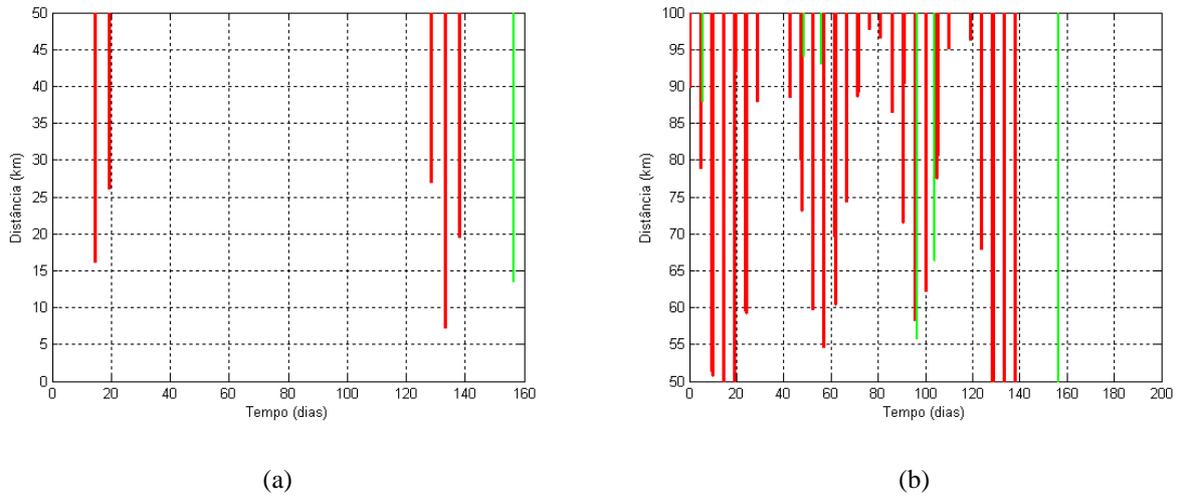


Figura 6.2 - (a): zoom do intervalo $d < 50$ km, (b): zoom do intervalo $50 < d < 100$ km.



6.2.2 Órbita interna inicialmente na ressonância 5:9 com Princesse

O veículo espacial não observa os corpos Eugenia e Petit-Prince. Quando o veículo está em seu periapsis, Princesse é observado por 0,40 dias a uma distância de até 50 km e na faixa de 50 a 100 km por 3,64 dias, com várias passagens. As Figuras 6.3a e 6.3b mostram as trajetórias do veículo e dos três corpos e a evolução das distâncias, em função do tempo, respectivamente. As Figuras 6.4a e 6.4b mostram um zoom das passagens do veículo espacial nos intervalos simulados.

Figura 6.3 - (a): trajetória do veículo (verde), Petit-Prince (azul) e Princesse (vermelho), (b): distâncias do veículo em função do tempo até Eugenia (azul), Petit-Prince (vermelho) e Princesse (verde) quando o veículo começa em seu periapsis.

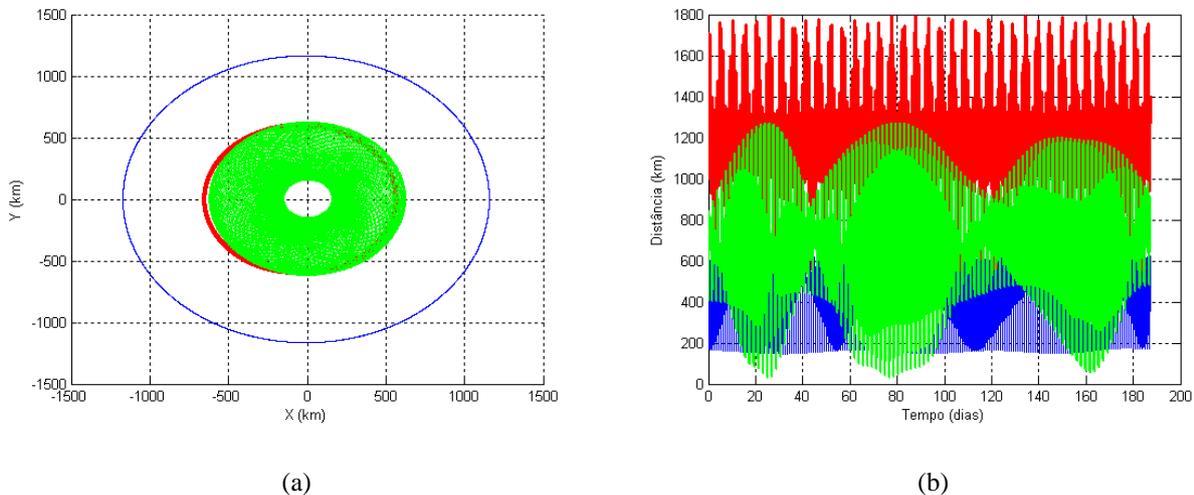
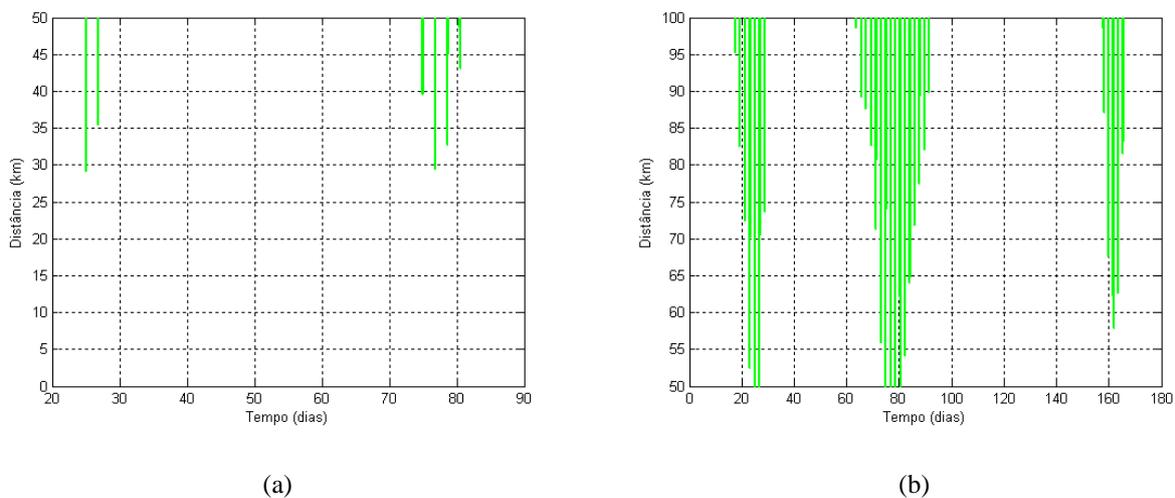


Figura 6.4 - (a): zoom do intervalo $d < 50$ km, (b): zoom do intervalo $50 < d < 100$ km.



6.3 Comentários

Com base nos resultados, nota-se que em órbitas internas inicialmente em ressonância com Petit Prince, o veículo espacial não obteve nenhum encontro próximo com o corpo central Eugenia, enquanto que em órbitas internas inicialmente em ressonância com

Princesse, o veículo não apresentou nenhuma observação dos corpos Eugenia e Petit-Prince. Esses resultados foram publicados no Journal of Physics: Conference Series (MESCOLOTTI et al, 2017b).

A estratégia de busca de órbitas desenvolvida em Masago (2014) não oferece grandes tempos de observação para o sistema triplo (45) Eugenia. A razão é que o espaçamento entre os corpos do sistema é maior, gerando assim, encontros próximos com durações mais curtas. Essas passagens são importantes, mesmo que o tempo não seja muito longo, pois o uso das manobras orbitais pode aproveitar as diferentes órbitas encontradas, e conseguir assim, uma órbita adequada para observar todos os corpos em uma única trajetória. Em relação à observação dos corpos secundários do sistema, nota-se que as órbitas são retrógradas, estáveis e sem a presença de poeiras (Araújo et al., 2017), e assim, o sistema é bem menos perturbado, de modo que as órbitas são geralmente mais estáveis, exigindo assim, menos consumo de combustível nas manobras necessárias para compensar os efeitos das perturbações.

6.4 Comparação dos sistemas triplos 2001SN₂₆₃ e (45) Eugenia

O sistema triplo 2001SN₂₆₃ apresentou um número maior de possibilidades de órbitas para um veículo espacial ao redor dos corpos. Tanto órbitas internas quanto órbitas externas às órbitas dos corpos secundários. Os tempos de observação do veículo foram satisfatórios considerando o tempo total de 62,50 dias simulados. Para o movimento do veículo foram considerados as forças gravitacionais dos três corpos, o achatamento do corpo central e a pressão da radiação solar.

O sistema triplo (45) Eugenia gerou apenas órbitas internas para um veículo espacial ao redor dos corpos secundários. Os tempos de observação foram bem menores em relação ao sistema 2001SN₂₆₃. Para o movimento do veículo foram considerados as forças gravitacionais dos três corpos e o achatamento do corpo central. A pressão da radiação solar não foi considerada, devido a grande distância entre os corpos secundários e o corpo central. Essa força não mostrou-se muito significativa considerando os intervalos de distância adotados.

Em relação à obtenção de órbitas naturais, observa-se que o sistema 2001SN₂₆₃ apresentou um número maior comparado ao sistema (45) Eugenia, que gerou órbitas com encontros próximos com durações mais curtas. Esse fato se deve ao maior período das órbitas dos corpos secundários, fazendo com que o veículo espacial leve um tempo maior para se locomover entre os corpos. Sendo assim, seria necessário o uso de manobras orbitais para unir várias órbitas e planejar uma missão que observe ambos os corpos do sistema em uma única trajetória.

7 SISTEMA DUPLO 2002CE₂₆

O próximo passo consiste no estudo de um sistema duplo de asteroides, com o objetivo de aplicar a técnica desenvolvida em um sistema diferente de corpos. Para isso será considerado o sistema duplo 2002CE₂₆.

7.1 Composição física do sistema duplo 2002CE₂₆

O asteroide duplo 2002CE₂₆ foi descoberto no dia 10 de fevereiro de 2002 na cidade de Socorro, no estado americano do Novo México, pelo projeto Lincoln Near-Earth Asteroid Research (LINEAR). O sistema é formado por dois corpos: um corpo central e um corpo secundário, com respectivamente, 3,46 km e 0,30 km de diâmetro (JOHNSTON, 2018).

Na Tabela 7.1 observam-se os componentes orbitais e físicos (tamanhos e massas) do sistema binário. Esse sistema foi escolhido por ser um sistema duplo, logo tendo propriedades diferentes em relação aos dois anteriores. A inclinação do corpo principal é em relação ao plano da eclíptica e a inclinação do corpo secundário é relativa ao Equador do corpo principal.

Tabela 7.1 - Dados físicos e orbitais do sistema 2002CE₂₆.

Asteroide	Corpo principal	a	e	i	Período	Raio (km)	Massa (kg)
Primário	Sol	$3,34 \times 10^8$ km	0,56	47,29°	3,34 anos	1,73	$1,95 \times 10^{13}$ kg
Secundário	Primário	4,7 km	0,00	0,00°	0,65 dias	0,15	$1,27 \times 10^{10}$ kg

Fonte: Johnston (2018).

7.2 Análise dos efeitos das imprecisões nos parâmetros físicos do sistema duplo

Uma vez que os corpos são pequenos, os resultados mostram o tempo total que o veículo permanece em uma distância no intervalo $d < 5$ km, levando em conta que

nenhuma colisão ocorra com qualquer um dos corpos. Esta distância é suficiente para permitir observações com alta qualidade. As integrações também detectaram a ocorrência de oscilações com o corpo secundário, de modo que as órbitas que sofrem variações de energia suficientemente grandes, que fazem o veículo ir longe dos corpos, são excluídas dos resultados. Através deste critério é possível escolher as órbitas mais interessantes.

Cinco cenários diferentes são simulados, todos considerando os efeitos da pressão da radiação e das forças gravitacionais vindas dos corpos envolvidos: (i) órbitas com valores nominais, sem a presença de imprecisões; (ii) órbitas adicionando uma imprecisão de 10% ao raio do corpo principal (R1) e subtraindo 10% do raio do corpo secundário (R2), indicadas por (R1 + 10% e R2 - 10%); (iii) órbitas subtraindo uma imprecisão de 10% no raio do corpo principal (R1) e aumentando 10% no raio do corpo secundário (R2), indicadas por (R1 - 10% e R2 + 10%). A imprecisão de 10% foi definida como sendo adequada; (iv) órbitas onde uma imprecisão de $2,5 \times 10^{12}$ kg (JOHNSTON, 2018) é adicionada ao valor da massa dos corpos (Massa mais imprecisão); e (v) órbitas onde uma imprecisão de $2,5 \times 10^{12}$ kg é subtraída do valor da massa de cada corpo (Massa menos imprecisão).

Todas as situações são consideradas quando o asteroide está em seu periapsis (Anomalia 0°) e quando está em seu apoapsis (Anomalia 180°). É importante considerar essas duas situações, pois a excentricidade da órbita do asteroide é grande ($e = 0,56$) e os efeitos da pressão da radiação são muito diferentes nesses dois pontos, devido às diferentes distâncias entre o Sol e os asteroides.

Para evitar um grande número de dados com muito pouco interesse prático, apenas as órbitas mais interessantes são mostradas a seguir. O critério para selecionar as órbitas é obter somente aquelas em que o veículo permanece pelo menos 10 dias perto de um dos asteroides do sistema em um dos cenários simulados. Os resultados são mostrados na Tabela 7.2. O tempo total de simulação foi de 187,50 dias. Foi considerado que tempos da ordem de 6 meses são suficientes para uma missão observar os corpos a partir de uma única órbita. A nomenclatura completa de todas as órbitas simuladas encontra-se na Tabela 7.3.

Tabela 7.2 - Órbitas com pelo menos 10 dias de observação em algum cenário.

Valores Nominais		R1 + 10% e R2 - 10%		R1 - 10% e R2 + 10%		Massa mais imprecisão		Massa menos imprecisão		
Órbitas com o veículo começando no periapsis	Anomalia 0°	Anomalia 180°	Anomalia 0°	Anomalia 180°	Anomalia 0°	Anomalia 180°	Anomalia 0°	Anomalia 180°	Anomalia 0°	Anomalia 180°
2 (I 2:3)										
R ₁	177,18	151,79	0	0	176,83	157,21	1,17	1,17	0,34	0,34
R ₂	99,69	83,53	0	0	95,81	86,19	0,66	0,67	0,22	0,21
3 (I 3:4)										
R ₁	161,92	159,8	171,22	156,08	3,2	15,44	3,11	7,28	9,61	15,55
R ₂	90,95	90,25	90,47	90,18	2,09	13,56	1,18	3,49	4,74	7,07
5 (I 4:5)										
R ₁	6,32	12,55	25,53	6,84	1,77	1,78	3,22	8,48	145,59	37,03
R ₂	2,55	5,74	16,04	5,02	1,03	1,04	1,7	3,78	88,72	20,13
8 (I 5:7)										
R ₁	13,95	7,01	8,5	6,18	1,23	1,23	166,3	157,07	177,19	154,08
R ₂	7,19	4,42	4,53	3,46	0,7	0,71	92,05	92,68	100,72	83,76
9 (I 5:8)										
R ₁	0,32	0,32	0	0	3,22	30,95	177,21	153,17	0	0
R ₂	0,2	0,2	0	0	1,57	17,55	91,95	84,85	0	0

continua

Tabela 7.2 - Continuação.

11 (E 1:2)										
R ₁	6,6	9,3	2,7	1,04	8,84	2,49	0,26	7,53	18,21	42,99
R ₂	4,45	9,79	24,52	1,42	12,1	4,31	0,45	10,93	51,45	46,08
12 (E 1:3)										
R ₁	3,04	3,22	3,3	17,69	2,08	2,77	1,4	0,24	1,48	4,37
R ₂	27,32	5,47	17,27	46,29	4,78	2,7	1,34	0,37	1,1	4,17
13 (E 1:4)										
R ₁	2,44	11,94	3,64	10,62	2,33	0,09	2,61	16,62	1,81	5,15
R ₂	7,19	17,62	13,96	19,07	10,42	0,34	12,4	13,8	1,54	4,14
14 (E 1:5)										
R ₁	3,38	15,09	1,61	4,84	1,4	3,06	1,93	1,82	1,96	5,82
R ₂	11,58	14,36	4,93	8,07	3,38	2,36	6,64	1,57	4,78	4,87
17 (E 2:5)										
R ₁	5,78	11,32	3,56	2,55	4,38	27,59	3,53	0,42	1,71	9,77
R ₂	7,02	10,96	5,35	2,47	4,17	18,86	18,27	0,6	1,6	9,08
18 (E 2:7)										
R ₁	1,97	0,98	2,11	13,52	2,29	1,67	1,8	2,71	2,82	4,36
R ₂	8,4	0,97	2,34	14,31	2,18	0,86	8,02	3,39	3,41	8,07
19 (E 3:4)										
R ₁	9,16	1,94	3,12	20,11	10,45	4,18	5,36	12,27	30,33	3,28
R ₂	10,1	1,43	3,44	21,69	7,42	3,31	53,36	16,76	23,24	3,59

continua

Tabela 7.2 - Continuação.

21 (E 3:7)										
R ₁	2,28	7,11	5,2	8,74	3,69	1,83	3,53	12,97	4,22	0,73
R ₂	3,28	6,73	6,06	8,88	3,94	1,67	3,71	12,75	4,31	0,72
22 (E 3:8)										
R ₁	3,39	1,02	2,29	5,6	2,82	0,48	5,55	15,08	1,74	17,14
R ₂	3,68	2,33	10,95	5,36	23,25	0,88	4,59	13,92	2,17	19,83
23 (E 4:5)										
R ₁	21,77	40,17	9,79	3,01	3,21	29,63	4,67	10,53	2,6	5,78
R ₂	21,83	25,84	10,49	3,23	3,6	32,03	3,88	7,86	2,36	3,59
24 (E 4:7)										
R ₁	26,52	1,91	8,25	8,55	2,57	26,55	38,94	7,33	1,52	4,82
R ₂	50,07	1,62	44,76	9,06	2,68	24,01	25,61	7,41	2,14	6,48
25 (E 4:9)										
R ₁	5,82	3,61	4,1	6,4	0,69	1,44	5,05	13,76	18,08	7,14
R ₂	20,1	3,49	3,92	8,35	0,61	1,55	12,8	13,93	20,9	14,27
26 (E 5:6)										
R ₁	8,93	13,83	1,25	6,14	4,87	24,06	7,21	1,34	4,15	5,43
R ₂	9,25	14,43	0,9	6,84	4,56	21,32	8,5	1,45	6,39	7,16
27 (E 5:7)										
R ₁	5,72	0,81	9,34	24,47	16,09	8,05	1,2	1,55	8,14	0,98
R ₂	7,35	0,89	10,34	27,71	11,58	7,78	1,36	2,72	6,39	0,67

continua

Tabela 7.2 - Continuação.

28 (E 5:8)										
R ₁	3,06	13,73	5,94	5,06	2,89	11,34	11,27	36,75	3,12	12,54
R ₂	4,08	14,35	7,14	6,66	5,71	19,57	15,38	37,04	3,45	17,18
29 (E 5:9)										
R ₁	3,18	7,48	2,96	20,62	1,49	0,72	3,53	1,69	12,69	0,59
R ₂	3,04	8,93	3,08	21,45	6,29	0,77	4,1	1,95	12,7	0,51
Órbitas com o veículo começando no apoapsis	Anomalia 0°	Anomalia 180°								
31 (I 2:3)										
R ₁	2,69	10,75	0,14	0,14	3,6	3,48	7,22	2,31	13,19	6,35
R ₂	1,22	5,83	0,2	0,2	3,05	2,14	2,97	1,03	7,62	3,37
32 (I 3:4)										
R ₁	1,63	18,21	3,81	21,12	8,67	2,65	13,2	10,27	9,08	20,44
R ₂	1,32	10,85	1,97	9,5	4,57	1,59	6,96	5,74	4,66	12,62
34 (I 4:5)										
R ₁	11,83	14,26	6,9	34,41	4,83	18,74	5,4	4,06	6,19	1,38
R ₂	6,82	8,17	3,67	19,11	2,58	10,02	3,16	1,98	4,67	0,52

continua

Tabela 7.2 - Continuação.

36 (I 5:6)										
R ₁	4,9	18,41	7,73	17,38	8,6	4,89	2,54	10,94	2,57	7,48
R ₂	2,69	11,77	4,45	9,84	5,22	3,01	1,76	12,4	1,56	3,28
37 (I 5:7)										
R ₁	1,41	12,19	13,06	16,06	1,38	2,71	13,08	121,89	1,14	7,95
R ₂	0,74	5,02	7,11	8,32	0,43	0,97	8,54	74,84	0,69	4,01
38 (I 5:8)										
R ₁	2,62	6,11	0,15	0,15	56,06	5,32	4,36	10,37	0,14	0,14
R ₂	1,19	2,94	0,19	0,19	51,34	2,67	2,29	5,09	0,18	0,18
40 (E 1:2)										
R ₁	6,67	28,65	5,96	28,65	7,73	28,71	1,89	8,47	0,85	2,64
R ₂	0	0	0	0	0	0	0,79	7,12	0,71	2,43
41 (E 1:3)										
R ₁	2,21	17,56	2,05	14,3	2,22	13,22	2,47	12,49	1,8	10,59
R ₂	5,04	48,92	4,84	34,17	4,98	36,68	2,39	12,01	1,32	7,15
45 (E 2:3)										
R ₁	13,16	42,77	11,06	42,68	15,34	42,82	5,89	6,19	10,05	4,4
R ₂	10,05	28,59	8,01	27,93	12,37	29,77	5,69	7,53	10,73	4,27

continua

Tabela 7.2 - Continuação.

46 (E 2:5)										
R ₁	3,81	21,22	3,62	21,38	4,31	15,24	4,47	1,41	3,7	23,73
R ₂	2,36	13,72	2,06	13,55	3,07	9,1	3,79	1,9	3,61	23,18
48 (E 3:4)										
R ₁	16,53	30,2	9,98	50,27	17,72	5,09	14,84	4,44	1,92	17,44
R ₂	16,25	33,7	10,32	53,22	13,28	5,98	11,14	4,3	2,31	12,66
49 (E 3:5)										
R ₁	3,87	1,97	9,49	19,59	5,41	4,3	1,76	4,55	6,18	11,52
R ₂	4,02	2,85	10,26	25,56	6,35	6,24	2,06	5,04	6,76	11,85
50 (E 3:7)										
R ₁	4,03	23,9	3,67	23,62	5,07	5,68	3,93	16,1	2,68	2,47
R ₂	3,91	22,64	3,39	24,11	4,17	5,56	2,23	9,17	1,81	2,22
51 (E 3:8)										
R ₁	0,53	5,59	1,29	9,14	5,63	10,72	2,09	0,86	3,67	21,41
R ₂	0,56	5,44	1,48	8,61	3,9	18,33	1,75	0,59	2,13	13,05
52 (E 4:5)										
R ₁	47,37	10,52	23,66	4,39	4,78	7,2	9,84	38,57	5,34	24,81
R ₂	50,36	10,89	25,84	4,35	4,7	12,98	10,7	41,94	6,2	25,54

continua

Tabela 7.2 - Conclusão.

54 (E 4:9)										
R ₁	4,17	2,34	4,18	15,95	4,8	7,51	4,18	1,36	4	15,27
R ₂	3,74	2,28	4,89	13,97	5,19	6,76	3,52	1,77	1,84	8,26
55 (E 5:6)										
R ₁	1,81	3,03	47,94	3,76	4,43	6,39	4,74	8,16	32,98	31,43
R ₂	2,14	4,65	49,74	3,37	4,42	6,22	5,3	9,43	36,47	26,88
56 (E 5:7)										
R ₁	13,49	8,52	11,26	48,21	12,37	3,98	14,57	42,81	13,22	27,66
R ₂	13,98	10,24	11,87	52,55	11,37	4,19	11,38	29,61	13,69	31,29
57 (E 5:8)										
R ₁	6,65	3,75	12,24	3,71	3,3	6,82	7,92	19,54	11,24	42,67
R ₂	7,27	6,44	13,21	4,56	3,5	8,01	7,51	21,11	8,5	28,46
58 (E 5:9)										
R ₁	6,11	2,86	6,35	33,27	6,51	12,65	7,53	27,71	6,67	35,42
R ₂	5,21	2,84	6,17	30,77	5,91	13,98	4,6	12,79	6,53	35,35

Tabela 7.3 - Nomenclatura das órbitas.

Órbita	Órbitas com o veículo começando no periapsis	Órbita	Órbitas com o veículo começando no apoapsis
1 (I 1:2)	Órbita interna inicialmente na ressonância 1:2	30 (I 1:2)	Órbita interna inicialmente na ressonância 1:2
2 (I 2:3)	Órbita interna inicialmente na ressonância 2:3	31 (I 2:3)	Órbita interna inicialmente na ressonância 2:3
3 (I 3:4)	Órbita interna inicialmente na ressonância 3:4	32 (I 3:4)	Órbita interna inicialmente na ressonância 3:4
4 (I 3:5)	Órbita interna inicialmente na ressonância 3:5	33 (I 3:5)	Órbita interna inicialmente na ressonância 3:5
5 (I 4:5)	Órbita interna inicialmente na ressonância 4:5	34 (I 4:5)	Órbita interna inicialmente na ressonância 4:5
6 (I 4:7)	Órbita interna inicialmente na ressonância 4:7	35 (I 4:7)	Órbita interna inicialmente na ressonância 4:7
7 (I 5:6)	Órbita interna inicialmente na ressonância 5:6	36 (I 5:6)	Órbita interna inicialmente na ressonância 5:6
8 (I 5:7)	Órbita interna inicialmente na ressonância 5:7	37 (I 5:7)	Órbita interna inicialmente na ressonância 5:7
9 (I 5:8)	Órbita interna inicialmente na ressonância 5:8	38 (I 5:8)	Órbita interna inicialmente na ressonância 5:8
10 (I 5:9)	Órbita interna inicialmente na ressonância 5:9	39 (I 5:9)	Órbita interna inicialmente na ressonância 5:9
11 (E 2:1)	Órbita externa inicialmente na ressonância 2:1	40 (E 2:1)	Órbita externa inicialmente na ressonância 2:1
12 (E 3:1)	Órbita externa inicialmente na ressonância 3:1	41 (E 3:1)	Órbita externa inicialmente na ressonância 3:1
13 (E 4:1)	Órbita externa inicialmente na ressonância 4:1	42 (E 4:1)	Órbita externa inicialmente na ressonância 4:1
14 (E 5:1)	Órbita externa inicialmente na ressonância 5:1	43 (E 5:1)	Órbita externa inicialmente na ressonância 5:1
15 (E 6:1)	Órbita externa inicialmente na ressonância 6:1	44 (E 6:1)	Órbita externa inicialmente na ressonância 6:1
16 (E 3:2)	Órbita externa inicialmente na ressonância 3:2	45 (E 3:2)	Órbita externa inicialmente na ressonância 3:2
17 (E 5:2)	Órbita externa inicialmente na ressonância 5:2	46 (E 5:2)	Órbita externa inicialmente na ressonância 5:2
18 (E 7:2)	Órbita externa inicialmente na ressonância 7:2	47 (E 7:2)	Órbita externa inicialmente na ressonância 7:2
19 (E 4:3)	Órbita externa inicialmente na ressonância 4:3	48 (E 4:3)	Órbita externa inicialmente na ressonância 4:3
20 (E 5:3)	Órbita externa inicialmente na ressonância 5:3	49 (E 5:3)	Órbita externa inicialmente na ressonância 5:3
21 (E 7:3)	Órbita externa inicialmente na ressonância 7:3	50 (E 7:3)	Órbita externa inicialmente na ressonância 7:3
22 (E 8:3)	Órbita externa inicialmente na ressonância 8:3	51 (E 8:3)	Órbita externa inicialmente na ressonância 8:3
23 (E 5:4)	Órbita externa inicialmente na ressonância 5:4	52 (E 5:4)	Órbita externa inicialmente na ressonância 5:4
24 (E 7:4)	Órbita externa inicialmente na ressonância 7:4	53 (E 7:4)	Órbita externa inicialmente na ressonância 7:4

continua

Tabela 7.3 - Conclusão.

25 (E 9:4)	Órbita externa inicialmente na ressonância 9:4	54 (E 9:4)	Órbita externa inicialmente na ressonância 9:4
26 (E 6:5)	Órbita externa inicialmente na ressonância 6:5	55 (E 6:5)	Órbita externa inicialmente na ressonância 6:5
27 (E 7:5)	Órbita externa inicialmente na ressonância 7:5	56 (E 7:5)	Órbita externa inicialmente na ressonância 7:5
28 (E 8:5)	Órbita externa inicialmente na ressonância 8:5	57 (E 8:5)	Órbita externa inicialmente na ressonância 8:5
29 (E 9:5)	Órbita externa inicialmente na ressonância 9:5	58 (E 9:5)	Órbita externa inicialmente na ressonância 9:5

Analisando as órbitas mostradas na Tabela 7.2, observa-se que ocorrem vários tipos de situações em função das imprecisões nos parâmetros físicos. O primeiro grupo de órbitas de interesse é aquele que permite condições adequadas para observar ambos os corpos do sistema. Elas são analisadas em primeiro lugar.

7.2.1 Órbitas para observar o sistema sob condições nominais

As órbitas 2 e 3 são as escolhas mais interessantes se os valores dos dados físicos são os nominais ou muito próximo deles (Tabela 7.2).

A Órbita 2 é uma órbita que começa com uma ressonância interna 2:3 com o corpo secundário do sistema. Quando o asteroide está no periapsis de sua trajetória ao redor do Sol, o veículo permanece 177,18 dias perto do corpo principal e 99,69 dias perto do corpo secundário, que são valores muito significativos.

A Figura 7.1 mostra as trajetórias do veículo e do corpo secundário. A inclinação da trajetória do veículo apresenta variações, causadas pelos campos gravitacionais dos corpos do sistema. As Figuras 7.2 e 7.3 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo. Ao longo da simulação, o veículo permaneceu bem perto dos corpos, gerando assim encontros sucessivos que garantem a qualidade das observações. Observa-se, na Figura 7.4, que a energia de dois corpos varia entre valores próximos. As pequenas oscilações se devem a passagens próximas com o corpo secundário. Nota-se que as geometrias dessas aproximações não alteram muito a energia do veículo espacial. A Figura 7.5 mostra o ângulo ressonante

(MURRAY; DERMOTT, 1999) entre o veículo e o corpo secundário em função do tempo. Observa-se que há oscilação do ângulo entre 0 - 360 graus e ele não libra em torno de um valor, ou seja, o veículo espacial não permaneceu em ressonância com a trajetória do corpo secundário.

Órbitas com esta propriedade são muito importantes para observar ambos os corpos de uma trajetória em torno do corpo central. Os tempos de observação são bem altos e garantiriam análises de qualidade desse sistema de asteroides.

Figura 7.1 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no cenário nominal (Órbita 2 – asteroide no periapsis).

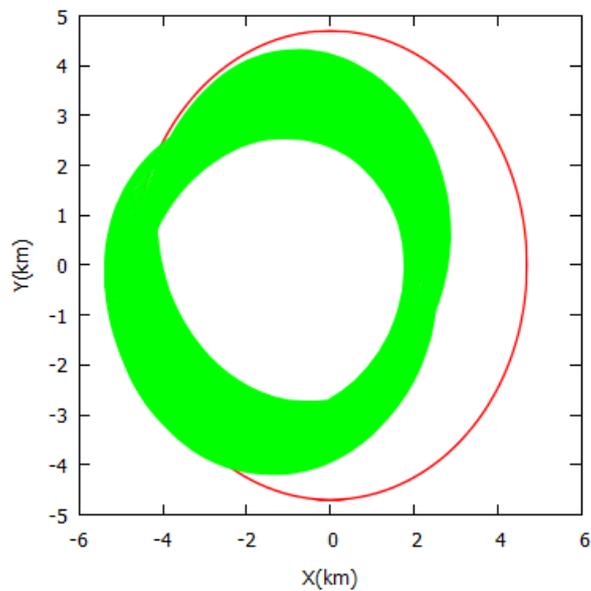


Figura 7.2 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no caso nominal (Órbita 2 – asteroide no periapsis).

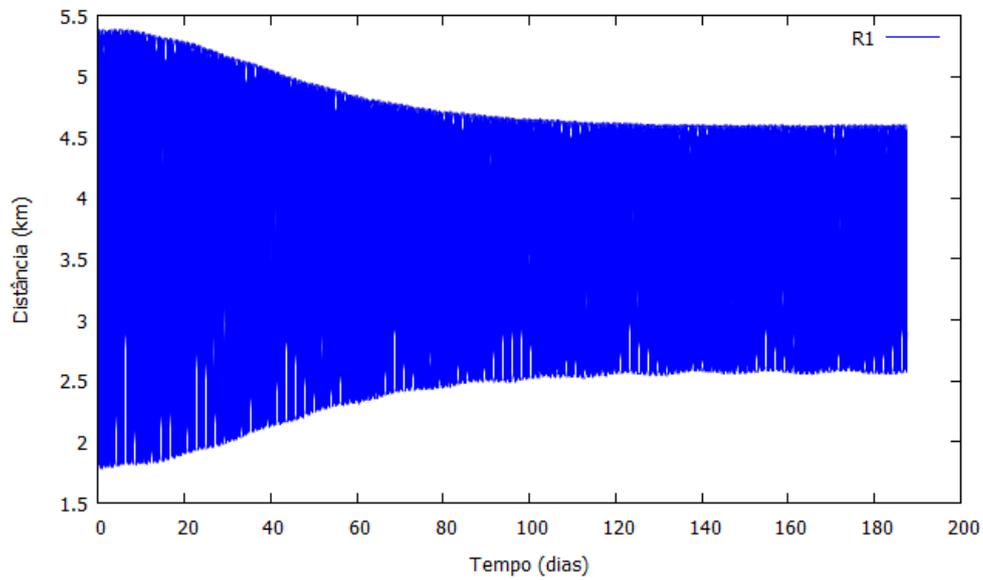


Figura 7.3 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no caso nominal (Órbita 2 – asteroide no periapsis).

