



MINISTÉRIO DA  
CIÊNCIA, TECNOLOGIA  
E INOVAÇÕES



sid.inpe.br/mtc-m21c/2021/04.01.15.45-TDI

## BUSCA POR POSIÇÕES CO-ORBITAIS PARA COLOCAR VEÍCULOS ESPACIAIS SUJEITOS A PERTURBAÇÕES

Marina Pires de Oliveira Cavalca

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado, Vivian Martins Gomes e Diogo Merguizo Sanchez, aprovada em 25 de março de 2021.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/44E95S2>>

INPE  
São José dos Campos  
2021

**PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
Coordenação de Ensino, Pesquisa e Extensão (COEPE)  
Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
CEP 12.227-010  
São José dos Campos - SP - Brasil  
Tel.:(012) 3208-6923/7348  
E-mail: pubtc@inpe.br

**CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):**

**Presidente:**

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Coordenação-Geral de Ciências da Terra (CGCT)

**Membros:**

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação (CPG)  
Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia, Tecnologia e Ciência Espaciais (CGCE)  
Dr. Rafael Duarte Coelho dos Santos - Coordenação-Geral de Infraestrutura e Pesquisas Aplicadas (CGIP)  
Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon  
Clayton Martins Pereira - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Ivone Martins - Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)



MINISTÉRIO DA  
CIÊNCIA, TECNOLOGIA  
E INOVAÇÕES



sid.inpe.br/mtc-m21c/2021/04.01.15.45-TDI

## BUSCA POR POSIÇÕES CO-ORBITAIS PARA COLOCAR VEÍCULOS ESPACIAIS SUJEITOS A PERTURBAÇÕES

Marina Pires de Oliveira Cavalca

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado, Vivian Martins Gomes e Diogo Merguizo Sanchez, aprovada em 25 de março de 2021.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/44E95S2>>

INPE  
São José dos Campos  
2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Cavalca, Marina Pires de Oliveira.

C314b Busca por posições co-orbitais para colocar veículos espaciais sujeitos a perturbações / Marina Pires de Oliveira Cavalca. – São José dos Campos : INPE, 2021.

xxxii + 199 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21c/2021/04.01.15.45-TD1)

Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2021.

Orientadores : Drs. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado, Vivian Martins Gomes e Diogo Merguizo Sanchez.

1. Astrodinâmica. 2. Problema restrito de três corpos. 3. Trajetórias espaciais. 4. Quasi Satellite Orbits. 5. Co-orbital. I.Título.

CDU 629.7.076.6

---



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).



## INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

### DEFESA FINAL DE TESE DE MARINA PIRES DE OLIVEIRA CAVALCA BANCA Nº 044/2021, REG 132780/2017

No dia 25 de março de 2021, as 14h, por teleconferência, o(a) aluno(a) mencionado(a) acima defendeu seu trabalho final (apresentação oral seguida de arguição) perante uma Banca Examinadora, cujos membros estão listados abaixo. O(A) aluno(a) foi APROVADO(A) pela Banca Examinadora, por unanimidade, em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de Doutora em Engenharia e Tecnologia Espaciais/ Mecânica Espacial e Controle. O trabalho precisa da incorporação das correções sugeridas pela Banca Examinadora e revisão final pelo(s) orientador(es).

#### **Título: “Busca por posições co-orbitais para colocar veículos espaciais sujeitos a perturbações”**

Eu, Silvio Manea, como Coordenador e Presidente do Conselho do Curso de Engenharia e Tecnologia Espaciais, em conformidade com o Presidente da Banca Examinadora Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes, assino esta ATA em nome de todos os membros, com o consentimento dos mesmos.

Membros da banca:

Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes - Presidente - UNIFESP  
Dr. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Orientador - INPE  
Dr. Vivian Martins Gomes - Orientador - UNESP  
Dr. Diogo Merguizo Sanchez - Orientador - INPE  
Dr. Francisco das Chagas Carvalho - Membro Interno - INPE  
Dr. Rita de Cássia Domingos - Membro Externo - UNESP



Documento assinado eletronicamente por **Silvio Manea, Tecnologista**, em 30/03/2021, às 10:32 (horário oficial de Brasília), com fundamento no art. 6º do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <http://sei.mctic.gov.br/verifica.html>, informando o código verificador **6887703** e o código CRC **0A04E516**.



