

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-14010-PRE/9185

**SIMULAÇÃO DE MANOBRAS DE ATITUDE DE SATÉLITES
ARTIFICIAIS ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO**

Bruno Barreto Vasques*

* UNESP, Bolsista PIBIC/CNPq

Relatório Final de Projeto de Iniciação Científica (PIBIC/CNPq/INPE), orientado pelo
Dr. Victor Orlando Gamarra Rosado e co-orientado pelo Dr. Luis Carlos Gadelha de
Souza.

INPE
São José dos Campos
2006

[Imprimir](#)[Fechar](#)*Referência Completa*

Tipo da Referência Conference Proceedings
Chave Secundária INPE-14010-PRE/9185
Chave de Citação VasquesRosaSouz:2006:SiMaAt
Autor Vasques, Bruno Barreto
Rosado, Victor Orlando Gamarra
Souza, Luiz Carlos Gadelha de
Título Simulação de manobras de atitude de satélites artificiais
estabilizados por rotação
Nome do Evento Sicinpe - 2006
Localização do Evento São José dos Campos
Ano 2006
Páginas 39 p.
Repositório do Metadado sid.inpe.br/mtc-m16@80/2006/08.09.13.29.01
Ultima Atualização do Metadado 2006:08.09.13.29.01 sid.inpe.br/banon/2003/08.15.17.40
vinicius
Site <mtc-m16.sid.inpe.br>
Idioma Portuguese
Detentor da Cópia SID/SCD
Tipo Secundário PRE CN
Divulgação <E>
Area ETES
Grupo
DMC
Afiliação Universidade Estadual Paulista - UNESP
Universidade Estadual Paulista - UNESP
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)
Login vinicius
Grupo de Usuários vinicius
Estágio do Documento update by the author
Visibilidade shown
Data de Acesso 09 ago. 2006

[atualizar](#)[Fechar](#)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

**SIMULAÇÃO DE MANOBRAS DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS
ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO**

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(PIBIC/CNPq/INPE)**

Brunno Barreto Vasques (UNESP, Bolsista PIBIC/CNPq)

E-mail: mec04017@feg.unesp.br

Victor Orlando Gamarra Rosado (UNESP, Orientador)

E-mail: victor@feg.unesp.br

Luis Carlos Gadelha de Souza (DMC/INPE, Orientador)

E-mail: gadelha@dem.inpe.br

JULHO DE 2006

RESUMO

A interação entre o momento magnético de uma bobina magnética a bordo de um satélite artificial tem sido muito usada para a geração de torques de controle. Este trabalho, iniciado em Agosto de 2005, tem por objetivo analisar e desenvolver a dinâmica de satélites artificiais estabilizados por rotação e implementar uma função de chaveamento para efeitos da realização de manobras de atitude. Para isto é utilizado um sistema de coordenadas esféricas, fixo no satélite, que posiciona o eixo de rotação do satélite em relação ao sistema equatorial terrestre. As coordenadas esféricas que descrevem a atitude do satélite são o módulo da velocidade de rotação, a ascensão reta e a declinação do eixo de rotação do satélite. Também se levou em conta que a órbita do satélite ao redor da Terra é conhecida, dada inicialmente por uma órbita de referência Kepleriana, e que para satélites com órbitas menores que um dia a orientação do eixo de “spin” praticamente não varia no período de integração, ou seja, durante uma órbita. Além disso, a regressão nodal e rotação apsidal foram desprezadas e foi tomada a média do componente do dipolo geomagnético no tempo considerado de 24 horas. A lei de controle que governa o dispositivo de controle é desenvolvida a partir de uma função de chaveamento derivada da condição de estabilidade assintótica, para estabilização geomagnética de um satélite rígido. Esta lei de controle é aplicável para qualquer orientação de eixo de “spin” e condição orbital. Por fim, com uso do software MATLAB, a simulação da lei de controle pôde ser realizada e os resultados obtidos puderam ser analisados. Estas simulações mostraram a exeqüibilidade da lei de controle e a possibilidade de otimização – com notável incremento em desempenho, tendo em vista os recursos computacionais atualmente em uso.

SPIN STABILIZED ARTIFICIAL SATELLITE ATTITUDE SIMULATIONS

ABSTRACT

The interaction between the onboard coil magnetic moment and the geomagnetic field have been much used to generate control torques. The goal of the work presented herein is to build up and analyse the dynamics of spin-stabilized spacecraft and implement a switching function, derived from the asymptotic stability condition, for geomagnetic attitude stabilization of a rigid satellite. This control law is applicable for any desired spin-axis orientation and orbital condition. Simulation runs were extensively carried out using MATLAB as the primary platform for data analysis. These simulations enabled to verify the feasibility of such control law, concluding that the procedure is subject to optimization, in view of the computational resources used nowadays.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	6
INTRODUÇÃO	
1.1 OBJETIVOS	6
1.2 EXPOSIÇÃO DO PROBLEMA	6
1.3 TRABALHOS REPRESENTATIVOS EM CONTROLE DE ATITUDE	6
CAPÍTULO 2	8
SISTEMAS DE REFERÊNCIAS	
2.1 SISTEMA EQUATORIAL INERCIAL	8
2.2 SISTEMA EQUATORIAL	9
2.3 SISTEMA DO SATÉLITE	9
2.4 SISTEMA ORBITAL	11
2.5 SISTEMA MAGNÉTICO	12
CAPÍTULO 3	14
CAMPO MAGNÉTICO DA TERRA	
3.1 CAMPOS MAGNÉTICOS	14
3.1.1 ORIGEM E EQUAÇÕES	14
3.1.2 CARACTERÍSTICAS	16
3.2 CARACTERÍSTICAS DO CAMPO MAGNÉTICO DA TERRA	17
3.2.1 O MAGNETISMO TERRESTRE	20
3.2.2 VARIAÇÕES NO CAMPO MAGNÉTICO	22
3.3 CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE	24
3.3.1 DIPOLO GEOMAGNÉTICO	25
CAPÍTULO 4	26
TORQUE MAGNÉTICO	
4.1 ORIGEM	27
4.2 TORQUES DE PERTURBAÇÃO	29
4.3 TORQUE DE CONTROLE	29
4.3.1 COMPONENTES INSTANTÂNEOS DO TORQUE DE CONTROLE	30

4.4 INSTRUMENTOS DE CONTROLE	31
4.4.1 BOBINAS MAGNÉTICAS	31
4.4.2 BOBINAS MAGNÉTICAS COM NÚCLEO	32
4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O TORQUE DE CONTROLE	32
CAPÍTULO 5	32
DINÂMICA DO SATÉLITE ESTABILIZADO POR ROTAÇÃO	
5.1 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO	32
5.2 LEI DE CONTROLE	34
CAPÍTULO 6	35
SIMULAÇÃO E RESULTADOS	
CAPÍTULO 7	37
CONCLUSÕES	
REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	37
APÊNDICE A – CÓDIGO MATLAB	38

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste trabalho, o problema da utilização de controle de origem magnética para efeitos de estabilização de um satélite por rotação é analisado. Neste capítulo, as vantagens e desvantagens deste meio de controle são apresentadas bem como uma pequena revisão bibliográfica destacando os trabalhos mais relevantes realizados anteriormente.

1.1 OBJETIVOS

Analisar a dinâmica do movimento de um satélite estabilizado por rotação, desenvolver e verificar uma lei de controle para efeitos de manobras de atitude utilizando bobina magnética.

1.2 EXPOSIÇÃO DO PROBLEMA

O problema de controle de atitude de satélites não é novo e tem sido estudado por diversos pesquisadores e de várias maneiras. O “controle magnético” é um modo favorável de estabilizar um satélite, já que os mecanismos são simples, de baixo peso e não mudam sua massa ou degradam ao longo do tempo, como no caso de foguetes propulsores. No entanto, esta alternativa de controle apresenta sim algumas desvantagens. O controle, na forma de momento magnético, somente pode ser aplicado perpendicularmente ao campo magnético local. Soma-se a isto a incerteza nos modelos de campo magnético da Terra e a interação perturbadora entre “hardware” e satélite propriamente dito.

1.3 EXEMPLOS REPRESENTATIVOS DE CONTROLE DE ATITUDE

Desde o advento dos satélites artificiais a interação entre fontes de campo magnético a bordo de satélite e a indução do campo geomagnético tem sido objeto de vários estudos relacionados com a análise de atitude de satélites artificiais. O objetivo destes estudos foi analisar a dinâmica envolvida no movimento translacional e rotacional de satélites artificiais. Entre os muitos trabalhos sobre o assunto, serão citados aqueles mais diretamente relacionados com o objeto deste trabalho.

White, Shigemoto and Bourquin estão entre os primeiros a mencionar o uso de torques magnéticos para controle de satélites em 1961. Suas análises examinaram a possibilidade de usar a interação entre o campo magnético da Terra e bobinas no interior do satélite. Esta pesquisa levou ao desenvolvimento de leis de controle para o rastreamento do eixo de rotação de um satélite e a possibilidade de se obter torque em torno dos três eixos, de uma maneira regular, alterando assim a velocidade angular do satélite permitindo, portanto a mudança de orientação.