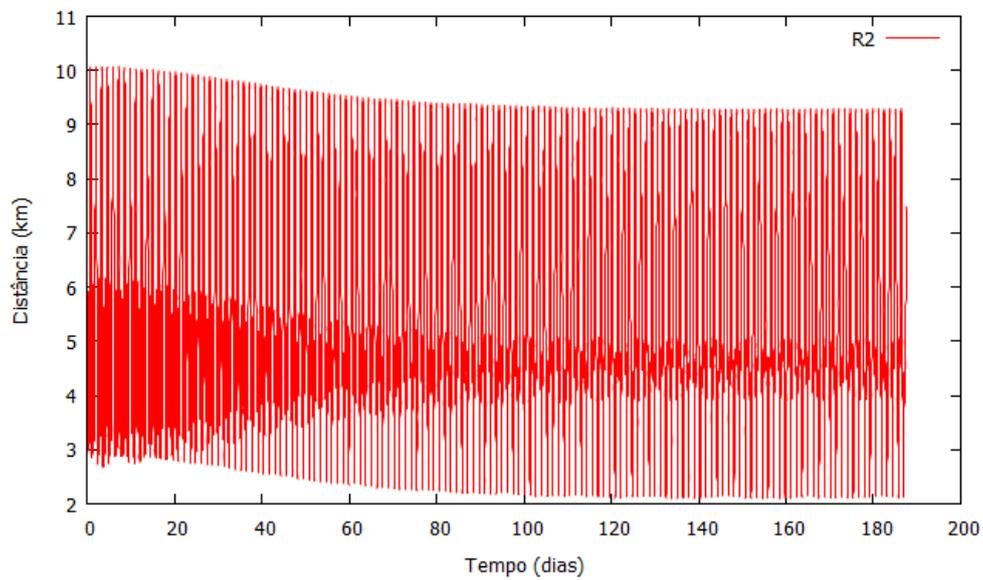


Figura 7.4 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no caso nominal (Órbita 2 – asteroide no periapsis).

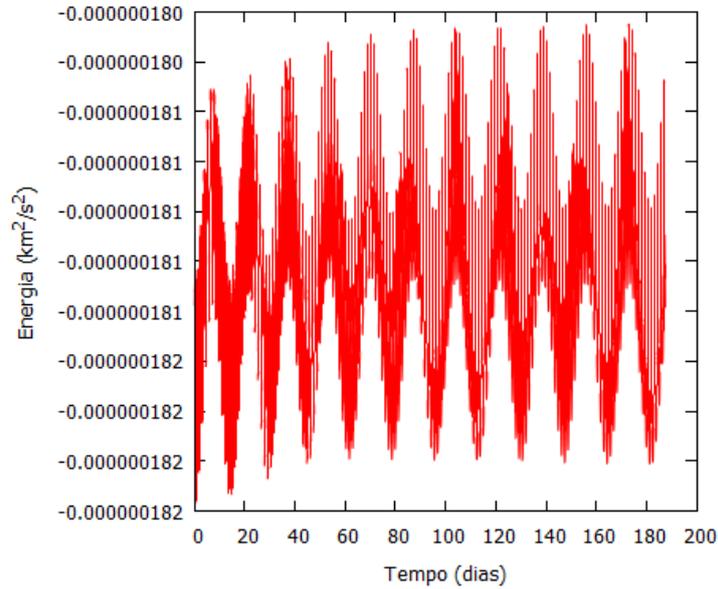
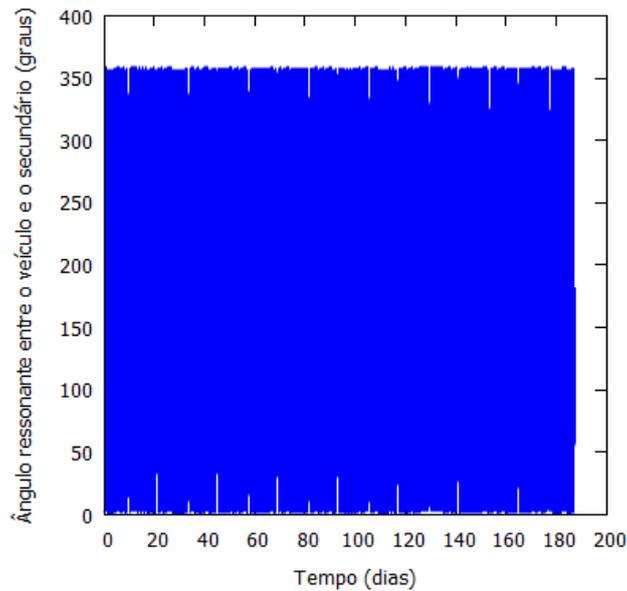


Figura 7.5 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e o corpo secundário em função do tempo no caso nominal (Órbita 2 – asteroide no periapsis) ($\varphi = 4\lambda' - 3\lambda - \varpi'$).



A Órbita 3 é uma órbita que começa com uma ressonância interna 3:4 com o corpo secundário do sistema. Nesta órbita, quando o asteroide está no periapsis de sua

trajetória ao redor do Sol, o veículo permanece 161,92 dias observando o corpo principal e 90,95 dias próximo do corpo secundário. Esses também são valores bem consideráveis, equivalentes aos obtidos para a Órbita 2.

A Figura 7.6 mostra as trajetórias do veículo e do corpo secundário. Nota-se que a inclinação da trajetória do veículo apresenta variações. Essas mudanças são causadas pelos campos gravitacionais dos corpos, que não são coplanares. As Figuras 7.7 e 7.8 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo. O veículo mantém encontros sucessivos com os corpos do sistema. Nota-se que na Figura 7.9, a oscilação da energia de dois corpos tem pequena amplitude durante todo o tempo da simulação. Não houveram passagens próximas o suficiente e com geometria favorável para gerar variações grandes na energia do veículo espacial. A Figura 7.10 ilustra o comportamento do ângulo ressonante entre o veículo e o corpo secundário em função do tempo que se mantém oscilando entre 0 – 360 graus, caracterizando um veículo com uma órbita que não está em ressonância com a órbita do corpo secundário.

Figura 7.6 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no caso nominal (Órbita 3 – asteroide no periapsis).

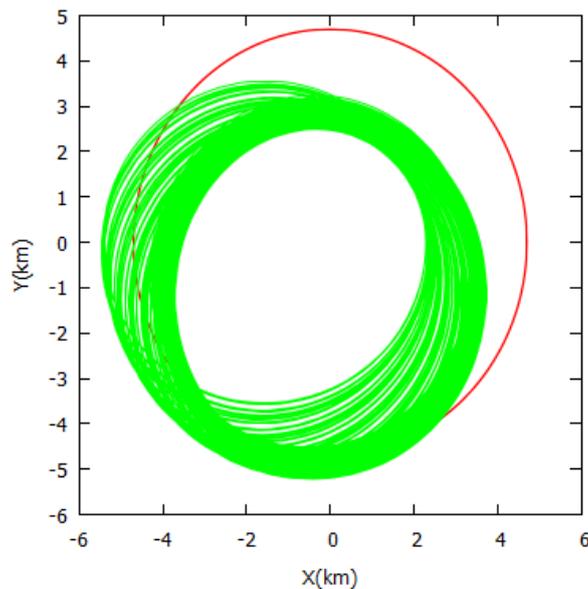


Figura 7.7 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no caso nominal (Órbita 3 – asteroide no periapsis).

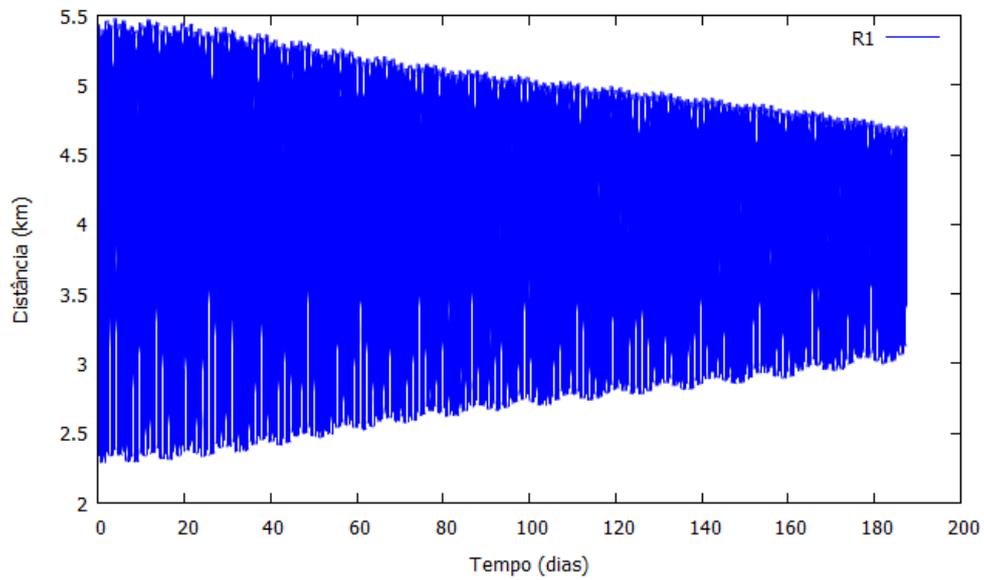


Figura 7.8 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no caso nominal (Órbita 3 – asteroide no periapsis).

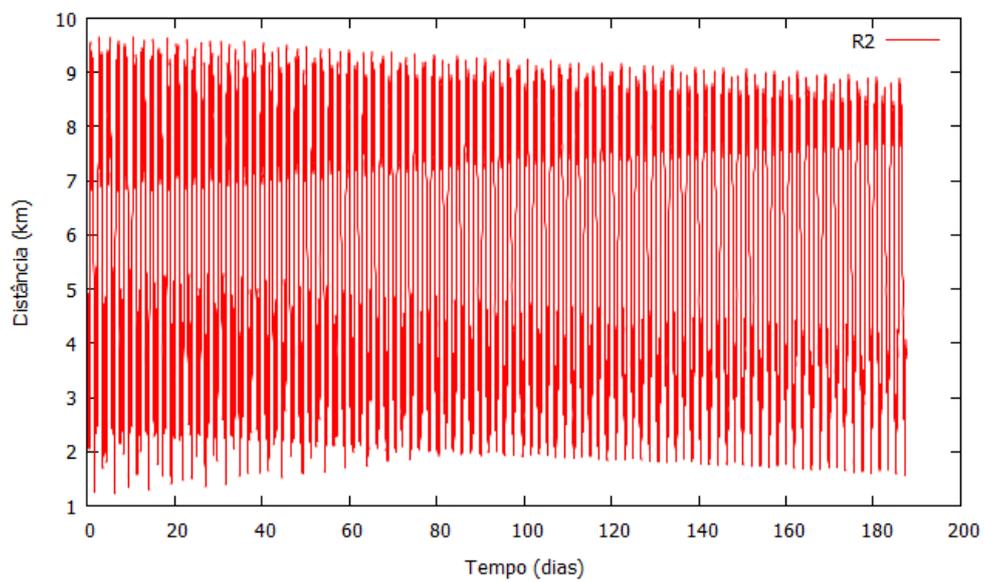


Figura 7.9 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no caso nominal (Órbita 3 – asteroide no periapsis).

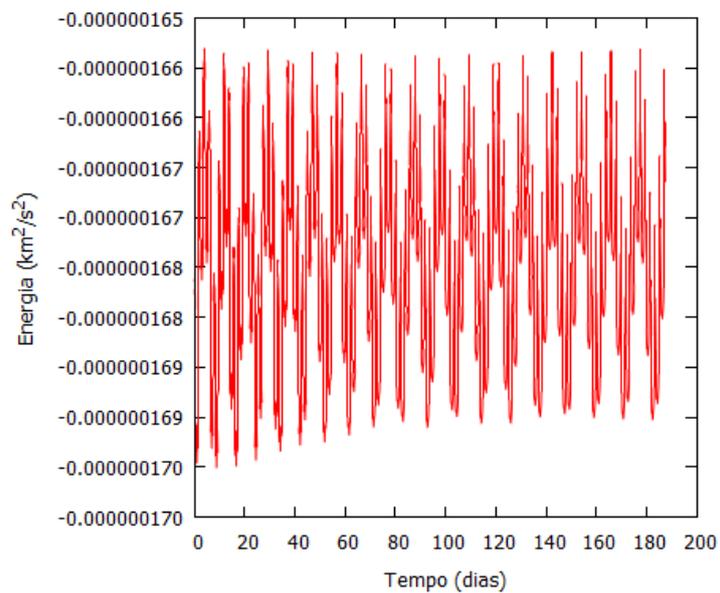
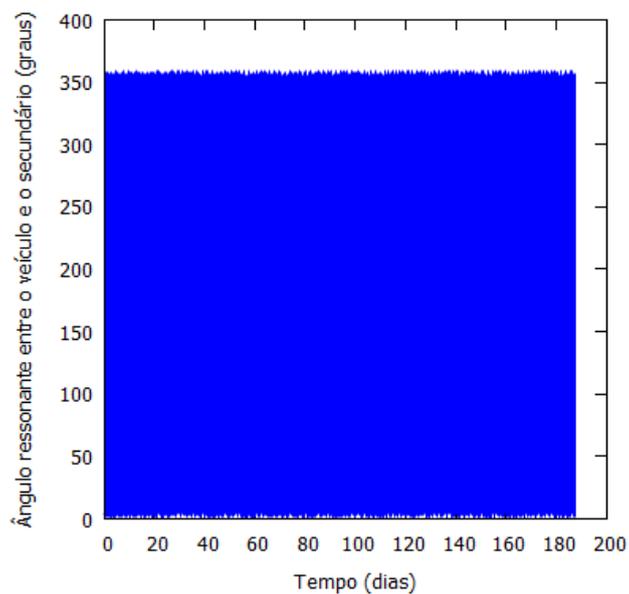


Figura 7.10 - Gráfico do ângulo ressonante entre o veículo e o corpo secundário em função do tempo no caso nominal (Órbita 3 – asteroide no periapsis) ($\varphi = 5\lambda' - 4\lambda - \varpi'$).



7.2.2 Efeitos das imprecisões dos parâmetros físicos nas trajetórias do veículo espacial

A atenção é agora voltada para o segundo objetivo dessa etapa do trabalho, a análise dos efeitos das imprecisões dos parâmetros físicos nas trajetórias do veículo, em particular nos tempos de observação. Para fazer este estudo simulações são feitas assumindo os cinco cenários explicados anteriormente: i) usando os valores nominais, sem imprecisões introduzidas; ii) usando a massa nominal total, mas considerando o raio do corpo maior 10% maior que o valor nominal e o raio do corpo menor 10% menor que o valor nominal; iii) invertendo as imprecisões nos raios e utilizando um raio 10% menor que o valor nominal para o corpo maior e 10% maior do que o valor nominal para o raio do corpo menor; iv) assumindo os valores nominais para os tamanhos dos corpos, mas utilizando uma massa total do sistema de $2,5 \times 10^{12}$ kg superior ao valor nominal; v) também assumindo os valores nominais para os tamanhos dos corpos, mas utilizando uma massa total do sistema de $2,5 \times 10^{12}$ kg inferior ao valor nominal. Após essas simulações, os resultados são mostrados em gráficos com barras verticais representando os tempos de observação para cada cenário. O tempo de observação é o tempo total que o veículo gasta a uma distância inferior a 5 km de cada corpo. As barras azuis dos gráficos dão os resultados em relação ao corpo principal, enquanto que as barras vermelhas representam os resultados em relação ao corpo secundário.

Todos os gráficos do ângulo ressonante entre o veículo espacial e o corpo secundário em função do tempo encontrados neste capítulo são semelhantes às Figuras 7.5 e 7.10. Para evitar uma grande quantidade de gráficos parecidos, optou-se por analisá-los de uma maneira geral. Em todas as órbitas, o comportamento do ângulo se mantém oscilando entre 0 - 360 graus e não libra em torno de um valor, caracterizando um veículo com uma órbita que não está em ressonância com a órbita do corpo secundário.

A primeira órbita a ser analisada nesse aspecto é a Órbita 2, que é uma das mais notáveis para observar o sistema. Nota-se os efeitos das imprecisões nos dados físicos é bem grande. Esta órbita é apta para observar os corpos na situação nominal, mas não possui nenhuma passagem a distâncias inferiores a 5 km de ambos os corpos no

segundo cenário ($R1 + 10\%$ e $R2 - 10\%$). Nos casos de imprecisão envolvendo a massa total, os tempos de observação são também muito pequenos: 1,17 dias para uma massa maior e 0,34 dias para uma massa menor em relação ao corpo central e 0,66 dias para uma massa maior e 0,22 dias para uma massa menor em relação ao corpo secundário. O único cenário de imprecisão que mantém tempos úteis de observação é o terceiro cenário ($R1 - 10\%$ e $R2 + 10\%$). Neste caso, o veículo permanece 176,83 dias observando o corpo principal e 95,81 dias próximo ao corpo secundário, que são valores interessantes.

A Figura 7.11 mostra as trajetórias do veículo e do corpo secundário. Nota-se que os campos gravitacionais dos corpos colaboraram para a variação da oscilação da trajetória do veículo. As distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo, podem ser observadas nas Figuras 7.12 e 7.13. O veículo permanece a uma distância menor que 3 km observando o corpo secundário. A Figura 7.14 mostra o gráfico da energia de dois corpos em função do tempo. As pequenas oscilações se devem a passagens próximas com geometrias que não alteram muito a energia do veículo espacial.

Figura 7.11 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no cenário $R1 - 10\%$ e $R2 + 10\%$ (Órbita 2 – asteroide no periapsis).

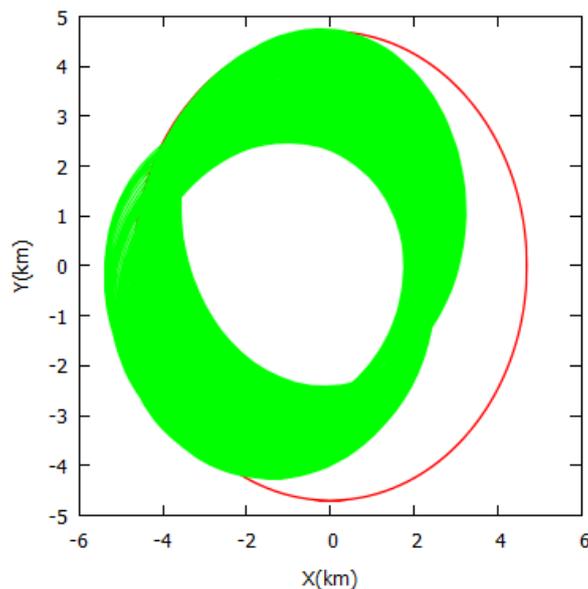


Figura 7.12 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no periapsis).

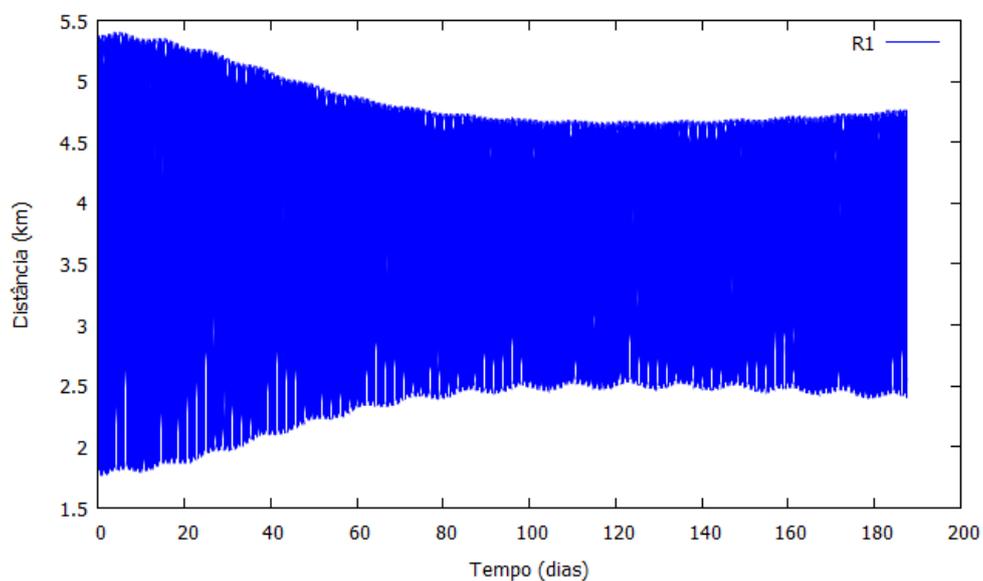


Figura 7.13 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no periapsis).

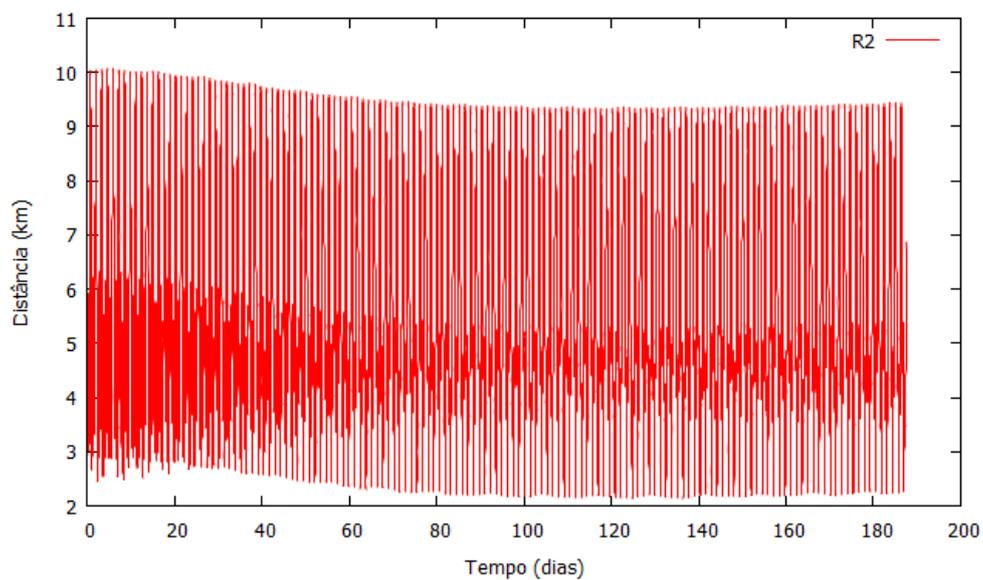
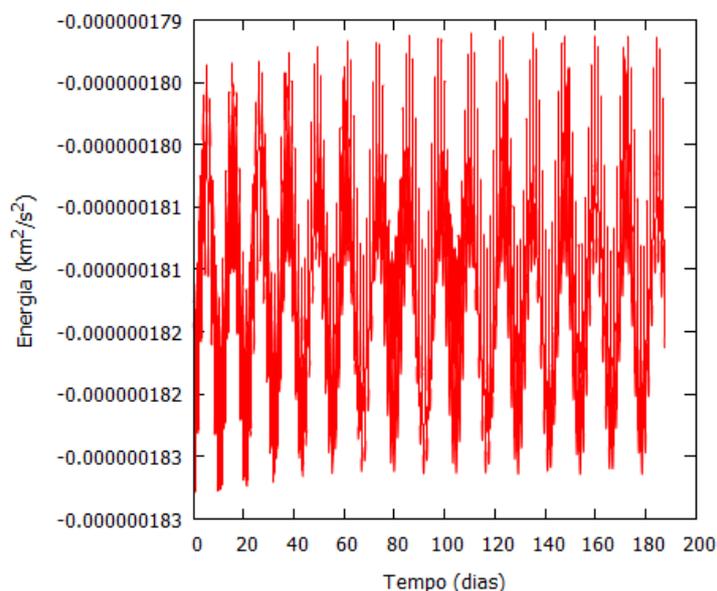


Figura 7.14 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no periapsis).



Os mesmos efeitos são notados quando o asteroide está no apoapsis de sua trajetória. O mesmo comportamento ocorre, e apenas o terceiro cenário mantém valores notáveis para os tempos de observação, enquanto os outros cenários têm órbitas que quase não possuem tempos de observação em relação a ambos os corpos. Os tempos de observação são: 151,79 dias observando o corpo principal e 83,53 observando o corpo secundário, para a situação nominal; 157,21 dias observando o corpo principal e 86,19 dias observando o corpo secundário, para o terceiro cenário; e valores abaixo de 2 dias para todos os outros cenários com imprecisão.

Este é um exemplo interessante para mostrar a força dos efeitos das imprecisões nos valores dos parâmetros físicos e da importância do estudo deste problema.

A Figura 7.15 mostra as trajetórias do veículo e do corpo secundário. A órbita do veículo está concentrada entre os corpos do sistema. As distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo, podem ser observadas nas Figuras 7.16 e 7.17. Os encontros entre o veículo e os corpos são sucessivos e acontecem a uma distância bem pequena, favorecendo a qualidade das observações. A

Figura 7.18 mostra o gráfico da energia de dois corpos em função do tempo. As pequenas oscilações se devem a passagens próximas com os corpos. As geometrias dessas passagens não alteram a energia do veículo espacial.

Figura 7.15 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no apoapsis).

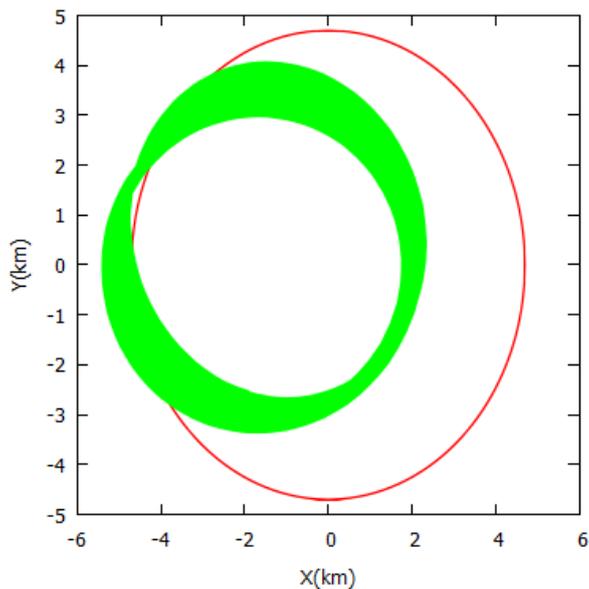


Figura 7.16 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no apoapsis).

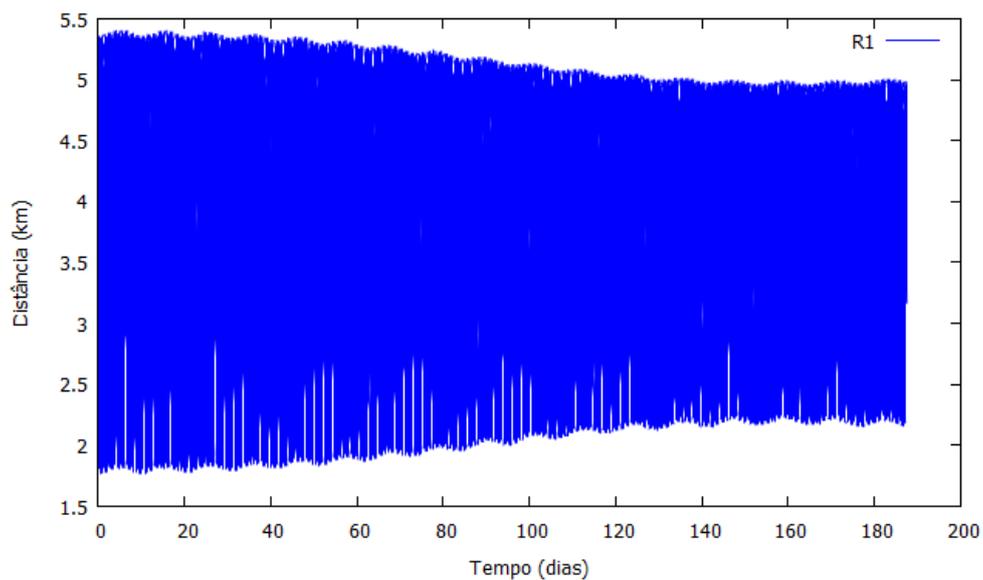


Figura 7.17 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no apoapsis).

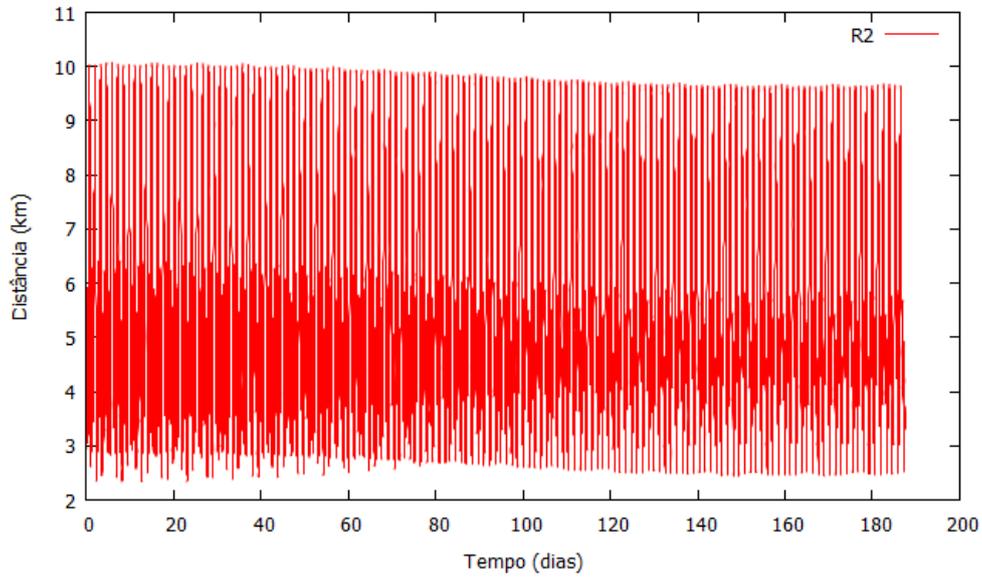
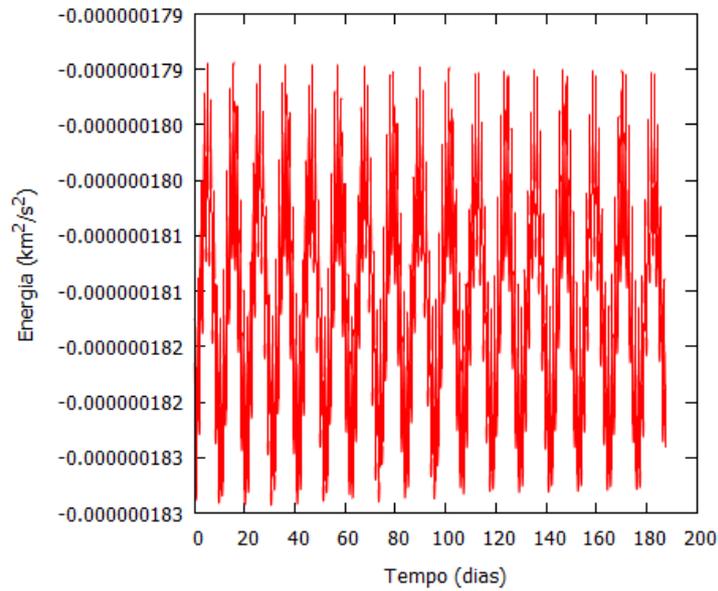


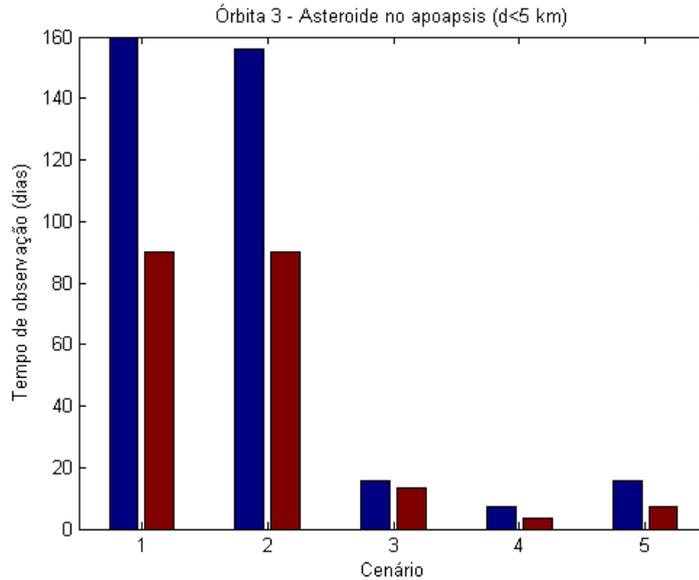
Figura 7.18 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no cenário R1 - 10% e R2 + 10% (Órbita 2 – asteroide no apoapsis).



O estudo da Órbita 3 confirma esses fortes efeitos das imprecisões nos parâmetros físicos. A Tabela 7.2 mostra que esta órbita tem um comportamento semelhante quando o veículo está em seu periapsis, mas os tempos de observação são muito pequenos em

alguns cenários. A Figura 7.19 mostra os resultados quando o asteroide está em seu apoapsis, que são os casos mais úteis para esta órbita. No caso nominal, o veículo permanece 159,80 dias perto do corpo principal e 90,25 dias em torno do segundo corpo. Os resultados também são muito bons no segundo cenário ($R1 + 10\%$ e $R2 - 10\%$) e o veículo fica 156,08 dias próximos ao corpo principal e 90,18 dias ao redor do secundário. Os tempos de observação são muito menores no terceiro cenário ($R1 - 10\%$ e $R2 + 10\%$), mas ainda razoável, e o veículo permanece 15,44 dias perto do corpo principal e 13,56 dias em torno do secundário. Nos cenários de imprecisão envolvendo a massa total, os tempos de observação são pequenos: considerando a massa maior do que o valor nominal, o veículo permanece 7,28 dias observando o corpo principal e 3,49 dias ao redor do corpo secundário. Ao se considerar a massa menor em relação ao valor nominal, o veículo fica 15,55 dias ao redor do primário e 7,07 dias em torno do secundário. Esta combinação de resultados torna esta órbita uma escolha adequada para colocar o veículo ao chegar ao sistema.

Figura 7.19 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 3 quando o asteroide está em seu apoapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.



As trajetórias do veículo e do corpo secundário são mostradas na Figura 7.20. Nota-se que a inclinação da trajetória do veículo apresenta algumas variações. Essas mudanças são causadas pelos campos gravitacionais dos corpos. As Figuras 7.21 e 7.22 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo. O veículo apresenta encontros bem próximos com o corpo secundário (menos de 2 km de distância). Nota-se que na Figura 7.23, a energia varia com amplitudes semelhantes. As pequenas oscilações se devem a passagens próximas com o corpo secundário, mas as geometrias de aproximação não alteram a energia do veículo espacial.

