

ESTUDO DA PASSAGEM DE UMA NUVEM DE PARTÍCULAS POR UM CORPO CELESTE

RELATÓRIO FINAL DO PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA (PIBITI/CNPq/INPE)

José Batista da Silva Neto (FATEC-SJC, Bolsista PIBITI/CNPq)

E-mail: josebatista91@gmail.com

(prédio: julho a dezembro de 2012)

Guilherme Cleyton Pereira (FATEC-SJC, Bolsista PIBITI/CNPq)

(período: janeiro a junho de 2013)

Dr. Jorge Kennety Silva Formiga (FATEC-SJC, INPE, Orientador)

E-mail: jkennety@yahoo.com.br

INPE
São José dos Campos
2013

SUMÁRIO

SUMÁRIO.....	1
1- INTRODUÇÃO	3
1.1- Motivação.....	3
1.2- Objetivo.....	4
1.3- Metodologia.....	4
2- FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	5
2.1- Definição de <i>Swing-by</i>	5
2.2- Modelagem Matemática do <i>Swing-by</i>	5
2.3- <i>Swing-by</i> Objetivando Mudança de Trajetória	8
3- METODOLOGIA	11
3.1- Extensão do Modelo Matemático a uma Nuvem de Partículas.....	11
3.2- Estrutura do Código Fonte para <i>Swing-by</i> de Uma Nuvem de Partículas.....	11
4- RESULTADOS.....	13
4.1- Dados Iniciais.....	13
4.2- <i>Swing-by</i> no Sistema Sol-Marte.....	15
4.2.1- Resultados Solução 1 (Sol-Marte- Ψ_1).....	16
4.2.2- Resultados Solução 2 (Sol-Marte- Ψ_2).....	17
4.2.3- Conclusão para <i>Swing-by</i> no Sistema Sol-Marte.....	18
4.3- <i>Swing-by</i> no Sistema Sol-Marte Variando os Três Parâmetros Iniciais da Nuvem	19
5- CONCLUSÃO	20
6- REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	22

PARTE DO RELATÓRIO DESENVOLVIDO POR José Batista da Silva Neto

1- INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como proposta a análise das características orbitais de uma nuvem de partículas em uma possível passagem próxima a um corpo celeste. Quando se fala em nuvem de partícula, refere-se a fragmentos de asteróides, grupos de asteróides, lixo espacial, cometa fragmentados, entre outros. Todos, por mínimo que seja o risco, podem entrar em órbita de colisão com a Terra, o que se não previsto com antecedência pode acarretar perdas inestimáveis. Os sistemas de partículas em sua maioria possuem órbita periódica, ou seja, de tempos em tempos ocorrerá a passagem próxima aos planetas que sua órbita cruza. Em uma possível passagem próxima mesmo que a uma distância que impossibilite uma colisão, as características orbitais da nuvem de partículas sofrerão alterações devido à influência gravitacional do planeta, e em uma futura passagem próxima pode ser que, devido às novas configurações da órbita da nuvem, a colisão de fato ocorra.

Segundo Prado (2005) para o problema da passagem próxima da nuvem de partículas pelo corpo celeste, considera-se que ela realiza uma manobra assistida por gravidade (*swing-by*) com o corpo celeste. Para isto, assume-se que o sistema dinâmico é formado por dois corpos que estão em órbita circular em torno de um centro massa e uma nuvem de partículas que se movimenta devido à atração gravitacional dos dois corpos primários. É assumido também que o movimento de todas as partículas é planar, e para o estudo da dinâmica do sistema é usada a *patched-conic approximation* ou simplesmente abordagem *patched-conics*. Essa abordagem permite o uso de uma série de problemas de dois corpos, para gerar as equações analíticas que descrevem o problema. Uma representação básica do encontro é apresentada na Figura 1, onde são mostrados as órbitas e corpos envolvidos no sistema de estudo.

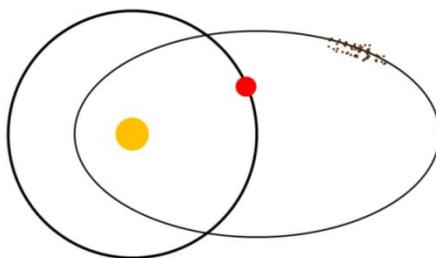


Figura 1 – Representação do encontro da nuvem de partículas com um planeta

1.1- Motivação

A importância deste estudo também é comprovada pelos inúmeros trabalhos que estudam sistemas dinâmicos com o uso do *swing-by*, como em Prado (2005) e Gomes e Prado (2009) onde foram feitos estudos para *swing-bys* envolvendo nuvem de partículas, e para sistemas de uma única partícula (nave espacial) (BROUCKE; PRADO, 1993; FORMIGA; PRADO, 2011). Estudos como estes cada vez vem aumentando mais, assim como o crescimento das tecnologias espaciais visando uma melhora no planejamento de missões.

Quando se trata de encontros próximos, gravidade assistida e otimização de trajetória deve-se mencionar o JPL (*Jet Propulsion Laboratory*), que é um centro de desenvolvimento tecnológico que pertence a NASA (*National Aeronautics and Space Administration*), de onde foi idealizado o uso da gravidade assistida em missões espaciais. Esta ideia apareceu no programa espacial americano, onde inúmeras missões foram realizadas com sucesso. Entre elas destaca-se a missão Mariner 10, que realizou manobras assistidas por gravidade com os planetas Mercúrio e Venus. É possível enfatizar também a ESA (*European Space Agency*) que participou do desenvolvimento da missão Ulysses, missão essa que tinha como objetivo estudar os pólos do Sol e para isso era necessário o uso de um *swing-by* com Júpiter, e a missão Rosetta que executou *swing-bys* com Terra e Marte. Já o Brasil, possui por parte do INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) uma grande quantidade de publicações nas aéreas de encontros próximos, gravidade assistida e otimização de trajetória.

1.2- Objetivo

Esse trabalho teve como objetivo analisar a passagem de uma nuvem de partículas próxima a um corpo celeste, considerando um *swing-by* entre a nuvem e o corpo celeste. Foram analisados possíveis riscos à Terra, através do estudo dos elementos orbitais de cada partícula, os possíveis ganhos ou perdas de energia juntamente com a variação do momento angular, velocidade, excentricidade e semi-eixo maior. Foi realizado também um estudo da influência da variável distância máxima de aproximação, nas manobras *swing-by* de nuvem de partículas. Através da análise dos dados também foram identificadas regiões de manobras ótimas.

1.3- Metodologia

Este trabalho foi elaborado desenvolvido no INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) de São José dos Campos, onde as simulações foram feitas, com o auxílio de uma bolsa de estudos concebida pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico). Para atingir os objetivos apresentados, foi necessário dividir este trabalho em algumas etapas para se analisar, gradativamente, as manobras orbitais abordadas.

Primeiramente foi feito um levantamento bibliográfico de trabalhos envolvendo manobras de *swing-by*, depois foi feita uma abordagem matemática dessas manobras, onde, através do auxílio de um integrador numérico desenvolvido no Fortran, foi calculado o efeito *swing-by* na nuvem com alguns planetas. Após a simulação fez-se a análise dos dados encontrados referentes aos elementos orbitais que definem uma trajetória: semi-eixo maior e excentricidade, energia e momento angular.

2- FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo é apresentada a manobra assistida por gravidade (*swing-by*), bem como o modelo matemático Prado (2001) adotado para o estudo.