A primeira implementação de controle magnético foi justamente utilizada em satélites estabilizados por “spin”. Em 1963, Ergin e Wheeler desenvolveram leis de controle para orientação por “spin” usando uma bobina magnética conduzindo corrente e discutiram vantagens e desvantagens deste tipo de controle. As leis de controle alinhavam o eixo de rotação normalmente ao plano da órbita.

Thomas e Capellari (1964) apresentaram técnicas de determinação e predição para satélites estabilizados por rotação. O modelo de dipolo magnético é utilizado para o campo magnético da Terra e torques médios são determinados para um período anomalístico tanto para o torque de gradiente quanto para o torque residual.

Stellmacher (1973) investiga em seu trabalho uma representação para o movimento de um satélite sobre seu centro de massa, incluindo torque magnético residual, causado pela interação entre o campo geomagnético e o momento magnético do satélite. Devido às condições adotadas para o momento magnético do satélite, o torque magnético

atuante não é tratado como uma perturbação simples. É também considerado que o eixo de rotação do satélite é uma constante em um sistema de eixos principais fixado no satélite.

Shrivastava & Shivananda (1981) analisaram o torque magnético devido às correntes de Foucault atuante em um satélite rotacionando imerso no campo magnético terrestre, o qual causa um decaimento no módulo da velocidade de rotação do satélite. Uma expressão para o torque de decaimento devido às correntes de Foucault é deduzida para diferentes configurações, assumindo que o eixo de rotação é o eixo de simetria do satélite.

CAPÍTULO 2

SISTEMAS DE REFERÊNCIAS

Neste capítulo são introduzidos os sistemas de coordenadas utilizados durante o desenvolvimento deste trabalho e as matrizes de rotações que relacionam estes sistemas, as quais são necessárias na determinação das equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação. As matrizes de rotação são definidas em termos de conjuntos de ângulos de Euler, que envolvem os elementos orbitais, a ascensão reta e declinação do vetor de dipolo do campo magnético da Terra. Considerar-se-á O' como sendo o centro de massa da Terra e O o centro de massa do satélite.

2.1 SISTEMA EQUATORIAL INERCIAL

O sistema de coordenadas denominado geocêntrico, representado por $O'XYZ$, possui sua origem no centro de massa da Terra, com o plano de referência $O'XY$ paralelo ao plano do Equador terrestre, com o eixo $O'X$ apontando na direção do ponto vernal (intersecção do plano da eclíptica com o plano equatorial terrestre), o eixo $O'Z$ na direção do pólo norte e o eixo $O'Y$ forma o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por i, j, k .

2.2 SISTEMA EQUATORIAL

Neste sistema OXYZ, a origem coincide com o centro de massa do satélite O e os eixos são paralelos aos do sistema geocêntrico inercial. Assim os vetores unitários deste sistema também são representados por **i, j, k**.

2.3 SISTEMA DO SATÉLITE

O sistema do satélite Oxyz, esta associado ao eixo de rotação s do satélite em torno de seu centro de massa O, com o eixo de rotação Oz na direção deste eixo de rotação, o plano Oxy é perpendicular a Oz, com o eixo Ox na intersecção de Oxy com o plano equatorial OXY e o eixo Oy formando o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por **i, j, k**. Este sistema está representado na Figura 1, juntamente com o sistema equatorial, onde também estão representados os ângulos ascensão reta α e declinação δ que expressam a posição do eixo de rotação em relação ao sistema equatorial, sendo definidos por:

α – ângulo que a projeção do eixo de rotação s no plano OXY forma com o eixo OX, positivo no sentido horário.

δ – complemento do ângulo que o eixo de rotação s forma com o eixo OZ, a partir do Equador.

Pela Figura 1 observamos que o sistema do satélite Oxyz é obtido do sistema geocêntrico OXYZ através da seguinte sequência de rotações:

- rotação de $(\alpha - 270^\circ)$ no eixo OZ, a qual associamos a matriz de rotação $R_z(\alpha - 270^\circ)$;
- rotação de $(90^\circ - \delta)$ no eixo Ox, a qual associamos a matriz de rotação $R_x(90^\circ - \delta)$.

Deste modo, estes dois sistemas se relacionam através da matriz de rotação R1 e :

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = R1 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

com: $R1 = R_x(90^\circ - \delta), R_z(\alpha - 270^\circ)$

$$R1 = \begin{pmatrix} -\text{sen}\alpha & \text{cos}\alpha & 0 \\ -\text{sen}\delta.\text{cos}\alpha & -\text{sen}\delta.\text{sen}\alpha & \text{cos}\delta \\ \text{cos}\delta.\text{cos}\alpha & \text{cos}\delta.\text{sen}\alpha & \text{sen}\delta \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Logo substituindo (2.2) em (2.1), temos:

$$\mathbf{i} = -\text{sen}\alpha\mathbf{I} + \text{cos}\alpha\mathbf{J}$$

$$\mathbf{j} = -\text{sen}\delta\text{cos}\alpha\mathbf{I} - \text{sen}\delta\text{sen}\alpha\mathbf{J} + \text{cos}\delta\mathbf{K} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{k} = \text{cos}\delta\text{cos}\alpha\mathbf{I} + \text{cos}\delta\text{sen}\alpha\mathbf{J} + \text{sen}\delta\mathbf{K}$$

Os vetores unitários \mathbf{I} , \mathbf{J} , \mathbf{K} podem ser representados em termos dos vetores unitários do sistema do satélite, utilizando a transposta da matriz $R1$, dada na equação (2.2), de modo que:

$$\mathbf{I} = -\text{sen}\alpha\mathbf{i} - \text{sen}\delta\text{cos}\alpha\mathbf{j} + \text{cos}\delta\text{cos}\alpha\mathbf{k}$$

$$\mathbf{J} = \text{cos}\alpha\mathbf{i} - \text{sen}\delta\text{sen}\alpha\mathbf{j} + \text{cos}\delta\text{sen}\alpha\mathbf{k} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{K} = \text{cos}\delta\mathbf{i} + \text{sen}\delta\mathbf{j}$$

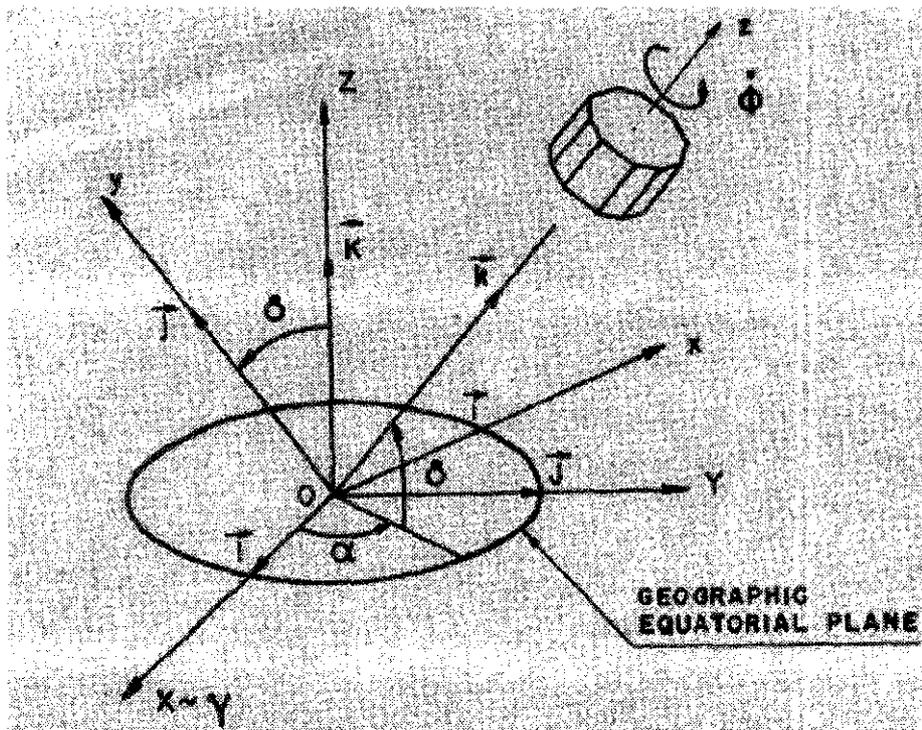


FIGURA 1 – Orientação do eixo de rotação (s) : Sistema Equatorial ($\mathbf{I}, \mathbf{J}, \mathbf{K}$), Sistema do Satélite ($\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$), ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação.

2.4 SISTEMA ORBITAL

O sistema orbital $O'x_s y_s z_s$ está associado com o movimento translacional do satélite em torno da Terra, sendo que o plano $O'x_s y_s$ coincide com o plano orbital, o eixo $O'x_s$ está na direção radial (que une o centro de massa do satélite ao centro de massa da Terra – $O'O$), $O'z_s$ é perpendicular ao plano orbital e $O'y_s$ forma o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\mathbf{i}_s, \mathbf{j}_s, \mathbf{k}_s$.