*“A vida não espera a quarentena passar”.*

*Renata Magalhães*

*“Deixe as suas esperanças, e não as suas dores, moldarem o seu futuro”.*

*Robert H. Schiller*

*“- quando lutamos pelo nossos sonhos, eles sempre se realizam. Não importa quanto tempo demore, o segredo é a persistência!”.*

*Tour Du Mount Blanc. Em busca de Emelie. Elias Luiz, pg. 128*





Às minhas adoráveis primas Ana Elisa, Alice e Helena (afilhada).



## AGRADECIMENTOS

A Deus, por estar sempre presente em minha vida de formas misteriosas.

A minha família, tios e tias, primas e primos, em particular, a meu pai Celso Alberto, a minha irmã Isabel, aos meus avós Lourdes e Celso e a minha tia Celeneh por me incentivarem e acreditarem em mim.

Ao meu namorado, amigo e companheiro, Pedro Henrique. Eu não teria conseguido chegar até aqui sem a sua paciência, encorajamento e apoio.

Aos meus orientadores Dr. Antônio F. Bertachini de A. Prado, Dra. Vivian M. Gomes e Dr. Diogo M. Sanchez pelo aprendizado, incentivo, dedicação e paciência.

Ao professor Dr. Vilhena de Moraes pelo aprendizado que recebi durante toda a minha pós-graduação.

Aos colegas e amigos da pós-graduação, pelos conselhos e ajuda nos meus estudos e pesquisa, em especial ao grupo de Astrodinâmica e aos meus amigos José e Luis.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro.

Aos professores e funcionários do INPE.



## RESUMO

A proposta deste trabalho é utilizar uma técnica recente de busca numérica para obtenção de condições iniciais, posição e velocidade, que possam ser utilizadas por um veículo espacial viajando em torno de um corpo primário, e que seja levemente perturbado por outro corpo secundário, orbitando esse corpo primário e sujeito a outras perturbações como a pressão de radiação solar e o achatamento dos corpos. Quando aplicado a sistemas com baixa razão de massa, como o marciano e asteroides, esse método pode ser utilizado para encontrar órbitas naturais em torno do corpo secundário utilizando o conceito de “Quasi Satellite Orbits” (QSOs). Esse tipo de órbita é dominado por um corpo principal, mas utiliza o campo de gravidade fraco do corpo secundário para manter o veículo espacial em um movimento que parece ser uma órbita em torno desse corpo secundário. Quando aplicado em outros sistemas, a técnica pode ser utilizada para lançar uma constelação de satélites pequenos a partir de um satélite maior, de modo que eles se afastem do satélite principal e sejam alocados em órbitas co-orbitais a ele.

Palavras-chave: Astrodinâmica. Problema Restrito de Três Corpos. Trajetórias Espaciais. Quasi Satellite Orbits. Co-Orbital.



# SEARCH FOR CO-ORBITAL POSITIONS TO PLACE SPACE VEHICLES SUBJECT TO PERTURBATIONS

## ABSTRACT

The purpose of this work is to use a recent technique to make a numerical search to obtain initial conditions, position and velocity, that can be used by a space vehicle traveling around a primary body, and that is slightly disturbed by another secondary body orbiting the primary one and other perturbations, such as the solar radiation pressure and the flattening of bodies. When applied to systems with a low mass ratio, such as the Martian and asteroids systems, it can be used to find natural orbits around the secondary body using the concept of "Quasi Satellite Orbits" (QSOs). These types of orbits are dominated by the main body, but they use the secondary body's weak gravity field to keep the spacecraft in a movement that appears to be an orbit around that secondary body. When applied to other systems, this technique can be used to launch a constellation of small satellites from a larger satellite, so that they move away from the main satellite and are allocated in co-orbital locations.

Keywords: Astrodynamics. Restricted Three-Body Problem. Space Trajectories. Quasi Satellite Orbits. Co-Orbital.





## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 1.1 – Representação estrutural dos CubeSats.....	7
Figura 2.1 – Representação do sistema de coordenadas para o problema restrito de três corpos.....	15
Figura 2.2 – Desenho esquemático do problema no sistema de referência fixo e utilizado para todos os sistemas. ....	21
Figura 2.3 – Fluxograma do programa implementado para buscar as condições iniciais que não terminam em colisão durante determinado tempo.....	22
Figura 3.1 – Distâncias mínimas, máximas e médias, em km, em função de D (km) e $v_x$ (km/s), com $v_y = -0,02$ km/s e considerando Fobos no periapsis. Para o modelo 1 é considerado $e = 0,0151$ , $J_2^{M2} = 0,105$ , $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$ e $t = 30$ dias.....	28
Figura 3.2 – Integral ao longo do tempo da força proveniente de Fobos, em $\text{km/s}^2$ , em função de D (km) e $v_x$ (km/s). ....	32
Figura 3.3 – Evolução temporal de uma única órbita obtida com Fobos no periapsis, sendo $D = 86$ km, $v_x = 0$ , $v_y = -0,02$ km/s, considerando $e = 0,0151$ , $J_2^{M2} = 0,105$ e $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$ para os tempos de simulação: 5, 15, 30, 60 e 90 dias.....	33
Figura 3.4 – Distâncias médias, máximas e mínimas, em km, em função de D (km) e $v_x$ (km/s), com $v_y = -0,02$ km/s, e considerando Fobos no apoapsis. O modelo assume $e = 0,0151$ , $J_2^{M2} = 0,105$ , $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$ e $t = 30$ dias.....	36
Figura 3.5 – Trajetórias com Fobos inicialmente no apoapsis, $D = 88$ km, $v_x = 0$ , $v_y = -0,02$ km s e $t = 30$ d. (a) e (b) considerando o modelo 1 com uma órbita elíptica para Fobos e corpos achatados para Marte e Fobos (vermelho). (c) e (d) considerando o modelo 2 com uma órbita circular para Fobos e corpos esféricos para Marte e Fobos (azul). ....	40
Figura 3.6 – Distâncias máximas, mínimas e médias de Deimos, em km, em função de D (km) e $v_x$ (km/s), considerando $v_y = -0,003$ km/s e Deimos no periapsis. As Figuras (d) e (e) mostram a trajetória com $D_{\text{max}}$ máximo. ....	44

Figura 3.7 – Perturbação devida a Deimos, em $\text{km/s}^2$ , em função de $D$ (km) e $v_x$ (km/s). .....	48
Figura 3.8 – Evolução temporal de uma única órbita obtida com Deimos no periapsis, $D = 45,4$ km, $v_x = 0$ , $v_y = -0,003$ km/s, considerando $e = 0,0002$ , $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$ , para os tempos de simulação: 5, 15, 30, 60 e 90 dias. ....	50
Figura 3.9 – Distâncias máximas, mínimas e médias de Deimos, em km, em função de $D$ (km) e $v_x$ (km/s), considerando $v_y = -0,003$ km/s e que Deimos está no apoapsis de sua órbita em torno de Marte. ....	53
Figura 3.10 – Trajetórias com Deimos inicialmente no apoapsis, $D = 45$ km, $v_x = 0$ , $v_y = -0,003$ km/s e $t = 30$ dias, considerando: (a) e (b) uma órbita elíptica para Deimos e corpo achatado para Marte, modelo 1 (vermelho), (c) e (d) uma órbita circular para Deimos e corpos esféricos, modelo 2 (azul). ....	56
Figura 3.11 – Soluções do Grupo I (distância Pallas-lua = 750 km): distâncias máximas ( $D_{\max}$ ), mínimas ( $D_{\min}$ ) e médias ( $D_{\text{med}}$ ), considerando $v_y = -0,0007$ km/s, variando a distância inicial $D$ (km) e $v_x$ (km/s), para os raios de $r_1$ a $r_3$ , sem considerar a pressão da radiação solar. ....	62
Figura 3.12 – Soluções do Grupo I (distância Pallas-lua = 750 km): distâncias máximas ( $D_{\max}$ ), mínimas ( $D_{\min}$ ) e médias ( $D_{\text{med}}$ ), considerando $v_y = -0,0007$ km/s, variando a distância inicial $D$ (km) e $v_x$ (km/s), para os raios de $r_4$ a $r_6$ , sem considerar a pressão da radiação solar. ....	65
Figura 3.13 – Soluções do Grupo I (distância Pallas-lua = 750 km): distâncias máximas ( $D_{\max}$ ), mínimas ( $D_{\min}$ ) e médias ( $D_{\text{med}}$ ), considerando $v_y = -0,0007$ km/s, variando a distância inicial $D$ (km) e $v_x$ (km/s), para os raios $r_7$ e $r_8$ , sem considerar a pressão da radiação solar. ....	68
Figura 3.14 – Soluções do Grupo II (distância Pallas-lua = 500 km): distâncias máximas ( $D_{\max}$ ), mínimas ( $D_{\min}$ ) e médias ( $D_{\text{med}}$ ), considerando $v_y = -0,001$ km/s, variando a distância inicial $D$ (km) e $v_x$ (km/s), para os raios de $r_1$ a $r_3$ , sem considerar a pressão da radiação solar. ....	72
Figura 3.15 – Soluções do Grupo II (distância Pallas-lua = 500 km): distâncias máximas ( $D_{\max}$ ), mínimas ( $D_{\min}$ ) e médias ( $D_{\text{med}}$ ), considerando $v_y = -0,001$ km/s, variando a distância inicial $D$ (km) e $v_x$ (km/s), para os raios de $r_4$ a $r_6$ , sem considerar a pressão da radiação solar. ....	75