2.1- Definição de *Swing-by*

Missões espaciais são de alto custo e a fim de diminuir tais gastos, são aplicados inúmeros métodos de otimização de trajetória. Entre esses métodos, existem os clássicos (transferência de Hohmann, bi-elíptica, etc) e os modernos (captura gravitacional e manobra assistida por gravidade).

A manobra assistida por gravidade também chamada como *swing-by* (ou *fly-by*) é conhecida em Astronáutica por ser uma ótima solução para economia de combustível nas missões espaciais (FORMIGA; PRADO, 2011). Consiste em usar o movimento e a influência gravitacional do corpo celeste (Planeta, Satélites Naturais, etc) para alterar a trajetória, velocidade, energia e momento angular da nave espacial. A sua importância pode ser compreendida quando se nota o grande número de missões de sucesso que o utilizaram, dois grandes exemplos de seu uso com sucesso são as missões Voyager 1 e 2 (KOHLHASE; PENZO, 1977) e a missão Galileo (D'AMARIO, 1992).

2.2- Modelagem Matemática do *Swing-by*

O modelo matemático mais simples encontrado para o estudo de um *swing-by*, é o modelo em duas dimensões encontrado na literatura em Broucke (1988), Prado (1993) e Prado (2001), desenvolvido através da abordagem *patched-conics*. Essa abordagem surgiu dentro do conceito de trajetórias interplanetárias para resolver os problemas relacionados aos sistemas com mais de dois corpos. A *patched-conics* de maneira geral divide um problema de n-corpos em diversas partes, sendo que em cada uma um modelo mais simples, o problema de dois corpos é usado como solução. Como mostra a Figura 2, considera-se um sistema formado por três corpos: um corpo massivo (M_1) no centro do sistema de referencial inercial,

um corpo secundário (M_2) em órbita ao redor de M_1 , e um corpo de massa infinitesimal (M_3) que passa pelo sistema e tem suas características orbitais iniciais alteradas..

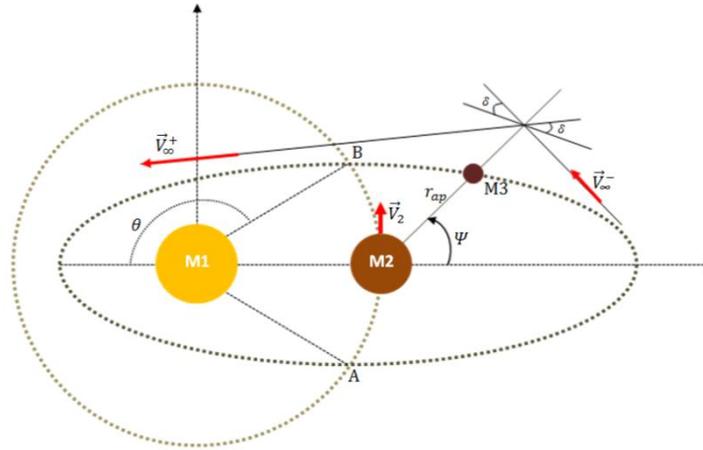


Figura 2 – Representação geométrica da manobra *swing-by*

FONTE: Formiga e Prado (2011)

As variáveis que descrevem a manobra são:

\vec{V}_2 - a velocidade de M_2 em torno de M_1 ;

\vec{V}_{∞}^- , \vec{V}_{∞}^+ - vetores velocidade de M_3 em relação à M_2 , antes e depois da manobra, respectivamente;

\vec{V}_i , \vec{V}_f - vetores velocidade de M_3 em relação à M_1 , antes e depois da manobra, em um referencial inercial, respectivamente;

δ - ângulo de deflexão (ângulo entre \vec{V}_{∞}^- e \vec{V}_{∞}^+);

r_{ap} - distância máxima de aproximação entre M_2 e M_3 ;

Ψ - ângulo de aproximação;

A, B - possíveis pontos de encontro M_2 e M_3 .

Se utilizando da abordagem *patche-conics* para descrever completamente a manobra, neste momento se divide a manobra nas três etapas seguintes:

1. Na primeira etapa desconsidera-se a influência gravitacional de M_2 e a órbita de M_3 ao redor de M_1 é tomada com kepleriana;
2. Na segunda etapa M_3 entra na esfera de influência de M_2 . Então se calcula a velocidade \vec{V}_{∞}^- :

$$\vec{V}_{\infty}^- = \vec{V}_i - \vec{V}_2 \quad (1)$$

Calcula-se também a velocidade \vec{V}_{∞}^+ que é a velocidade da nave em relação à M_1 após a manobra, no instante em que M_3 vai deixar a esfera de influência, através da equação:

$$\vec{V}_\infty^+ = \vec{V}_f - \vec{V}_2 \quad (2)$$

3. Essa é a ultima etapa e nela considera-se o *swing-by* completo e a nave entra em uma nova órbita kepleriana e torno de M_1 .

Após o *swing-by* estar completo, é feita a comparação da órbita antes e depois da manobra ocorrer. Dessa forma, são calculadas as variações, começando pela variação da velocidade, calculada pela diferença as velocidades inerciais:

$$\Delta\vec{V} = \vec{V}_f - \vec{V}_i \quad (3)$$

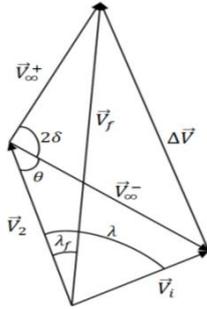


Figura 3 – Soma dos vetores velocidade envolvidos no *swing-by*

FONTE: Prado (2001)

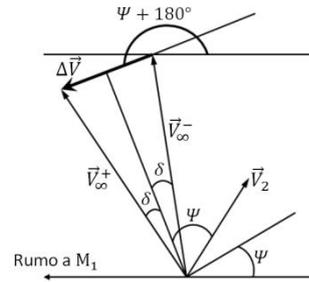


Figura 4 – Vetores envolvidos no *swing-by*

FONTE: Prado (2001).

E a partir do diagrama de vetores velocidade (Figura 3) do *swing-by* é possível encontrar que (BROUCKE, 1988):

$$\Delta\vec{V} = |\Delta\vec{V}| = 2|\vec{V}_\infty| \sin(\delta) = 2V_\infty \sin(\delta) \quad (4)$$

Como mostra a Figura 4 $\Delta\vec{V}$ descreve um ângulo $\Psi + 180^\circ$ com a linha M_1 - M_2 . O próximo passo é obter a variação de momento angular (C).

$$\omega\Delta C = -2V_2V_\infty \sin(\delta) \sin(\Psi) \quad (5)$$

A terceira derivada resultante da manobra é a variação de energia, que é encontrada através da diferença que há entre a energia depois e antes da manobra, que resulta em:

$$\Delta E = E_+ - E_- = 2V_\infty \sin(\delta) [2V_\infty \sin(\delta) - (\dot{X} \cos(\Psi) + \dot{Y} \sin(\Psi))] \quad (6)$$

Após simplificação de (BROUKE, 1988):

$$\Delta E = -2V_2V_\infty \sin(\delta) \sin(\Psi) \quad (7)$$

Analisando as equações anteriores, pode-se chegar a um resultado importante:

$$\Delta E = \omega\Delta C \quad (8)$$

Outras importantes considerações podem ser encontradas ao se estudar com mais detalhes a equação (7). Entre elas, a de que os parâmetros $|\vec{V}_2|$ e $|\vec{V}_\infty|$ que representam as magnitudes dos vetores velocidade citadas anteriormente, são quantidades positivas assim como $\sin(\delta)$ pois $0^\circ < \delta < 90^\circ$. Dessa forma, o único parâmetro que pode modificar o sinal

de ΔE é $\sin(\Psi)$. Logo, para os valores de Ψ no intervalo $0^\circ < \Psi < 180^\circ$, ΔE é negativo (decrece em energia), e intervalo de $180^\circ < \Psi < 360^\circ$, ΔE é positivo (aumenta em energia). Sendo assim de (PRADO, 2001):

- Se o *swing-by* ocorre na frente de M_2 ($0^\circ < \Psi < 180^\circ$), há um decréscimo na energia de M_3 com uma perda máxima quando $\Psi = 90^\circ$;
- Se o *swing-by* ocorre atrás de M_2 ($180^\circ < \Psi < 360^\circ$), há um aumento na energia de M_3 com um ganho máximo quando $\Psi = 270^\circ$.