Figura 7.20 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no cenário R1 + 10% e R2 - 10% (Órbita 3 – asteroide no apoapsis).

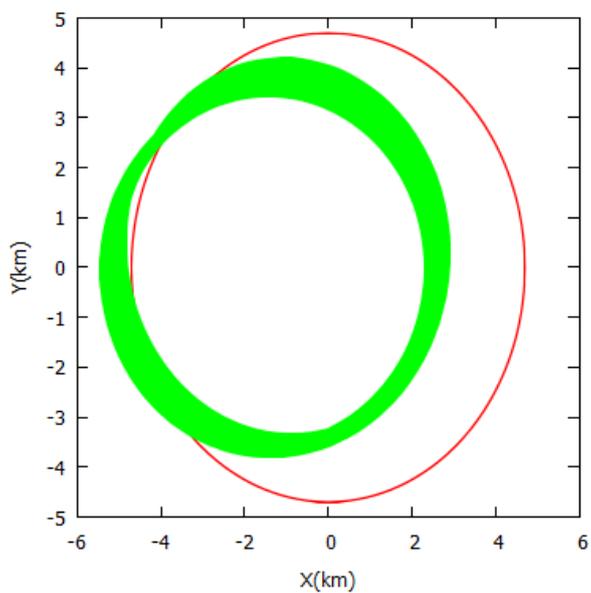


Figura 7.21 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no cenário R1 + 10% e R2 - 10% (Órbita 3 – asteroide no apoapsis).

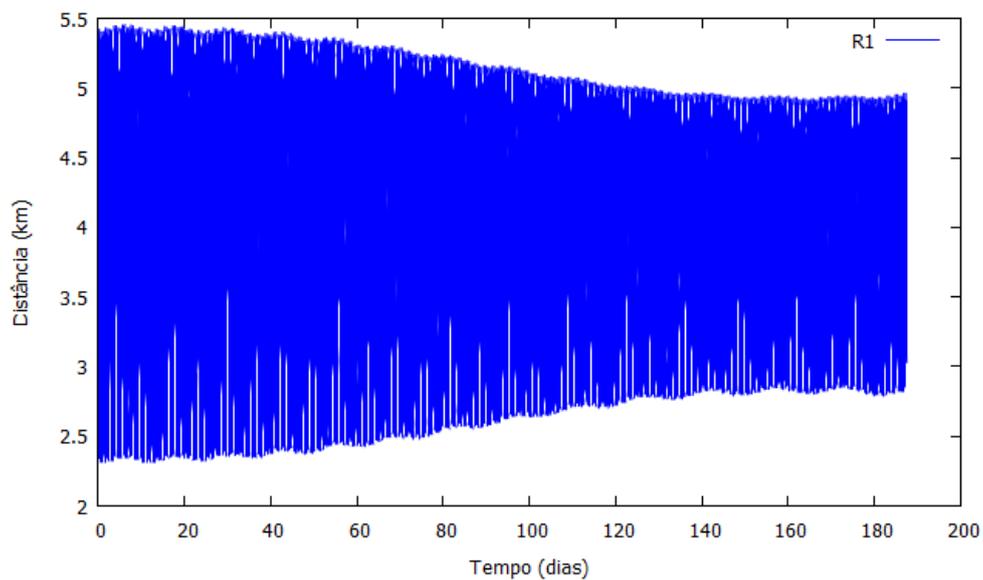


Figura 7.22 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no cenário R1 + 10% e R2 - 10% (Órbita 3 – asteroide no apoapsis).

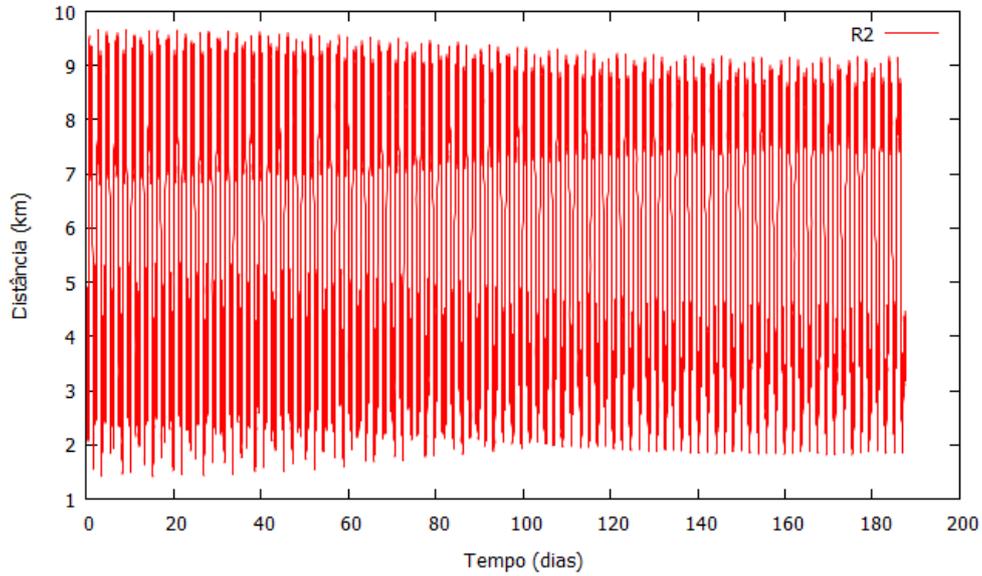
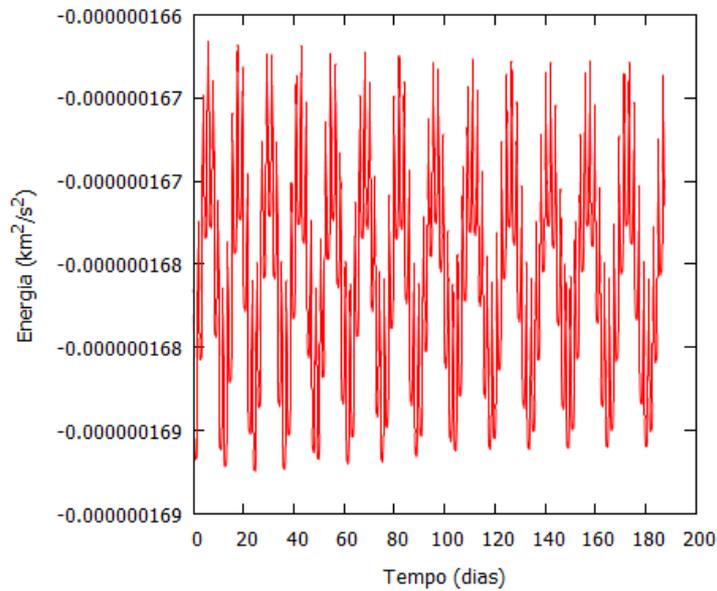


Figura 7.23 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no cenário R1 + 10% e R2 - 10% (Órbita 3 – asteroide no apoapsis).



Outra órbita interessante é a de número 8. Quando o asteroide está em seu periapsis (Figura 7.24), o veículo permanece 166,30 dias observando o corpo principal no caso

"Massa mais imprecisão " e 177,19 dias próximo ao corpo no caso "Massa menos imprecisão ". O mesmo acontece quando se observa o corpo secundário, com um tempo de 92,05 dias com a massa maior e 100,72 dias com a massa menor.

A Figura 7.25 mostra as trajetórias do veículo e do corpo secundário. Nota-se que a trajetória do veículo cruza a órbita do corpo secundário e sua inclinação apresenta variações. As Figuras 7.26 e 7.27 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo. O veículo permanece bem perto dos corpos do sistema durante toda a simulação. Nota-se que na Figura 7.28, a oscilação da energia tende a valores mais elevados, permanecendo com mesma amplitude até o fim da simulação.

Figura 7.24 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 8 quando o asteroide está em seu periapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.

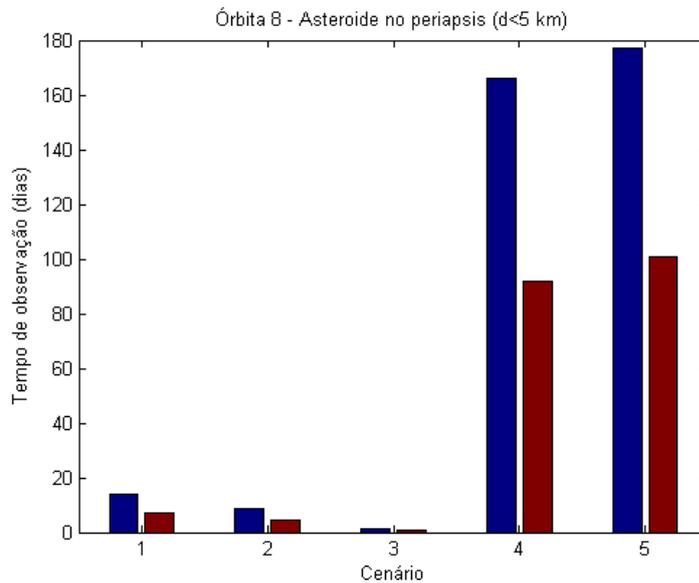


Figura 7.25 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no cenário Massa menos imprecisão (Órbita 8 – asteroide no periapsis).

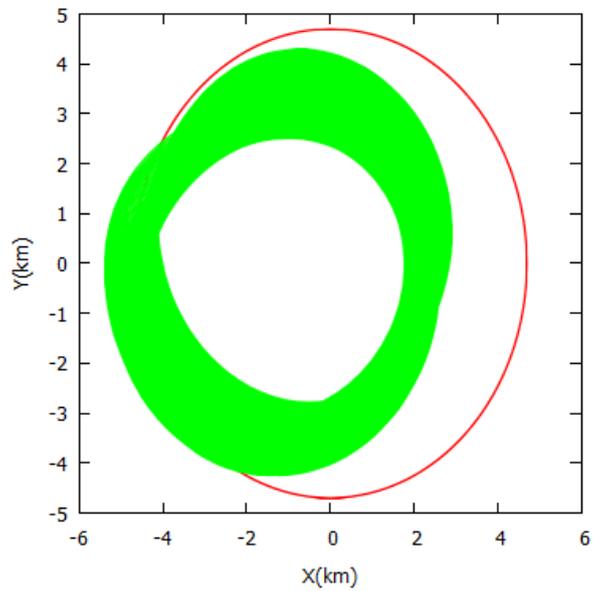


Figura 7.26 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no cenário Massa menos imprecisão (Órbita 8 – asteroide no periapsis).

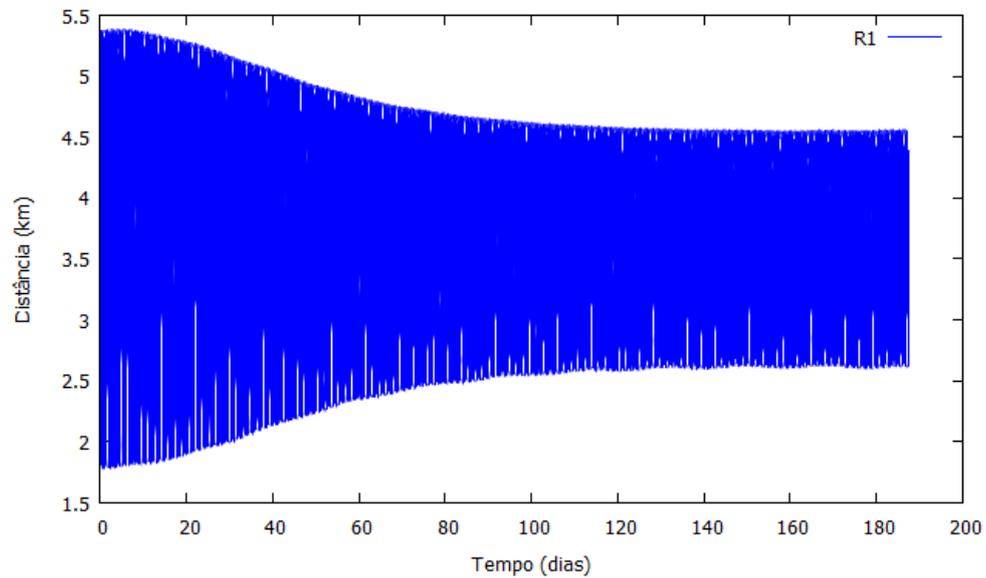


Figura 7.27 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no cenário Massa menos imprecisão (Órbita 8 – asteroide no periapsis).

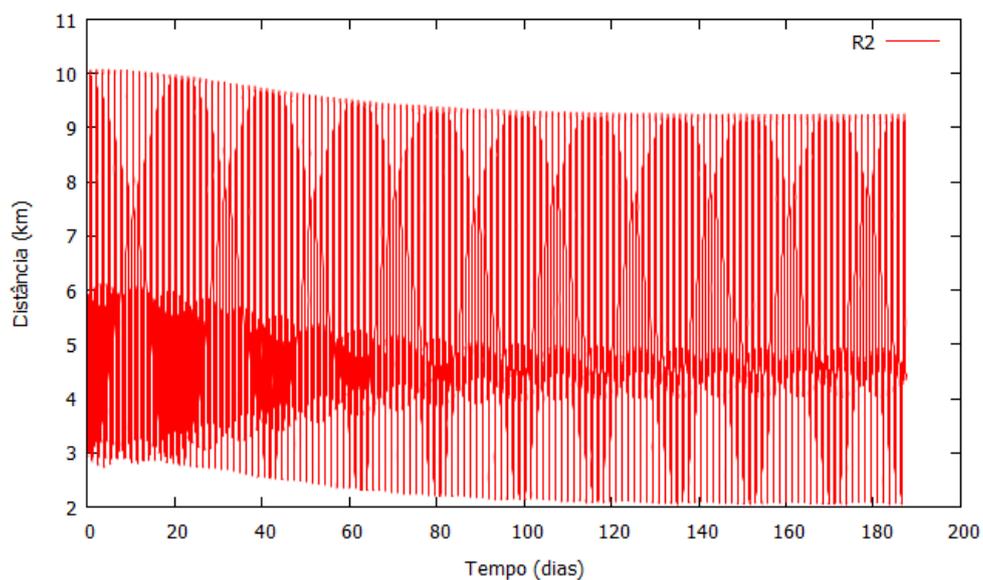
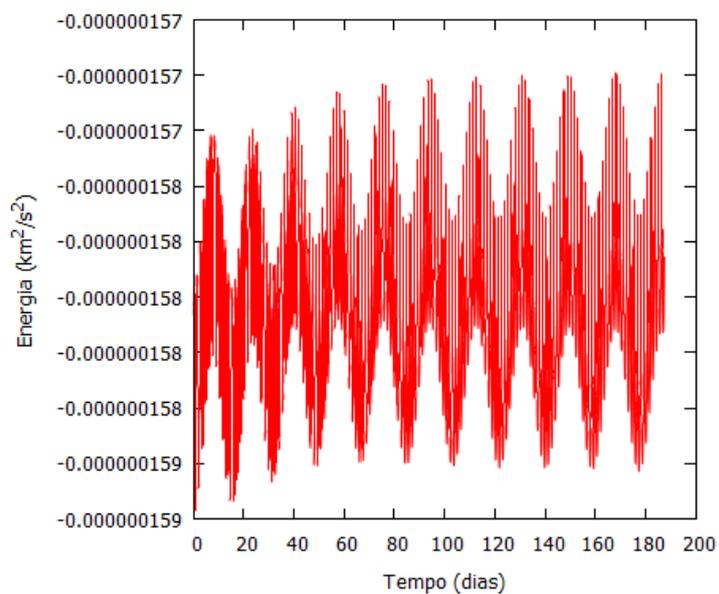


Figura 7.28 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no cenário Massa menos imprecisão (Órbita 8 – asteroide no periapsis).



Quando o asteroide está no apoapsis de sua trajetória ao redor do Sol (Figura 7.29), o veículo permanece 157,07 dias observando o corpo principal no caso "Massa mais

imprecisão " e 154,08 dias próximo ao corpo no caso de "Massa menos imprecisão ". O mesmo acontece quando se observa o corpo secundário, com um tempo de 92,68 dias com a massa maior e 83,76 dias se a massa é mínima. Esta é uma órbita apropriada se as imprecisões esperadas estão na massa e não nos tamanhos dos corpos.

As trajetórias do veículo e do corpo secundário são mostradas na Figura 7.30. O veículo permanece durante o tempo todo ao redor dos sistema. As Figuras 7.31 e 7.32 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo. Os encontros são sucessivos entre o veículo e os corpos. Nota-se que na Figura 7.33, a oscilação da energia varia devido às passagens próximas com o corpo secundário. As pequenas oscilações se devem a passagens com geometrias que não alteram a energia do veículo espacial.

Figura 7.29 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 8 quando o asteroide está em seu apoapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.

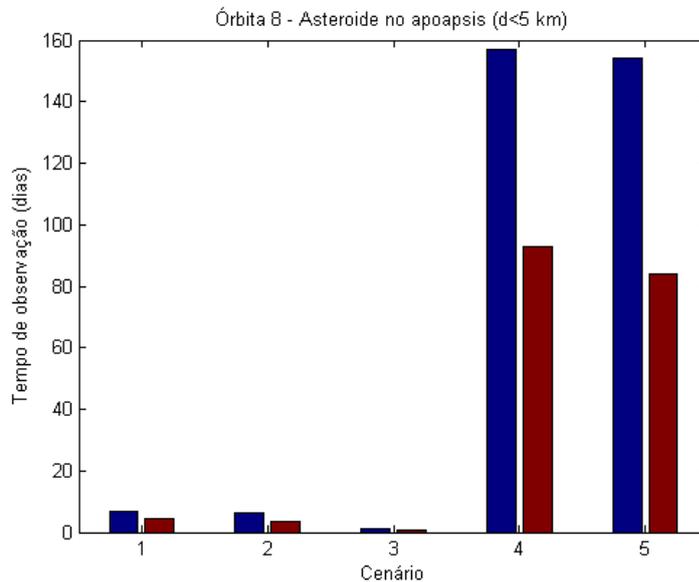


Figura 7.30 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) no cenário Massa mais imprecisão (Órbita 8 – asteroide no apoapsis).

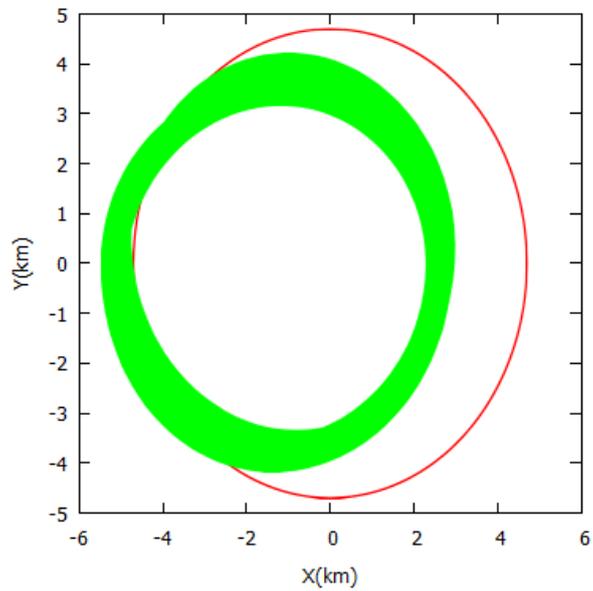


Figura 7.31 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central no cenário Massa mais imprecisão (Órbita 8 – asteroide no apoapsis).

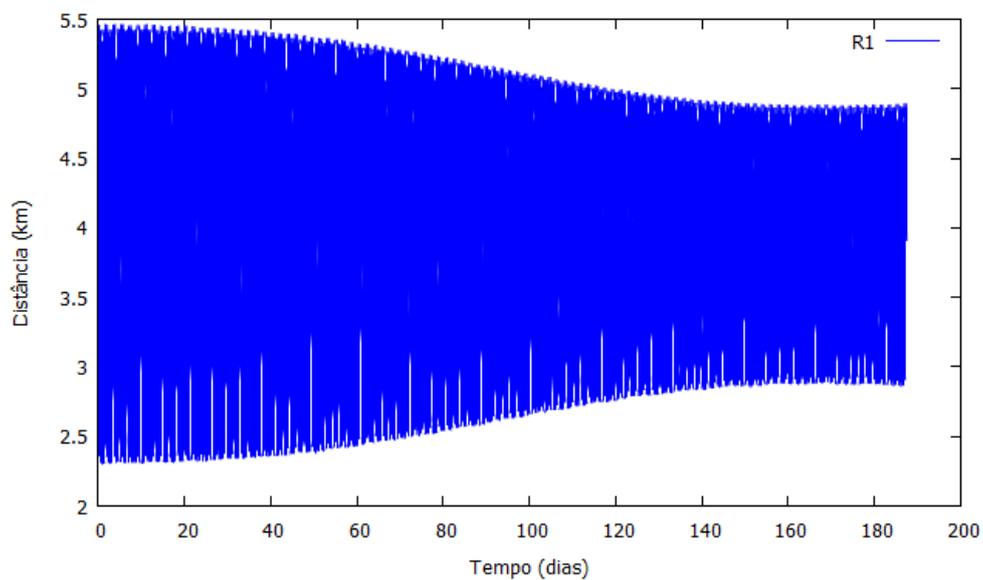


Figura 7.32 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário no cenário Massa mais imprecisão (Órbita 8 – asteroide no apoapsis).

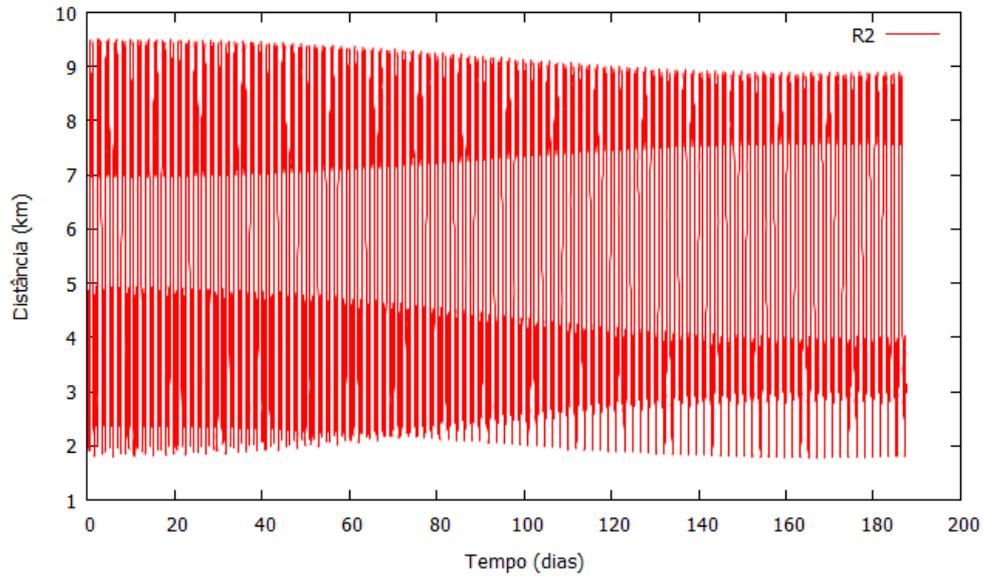
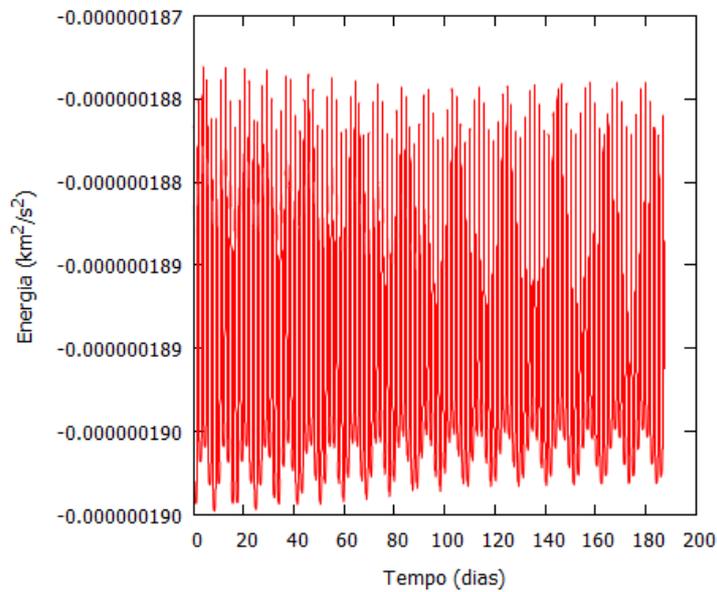


Figura 7.33 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo no cenário Massa mais imprecisão (Órbita 8 – asteroide no apoapsis).

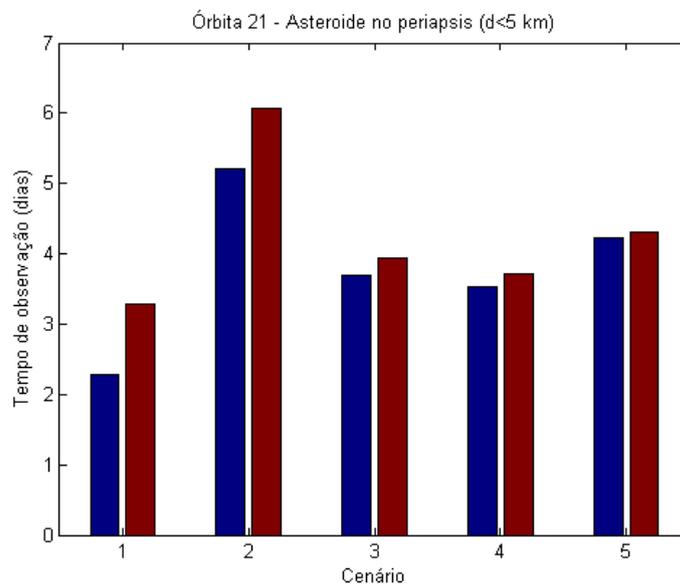


É visível que todas as órbitas são, em geral, muito diferentes para cada cenário. As órbitas aptas para observar os corpos em condições nominais são mais afetadas pela

variação dos parâmetros físicos. Isto é esperado, já que o veículo fica mais tempo próximo aos corpos, portanto mais sujeito às variações das massas. Órbitas com tempos menores de observação são menos afetadas.

A Órbita 21 é um bom exemplo. Os tempos observacionais vão de 2,28 a 5,20 dias para estudar o corpo principal e de 3,28 a 6,06 dias para observar o corpo secundário, no caso em que o asteroide está em seu periapsis (Figura 7.34).

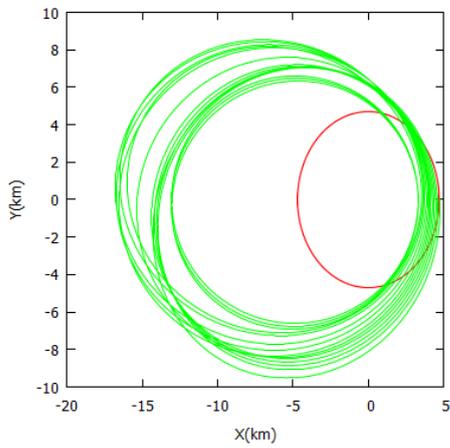
Figura 7.34 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 21 quando o asteroide está em seu periapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.



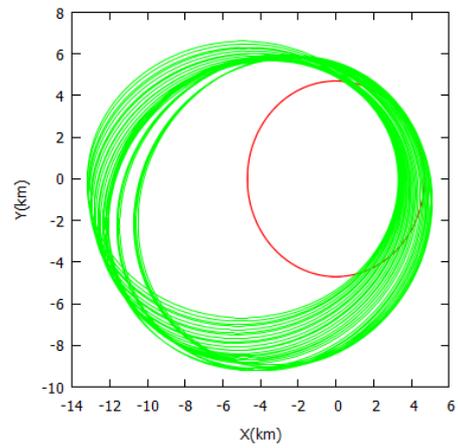
A Figura 7.35 mostra as trajetórias do veículo e do corpo secundário para todos os cenários. Nota-se que há variação na inclinação da trajetória do veículo, que é mais aberta e não se concentra apenas entre os corpos. As Figuras 7.36 e 7.37 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo. Os tempos de simulação variam em cada cenário e em todos os casos a simulação é interrompida após uma colisão do veículo com o corpo secundário. Nota-se que na Figura 7.38, a energia em cada cenário oscila muito: em (1) há um salto próximo aos 5 dias de simulação após o veículo sobrevoar a superfície do corpo secundário. Aos 26 dias de simulação a energia aumenta e termina em uma colisão; em (2) há uma mudança

da energia entre 25-30 dias devido a uma passagem próxima com o corpo secundário. A simulação termina após um salto de energia gerando uma colisão; em (3) há uma queda entre 15 e 20 dias após o veículo passar bem próximo ao corpo secundário; em (4) há um salto próximo aos 30 dias de simulação, terminando em colisão com o secundário e por fim, em (5) há um salto próximo aos 25 e 32 dias, terminando a simulação com uma colisão com o corpo secundário.

Figura 7.35 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 - asteroide no periapsis).



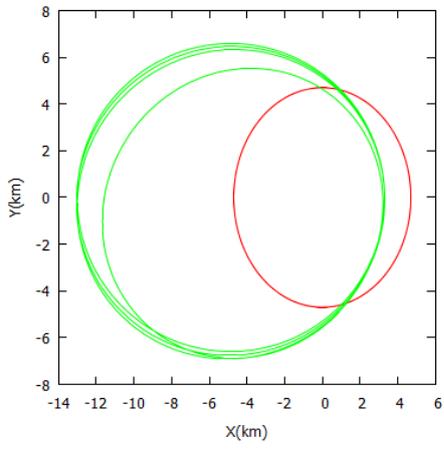
(1)



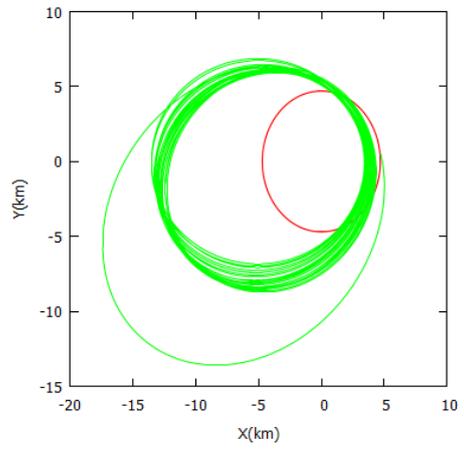
(2)

continua

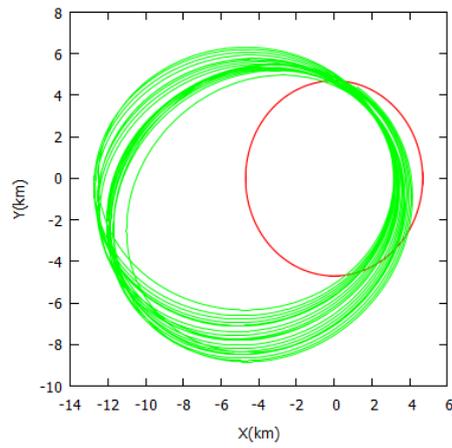
Figura 7.35 - Conclusão.



(3)

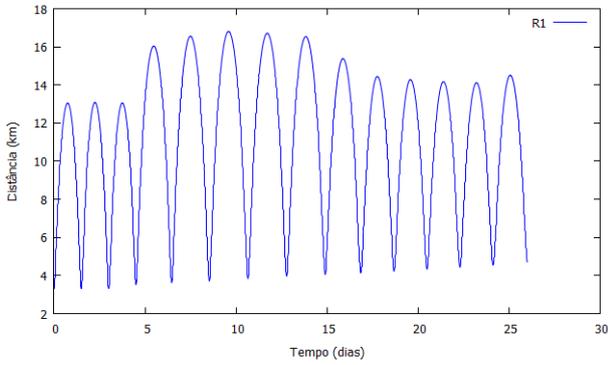


(4)

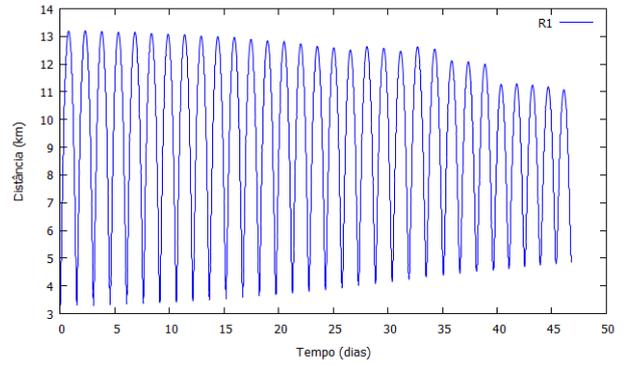


(5)

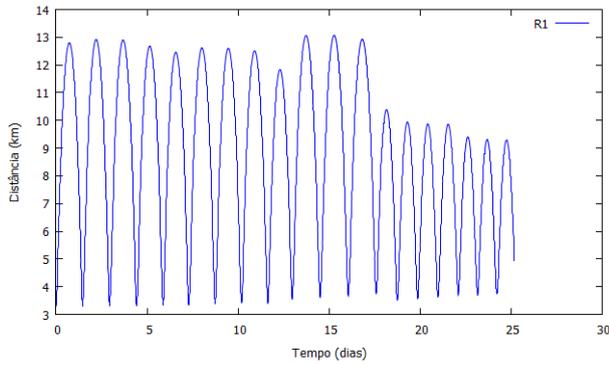
Figura 7.36 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 - asteroide no periapsis).