Sabemos que o sistema orbital relaciona-se com o sistema geocêntrico através dos elementos orbitais, ou seja, o sistema orbital é obtido do sistema geocêntrico através da seqüência de ângulos de Euler 3-1-3, envolvendo a longitude do nodo ascendente (Ω), a inclinação (i), a soma da anomalia verdadeira (v) e o argumento do perigeu (ω) respectivamente, de modo que:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} = R3 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

onde:

$$R3 = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Sendo:

$$r_{11} = \cos\Omega \cos(\omega + v) - \sin\Omega \sin(\omega + v) \cos(i)$$

$$r_{12} = \sin\Omega \cos(\omega + v) + \cos\Omega \sin(\omega + v) \cos(i)$$

$$r_{13} = \sin(\omega + v) \sin(i)$$

$$r_{21} = -\cos\Omega\sin(\omega + \nu) - \sin\Omega\cos(\omega + \nu)\cos(i)$$

$$r_{22} = -\sin\Omega\sin(\omega + \nu) + \cos\Omega\cos(\omega + \nu)\cos(i)$$

$$r_{23} = \cos(\omega + \nu)\sin(i)$$

$$r_{31} = \sin\Omega\sin(i)$$

$$r_{32} = -\cos\Omega\sin(i)$$

$$r_{33} = \cos(i)$$

Substituindo a equação (2.6) em (2.5), obtemos:

$$\mathbf{i}_s = [\cos\Omega\cos(\omega + \nu) - \cos(i)\sin(\omega + \nu)\sin\Omega]\mathbf{I} + [\cos(\omega + \nu)\sin\Omega + \cos(i)\sin(\omega + \nu)\cos\Omega]\mathbf{J} + [\sin(\omega + \nu)\sin(i)]\mathbf{K}$$

$$\mathbf{j}_s = [\cos\Omega\sin(\omega + \nu) - \cos(i)\cos(\omega + \nu)\sin\Omega]\mathbf{I} + [-\sin(\omega + \nu)\sin\Omega + \cos(i)\cos(\omega + \nu)\cos\Omega]\mathbf{J} + [\cos(\omega + \nu)\sin(i)]\mathbf{K}$$

$$\mathbf{k}_s = (\sin(i)\sin\Omega)\mathbf{I} - (\sin(i)\cos\Omega)\mathbf{J} + (\cos(i))\mathbf{K}$$

2.5 SISTEMA MAGNÉTICO

Este sistema está baseado no modelo de dipolo inclinado do campo magnético da Terra. O eixo $O'x_m$ define a intersecção do plano equatorial geomagnético ($O'x_my_m$) com o plano equatorial $O'XY$, positivo na direção do nodo ascendente do plano equatorial geomagnético. O eixo $O'z_m$ é normal ao plano equatorial geomagnético, positivo na direção do hemisfério norte. O eixo $O'y_m$ está no plano equatorial geomagnético, ortogonal a $O'x_m$, formando um sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\mathbf{i}_m, \mathbf{j}_m, \mathbf{k}_m$.

Os ângulos β e η definem a orientação do eixo do vetor de dipolo geomagnético, sendo β a inclinação do vetor de dipolo em relação ao eixo Z .

Consideremos agora:

- rotação de η em torno de $O'Z$, a qual associamos a matriz de rotação $R_z(\eta)$;
- rotação de β em torno de $O'x_m$, a qual associamos a matriz de rotação $R_x(\beta)$.

Deste modo utilizando a matriz de rotação entre estes dois sistemas, temos:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_m \\ \hat{j}_m \\ \hat{k}_m \end{pmatrix} = R5 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

onde: $R5 = R_x(\beta)R_z(\eta)$

$$R5 = \begin{pmatrix} \cos\eta & \text{sen}\eta & 0 \\ -\text{sen}\eta.\cos\beta & \cos\beta.\cos\eta & \text{sen}\beta \\ \text{sen}\beta.\text{sen}\eta & -\text{sen}\beta.\cos\eta & \cos\beta \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Substituindo (2.8) em (2.7) obtemos:

$$\mathbf{i}_m = \cos\eta\mathbf{I} + \text{sen}\eta\mathbf{J}$$

$$\mathbf{j}_m = -\text{sen}\eta\cos\beta\mathbf{I} + \cos\beta\cos\eta\mathbf{J} + \text{sen}\beta\mathbf{K} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{k}_m = \text{sen}\beta\text{sen}\eta\mathbf{I} - \text{sen}\beta\cos\eta\mathbf{J} + \cos\beta\mathbf{K}$$

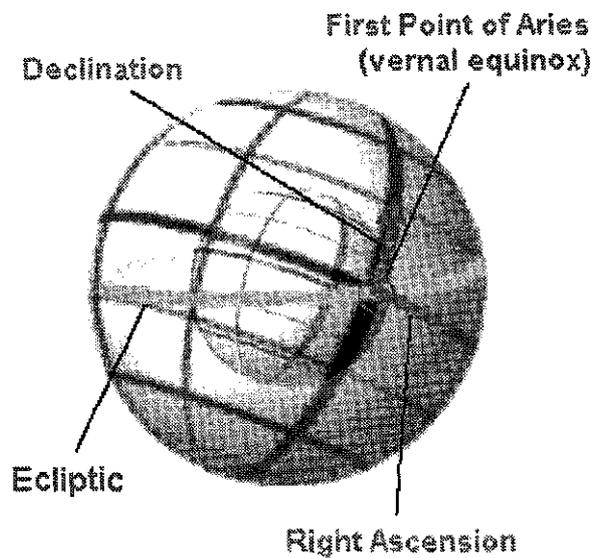


FIGURA 2 – Sistema Equatorial (Fonte: Wikipedia)

CAPÍTULO 3

CAMPO MAGNÉTICO DA TERRA

O controle de atitude de um satélite cujo instrumento principal é o torque magnético depende grandemente do campo magnético local. A discussão sobre o campo geomagnético é apresentada neste capítulo. Primeiramente, serão introduzidas informações básicas sobre eletromagnetismo, seguida por uma discussão sobre o campo magnético da Terra, sua origem, características e variações. Será também discutida a modelagem do campo segundo modelos analíticos.

3.1 CAMPOS MAGNÉTICOS

Um entendimento básico sobre eletromagnetismo é necessário antes de examinar o campo magnético da Terra. Por isso, uma pequena explanação das equações de Maxwell e características gerais dos campos magnéticos, serão dadas a seguir.

3.1.1 ORIGEM E EQUAÇÕES

Os campos magnético e elétrico estão intimamente relacionados. Esta relação foi determinada pela primeira vez em 1819 por Hans Christian Oersted, quando em um experimento, a agulha de uma bússola foi movimentada pela passagem de corrente em um fio próximo a esta. Cerca de doze anos mais tarde, Michael Faraday e Joseph Henry descobriram que a passagem de um ímã através de uma espira podia gerar uma corrente elétrica na mesma.

Campos magnéticos “nascem” da movimentação de elétrons. Ambos os movimentos de rotação e translação dos elétrons, em torno do seu próprio eixo e ao redor do núcleo, respectivamente, dão origem a campos magnéticos. No entanto o movimento de “spin” do elétron tem contribuição predominante.

As equações de Maxwell formam a base da teoria moderna do eletromagnetismo, e se estendem para as leis de Ampère, Faraday e Gauss. Estas equações podem ser representadas de forma diferencial ou integral, como segue:

EQUAÇÕES DE MAXWELL NA FORMA DIFERENCIAL:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{J}$$

EQUAÇÕES DE MAXWELL NA FORMA INTEGRAL:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \vec{I} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

A primeira das equações nas formas integral ou diferencial é conhecida como Lei de Gauss para a eletricidade. Esta lei estabelece que o fluxo elétrico de uma superfície fechada é proporcional à carga total contida na superfície. A Lei de Gauss para o magnetismo é mostrada na forma integral ou diferencial, como a segunda das equações acima. Esta lei diz que o fluxo magnético em qualquer superfície fechada é nulo. Portanto, o fluxo magnético dirigido para dentro do pólo sul é igual ao fluxo que sai do pólo norte em um dipolo magnético de superfície fechada. A terceira das equações é conhecida como Lei de Faraday para a indução. Ela estabelece que a integral de um campo elétrico ao redor de uma espira é igual ao negativo da taxa de variação do fluxo do campo magnético ao redor da mesma espira. A Lei de Ampère é a quarta

equação de Maxwell. Esta indica que a integral do campo magnético ao redor de uma espira é proporcional à corrente elétrica fluindo pela espira.

3.1.2 CARACTERÍSTICAS

O campo magnético é uma quantidade vetorial, o que significa que possui magnitude, direção e sentido. Um exemplo de campo magnético é aquele de uma barra ferro magnética. O campo magnético de uma barra imantada, \vec{H} , medido a uma grande distância é:

$$\vec{H} = \frac{3(\vec{M} \times \vec{a}_r)\vec{a}_r - \vec{M}}{r^3}$$

onde r é a distância entre a fonte do campo e o ponto medido, \vec{a}_r , é o vetor unitário do centro da barra até o ponto em questão e \vec{M} é o momento de dipolo magnético da barra imantada.

A magnetização, M , de um objeto traduz a intensidade ou força magnética do material e depende da densidade de seu momento em relação ao volume distribuído:

$$M = \frac{\vec{M}}{\text{volume}}$$

A magnetização é uma propriedade do material e advém de fontes internas e externas. A relação entre o campo magnético e a indução magnética ou densidade de fluxo, \vec{B} , é dependente da magnetização e permeabilidade do vácuo:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + M)$$

No vácuo, a indução magnética é proporcional ao campo magnético, por uma constante:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

O valor de μ_0 é igual a 1 no Sistema Internacional (S.I), portanto o valor do campo magnético e de indução magnética são iguais no vácuo.