2.3- *Swing-by* Objetivando Mudança de Trajetória

Da literatura Prado (2001), temos o modelo a seguir, que segue algumas etapas para encontrar as variações e os valores finais referentes à manobra *swing-by*. Esse modelo foi desenvolvido para um *swing-by* de uma partícula, objetivando a mudança de órbita tendo como base um plano bidimensional. Apesar de ter sido desenvolvido para uma só partícula ele é encontrado em uma vasta literatura, sendo estendido aos mais diversos sistemas, para uma partícula (nave espacial) e um corpo celeste (planeta) (FORMIGA; PRADO, 2011), e para uma nuvem de partículas e um corpo celeste (GOMES; PRADO, 2008; PRADO, 2005).

Inicialmente, será necessário encontrar os elementos keplerianos de M_3 relacionados à M_1 anteriores ao encontro com M_2 . Esses elementos são semi-eixo maior (a_i), excentricidade (e_i), energia (E_i) e momento angular (C_i):

$$a_i = \frac{r_a + r_p}{2} \quad (9)$$

$$e_i = 1 - \frac{r_p}{a_i} \quad (10)$$

$$E_i = -\frac{\mu_1}{2a_i} \quad (11)$$

$$C_i = \sqrt{\mu_1 a_i (1 - e_i^2)} \quad (12)$$

Onde: μ_1 - parâmetro gravitacional de M_1 , r_a - distância do apoapsi e r_p - distância do periapse.

Após o cálculo dos elementos keplerianos anteriores a passagem, desconsiderando o efeito gravitacional de M_2 , calcula-se a magnitude da velocidade de M_3 em relação à M_1 (\vec{V}_i) e a anomalia verdadeira (θ):

$$|\vec{V}_i| = \sqrt{\mu_1 \left(\frac{2}{d_{12}} - \frac{1}{a_i} \right)} \quad (13)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{1}{e_i} \left(\frac{a_i(1 - e_i^2)}{d_{12}} - 1 \right) \right] \quad (14)$$

Onde: d_{12} - distância M_1 - M_2 .

Conforme é mostrado na Figura 2, existem duas soluções (θ_A e θ_B) para a Equação (14). O próximo passo é calcular o chamado *flight path angle* (γ), que é o ângulo entre a velocidade inercial de M_3 e a velocidade de M_2 , encontrado através da Equação (15), que assim como a anomalia verdadeira, possui duas soluções (γ_A e γ_B):

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{e_i \sin \theta}{1 + e_i \cos \theta} \right) \quad (15)$$

E tendo por base a soma vetorial envolvida no *swing-by* (Figura 5) é calculada a velocidade de M_3 em relação à M_2 e o ângulo (β) entre ela e a velocidade de M_2 :

$$|\vec{V}_{\infty}^-| = \sqrt{V_i^2 + V_2^2 - 2V_iV_2 \cos \gamma} \quad (16)$$

$$\beta = \cos^{-1} \left(-\frac{V_i^2 - V_2^2 - V_{\infty}^{-2}}{2V_2V_{\infty}^-} \right) \quad (17)$$

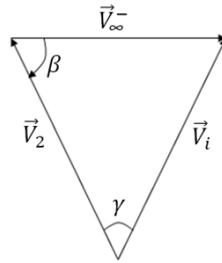


Figura 5 – Soma vetorial envolvida no *swing-by*

FONTE: Prado (2001)

Esse modelo permite dois ângulos de aproximação (Ψ_1 e Ψ_2), que são possíveis devido às duas diferentes possibilidades de deflexão da direção do vetor velocidade, conforme a geometria do encontro (Figura 6), estes ângulos são dados pelas equações a seguir:

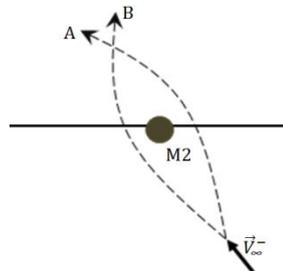


Figura 6 – Possíveis rotações para o vetor velocidade

FONTE: Prado (2001)

$$\Psi_1 = 180^\circ + \beta + \delta \quad (18)$$

$$\Psi_2 = 360^\circ + \beta - \delta \quad (19)$$

Onde o ângulo de deflexão é dado pela equação abaixo, da literatura (Broucke, 1988):

$$\delta = \sin^{-1} \left(\frac{1}{1 + \frac{r_{ap} V_\infty^2}{\mu_2}} \right) \quad (20)$$

Onde: μ_2 - parâmetro gravitacional de M_2 .

A Equação (20) junto a Figura 2, segundo Prado (2001) revelam as variáveis independentes, que descrevem completamente a manobra, sendo elas a magnitude da velocidade de M_3 no infinito, antes ou após a manobra, distância de M_3 em relação à M_2 no instante do encontro e o ângulo de aproximação.

A partir das equações citadas anteriormente, é possível então, encontrar as variações de energia (ΔE), momento angular (ΔC) e velocidade (ΔV):

$$\Delta E = -2V_2 V_\infty \sin \delta \sin \Psi \quad (21)$$

$$\Delta C = \frac{\Delta E}{\omega} \quad (22)$$

$$\Delta V = 2V_\infty \sin \delta \quad (23)$$

Onde: ω - velocidade angular de M_2 .

A partir do cálculo das variações, encontra-se os valores finais de energia (E_f), momento angular final (C_f) e velocidade (V_f):

$$E_f = E_i + \Delta E \quad (24)$$

$$C_f = C_i + \Delta C \quad (25)$$

$$V_f = V_i + \Delta V \quad (26)$$

Por fim, através das equações a seguir, acham-se os principais valores relacionados à geometria final da órbita, semi-eixo maior final (a_f) e excentricidade final (e_f):

$$a_f = -\frac{\mu_1}{2E_f} \quad (27)$$

$$e_f = \sqrt{1 - \frac{C_f^2}{\mu_1 a_f}} \quad (28)$$

Após o cálculo da manobra através do modelo matemático apresentado, pode-se fazer a análise da manobra. Para isso, utiliza-se a Tabela 1 que classifica o tipo de órbita e a Tabela 2 que define a órbita segundo energia e momento angular, assim classificando M_3 quanto à geometria de sua órbita e quanto à sua direção de rotação, que pode ser direta (sentido horário) ou retrógrada (sentido anti-horário).

Tabela 1 – Secções cônicas.