Figura 3.16 – Soluções do Grupo II (distância Pallas-lua = 500 km): distâncias máximas ( $D_{max}$ ), mínimas ( $D_{min}$ ) e médias ( $D_{med}$ ), considerando $v_y = -0,001$ km/s, variando a distância inicial $D$ (km) e $v_x$ (km/s), para os raios $r_7$ e $r_8$ , sem considerar a pressão da radiação solar. ....	77
Figura 3.17 – Diferenças entre os Grupos I e II em cada região para diferentes tamanhos da lua.....	82
Figura 3.18 – Trajetórias do Grupo I considerando o raio $r_1 = 0,125$ km para a lua e diferentes conjuntos de condições iniciais.....	84
Figura 3.19 – Soluções do Grupo I (distância Pallas-lua = 750 km) mostrando as distâncias máximas ( $D_{max}$ ) para uma lua de raio igual a 0,5 km e considerando $v_y = -0,0007$ km/s, variando a distância inicial $D$ (km) e $v_x$ (km/s), para: (a) Solução de referência (sem pressão de radiação solar), (b) Pallas no periapsis, incluindo pressão de radiação solar, e (c) Pallas no apoapsis, incluindo pressão de radiação solar. ....	85
Figura 3.20 – Porcentagens de órbitas de acordo com o tamanho da lua, para soluções do Grupo I, considerando as “Órbitas que não terminam em colisão” (ONTC) e “Zona de Órbitas Baixas” (ZOB) para, (a) Caso de referência (sem pressão de radiação solar), (b) Diferenças entre os casos de referência (ref) e periapsis (peri) e apoapsis (apo).....	91
Figura 3.21 – Trajetórias do Grupo I com e sem pressão de radiação solar considerando o raio da lua como $r_4 = 0,5$ km, $D = 3,605$ km, $v_x = 0,00094$ km/s e $v_y = -0,0007$ km/s. ....	94
Figura 3.22 – Modelo dimensional do asteroide alongado. ....	99
Figura 3.23 – Mapas de cores sem pressão de radiação solar e $t = 90$ dias, para a variação de (a) $D_{max}$ , (b) $D_{min}$ , (c) $D_{med}$ , (d) PertAster, (e) PertJ2Aster e (f) PertSol. ....	102
Figura 3.24 – Mapas de cores sem pressão de radiação solar e $t = 240$ d: (a) $D_{max}$ (b) $D_{min}$ . ....	103
Figura 3.25 – Trajetórias sem pressão de radiação solar e tempos de simulação de 90 e 240 dias para dois conjuntos de condições iniciais: (a) e (b) é para o conjunto 1; (d) e (e) é para o conjunto 2. ....	104