3.2 CARACTERÍSTICAS DO CAMPO MAGNÉTICO DA TERRA

O primeiro tratado científico acerca do campo magnético terrestre foi escrito pelo físico e médico inglês Willian Gilbert (1544-1603) em sua obra “Magneto”, publicado em Londres em 1600. Em 1701, o físico e astrônomo Edmund Halley (1656-1742) também em inglês, publicou a primeira carta de declinações magnéticas, que havia preparado, realizando trabalhosas e pacientes medidas nas águas do Atlântico.

No século XIX, o químico e físico Michael Faraday (1791-1867) elaborou a difícil noção de campo e empregou pela primeira vez, o termo “campo magnético”. Em 1839, Karl Friedrich Gauss (1777-1855), matemático, astrônomo e físico alemão, encontrou uma representação matemática aproximada para campo magnético terrestre, que assumiu a forma de uma soma de termos conhecido com o nome de harmônicos esféricos. Como o campo magnético gira com a Terra, sendo uma indicação clara que o campo se origina na Terra, e devido a natureza esférica da Terra, o potencial magnético terrestre passou a ser convenientemente expresso em harmônicos esféricos como:

$$V(r, \theta, \phi) = R_T \sum_{n=1}^k \left(\frac{R_T}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi) P_n^m(\theta)$$

em que:

R_T é o raio equatorial da Terra;

g_n^m, h_n^m são os coeficientes Gaussianos;

$P_n^m(\theta)$ são polinômios associados de Legendre;

r, θ, Φ representam distância geocêntrica, a co-latidade e a longitude a leste de um ponto no espaço respectivamente.

O truncamento no desenvolvimento da série de harmônicos esféricos da equação acima estabelece o modelo a ser considerado para o campo geomagnético, isto é, se n vale 1 ou

2, o potencial é denominado modelo de dipolo ou quadripolo, respectivamente, sendo que a partir de n igual a 3 o potencial é denominado de múltiplos pólos. Os coeficientes Gaussianos são determinados empiricamente pelo método de mínimos quadrados para medidas do campo e são encontrados no *International Geomagnetic Reference Field*.

Com a evolução das tecnologias espaciais, outras informações sobre o campo geomagnético puderam ser obtidas. Existem as estações terrestres que registram o que os geofísicos chamam de variações seculares, flutuações do campo geomagnético acompanhadas ao longo de dezenas de anos. A disciplina conhecida como paleomagnetismo estuda as variações sofridas por este campo ao longo do tempo geológico; isto se faz analisando-se as partículas de ferro imantadas pelo magnetismo em objetos que vão desde cerâmicas romanas até variados extratos de lavas vulcânicas. Pelos estudos realizados podemos considerar que a Terra seria uma esfera composta por três capas concêntricas, a saber:

- o núcleo interior, sólido, constituído por uma esfera central de 1200 Km de raio;
- o núcleo exterior, de metal fundido, a capa intermediária que ocupa a zona entre os 1200 Km e os 3300 Km desde o centro da Terra, e
- o manto, a capa exterior que tem três zonas (de dentro para fora: a inferior, a superior e a litosfera), e ocupa a porção exterior da esfera terrestre, desde os 3300 Km até aproximadamente os 6380 Km, contados desde o centro do planeta.

As leis do eletromagnetismo, estabelecidas em tópico anterior, foram formuladas por volta de 1860 pelo físico e matemático James Clerk Maxwell (1831-1879) obtemos os caminhos possíveis para produção de uma campo magnético:

- variações temporais de um campo elétrico e,
- circulação de uma corrente elétrica: se a corrente circula por uma bobina cilíndrica, a configuração do campo magnético será similar a produzida por um dipolo.

O primeiro caminho não seria aplicável ao campo magnético terrestre porque, na escala temporal relevante, a magnitude do fenômeno resulta-se desprezível. Assim o segundo caminho seria o indicado. Com tal enfoque, W. Elsasser sugeriu em 1945 que o núcleo metálico fluido poderia comportar-se como um dínamo autoexcitado, mecanismo cuja teoria havia sido elaborado em 1919 pelo matemático e físico britânico Joseph Larmor (1857-1942). O esquema do dínamo mostra um disco e seu eixo concêntrico,

ambos condutores, girando em um campo magnético externo. Este induzirá uma corrente radial sobre o disco e, como o circuito estará fechado por meio de um condutor disposto em forma de espira (uma volta de uma espira), deixa-se a corrente circular, gerando um campo magnético adicional. Se no lugar de uma espira fechássemos o circuito com muitas delas e transformássemos a bobina cilíndrica em espiral, o campo magnético induzido pela passagem da corrente reforçará o campo magnético externo da região que ocupa o disco e, em geral, se parecerá com o campo de um dipolo. A intensidade do campo induzido dependerá da velocidade de rotação do disco: em certos casos, poderia alcançar magnitudes desprezíveis no campo externo.

Transportar este esquema simplificado ao caso do núcleo terrestre, onde não há cabos nem discos circulares, é complexo. Comenta-se de tornados convectivos produzidos no núcleo interior isto é, de colunas de fluídos sujeitas a um movimento em espiral gerado por altas temperaturas e pela rotação terrestre. Quando estes fluídos interagem com o campo geomagnético se estabelece uma corrente que, por sua vez, gera outro campo que reforça o primitivo. Ele durará enquanto persistir a liberação de energia térmica da rotação terrestre.

A inversão do dipolo terrestre tem sido explicada mediante mecanismos de dínamos acoplados. As equações matemáticas respectivas precedem que se trata de um fenômeno complexo, o qual inclui inversões de polaridade espontâneas e aparentemente aleatórias.

A Terra se encontra imersa no campo magnético do Sol, e o sistema solar por sua vez, no galáctico. Para os planetas, estrelas ou galáxias chegou-se a um acordo de que os campos magnéticos são produzidos por partículas carregadas ou correntes elétricas que rotacionam, e o processo de geração aceitado era o do dínamo. Alguns teóricos tem começado a mostrar evidências relacionadas com Sol, a via Láctea e, por extensão, as estrelas e as galáxias em geral, acerca de que o mecanismo usual do dínamo falha.

No caso do Sol, o dínamo explica o ciclo de vinte e dois anos das manchas solares e requer que em torno dos pólos haja uma rotação rápida nas capas profundas, porém, dados sismológicos obtidos ao fim da década de 80 revelaram que existem locais em que a rotação é lenta. R. Kulsrud, da Universidade de Princeton, calculou que um

processo do tipo do dínamo levaria 10^{26} anos para criar o campo magnético atual da via Láctea, mas se estima que a galáxia tem uma idade aproximada de 10^{10} anos.

Os astrofísicos estariam buscando assim, pois, a ferramenta conceitual que deixe claro como estrelas e galáxias adquirem seus campos magnéticos. A única explicação alternativa considerada neste momento é que tais campos magnéticos datem de uma etapa anterior do universo. Embora a teoria do dínamo não possa ser usada de maneira confiável com propósitos preditivos, segundo D. Gubilins, da Universidade de Ludes, parece não haver obstáculos conceituais decisivos que impeçam sua utilização para explicar a permanência e a dinâmica do campo magnético terrestre.

3.2.1 O MAGNETISMO TERRESTRE

A Terra se comporta como um ímã permanente cujos pólos não coincidem com os geográficos e cujas linhas de fluxo são sempre paralelas aos meridianos. Este campo magnético que gira foi descoberto no Século II ao se verificar que uma barra de ímã natural, sempre se mostrava orientada em uma direção que coincidia aproximadamente com a norte-sul. Ao extremo que se mostrava orientado ao norte se denominou pólo norte e ao seu contrário pólo sul.

Mais tarde foi descoberto que a Terra se comporta como um gigantesco ímã permanente com seus pólos definidos como o pólo norte magnético e o pólo sul magnético, situados próximos aos pólos geográficos, mas sem coincidir com eles. Estes pólos não permanecem fixos, variando sua posição com o passar dos anos.

A diferença de ângulo entre o norte magnético e o geográfico recebe o nome de “declinação magnética” ou “variação magnética”. O valor deste ângulo não é constante em todos os pontos da Terra. Esta variação se representa pelas “linhas isógonas”, que são as que representam pontos com igual declinação magnética. O plano perpendicular ao centro do dipolo magnético terrestre chamado de equador magnético.

As linhas de fluxo do campo magnético terrestre não são paralelas a superfície da Terra e formam um ângulo com a horizontal que varia com a latitude. Este ângulo recebe o nome de “inclinação magnética”.

Em suma, a força magnética tem duas componentes: uma horizontal e outra vertical. Em torno do pólo norte, está a força magnética da componente horizontal, ao passo que a vertical é praticamente desprezível. Quando a análise é feita no hemisfério sul, há um aumento na componente vertical, ocasionado pela força do campo magnético que aponta para o norte através do núcleo da Terra, não de sua superfície.

A suposição de que a Terra, seja um grande imã, com pólos magnéticos e um equador magnético foi proposta por Gilbert utilizando uma pequena superfície esférica, feita de magnetita natural e traçando as linhas de magnetismo. A figura 3 reproduz um esboço idealizado das linhas associadas ao campo magnético ao campo magnético terrestre, para pontos na superfície e pontos externos. Em primeira aproximação, podemos representar este campo imaginando uma barra intensamente imantada, localizada no centro da Terra, como está indicado na figura 3. Pode-se notar também que os eixos magnético e rotacional da Terra não coincidem, estando separados por cerca de 15° .