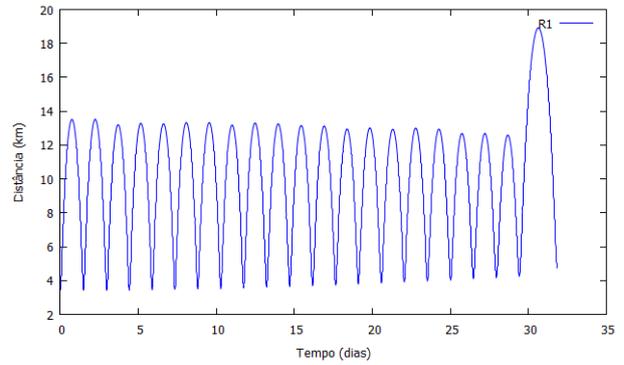
(1)



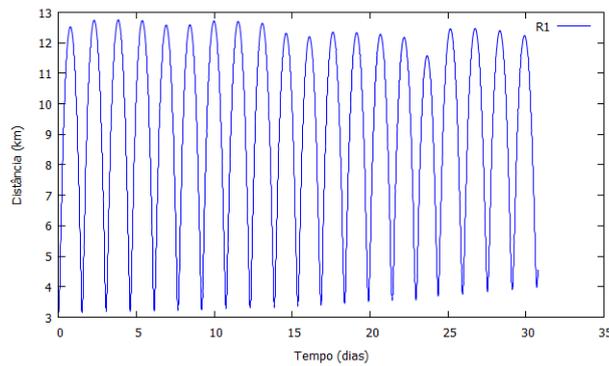
(2)



(3)

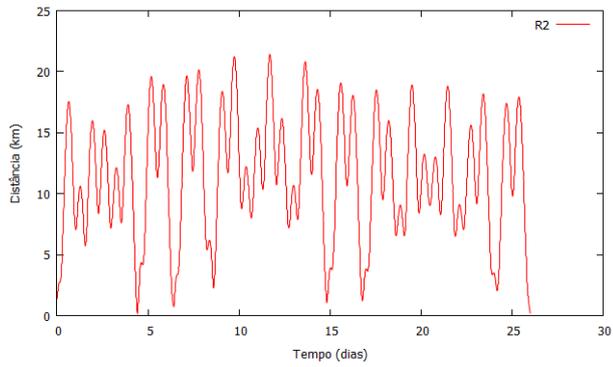


(4)

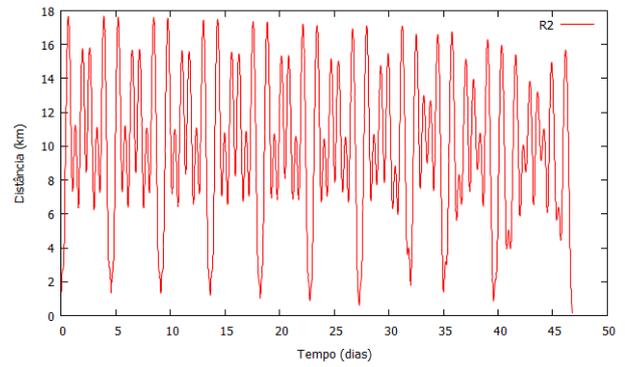


(5)

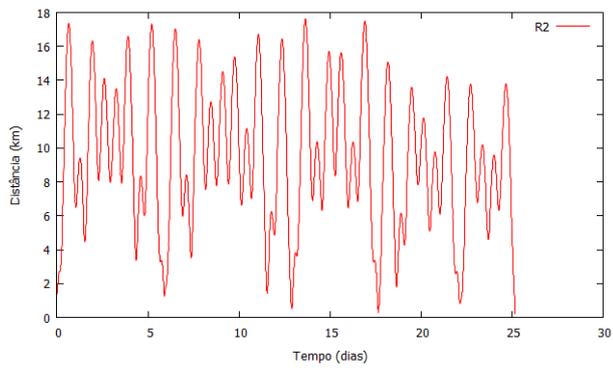
Figura 7.37 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 - asteroide no periapsis).



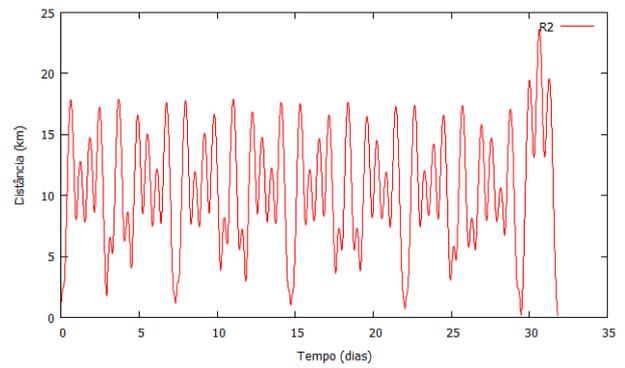
(1)



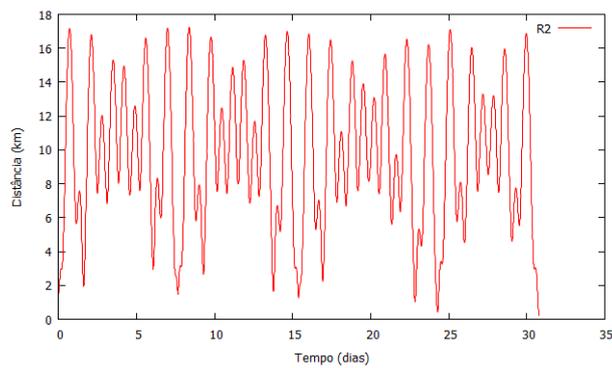
(2)



(3)

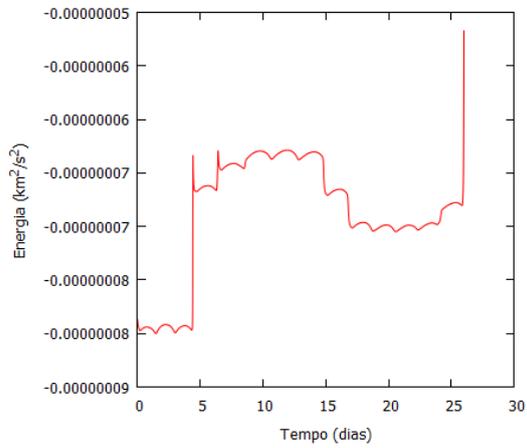


(4)

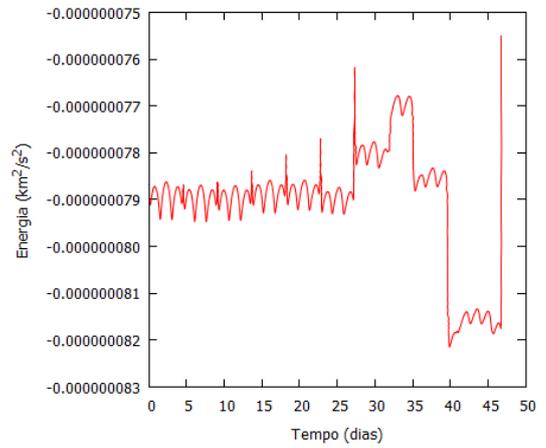


(5)

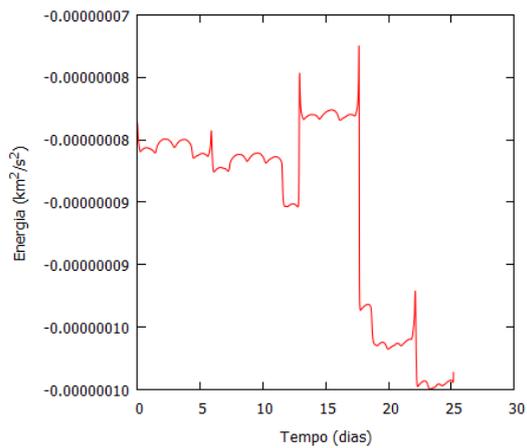
Figura 7.38 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 - asteroide no periapsis).



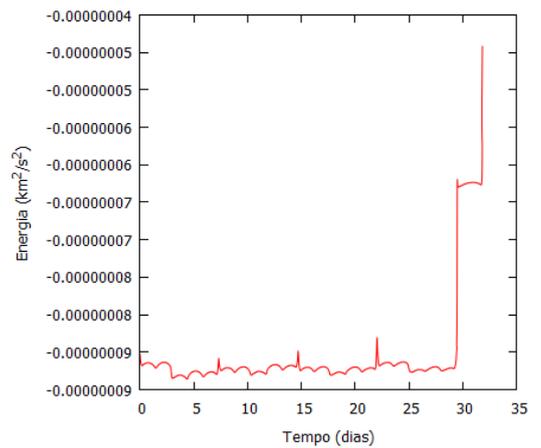
(1)



(2)



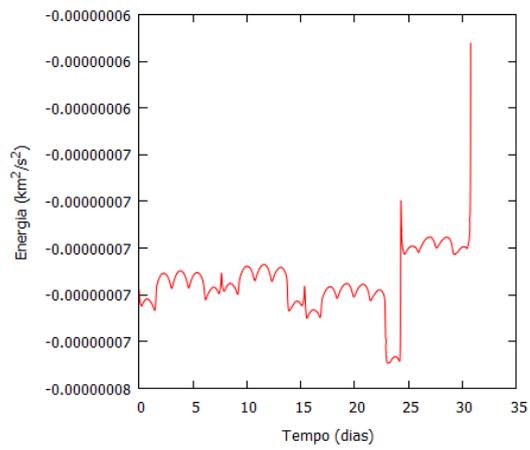
(3)



(4)

continua

Figura 7.38 - Conclusão.

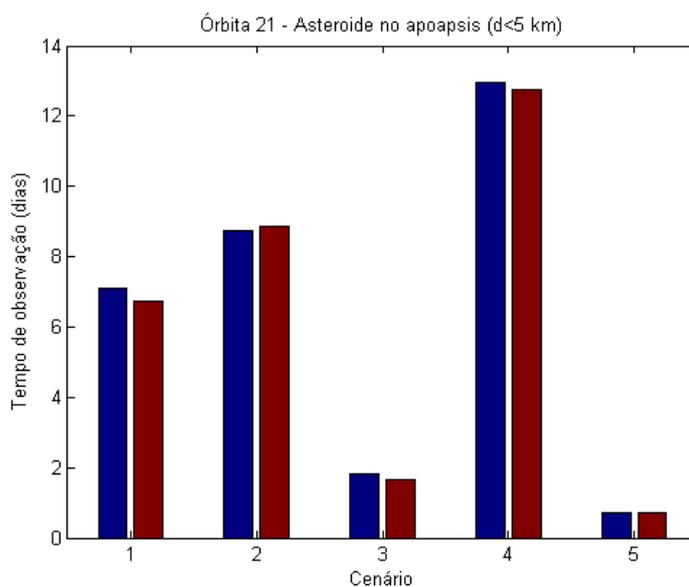


(5)

Para o caso em que o asteroide está em seu apoapsis (Figura 7.39), o número equivalente vai de 0,73 para 12,97 dias para estudar o corpo principal e de 0,72 a 12,75 dias para observar o corpo secundário.

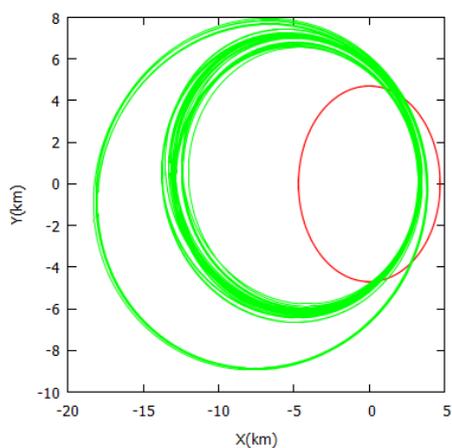
Existem outros exemplos, como as órbitas 46, 50, 54 e 56.

Figura 7.39 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 21 quando o asteroide está em seu apoapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 – 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 – asteroide no apoapsis).

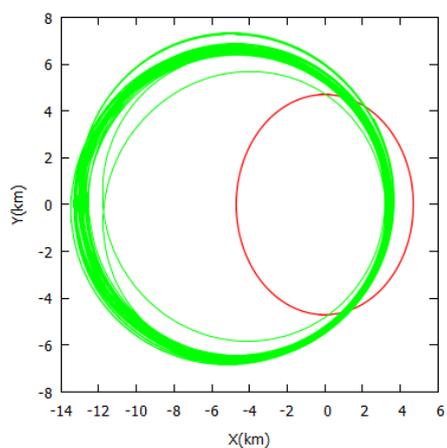


A Figura 7.40 mostra as trajetórias do veículo e do corpo secundário para todos os cenários. A trajetória do veículo cruza a órbita do corpo secundário e não se concentra apenas ao redor dos corpos. As Figuras 7.41 e 7.42 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo. Os tempos de simulação variam em cada cenário e em todos os casos a simulação é interrompida após uma colisão do veículo com o corpo secundário. Nota-se que na Figura 7.43, a energia em cada cenário oscila muito: em (1) há um salto maior próximo de 50 dias de simulação e a energia passa a oscilar em torno de um valor mais alto devido a uma aproximação com o corpo secundário; em (2) a energia varia devido a passagens próximas com os dois corpos do sistema; em (3) as oscilações geram 3 patamares de oscilação e todos são por causa de uma aproximação com o secundário; (4) a oscilação da energia tem pequena amplitude e aos 100 dias sofre uma queda, pois o veículo se aproxima muito do corpo secundário. Por fim, em (5) há um salto entre 1-2 e pouco mais de 6 dias de simulação por causa de passagens próximas com os dois corpos.

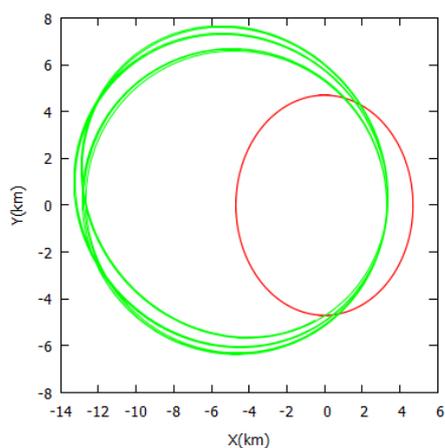
Figura 7.40 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) $R1 + 10\%$ e $R2 - 10\%$, (3) $R1 - 10\%$ e $R2 + 10\%$, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 – asteroide no apoapsis).



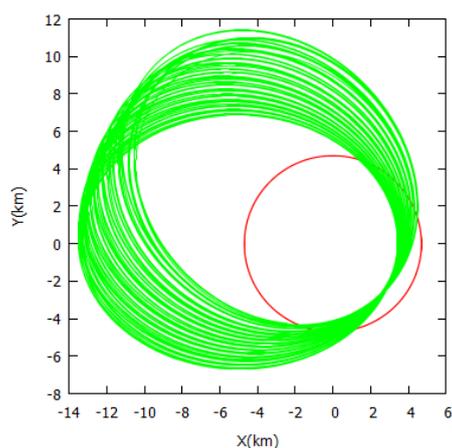
(1)



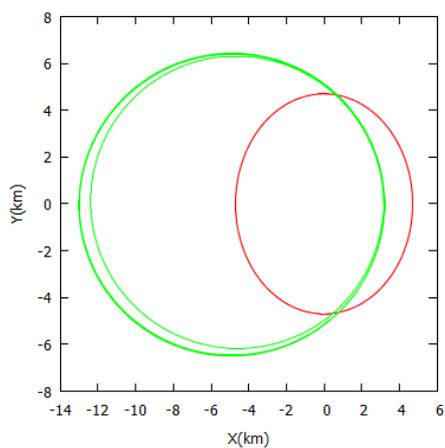
(2)



(3)

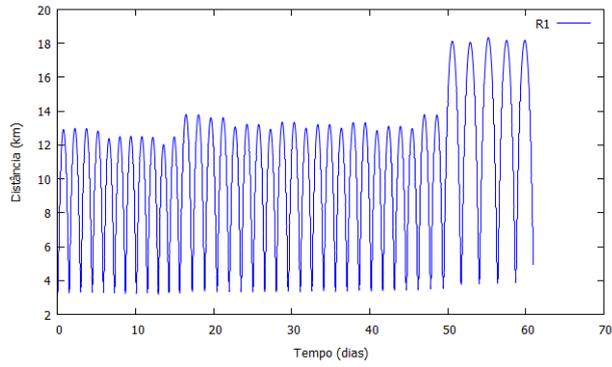


(4)

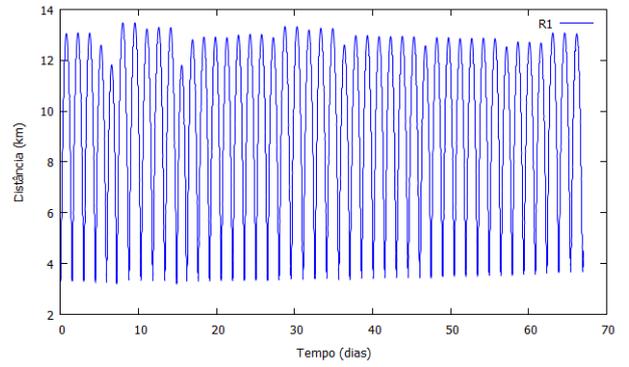


(5)

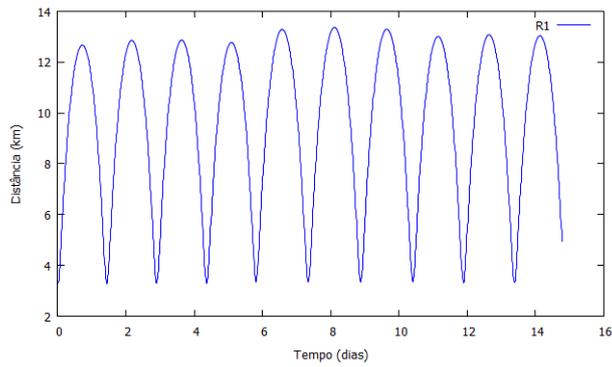
Figura 7.41 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 - asteroide no apoapsis).



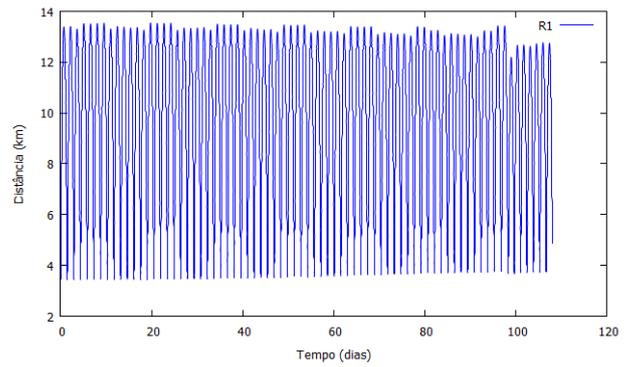
(1)



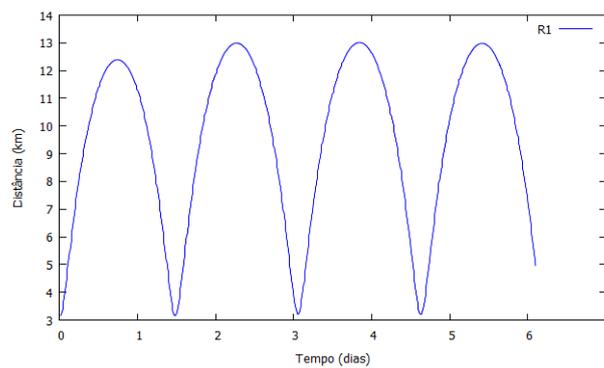
(2)



(3)

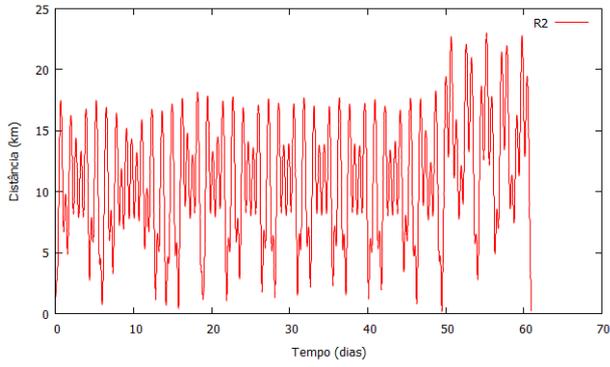


(4)

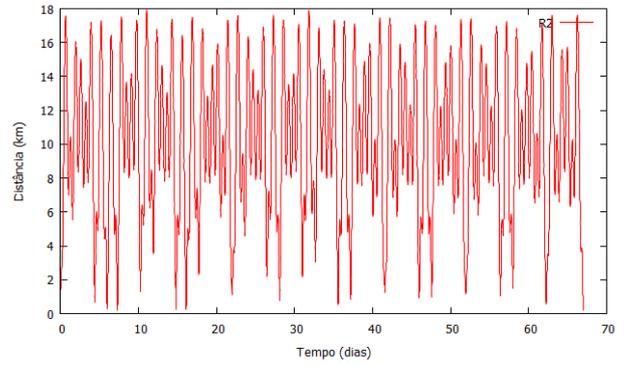


(5)

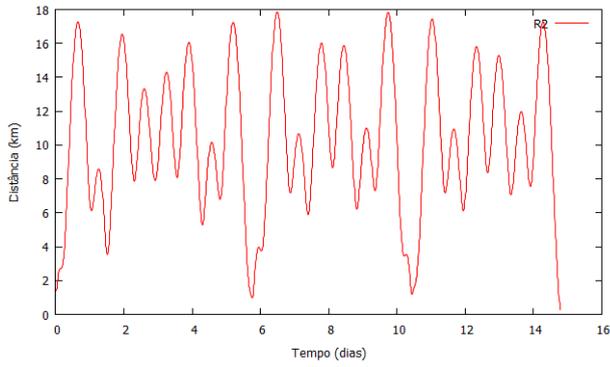
Figura 7.42 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 - asteroide no apoapsis).



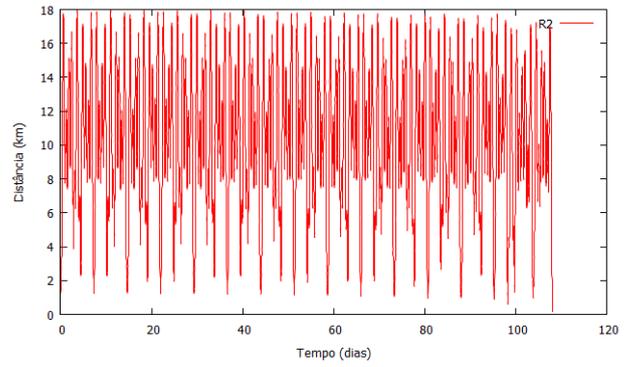
(1)



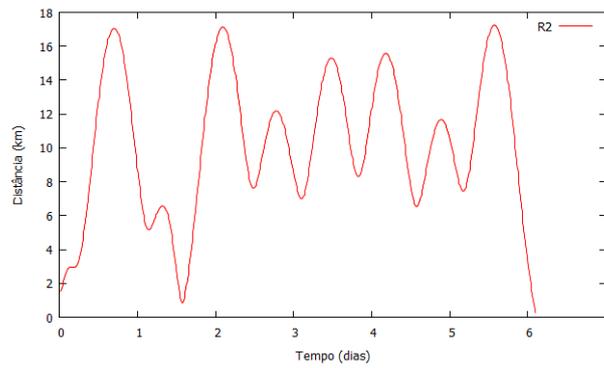
(2)



(3)

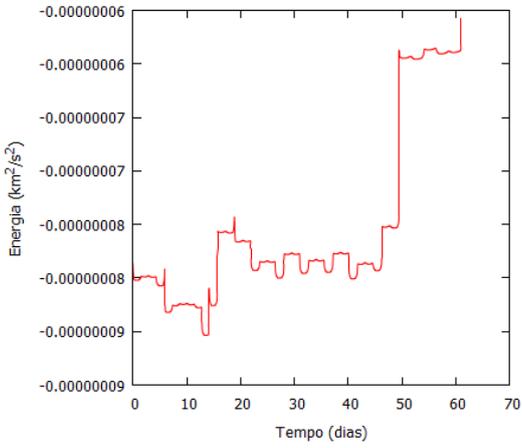


(4)

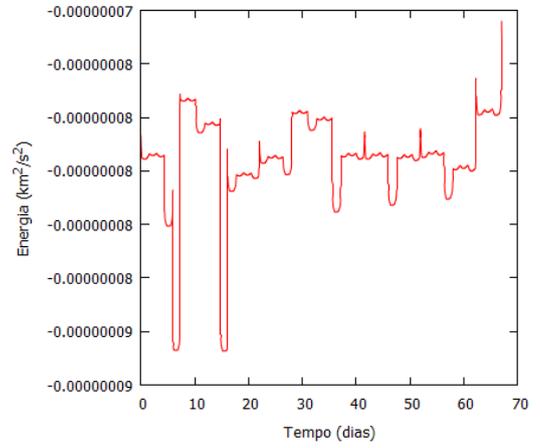


(5)

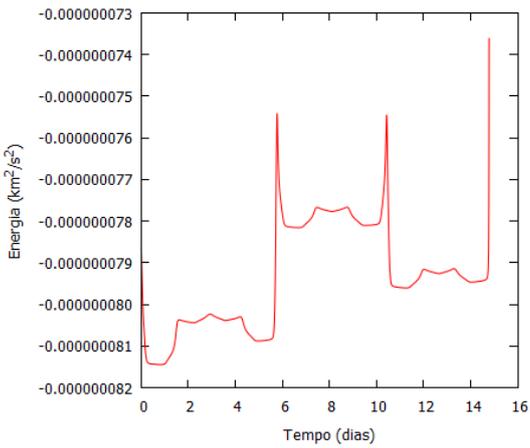
Figura 7.43 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 21 – asteroide no apoapsis).



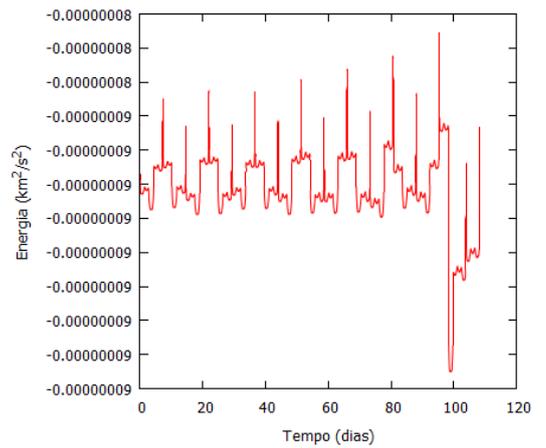
(1)



(2)



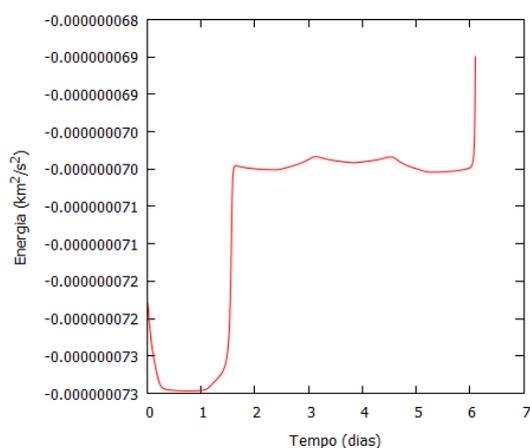
(3)



(4)

continua

Figura 7.43 - Conclusão.



(5)

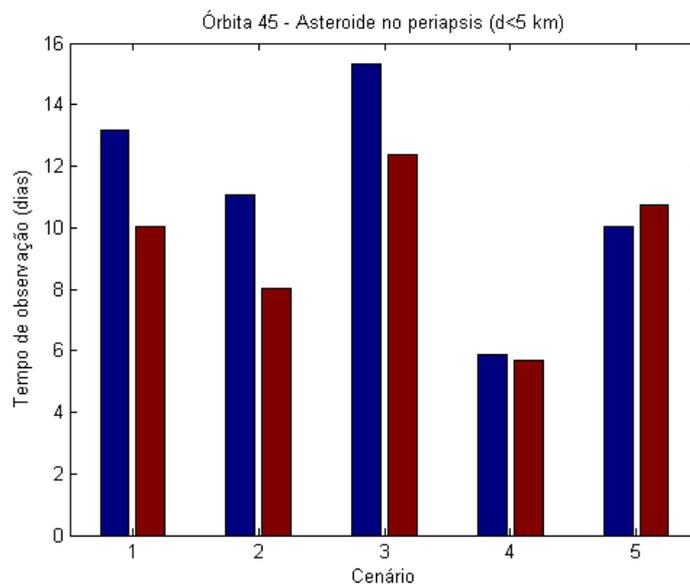
7.2.3 Melhores candidatas para órbita inicial

O próximo objetivo é identificar órbitas com tempos de observação razoáveis em todos os cenários de imprecisões. Esses tempos variam entre 5,89 dias e 15,34 dias para observar o corpo principal, e entre 5,69 dias e 13,98 dias para observar o corpo secundário. Elas podem ser usadas como uma órbita de estacionamento inicial para o veículo. A partir desta órbita mais estável em relação às imprecisões, do ponto de vista de tempos de observação, o veículo pode analisar os tamanhos dos corpos, fazer uma melhor estimativa das massas e raios dos corpos e, em seguida, selecionar outras órbitas para colocar o veículo. Alguns dos melhores exemplos são as órbitas 45 e 56, quando se considera o asteroide em seu periapsis.

A Figura 7.44 mostra o gráfico indicando os tempos de observação para a Órbita 45. No caso nominal, o veículo permanece 13,16 dias perto do corpo principal e 10,05 dias em torno do segundo corpo. Os resultados também são bons no segundo cenário (R1 + 10% e R2 - 10%) e o veículo fica 11,06 dias perto do corpo principal e 8,01 dias ao redor do secundário. Os tempos de observação são melhores no terceiro cenário (R1 - 10% e R2 + 10%) e o veículo espacial permanece 15,34 dias próximo ao corpo principal e 12,37 dias ao redor do secundário. Nos cenários de imprecisão envolvendo a massa máxima os tempos de observação são praticamente os mesmos dos demais casos: 5,89 dias para

o primário e 5,69 dias para o corpo secundário, no caso da massa máxima. Para o caso de massa mínima os tempos são 10,05 dias para o primário e 10,73 dias para o secundário. Esta combinação de resultados torna esta órbita uma escolha adequada para colocar o veículo ao chegar ao sistema.

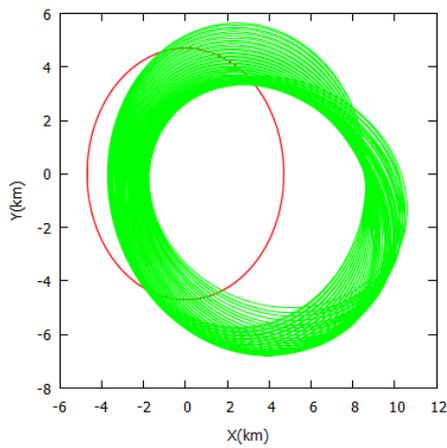
Figura 7.44 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 45 quando o asteroide está em seu periapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.



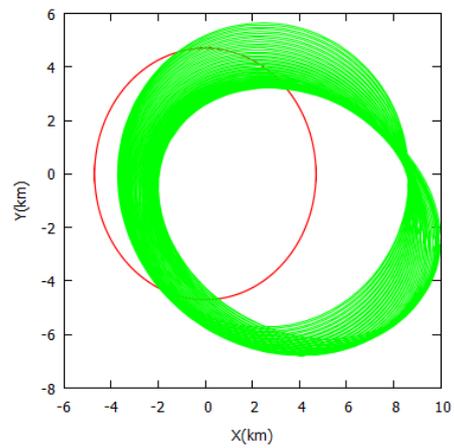
A Figura 7.45 mostra as trajetórias do veículo e do corpo secundário para todos os cenários. Nota-se que a inclinação da trajetória do veículo apresenta variações. Essas mudanças são causadas pelos campos gravitacionais dos corpos. As Figuras 7.46 e 7.47 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo. Os tempos de simulação variam em cada cenário e em todos os casos a simulação é interrompida após uma colisão do veículo com o corpo secundário. Nota-se que na Figura 7.48, a energia em cada cenário oscila muito: em (1) a energia oscila sem grandes saltos. As aproximações com os corpos não alteraram significativamente a variação da energia; em (2) a energia oscila com uma tendência de queda, devido a passagens próximas de pequena variação de energia; em (3) no início a energia apresenta pequenas

amplitudes e dá um salto maior próximo de 50 dias, permanecendo oscilando em um patamar mais elevado entre 50 e 60 dias, quando sofre nova queda. Essas variações ocorreram após passagens próximas com o corpo secundário; (4) entre 5-10 dias há um salto da energia por causa de uma aproximação com o secundário e por fim, em (5) há uma queda após 20 e 30-35 dias de simulação. Todas causadas por aproximações com o corpo secundário.

Figura 7.45 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 - asteroide no periapsis).



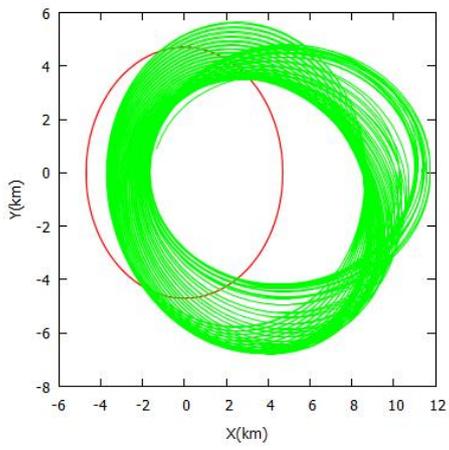
(1)



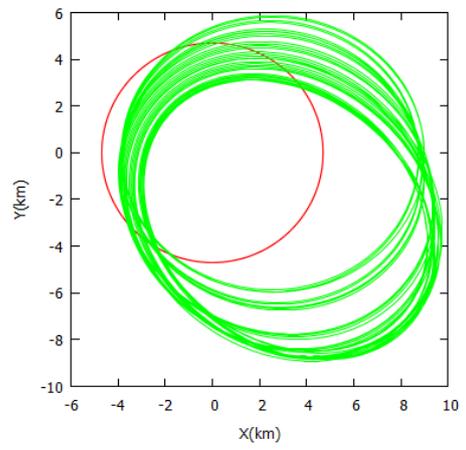
(2)

continua

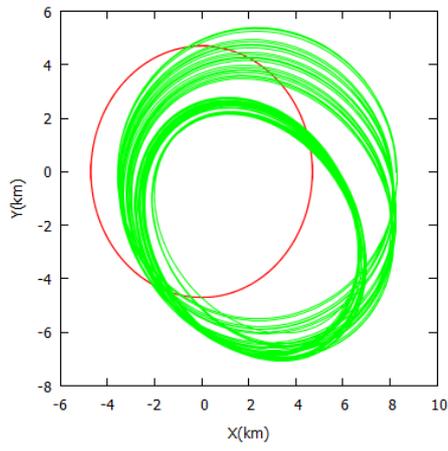
Figura 7.45 - Conclusão.