Figura 3.26 – Valores considerando $A/m = 0,001 \text{ m}^2/\text{kg}$ : (a) $D_{\max}$ (b) $D_{\min}$ para $t = 90$ dias; (c) $D_{\max}$ (d) $D_{\min}$ para $t = 180$ dias. ....	107
Figura 3.27 – Trajetórias para $A/m = 0,001 \text{ m}^2/\text{kg}$ : (a) $t = 90$ dias (b) $t = 120$ dias para o conjunto 1; (c) $t = 90$ dias (d) $t = 180$ dias para o conjunto 2. ....	109
Figura 3.28 – Valores para $A/m = 0,01 \text{ m}^2/\text{kg}$ : (a) $D_{\max}$ (b) $D_{\min}$ por $t = 60$ dias e (c) $D_{\max}$ (d) $D_{\min}$ por $t = 90$ dias. ....	112
Figura 3.29 – Trajetórias para $A/m = 0,01 \text{ m}^2/\text{kg}$ : (a) $t = 60$ dias (b) $t = 90$ dias para o conjunto 1; (c) $t = 60$ dias (d) $t = 72$ dias para o conjunto 2. ....	113
Figura 4.1 – Variação da distância de cada satélite em relação a Terra; da distância relativa entre os dois satélites pelo tempo e pela defasagem dos ângulos entre $S_2$ e $S_1$ ; da defasagem entre $S_2$ e $S_1$ . Considerando: $D = 0,005 \text{ km}$ , $v_x = 0$ , $v_y = -0,002 \text{ km/s}$ e $t$ até 60 dias. ....	120
Figura 4.2 – Regressão linear dos valores de desvio padrão da defasagem em função da $A/m$ do satélite $S_2$ . ....	124
Figura 4.3 – Regressão linear dos valores de desvio padrão da defasagem em função da $A/m$ do satélite $S_1$ . ....	126
Figura 4.4 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de $A/m$ do satélite $S_2$ para $t$ até 365 d (a) com $J_2$ e (b) sem $J_2$ . ....	128
Figura 4.5 – Ajuste linear dos valores do coeficiente de defasagem ( $n$ ) para cada valor $A/m$ pelos valores $A/m$ do satélite $S_2$ com e sem $J_2$ . ....	130
Figura 4.6 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de $A/m$ do satélite $S_1$ para $t$ até 365 dias (a) com $J_2$ e (b) sem $J_2$ . ....	132
Figura 4.7 – Ajuste linear dos valores do coeficiente angular calculado para cada valor $A/m$ pelo valor de cada $A/m$ do satélite $S_1$ com e sem o $J_2$ . ....	134
Figura 4.8 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo: (a) com $J_2$ (b) sem $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem: (c) com $J_2$ (d) sem $J_2$ . ....	137
Figura 4.9 – Trajetória para o caso sem $J_2$ : (a) do satélite $S_2$ ( $A/m = 30 \text{ m}^2/\text{kg}$ ) em relação a Terra (b) do satélite $S_1$ em relação a Terra. ....	139
Figura 4.10 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo: (a) com $J_2$ (b) sem $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem: (c) com $J_2$ (d) sem $J_2$ . ....	140

Figura 4.11 – Valores de defasagem entre os satélites em função de $v_x$ para $v_y = 0$ , com e sem $J_2$ .....	143
Figura 4.12 – Defasagem entre os satélites em função do tempo para: (a) com $J_2$ e (b) sem $J_2$ .....	144
Figura 4.13 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo: (a) com $J_2$ (b) sem $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem: (c) com $J_2$ (d) sem $J_2$ . ....	146
Figura 4.14 – Ajuste linear da defasagem entre os satélites em função de $v_y$ para $v_x = 0$ , com e sem o $J_2$ , em 365 dias. ....	147
Figura 4.15 – Defasagem entre os satélites em função do tempo para: (a) com $J_2$ e (b) sem $J_2$ .....	148
Figura 4.16 – Ajuste linear dos valores do coeficiente angular calculado para cada valor de $v_y$ pelos valores de $v_y$ , com e sem o $J_2$ . ....	150
Figura 4.17 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo: (a) com $J_2$ (b) sem $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem: (c) com $J_2$ (d) sem $J_2$ . ....	152
Figura 4.18 – Defasagem entre os satélites $S_2$ e $S_1$ em função do tempo para: (a) com $J_2$ e (b) sem $J_2$ .....	154
Figura 4.19 – Ajuste linear dos coeficientes angulares calculados para cada valor de excentricidade pelos valores de excentricidade, com e sem $J_2$ . ....	156
Figura 4.20 – Distância relativa entre os satélites $S_2$ e $S_1$ em função do tempo para: (a) com $J_2$ e (b) sem $J_2$ . Distância relativa entre os satélites $S_2$ e $S_1$ em função da defasagem entre os dois satélites para: (c) com $J_2$ e (d) sem $J_2$ . ..	158
Figura 4.21 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de $A/m$ do satélite $S_2$ considerando a Lua para $t$ até 365 dias (a) com $J_2$ e (b) sem $J_2$ . ....	160
Figura 4.22 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de $A/m$ do satélite $S_1$ considerando a Lua para $t$ até 365 dias (a) com $J_2$ e (b) sem $J_2$ . ....	162
Figura 4.23 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo: (a) com $J_2$ (b) sem $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem: (c) com $J_2$ (d) sem $J_2$ . ....	164

