

# Caracterização Estatística de Observáveis do Sistema de Posicionamento Global Gps

Renatha Caldeira Barboza (ITA, Bolsista PIBIC/CNPq)  
Dr. Roberto Vieira da Fonseca Lopes (DSE/ETE/INPE Orientador)

## RESUMO

O estudo proposto, iniciado em agosto de 2003, visava o levantamento experimental das características estatísticas da fase da portadora GPS sobre um par de antenas ligadas a dois receptores *Ashtec*. O conhecimento destas características é de fundamental importância para o correto processamento de dados na estimação de atitude por GPS, contribuindo tanto para aprimorar o desempenho dos procedimentos de resolução da ambigüidade inteira quanto para aumentar a eficiência do monitoramento da integridade dos dados bem como para aumentar a precisão da estimativa. Com os procedimentos realizados no decorrer do estudo e as análises decorrentes dos mesmos procuramos modelar melhor as correlações temporais dos atrasos presentes na diferença dupla de fase, tais como os de origem aleatória, os devido a multi-caminhos, indefinição do centro de fase das antenas e fenômenos atmosféricos.

No início do trabalho foram estudadas e desenvolvidas três simulações em *MatLab* para introdução e prática com o software e com os conceitos estatísticos. Estas foram: cálculo de correlação em um fractal, correlação em sistemas lineares com perturbação não linear (descobrir o efeito de termos não lineares na correlação) e correlação em sistemas de 2ª ordem lineares (descobrir o efeito do termo de 2ª ordem na correlação). O objetivo desta etapa foi mostrar o efeito das perturbações não modeladas sobre a correlação temporal.

Após esta etapa do trabalho foi realizada uma campanha de tomada de dados experimentais sob certas condições ambientais. Desta forma, foi possível processar os dados experimentais em MATLAB, calcular as correlações com os dados reais e comparar com o que foi simulado matematicamente. Esta análise nos possibilitou concluir sobre a influência de ruídos de origem aleatória na determinação da ambigüidade e desta forma prever a incerteza na medida da atitude por meio da fase da portadora GPS.

Como continuidade do trabalho desenvolvido poderá ser realizados, baseado nos dados obtidos, o modelamento das correlações espaciais e o estudo dos erros devido a outros parâmetros como o centro de fase da antena ser diferente do centro de fase geométrico. O experimento também pode ser repetido em outros cenários que possibilitaria uma análise por comparação sobre a influência de multicaminhos e fatores atmosféricos.



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

## **CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DE OBSERVÁVEIS DO SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL – GPS**

### **RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA (PIBIC/CNPq/INPE)**

**Renatha Caldeira Barboza (ITA, Bolsista PIBIC/CNPq)**  
E-mail: [renatha@h8.ita.br](mailto:renatha@h8.ita.br)

**Dr. Roberto Vieira da Fonseca Lopes (DSE/ETE/INPE, Orientador)**  
E-mail: [roberto@dss.inpe.br](mailto:roberto@dss.inpe.br)

#### **COLABORADORES**

**Dr. Hélio Koiti Kuga (DMC/ETE/INPE)**

**Mai de 2004**

# **SUMÁRIO**

## **CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO**

## **CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

- 2.1 Noções de Probabilidade e Processos Estocásticos
- 2.2 Descrição de GPS

## **CAPÍTULO 3 – PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL**

- 3.1 Análises preliminares em MATLAB
- 3.2 Campanha de tomada de dados experimentais

## **CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E ANÁLISES**

- 4.1 Simulação em Matlab para o caso de fractais
- 4.2 Resultados das simulações das densidades espectrais de potência de alguns processos estocásticos.
- 4.3 Coleta de dados experimentais com os receptores
- 4.4 Análise dos Resultados

## **CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS**

- Referências bibliográficas

## **CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO**

O estudo proposto visa o levantamento experimental das características estatísticas da fase da portadora GPS sobre um par de antenas ligadas a dois receptores Ashtec. O conhecimento destas características é de fundamental importância para o correto processamento de dados na estimação de atitude por GPS, contribuindo tanto para aprimorar o desempenho dos procedimentos de resolução da ambigüidade inteira quanto para aumentar a eficiência do monitoramento da integridade dos dados bem como para aumentar a precisão da estimativa. Com os procedimentos descritos a seguir e as análises decorrentes dos mesmos procuraremos modelar melhor as correlações temporais dos atrasos presentes na diferença dupla de fase, tais como os de origem aleatória, os devido a multi-caminhos, indefinição do centro de fase das antenas e fenômenos atmosféricos. Pretende-se com isso contribuir para a tarefa de determinação de atitude de satélites por meio de GPS.

## CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1) Noções de Probabilidade e Processos Estocásticos

#### 2.1.1) Princípios de Probabilidade

##### Medida de Probabilidade

$\Omega$  - espaço de amostras

$A$  - Conjunto de subconjuntos de  $\Omega$ , formando uma  $\sigma$  - álgebra

$P$  - medida de probabilidade

**Definição (Axiomas da Probabilidade)** Seja  $\Omega$  um conjunto e seja  $A$  uma  $\sigma$  - álgebra com relação a  $\Omega$ . Um mapa  $p: A \rightarrow \mathbb{R}$  é uma medida de probabilidade se:

i)  $P(A) \geq 0$ , para todo  $A$  pertencente a  $A$ ;

ii)  $P(\Omega) = 1$ ;

iii) Se  $A_i \in A; i = 1; 2 \dots$  e  $A_i \cap A_j = \emptyset$ , para todo  $i \neq j$ , então  $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$ .

**Definição - Probabilidade Conjunta.** Sejam  $A$  e  $B$  eventos, isto é,  $A, B \in A$ . Então a probabilidade conjunta de  $A$  e  $B$  é definida por  $P(A \cap B)$ .

**Definição - Probabilidade Condicional.** A probabilidade de um evento  $B$  condicionado a um evento  $A$ , com  $P(A) \neq 0$  é definida por:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

##### Teorema da Probabilidade Total

$$P(B) = \sum_{i=1}^{\infty} P(B/A_i)P(A_i)$$

##### Teorema (Regra de Bayes)

$$P(A/B) = \frac{P(A)P(B/A)}{P(B)}$$

##### Independência entre Eventos

Se  $A, B \in A$  são eventos estatisticamente independentes se  $P(A \cap B) = P(A) P(B)$

#### 2.1.2) Variáveis Aleatórias

**Definição** Uma variável aleatória real,  $X$ , é um mapa de  $\Omega$  em  $\mathbb{R}$  tal que

$$\forall x = \{\omega / X(\omega) \leq x\} \in A$$

$$P(\{\omega / X(\omega) \rightarrow -\infty\}) = P(\{\omega / X(\omega) \rightarrow \infty\}) = 0$$

##### Definição (Função Distribuição de Probabilidade (FDP))

$$F_X(x) = P(X \leq x)$$

*i) Classificação de Variáveis Aleatórias*

- **Discreta** – assume apenas um valor particular ou um conjunto finito de valores. Sua FDP é uma soma de funções *degrau*:

$$F_X(x) = \sum_i P(X = x_i) \mu(x - x_i)$$

- **Contínua** Se sua FDP é contínua;
- **Mista** Se não é contínua nem discreta.

**Definição (Função Densidade de Probabilidade)**

$$p_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x)$$

**Exemplo (Variável Aleatória Gaussiana)**

$$p_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

*ii) Vetores Aleatórios*

**Definição** Um vetor aleatório  $X$  é um mapa de - em  $\mathbb{R}^n$  que satisfaz condições análogas as condições da definição de variáveis aleatórias

$$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$\omega \rightarrow X(\omega) = (X_1(\omega), X_2(\omega), \dots, X_n(\omega))$$

**Definição - Valor esperado de uma variável aleatória  $X$  (média de  $X - \mu_X$ )**

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xp_X(x)dx$$

**Definição - Variância de uma variável aleatória  $X$  ( $\sigma_X^2$ )**

$$\sigma_X^2 = Var(x) = E[(X - \mu_X)^2]$$

Representa a media quadrada do desvio da variável aleatória  $X$  em relação ao valor de esperança.

**Definição - Valor esperado de um vetor aleatório  $X$  (vetor media de  $X - \mu_X$ )**

$$\mu_X = E[X] = (E[X_1] E[X_2] \dots E[X_n])^T$$

### Definição Matriz Covariância de um vetor aleatório X

$$\Lambda_X = E\left[(X - \mu_X)(X - \mu_X)^T\right]$$
$$\Lambda_X = \begin{pmatrix} \sigma_{X_1}^2 & k_{X_1X_2} & \cdots & k_{X_1X_n} \\ k_{X_2X_1} & \sigma_{X_2}^2 & \cdots & k_{X_2X_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{X_nX_1} & k_{X_nX_2} & \cdots & \sigma_{X_n}^2 \end{pmatrix}$$

### Definição Correlação entre $X_i$ e $X_j$

$$R_{X_iX_j} = E[X_iX_j]$$

### Definição $X_i$ e $X_j$ são descorrelatadas se

$$E[X_iX_j] = E[X_i]E[X_j]$$

### 2.1.3) Processos Estocásticos

Seja F uma família de funções reais de um parâmetro  $t \in T$ , onde T é um domínio. Um processo estocástico real é uma família indexada de variáveis aleatórias  $X(t)$  com  $t \in T$ .

#### i) Classificação de Processos Estocásticos:

- Processo Estocástico contínuo a tempo contínuo – é um processo aleatório onde T é um conjunto não enumerável e  $X(t)$  é uma variável aleatória contínua.

Ex: Ruído aditivo gaussiano

- Processo Estocástico discreto a tempo contínuo – é um processo aleatório onde T é um conjunto não enumerável  $X(t)$  é uma variável aleatória discreta.

Ex: Número de chamadas a uma central.

- Processo Estocástico contínuo a tempo discreto, ou Sequência Estocástica – é um processo aleatório onde T é um conjunto enumerável e  $X[k]$  é uma variável aleatória contínua.

Ex: Sinal de voz amostrado

- Processo Estocástico discreto a tempo discreto, ou Cadeia Estocástica – é um processo aleatório onde T é um conjunto enumerável e  $X[k]$  é uma variável aleatória discreta.

Ex: Sequência de bits aleatória

#### ii) Caracterização Estatística de Processos Estocásticos

##### - Função média (depende de t)

$$\mu_X(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} xp_X(x)dx$$

**- Função Autocorrelação (depende de  $t_1$  e  $t_2$ )**

$$R_X(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] = \int_{\mathbb{R}^2} x_1 x_2 p_{X(t_1), X(t_2)}(x_1, x_2) dx_1 dx_2$$

Esta função será de extrema importância nos estudos que serão apresentados a seguir.

**- Função Autocovariância (depende de  $t_1$  e  $t_2$ )**

$$K_X(t_1, t_2) = E\left[(X(t_1) - \mu_X(t_1))(X(t_2) - \mu_X(t_2))\right] = R_X(t_1, t_2) - \mu_X(t_1)\mu_X(t_2)$$

*iii) Processo Estocástico Gaussiano*

Um processo estocástico  $X(t)$  é gaussiano se para todo  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ , as variáveis aleatórias  $(X(t_1), \dots, X(t_n))$  são conjuntamente gaussianas. Logo teremos a função densidade de probabilidade dada por:

$$p_{X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)}(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\Lambda_X|}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x - m_X)^T (\Lambda_X)^{-1} (x - m_X)\right\}$$

*iv) Estacionariedade no Sentido Estrito*

Um processo estocástico  $X(t)$  é estacionário no sentido estrito quando seu comportamento estatístico não se altera no tempo, ou seja,  $\forall(t_1, \dots, t_n)$ :

$$p_{X(t_1), \dots, X(t_n)}(x) = p_{X(t_1 + \tau), \dots, X(t_n + \tau)}(x)$$

*v) Estacionariedade no Sentido Amplo*

Um processo estocástico  $X(t)$  é estacionário no sentido amplo (ESA) quando

- a)  $E[X(t)]$  é constante;
- b)  $R_X(t_1, t_2)$  só depende de  $(t_2 - t_1)$ , isto é,  $R_X(t_1, t_2) = R_X(t_1 - t_2)$

**- Função Correlação Cruzada (depende de  $t_1$  e  $t_2$ )**

$$R_{X,Y}(t_1, t_2) = E[X(t_1)Y(t_2)]$$

**- Função Autocovariância (depende de  $t_1$  e  $t_2$ )**

$$K_{X,Y}(t_1, t_2) = E\left[(X(t_1) - \mu_X(t_1))(Y(t_2) - \mu_Y(t_2))\right] = R_{X,Y}(t_1, t_2) - \mu_X(t_1)\mu_Y(t_2)$$

**2.1.4) Caracterização Espectral de Processos Estocásticos**

O cálculo da densidade espectral de potencia visa medir a potência média do processo e verificar como ela se espalha no espectro (referência [2]).