(3)

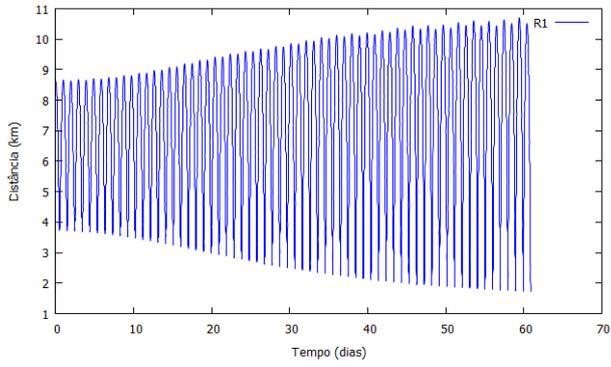


(4)

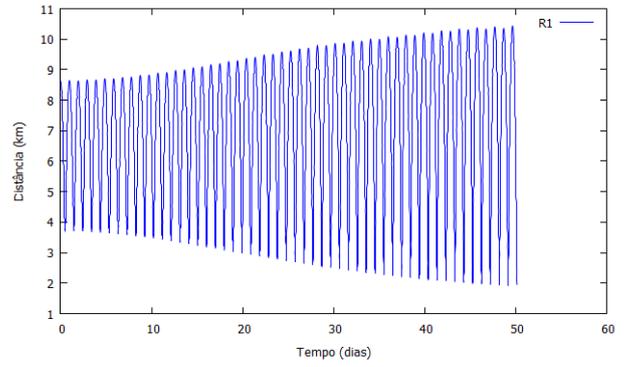


(5)

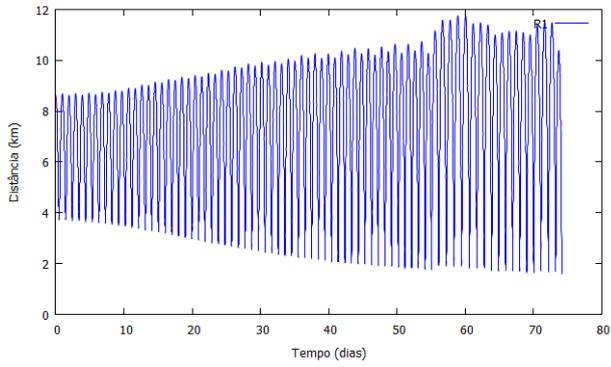
Figura 7.46 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 - asteroide no periapsis).



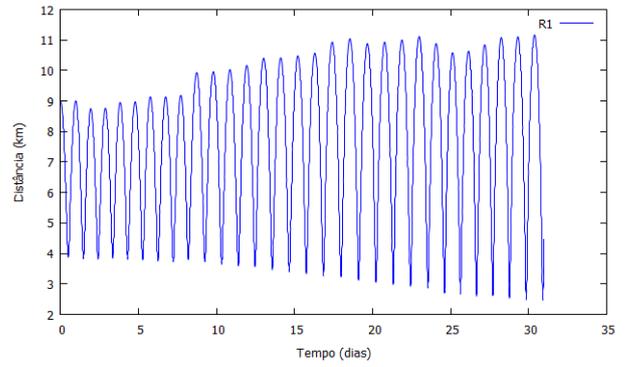
(1)



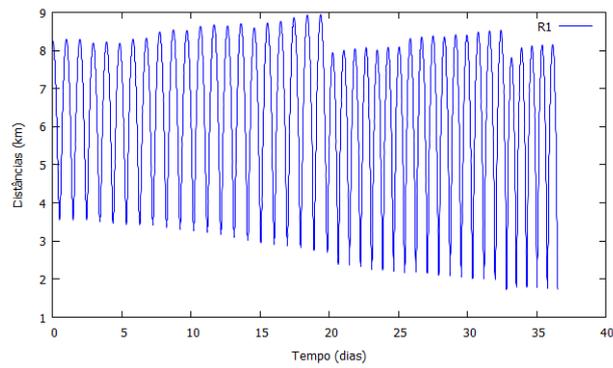
(2)



(3)

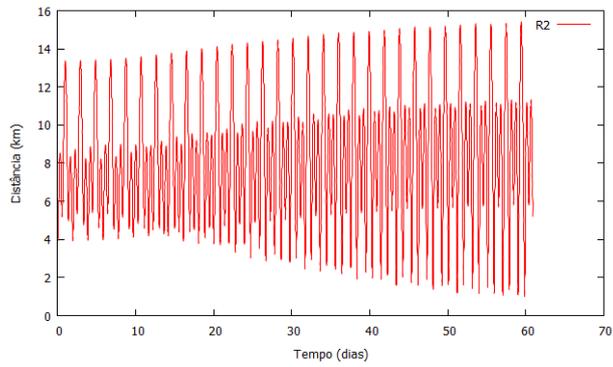


(4)

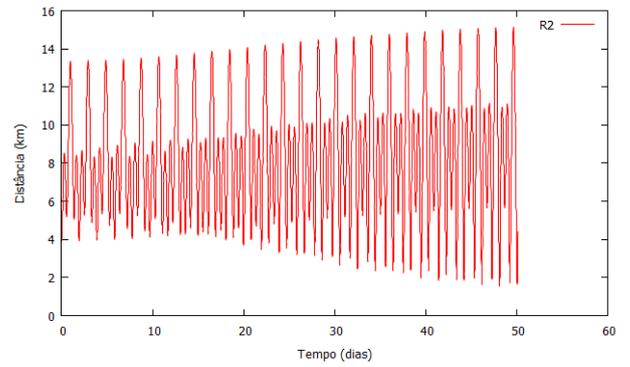


(5)

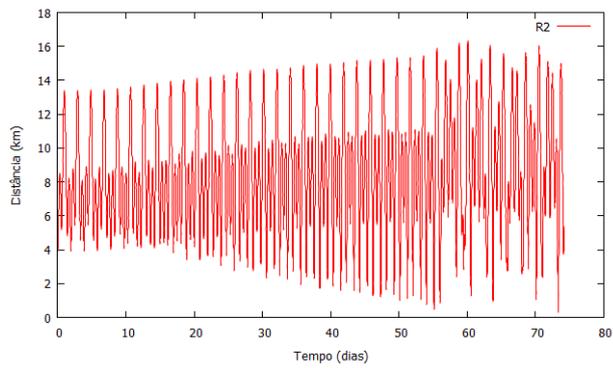
Figura 7.47 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 - asteroide no periapsis).



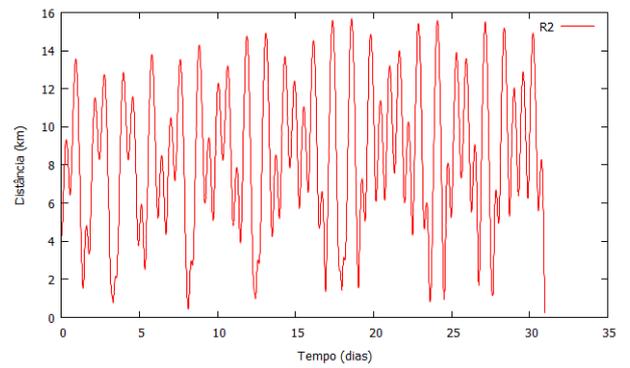
(1)



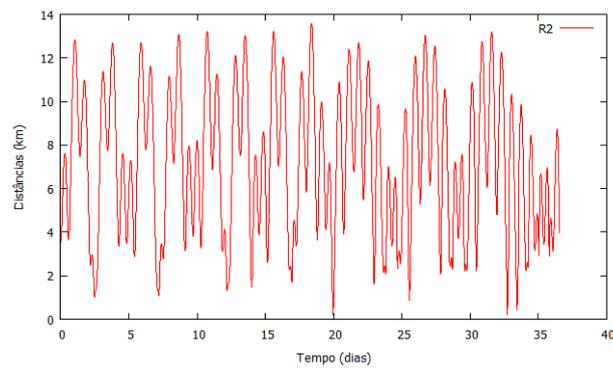
(2)



(3)

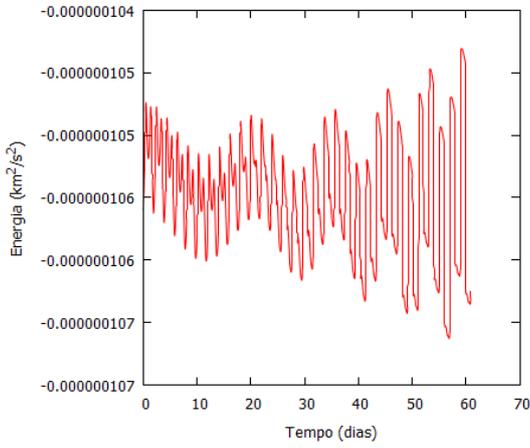


(4)

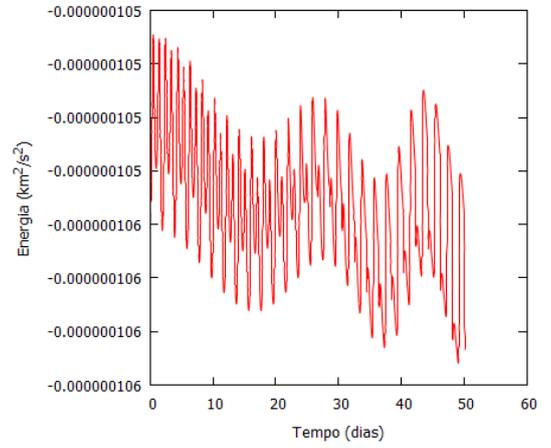


(5)

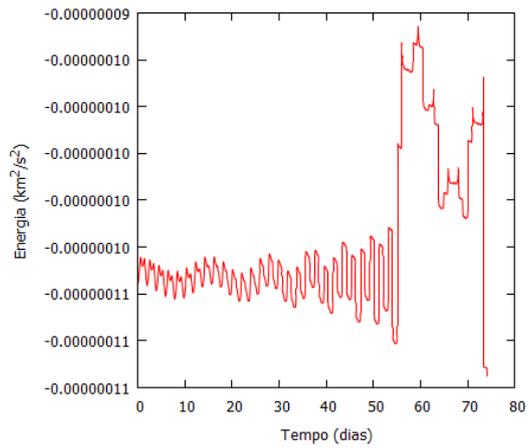
Figura 7.48 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 - asteroide no periapsis).



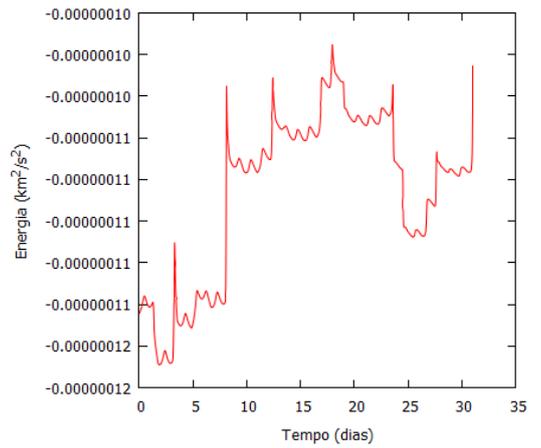
(1)



(2)



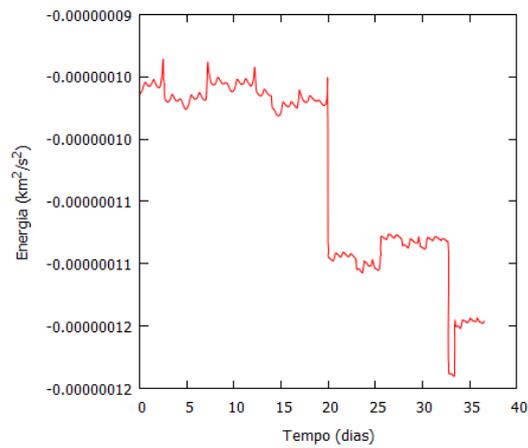
(3)



(4)

continua

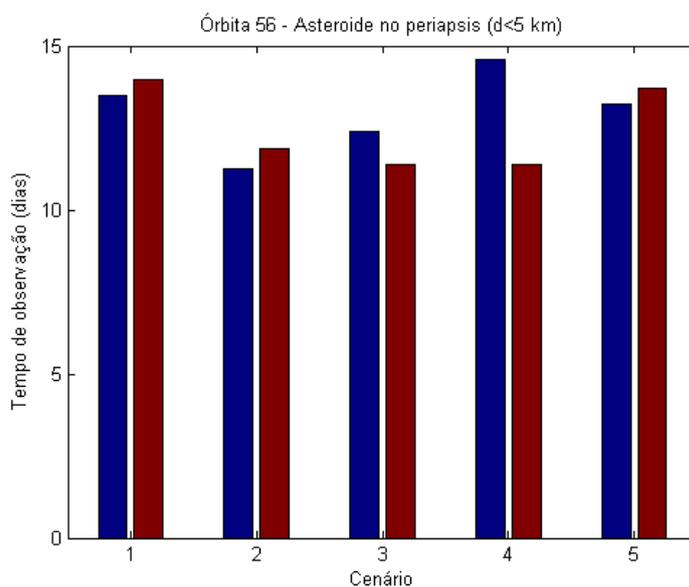
Figura 7.48 - Conclusão.



(5)

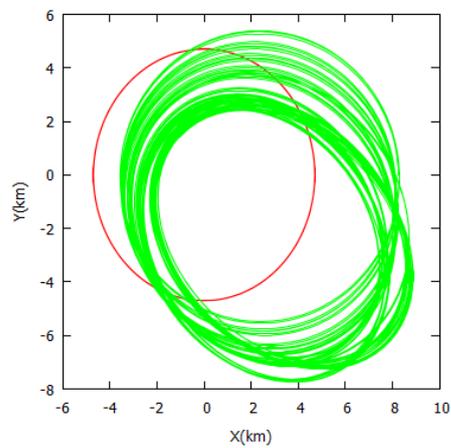
A Órbita 56 é também uma escolha muito interessante para uma órbita inicial. A Figura 7.49 mostra os detalhes. É visível que os tempos de observação vão de 11,26 dias para 14,57 dias em relação ao corpo principal e de 11,37 dias para 13,98 dias para o corpo secundário. É uma distribuição de tempos muito equilibrada, permitindo tempo suficiente para o veículo espacial fazer uma primeira observação dos corpos e uma melhor determinação dos dados físicos.

Figura 7.49 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 56 quando o asteroide está em seu periapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.

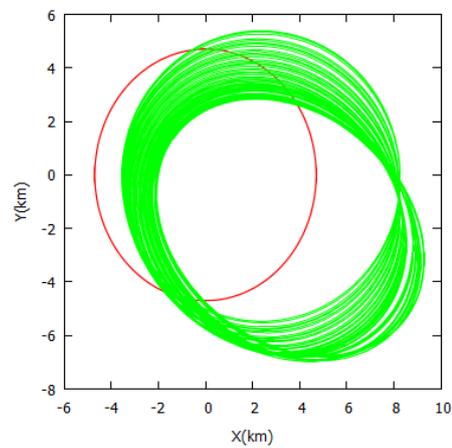


A Figura 7.50 mostra as trajetórias do veículo e do corpo secundário para todos os cenários. A inclinação da trajetória do veículo oscila bastante. As Figuras 7.51 e 7.52 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo. Os tempos de simulação variam em cada caso. Nos cenários (1), (2) e (4) a simulação é interrompida após uma colisão do veículo com o corpo central, e em (3) e (5) após uma colisão com o corpo secundário. Nota-se que na Figura 7.53, a energia em cada cenário varia muito: em (1) as maiores oscilações ocorrem aos 20 e entre 30-40 dias de simulação. As passagens próximas com o corpo secundário provocaram essas mudanças de energia; em (2) a energia sofre um salto entre 25-30 dias. Novamente devido a passagens próximas com o secundário; em (3) a partir dos 30 dias a energia oscila em torno de valores mais elevados. Isso ocorre após aproximações com os dois corpos; em (4) no início a energia permanece com amplitudes menores e entre 60-70 dias sofre uma queda, pois o veículo se aproxima muito do corpo secundário. Por fim, em (5) a partir de 25 dias de simulação a energia alcança valores maiores devido às aproximações com o secundário.

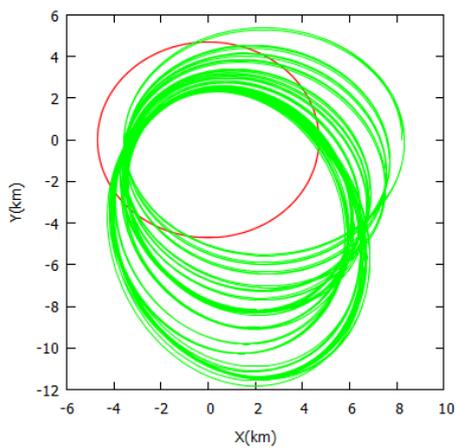
Figura 7.50 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) $R1 + 10\%$ e $R2 - 10\%$, (3) $R1 - 10\%$ e $R2 + 10\%$, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 56 – asteroide no periapsis).



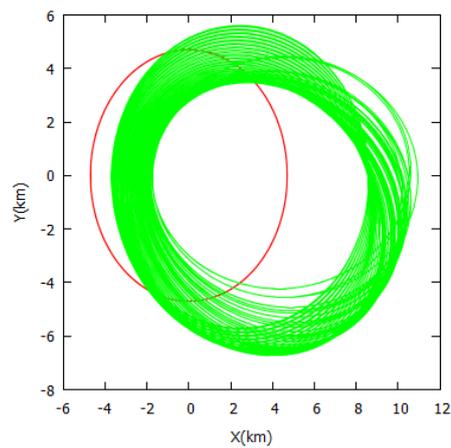
(1)



(2)



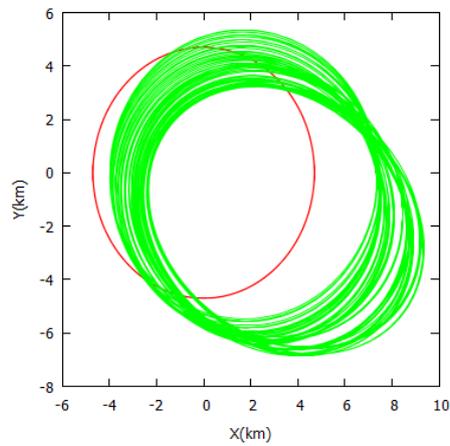
(3)



(4)

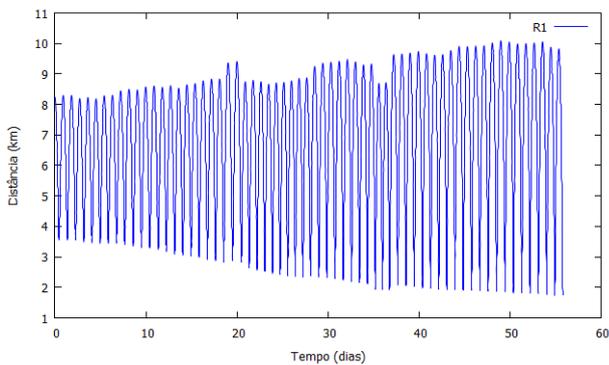
continua

Figura 7.50 - Conclusão.

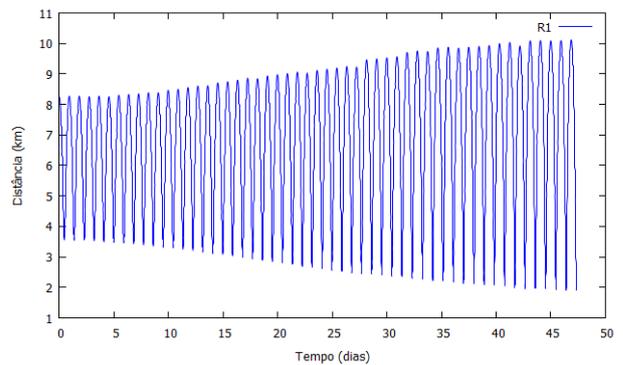


(5)

Figura 7.51 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) $R1 + 10\%$ e $R2 - 10\%$, (3) $R1 - 10\%$ e $R2 + 10\%$, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 56 – asteroide no periapsis).



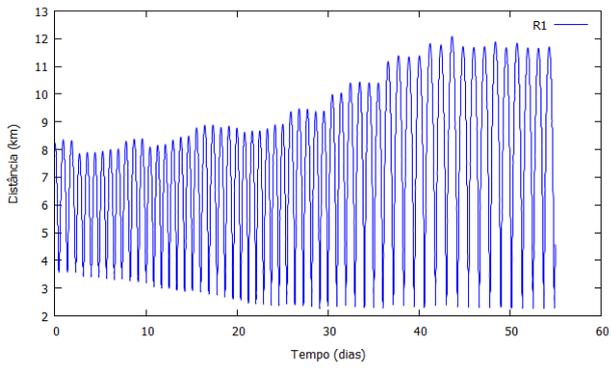
(1)



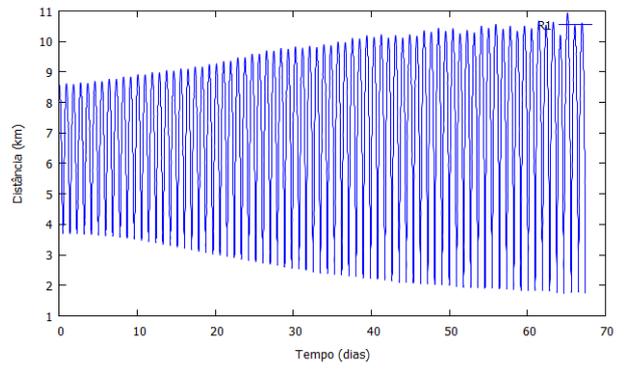
(2)

continua

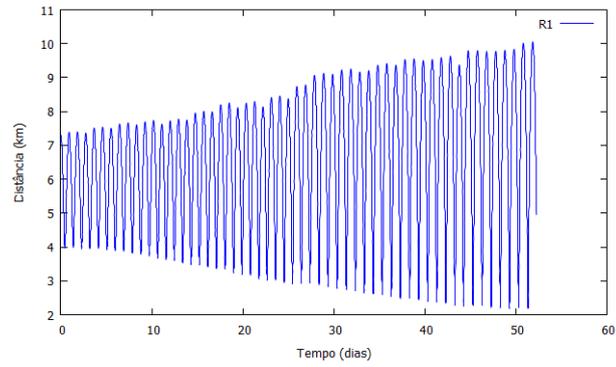
Figura 7.51 - Conclusão.



(3)

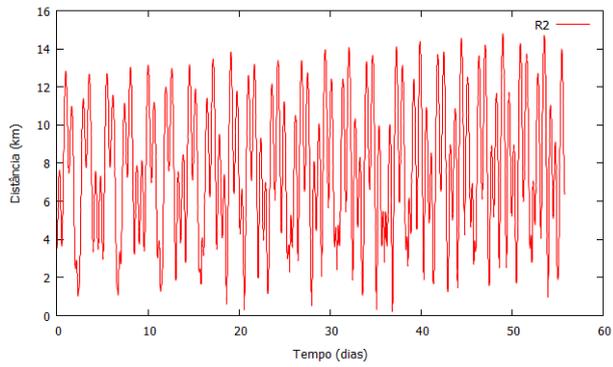


(4)

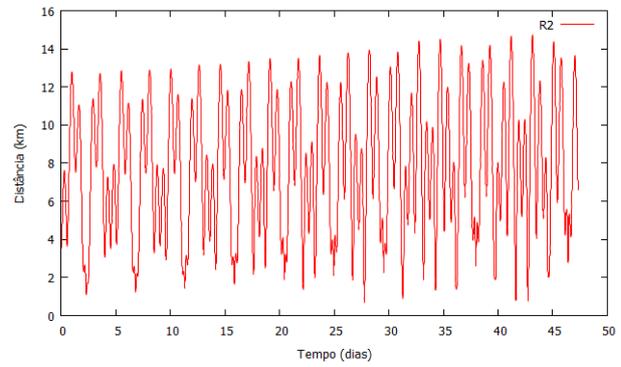


(5)

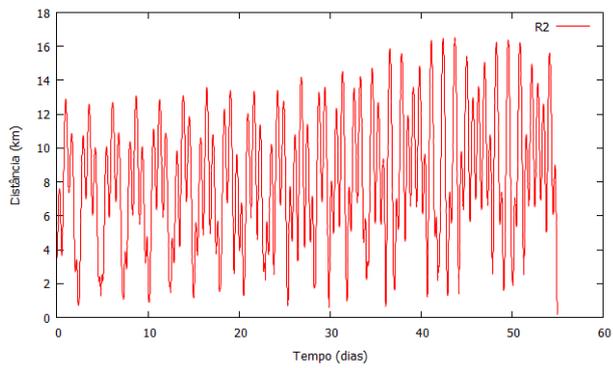
Figura 7.52 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 56 - asteroide no periapsis).



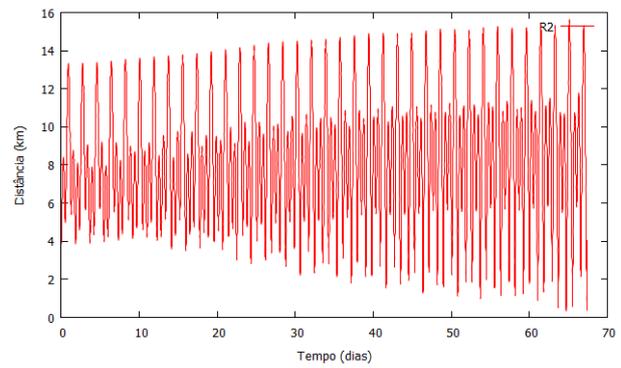
(1)



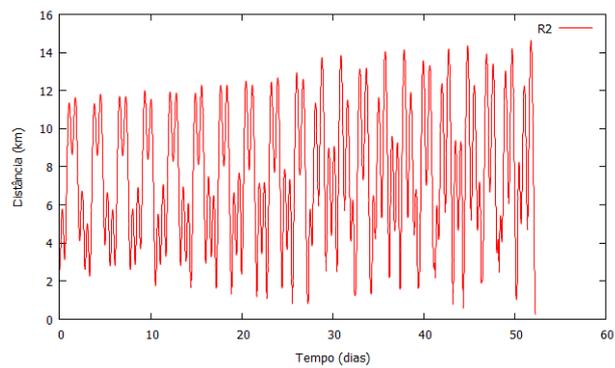
(2)



(3)

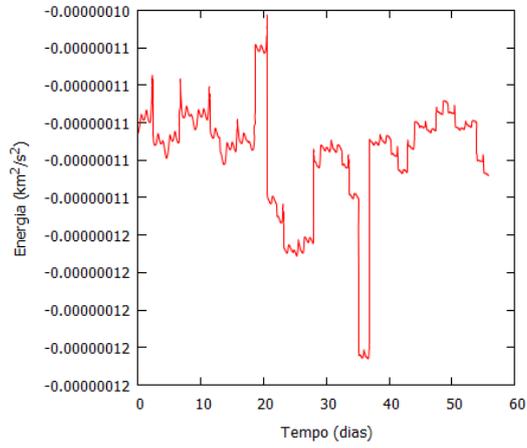


(4)

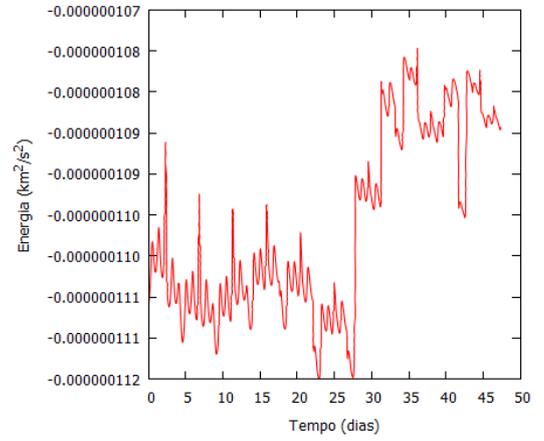


(5)

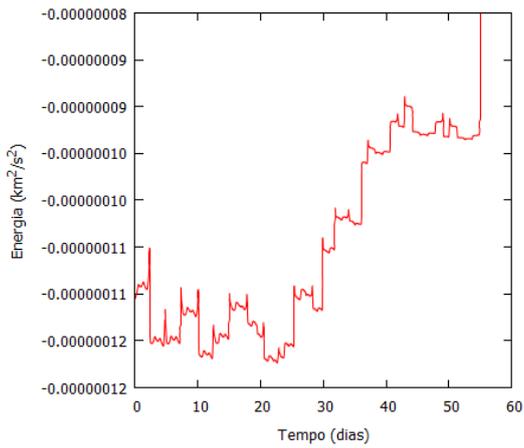
Figura 7.53 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 56 – asteroide no periapsis).



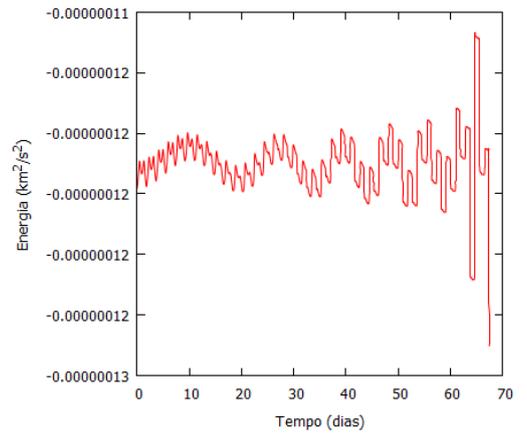
(1)



(2)



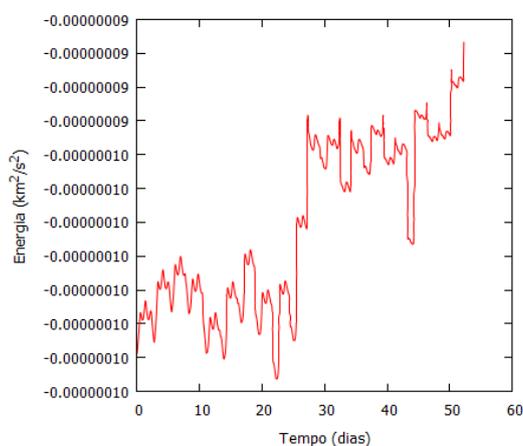
(3)



(4)

continua

Figura 7.53 - Conclusão.



(5)

Ao considerar o asteroide em seu apoapsis, as Órbitas 36 e 45 são descritas em detalhes. A Órbita 36 é mostrada na Figura 7.54. Os tempos de observação vão de 4,89 dias a 18,41 dias em relação ao corpo principal e de 3,01 dias a 12,40 dias para o corpo secundário. A Figura 7.55 mostra as trajetórias do veículo e do corpo secundário para todos os cenários. Observa-se que o veículo permanece ao redor dos corpos do sistema. As Figuras 7.56 e 7.57 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo. Os tempos de simulação variam em cada cenário e em todos os casos a simulação é interrompida após uma colisão do veículo com o corpo secundário. Nota-se que na Figura 7.58, as oscilações da energia em cada cenário variam: em (1) existem oscilações de queda e ganho de energia na primeira metade simulação. Isso ocorre devido às aproximações com os corpos do sistema; em (2) após 15 dias há uma queda da energia devido uma passagem próxima pelo corpo secundário; em (3) há uma queda entre 3-4 dias após uma passagem bem próxima ao corpo secundário; em (4) o veículo passa perto do corpo secundário após 5 dias, aumentando a energia. Por fim, em (5) há uma queda após 3 dias de simulação causada após uma aproximação com o secundário.

Figura 7.54 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 36 quando o asteroide está em seu apoapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.

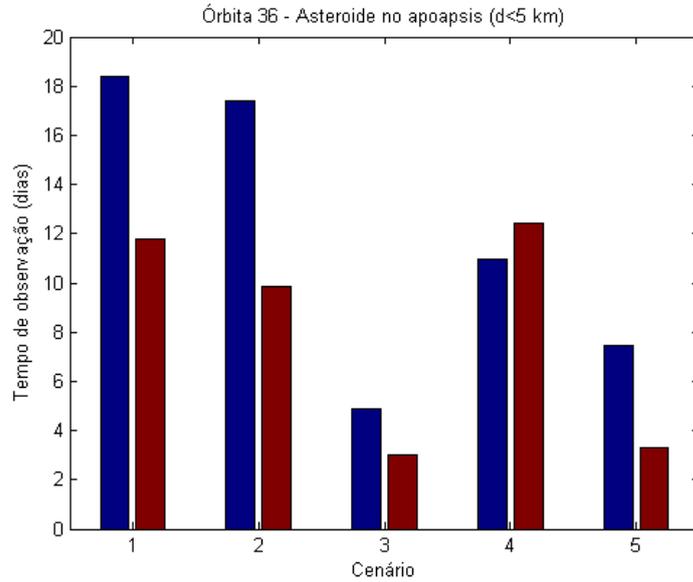
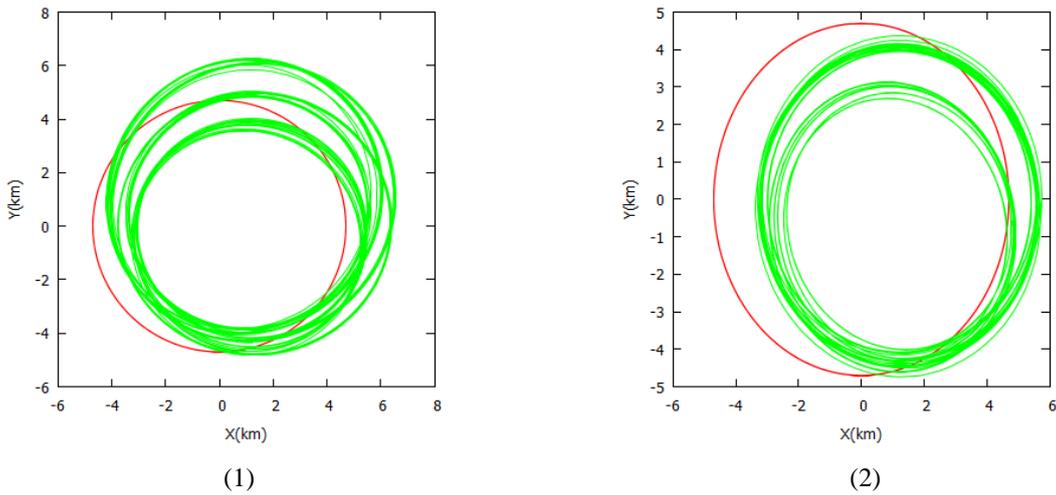
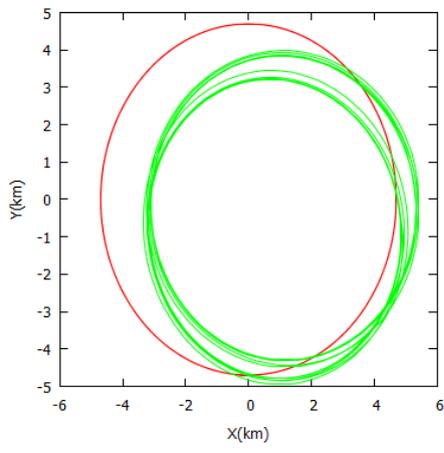


Figura 7.55 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 36 - asteroide no apoapsis).