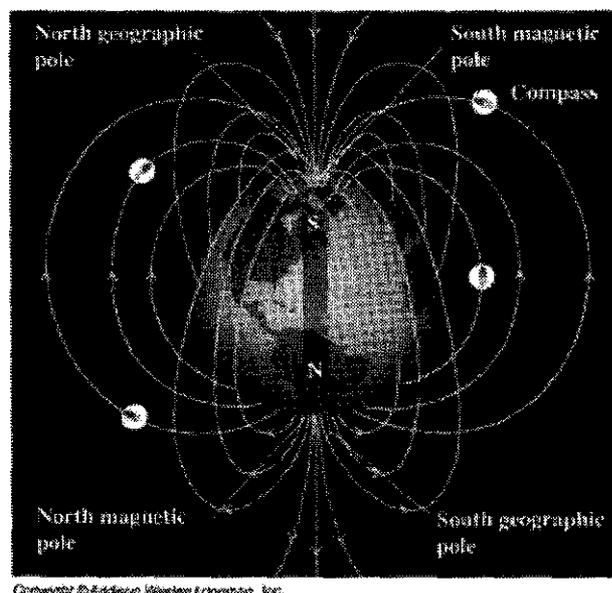


FIGURA 3 – Esboço idealizado das linhas de campo magnético terrestre.(Fonte: Wikipedia)

O pólo magnético no hemisfério norte da Terra está localizado na região ártica canadense, que corresponde a um pólo sul magnético, pois as linhas do campo

convergem para ele. Existe um pólo norte magnético no hemisfério sul, na Antártica, do qual as linhas do campo magnético emergem.

O magnetismo terrestre pode estar relacionado com o fato de que o núcleo central da Terra, cujo raio é 55% do raio da Terra, ser líquido, altamente condutor e acompanhar a rotação da Terra. Dois dispositivos simples para exploração do campo magnético terrestre são a bússola e bússola de inclinação, esta última consistindo de uma agulha imantada, gravitacionalmente balanceada, cujo eixo de rotação é horizontal, em vez de vertical. Em Tucson, Arizona, por exemplo, o pólo norte de uma bússola (em 1964), apontava cerca de 13° a leste do norte geográfico. Tais declinações têm que ser conhecidas e levadas em conta ao se utilizar a bússola, seja em navegação, seja para se determinar uma orientação.

3.2.2 VARIAÇÕES NO CAMPO MAGNÉTICO

O campo magnético terrestre não é tão regular e estável como sugere o campo idealizado da Figura 3. Existem, ainda, fenômenos observáveis, muito além das deflexões da bússola, que não ocorreriam se a Terra não tivesse campo magnético:

1. Variações locais: O campo magnético terrestre possui importantes variações locais, ocasionadas por diferenças nas propriedades magnéticas das rochas que constituem a crosta terrestre e pela presença de minérios magnéticos concentrados. Ocorrem variações também de acordo com a latitude. A Figura 4 mostra a intensidade do campo magnético como função da latitude magnética enquanto a Figura 5 apresenta as curvas de nível para a intensidade do campo magnético em função da latitude geográfica.

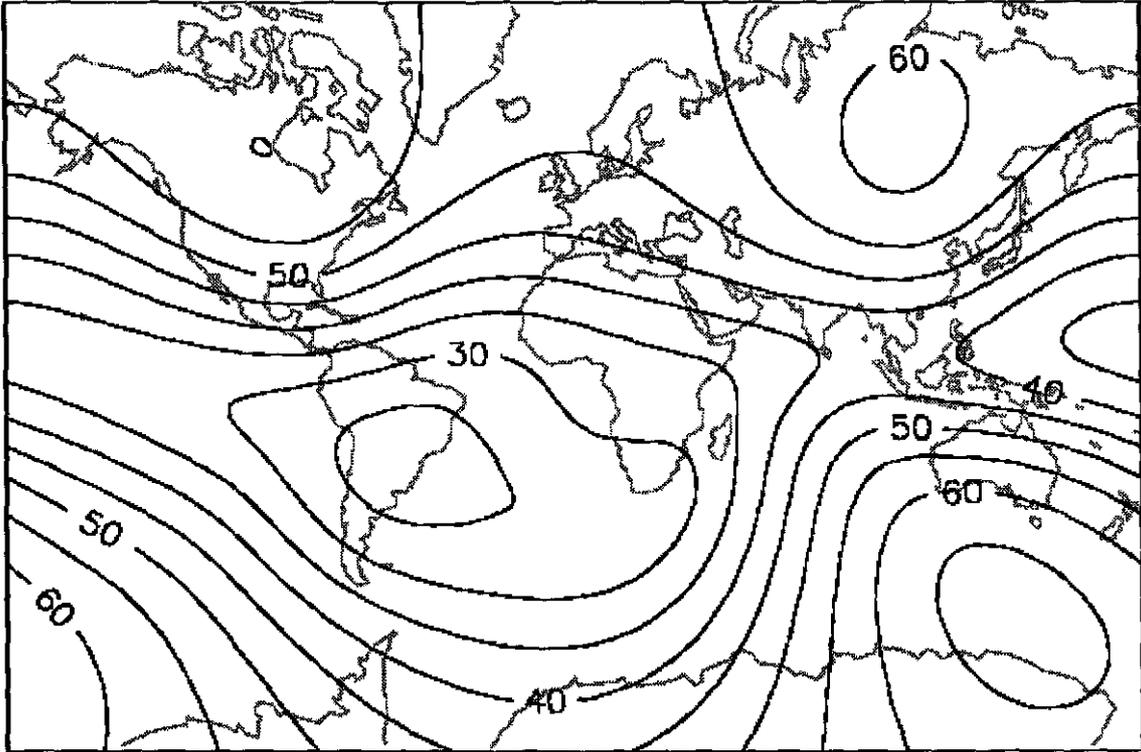


FIGURA 4 - Variação da intensidade do campo geomagnético com a latitude magnética.

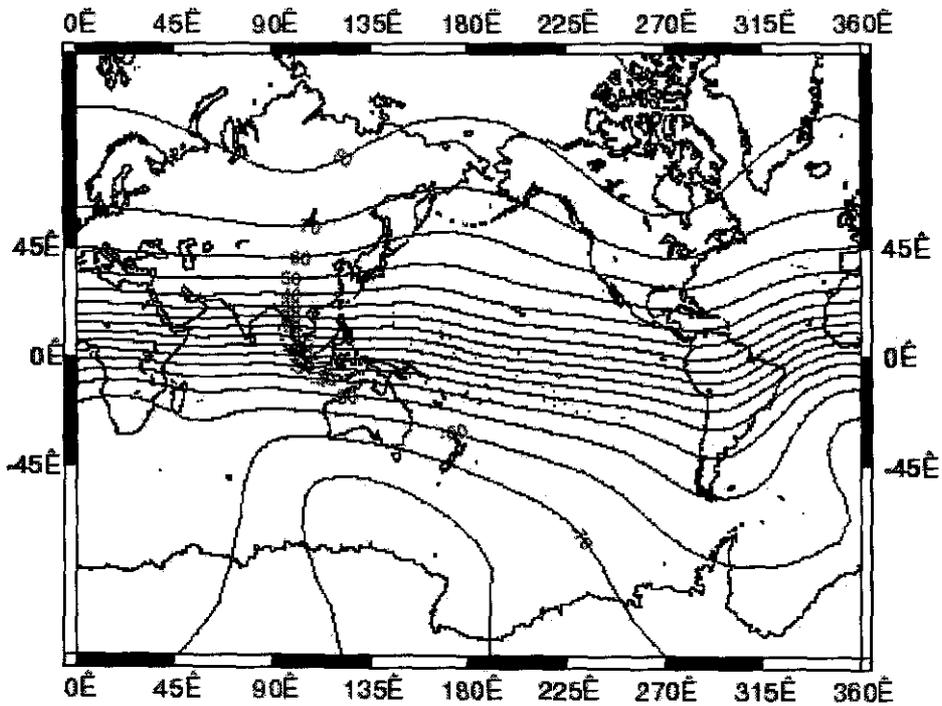


FIGURA 5 – Curvas de nível do campo magnético com a latitude geográfica.

2. Variações no tempo: A declinação e a inclinação magnéticas médias variam de ano a ano em qualquer local. Assim, por exemplo, entre os anos de 1600 e 1800 a declinação magnética medida em Londres variou continuamente de 11° leste a 24° oeste. O pólo norte magnético (em 1948) foi medido como se deslocasse para o noroeste, a cerca de 8 Km/ano.