Figura 4.24 – Trajetórias em relação a Terra para o caso sem $J_2$ : (a) do satélite $S_2$ ( $A/m = 30 \text{ m}^2/\text{kg}$ ) e (b) do satélite $S_1$ ( $A/m = 0,0025 \text{ m}^2/\text{kg}$ ).....	166
Figura 4.25 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo: (a) com $J_2$ (b) sem $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem: (c) com $J_2$ (d) sem $J_2$ . .....	167
Figura 4.26 – Valores de defasagem entre os satélites em função de $v_x$ para $v_y = 0$ com e sem $J_2$ : (a) distribuição dos valores de defasagem para valores positivos e negativos de $v_x$ , (b) ajuste linear das defasagens para valores negativos de $v_x$ e (c) ajuste linear para valores positivos de $v_x$ . .....	170
Figura 4.27 – Defasagem entre os satélites em função do tempo para $v_x$ negativo: (a) com $J_2$ e (b) sem $J_2$ . Defasagem entre os satélites em função do tempo para $v_x$ positivo: (c) com $J_2$ e (d) sem $J_2$ . .....	172
Figura 4.28 – Valores considerando $v_x$ iguais a $0,0003$ e $-0,0003 \text{ km/s}$ , com e sem $J_2$ , de: (a) defasagem entre os satélites em função do tempo. (b) distância relativa entre os satélites em função do tempo. (c) distância relativa entre os satélites em função da defasagem.....	175
Figura 4.29 – Ajuste linear da defasagem entre os satélites em função de $v_y$ considerando a Lua para $v_x = 0$ com e sem o $J_2$ até 365 dias.....	177
Figura 4.30 – Defasagem entre os satélites em função do tempo para: (a) com $J_2$ e (b) sem $J_2$ , considerando a Lua.....	178
Figura 4.31 – (a) Distância relativa entre os satélites em função do tempo para $v_y$ iguais a $-0,002$ e $-0,004 \text{ km/s}$ , com $J_2$ . (b) Distância relativa entre os satélites em função da defasagem para $v_y$ iguais a $-0,002$ , $-0,004$ , $-0,006$ , $-0,008$ e $-0,010 \text{ km/s}$ , com $J_2$ . .....	179
Figura 4.32 – Defasagem entre os satélites em função do tempo considerando a Lua para: (a) com $J_2$ e (b) sem $J_2$ . .....	181
Figura 4.33 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo com $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem entre os dois satélites com $J_2$ . Todos os valores consideram a Lua.....	182

## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
Tabela 3.1 – Parâmetros físicos e orbitais do sistema marciano. ....	25
Tabela 3.2 – Cinco órbitas em torno de Fobos com os menores valores de $D_{max}$ (km) assumindo $v_y = -0,02$ km/s, Fobos inicialmente no periapsis, $e = 0,0151$ , $J_2^{M2} = 0,105$ , $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$ e $t = 30$ dias. Resultados equivalentes para o modelo circular e corpos esféricos são representados por um asterisco (*). Somente órbitas com $D_{min} > 50$ km são consideradas. ....	30
Tabela 3.3 – Cinco órbitas em torno de Fobos com os menores valores de $D_{max}$ (km) assumindo $v_y = -0,02$ km/s, órbita circular para Fobos e modelo esférico dos corpos, $t = 30$ dias. Resultados equivalentes para o modelo elíptico e corpos achatados são representados por $D_{max}^{\#}$ . Fobos inicialmente no periapsis. ....	30
Tabela 3.4 – Evolução temporal de uma única órbita com Fobos no periapsis, sendo $D = 86$ km, $v_x = 0$ , $v_y = -0,02$ km/s, considerando $e = 0,0151$ , $J_2^{M2} = 0,105$ e $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$ para os tempos de simulação: 5, 15, 30, 60 e 90 dias. ....	33
Tabela 3.5 – Cinco órbitas em torno de Fobos com os menores valores de $D_{max}$ (km) assumindo $v_y = -0,02$ km/s, Fobos inicialmente no apoapsis, $e = 0,0151$ , $J_2^{M2} = 0,105$ , $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$ e $t = 30$ dias. Resultados equivalentes para o modelo circular e esférico são representados por um asterisco (*). Somente órbitas com $D_{min} > 50$ km são consideradas. ....	37
Tabela 3.6 – Fobos na apoapsis, $D = 88$ km, $v_x = 0$ km/s, $v_y = -0,02$ km/s. É considerada uma órbita elíptica para Fobos e corpos achatados para Marte e Fobos. Tempos de simulação: 5, 15, 30, 60 e 90 dias. ....	39
Tabela 3.7 – Cinco órbitas em torno de Deimos com os menores valores de $D_{max}$ (km) assumindo $v_y = -0,003$ km/s, Deimos inicialmente no periapsis, $e = 0,0002$ , $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$ e $t = 30$ dias. Resultados equivalentes para o modelo circular e esférico são representados por um asterisco (*). ....	47
Tabela 3.8 – Cinco órbitas em torno de Deimos com os menores valores de $D_{max}$ (km) assumindo $v_y = -0,003$ km/s, Deimos inicialmente no periapsis, $e = 0$ ,	