**Conceito de Transformada de Fourier**

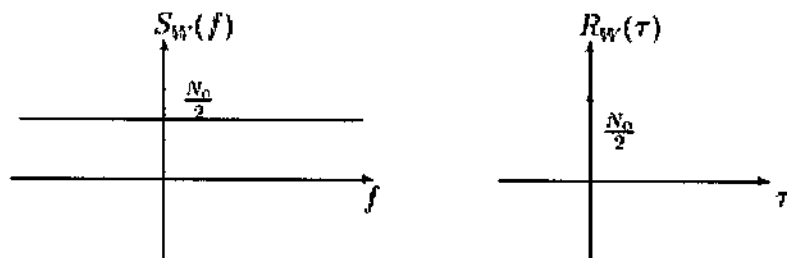
$$T.F.\{X(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)e^{-j2\pi ft} dt$$

**Densidade Espectral de potência de um processo estacionário no sentido amplo:**

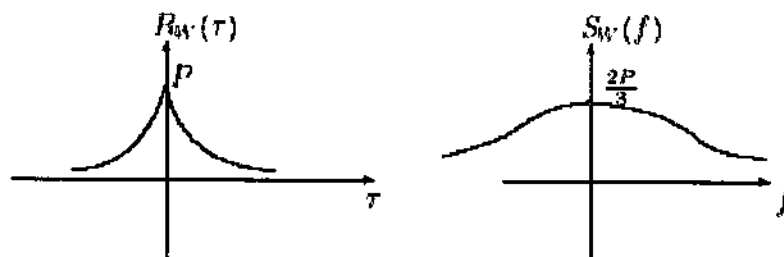
$$S_X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau)e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

*Exemplo - Ruído Branco  $W(t)$ :*

Processo Estocástico de média nula e densidade espectral de potência constante.



*Ruído Colorido  $W(t)$  - não possui D.E.P. constante*



## 2.2) Descrição do GPS

O funcionamento do sistema GPS se baseia no princípio da triangularização, segundo o qual o observador conhece a posição de um conjunto de satélites em relação a um referencial inercial e a sua posição em relação a este conjunto, e obtém sua própria posição no sistema de referência.

### 2.2.1 Estrutura Física:

A descrição oficial do sinal do GPS é dada pelo documento, GPS Interface Control Document ICD-GPS-200.

As frequências de transmissão utilizadas pelos satélites são moduladas por código para a recepção e transmissão de informações. O código consiste na seqüência de estados +1 e -1 que representam os valores binários 0 ou 1.

Os códigos de identificação utilizados são caracterizados por uma seqüência de ruídos pseudo-aleatórios (PRN). Os tipos de códigos são os seguintes:

- Código P (Precision), para uso militar e tem a frequência  $f_0$  e se repete a cada 266,4 dias;
- Código C/A (Course/Acquisition), para uso civil e tem a frequência de  $f_0/10$  e se repete a cada milissegundo.

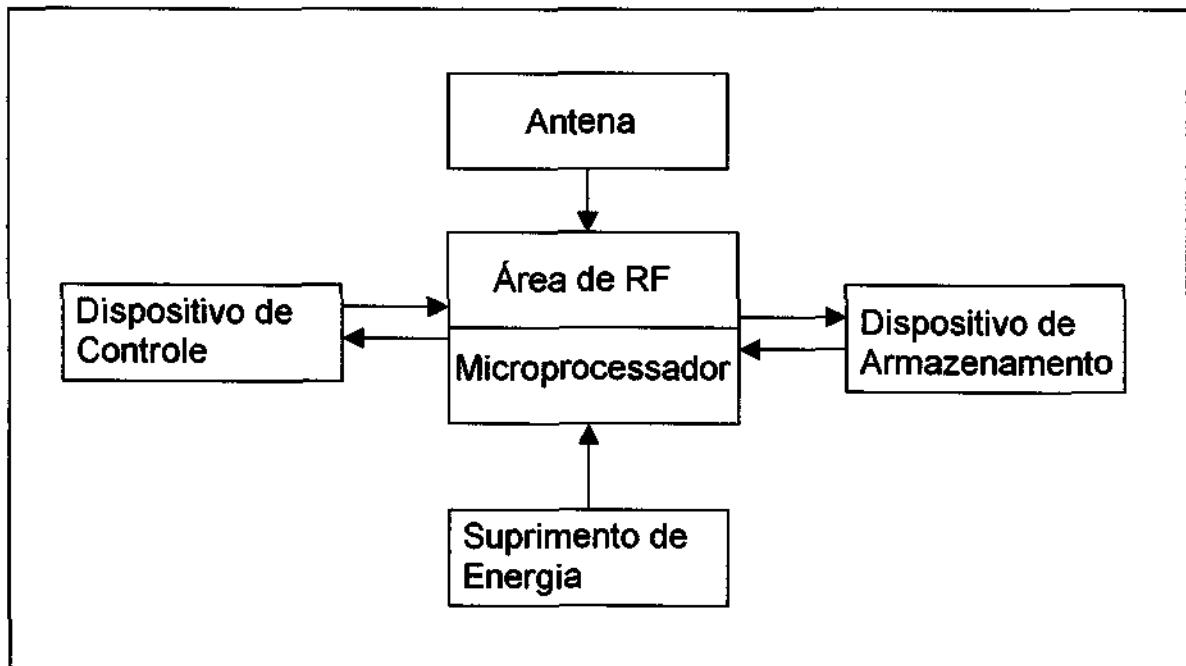
Componente	Frequência
Frequência fundamental	$f_0 = 10,23$
Portadora L1	$154 f_0 = 1575,42$
Protadora L2	$120 f_0 = 1227,60$
P-code	$f_0 = 10,23$
C/A code	$f_0/10 = 1,023$
W-code	$f_0/20 = 0,5115$
Navigation message	$f_0/204600 = 50.10^{-6}$

Cada satélite possui um código distinto de cada um destes conjuntos. A geração das seqüências de PRN para os códigos mencionados é baseada na utilização de dispositivos (hardware) denominados "tapped feedback shift register" que consiste na geração de bits através de pulsos de clock que movem para direita a célula que é lida na saída.

### 2.2.2 Mensagem de navegação

A mensagem de navegação contém as informações sobre: o estado do satélite, o seu relógio, sua órbita e outros dados de correção. Num total de 1500 bits, a mensagem de navegação é dividida em 5 partições (*subframes*). Cada *subframe* é transmitida em 6 segundos e contém 10 palavras de 30 bits cada.

O princípio do processamento de sinais por um receptor GPS é baseado na recuperação das componentes do sinal, incluindo a reconstrução da portadora e da extração dos códigos da mensagem de navegação e leituras do relógio. Existem diversos modelos de receptores desenvolvidos para vários propósitos. O conceito básico de um receptor é ilustrado abaixo:



**Figura 2.1 – Diagrama de blocos para o receptor**

Os receptores mais comuns possuem baterias recarregáveis como suprimento de energia, o microprocessador para processar os dados obtidos e controlar as informações desejadas através de um display e um teclado de controle e um dispositivo para armazenar as observáveis e a mensagem de navegação, tais como, microchips, cartões PCMCIA e interface com o computador.

A recepção do sinal é feita por uma antena (ou mais) que recebe todos os sinais de satélites acima do horizonte e após amplificação transmite para a área de RF do receptor. A antena pode ter sido feita para recepção de apenas uma portadora ou das duas (L1 e L2) um importante critério de design das antenas para este caso é a sensibilidade do seu centro de fase. O centro elétrico deve ser próximo ao centro geométrico da antena e este deve ser insensível à rotação e inclinação. Além disso, a antena deve ter um padrão de ganho que filtre efeitos de pequena elevação ou multicaminhos.

O armazenamento dos dados recebidos do GPS é feito no formato RINEX (*Receiver Independent Exchange*). O formato consiste em quatro tipos de arquivo ASCII: das observáveis, a mensagem de navegação, dados meteorológicos e a mensagem de navegação do GLONASS. O tamanho dos arquivos são variáveis com no máximo 810 caracteres por linha.

### 2.2.3 Observáveis

Conceitualmente, as observáveis do sistema GPS são distâncias que são deduzidas pelas medidas de tempo ou diferenças de fase baseadas na comparação entre o sinal recebido e os sinais gerados no receptor. Apesar da diferença nas medições, o GPS utiliza dois relógios, um do satélite e outro do receptor. Logo, as medidas são fadadas aos erros dos relógios e desta forma, são denominadas pseudodistâncias.

As pseudodistâncias do código ou da fase são afetadas por erros sistemáticos e erros aleatórios. As fontes de erro podem ser classificadas em três grupos: erros relacionados ao satélite, relacionados à propagação do sinal e relacionados ao receptor.

Alguns dos erros sistemáticos podem ser modelados e proporcionam termos aditivos nas equações de determinação das observações. A diferença entre receptores elimina erros específicos de satélites, enquanto diferenças entre satélites elimina erros de receptores. Assim, as diferenças duplas das pseudodistâncias são livres de erros sistemáticos originados do satélite ou do receptor. Com respeito a refração este fato só é verdade para pequenas distâncias da linha de base onde as medidas das distâncias nos pontos finais são afetadas igualmente.

As principais fontes de erro na aquisição de sinais GPS são as seguintes:

- Erro devido à geometria dos satélites com relação ao observador;
- Desvios dos relógios dos satélites;
- Atraso de propagação e processamento dos sinais pelos circuitos dos satélites;
- Erros devido a trajetórias múltiplas dos sinais;
- Efeitos da atmosfera (ionosfera e troposfera) sobre a velocidade e a trajetória de propagação dos sinais transmitidos;
- Erros devidos à resolução e ruído do receptor do usuário;
- Erro na determinação da posição dos satélites (erro de efeméride).

Com relação aos erros na determinação das efemérides, devido às características de suas órbitas, os satélites do GPS estão submetidos às seguintes perturbações: potencial terrestre, atração lunissolar e pressão de radiação solar (incluindo os efeitos da sombra da Terra). Para se conseguir a precisão necessária para algumas aplicações específicas<sup>1</sup>, todas essas perturbações devem ser consideradas simultaneamente.

Os erros gerados por múltiplos caminhos são causados por reflexões do sinal em superfícies próximas ao receptor. A interferência entre o sinal direto e o refletido não é aleatório, apesar de ser considerado como ruído. Estes erros podem ser minimizados pela escolha do local de medições protegidos de reflexão e um tipo de antena apropriado. É importante notar que o efeito do multi-caminho é dependente da frequência.

<sup>1</sup> De acordo com a referencia [1] Cap 6.