3. Interações com o vento solar: O Sol emite uma corrente constante de átomos de hidrogênio ionizados (prótons) e de elétrons que varre o sistema solar a velocidades supersônicas. Este “vento solar” sempre presente interage fortemente de diversas maneiras com o campo magnético da Terra. Deste modo, aumentos abruptos ocasionados na intensidade do vento solar produzem tempestades magnéticas terrestres, que interferem seriamente com as comunicações radiofônicas de longa distância. Do mesmo modo, os prótons e os elétrons do vento solar, espiralam ao longo das linhas do campo magnético da Terra, movendo-se para frente e para trás entre as regiões dos pólos norte e sul magnéticos. Esses elétrons e prótons aprisionados constituem os chamados cinturões radioativos de Van Allen, que foram descobertos por James A. Van Allen da *State University of Iowa*, no início dos lançamentos dos primeiros satélites artificiais. As partículas aprisionadas do vento solar, interagindo com a atmosfera terrestre, produzem o fenômeno da aurora, a qual é mais proeminente acerca de mais ou menos 75° de latitude geomagnética.

3.3 CAMPO MAGNÉTICO TERRESTRE

O Campo Geomagnético pode ser expresso como o gradiente de um potencial escalar V , ou seja:

$$\vec{B} = -\nabla V \quad (3.1)$$

onde o potencial escalar V de um dipolo magnético pode ser expresso por:

$$V = \frac{-\vec{l} \cdot \vec{K}_m \vec{r}}{4\pi\mu_o r^3} \quad (3.2)$$

em que:

μ_o é a permeabilidade do espaço livre igual a $4\pi \cdot 10^{-7}$ Weber/ampère;

l é o vetor do momento magnético do campo terrestre cuja magnitude é igual a 10^{17} Weber-metro;

K_m é o vetor unitário que descreve a direção do momento geomagnético;

r é o vetor posição do centro de massa do satélite ao centro de massa da Terra (coincidente com o centro do dipolo do campo geomagnético).

3.3.1 DIPOLO GEOMAGNÉTICO

Neste trabalho considerar-se-á o campo geomagnético representado por um dipolo magnético M (introduzido no item 3.1.2), inclinado de ξ em relação ao eixo de rotação terrestre, e o sistema da órbita – que aqui será referenciado como x_o, y_o, z_o , com o eixo x_o na direção do nodo ascendente e o eixo z_o normal ao plano da órbita (Figura 7).

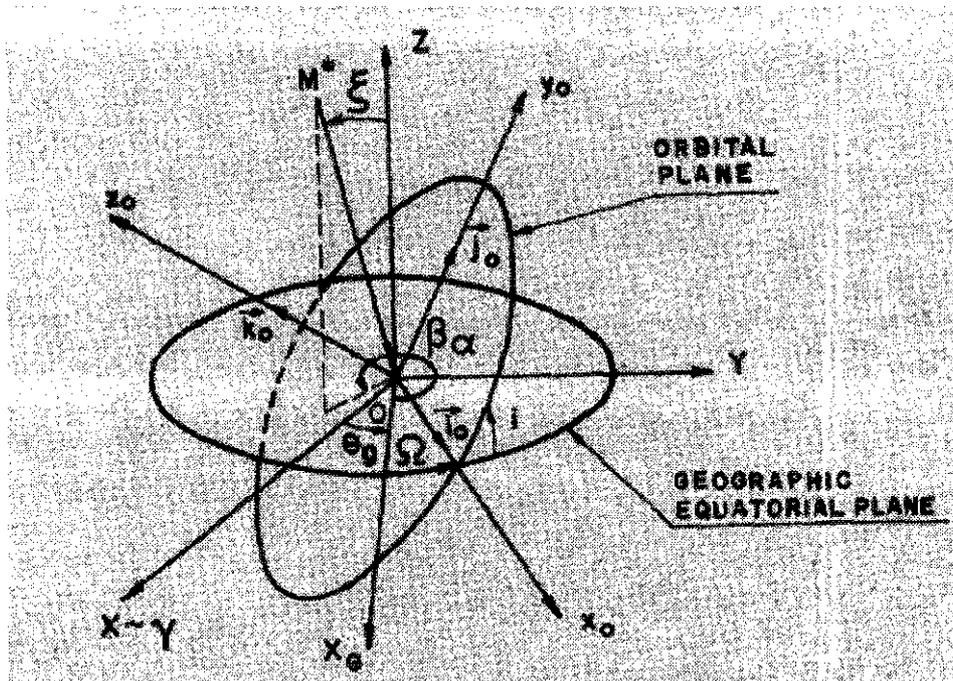


FIGURA 7 – Sistemas de referências.

O dipolo geomagnético representado no sistema inercial (ou equatorial) é dado por (Wertz, 1978):

$$\vec{M}_I = M [-\text{sen } \xi \cdot \cos(\beta + \theta_g), \text{sen } \xi \cdot \text{sen}(\beta + \theta_g), -\cos \xi] \quad (3.3)$$

onde $\xi = 11,4^\circ$; $\beta = 289,3^\circ$; $M = 8,1 \cdot 10^{15} \text{ Wb.m}$ e θ_g é o tempo sideral de Greenwich.

CAPÍTULO 4 TORQUE MAGNÉTICO

O exame da interação entre o satélite e o campo magnético local é importante já que o campo magnético é responsável pela geração de torques agindo no satélite. Estes torques podem ser de dois tipos: de controle, favoráveis ao movimento do satélite e de perturbação, indesejáveis, e que devem ser evitados pelo uso adequado de materiais, ainda na fase de projeto do satélite. Este capítulo analisa os efeitos destes torques –

principalmente o de controle – e discute brevemente os instrumentos utilizados em “controle magnético”.

4.1 ORIGEM

A origem do torque magnético pode ser entendida pelo exame das forças agindo em um condutor de corrente elétrica. A força em um condutor de corrente, tal como um fio, é a soma das forças agindo nas cargas em movimento:

$$F = (n_1 A_f L_f)(q_1 v_1 B) + (n_2 A_f L_f)(q_2 v_2 B) \quad (4.1)$$

onde uma carga é representada por q_i , a velocidade de deriva da carga positiva é v_i , e o número de cargas positivas é n_i , onde $i = 1$ para uma carga positiva e $i = 2$ para uma carga negativa. A área da secção transversal do fio é A_f e L_f é o comprimento do mesmo. A expressão acima pode ser simplificada em termos da corrente, I , através do fio, levando-se em a definição de densidade de corrente:

$$F = IL_f B \quad (4.2)$$

Esta equação é somente válida quando o campo magnético é perpendicular ao fio. A componente \mathbf{B} do campo magnético que é paralela ao fio não exerce força alguma já que é paralela à velocidade de deriva das cargas. Esta análise leva a um caso geral de força em que:

$$F = IL_f B_{\perp} = IL_f B \sin \phi \quad (4.3)$$

onde Φ é o ângulo entre \mathbf{B} e o fio. Esta equação pode ser escrita na forma vetorial como:

$$\vec{F} = \vec{I}L_f \times \vec{B} \quad (4.4)$$

Quando um condutor de corrente é disposto em forma de uma espira retangular com lados a e b , e rotacionada de um ângulo α com relação ao campo magnético, a resultante das forças na espira é nula. Isto ocorre porque as forças em lados opostos da espira são iguais e contrárias, e, portanto se cancelam. Um torque não-nulo surge, no entanto, devido a um conjugado que se forma nos lados de comprimento a devido ao ângulo α entre a bobina e o campo magnético. Este torque é igual a

$$T = IBAsen\alpha \quad (4.5)$$

onde A é a área da bobina, ou seja, ab . Desta equação, é evidente que o torque assume um valor máximo quando $\alpha = 90^\circ$ e o plano da bobina é paralelo ao campo magnético. Quando $\alpha = 0^\circ$, o torque é igual a zero. Em forma vetorial:

$$\vec{T} = I\vec{A} \times \vec{B} \quad (4.6)$$

Aqui, \vec{A} é a área vetorial da espira, ou

$$\vec{A} = NA\mu\vec{n} \quad (4.7)$$

onde N é o número de espiras, μ é a permeabilidade do material do núcleo, e \vec{n} é o vetor unitário normal ao plano da bobina. O produto IA é também conhecido como momento magnético da bobina, ou \vec{m} . O torque magnético pode ser descrito então como:

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (4.8)$$

O torque magnético tende a rotacionar a espira até uma posição de equilíbrio com \vec{m} na mesma direção de \vec{B} . A equação (4.8) é verdadeira para uma espira plana de qualquer formato e é a chave para o entendimento dos torques de controle agindo no satélite.

4.2 TORQUES DE PERTURBAÇÃO

O torque de origem magnética atuante em um satélite artificial resulta da interação entre o campo magnético do satélite e o campo geomagnético (terrestre). As principais fontes causadoras do torque magnético são o momento magnético do satélite, as correntes de Foucault e a histerese, sendo o momento magnético do satélite usualmente a fonte dominante. Em geral no projeto do satélite é selecionado um material estrutural adequado de modo que as demais fontes resultem em torques magnéticos negligenciáveis.

Os torques magnéticos de perturbação podem ser subdivididos em:

1. Torque Magnético Residual: este torque ocorre principalmente devido ao momento magnético ao longo do eixo de rotação do satélite (Wertz, 1978) que contribui para uma lenta precessão do eixo de rotação;
2. Torque devido às correntes de Foucault: este torque ocorre devido ao movimento de rotação do satélite e às correntes induzidas de Foucault que circulam pelas superfícies metálicas do satélite causando um decaimento de perfil exponencial da velocidade de rotação.
3. Torque de Histerese: este torque é causado pela energia perdida na forma de calor durante o movimento de rotação do satélite, devido ao atrito com o campo geomagnético, sendo que os efeitos deste torque são apreciáveis apenas em materiais nos quais variações no campo magnético local causam grandes variações no momento magnético do satélite.