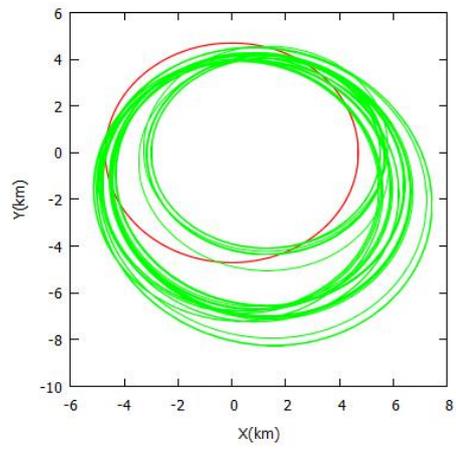


continua

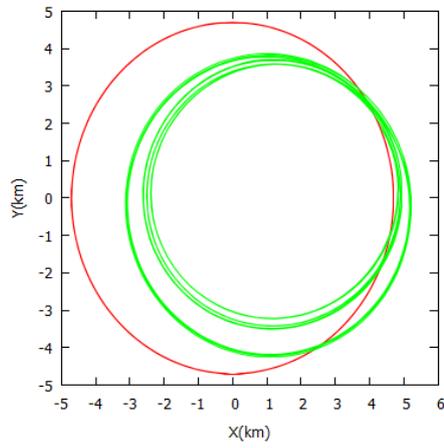
Figura 7.55 - Conclusão.



(3)

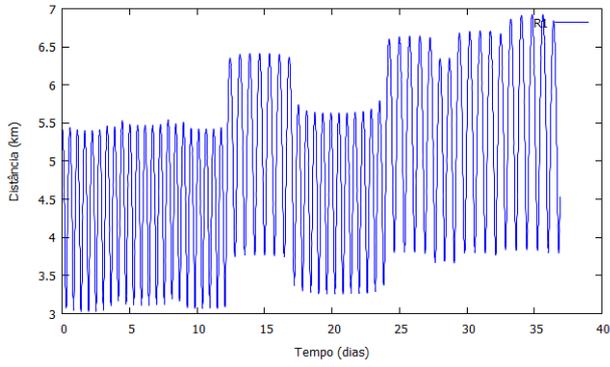


(4)

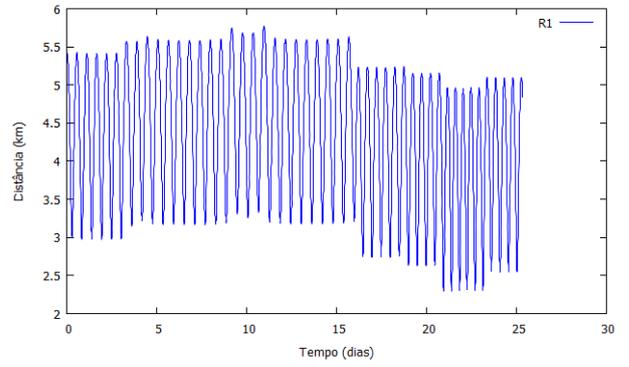


(5)

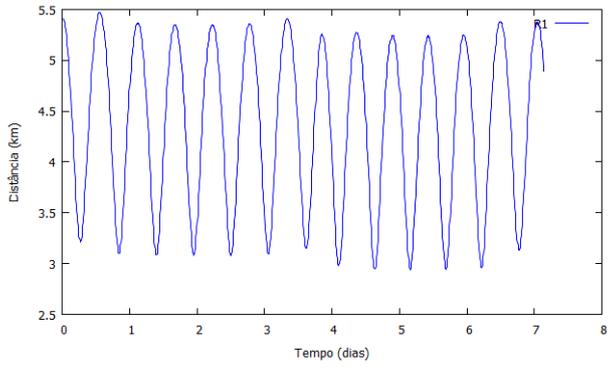
Figura 7.56 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 36 - asteroide no apoapsis).



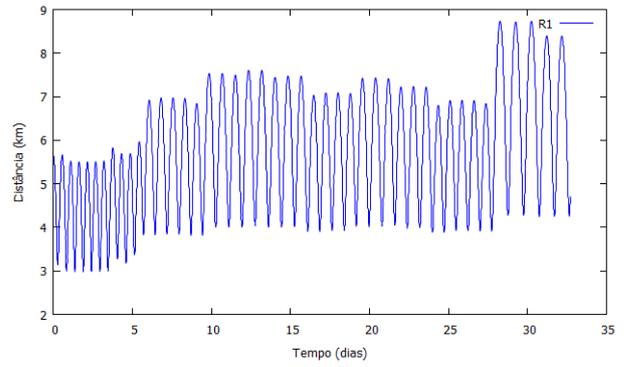
(1)



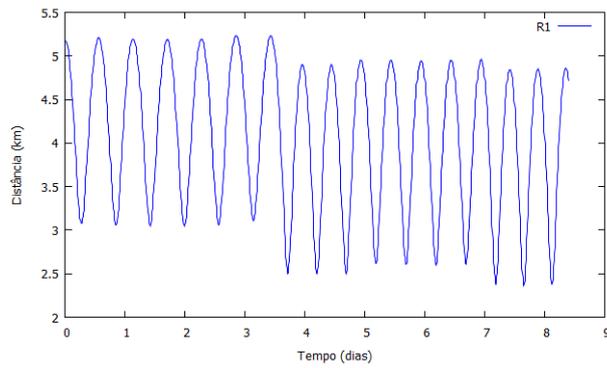
(2)



(3)

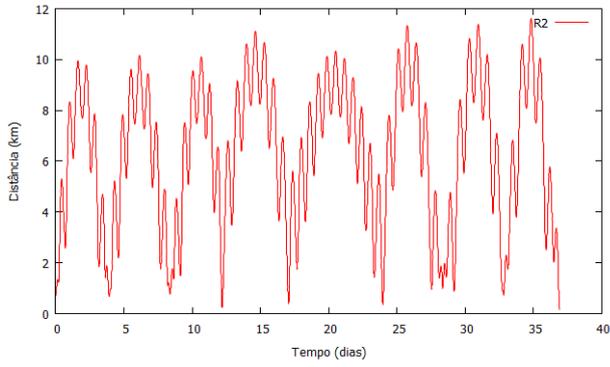


(4)

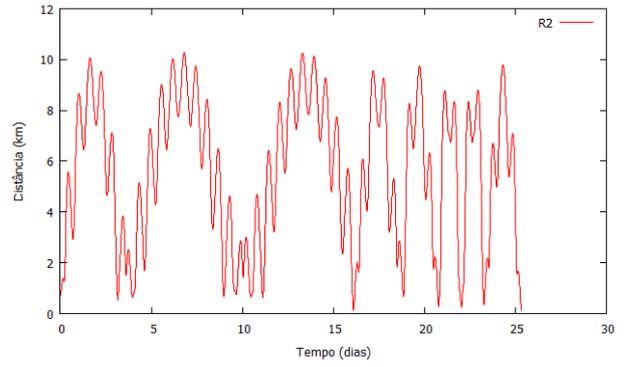


(5)

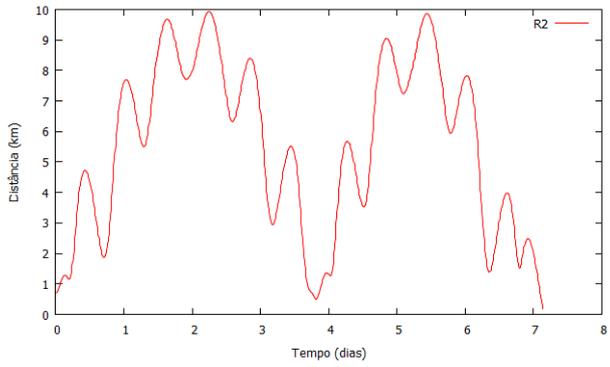
Figura 7.57 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 36 - asteroide no apoapsis).



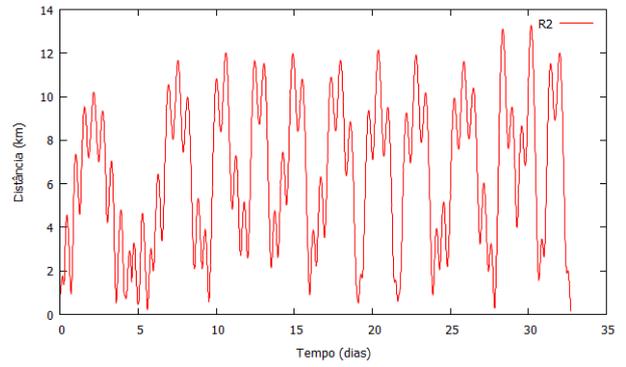
(1)



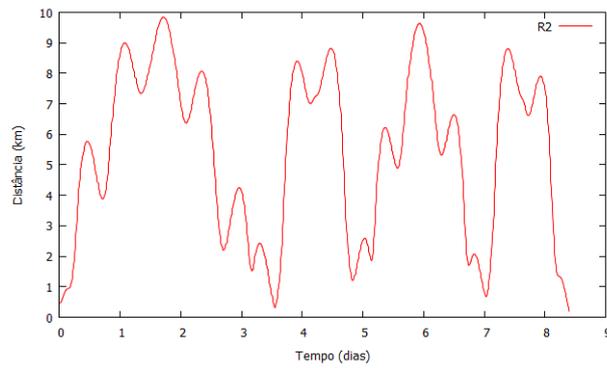
(2)



(3)

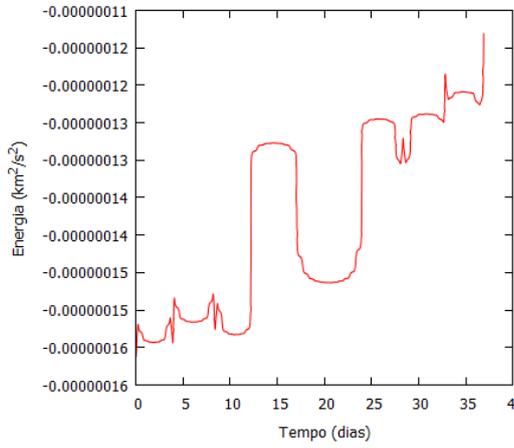


(4)

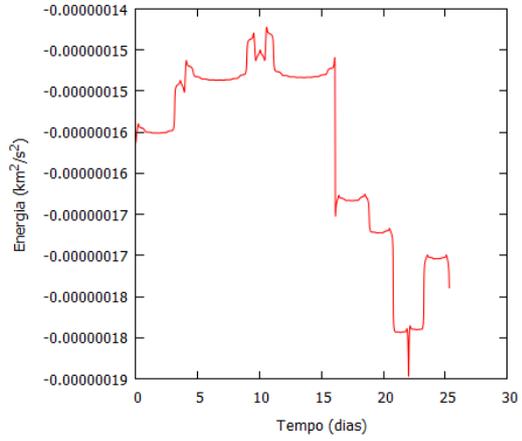


(5)

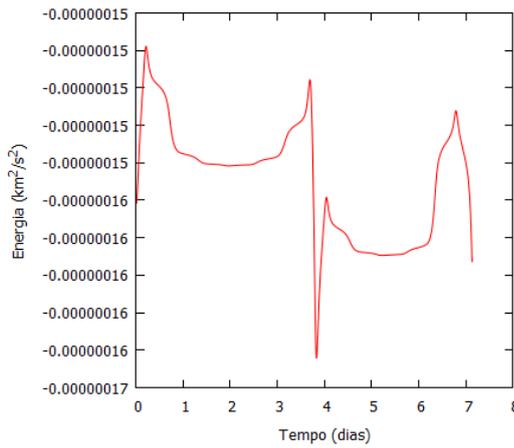
Figura 7.58 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 36 – asteroide no apoapsis).



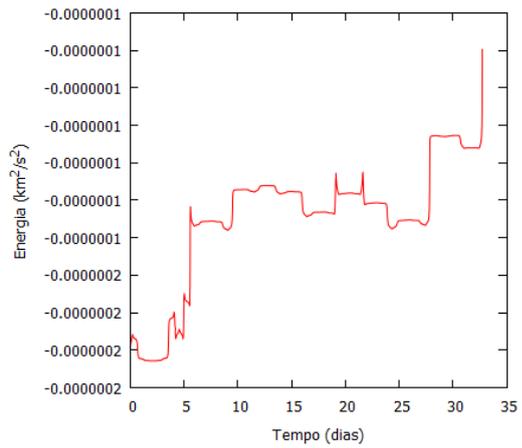
(1)



(2)



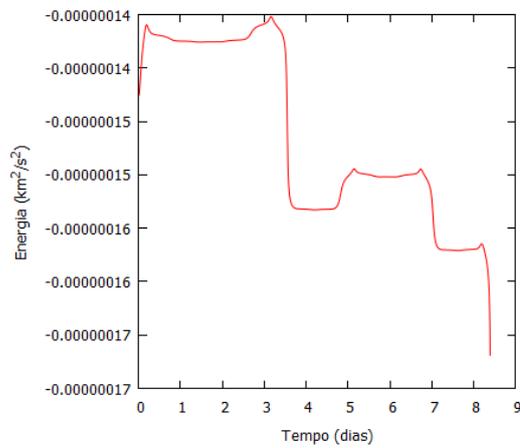
(3)



(4)

continua

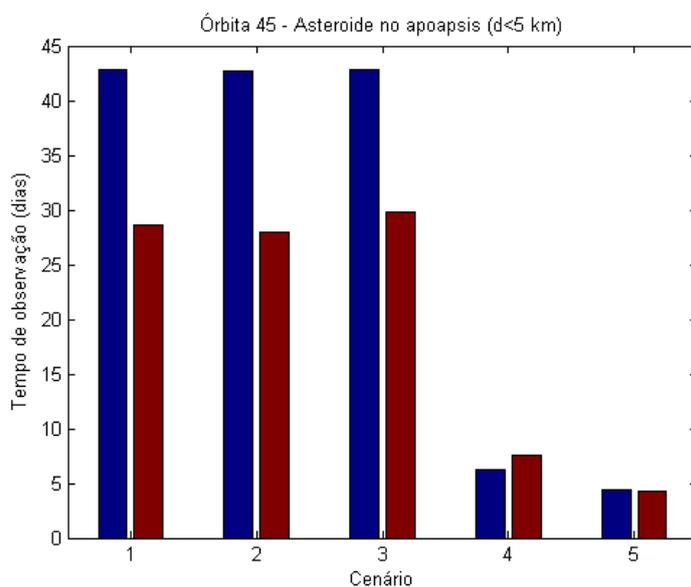
Figura 7.58 - Conclusão.



(5)

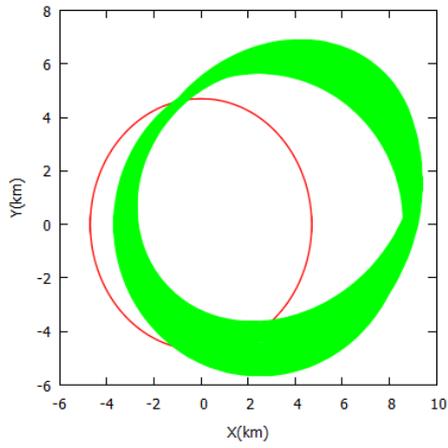
A Órbita 45 é ainda mais interessante e é mostrada na Figura 7.59. Os tempos de observação vão de 4,40 dias a 42,82 dias em relação ao corpo principal, mas o aspecto mais importante da órbita é que ele tem valores muito eficientes, acima de 42 dias, para o três primeiros cenários, que inclui o importante caso de valores nominais, bem como os dois cenários com imprecisões nos tamanhos dos corpos. Com relação ao corpo secundário, os tempos de observação vão de 4,27 dias a 29,77 dias, com valores semelhantes para os três cenários, acima de 27 dias.

Figura 7.59 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 45 quando o asteroide está em seu apoapsis para os cinco cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão.

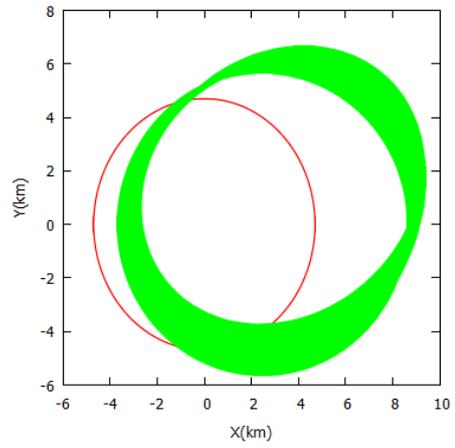


A Figura 7.60 mostra as trajetórias do veículo e do corpo secundário para todos os cenários. A trajetória do veículo apresenta variações na inclinação. As Figuras 7.61 e 7.62 mostram as distâncias entre o veículo espacial e os dois corpos do sistema, em função do tempo. Os tempos de simulação variam em cada cenário. Nos casos (1)-(3) a simulação dura o tempo total e em (4) e (5) a simulação é interrompida após uma colisão do veículo com o corpo secundário. Nota-se que na Figura 6.63, as oscilações da energia tem pequena amplitude nos cenários (1), (2) e (3). As aproximações com os corpos não afetaram a energia do veículo; em (4) após 20 dias há uma queda após passagens próximas com o secundário e por fim, em (5) há também uma queda, mas após 12 dias de simulação devido à aproximação com o corpo secundário.

Figura 7.60 - Trajetória do veículo (verde) e do corpo secundário (vermelho) para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) $R1 + 10\%$ e $R2 - 10\%$, (3) $R1 - 10\%$ e $R2 + 10\%$, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 – asteroide no apoapsis).



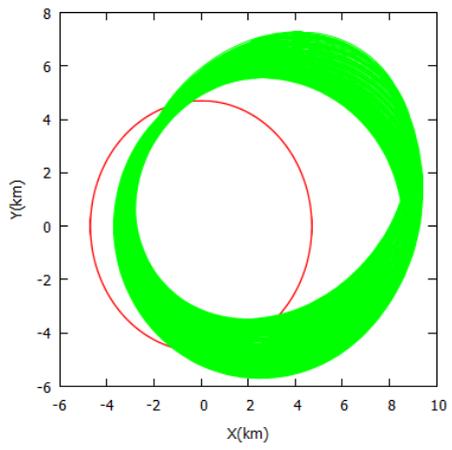
(1)



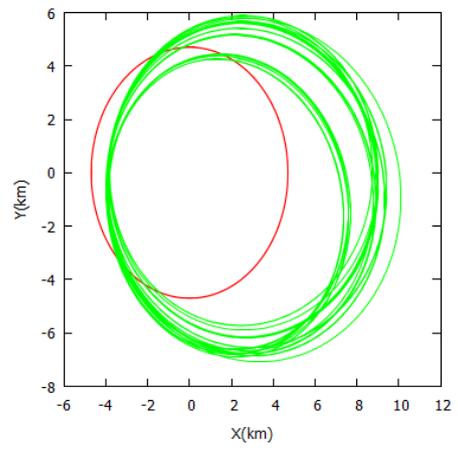
(2)

continua

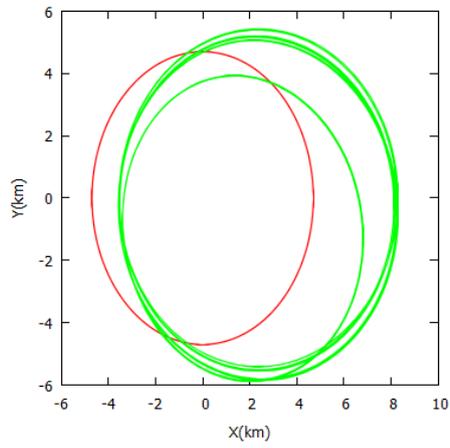
Figura 7.60 - Conclusão.



(3)

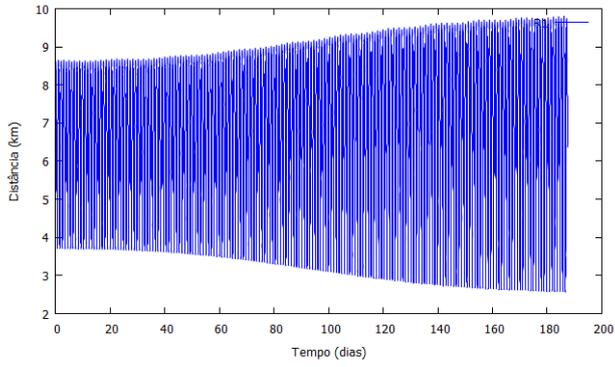


(4)

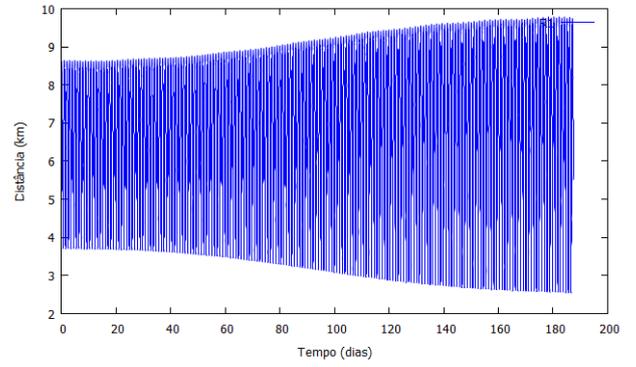


(5)

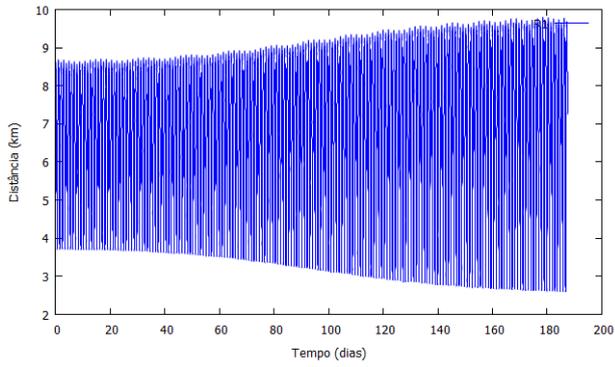
Figura 7.61 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo central para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 - asteroide no apoapsis).



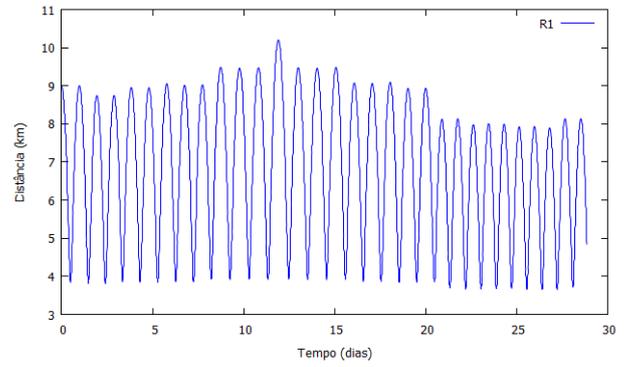
(1)



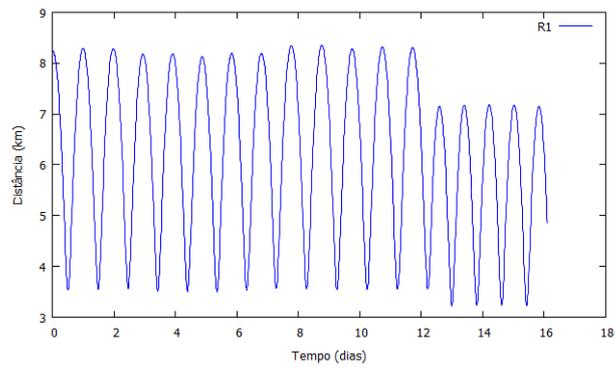
(2)



(3)

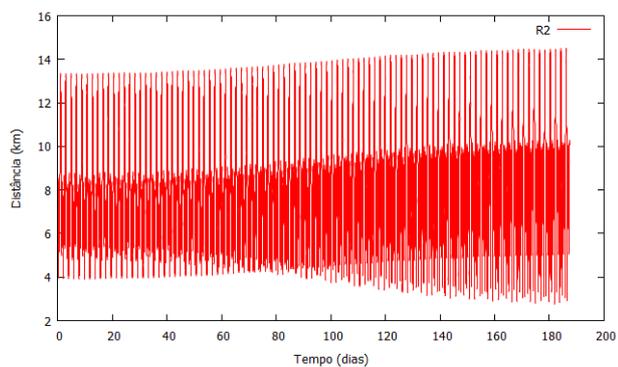


(4)

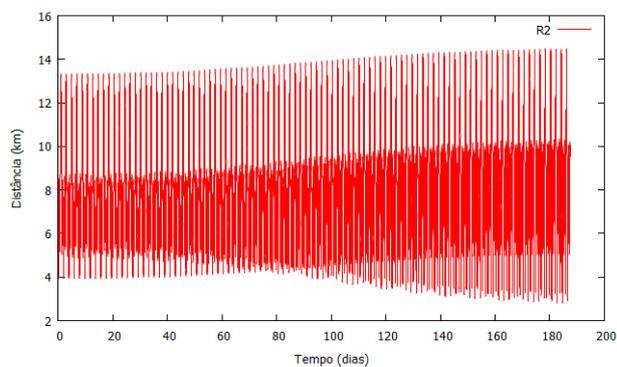


(5)

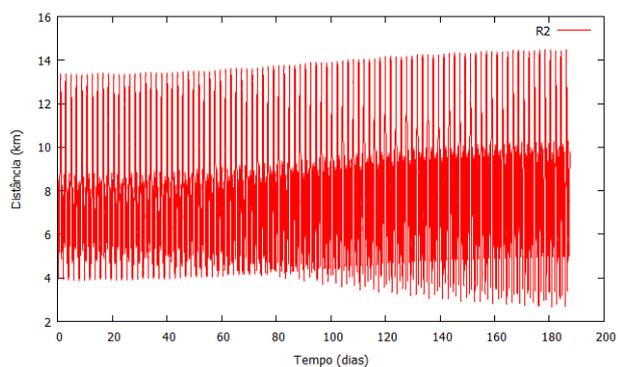
Figura 7.62 - Distâncias do veículo em função do tempo até o corpo secundário para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 - asteroide no apoapsis).



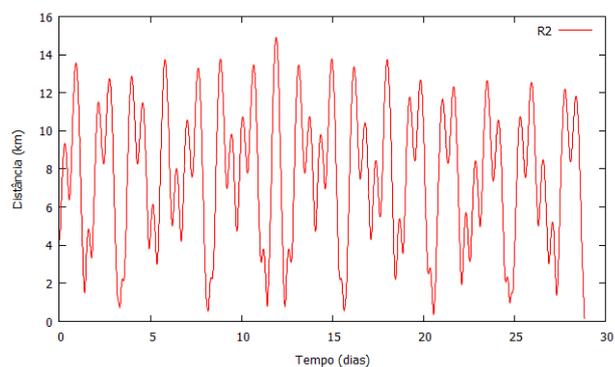
(1)



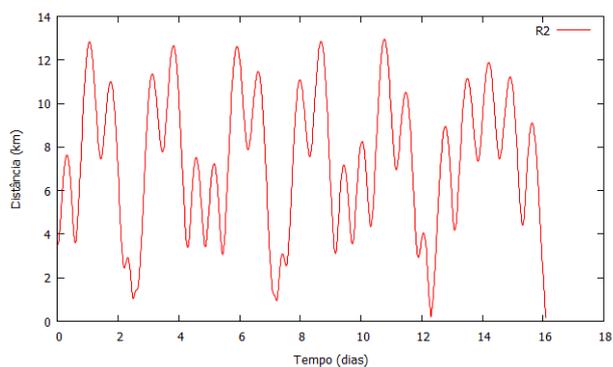
(2)



(3)

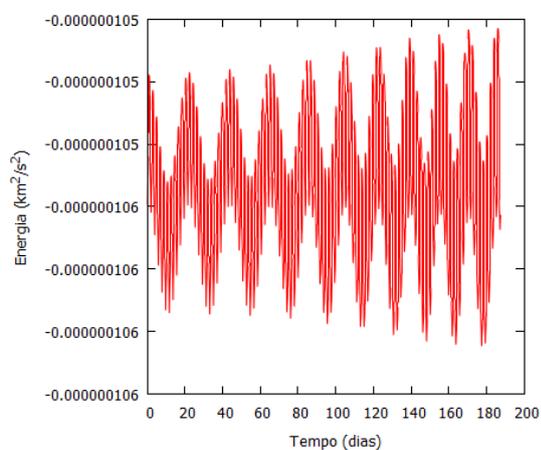


(4)

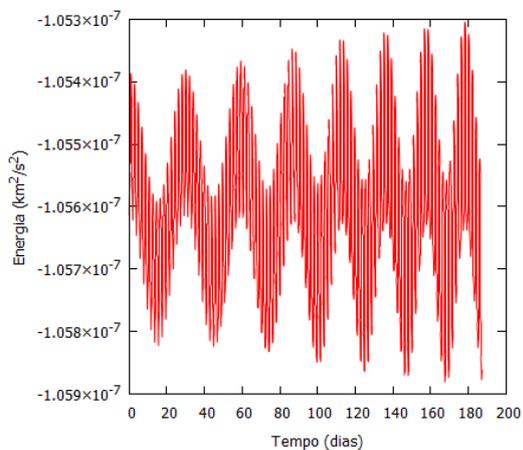


(5)

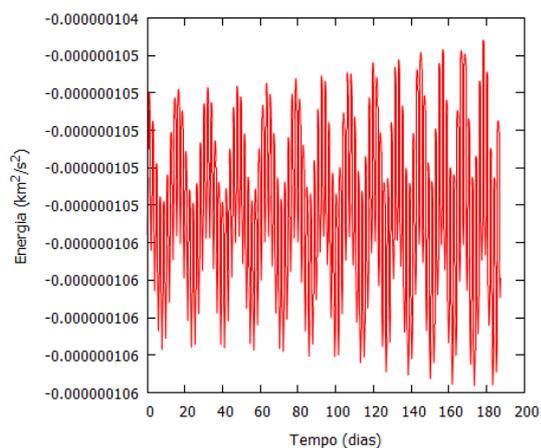
Figura 7.63 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários: (1) Valores nominais, (2) R1 + 10% e R2 - 10%, (3) R1 - 10% e R2 + 10%, (4) Massa mais imprecisão e (5) Massa menos imprecisão (Órbita 45 – asteroide no apoapsis).



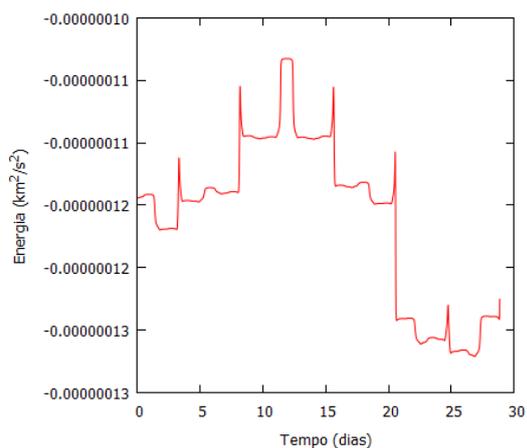
(1)



(2)



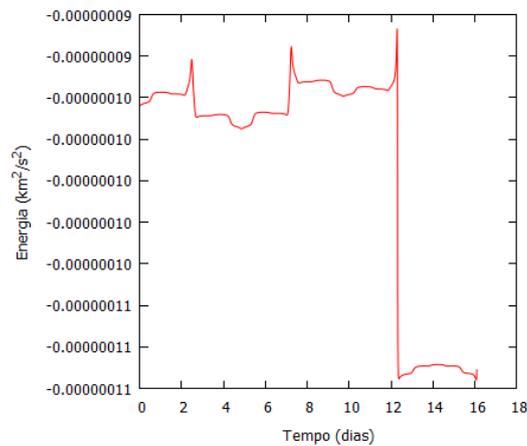
(3)



(4)

continua

Figura 7.63 - Conclusão.



(5)

Essas órbitas têm uma pequena sensibilidade a imprecisões nos dados físicos e podem ser usadas como uma órbita de estacionamento inicial para o veículo espacial. A partir dessas órbitas mais estáveis em relação às imprecisões, o veículo pode analisar os tamanhos dos corpos, fazer uma melhor estimativa das massas e raios e, em seguida, selecionar outras órbitas para colocar o veículo. Isso significa que, para a órbita inicial, é interessante escolher órbitas que têm tempos de observação menores na situação nominal, mas que preservam bons valores em todos os cenários de imprecisão.

7.2.4 Comentários

Considerando os efeitos das imprecisões, observa-se que existem muitas consequências diferentes. Em algumas órbitas os tempos de observação chegam a ser nulos, conforme o tipo de imprecisão. Existem outras em que não há mudança significativa no tempo de observação. Isso significa que o tipo de análise aqui efetuada é muito importante, pois pode indicar as melhores órbitas a serem utilizadas em situações onde os dados físicos são diferentes dos esperados. Esse estudo também indica as órbitas em que, mesmo considerando todos os tipos de imprecisões possíveis, não existam tempos de observação muito próximos de zero. Essas órbitas são candidatas a receberem inicialmente o veículo, pois a partir delas poderá observar os corpos e fazer uma

determinação mais precisa dos dados físicos. Esses resultados foram publicados na revista *Astrophysics and Space Science* (MESCOLOTTI et al., 2017a). A análise do ângulo ressonante entre o veículo e o corpo secundário mostrou que esse ângulo apresenta oscilação entre 0 - 360 graus e não libra em torno de um valor, caracterizando um veículo com uma órbita que não está em ressonância com a órbita do corpo secundário.

7.3 Análise dos efeitos da variação do J_2 dos corpos do sistema duplo

O valor do achatamento (J_2) do corpo central não foi encontrado na Literatura, então devido a isso, o objetivo deste estudo é definir alguns valores para os achatamentos dos dois corpos do sistema e analisar os efeitos dessas variações nos asteroides em trajetórias de um veículo espacial que permaneça o maior tempo possível ao redor do sistema. Já que o achatamento do corpo central do sistema é desconhecido, optou-se por variar o valor do J_2 para ambos os corpos e analisar o comportamento das órbitas simuladas. As trajetórias mais úteis para a missão serão selecionadas de acordo com o tempo de observação dos corpos do asteroide duplo. Esse estudo é necessário, pois com esse tipo de análise é possível verificar quais órbitas sofrem alguma mudança no tempo de observação. O tempo de simulação também foi de 187,50 dias.