Cônica	Energia	Semi-eixo Maior	Excentricidade
Circular	< 0	r (raio)	0
Elipse	< 0	> 0	$0 < e < 1$
Parábola	0	∞	1
Hipérbole	> 0	< 0	> 1

FONTE: Silva (2001)

Tabela 2 – Classificação da órbita segundo energia e momento angular

Órbita	Energia	Momento Angular
Elíptica direta	Negativa	Positivo
Elíptica retrógrada	Negativa	Negativo
Hiperbólica direta	Positiva	Positivo
Hiperbólica retrógrada	Positiva	Negativo

FONTE: Adaptado de Prado (2001)

3- METODOLOGIA

3.1- Extensão do Modelo Matemático a uma Nuvem de Partículas

O modelo matemático Prado (2001), já apresentado anteriormente, foi desenvolvido para o cálculo do *swing-by* de uma única partícula. Para estendê-lo a uma nuvem de partículas, fez-se uso da metodologia empregada nas literaturas Gomes e Prado (2008) e Prado (2005), nas quais, a partir de uma variação no semi-eixo maior ($a \pm \Delta a$) e na excentricidade ($e \pm \Delta e$) empregadas no modelo matemático Prado (2001), foi possível estender o modelo a uma nuvem de partículas.

3.2- Estrutura do Código Fonte para *Swing-by* de Uma Nuvem de Partículas

Para gerar a nuvem de partículas através da metodologia apresentada e simular a manobra *swing-by* com um planeta, fez-se o uso do integrador numérico Fortran. O programa foi feito em linguagem Fortran 90, cuja estrutura é apresentada na Figura 7. Foi utilizada a linguagem Fortran devido a sua precisão na geração de dados e pela sua aceitação no meio acadêmico para uso em cálculos de manobras orbitais.

O programa foi desenvolvido com o objetivo de calcular o semi-eixo maior e excentricidade da partícula de referência (partícula mais próxima do corpo primário) e somar

variações nos valores calculados de semi-eixo maior e excentricidade da partícula de referência. Dessa forma, é gerada a nuvem, e individualmente é calculada a manobra de cada partícula.

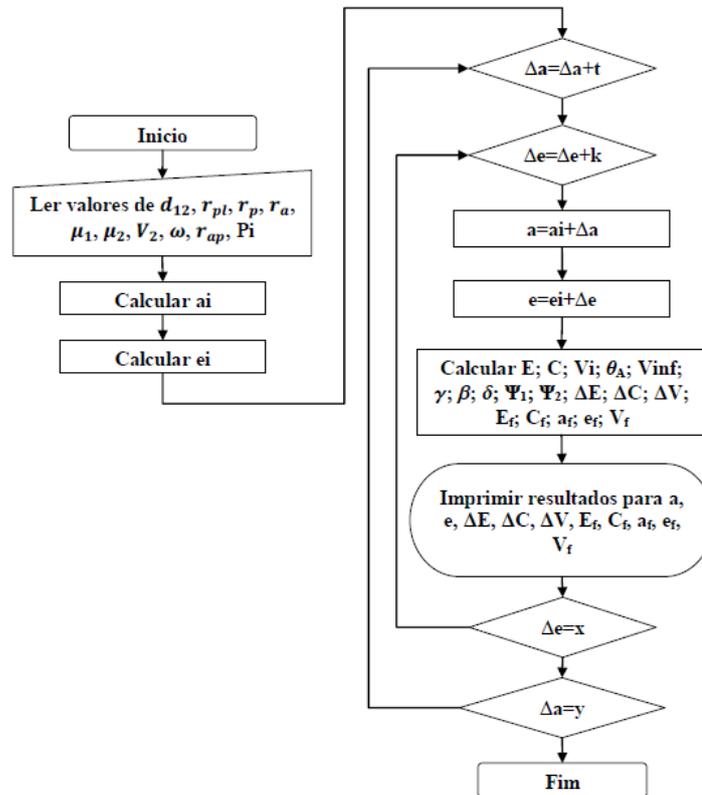


Figura 7 – Fluxograma da rotina em Fortran

Como mostra o fluxograma, primeiro é necessário inserir no código fonte (Apêndice A) os valores de distância de apoapsis (r_a) e distância de periapsis (r_p) da partícula de referência; a distância máxima de aproximação (r_{ap}), o parâmetro gravitacional de M_1 (μ_1), a distância entre M_1 e M_2 (d_{12}); raio equatorial (r_{pl}), velocidade orbital do planeta (V_2), velocidade angular (ω) e parâmetro gravitacional de M_2 (μ_2).

Depois da declaração dos dados iniciais, o programa faz os cálculos iniciais para semi-eixo maior e excentricidade em relação aos valores r_a e r_p da partícula mais próxima, depois se abre um laço para calcular os valores para cada partícula da nuvem, considera-se então um incremento de valores t e k com um a variação máxima de x e y para os valores de semi-eixo maior e excentricidade. Essa variação representa as variações de partícula para partícula da nuvem, sendo que a variação máxima representa a partícula com maior semi-eixo e excentricidade. O laço terá como condição para acabar os valores máximos de variação x e y para (Δa) e (Δe) respectivamente. O comando para impressão de valores também está inserido

dentro do laço e os valores serão impressos em um arquivo (.dat), que depois são apresentados na forma de gráficos para análise através do programa Origin 8.

4- RESULTADOS

4.1- Dados Iniciais

Conforme mostrado no capítulo 3, para se calcular a manobra deve-se conhecer inicialmente alguns valores, estes referentes à nuvem, ao planeta do sistema e ao Sol. O único valor inicial relacionado ao Sol é seu parâmetro gravitacional ($\mu_1 = 1,33 * 10^{11} \text{ km}^3/\text{s}^2$). Para o planetas do sistema (Marte), é apresentada a Tabela 3, que contém além dos principais valores referentes a eles, valores referentes à Terra, que serão usados na análise dos resultados.

Tabela 3 - Dados dos planetas Terra e Marte

	Terra	Marte
Semi-eixo Maior (a) [km]	149.598.261	227.939.150
Excentricidade (e)	0,01671123	0,093315
Inclinação [graus]	7,155	1,850
Velocidade Orbital (V_2) [km/s]	29,78	24,077
Período Orbital [dias]	365,2564	686,971
Massa [kg]	$5,9736 * 10^{24}$	$6,4185 * 10^{23}$
Raio Equatorial (r_{pl}) [km]	6.378,1	3.396,2
Distância do Apoapses (r_a) [km]	147.098.290	249.209.300
Distância do Periapses (r_p) [km]	152.098.232	206.669.000
Distância Média do Sol (d_{12}) [km]	149.597.870	227.940.000
Parâmetro Gravitacional (μ) [km^3/s^2]	$3,986 * 10^5$	$4,28389 * 10^4$
Velocidade Angular (ω) [rad/s]	$1,99 * 10^{-7}$	$1,06 * 10^{-7}$

FONTE: Adaptado de Jones (2007) e McFadden *et al.*(2007)

Conforme mostrado no capítulo 3, a geração da nuvem antes do *swing-by* é feita pela relação $e \pm \Delta e$ para a excentricidade e $a \pm \Delta a$ para o semi-eixo maior. Para isso, será necessário definir valores iniciais aos quais as variações serão somadas, para assim gerar a nuvem. Estes valores serão os da partícula com menor excentricidade e menor semi-eixo maior, chamada partícula de referência (Tabela 4). Os dados da partícula de referência foram baseados nos dados das órbitas de Marte, mais especificamente a sua distância média ao Sol (d_{12}), onde $r_p = 0,15d_{12}$ e $r_a = 1,2d_{12}$. Também será necessário definir a taxa de variação

(Δa e Δe) e a variação máxima (Δa_m e Δe_m) do semi-eixo maior e da excentricidade, para assim gerar a nuvem de partículas. A variação adotada para a excentricidade será de $\Delta e = 0,001$ para a taxa de variação (incremento) e variação máxima de $\Delta e_m = 0,01$, ou seja, a partícula de referência possui excentricidade igual a e e a partícula com maior excentricidade possui $e + \Delta e_m$, as demais partículas estão dentro deste intervalo. O mesmo acontece para o semi-eixo maior, onde a é o semi-eixo maior da partícula de referência e $a + \Delta a_m$ é a partícula com maior semi-eixo maior, e as outras partículas estão dentro deste intervalo. Os valores referentes às variações de semi-eixo maior são apresentados na Tabela 5 e foram relacionados a distância média entre o planeta e o Sol.