Neste trabalho, não serão considerados os torques de perturbação sobre o satélite estabilizado por rotação, admitindo que o material do satélite seja tal que os torques de histerese são negligenciáveis e que a velocidade angular permanece constante no período de integração, ou seja, os torques devido às correntes de Foucault serão desprezados.

4.3 TORQUE DE CONTROLE

Torques magnéticos de controle podem ser aplicados ao satélite para compensar os torques de perturbação ou mudar a sua atitude. Isto é conseguido por meio da aplicação de um momento magnético ao satélite, através de uma espira condutora de corrente. O momento magnético esta na forma de:

$$\vec{m} = INA\mu\vec{n} \quad (4.9)$$

onde \mathbf{m} é o momento magnético, I é a corrente, N é o número de espiras, A é a área da secção transversal da espira, μ é a permeabilidade do material do núcleo da espira e \mathbf{n} é o vetor unitário na direção do dipolo magnético da bobina. Como foi discutido anteriormente, o torque magnético age numa direção ortogonal, tanto ao campo magnético quanto ao momento de dipolo. Frequentemente, a direção desejada do torque não é perpendicular ao campo magnético. Neste caso, somente a componente do torque desejado na direção perpendicular ao campo magnético é possível e pode ser desenvolvida.

Como foi visto, o torque magnético é dado por (4.8):

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$$

onde \mathbf{m} é o momento magnético da bobina, \mathbf{B} é a indução geomagnética. Neste ponto é conveniente estabelecer o momento magnético da bobina como:

$$\vec{m} = p_m m \vec{k} \quad (4.10)$$

onde m é a magnitude do momento magnético, p_m é a polaridade da bobina e \mathbf{k} é o vetor unitário do eixo “spin”.

4.3.1 COMPONENTES INSTANTÂNEOS DO TORQUE DE CONTROLE

As expressões anteriores consideram fixa a magnitude do momento magnético da bobina m , onde $\mathbf{k} = [\cos\delta.\cos\alpha, \cos\delta.\sen\alpha, \sen\delta]$. Se \mathbf{B}_o representa a indução do campo geomagnético no sistema da órbita, as componentes do torque de controle dadas a cada instante são:

$$\left(\vec{T}\right)_o = m(\vec{k} \times \vec{B})_o \quad (4.11)$$

onde

$$\begin{aligned} \vec{B}_o = & \left[\left(\frac{3M_y_o}{r^3} \right) (\sen \chi \cos \chi) + \left(\frac{M_x_o}{r^3} \right) (3 \cos^2 \chi - 1), \right. \\ & \left. \left(\frac{M_y_o}{r^3} \right) (3 \sen^2 \chi - 1) + \left(\frac{3M_x_o}{r^3} \right) (\sen \chi \cos \chi), \right. \\ & \left. - \frac{M_z_o}{r^3} \right] \end{aligned} \quad (4.12)$$

sendo $\chi = \omega + \nu$ o ângulo entre o nodo ascendente e o raio vetor do satélite, ν é a anomalia verdadeira, ω é o argumento do perigeu, r é a distancia do satélite desde o centro da Terra, e $M.x_o$, $M.y_o$ e $M.z_o$ são as componentes do dipolo geomagnético no sistema da órbita (Figura 9).

4.4 INSTRUMENTOS DE CONTROLE

O principal tipo de instrumento levado a bordo de um satélite para controle magnético é a bobina magnética.

4.4.1 BOBINAS MAGNÉTICAS

A bobina magnética mais simples consiste de espiras de fio condutor, como cobre, envoltas em um núcleo de ar. Elas funcionam através do fornecimento de um momento magnético, que interage com o campo magnético para produzir um torque. Para este tipo de bobina, o valor da permeabilidade do material do núcleo, μ , é igual a 1.

4.4.2 BOBINAS MAGNÉTICAS COM NÚCLEO METÁLICO

A principal diferença entre as bobinas neste caso é o material do núcleo, e, portanto, o valor de μ . A escolha do material do núcleo é importante, sendo freqüentemente ferromagnético, porque este tipo de material tem elevado valor de permeabilidade o que pode levar a uma redução no consumo de energia. No entanto, materiais ferromagnéticos saturam a baixos valores de intensidade do campo magnético. Além disso, sua permeabilidade é função da magnitude do campo magnético, e por isso o dipolo magnético é difícil de prever.

4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O TORQUE DE CONTROLE

Ao considerar um satélite estabilizado por “spin”, pode-se desprezar a influência da atitude do satélite sobre a órbita. Contudo, existe forte influência dos parâmetros orbitais sobre os torques perturbadores de atitude.

Para efeitos de cálculo do torque de controle, causados pelo campo geomagnético em períodos orbitais muito menores que um dia, a regressão nodal e a rotação apsidal são consideradas desprezíveis. De igual forma considera-se, para efeitos da atualização dos parâmetros orbitais ao longo da manobra, que o argumento do perigeu e a ascensão reta do nodo ascendente sofrem variações seculares; o semi-eixo maior, a excentricidade e a inclinação da órbita são constantes.

CAPÍTULO 5

DINÂMICA DO SATÉLITE ESTABILIZADO POR ROTAÇÃO

Introduziremos a seguir as equações que descrevem o movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação e que são importantes para o desenvolvimento deste trabalho. Também será estabelecida a função de chaveamento que governa o procedimento de controle.

5.1 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

Considera-se o sistema inercial (X, Y, Z) com origem no centro da Terra, o eixo X na direção do equinócio Vernal, o eixo Y perpendicular ao eixo X, contido no plano equatorial, e o eixo Z na direção do eixo de rotação da Terra; e o sistema de coordenadas associado ao satélite (x, y, z), tal que o eixo z define o eixo de “spin” do satélite (dado no sistema inercial pela ascensão reta α e a declinação δ), e o eixo x paralelo ao plano inercial (X,Y).

Admite-se que o vetor do momento angular \mathbf{H} do satélite simétrico coincide com o eixo “spin” (Wertz, 1978), isto é:

$$\vec{H} = I_3 \frac{d\phi}{dt} \vec{k} \quad (5.1)$$

onde I_3 é o momento principal de inércia na direção do vetor \mathbf{k} e $d\phi/dt$ é a taxa de rotação do satélite.

Sendo

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{T} \quad (5.2)$$

onde \mathbf{T} é o momento em relação ao centro de massa, resultante de todas as forças externas atuando no satélite, obtém-se:

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = I_3 \left[\frac{d^2\phi}{dt^2} \vec{k} + \frac{d\phi}{dt} (\vec{\omega} \times \vec{k}) \right] \quad (5.3)$$

onde $\vec{\omega} = \frac{-d\delta}{dt} \vec{i} + \frac{d\alpha}{dt} \cos \delta \vec{j} + \frac{d\alpha}{dt} \sin \delta \vec{k}$ é a velocidade angular do sistema associado ao satélite em relação ao sistema equatorial inercial. Combinando estas expressões obtém-se as componentes do torque no sistema associado ao satélite, dadas por:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{T_x}{(I_3 \frac{d\phi}{dt} \cos \delta)} \quad (5.4a)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{T_y}{(I_3 \frac{d\phi}{dt})} \quad (5.4b)$$

Notar que estas expressões representam as componentes aproximadas de deslocamento do eixo para satélites estabilizados por rotação, onde os termos do momento do “spin” geralmente são dominantes.

5.2 LEI DE CONTROLE

Shigehara (1972) desenvolveu uma função de chaveamento deduzida de uma condição de estabilidade assintótica, a qual consiste em controlar a orientação do eixo de rotação em termos do momento angular \mathbf{H} , isto é, reduzir a diferença dada por $\vec{H} = \vec{H}_f - \vec{H}$ onde o estado inicial e final são dados por $\vec{H} = I_3 \omega_x \vec{i} + I_3 \omega_y \vec{j} + I_3 \omega_z \vec{k}$ e $\vec{H}_f = I_3 \frac{d\phi}{dt} \vec{k}_f$, respectivamente, sendo a orientação final do eixo de rotação dada por \mathbf{k}_f .