### 2.2.4 Diferenças de fase

A diferença simples de fase da portadora para duas frequências dado um satélite  $j$  e dois pontos determinados é dada por:

$$\Phi_A^j(t) - \Phi_B^j(t) = \frac{1}{\lambda} (\zeta_B^j(t) - \zeta_A^j(t)) + N_B^j - N_A^j + f^j [\delta_B(t) - \delta_A(t)]$$

onde,

$\zeta_B^j(t)$  - é a distância geométrica

$\lambda$  - comprimento de onda

$N_A^j$  - ambigüidade inteira

$f^j$  - frequência do sinal do satélite

$\delta_B(t)$  - atraso do relógio

A diferença dupla é obtida pela diferença entre as diferenças simples de dois satélites  $j$  e  $k$ .

$$\Phi_{AB}^k(t) - \Phi_{AB}^j(t) = \frac{1}{\lambda} (\zeta_{AB}^k(t) - \zeta_{AB}^j(t)) + N_{AB}^k - N_{AB}^j + \text{ruído}$$

O uso da diferença simples ao invés da diferença dupla para o processamento da fase da portadora é justificado que no caso de diferença simples temos o erro do relógio do receptor. No caso da diferença dupla esses erros são eliminados e o isolamento das ambigüidades é possível.

A ambigüidade inerente às medidas de fase depende tanto do satélite quanto do receptor. Para melhor resolução da ambigüidade inteira utilizamos dados de fase para frequência dual.

## CAPÍTULO 3 – PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

### 3.1 Simulações em MatLab

Na primeira etapa do estudo foram analisadas e desenvolvidas três simulações em MatLab para introdução e prática com o software e com os conceitos estatísticos. Estas foram:

#### 1. Cálculo de correlação em um fractal:

Trecho de programa para geração de um fractal e obtenção da função correlação e a densidade espectral de potência.

```
% 2) Geração do fractal
z = 0;
for n=-100:10000
    s = sign(2*rand-1);
    z = k/2 + s * sqrt((k/2)^2 - k*z);
    if n>0
        Z(n) = z;
    end
end
end

% 3) Calculo da correlação e da densidade espectral de potencia
X = real(Z);
Y = imag(Z);
W = [X-mean(X);Y-mean(Y)];
P = mean((W.*W)');
for h=1:128
    C(h,:) = mean((W(:,1:end-h).*W(:,1+h:end)))' ./ P;
end
F      = fft([1,1;C]);
F(1,:) = [ ];
F(65:end,:) = [ ];
```

#### 2. Correlação em sistemas lineares com perturbação não linear.

Objetivo: descobrir o efeito de termos não lineares na correlação.

Equação do sistema:

$$\frac{dx}{dt} = -c * x + \text{ruído} + \text{perturbação}$$

Cálculo da Correlação:

$$R(h) = E \left[ (X(h))^2 \right]$$

3. Correlação em sistemas de 2ª ordem lineares:  
Objetivo: descobrir o efeito do termo de 2ª ordem na correlação.

Equação do sistema:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx - \frac{1}{\tau} \frac{dx}{dt} + \text{ruído}$$

O cálculo para a função correlação é análogo ao de primeira ordem.

4. Programa gerador de densidades espectrais de potência para os processos estocásticos estudados.

Este cálculo foi realizado pela transformada de Fourier da função correlação, obtida para cada caso. No programa aplicamos a *fft* (*Fast Fourier Transform*).

O objetivo desta etapa foi mostrar o efeito das perturbações não modeladas sobre a correlação temporal.

### 3.2 Experimento de coleta de dados dos satélites GPS

O experimento foi realizado no dia 11 de março, iniciando às 14h (horário local). O cenário apresentava as seguintes características.

- Antenas presas a um suporte de altura aproximada: 5m;
- Diferença de altura aproximada entre as antenas: 25cm;
- Distância entre elas: 1m;
- Presença de algumas árvores e de vento.

Os equipamentos e materiais utilizados para a tomada de dados foram:

- Duas antenas: uma do tipo geodésica (receptor base) e a outra como receptor móvel.
- Receptores: Ashtech – Z12 GPS Receiver XII (receptor dual)
- Manual – Operation and Technical Manual – 1999 – Magellan Corporation
- Um computador para download dos dados.

A seguir temos uma amostra das observações feitas no receptor durante o experimento que contou com duas tomadas de dados com diferença de 1 (uma) hora.

*Primeira tomada de dados às 17:02 GMT*

LAT: 23 : 12.6912 S

LONG: 45 : 51,5717 W

ALT: 655,50 m (±10cm)

Ângulo de máscara – MASK: 05°

n° do satélite	Razão Sinal/Ruído		Azimute	Elevação
	1	2		
01	33	05	05	12
07	12	17	36	17
28	50	57	30	63
29	13	18	22	10
27	47	51	14	41
08	40	44	20	48
10	31	30	24	30
31	09	17	12	21
13	42	60	07	49

Tabela 3.1 - Dados que ilustram a primeira de tomada de dados pelos receptores GPS.

LAT: 23 : 12.6897 S

LONG: 45 : 51,5707 W

ALT: 647,75m

Ângulo de máscara – MASK: 05°

*Segunda tomada de dados às 18:10 GMT*

n° do satélite	Razão Sinal/Ruído		Azimute	Elevação
	1	2		
28	49	81	21	68
27	24	28	11	30
26	14	8	22	14
13	21	7	04	24
07	20	29	01	41
08	23	47	15	47
29	17	22	22	32
10	17	27	28	30

Tabela 3.2 - Dados que ilustram a segunda tomada de dados pelos receptores GPS.

As tomadas contaram com aproximadamente 30 minutos de dados cada uma e estes foram compilados e armazenados no formato RINEX.





**Figura 3.1 – Foto do cenário do Experimento.**

## CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E ANÁLISES

### 4.1) Resultados da simulação para o cálculo de correlação em um fractal:

O programa solicita os valores de módulo e fase do parâmetro geratriz:  
Por exemplo:

>Entre com o modulo (entre 0 e 1) do parâmetro geratriz: **0.2**

>Entre com a fase (entre 0 e 360) do parâmetro geratriz: **45**

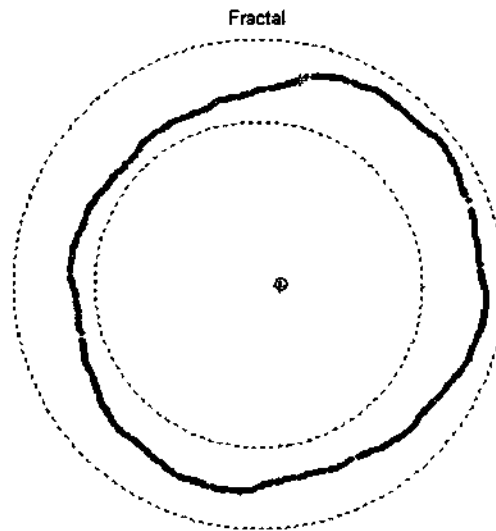


Figura 4.1 – O fractal obtido

	Amostrai	Teórico
Delta-Variância	0.3215	0.2500
Covariância	1.8705	1.8705
Autocorrelação Rxx	0.0484	-
Autocorrelação Ryy	-0.2516	-
Correlação Cruzada Rxy	-0.6302	-
Correlação Cruzada Ryx	0.6603	-
Covariância Kx	12.7934	12.6608
Covariância Ky	12.4719	12.3392

Tabela 4.1 – Cálculos realizados para correlações e covariâncias de um fractal.

**4.2) Resultados das simulações das densidades espectrais de potência de alguns processos estocásticos.**

**i) Caso Fractal**

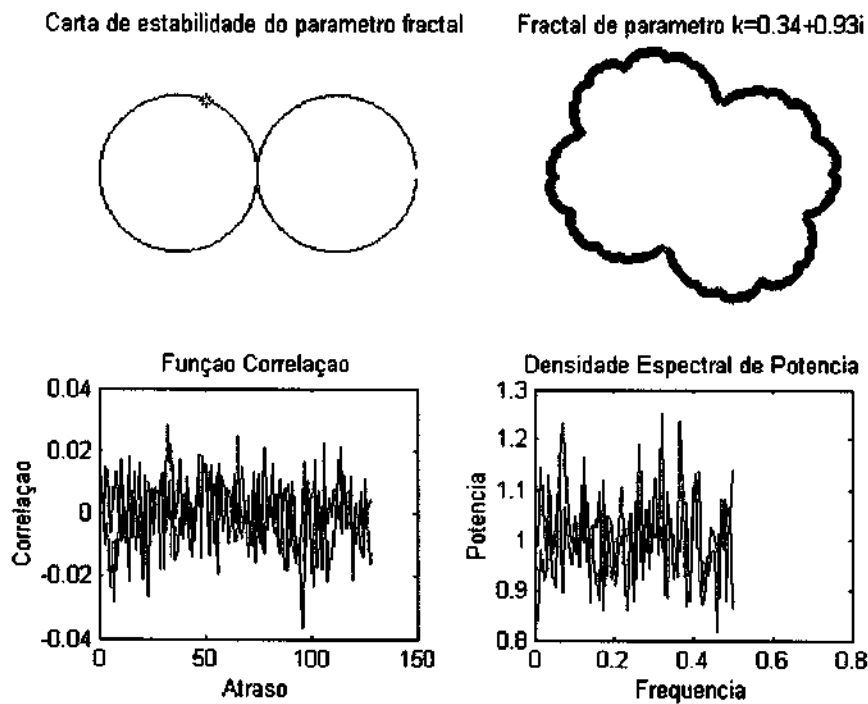


Figura 4.2 – Gráfico da função correlação e densidade espectral de potência.

**ii) Caso Estacionário de primeira ordem com perturbação quadrática**

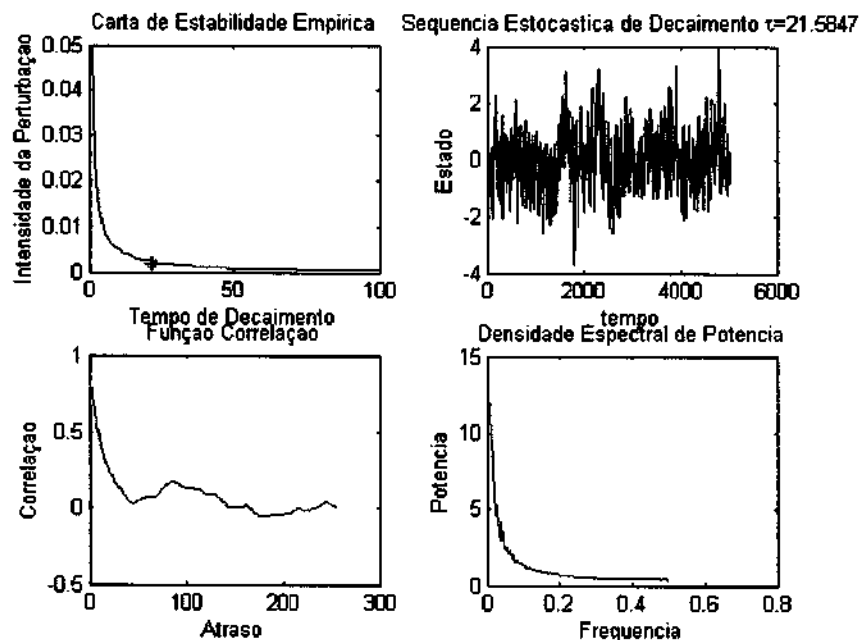


Figura 4.3 - Gráfico da função correlação e densidade espectral de potência.