Tabela 4 - Dados iniciais da nuvem para *swing-by* com Marte

$r_p (=0,15d_{12})$ [km]	$r_a (= 1,2d_{12})$ [km]
$3,4191*10^7$	$2,73528*10^8$

Tabela 5 – Variações para a geração da nuvem

	Δa [km]
Taxa de Variação (Δa) [= $0,001d_{12}$]	$2,2794*10^3$
Variação Máxima (Δa_m) [= $0,01d_{12}$]	$2,2794*10^6$

A partir dos dados iniciais apresentados nas tabelas anteriores, fez-se uma relação das principais órbitas do sistema em estudo, com a ajuda do *software* Mathematica, utilizando a equação polar das cônicas, solução do problema de dois corpos. A Figura 8 mostra as órbitas para o sistema Sol-Marte. Pode-se ver que a órbita da partícula de referência cruza com a da Terra, assim provavelmente todas as partículas da nuvem também cruzam com a órbita da Terra. Isso se deve à combinação de semi-eixo e excentricidade escolhidos para a nuvem.

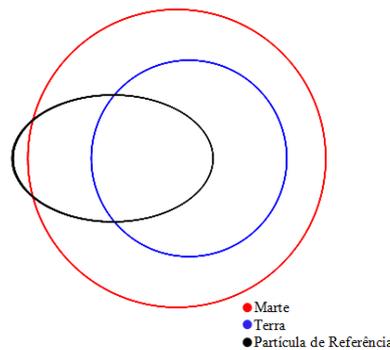


Figura 8 – Órbitas sistema Sol-Marte

Outro importante parâmetro inicial que se deve conhecer é a distância máxima de aproximação entre M_2 e M_3 (r_{ap}), e para melhor entendimento de sua influência nos

resultados finais do *swing-by*, foram considerados valores diferentes para ela, que são: $r_{ap} = 1,1r_{pl} = 3,73582 * 10^3$ [km] e $r_{ap} = 10r_{pl} = 3,396 * 10^4$ [km]. Onde r_{pl} é o raio equatorial do planeta.

A partir de todos os dados apresentados nesta parte do trabalho, já é possível calcular a manobra da nuvem de partículas, e apresentar em forma de gráficos, os resultados encontrados. Como é sabido existem duas soluções possíveis para o modelo matemático, relacionadas aos ângulos de aproximação Ψ_1 (chamada solução 1) e Ψ_2 (chamada solução 2).

4.2- *Swing-by* no Sistema Sol-Marte

Os resultados a seguir são para um *swing-by* de uma nuvem de partículas no sistema Sol-Marte, considerando as soluções 1 e 2. As Figuras 9 e 10, mostram a configuração da nuvem anterior ao encontro, sendo a mesma para ambas as soluções. Conforme o modelo matemático apresentado no capítulo 2, os valores dos elementos orbitais da nuvem anteriores a manobra são os mesmos para Ψ_1 e Ψ_2 , a influência do ângulo de aproximação se dá somente nos valores dos elementos orbitais encontrados após o *swing-by*, com exceção ao valor de variação da velocidade que é a mesma nas duas soluções.

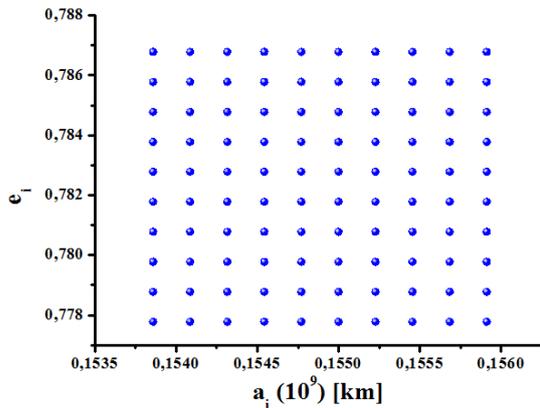


Figura 9 – Configuração inicial da nuvem (semi-eixo maior x excentricidade antes da manobra)

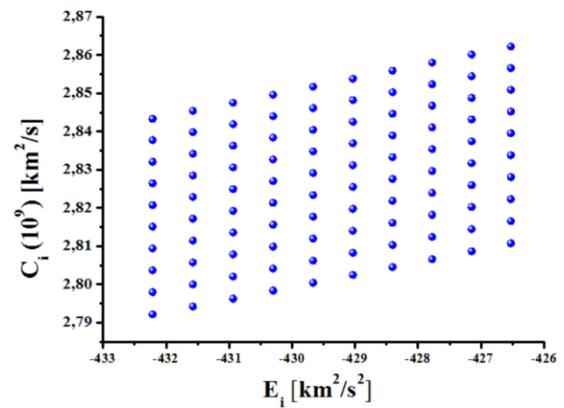


Figura 10 – Configuração inicial da nuvem (energia x momento angular antes da manobra)

Através da Figura 9 é visto que a nuvem, inicialmente, se encontra em uma órbita fechada elíptica, o que pode ser afirmado com base na Tabela 1, em que $0 < e < 1$ e $a > 0$. A Figura 10, além de mostrar que se trata de uma órbita elíptica, também mostra que é uma elíptica direta, pois $E_i < 0$ e $C_i > 0$, conforme Tabela 2.

Conforme citado anteriormente a variação na velocidade é a mesma nas duas soluções de ângulo de aproximação, e seus resultados podem ser vistos para $r_{ap} = 1,1r_{pl}$ na Figura 11 e para $r_{ap} = 10r_{pl}$ na Figura 12.

