Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Por que algumas órbitas periódicas são de difícil reprodução numérica via integrações numéricas convencionais?

Luciano Ap. Magrini[1]
Programa de Pós Graduação em Computação Aplicada
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia - IFSP (Câmpus São Paulo)
Juliana Cestari Lacerda[2]
Programa de Pós Graduação em Computação Aplicada
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Margarete O. Domingues e Solon V. de Carvalho [3]
Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada - LabAC / INPE
Elbert E. N. Macau[4]
Universidade Federal de São Paulo - Unifesp

1 Introdução

Para o estudo do regime periódico em sistemas dinâmicos é um problema relevante conhecer e caracterizar as órbitas periódicas existentes cuja computação via métodos de integração numéricos convencionais (como, por exemplo, métodos Runge-Kutta) pode exibir períodos distintos para órbitas periódicas iguais. Esta aparente contradição é explicada pela natureza do período a ser reproduzido numericamente: quando T é racional periódico com período suficientemente grande ou irracional não se consegue, por menor que seja o passo de integração h usado, reproduzí-lo numericamente. Neste trabalho, considerando um estudo de caso baseado no Sistema de Rossler [3] definido pelas equações $x'(t) = -y-z$; $y'(t) = x + ay$ e $z'(t) = b + z(x - c)$ e para o qual são bem conhecidas as caracterizações do regime dinâmico periódico em termos da família $\mathcal{F} = \{a, b, c\}$, tal fato é ilustrado.

2 Metodologia

O sistema de Rossler foi considerado com $\mathcal{F} = \{0.1, 0.1, 4\}$ responsável pela exibição de dinâmica periódica [1] . Tal sistema foi integrado considerando métodos Runge-Kutta

[1]magrini@ifsp.edu.br
[2]juliana.lacerda@inpe.br
[3]margarete.domingues@inpe.br, solon@lac.inpe.br
[4]elbert.macau@inpe.br

de quarta e quinta ordens (RK4 e RK5) com passo fixo de acordo com o descrito em [2] e as séries unidimensionais relativas à variável z deste atrator foram analisadas quanto ao período exibido, caracterizado numericamente neste trabalho como o tempo T discorrido entre dois máximos locais sucessivos.

3 Resultados e Conclusão

O uso de passos de integração cada vez menores não é suficiente para atingir exatamente o período existente (cf. Tabela 1). As séries unidimensionais geradas exibem *pseudoperíodos* de comprimentos bastante próximos mas ainda assim distintos; além disso, a análise dos períodos médios ($\overline{T}$) calculados sugere que T deve ser (i) um racional com parte decimal cujo período é suficiente longo ou (ii) um número irracional.

Tabela 1: Períodos T calculados para Rossler com parâmetros $a = b = 0.1$ e $c = 4$.

	RK4			**RK5**		
h	**Análise dos Períodos**		$\overline{T}$	**Análise dos Períodos**		$\overline{T}$
	# Períodos	**Comprimento**		**# Períodos**	**Comprimento**	
0,01	71	6,000000	5,998658	70	6,010000	6,008536
	11	5,990000		12	6,000000	
0,005	59	6,000000	5,998597	59	6,005000	6,003595
	53	5,995000		23	6,000000	
0,001	50	5,999000	5,998609	49	6,000000	5,999597
	32	5,998000		33	5,999000	
0,0005	65	5,998500	5,998603	64	5,999000	5,999109
	17	5,999900		18	5,999500	
0,0001	77	5,998600	5,998606	76	5,998700	5,998707
	05	5,998700		06	5,998800	
0,00005	70	5,998600	5,998607	71	5,998650	5,998656
	12	5,998650		11	5,998700	
0,00001	58	5,998610	5,998607	58	5,998620	5,998617
	24	5,998600		24	5,998610	

Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte financeiro das agências CAPES (001) e CNPq.

Referências

[1] K. T. Alligood, T. Sauer e J. A. Yorke. Chaos: an introduction to dynamical systems. Sgringer, London, 2011.

[2] R. Burden e J. D. Faires. Análise Numérica. CENGAGE Learning, São Paulo, 2015.

[3] O. E. Rossler. An equation for continuous chaos, *Physics Letters A*, 57:397–398, 1976. DOI:10.1016/0375-9601(76)90101-8.