### iii) Caso de Processo Estacionário de Segunda Ordem

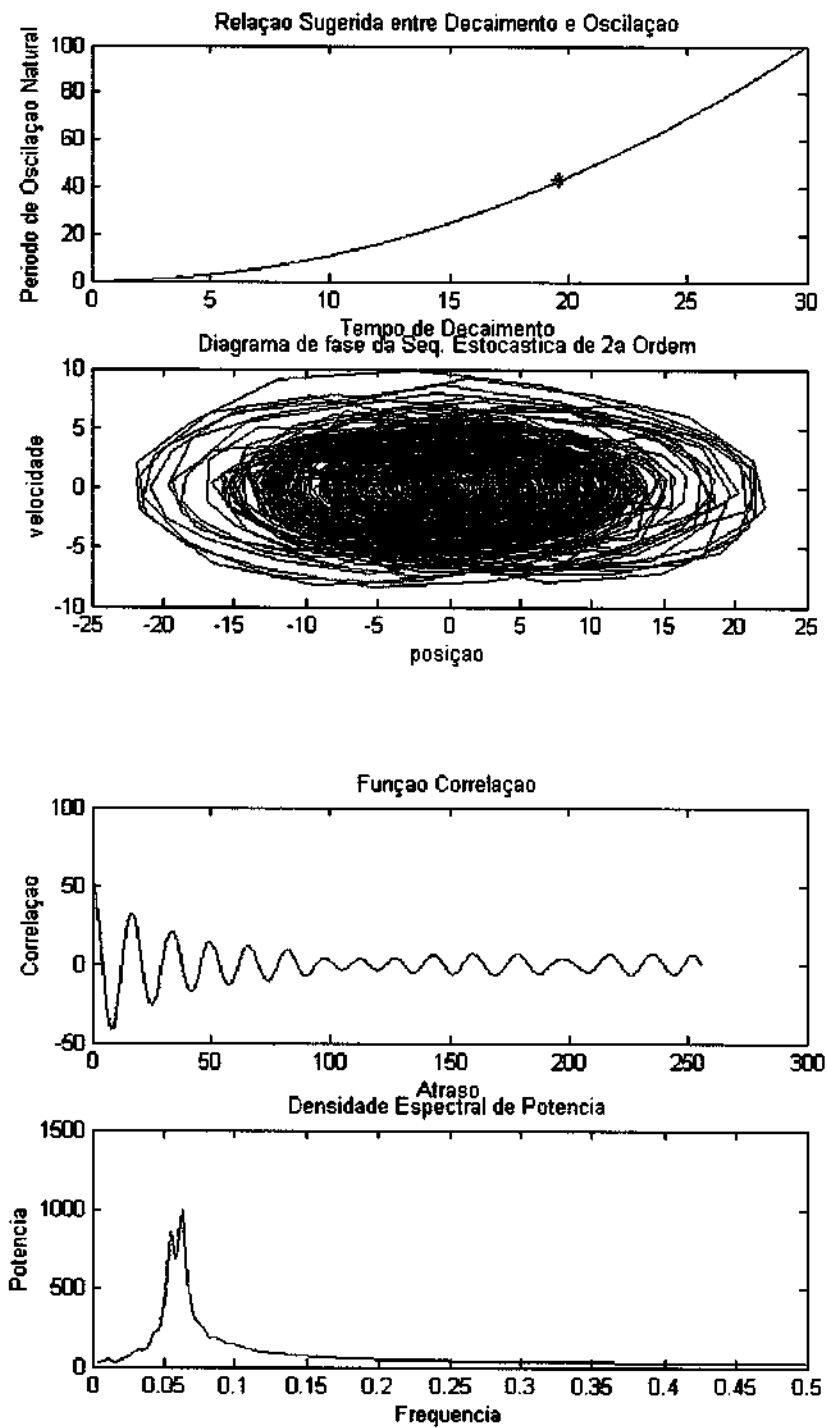


Figura 4.4 - Gráfico da função correlação e densidade espectral de potência.

### 4.3) Compilação dos dados experimentais

Com os resultados do experimento armazenados em formato RINEX realizou-se uma série de simulações através dos programas em MatLab desenvolvidos abaixo com o objetivo de obter:

- A diferença simples da portadora para frequências L1 e L2;
- A diferença dupla da fase da portadora frequências L1 e L2;
- Aproximação das curvas e os Resíduos;
- As correlações e auto-correlações dos dados obtidos.

#### 4.3.1) Processamento dos dados e cálculo da diferença simples da portadora

```
% Pre-processamento dos dados experimentais de fase L1 numa linha de base, tomados
em 11-03-2004
close all
clear
% 1) add mylib directory to Matlab path:
if isempty(findstr(path,'experimento'))
    %path(path,'d:\pibic\experimento');
end
% 2) Leitura dos dados brutos no formato RINEX
if ~exist('GPSobs_11_03_2004_b.mat')
    NavRinexM = RinexNavRead('Base0712.04N');
    RinexM = RinexObsRead('Base0712.04O');
    NavRinexR = RinexNavRead('User0712.04N');
    RinexR = RinexObsRead('User0712.04O');
    save GPSobs_11_03_2004_b NavRinexM RinexM NavRinexR RinexR
    clear
end
load GPSobs_11_03_2004_b

baseline = 1; % antenna baseline length
dt = 1;
ifig = 0;
iprint = input('Entre 1 para imprimir e 0 caso contrario: ');
    for freq=1:2
% 3) Seleção dos satelites para diferença dupla de fase
if freq==1
    OT = 'L1';
    limSNR = 7;
    limSat = 6;
    sel = [3:7,9];
    Iok = [100:1800] + 13;
    hist(RinexM.Strength.L1,[6:9])
else
    OT = 'L2';
    limSNR = 4;
    limSat = 4;
    sel = [3:7,9];
```

```

Iok = [100:1800];
hist(RinexM.Strength.L2,[4:8])
end
title(['Signal to Noise Ratio on ',OT])
xlabel('SNR')
ylabel('Observed frequency')
disp('Veja SNRs'), pause
if iprint
    ifig = ifig + 1;
    eval(['print -dbitmap fig',num2str(ifig)])
end

dGPS = PhaseMatch(dt,freq,limSNR,limSat,RinexM,RinexR);
nsat = length(dGPS.Lock);
plot(dGPS.SatLock*diag(dGPS.Lock))
title(['Temporal Visibility Chart of ',OT])
xlabel('Sampling time [s]')
ylabel('PRN')
disp(dGPS.Lock)
disp('Veja PRN dos satelites sempre localados:'), pause
if iprint
    ifig = ifig + 1;
    eval(['print -dbitmap fig',num2str(ifig)])
end

% PRN dos satelites sempre localados:
dGPS.Lock = dGPS.Lock(sel);
dGPS.SatLock = dGPS.SatLock(Iok,sel);
dGPS.M.dT = dGPS.M.dT(Iok);
dGPS.R.dT = dGPS.R.dT(Iok);
dGPS.M.Obs = dGPS.M.Obs(Iok,sel);
dGPS.M.dObs = dGPS.M.dObs(Iok,sel);
dGPS.R.Obs = dGPS.R.Obs(Iok,sel);
dGPS.R.dObs = dGPS.R.dObs(Iok,sel);
    if freq==1
        ddD1 = dGPS.R.dObs-dGPS.M.dObs;
    else
        ddD2 = dGPS.R.dObs-dGPS.M.dObs;
    end

% 4) diferenca simples de fase e correcao do efeito Doppler
dPh = dGPS.R.Obs - dGPS.M.Obs;
tGPS = GPStime(dGPS.M.T(Iok));
tGPSr = GPStime(dGPS.R.T(Iok));
milisec = 0.001;
mismatch = milisec * round((tGPSr-tGPS)/milisec);
uL = ones(1,length(sel));
dDoppler = dGPS.R.dObs .* ((dGPS.R.dT-mismatch)*uL) - dGPS.M.dObs .*
(dGPS.M.dT*uL);
dPh = dPh - dDoppler;
% 5) linhas de visada

```

```

[R,V,deltaT] = GPSEphem(NavRinexM,tGPS'*ones(size(sel)),dGPS.Lock);
    % Coordenadas Geodesicas IBGE do marco do INPE/Satelite (WGS84)
    % Latitude: 23o 12' 40.40928 S
    % Longitude: 45o 51' 38.38152 W
    % Altitude: 612.0274 m
dphi    = 0 - (23 + (12 + 40.40928 / 60) / 60);
dlambda = 360 - (45 + (51 + 38.38152 / 60) / 60);
h       = 612.0274;
[X,Y,Z] = frgeod(dphi,dlambda,h);
dX      = R(:,,1) - X;
dY      = R(:,,2) - Y;
dZ      = R(:,,3) - Z;
rho     = sqrt(dX.^2+dY.^2+dZ.^2);
dX      = dX./rho;
dY      = dY./rho;
dZ      = dZ./rho;
cLat    = cos(dphi*pi/180);
sLat    = sin(dphi*pi/180);
cLon    = cos(dlambda*pi/180);
sLon    = sin(dlambda*pi/180);
Xtop    = [ -sLon,  cLon,  0]';
Ytop    = [-cLon*sLat, -sLon*sLat, cLat]';
Ztop    = [ cLon*cLat, sLon*cLat, sLat]';
coelev  = acos((dX*Ztop(1)+dY*Ztop(2)+dZ*Ztop(3))./sqrt(dX.^2+dY.^2+dZ.^2)) *
180/pi;
azim    =
atan2(dX*Xtop(1)+dY*Xtop(2)+dZ*Xtop(3),dX*Ytop(1)+dY*Ytop(2)+dZ*Ytop(3));
    % azimute contado a partir da referencia Norte em direcao ao Leste
if freq==1
    plot3(dX,dY,dZ, '.')
    hold on
    sphere(50)
    hold off
    shading interp
    colormap gray
    view(80-45,-23)
    title('Space Visibility Chart')
    axis off
    axis equal
    disp('Veja linhas de visada dos satelites visiveis sobre a esfera celeste:'),pause
    if iprint
        ifig = ifig + 1;
        eval(['print -djpeg fig',num2str(ifig)])
    end
    polar(pi/2-azim,coelev, '.')
    colormap default
    title('Topocentric Visibility Chart')
    disp('Veja as trajetorias dos satelites visiveis em azimute e elevacao:'),pause
    if iprint
        ifig = ifig + 1;

```

```

        eval(['print -dbitmap fig',num2str(iframe)])
    end
end
plot(dPh)
title(['Single Difference of Carrier Phase ',OT])
xlabel('Sampling time [s]')
ylabel('Phase [cycles]')
disp('Veja diferença simples de fase'),pause
if iprint
    iframe = iframe + 1;
    eval(['print -dbitmap fig',num2str(iframe)])
end
% 6) eliminado primeiro ponto com salto em um dos satelites
for k=1:length(tGPS)
    U(:,k) = [dX(k,:);dY(k,:);dZ(k,:)];
end
if freq==1
    tGPSL1 = tGPS;
    UL1 = U;
    dL1 = dPh;
    LockL1 = dGPS.Lock;
else
    tGPSL2 = tGPS;
    UL2 = U;
    dL2 = dPh;
    LockL2 = dGPS.Lock;
end
clear U
    end
% 7) armazenagem dos dados comuns a L1 e L2
if all(abs(tGPSL1-tGPSL2)<2*milisec) & all(LockL1==LockL2)
    Lock = LockL1;
    tGPS = tGPSL1;
    U = UL1;
    save GPSexp_11_03_2004_b tGPS Lock U dL1 dL2 baseline
end

tg = (tGPS - tGPS(1))/60;
H = plot(tg,ddD1,'m',tg,ddD2,'b',tg,ddD2-ddD1,'r');
title('Doppler Single Differences D1 and D2')
xlabel('Sampling time [min]')
ylabel('Doppler [cycles/s]')
legend(H([1,5,9]),'dD1','dD2','dD2-dD1')
disp('Veja diferença simples de Doppler:'),pause
if iprint
    iframe = iframe + 1;
    eval(['print -dbitmap fig',num2str(iframe)])
end
end

```



*Resultados obtidos nas simulações para a primeira tomada de dados do experimento*

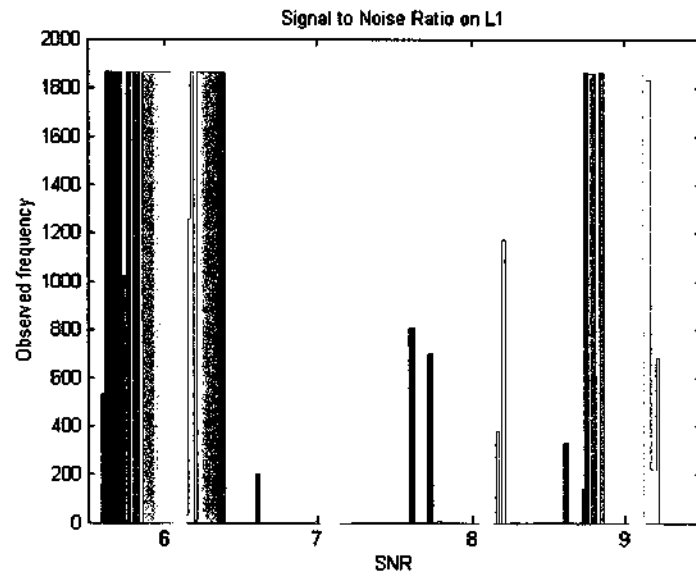


Figura 4.5 – Relação Sinal – Ruído para portadora com frequência L1.