As integrações são divididas em nove cenários que são mostrados na Tabela 7.4. A primeira coluna mostra o número do cenário e a segunda coluna mostra os valores adotados para o achatamento (J_2) dos corpos do sistema, em que $J_{2\text{princ}}$ representa o achatamento do corpo principal e $J_{2\text{sec}}$ representa o valor do achatamento para o corpo secundário.

Tabela 7.4 – Cenários simulados.

Cenário	Valores do J_2
1	$J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0$
2	$J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$
3	$J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$
4	$J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0$
5	$J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$
6	$J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$
7	$J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0$
8	$J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$
9	$J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$

Os valores do J_2 definidos foram encontrados de acordo com a Equação 7.1 (ROSSI ET AL., 1999):

$$C_{20} = \frac{2c^2 - (b^2 + a^2)}{10R_e^2} \quad (7.1)$$

em que C_{20} é o coeficiente que representa a irregularidade dos corpos, apresentado em função dos eixos a , b e c do elipsoide, para $a \geq b \geq c$; $R_e = a$ é o raio equatorial do corpo. Essa equação relaciona as medidas físicas do corpo com o coeficiente de achatamento e é bastante usada na Literatura. Por definição, $J_2 = -C_{20}$, então observa-se na Tabela 7.5 os valores do achatamento, em que definiu-se $a = b = 5$ e c variando de 1 a 5. O corpo é considerado achatado nos pólos, por isso, $a = b$.

Tabela 7.5 - Valores do achatamento definidos.

$a = b$	c	$J_2 = -C_{20}$
5	1	0,192
5	2	0,168
5	3	0,128
5	4	0,072
5	5	0

Assim, foi definido que os valores de $J_{2\text{princ}}$ e $J_{2\text{sec}}$ seriam variados entre 0 e 0,2 (Tabela 7.4). A nomenclatura das sete órbitas escolhidas pode ser vista na Tabela 7.6. As Tabelas 7.7-7.9 mostram os tempos de observação para cada órbita em todos os cenários simulados.

Tabela 7.6 – Nomenclatura das órbitas simuladas.

Órbita	Órbitas com o veículo começando no periapsis
2	Interna inicialmente na ressonância 2:3
3	Interna inicialmente na ressonância 4:5
23	Externa inicialmente na ressonância 4:5
26	Externa inicialmente na ressonância 5:6
	Órbitas com o veículo começando no apoapsis
34	Interna inicialmente na ressonância 4:5
45	Externa inicialmente na ressonância 2:3
48	Externa inicialmente na ressonância 3:4

Tabela 7.7 - Primeiro grupo de órbitas.

Valores Nominais			$J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$		$J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$	
Órbitas com o veículo começando no periapsis	Anomalia 0°	Anomalia 180°	Anomalia 0°	Anomalia 180°	Anomalia 0°	Anomalia 180°
2 (I 2:3)						
R ₁	177,18	151,79	177,18	151,80	177,17	151,81
R ₂	99,69	83,53	99,70	83,56	99,71	83,59
3 (I 3:4)						
R ₁	161,92	159,80	161,83	159,84	161,82	159,81
R ₂	90,95	90,25	90,88	90,29	90,89	90,36
23 (E 4:5)						
R ₁	21,77	40,17	25,18	9,49	8,02	8,02
R ₂	21,83	25,84	26,81	9,46	6,69	6,69
26 (E 5:6)						
R ₁	8,93	13,83	8,22	30,29	6,53	5,34
R ₂	9,25	14,43	7,48	20,47	5,93	5,52
Órbitas com o veículo começando no apoapsis						
34 (I 4:5)						
R ₁	11,83	14,26	4,49	18,74	4,49	12,18
R ₂	6,82	8,17	2,68	9,56	2,67	6,22
45 (E 2:3)						
R ₁	13,16	42,77	13,15	42,77	13,15	42,76
R ₂	10,05	28,59	10,05	28,59	10,05	28,59
48 (E 3:4)						
R ₁	16,53	30,20	9,28	31,03	9,28	31,38
R ₂	16,25	33,70	10,19	34,94	10,20	35,11

Tabela 7.8 - Segundo grupo de órbitas.

$J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0$			$J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$		$J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$	
Órbitas com o veículo começando no periapsis	Anomalia 0°	Anomalia 180°	Anomalia 0°	Anomalia 180°	Anomalia 0°	Anomalia 180°
	2 (I 2:3)					
R ₁	8,10	19,49	8,10	17,86	8,10	20,95
R ₂	3,79	8,92	3,79	8,07	3,79	9,40
3 (I 3:4)						
R ₁	3,67	4,58	4,09	8,58	4,09	4,64
R ₂	1,64	2,25	2,34	4,07	2,31	2,33
23 (E 4:5)						
R ₁	4,16	10,80	4,16	11,41	4,16	5,64
R ₂	2,12	15,73	2,11	15,34	2,10	7,22
26 (E 5:6)						
R ₁	4,03	15,54	11,93	14,39	2,08	1,43
R ₂	4,49	14,05	10,18	10,39	2,93	1,81
Órbitas com o veículo começando no apoapsis						
34 (I 4:5)						
R ₁	5,53	1,92	7,03	1,92	7,83	7,39
R ₂	3,03	1,11	3,89	1,11	4,35	6,96
45 (E 2:3)						
R ₁	7,57	43,34	7,57	43,34	7,58	43,34
R ₂	42,97	30,18	42,94	30,19	42,96	30,18
48 (E 3:4)						
R ₁	11,46	52,51	11,47	52,49	11,48	52,46
R ₂	64,93	59,49	64,91	59,48	64,91	59,49

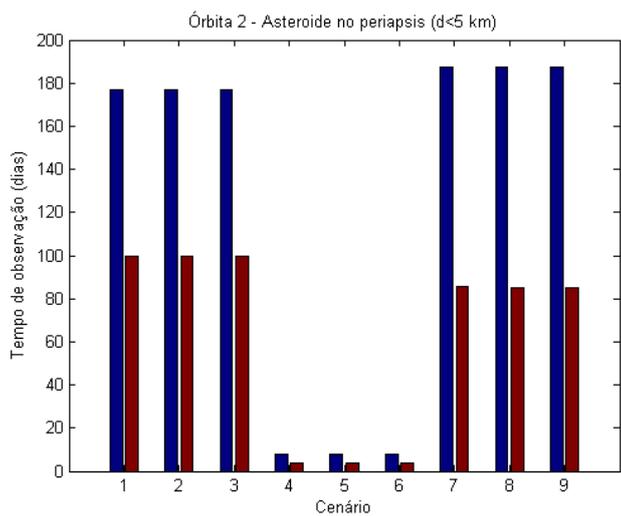
Tabela 7.9 - Terceiro grupo de órbitas.

$J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0$			$J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$		$J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$	
Órbitas com o veículo começando no periapsis	Anomalia 0°	Anomalia 180°	Anomalia 0°	Anomalia 180°	Anomalia 0°	Anomalia 180°
	2 (I 2:3)					
R ₁	187,50	187,50	187,50	187,50	187,50	187,50
R ₂	85,39	85,49	85,35	85,48	85,35	85,48
3 (I 3:4)						
R ₁	187,50	187,50	187,50	187,50	187,50	187,50
R ₂	79,32	79,32	79,31	79,32	79,35	79,34
23 (E 4:5)						
R ₁	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41
R ₂	0,81	0,80	0,81	0,80	0,81	0,80
26 (E 5:6)						
R ₁	86,20	94,34	86,18	94,26	86,18	94,32
R ₂	187,50	187,50	187,50	187,50	187,50	187,50
Órbitas com o veículo começando no apoapsis						
34 (I 4:5)						
R ₁	14,22	10,43	13,85	13,72	9,34	19,72
R ₂	13,14	4,67	8,45	8,48	4,10	9,69
45 (E 2:3)						
R ₁	41,32	10,02	41,33	15,98	41,30	35,28
R ₂	43,88	7,69	44,03	15,82	44,22	34,32
48 (E 3:4)						
R ₁	2,34	0,98	1,71	0,98	1,80	0,98
R ₂	42,82	1,03	2,27	1,03	2,93	1,03

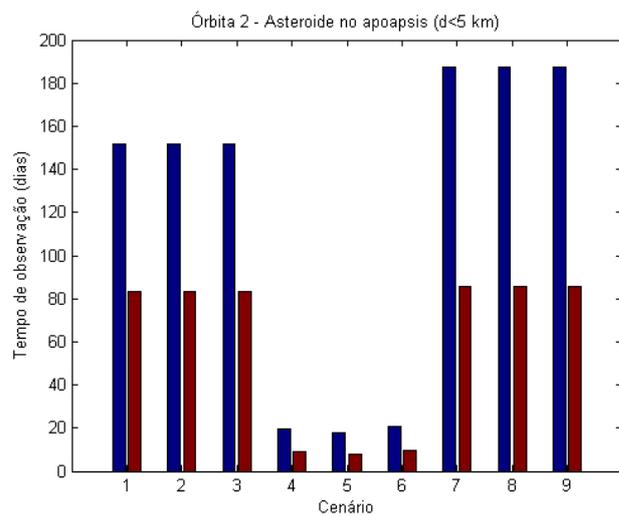
A Órbita 2 é interna inicialmente na ressonância 2:3 com o corpo secundário e é uma trajetória que se beneficia com a variação do achatamento (J_2). Quando o veículo está no periapsis de sua trajetória ao redor do Sol, no caso nominal, observa o corpo principal durante 177,18 dias e o corpo secundário por 99,69 dias. O tempo de observação sofre uma leve diminuição quando o veículo está em seu apoapsis, passando a permanecer 151,79 dias próximo ao corpo central e 83,53 dias perto do corpo secundário. O tempo máximo de observação é de 187,50 dias e o tempo mínimo é de 17,86 dias em relação ao corpo central. Em relação ao corpo secundário, observa por no mínimo 8,07 dias e no máximo por 85,49 dias. Nota-se que nos três primeiros cenários (Figuras 7.64a e 7.64b), os tempos de observação permanecem quase sem alteração, enquanto que nos cenários 4, 5 e 6 há uma grande queda do tempo de observação do sistema duplo. Nos últimos 3 cenários, o veículo fica o tempo todo da integração ao redor do corpo central e consegue observar o corpo secundário durante um tempo bem significativo.

A Figura 7.65 mostra os gráficos da energia de dois corpos em função do tempo para todos os cenários simulados quando o asteroide está no periapsis de sua trajetória ao redor do Sol. Observa-se que nos casos (1), (2) e (3), a energia oscila com pequena amplitude em torno de valores muito próximos. A simulação durou o tempo total. Nos casos (4), (5) e (6), a energia tem comportamento similar, mas a simulação foi interrompida após uma colisão com o corpo central. Nos casos (7), (8) e (9) a simulação durou os 187,50 dias, com a energia mantendo o mesmo tipo de comportamento.

Figura 7.64 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 2 quando o asteroide está em seu periapsis (a) e apoapsis (b) para os nove cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (3) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (4) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (5) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (6) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (7) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (8) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$ e (9) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$.

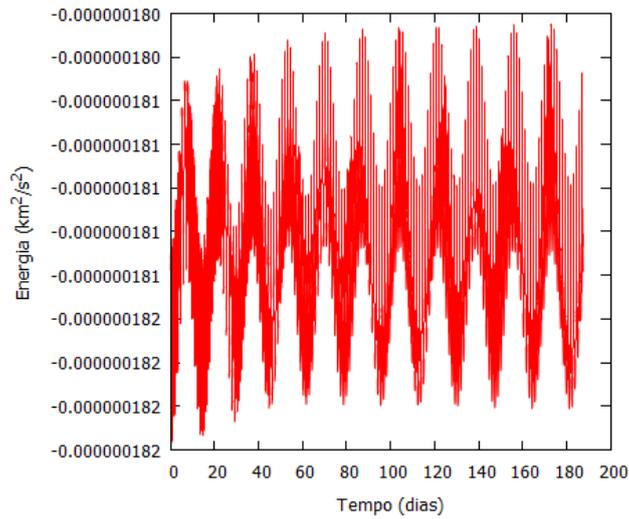


(a)

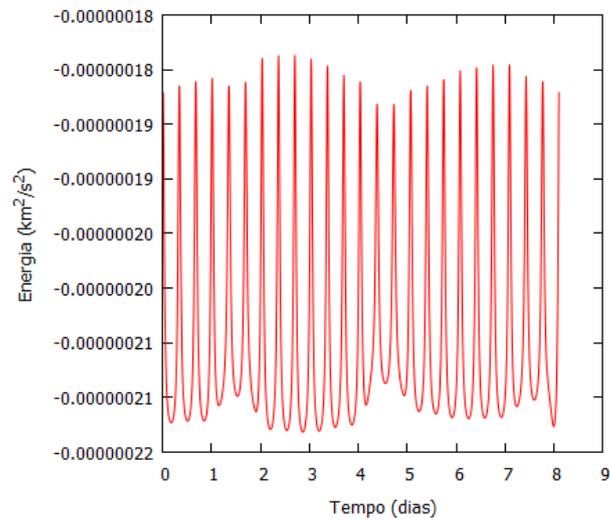


(b)

Figura 7.65 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários para a Órbita 2 quando o asteroide está em seu periapsis: (1) Valores nominais, (2) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (3) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (4) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (5) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (6) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (7) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (8) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$ e (9) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$.



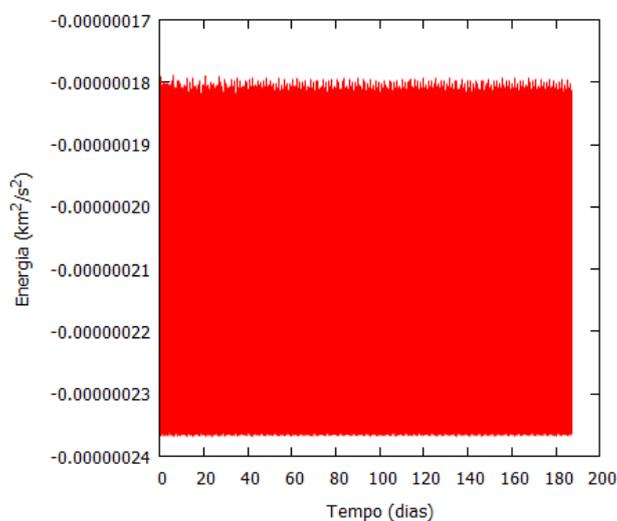
(1), (2), (3)



(4), (5), (6)

continua

Figura 7.65 - Conclusão.



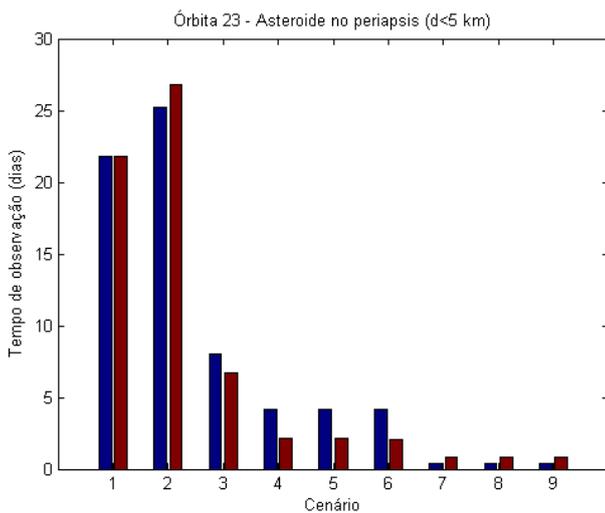
(7), (8), (9)

A Órbita 23 é uma trajetória que se beneficia com a variação do achatamento (J_2) apenas quando o veículo está em seu periapsis. Há uma melhora nos tempos de observação do segundo cenário ($J_{2\text{princ}}= 0$ e $J_{2\text{sec}}= 0,1$). Quando o veículo está em seu periapsis (Figura 7.66a), no caso nominal, observa o corpo principal por no máximo 25,18 dias e no mínimo por 0,41 dias. O corpo secundário é observado por no mínimo 0,81 dias e no máximo por 26,81 dias. Os cenários 3-9 não apresentam nenhuma vantagem ao variar o achatamento dos corpos. Quando o veículo está em seu apoapsis (Figura 7.66b), observa o corpo central entre 0,41 e 40,17 dias. O corpo secundário é observado por no mínimo 0,80 dias e no máximo por 25,84 dias. Nota-se que nesta situação não houve nenhuma melhoria nos tempos de observação em comparação com os valores nominais.

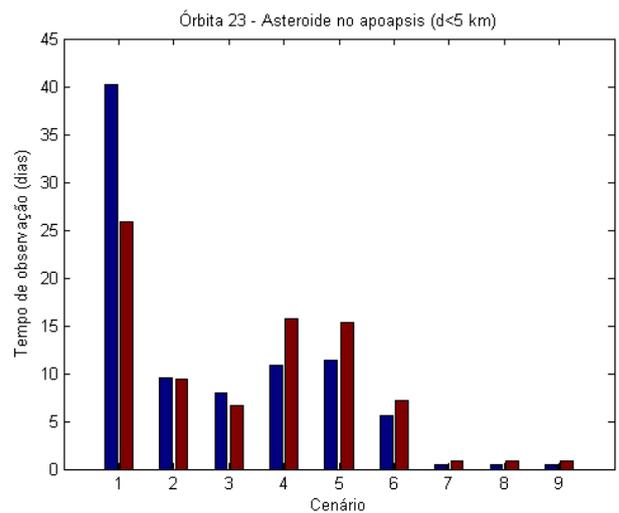
A Figura 7.67 mostra os gráficos da energia de dois corpos em função do tempo para todos os cenários simulados quando o asteroide está no periapsis de sua trajetória ao redor do Sol. Observa-se que no caso (1) a energia tem oscilações em torno de valores crescentes, devido a uma série de passagens próximas de pequenas variações de energia; em (2), a energia tem uma forte oscilação para baixo, retornando ao valor original e depois oscila em torno de valores mais elevados, enquanto que no caso (3), existe uma

forte queda após uma passagem próxima. A simulação durou o tempo total em (1); em (2) parou com 86,15 dias de integração e aos 17,60 dias de simulação parou em (3). Já nos casos (4), (5) e (6), nota-se que a energia teve uma queda após 4 dias devido a uma aproximação com o corpo secundário. A simulação foi interrompida após uma colisão com esse corpo. Nos casos (7), (8) e (9) a simulação durou menos de um dia. A energia teve uma queda e em seguida foi tendendo a valores mais altos antes do veículo colidir com o corpo secundário.

Figura 7.66 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 23 quando o asteroide está em seu periapsis (a) e apoapsis (b) para os nove cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (3) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (4) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (5) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (6) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (7) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (8) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$ e (9) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$.

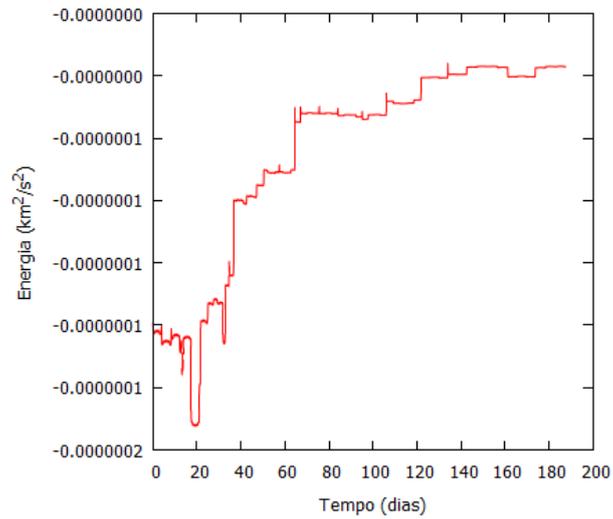


(a)

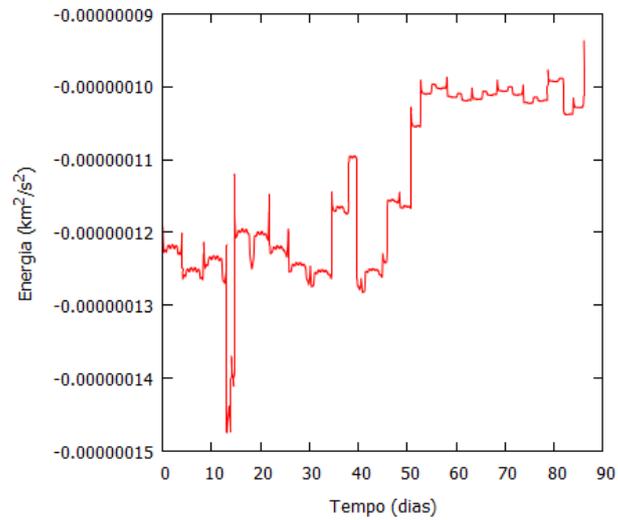


(b)

Figura 7.67 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários para a Órbita 23 quando o asteroide está em seu periapsis: (1) Valores nominais, (2) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (3) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (4) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (5) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (6) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (7) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (8) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$ e (9) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$.



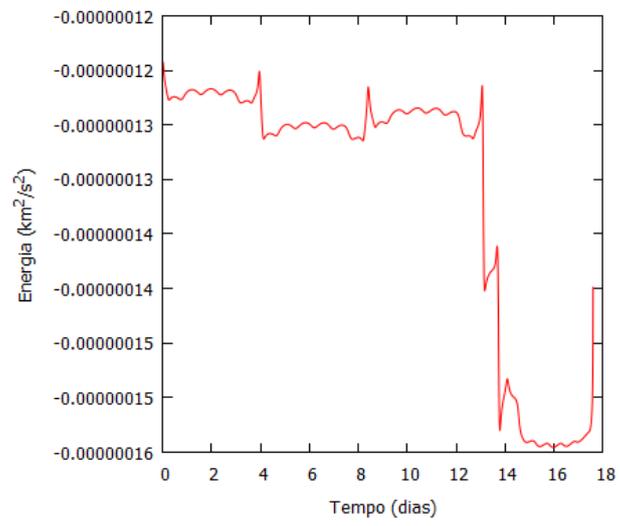
(1)



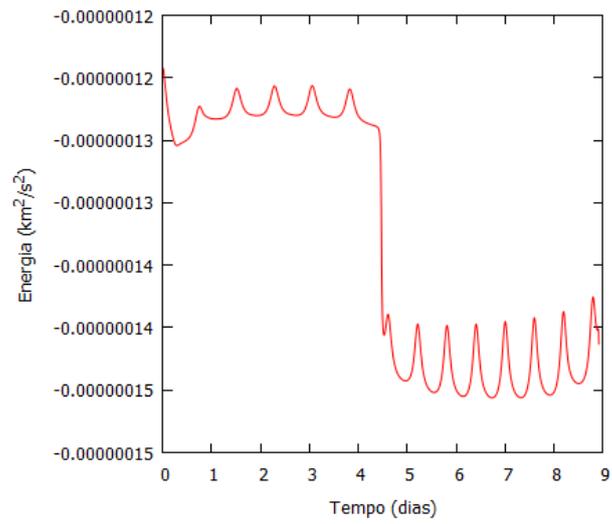
(2)

continua

Figura 7.67 - Continuação.



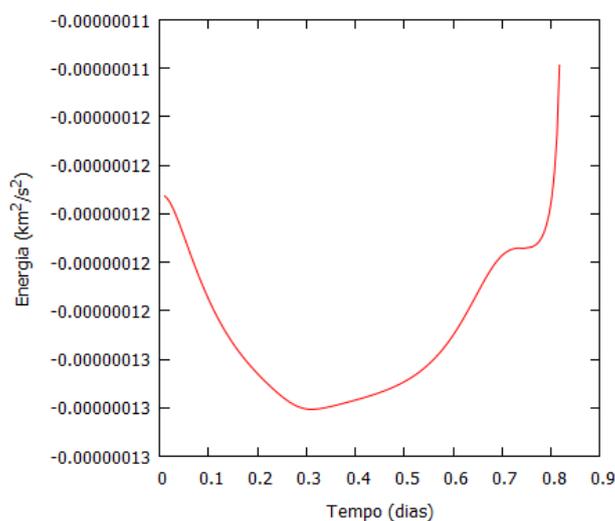
(3)



(4), (5), (6)

continua

Figura 7.67 - Conclusão.



(7), (8), (9)

A Órbita 26 é uma trajetória que também se beneficia com a variação do achatamento (J_2). Quando o veículo está em seu periapsis, no caso nominal, observa o corpo principal por no máximo 86,20 dias e no mínimo por 2,08 dias. O corpo secundário é observado por no mínimo 2,93 dias e no máximo por 187,50 dias. Quando o veículo está em seu apoapsis, observa o corpo central entre 1,43 e 94,34 dias. O corpo secundário é observado por no mínimo 1,81 dias e no máximo por 187,50 dias. Nota-se que nos três últimos cenários houve um aumento bem grande do tempo de observação dos corpos. O veículo fica o tempo todo da integração ao redor do corpo secundário (Figuras 7.68a e 7.68b).

A Figura 7.69 mostra os gráficos da energia de dois corpos em função do tempo para todos os cenários simulados quando o asteroide está no apoapsis de sua trajetória ao redor do Sol. Observa-se que nos casos (1), (4) e (5), a energia tem uma queda entre 10 e 15 dias de simulação. No cenário (2), a energia teve uma queda aos 20 dias. Em (3), sofreu uma queda entre 10-14 dias de integração. Já no caso (6), nota-se que a energia teve um salto em menos de um dia tendendo a valores mais elevados. As simulações acima foram interrompidas após uma colisão com o corpo secundário. Todas tiveram variação de energia após passagens próximas com o secundário. Nos casos (7), (8) e (9)

a simulação durou 187,50 dias. A energia manteve a mesma amplitude durante o tempo todo.

Figura 7.68 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 26 quando o asteroide está em seu periapsis (a) e apoapsis (b) para os nove cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (3) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (4) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (5) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (6) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (7) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (8) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$ e (9) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$.

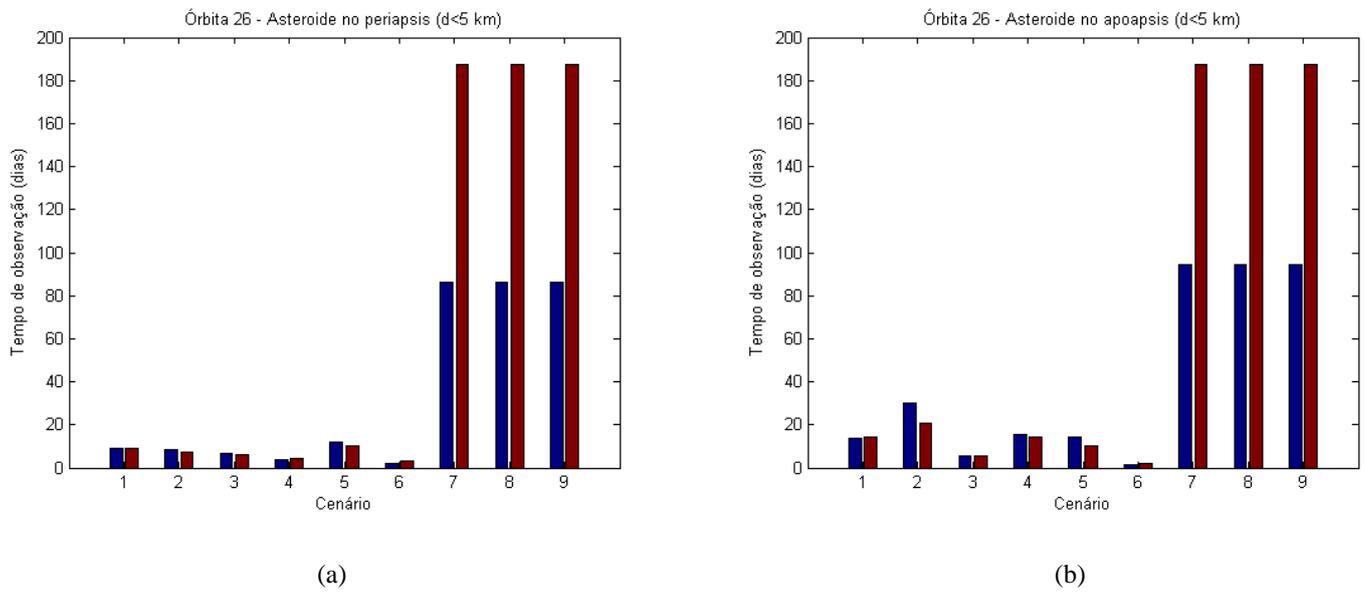
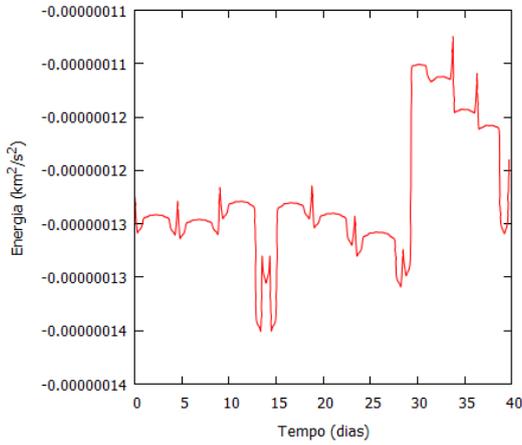
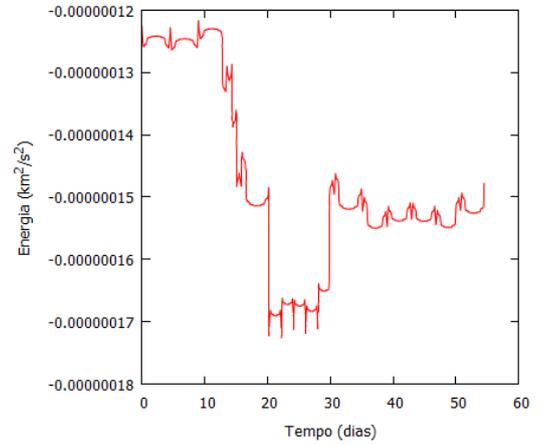


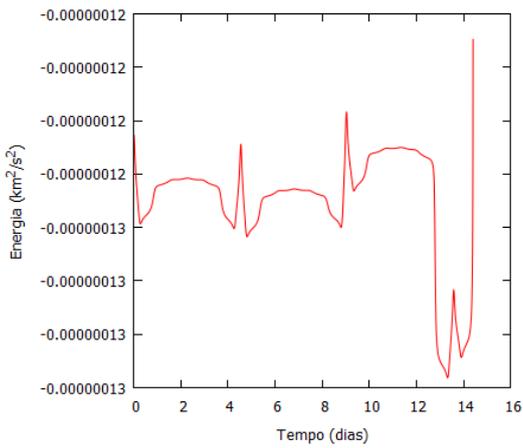
Figura 7.69 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários para a Órbita 26 quando o asteroide está em seu apoapsis:
 (1) Valores nominais, (2) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (3) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (4)
 $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (5) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (6) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (7)
 $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (8) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$ e (9) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$.



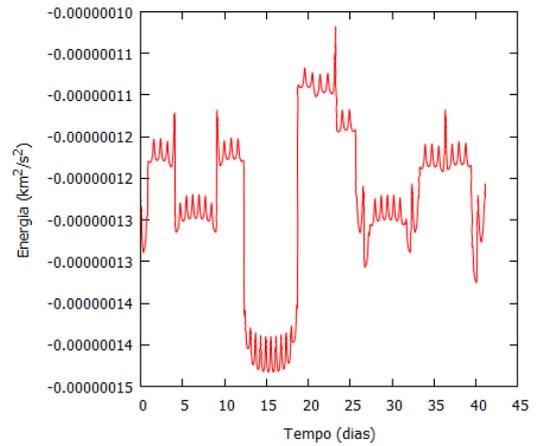
(1)



(2)



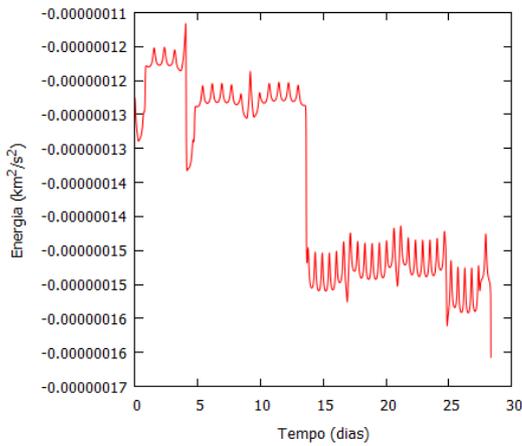
(3)



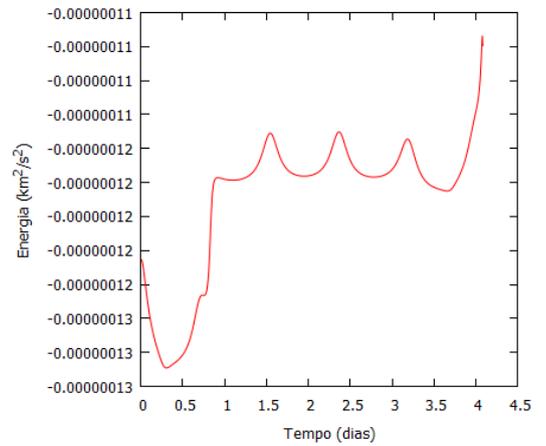
(4)

continua

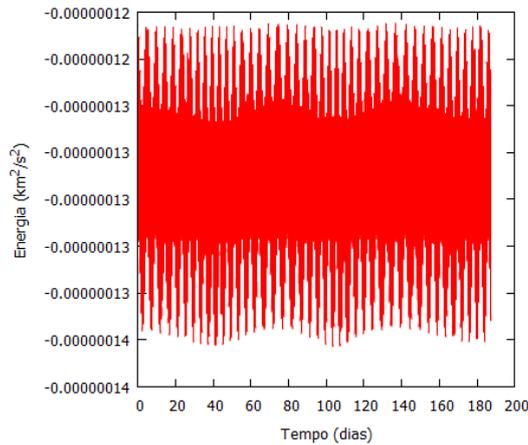
Figura 7.69 - Conclusão.