$J_2^{M1} = 0$ e $t = 30$ dias. Resultados equivalentes para o modelo elíptico e achatado são representados por um asterisco (#).....	47
Tabela 3.9 – Evolução temporal de uma única órbita obtida com Deimos no periapsis, $D = 45,4$ km, $v_x = 0$ , $v_y = -0,003$ km/s, considerando $e = 0,0002$ , $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$ para os tempos de simulação: 5, 15 e 30 dias. ....	49
Tabela 3.10 – Cinco órbitas em torno de Deimos com os menores valores de $D_{max}$ (km) assumindo $v_y = -0,003$ km/s, Deimos inicialmente no apoapsis, $e = 0,0002$ , $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$ , $t = 30$ dias. Resultados equivalentes para o modelo circular e esférico são representados por um asterisco (*). ....	54
Tabela 3.11 – Deimos no apoapsis, $D = 45$ km, $v_x = 0$ , $v_y = -0,003$ km/s. É considerada uma órbita elíptica para Deimos e corpo achatado para Marte. Tempos de simulação: 5, 15, 30, 60 e 90 dias. ....	55
Tabela 3.12 – Componentes físicos e orbitais do asteroide Pallas. ....	61
Tabela 3.13 – Componentes físicos da hipotética lua de Pallas. ....	61
Tabela 3.14 – Intervalos das distâncias máxima, mínima e média das duas regiões de acordo com o tamanho da lua, para as soluções do Grupo I. ....	70
Tabela 3.15 – Porcentagens de trajetórias em cada categoria para diferentes tamanhos da lua, considerando as soluções do Grupo I.....	71
Tabela 3.16 – Intervalos das distâncias máxima, mínima e média das duas regiões de acordo com o tamanho da lua, para as soluções do Grupo II. ....	79
Tabela 3.17 – Porcentagens de trajetórias em cada categoria para diferentes tamanhos da lua, considerando as soluções do Grupo II.....	81
Tabela 3.18 – Variações das trajetórias considerando a pressão de radiação solar assumindo uma lua com raio de 0,5 km, para soluções do Grupo I. ....	88
Tabela 3.19 – Intervalos de $D_{max}$ de acordo com o tamanho da lua para as soluções do Grupo I, e para a “Zona de Órbitas Baixas” e a “Zona de Órbitas Altas”, considerando Pallas passando pelo periapsis e apoapsis. ....	89
Tabela 3.20 – Porcentagens de órbitas que não terminam em colisão e possuem $D_{max}$ na “Zona de Órbitas Baixas”, de acordo com o tamanho da lua, para soluções do Grupo I e considerando a pressão da radiação solar.....	90
Tabela 3.21 – Intervalos de trajetórias considerando a pressão da radiação solar quando Pallas está no periapsis e apoapsis, assumindo uma lua com raio	