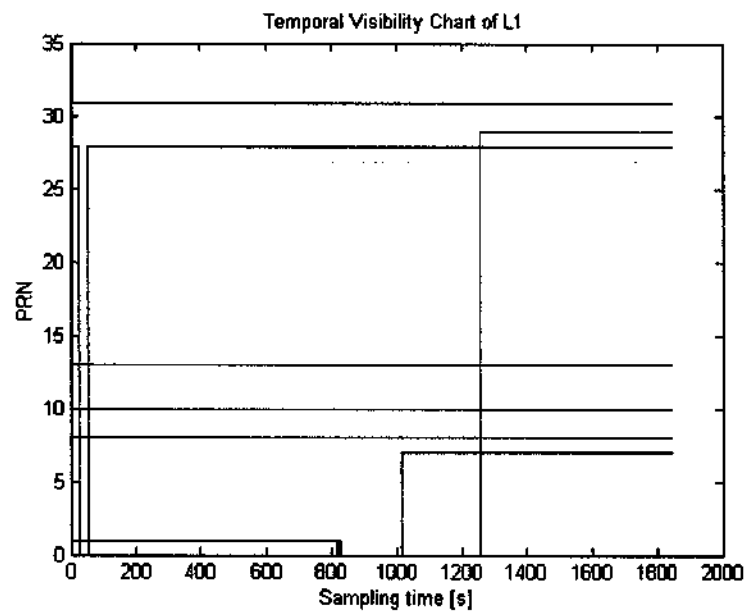


Figura 4.6 – Visibilidade dos Satélites alocados para frequência L1.

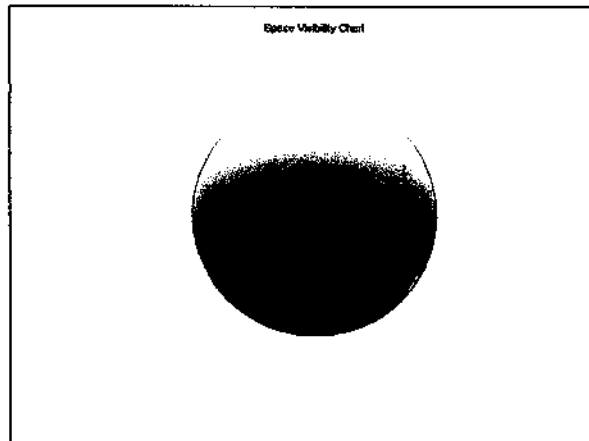


Figura 4.7 – Visibilidade Espacial dos Satélites alocados

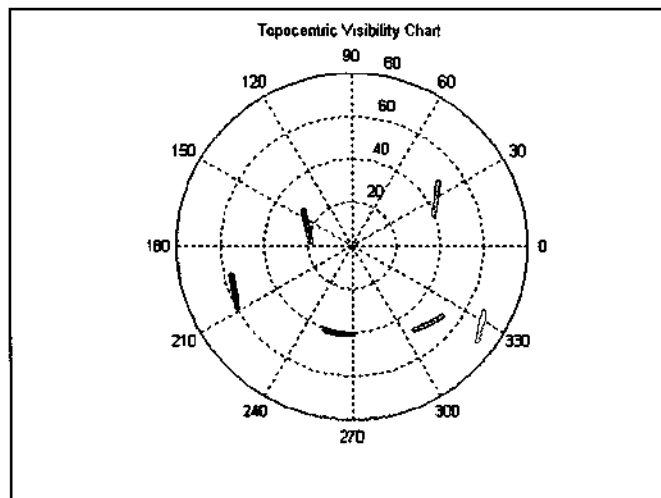


Figura 4.8 – Visão topocêntrica dos Satélites alocados

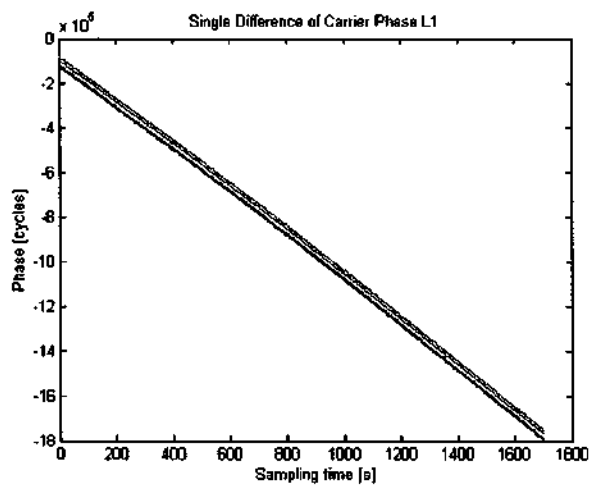


Figura 4.9 – Diferença Simples de fase da portadora para frequência L1.

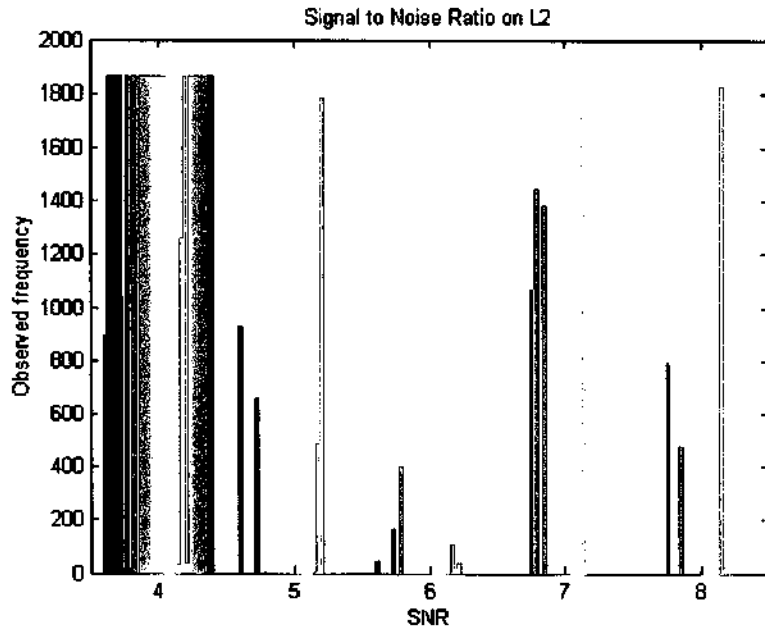


Figura 4.10 – Relação Sinal – Ruído para portadora com frequência L2.

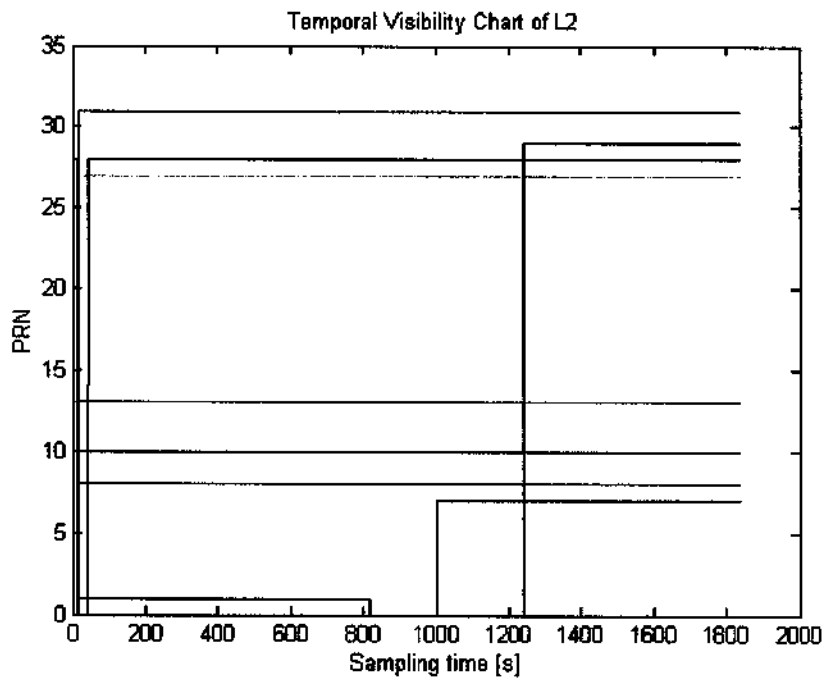


Figura 4.11 – Visibilidade dos Satélites alocados para frequência L2.

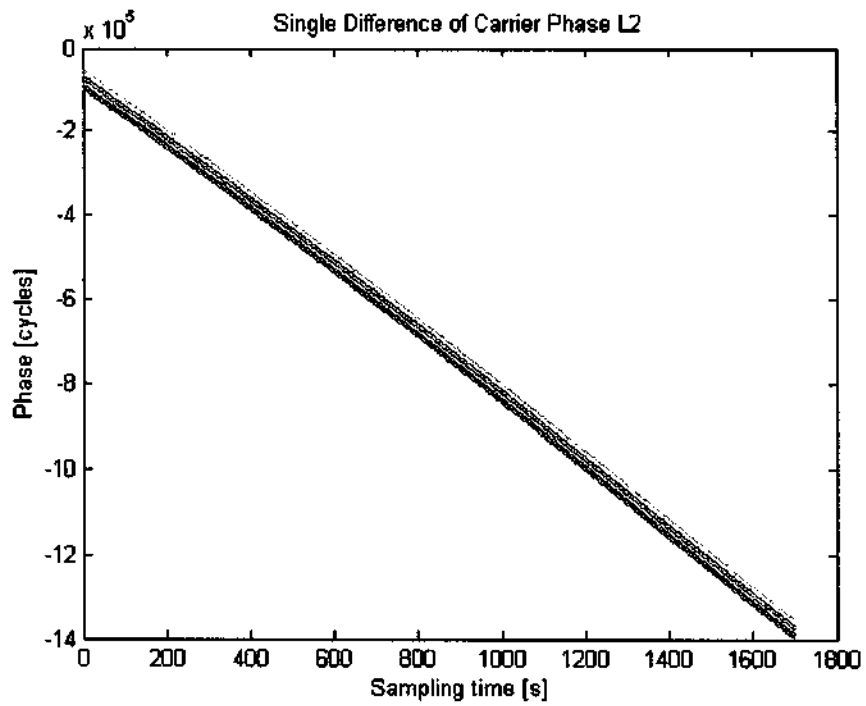


Figura 4.12 – Diferença Simples de fase da portadora para frequência L2.