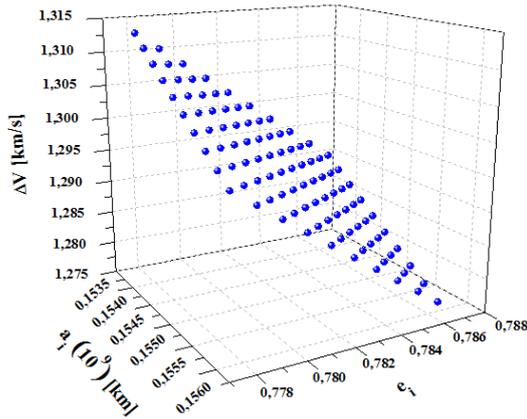


Figura 11 – Semi-eixo maior antes da manobra x excentricidade antes da manobra x variação da velocidade devido ao *swing-by* para $r_{ap} = 1,1r_{pl}$

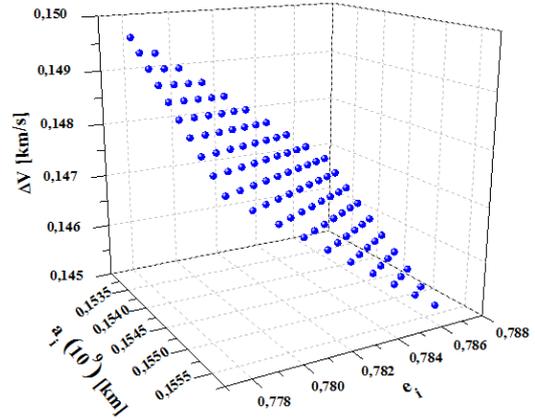


Figura 12 – Semi-eixo maior antes da manobra x excentricidade antes da manobra x variação da velocidade devido ao *swing-by* para $r_{ap} = 10r_{pl}$

As Figuras 11 e 12 mostram também que, para manobras no sistema Sol-Marte, quanto menor o semi-eixo maior e menor a excentricidade anteriores à manobra, maior será a variação da velocidade. Nota-se também que, quanto mais próximo a nuvem passar do planeta, ou seja, quanto menor a distância máxima de aproximação, maior a variação na velocidade. Isto é possível devido ao efeito gravitacional que o planeta exerce sobre as partículas.

PARTE DO RELATÓRIO DESENVOLVIDO PELOS DOIS ALUNOS

4.2.1- Resultados Solução 1 (Sol-Marte- Ψ_1)

Nesta parte do trabalho apresentam-se os resultados da manobra *swing-by* no sistema Sol-Marte referentes ao ângulo de aproximação Ψ_1 , para as duas distâncias máxima de aproximação escolhidas.

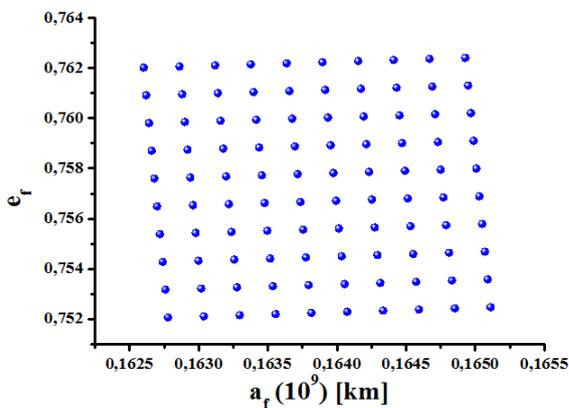


Figura 13 - Semi-eixo maior x

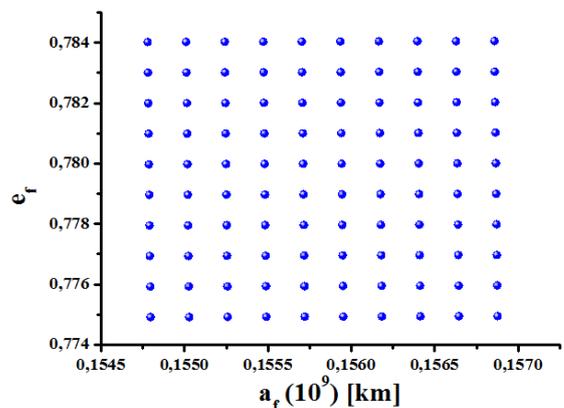


Figura 14 - Semi-eixo maior x

excentricidade após a manobra para
 $r_{ap} = 1, 1r_{pl}$



Figura 15 – Energia x momento angular após a manobra para $r_{ap} = 1, 1r_{pl}$

excentricidade após a manobra para
 $r_{ap} = 10r_{pl}$

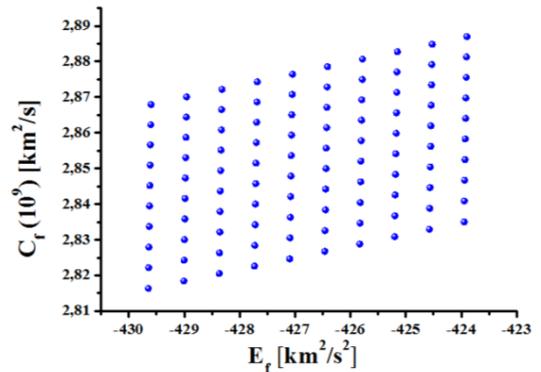


Figura 16 - Energia x momento angular após a manobra para $r_{ap} = 10r_{pl}$

Como pode ser notado através das Figuras 13 e 14 as partículas continuaram em órbita elíptica, as variações de semi-eixo maior e excentricidade em ambas r_{ap} escolhidas foram muito pequenas. Já analisando as Figuras 15 e 16, e comparando as a Figura 10, nota-se que após a manobra para a solução 1 no sistema Sol-Marte, para os parâmetros iniciais escolhidos no início deste capítulo, mostram um pequeno ganho de energia, e as partículas continuam em órbitas elípticas diretas. Esse ganho para as duas distâncias de aproximação (r_{ap}) escolhidas, não foi o suficiente para que as partículas mudassem sua trajetória para órbitas hiperbólicas. Também pode ser visto que quanto menor a r_{ap} maior é o ganho de energia, pois a influência do planeta sobre as partículas é maior.

4.2.2- Resultados Solução 2 (Sol-Marte- Ψ_2)

Agora serão apresentados os resultados para o *swing-by* no sistema Sol-Marte referentes ao ângulo de aproximação Ψ_2 , e as duas distâncias de aproximação escolhidas anteriormente.