A função de chaveamento é definida por

$$\vec{S} \equiv \vec{E} \cdot (\vec{k} \times \vec{B}) \quad (5.5)$$

onde a lei de controle tipo “bang-bang”, que governa a polaridade de m , é a seguinte:

$$p_m = + 1, \text{ quando } S > 0$$

$$(5.6)$$

$$p_m = - 1, \text{ quando } S < 0$$

Desenvolvendo-se a equação (5.5), a qual reorienta o eixo de rotação de (θ, ψ) para (θ_f, ψ_f) , obtém-se:

$$\left(\frac{S}{I_3 \frac{d\phi}{dt}} \right) = (\text{sen } \psi_f \text{sen } \theta_f \cos \theta - \cos \theta_f \text{sen } \psi \text{sen } \theta) B_{o1} +$$

$$(\cos \theta_f \cos \psi \text{sen } \theta - \cos \psi_f \text{sen } \theta_f \cos \theta) B_{o2} +$$

$$(\cos \psi_f \text{sen } \theta_f \text{sen } \psi \text{sen } \theta - \text{sen } \psi_f \text{sen } \theta_f \cos \psi \text{sen } \theta) B_{o3}$$
(5.7)

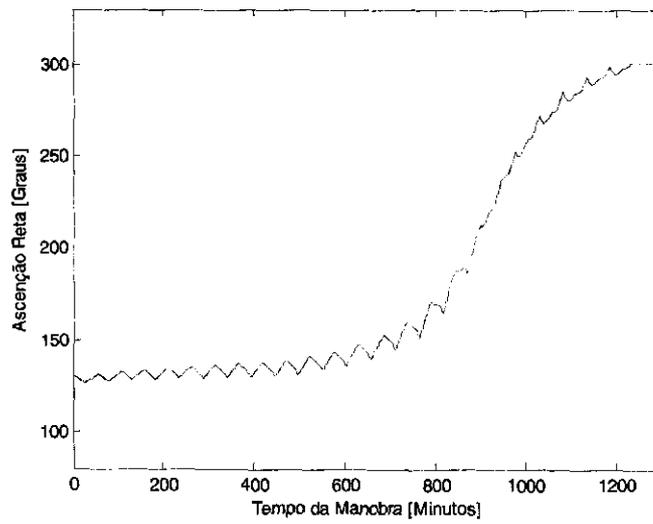
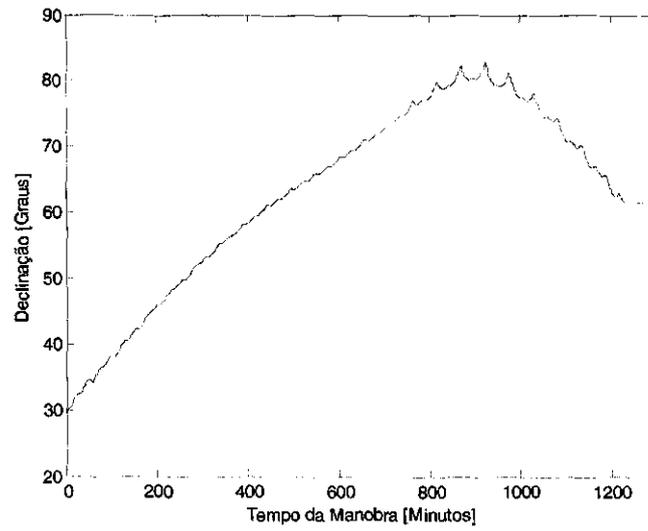
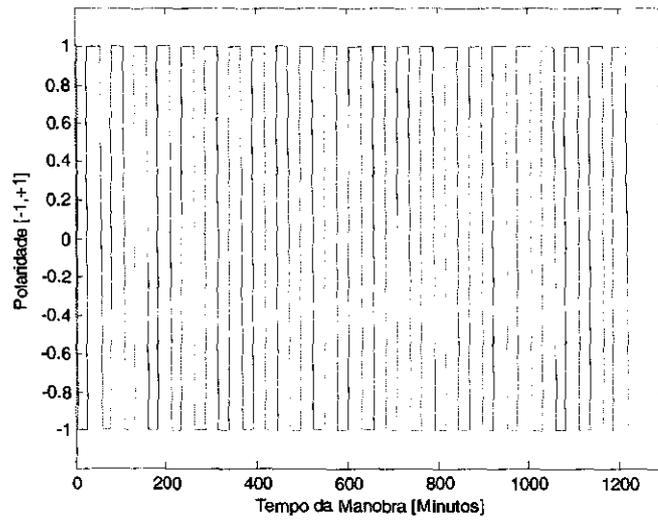
onde ψ e θ são os ângulos de azimute e co-elevação no sistema da órbita, respectivamente, e B_{o1} , B_{o2} e B_{o3} são as componentes da indução geomagnética \mathbf{B} também no sistema da órbita.

CAPÍTULO 6

SIMULAÇÃO E RESULTADOS

Os dados do modelo simulado na verificação da função de chaveamento e realização da manobra estão a seguir:

- Os dados do satélite são: $I_3=8.1 \text{ kg.m}^2$, $(d\Phi/dt)=12 \text{ rpm}$, $m=25 \text{ A.m}^2$;
- Os dados da órbita são: Circular de 1.000 km de altitude , $i=30^\circ$, $\Omega=41^\circ$; e
- Os dados iniciais e finais da manobra são: $\delta_i=30^\circ$ e $\alpha_i=130^\circ$, $\delta_f=60^\circ$ e $\alpha_f=300^\circ$, respectivamente.



Observa-se dos resultados obtidos, que o eixo de rotação do satélite inicia o movimento inicial da manobra conforme os dados iniciais e conforme a polaridade obtida pela função de chaveamento a todo instante, alcançando a posição final no tempo total de 1.230 minutos, ou seja,

Tempo final da manobra: $t_f = 1.230 \text{ minutos} = 20,5 \text{ horas}$.

CAPÍTULO 7 CONCLUSÕES

Foi realizada a análise e a simulação de manobras de atitude para satélites artificiais estabilizados por rotação, com torques de controle originados da interação entre o momento magnético de uma bobina magnética e o campo geomagnético local. Uma função de chaveamento do tipo “bang-bang” foi implementada e validada, porém a representação da atitude do satélite através de quaternions deve ser considerada, tendo em vista evitarem-se problemas de singularidade.

Como continuidade deste trabalho, uma análise mais abrangente deverá ser feita utilizando algoritmos genéticos - visando otimizar os instantes de chaveamento da função, e conseqüentemente o tempo envolvido na manobra. Tendo em vista os recursos computacionais existentes a bordo de satélites, o processo de otimização é certamente viável na execução de manobras de satélites estabilizados por rotação e atuados por bobinas magnéticas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

BROUWER, O.; CLEMENCE, G.M. **Methods of celestial mechanics**, Academic Press, New York, 1961.

GAMARRA ROSADO, V.O., RIOS NETO, A. **Time Optimal geomagnetic attitude maneuvers of an axisymmetric spinning satellite**, Acta Astronautica – Journal of The International Academy of Astronautics, Pergamon Press, Vol. 26, N° 11, pp. 773-777, 1992.

HALLIDAY, D.; RESNICK, **Física 3**, Rio de Janeiro, LTC editora Ltda, 4^o edição, 1983.

THOMAS, L. C.; CAPELLARI, J. O., **Attitude determination and prediction of spin-stabilized satellites**, The Bell System Technical Journal, July 1964.

WERTZ, J.R, **Spacecraft attitude determination and control**, London, Reidel, 1978.

APÊNDICE A

CÓDIGO MATLAB

```
%-----  
% PROGRAMA PRINCIPAL:  
% MANOBRAS de satelites estabilizados por "spin"  
% Authors: Brunno B. Vasques e Víctor O. Gamarra Rosado  
% Date: 01.07.2006  
%-----  
clear  
clear functions  
%-----  
% Legenda:  
% om = Ascensão do nodo ascendente [graus]  
% ai = Inclinação da orbita [graus]  
% bet = Ascensao do dipolo geomagnetico [graus]  
% ep = Declinação do dipolo geomagnetico [graus]  
% min = Instante do tempo [min]  
% po = Polaridade da bobina  
% umi = Constante gravitacional [m^2/s^2]  
% sa = Semi-eixo maior da orbita [m]  
%-----  
% Y(:,1): Declinação no SAS [-90 <= y(1) <= +90]  
% Y(:,2): Ascensao Reta no SAS [0 <= y(2) <= 360]  
% tl = Elevacao no SO [-90 <= tl <= +90]  
% fl = Azimte no SO [ 0 <= fl <= 360 ]  
%-----  
global om ai  
global umi sa bet ep smo vs dmg bm dm  
global gast eta  
global x xf eso  
global to ts ty stx  
global tl tif fl flf  
% Dados Iniciais:  
om=40.966 ; ai=30 ; bet=289.3 ; ep=11.4 ;  
umi= 3.986e+14 ; sa= 7378140 ; smo=8.1 ;  
vs=1.256 ; dmg =8.1e+15 ; bm=25;  
dm = dmg/(sa^3) ;  
om = om*pi/180 ;  
ai = ai*pi/180 ;  
bet= bet*pi/180 ;  
ep = ep*pi/180 ;
```

```

% Instante inicial e final da manobra (S.a.s)
% x(1): Declinacao ; x(2): Ascensao reta
x(1)=30 ; x(2)=130 ; x=x*pi/180 ;
xf(1)=60 ; xf(2)=300 ; xf=xf*pi/180 ;
xfsi=orient(xf);
xfso=ineorb(xfsi);
[tl,flf] = tefi(xfso) ;
inte=1 ; k=1;
xx(1,1:2)=[x(1) x(2)] ;
min=0;
while (min~=1400)
    xsi=orient(x);
    eso=ineorb(xsi);
    [tl,fl] = tefl(eso) ;
    bb=abs(tl-tlf);
    if (bb>=(0.2*pi/180))
        po(k) = funchav(min); pol=po(k);
        t0=min ; tf=min+inte ;
        x=sisteqs(min,inte);
    end
    k =k+1;
    xx(k,1:2)=[x(1) x(2)] ;
    min=min+inte;
end
xx=xx*180/pi ;
plot(xx)
plot(po)
%-----
% Executar a funcao Graficos.m para obtencao dos resultados
%-----

```