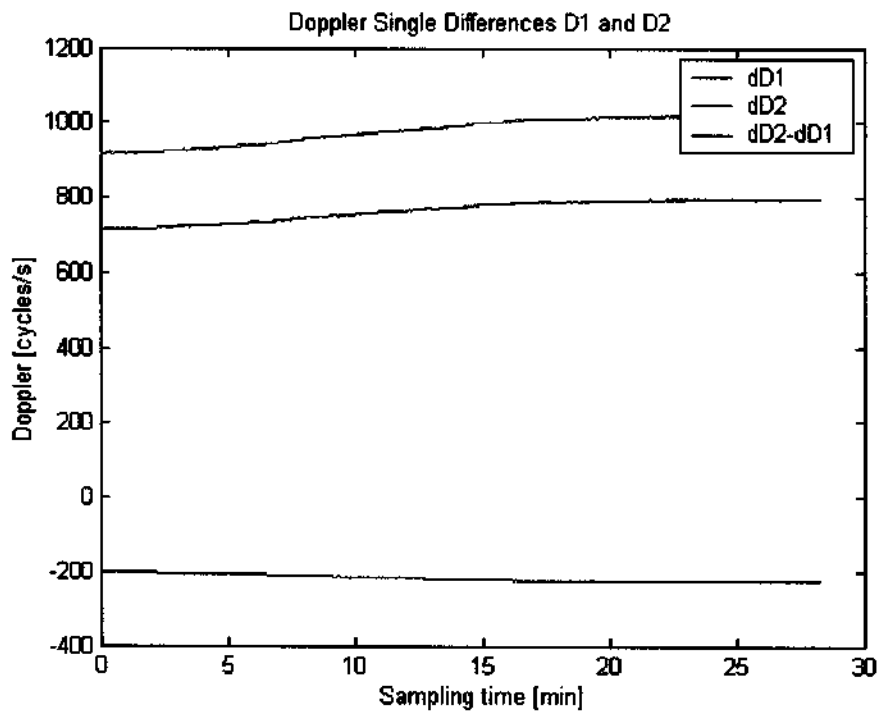


Figura 4.13 – Diferença Doppler Simples D1 e D2

### 4.3.2 Cálculo da diferença dupla de fase

```
% Resolução de ambiguidade na diferença dupla de fase L1 numa linha de base

clear
close all
% 1) Leitura dos dados pre-processados
load GPSExp_11_03_2004_b

% 2) Escolha do satélite mestre e calculo da diferença dupla de fase

ifig = 0;
iprint = input('Entre 1 para imprimir e 0 caso contrario: ');
Uo = U(:,1);
u = mean(Uo);
[umax,master] = max(u*Uo);
D = eye(size(U,2));
D(master,:) = -1;
D(:,master) = [];
ddL1 = dL1 * D;
ddL2 = dL2 * D;
tG = (tGPS - tGPS(1)) / 60;
nsat = 6;
nt = length(tG);
figure(1)
subplot(121), plot(tG, ddL1 - ones(nt,1)*floor(ddL1(1,:)))
title('Diferença Dupla de Fase L1')
xlabel('Tempo [min]')
ylabel('Fase [ciclos]')
disp('Veja diferenças duplas de fase')
subplot(122), plot(tG, ddL2 - ones(nt,1)*floor(ddL2(1,:)))
title('Diferença Dupla de Fase L2')
xlabel('Tempo [min]')
ylabel('Fase [ciclos]')
pause
if iprint
    ifig = ifig + 1;
    eval(['print -dbitmap fig',num2str(ifig)])
end

% 3) Ajuste de curva (2 grau)

xr1 = ddL1 - ones(nt,1)*floor(ddL1(1,:));
xr2 = ddL2 - ones(nt,1)*floor(ddL2(1,:));
disp('Veja as curvas ajustadas')

for i=1:5
    x=transpose(tG);
    pL1 = polyfit(x,xr1(:,i),2);
    pL2 = polyfit(x,xr2(:,i),2);
```

```

y1(:,i) = transpose(polyval (pL1,tG));
y2(:,i) = transpose(polyval (pL2,tG));
end
figure(2)
subplot(121),plot(tG,y1,tG,xr1)
title('Diferença Dupla de Fase L1 ajustada')
xlabel('Tempo [min]')
ylabel('Fase [ciclos]')
subplot(122),plot(tG,y2,tG,xr2)
title('Diferença Dupla de Fase L2 ajustada')
xlabel('Tempo [min]')
ylabel('Fase [ciclos]')
pause
if iprint
    ifig = ifig + 1;
    eval(['print -dbitmap fig',num2str(ifig)])
end

% 4) Diferença - Erro

figure(3)
subplot(121),plot(tG,xr1-y1)
title('Erros da Diferença Dupla de Fase L1')
xlabel('Tempo [min]')
ylabel('Fase [ciclos]')
subplot(122),plot(tG,xr2-y2)
title('Erros da Diferença Dupla de Fase L2 ajustada')
xlabel('Tempo [min]')
ylabel('Fase [ciclos]')
disp('Veja os erros na aproximação da diferença dupla de fase')
pause
if iprint
    ifig = ifig + 1;
    eval(['print -dbitmap fig',num2str(ifig)])
end

figure(4)
plot(xr1-y1,xr2-y2,':')
title('Relação entre os Erros da Diferença Dupla de Fase ')
disp('Veja a relação entre os Erros da Diferença Dupla de Fase')
pause
if iprint
    ifig = ifig + 1;
    eval(['print -dbitmap fig',num2str(ifig)])
end

% 5) Armazenamento
ddy1 = xr1-y1;
ddy2 = xr2-y2;
save GPSdif_11_03_2004_b tG ddy1 ddy2

```

*Resultados obtidos na simulação para a primeira tomada de dados do experimento*

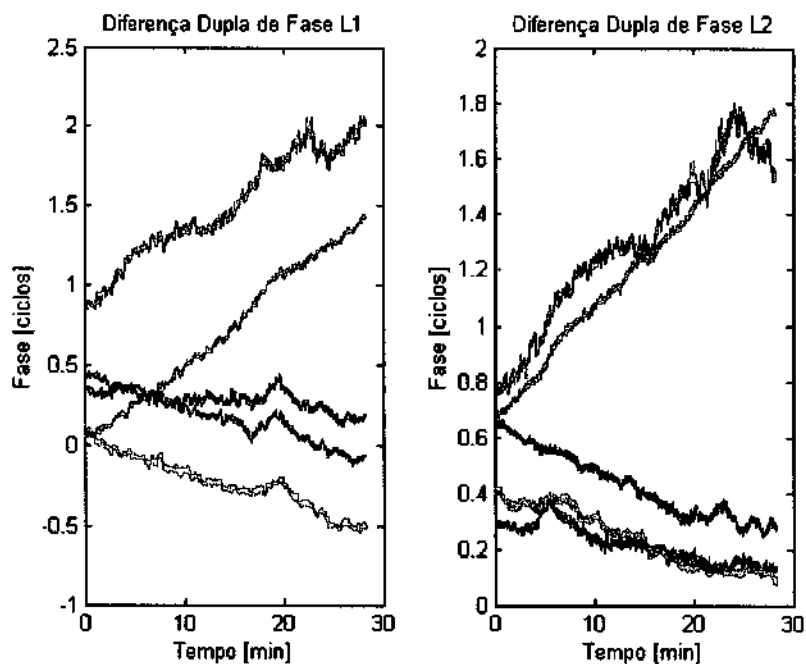


Figura 4.14 – Diferenças duplas da fase das portadoras L1 e L2 em ciclos por minuto.

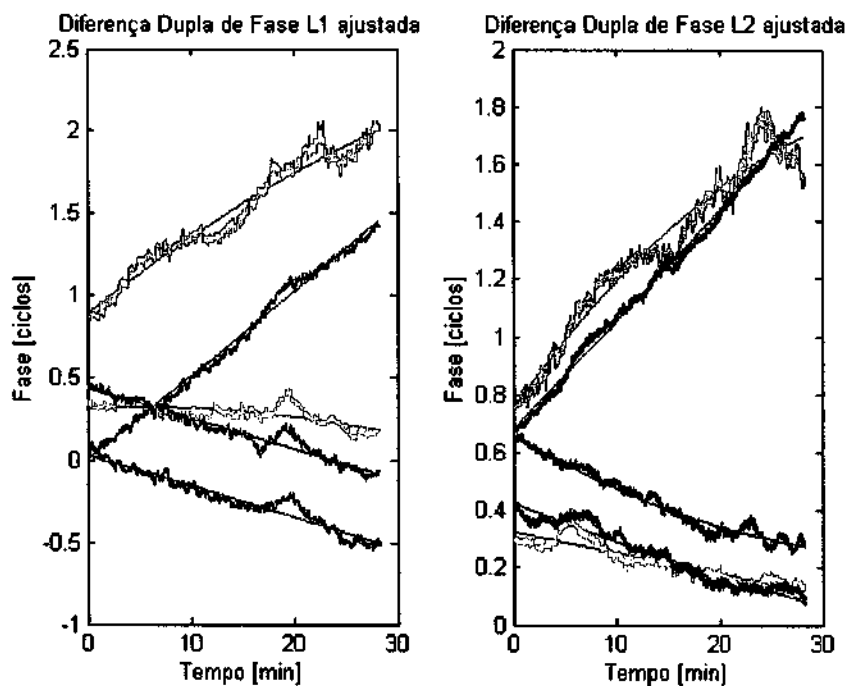


Figura 4.15 – Curvas ajustadas das Diferenças duplas da fase das portadoras L1 e L2 em ciclos por minuto.

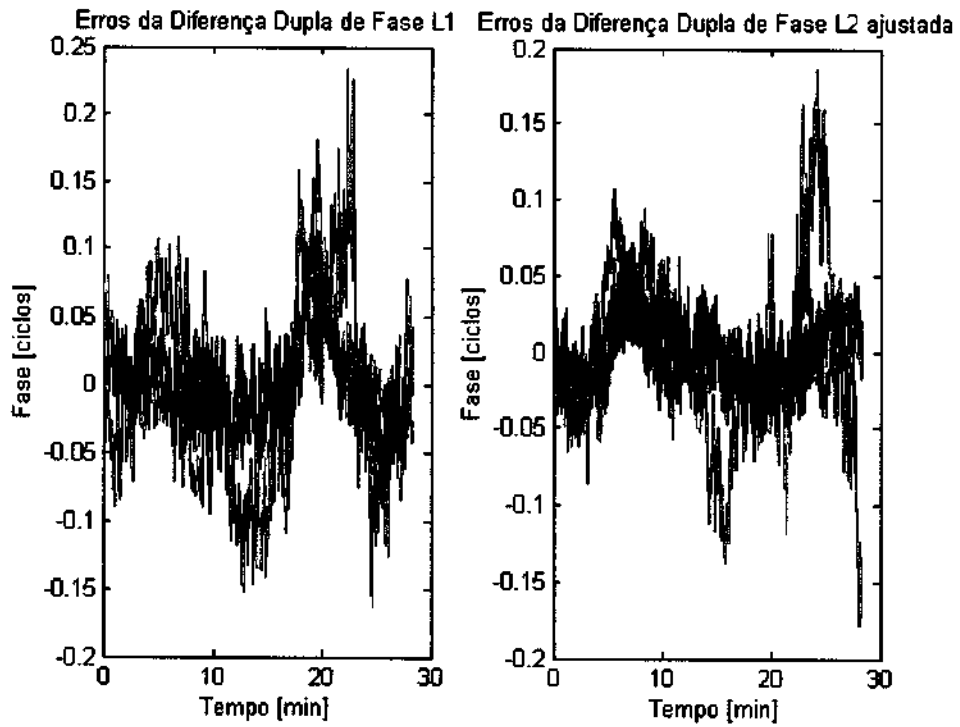


Figura 4.16 – Gráfico dos erros obtidos na aproximação das curvas da diferença dupla da fase da portadora para L1 e L2.

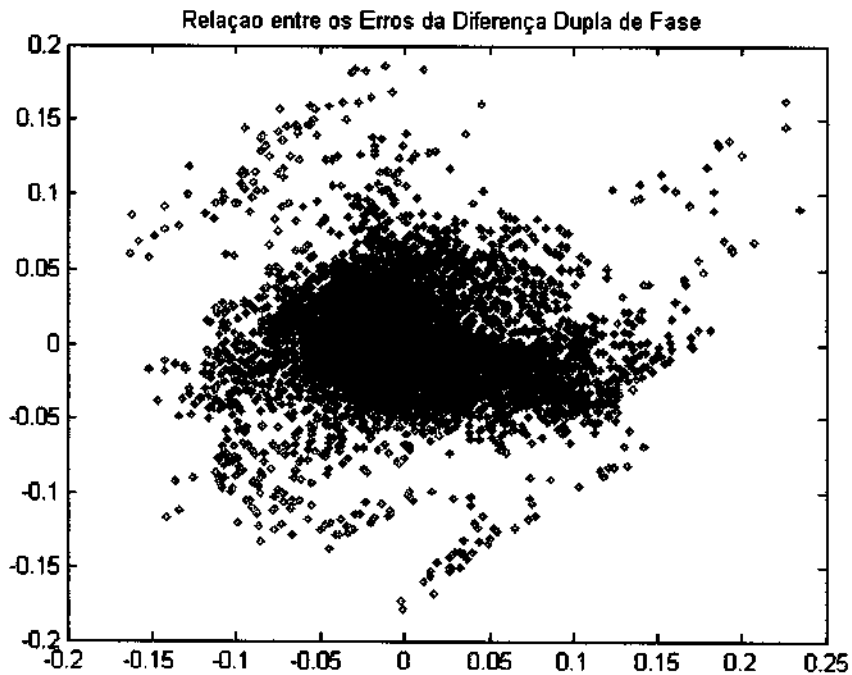


Figura 4.17 – Relação entre os erros da aproximação das curvas da diferença dupla de fase das portadoras nas frequências L1 e L2 para cada satélite.