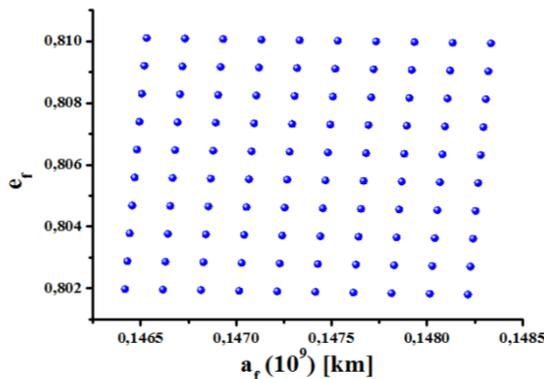


Figura 17 - Semi-eixo maior x

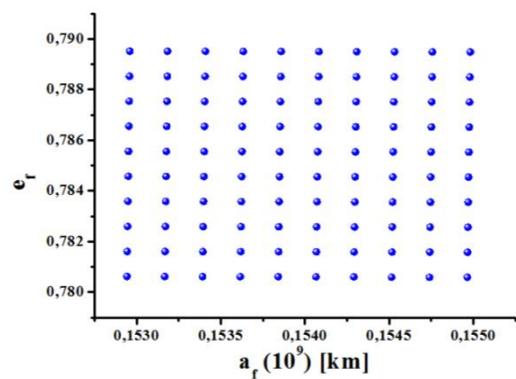


Figura 18 - Semi-eixo maior x

excentricidade após a manobra para
 $r_{ap} = 1,1r_{pl}$

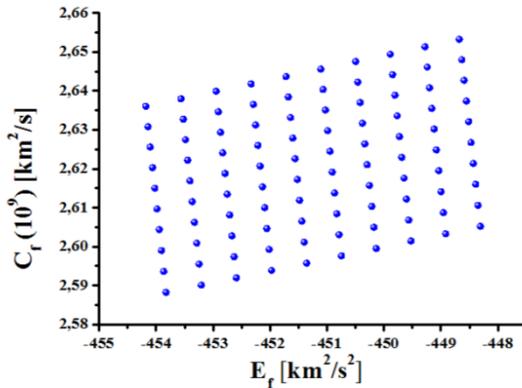


Figura 19 - Energia x momento angular
 após a manobra para $r_{ap} = 1,1r_{pl}$

excentricidade após a manobra para
 $r_{ap} = 10r_{pl}$

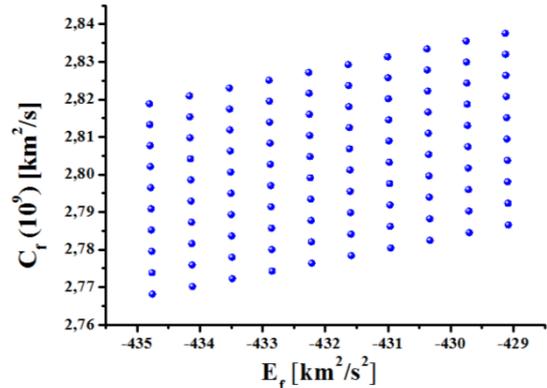


Figura 20 - Energia x momento angular
 após a manobra para $r_{ap} = 10r_{pl}$

Ao analisar os resultados para a solução 2 as partículas continuaram em órbita elíptica. Conforme Figuras 17 e 18, ocorreram variações de semi-eixo maior e excentricidade nas duas r_{ap} escolhidas, sendo esta variação maior para $r_{ap} = 1,1r_{pl}$, onde houve um aumento na excentricidade e diminuição no semi-eixo maior, em comparação com os valores anteriores a manobra (Figura 9). Através da análise das Figuras 19 e 20 pode-se dizer que as partículas permaneceram em uma órbita elíptica direta. Pode ser visto que assim como houve uma maior variação de semi-eixo maior e excentricidade quando $r_{ap} = 1,1r_{pl}$, para esta r_{ap} também há uma maior variação de energia, mais especificamente uma diminuição dela.

4.2.3- Conclusão para *Swing-by* no Sistema Sol-Marte

Como era esperado, tanto na solução 1 quanto na solução 2, as maiores variações podem ser notadas quando a passagem ocorre mais próximas ao planeta Marte, como é sabido da lei da gravitação universal, quanto menor a distância entre os corpos, maior é a força de atração entre eles, logo os valores finais obtidos em um *swing-by* para $r_{ap} = 1,1r_{pl}$ apresenta variações mais perceptíveis, independentemente de ser a solução 1 ou 2.

Como mostrado no início deste capítulo, os valores iniciais da nuvem foram escolhidos de modo que a órbita das partículas antes do *swing-by*, cruzassem com a órbita da Terra (Figura 8). E ao se analisar os resultados obtidos após o *swing-by*, pode-se através dos valores de semi-eixo maior e excentricidade apresentados pelas Figuras 13 e 14 para a solução 1, e Figuras 17 e 18 para solução 2, notar que devido a pouca variação para as r_{ap} escolhidas, a órbita das partículas ainda continuam a cruzar com as órbitas de Terra e Marte. A fim de tornar este resultado mais visível, fez-se uma relação de órbitas utilizando o *software*

Mathematica, onde a chamada Partícula 1 é a que possui o maior semi-eixo maior após a manobra e a Partícula 2 é a que possui o menor semi-eixo maior depois do *swing-by*. Esta relação de orbitas é mostrada pela Figura 21 para solução 1 e pela Figura 22 para a solução 2.

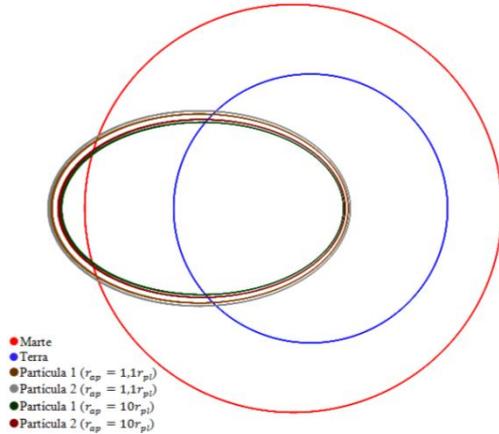


Figura 21 – Relação de órbitas após o *swing-by* para a solução 1

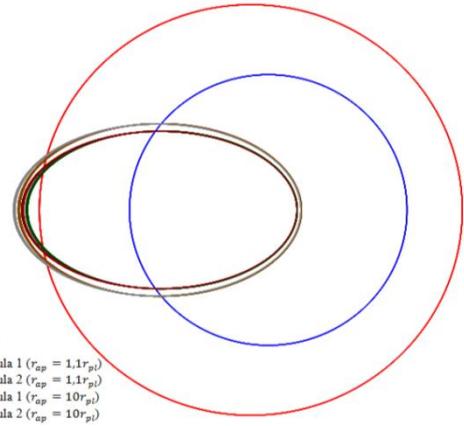


Figura 22 - Relação de órbitas após o *swing-by* para a solução 2

Ao se analisar os resultados procurando por regiões de manobras ótimas, pode-se afirmar com base nas Figuras 11 e 12, que para manobras com o planeta Marte, configurações de órbitas iniciais com os menores semi-eixos maior e as menores excentricidades, geraram maiores incrementos na velocidade.

4.3- *Swing-by* no Sistema Sol-Marte Variando os Três Parâmetros Iniciais da Nuvem

Nessa parte do estudo são apresentados resultados de uma manobra de *swing-by* no sistema Sol-Marte, onde foi acrescentado além da variação do semi-eixo maior e excentricidade, a variação do parâmetro inicial distância máxima de aproximação (r_{ap}). Os resultados podem ser vistos a seguir:

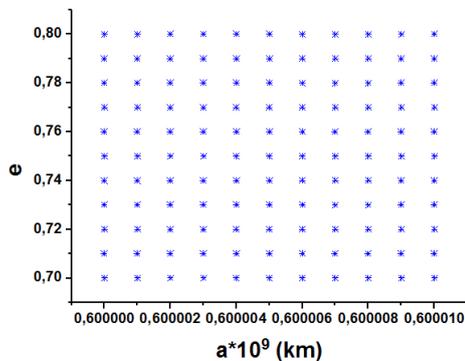


Fig. 23 - Semi-eixo maior x excentricidade antes do *swing-by*.

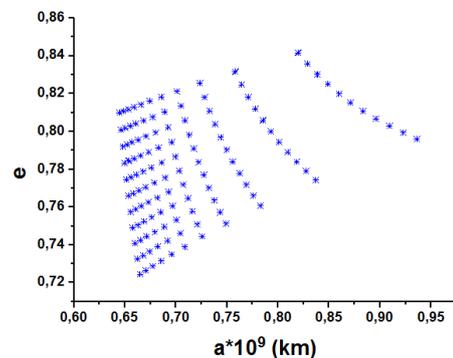


Fig. 24 - Semi-eixo maior x excentricidade após o *swing-by*.