(5)



(6)



(7), (8), (9)

A Órbita 48 é externa na ressonância 3:4 com o corpo secundário e é uma trajetória que se beneficia com a variação do achatamento (J_2). Quando o veículo está em seu periapsis (Figura 7.70a), nota-se que há uma melhora nos tempos de observação apenas em relação ao corpo secundário nos cenários 4-7. O veículo espacial observa este corpo entre 2,27 e 64,93 dias. Quando o veículo está em seu apoapsis (Figura 7.70b), nota-se que o veículo passa a observar durante mais tempo o sistema nos cenários 4, 5 e 6.

A Figura 7.71 mostra os gráficos da energia de dois corpos em função do tempo para todos os cenários simulados quando o asteroide está no apoapsis de sua trajetória ao redor do Sol. Observa-se que no caso (1) a energia oscila numa mesma amplitude no

início e após 100 dias tem uma queda que ocorre após uma passagem próxima pelo corpo secundário; no caso (2) a amplitude também se mantém, mas após 100 dias a energia sofre um salto devido a uma aproximação com o secundário. No caso (3), após 100 dias a energia tem uma queda e logo em seguida teve um salto antes de colidir com o corpo secundário. Já nos casos (4), (5) e (6), nota-se que a simulação durou 187,50 dias. A energia manteve a mesma amplitude durante o tempo todo. Nos casos (7), (8) e (9) a simulação durou 3,14 dias. A energia teve um salto aos 3 dias de simulação devido a uma passagem próxima com o corpo secundário.

Figura 7.70 - Tempos de observação dos corpos principal (azul) e secundário (vermelho) para a Órbita 48 quando o asteroide está em seu periapsis (a) e apoapsis (b) para os nove cenários simulados: (1) Valores nominais, (2) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (3) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (4) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (5) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (6) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (7) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (8) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$ e (9) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$.

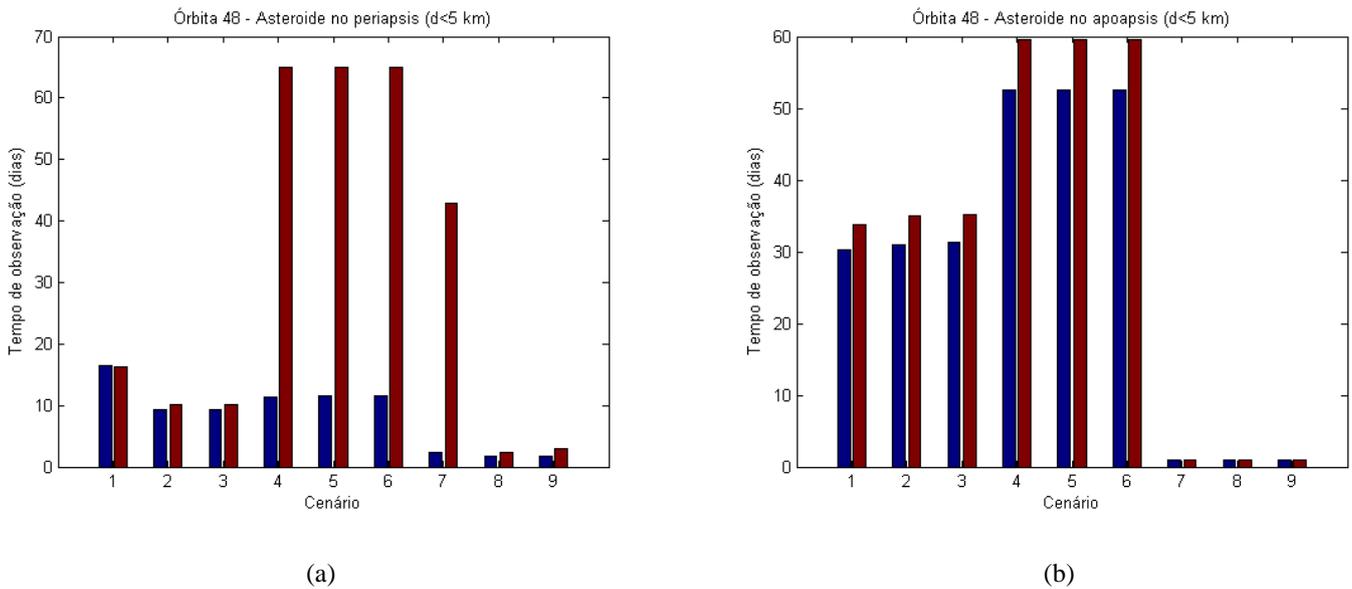
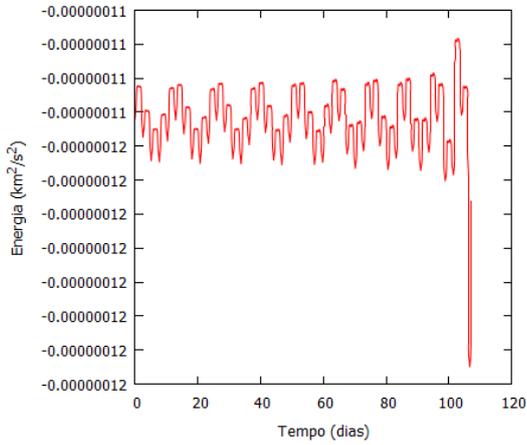
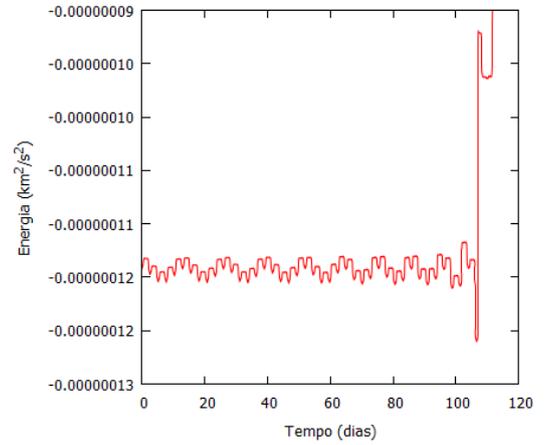


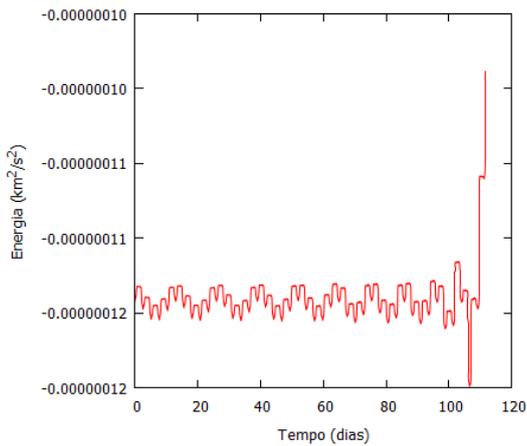
Figura 7.71 - Gráfico da energia de dois corpos (Veículo-Corpo central) em função do tempo para todos os cenários para a Órbita 48 quando o asteroide está em seu apoapsis:
 (1) Valores nominais, (2) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (3) $J_{2\text{princ}} = 0$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (4) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (5) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$, (6) $J_{2\text{princ}} = 0,1$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$, (7) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0$, (8) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,1$ e (9) $J_{2\text{princ}} = 0,2$ e $J_{2\text{sec}} = 0,2$.



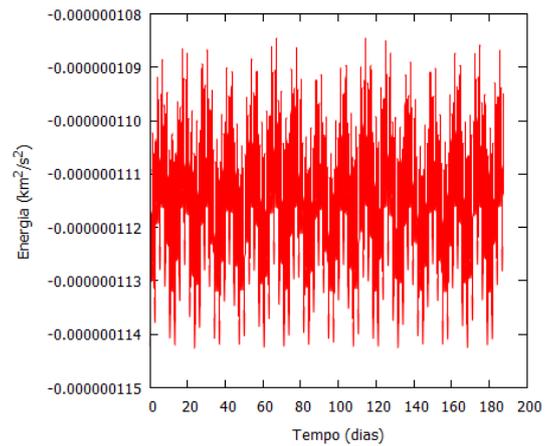
(1)



(2)



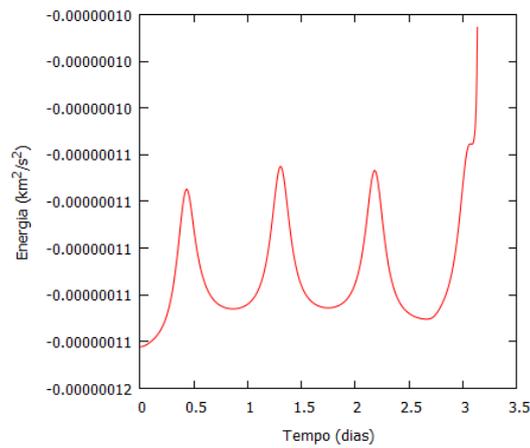
(3)



(4), (5), (6)

continua

Figura 7.71 - Conclusão.



(7), (8), (9)

7.3.1 Comentários

Considerando os efeitos da variação dos achatamentos (J_2) dos corpos do sistema duplo 2002CE₂₆, observa-se que algumas órbitas apresentaram uma melhora no tempo de observação, enquanto que outras não obtiveram nenhum benefício com tal variação. Nos últimos três cenários simulados, a Órbita 2 permaneceu durante todo o tempo da simulação ao redor do corpo central. O mesmo ocorreu com o corpo secundário, mas na Órbita 26. A Órbita 23 não se beneficiou com a variação do achatamento quando o veículo estava no apoapsis de sua trajetória em torno do Sol. Na Órbita 48, quando o asteroide está no periapsis de sua trajetória em torno do Sol, nota-se que o veículo observou durante mais tempo o corpo secundário ao variar o valor do J_2 em relação ao caso nominal.

8 CONCLUSÃO

Esse trabalho abordou diversos aspectos nos sistemas triplos 2001SN₂₆₃, (45) Eugenia, e no sistema duplo 2002CE₂₆.

A influência dos efeitos da pressão da radiação solar e dos erros nas massas dos corpos secundários do sistema triplo 2001SN₂₆₃ foi analisada. Os resultados mostraram que em algumas órbitas, quando a pressão da radiação é considerada, há um aumento significativo nos tempos de observação dos corpos. Nas outras trajetórias, observa-se que as durações dos encontros foram menores ou não tiveram nenhuma alteração, geralmente porque o veículo espacial permaneceu muito tempo próximo aos corpos e os campos gravitacionais dominaram o seu movimento. Órbitas que são aptas para a exploração dos corpos Alpha e Gama, bem como órbitas que já iniciam como satélite de Beta no instante inicial da simulação, mas o mesmo não acontece na exploração dos três corpos numa única órbita natural. Uma combinação das soluções encontradas neste trabalho pode ser útil para uma missão. O veículo espacial pode ser colocado em uma das órbitas adequadas para a exploração de Alpha e Gama e, em seguida, ser transferido para uma órbita ideal para a exploração de Beta. Sobre os resultados da análise dos efeitos dos erros das massas dos corpos secundários do asteroide, observa-se a existência de órbitas com tempos de observação para os nove cenários simulados. Esses cenários levam em consideração as possibilidades de erros negativos, nulos ou positivos nas massas de Beta e Gama. A Órbita 20 é um exemplo de órbita que é interessante para observar os corpos Alpha e Gama. O tempo mínimo de observação de Alpha é de 14,55 dias e o tempo máximo é de 52,55 dias. Gama é observado de 5,50 dias a 18,03 dias. Nota-se que, nesta órbita, o caso nominal foi o que apresentou o tempo de observação mais longo. Para uma observação apenas de Beta, destaca-se a Órbita 5. Durante as simulações, o veículo espacial permaneceu ao redor do corpo o tempo total da simulação. Finalmente, na Órbita 59, observa-se que o veículo permaneceu no mínimo 0,25 dias e no máximo 2,14 dias perto de Alpha, 0,88 dias e 2,93 dias em torno de Beta, e pelo menos 0,70 dias e no máximo 3,55 dias observando Gama. Isso significa que é possível encontrar órbitas que tenham tempos de observação para todos os cenários

simulados, e essas órbitas são muito importantes para o posicionamento inicial do veículo espacial na missão.

Uma análise das órbitas ao redor do sistema (45) Eugenia sem a influência da pressão da radiação é feita e com base nos resultados, nota-se que a estratégia de busca de órbitas desenvolvida em Masago (2014) não oferece grandes tempos de observação para o sistema triplo. A razão é que o espaçamento entre os corpos do sistema é maior, gerando assim, encontros próximos com durações mais curtas. Essas passagens são importantes, mesmo que o tempo não seja muito longo, pois o uso das manobras orbitais pode aproveitar as diferentes órbitas encontradas, e conseguir assim, uma órbita adequada para observar todos os corpos em uma única trajetória. Em relação à observação dos corpos secundários do sistema, nota-se que as órbitas são retrógradas, estáveis e sem a presença de poeiras (ARAÚJO et al, 2017), e assim, o sistema é bem menos perturbado, de modo que as órbitas são geralmente mais estáveis, exigindo assim, menos consumo de combustível nas manobras necessárias para compensar os efeitos das perturbações. Os resultados mostraram que em órbitas internas inicialmente em ressonância com Petit Prince, o veículo espacial não obteve nenhum encontro próximo com Eugenia, enquanto que em órbitas internas inicialmente em ressonância com Princesse, o veículo não apresentou nenhum tempo de observação dos corpos Eugenia e Petit-Prince.

Para o sistema duplo 2002CE₂₆ foram considerados os efeitos dos erros nos parâmetros físicos e da variação dos achatamentos (J_2) dos corpos. Considerando os efeitos dos erros, nota-se que em algumas órbitas os tempos de observação são nulos, conforme o tipo de cenário considerado. Entretanto, existem outras em que não há mudança significativa no tempo de observação para alguns cenários de erro, dos cinco simulados. Isso significa que o tipo de análise aqui efetuada é muito importante, pois pode indicar as melhores órbitas a serem utilizadas em situações onde os dados físicos são diferentes dos esperados. Esse estudo também indica as órbitas em que, mesmo considerando todos os tipos de erros possíveis, não existam tempos de observação muito próximos de zero. Essas órbitas são candidatas a receberem inicialmente o veículo, pois a partir delas poderá observar os corpos e fazer uma determinação mais precisa dos dados físicos. Na

análise dos efeitos da variação dos achatamentos (J_2) dos corpos do sistema, observa-se que em algumas órbitas houve melhora no tempo de observação, enquanto que em outras não ocorreu nenhum benefício com tal variação. Nos últimos três cenários simulados, as Órbitas 2 e 3 permaneceram durante todo o tempo da simulação ao redor do corpo principal. O mesmo ocorreu com o corpo secundário, mas na Órbita 26. A Órbita 23 não se beneficiou com a variação do achatamento quando o veículo estava no apoapsis de sua trajetória em torno do Sol. Na Órbita 48, quando o asteroide está no periapsis de sua trajetória em torno do Sol, nota-se que o veículo observou durante mais tempo o corpo secundário ao variar o valor do J_2 em relação ao caso nominal.

As análises feitas neste trabalho mostram resultados muito importantes para o estudo dos asteroides abordados. Os efeitos da pressão da radiação solar mostraram-se bem significantes e devem ser considerados nas trajetórias de um veículo espacial ao redor de um sistema de asteroides. A análise da variação da energia foi importante para verificar o que realmente ocorre com a trajetória do veículo espacial ao longo da simulação. Observou-se que uma passagem próxima do veículo com um dos corpos não significa necessariamente uma mudança da energia do veículo, já que a magnitude da mudança depende também da geometria da aproximação. De acordo com as análises do ângulo ressonante entre o veículo e os corpos secundários em função do tempo, nota-se que em nenhum caso a trajetória do veículo permaneceu em ressonância com a trajetória de nenhum dos corpos. Nenhuma órbita natural foi encontrada nessa análise que tenha permanecido em ressonância com um dos asteroides menores do sistema. Isso implica em que a escolha de órbitas inicialmente ressonantes com um dos corpos não teve influência nos resultados, mas essas condições iniciais foram mantidas por terem gerado um grande número de órbitas úteis para missões espaciais. Sendo assim, não existe nenhum resultado no presente trabalho que justifique estudos mais detalhados envolvendo ressonâncias.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALJBAAE, S.; CHANUT, T. G. G.; CARRUBA, V.; SOUCHAY, J.; PRADO, A. F. B. A.; AMARANTE, A. The dynamical environment of asteroid 21 Lutetia according to different internal models. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 464, n. 3, p. 3552-3560, 2017.

ARAÚJO, R.A.N.; WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A.; MARTINS, R. V. Sphere of influence and gravitational capture radius: a dynamical approach. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 391, p. 675-684, 2008.

ARAÚJO, R. A. N. **O sistema triplo de asteroides 2001SN₂₆₃**: dinâmica orbital e estabilidade. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011.

ARAÚJO, R.A.N.; WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A.; SUKHANOV, A. Stability regions around the components of the triple system 2001SN₂₆₃. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 423, n. 4, p. 3058-3073, 2012.

ARAÚJO, R.A.N.; WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A. Stable retrograde orbits around the triple system 2001SN₂₆₃. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 449, n. 4, p. 4404-4414, 2015.

ARAÚJO, R.A.N.; MORAES, R. V.; PRADO, A. F. B. A.; WINTER, O. C. Mapping stable direct and retrograde orbits around the triple system of asteroids (45) Eugenia. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, p. 1-8, 2017.

ASTRONAUTIX. Disponível em <<http://www.astronautix.com/index.html>>. Acesso em: 05 ago. 2018.

BARTCZAK, P.; BREITER, S.; JUSIEL, P. Ellipsoids, material points and material segments. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 96, n. 1, p. 31-48, 2006.

BEAUVALET, L.; MARCHIS, F. Multiple asteroid systems (45) Eugenia and (87) Sylvia: sensitivity to external and internal perturbations. **Icarus**, v. 241, p. 13-25, 2014.

BECKER, T. M.; NOLAN, M.; HOWELL, E.; MAGRI, C. Physical modeling of triple near-Earth asteroid 153591 (2001SN₂₆₃). **Bulletin of the American Astronomical Society**, v. 41, p. 190, 2009.

BECKER, T.; HOWELL, E. S.; NOLAN, M. C.; MAGRI, C.; PRAVEC, P.; TAYLOR, P. A.; OEY, J.; HIGGINS, D.; VILÁGI, J.; KORNOS, L.; GALÀD, A.; GAJDOS, S.; GAFTONYUK, N. M.; KRUGLY, Y. N.; MOLOTOV, I. E.; HICKS, M. D.; CARBOGNANI, A.; WARNER, B. D.; POLLOCK, J. T. Physical modeling of triple

near-Earth asteroid (153591) 2001SN₂₆₃ from radar and optical light curve observations. **Icarus**, v. 248, p. 499-515, 2015.

BELTON, M. J. S.; VEVERKA, J.; THOMAS, P.; HELFENSTEIN, P.; SIMONELLI, D.; CHAPMAN, C.; DAVIES, M. E.; GRELEY, R.; GREENBERG, R.; HEAD, R.; MURCHIE, S.; KLAASEN, K.; JOHNSON, T. V.; MCEWEN, A.; MORRISON, D.; NEUKUM, G.; FANALE, F.; ANGER, C.; CARR, M.; PILCHER, C. Galileo encounter with 951 Gaspra: first pictures of an asteroid. **Science**, v. 257, n. 5077, p. 1647-1652, 1992.

BELTON, M. J. S.; CHAPMAN, C.; KLAASEN, K.; HARCH, A. P.; THOMAS, P.; VEVERKA, J.; MCEWEN, A.; PAPPALARDO, R. T. Galileo's encounter with 243 Ida: overview of the imaging experiment. **Icarus**, v. 120, n. 1, p. 1-19, 1996.

BINZEL, R. P.; RIVKIN, A. S.; BUS, S. J.; SUNSHINE, J. M. MUSES-C target asteroid (25143) 1998 SF36: a reddened ordinary chondrite. **Meteoritics & Planetary Science**, v. 36, n. 8, p. 1167-1172, 2001.

BOTTKE, W. F.; VOKROUHLICKY, D.; WALSH, K. J.; DELBO, M.; MICHEL, P.; LAURETTA, D. S.; CAMPINS, H.; CONNOLLY JR., H. C.; CHELSEY, S. R. In search of the source of asteroid (101955) Benu: applications of the stochastic YORP model. **Icarus**, v. 247, p. 191-217, 2015.

BROSCHART, S. B.; SCHEERES, D. J. Control of hovering spacecraft near small bodies: application to asteroid 25143 Itokawa. **Journal of Guidance, Control, and Dynamical**, v. 28, n. 2, p. 343-354, 2005.

BRUM, A. G. V.; HETEM, A.; REGO, I. S.; FRANCISCO, C. P. F.; FENILI, A.; MADEIRA, F.; CRUZ, F. C. ASSAFIN, M. Preliminary development plan of the ALR, the laser rangefinder for the Aster deep space mission to the 2001SN₂₆₃ asteroid. **Journal of Aerospace Technology Management**, v. 3, n. 3, p. 331-338, 2011.

BYRAM, S. M.; SCHEERES, D. J. Stability of Sun-synchronous orbits in the vicinity of a comet. **Journal of Guidance, Control, and Dynamical**, v. 32, n. 5, p. 1550-1559, 2009.

CHANUT, T. G. G.; ALJBAAE, S.; PRADO, A. F. B. A.; CARRUBA, V. Dynamics in the vicinity of (101955) Benu: solar radiation pressure effects in equatorial orbits. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 470, n. 3, p. 2687-2701, 2017.

CHESLEY, S. R.; FARNOCCHIA, D.; NOLAN, M. C.; VOKROUHLICHY, D.; CHODAS, P. W.; MILANI, A.; SPOTO, F.; ROZITIS, B.; BENNER, L. A. M.; BOTTKE, W. F.; BUSCH, M. W.; EMERY, J. P.; HOWELL, E. S.; LAURETTA, D. S.; MARGOT, J.; TAYLOR, P. A. Orbit and bulk density of the OSIRIS-REx target Asteroid (101955) Benu. **Icarus**, v. 235, p. 5-22, 2014.

FANG, J.; MARGOT, J. L.; BROZOVIC, M.; NOLAN, M. C.; BENNER, L. A. M.; TAYLOR, P. A. Orbits of near-earth asteroid triple 2001SN₂₆₃ and 1994 CC: properties, origin, and evolution. **The Astronomical Journal**, v. 141, n. 5, p. 141-154, 2011.

FIESELER, P. D. A method for Solar sailing in a low Earth orbit". **Acta Astronautica**, v. 43, n. 9-10, p. 531-541, 1998.

FORMIGA, J. K. S.; DOS SANTOS, D. P. S. Orbital maneuvers to reach and explore a triple asteroid. **Computational and Applied Mathematics**, v. 35, n. 3, p. 893-905, 2016.

HU, W.; SCHEERES, D. J. Numerical determination of stability regions for orbital motion in uniformly rotating second degree and order gravity fields. **Planetary and Space Science**, v. 52, n. 8, p. 685-692, 2004.

HUNTRESS, W.; STETSON, D.; FARQUHAR, R.; ZIMMERMAN, J.; CLARKE, B.; O'NEIL, W.; BOURKE, R.; FOINGF, B. The next steps in exploring deep space: a cosmic study by the IAA. **Acta Astronautica**, v. 58, n. 6-7, p. 304-377, 2006.

INSTITUTE OF SPACE AND ASTRONAUTICAL SCIENCE. Disponível em: <<http://www.isas.jaxa.jp/en/missions/spacecraft/past/hayabusa.html>>. Acesso em: 05 ago. 2018.

JOHNSTON, R. **Asteroids with satellites database**. Johnston's Archive (276049) 2002CE₂₆. Disponível em: <<http://www.johnstonsarchive.net/index.html>>. Acesso em: 21 mar. 2018.

JONES, T.; LEE, P.; BELLEROSE, J.; FAHNESTOCK, E.; FARQUHAR, R.; GAFFEY, M.; HELDMANN, J.; LAWRENCE, D.; NOLAN, M.; PRETTYMAN, T.; SMITH, P.; THOMAS, P.; VEVERKA, J.; BENEDIX, G.; ELPHIC, R.; GELLERT, R.; HILDEBRAND, A.; YANO, H.; BHAVSAR, P.; CHARTRES, J.; COX, A.; DEBUS, T.; DE ROSEE, R.; DUNHAM, D.; FLEISCHNER, R.; GOLDSTEN, J.; HORSEWOOD, J.; MAYER, D.; MCCARTHY, J.; MCCARTHY, T.; MUNGAS, G.; OSTERMAN, D.; SANCHEZ, H.; WILLIAMS, B. Amor: A lander mission to explore the C-type triple near-Earth Asteroid System 2001SN₂₆₃. **The Lunar and Planetary Science**, n. 1608, p. 2695, 2011.

JPL-NASA: Asteroid Radar Research. **Binary and ternary near-Earth asteroids detected by radar**. Disponível em: <<http://echo.jpl.nasa.gov/~lance/binary.neas.html>>. Acesso em: 21 mar. 2018.

KUGA, H. K.; KONDAPALLI, R. R.; CARRARA, V. **Introdução à Mecânica Orbital**. 2. ed. São José dos Campos: INPE, 2012. 67 p. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGPAW/3C76K98>>. Acesso em: 22 mar. 2018.

MASAGO, B. Y. P. L. **Estudo de órbitas ressonantes no sistema triplo 2001SN₂₆₃**. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2014.

MARCHIS, F.; LAINEY, V.; DESCAMPS, P.; BERTHIER, J.; VAN DAM, M.; DE PATER, I.; MACOMBER, B.; BAEK, M.; LE MIGNANT, D.; HAMMEL, H. B.; SHOWALTER, M.; VACHIER, F. A dynamical solution of the triple asteroid system (45) Eugenia. *Icarus*, v. 210, n. 2, p. 635-643, 2010.

MASAGO, B. Y. P. L.; PRADO, A. F. B. A.; CHIARADIA, A. P. M.; GOMES, V. M. Developing the “Precessing inclined bi-elliptical four-body problem with radiation pressure” to search for orbits in the triple asteroid 2001SN₂₆₃. **Advances in Space Research**, v. 57, n. 4, p. 962-982, 2016.

MESCOLOTTI, B. Y. P. M.; PRADO, A. F. B. A.; CHIARADIA, A. P. M.; GOMES, V. M. Searching for some natural orbits to observe the double asteroid 2002CE₂₆. **Astrophysics and Space Science**, v. 362, n. 130, 2017a.

MESCOLOTTI, B. Y. P. M.; PRADO, A. F. B. A.; CHIARADIA, A. P. M.; GOMES, V. M. Searching for orbits around the triple system 45 Eugenia. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 911, n. 12001, 2017b.

MILLER, J. K.; KONOPLIV, A. S.; ANTREASIAN, P. G.; BORDI, J. J.; CHESLEY, S.; HELFRICH, C. E.; OWEN, W. M.; WANG, T. C.; WILLIAMS, B. G.; YEOMANS, D. K.; SCHEERES, D. J. Determination of shape, gravity and rotational state of asteroid 433 Eros. *Icarus*, v. 155, n. 1, p. 3-17, 2002.

MULLER, T. G.; DURECH, J.; HASEGAWA, S.; ABE, M.; KAWAKAMI, K.; KASUGA, T.; KINOSHITA, D.; KURODA, D.; URAKAWA, S.; OKUMURA, S.; SARUGAKU, Y.; MIYASAKA, S.; TAKAGI, Y.; WEISSMAN, P. R.; CHOI, Y.; LARSON, S.; YANAGISAWA, K.; NAGAYAMA, S. Thermo-physical properties of 162173 (1999 JU₃), a potential flyby and rendezvous target for interplanetary missions. **Astronomy & Astrophysics**, v. 525, p.1-6, 2011.

MURRAY, D. C.; DERMOTT, S. F. **Solar system dynamics**. New York: Cambridge University Press, 1999. 591 p.

NASA. Disponível em: <<https://www.nasa.gov>>. Acesso em: 22 mar. 2018.

NOLAN, M.C.; HOWELL, E.S.; BENNER, L. A. M.; OSTRO, S. J; GIORGINI, J. D.; BUSCH, M. W.; CARTER, L. M.; ANDERSON, R. F.; MAGRI, C.; CAMPBELL, D. B.; MARGOT, J. L.; VERVACK, R. J.; SHEPARD, M. K. Arecibo radar imaging of 2001SN₂₆₃: a near-Earth triple asteroid system. **Asteroids, Comets and Meteors**, v. 1405, n. 8258, 2008.

PRADO, A. F. B. A. Mapping swing-by trajectories in the triple asteroid 2001SN₂₆₃. In: SPACEOPS CONFERENCE, 2014. **Proceedings...** AIAA, 2014a.

PRADO, A. F. B. A. Mapping orbits around the asteroid 2001SN₂₆₃. **Advances in Space Research**, v. 53, n. 5, p. 877–889, 2014b.

ROSSI, A.; MARZARI, F.; FARINELLA, P. Orbital evolution around irregular bodies. **Earth, Planets and Space**, v. 51, n. 11, p. 1173-1180, 1999.

RUSSELL, C. T.; CAPACCIONI, F.; CORADINI, A.; CHRISTENSEN, U.; DE SANCTIS, M. C.; FELDMAN, W. C.; JAUMANN, R.; KELLER, H. U.; KONOPLIV, A.; MCCORD, T. B.; MCFADDEN, L. A.; MCSWEEN, H. Y.; MOTTOLA, S.; NEUKUM, G.; PIETERS, C. M.; PRETTYMAN, T. H.; RAYMOND, C. A.; SMITH, D. E.; SYKES, M. V.; WILLIAMS, B.; ZUBER, M. T. Dawn discovery mission to Vesta and Ceres: present status. **Advances in Space Research**, v. 38, n. 9, p. 2043-2048, 2006.

SANCHEZ, D. M.; YOKOYAMA, T.; BRASIL, P. I. O.; CORDEIRO, R. R.; WINTER, S. M. G. Some initial conditions for disposed satellites of the systems GPS and Galileo Constallations. **Mathematical Problems in Engineering**, 15 p., 2009.

SCHEERES, D. J. Dynamics about uniformly rotating triaxial ellipsoids: applications to asteroids. **Icarus**, v. 110, n. 2, p. 225-238, 1994.

SCHEERES, D. J.; OSTRO, S. J.; HUDSON, R. S.; WERNER, R. A. Orbits close to asteroid 4769 Castalia. **Icarus**, v. 121, p. 67-87, 1996.

SCHEERES, D. J.; HU, W. Secular motion in a 2nd degree and order gravity field with no rotation. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 79, n. 3, p. 183–200, 2001.

SCHEERES, D. J. Close proximity operations for implementing mitigation strategies. In: PLANETARY DEFENSE CONFERENCE: PROTECTING EARTH FROM ASTEROIDS, 2004. **Proceedings...** AIAA, 2004.

SCHEERES, D. J. Orbit mechanics about asteroids and comets. **Journal of Guidance, Control, and Dynamical**, v. 35, n. 3, p. 987-997, 2012a.

SCHEERES, D. J. Orbital mechanics about small bodies. **Acta Astronautica**, v. 72, p. 1–14, 2012b.

SHANG, H.; WU, X.; CUI, P. Periodic orbits in the doubly synchronous binary asteroid systems and their applications in space missions. **Astrophysics and Space Science**, v. 355, n. 1, p. 69-87, 2015.

SUKHANOV, A. A.; VELHO, H. F. C.; MACAU, E. E.; WINTER, O. C. The ASTER project: flight to a Near-Earth Asteroid. **Cosmic Research**, v. 48, n. 5, p. 443–450, 2010.

SUROVIK, D. A.; SCHEERES, D. J. Autonomous maneuver planning at small bodies via mission objective reachability analysis. In: AIAA/AAS ASTRODYNAMICS SPECIALIST CONFERENCE, 2014. **Proceedings...** AIAA, 2014.

TARDIVEL, S.; MICHEL, P.; SCHEERES, D. J. Deployment of a lander on the binary asteroid (175706) 1996 FG3, potential target of the European MarcoPolo-R sample return mission. **Acta Astronautica**, v. 89, p. 60-70, 2013.

TSUDA, Y.; YOSHIKAWA, M.; ABE, M.; MINAMINO, H.; NAKAZAWA, S. System design of the Hayabusa 2 – asteroid sample return mission to 199 JU3. **Acta Astronautica**, v. 91, p. 356-362, 2013.

VEVERKA, J.; FARQUHAR, B.; ROBINSON, M.; THOMAS, P.; MURCHIE, S.; HARCH, A.; ANTREASIAN, P. G.; CHESLEY, S. R.; MILLER, J. K.; OWEN, W. M.; WILLIAMS, B. G.; YEOMANS, D.; DUNHAM, D.; HEYLER, G.; HOLDRIDGE, M.; NELSON, R. L.; WHITTENBURG, K. E.; RAY, J. C.; CARCICH, B.; CHENG, A.; CHAPMAN, C.; BELL, J. F.; BELL, M.; BUSSEY, B.; CLARK, B.; DOMINGUE, D.; GAFFEY, M. J.; HAWKINS, E.; IZENBERG, N.; JOSEPH, J.; KIRK, R.; LUCEY, P.; MALIN, M.; MCFADDEN, L.; MERLINE, W. J.; PETERSON, C.; PROCKTER, L.; WARREN, J.; WLLNITZ, D. The landing of the Near-Shoemaker spacecraft on asteroid 433 Eros. **Nature**, v. 413, n. 6854, p. 390-393, 2001.

WERNER, R. A. The gravitational potential of a homogeneous polyhedron or don't cut corners. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 59, n. 3, p. 253-278, 1994.

WILLER SANTOS (comunicação pessoal), 2018.

SANTOS, W. G.; PRADO, A. F. B. A.; OLIVEIRA, G. M. C.; SANTOS, L. B. T. Analysis of impulsive maneuvers to keep orbits around the asteroid 2001SN₂₆₃. **Astrophysics and Space Science**, v. 363, n. 14, 2018.

YANG, H.; GONG, S.; BAOYIN, H. Two-impulse transfer orbits connecting equilibrium points of irregular-shaped asteroids. **Astrophysics and Space Science**, v. 357, n. 66, 2015.

YOSHIKAWA, M.; FUJIWARA, A.; KAWAGUCHI, J. Hayabusa and its adventure around the tiny asteroid Itokawa. **Highlights of Astronomy**, v. 14, p. 323-324, 2007.

ZENG, X.; BAOYIN, H.; LI, J. Updated rotating mass dipole with oblateness of one primary (II): out-of-plane equilibria and their stability. **Astrophysics and Space Science**, v. 361, n. 15, 2016.