### 4.3.3 Cálculo da Correlação e Auto-correlação amostrais

```
% Calculo de correlação e auto-correlação – arquivo correlacao.m
close all
clear
% 1) Leitura dos dados pre-processados
load GPSdif_11_03_2004_b
ifig = 0;
iprint = input('Entre 1 para imprimir e 0 caso contrario: ');

% 2)media amostral:

ey1 = mean(ddy1);
ey2 = mean(ddy2);

% 3)correlações amostrais
[npt,nsat] = size(ddy1);
resL1 = ddy1 - ones(npt,1) * ey1;
resL2 = ddy2 - ones(npt,1) * ey2;

%invCxxL1 = diag(1./sqrt(diag(resL1*resL1)/npt));
%invCxxL2 = diag(1./sqrt(diag(resL2*resL2)/npt));
invCxxL1 = sqrtm(inv(resL1*resL1/npt));
invCxxL2 = sqrtm(inv(resL2*resL2/npt));
nsample = 1024;
for h=0:nsample
    CL1(:,h+1) = invCxxL1 * (resL1(1:end-h,:)' * resL1(1+h:end,:)) * invCxxL1 / (npt-h);
    CL2(:,h+1) = invCxxL2 * (resL2(1:end-h,:)' * resL2(1+h:end,:)) * invCxxL2 / (npt-h);
end

% 4) Densidade Espectral de Potencia
for i=1:nsat
    F = fft(squeeze(CL1(i,i,:)));
    F(1) = [];
    Sii = abs(F(1:nsample/2)).^2;
    SL1(i,:) = Sii';
    F = fft(squeeze(CL2(i,i,:)));
    F(1) = [];
    Sii = abs(F(1:nsample/2)).^2;
    SL2(i,:) = Sii';
end

figure(1)
for i=1:nsat
    plot(squeeze(CL1(i,1:i,:)))
    hold on
end
hold off
```

```

pause
if iprint
    ifig = ifig + 1;
    eval(['print -dbitmap fig',num2str(ifig)])
end
figure(2)
for i=1:nsat
    plot(squeeze(CL2(i,1:i,:)))
    hold on
end
hold off
pause
if iprint
    ifig = ifig + 1;
    eval(['print -dbitmap fig',num2str(ifig)])
end
figure(3)
loglog(1./([1:nsample/2]/nsample/2/2),SL1)

pause
if iprint
    ifig = ifig + 1;
    eval(['print -dbitmap fig',num2str(ifig)])
end

figure(4)
loglog(1./([1:nsample/2]/nsample/2/2),SL2)
pause
if iprint
    ifig = ifig + 1;
    eval(['print -dbitmap fig',num2str(ifig)])
end
end

```

*Resultados obtidos na simulação para a primeira tomada de dados do experimento*

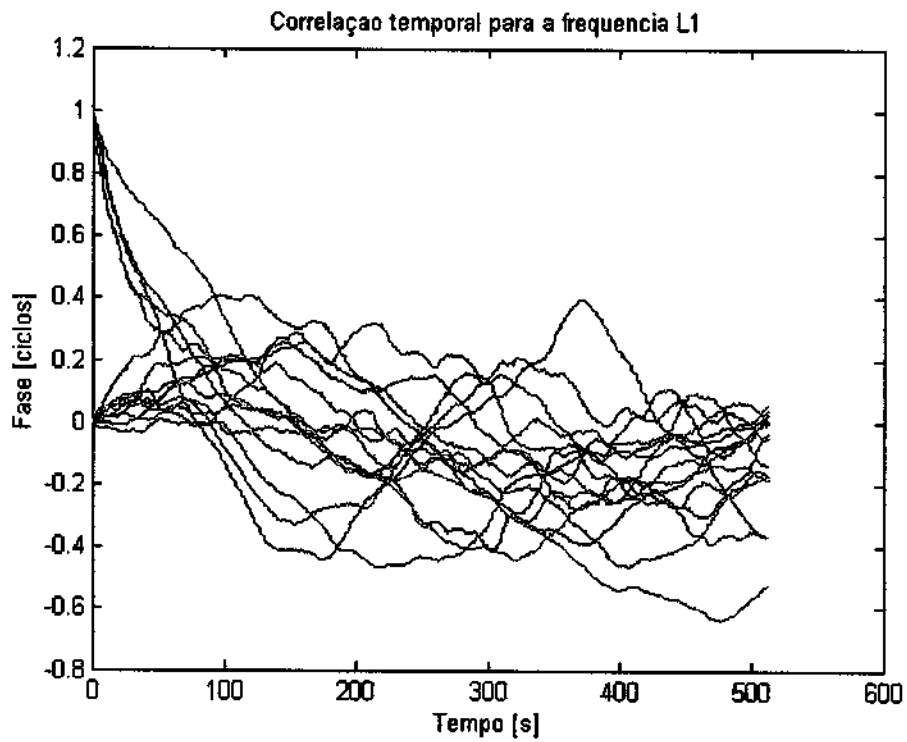


Figura 4.18 – Gráfico das Correlações temporais dos dados obtidos para cada satélite na frequência L1

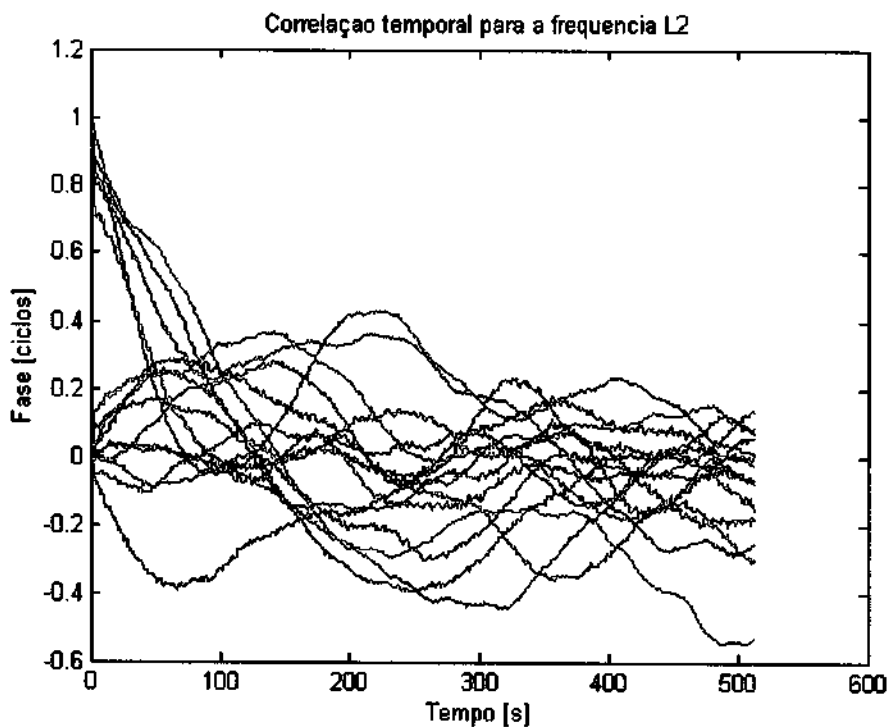


Figura 4.19 – Gráfico das Correlações temporais dos dados obtidos para cada satélite na frequência L2.

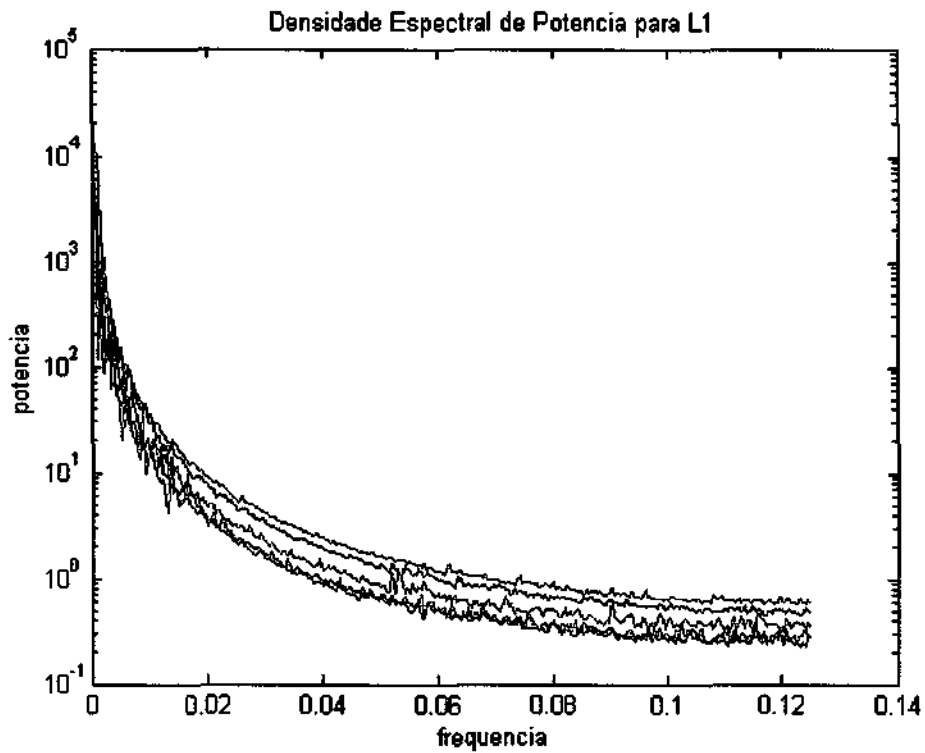


Figura 4.20 – Densidade Espectral de Potência dos sinais para a frequência L1.

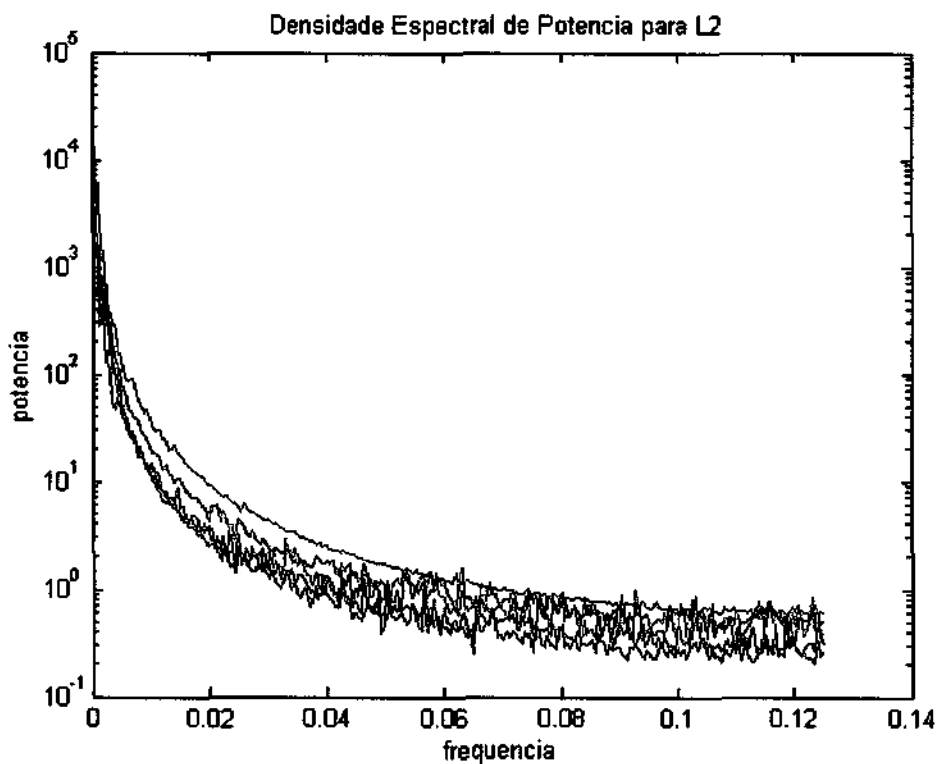


Figura 4.21 – Densidade Espectral de Potência dos sinais para a frequência L2.