A Figura 23 apresenta a nuvem de partículas antes da manobra, ao analisá-la nota-se que inicialmente as partículas se encontram em órbitas elípticas, e em um intervalo com excentricidade alta. Após a manobra, como mostra a Figura 24, as partículas ainda se encontram em órbitas elípticas, ocorreu um aumento na excentricidade das partículas e, algumas partículas foram lançadas a órbitas com semi-eixo maior, muito mais altos que os iniciais. Essas partículas possivelmente são aquelas que passaram mais próximo ao planeta, ou seja, tinham uma menor distância máxima de aproximação.

5- CONCLUSÃO

Conforme a proposta apresentada para o estudo da passagem próxima de uma nuvem de partículas a um corpo celeste, através da análise das variações dos elementos orbitais que fizessem com que sua órbita viesse a se chocar com a órbita da Terra. A outra proposta era apontar possíveis regiões de manobras ótimas.

Após as simulações para o planeta Marte, e conforme os resultados apresentados e comentados no capítulo 4, é possível afirmar que no caso da manobra *swing-by* de uma nuvem de partículas com o planeta Marte a influência dele sobre as partículas da nuvem é pequena, visto que para nenhum dos dois possíveis ângulos de aproximação ocorreu de partículas entrarem em órbitas hiperbólicas e escaparem da nuvem. As conclusões que podem ser retiradas, indiferente ao ângulo de aproximação, são as de que passagens que ocorrem mais próximas ao planeta, ou seja, menores distância máxima de aproximação causam variações maiores quando comparadas a uma passagem mais distante. Essa conclusão foi reforçada, com a inclusão ao trabalho dos resultados para a manobra com a variação dos três parâmetros iniciais, onde se nota que as partículas que passaram mais próximas ao planeta, também tiveram maior variação em seus elementos keplerianos.

Através da simulação do *swing-by* para nuvem de partículas, fica mais fácil encontrar regiões de manobras ótimas, ou que atendam às especificações de uma missão. A análise de manobras para nuvem de partículas, durante a elaboração do projeto inicial de uma missão espacial, serve para se ter uma primeira impressão de possíveis resultados futuros. Torna-se mais fácil encontrar soluções, dentro dos resultados da manobra de uma nuvem, do que se fossem analisar caso a caso.

ETAPAS CONCLUÍDAS

- 1-Realização de pesquisa bibliográfica;
- 2- Apresentação de seminários;
- 3- Desenvolvimento de equações analíticas;
- 4-Estudo teórico e montagem inicial dos algoritmos;
- 5-Comparação entre os modelos desenvolvidos e geração de resultados
- 6-Geração de resultados e simulações para outros sistemas;
- 7-Redigir trabalho e participação em eventos;
- 8- Elaboração do relatório final e submissão de trabalhos.

ATIVIDADES (*)	2012						2013					
	jul	ago	set	out	nov	dez	jan	fev	mar	abril	maio	junho
Atividade 1	ok	ok	ok									
Atividade 2	Ok	ok			ok				ok		ok	
Atividade 3			Ok	ok	ok							
Atividade 4					ok	ok	ok	Ok				
Atividade 5							ok	ok	Ok			
Atividade 6									Ok			
Atividade 7									ok	ok		
Atividade 8										ok	ok	ok

ok- Atividade realizada; x- em andamento

CONTINUAÇÃO DO PROJETO INCLUINDO RESSONÂNCIA ORBITAL

Durante o desenvolvimento da pesquisa foi possível perceber que um estudo mais detalhado poderia ser realizado quando se considera múltiplos encontros com um corpo celeste, isto é, considerando o movimento médio do planeta é possível se utilizar da ressonância orbital para ganhar energia e realizar uma manobra com baixo custo. Dessa forma, aproveitando os resultados já obtidos é possível estudar tais manobras já abordadas considerando o efeito da ressonância.

Etapas a concluir

- 1-Realização de pesquisa bibliográfica;
- 2- Apresentação de seminários;
- 3- Desenvolvimento de equações analíticas;
- 4-Estudo teórico e montagem inicial dos algoritmos;
- 5-Comparação entre os modelos desenvolvidos e geração de resultados
- 6-Geração de resultados e simulações para outros sistemas;
- 7-Redigir trabalho e participação em eventos;
- 8- Elaboração do relatório final e submissão de trabalhos.

ATIVIDADES (*)	2013						2014					
	jul	ago	set	out	nov	dez	jan	fev	mar	abril	maio	junho
Atividade 1	X	X	X									
Atividade 2	X	X			ok				X		X	
Atividade 3			X	X	X							
Atividade 4					X	X	X	X				
Atividade 5							X	X	X			
Atividade 6									X			
Atividade 7									X	X		
Atividade 8										X	X	X

6- REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- BROUCKE, R.A. The celestial mechanics of gravity assist. In: AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Minneapolis, 1988. **Proceedings...** Washington, DC: AIAA, 1988. p. 83-85.
- BROUCKE, R.A.; PRADO, A.F.B.A. Jupiter swing-by trajectories passing near the earth. **Advances in the Astronautical Sciences**. v. 82, n. 2, p.1159-1176. 1993.
- D'AMARIO, L. A.; BRIGHT, L. E.; WOLF, A. A., Galileo trajectory design. **Space science reviews**. v. 60, n. 1-4, p.23-78. 1992.
- FORMIGA, J. K. S.; PRADO, A. F. B. A. A study of the effects of a close approach between a planet and a particle. In: 22 INTERNATIONAL SIMPOSIUM ON SPACE FLIGHT DYNAMICS, 2011, São José dos Campos. **Proceedings...** v. 12, p. 1-10, 2011.
- GOMES, V. M.; PRADO, A. F. B. A. Swing-by maneuvers for a cloud of particles with planets of the solar system. **WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics**, v. 3, n. 11, p. 859-868, 2008.
- GOMES, V. M.; PRADO, A.F.B.A. A Study of the Close Approach Between a Planet and a Cloud of Particles. In: 8th WSEAS International Conference on SIGNAL PROCESSING, ROBOTICS and AUTOMATION, 2009, Cambridge. **Recent Advances in Signal Processing, Robotics and Automation**. Cambridge : WSEAS Press, 2009. v. 1. p. 126-131.
- JONES, B. W. **Discovering the solar system**. 2. ed. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2007. 453 p.
- KOHLHASE, C.E.; PENZO, P.A. Voyager Mission Description. **Space Science Reviews**, Vol. 21, N. 2, p.77-101, 1977.
- MCFADDEN, L.; WEISSMAN, P. R.; JONHSON, T. V. **Encyclopedia of the solar system** . 2. ed. San Diego: Elsevier, 2007. 966 p.
- PRADO, A. F. B. A. **Optimal transfer and swing-by orbits in the two- and three-body problems**. 1993. Dissertação (Doutorado em Ciências de Engenharia Aeroespacial) - Universidade do Texas. Austin.
- PRADO, A. F. B. A. **Trajatórias espaciais e manobras assistidas por gravidade**. São José dos Campos: INPE, 2001. 169 p.
- PRADO, A.F.B.A. A Patched Conics Description of the Swing-By of a Group of Particles. **Nonlinear Dynamics and System Theory**, Kiev, v. 5, n. 3, p. 265-271, 2005.
- SILVA, W. C. C. Movimento orbital. In: PRADO, A. F. B. A.; KUGA, H. K. **Fundamentos de tecnologia espacial**. São José dos Campos: INPE, 2001. cap. 1, p.9-24.

Guilherme Cleyton Pereira

Dr. Jorge Kennety Silva Formiga