Realizamos uma segunda tomada de dados nas mesmas condições, uma hora depois. Seguindo os mesmos passos anteriores obtivemos os gráficos análogos e por fim o comportamento da correlação temporal para cada satélite.

*Resultados obtidos na simulação para a segunda tomada de dados do experimento*

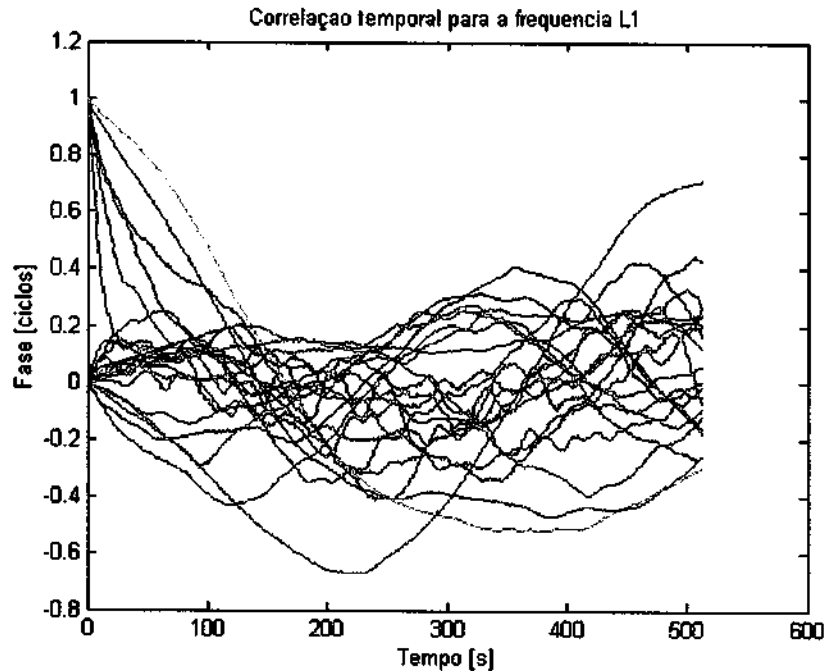


Figura 4.22 – Gráfico das Correlações temporais dos dados obtidos para cada satélite na frequência L1.

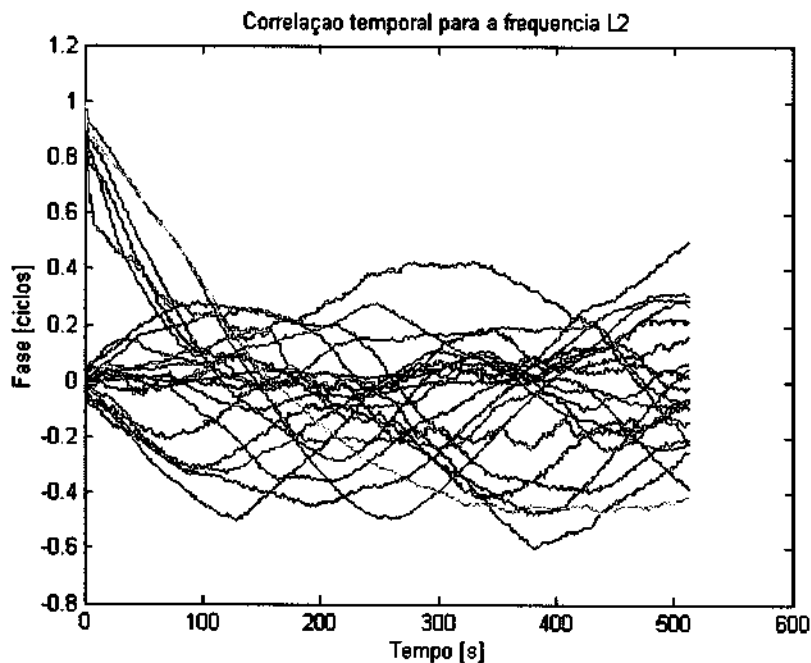


Figura 4.23 – Gráfico das Correlações temporais dos dados obtidos para cada satélite na frequência L2

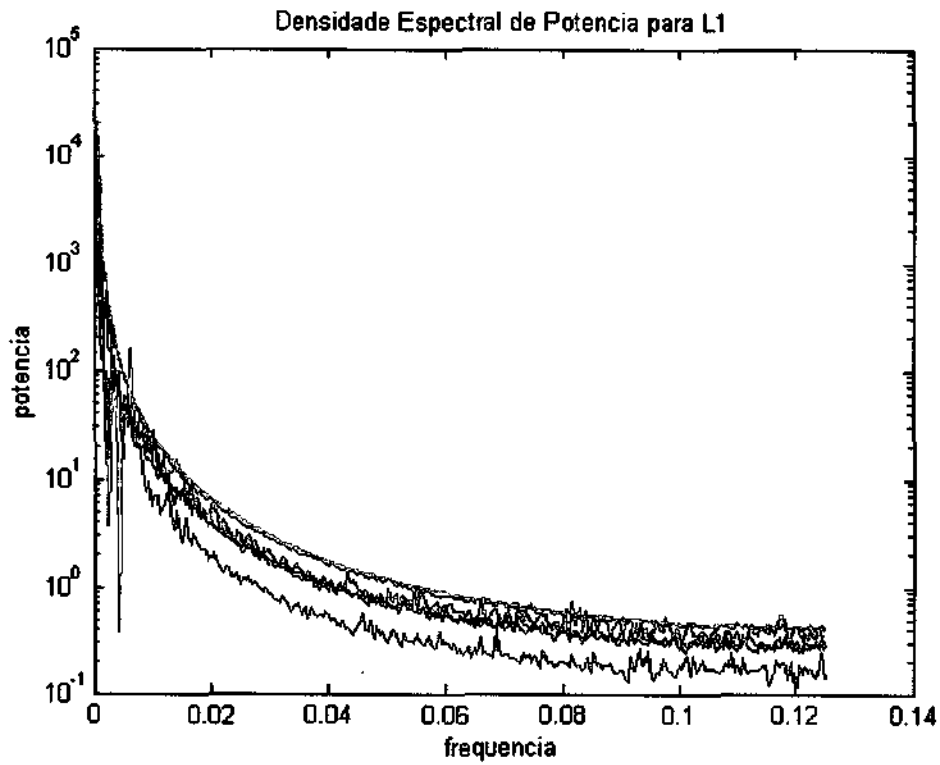


Figura 4.24 – Densidade Espectral de Potência dos sinais para a frequência L1.

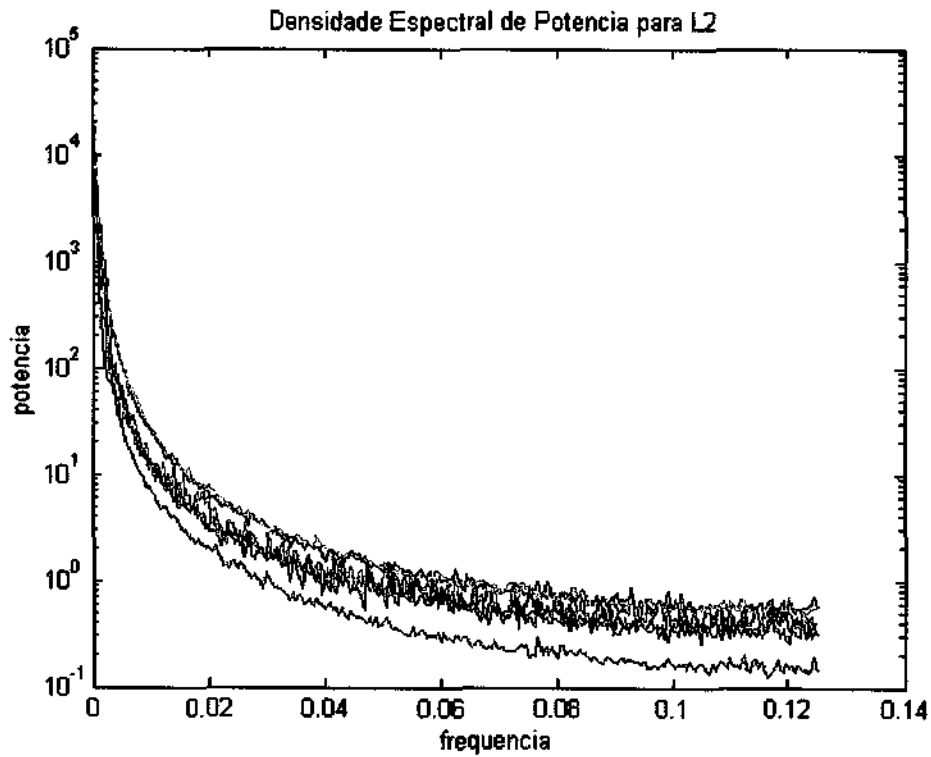


Figura 4.25 – Densidade Espectral de Potência dos sinais para a frequência L2.

#### **4.4) Análise do modelo para o GPS**

As análises a seguir serão baseadas na teoria apresentada no Capítulo 2 e nas simulações no Matlab do Capítulo 3.

Analisando o primeiro caso da densidade espectral de potência de um fractal, vemos que o comportamento desta pode ser considerado como de um ruído branco, pela característica quase constante.

No caso de sistemas lineares de primeira ordem com perturbação linear, a simulação nos forneceu um gráfico de densidade espectral de potência com uma característica exponencial, decaindo com o aumento da frequência.

Por último, temos a análise de para um sistema de segunda ordem, que possui um pico de potência para uma frequência mais baixa e em seguida um decaimento acentuado semelhante ao de primeira ordem.

Comparando os resultados obtidos verificamos que o as curvas de densidade espectral de potência e correlações temporais dos ruídos na transmissão de sinais GPS se aproximam ao modelo estudado teoricamente para o caso de um processo estocástico estacionário de primeira ordem com perturbação quadrática.

## **CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS**

Neste projeto buscou-se obter informações sobre o comportamento de ruídos na transmissão de sinais GPS. A análise realizada através das simulações matemáticas e do processamento dos dados experimentais obtidos através das duas antenas nos possibilitou concluir sobre a influência de ruídos de origem aleatória na determinação da ambigüidade e desta forma prever a incerteza na medida da atitude através da navegação por GPS.

Como continuidade do trabalho desenvolvido poderá ser realizado, baseado nos dados obtidos, o modelamento das correlações espaciais e estudo dos erros devido a outros parâmetros como o centro de fase da antena ser diferente do centro de fase geométrico. O experimento também pode ser repetido em outros cenários que possibilitaria uma análise por comparação sobre a influência de multicaminhos e fatores atmosféricos.



### **Referências Bibliográficas:**

*[1] Hofmann-Wellenhof, B. , Lichtenegger, H. and Collins, J., GPS Theory and Practice, Fifth revised edition, Áustria, 2000.*

*[2] Peebles, Peyton Z. – Communication System Principles, Addison- Wesley Publising company, Inc. 1979.*

*[3]Papoulis, Probability, random varibles and stochastic process, McGraw-Hill, Forth edition, New York, 2002.*

*[4] Barkat M., Signal Detection and Estimation, Astech House, Boston, 1991.*