de 0,5 km, para soluções do Grupo I e utilizando um tempo de integração de 120 dias.....	93
Tabela 3.22 – Dados físicos e orbitais do Sol e do asteroide alongado. ....	100
Tabela 3.23 – Valores de distâncias e perturbações para as trajetórias sem pressão de radiação solar considerando o conjunto 1 e o conjunto 2.....	106
Tabela 3.24 – Valores das distâncias e efeitos das forças para as trajetórias com $A/m = 0,001 \text{ m}^2/\text{kg}$ , considerando o conjunto 1 e o conjunto 2.....	110
Tabela 3.25 – Valores das distâncias e efeitos das forças para trajetórias com $A/m = 0,01 \text{ m}^2/\text{kg}$ considerando o conjunto 1 e o conjunto 2. ....	114
Tabela 4.1 – Dados físicos e orbitais da Lua, Terra e do satélite $S_1$ . ....	119
Tabela 4.2 – Valores de defasagem e tempo para o deslocamento dos 5 primeiros $S_2$ , considerando $D = 0,005 \text{ km}$ , $v_x = 0$ , $v_y = -0,002 \text{ km/s}$ e $t$ até 60 dias.....	123
Tabela 4.3 – Valores de defasagem entre os satélites para cada valor de $A/m$ do satélite $S_2$ considerando $t$ até 60 dias. ....	123
Tabela 4.4 – Valores de defasagem entre os satélites para cada valor de $A/m$ do satélite $S_1$ considerando $t$ até 60 dias. ....	125
Tabela 4.5 – Valores de defasagem entre os satélites para cada valor de $A/m$ do satélite $S_2$ e $t$ até 365 dias com e sem $J_2$ . ....	128
Tabela 4.6 – Valores do coeficiente de defasagem ( $n$ ) para cada valor de $A/m$ do satélite $S_2$ para os casos com e sem o $J_2$ e $t$ até 365 dias. ....	129
Tabela 4.7 – Valores do coeficiente de defasagem calculado pelo coeficiente angular ( $n$ ), e os valores calculados em função da $A/m$ e pelo ajuste linear ( $n_{A/m}$ ), para os casos com e sem $J_2$ . ....	131
Tabela 4.8 – Valores de defasagem entre os satélites para cada valor de $A/m$ do satélite $S_1$ para $t$ até 365 dias com e sem o $J_2$ . ....	133
Tabela 4.9 – Valores do coeficiente de defasagem ( $n$ ) para cada valor de $A/m$ do satélite $S_1$ para os casos com e sem o $J_2$ e $t$ até 365 dias. ....	134
Tabela 4.10 – Valores do coeficiente de defasagem calculado pelo coeficiente angular ( $n$ ), e os valores calculados em função da $A/m$ e pelo ajuste linear ( $n_{A/m}$ ), para os casos com e sem $J_2$ . ....	135

Tabela 4.11 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de $v_x$ considerando $t$ até 365 dias. ....	144
Tabela 4.12 – Valores de $n$ para diferentes valores de $v_x$ considerando $t = 365$ dias.....	145
Tabela 4.13 – Valores de defasagem para cinco valores de $v_y$ .....	148
Tabela 4.14 – Valores de $n$ para diferentes valores de $v_y$ considerando $t$ até 365 dias.....	149
Tabela 4.15 – Valores de $n$ calculado pelo coeficiente angular e pelo ajuste linear de $n_{vy}$ em função da $v_y$ para cada valor de $v_y$ do satélite $S_2$ para os casos com e sem o $J_2$ e $t = 365$ dias. ....	151
Tabela 4.16 – Valores de defasagem entre os satélites $S_2$ e $S_1$ para cada valor de excentricidade do satélite $S_2$ , considerando $t$ até 365 dias. ....	154
Tabela 4.17 – Valores do coeficiente de defasagem ( $n$ ) para cada valor de excentricidade do satélite $S_2$ para os casos com e sem o $J_2$ e $t$ até 365 dias. ....	155
Tabela 4.18 – Valores do coeficiente de defasagem calculado pelo coeficiente angular ( $n$ ), e os valores calculados em função da excentricidade e pelo ajuste linear ( $n_e$ ), para os casos com e sem $J_2$ . ....	157
Tabela 4.19 – Valores de defasagem entre os satélites para cada valor de $A/m$ do satélite $S_2$ considerando a Lua e $t$ até 365 dias com e sem $J_2$ . ....	161
Tabela 4.20 – Valores de defasagem entre os satélites para cada valor de $A/m$ do satélite $S_1$ considerando a Lua para $t$ até 365 dias com e sem o $J_2$ . ....	163
Tabela 4.21 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de $v_x$ negativo considerando $t = 365$ dias.....	173
Tabela 4.22 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de $v_x$ positivo considerando $t = 365$ dias. ....	173
Tabela 4.23 – Valores de defasagem para valores de $v_x$ iguais a 0,0003 e - 0,0003 km/s com e sem $J_2$ . ....	175
Tabela 4.24 – Valores de defasagem para cinco valores de $v_y$ negativos. ....	178
Tabela 4.25 – Valores de defasagem entre os satélite $S_2$ e $S_1$ para cada valor de excentricidade do satélite $S_2$ considerando a Lua e $t$ até 365 dias. ....	181

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

apo	Apoapsis
Def	Defasagem
DRO	Distant Retrograde Orbits
EQM	Erro Quadrático Médio
GPS	Sistema de Posicionamento Global
ONTC	Órbitas que não terminam em colisão
peri	Periapsis
Pert	Perturbação
PertAster	Perturbação devido ao asteroide alongado
PertDeimos	Perturbação devido a Deimos
PertFobos	Perturbação devido a Fobos
PertMarte	Perturbação devido a Marte
PertJ2Aster	Perturbação devido ao termo $J_2$ do asteroide alongado
PertJ2Fobos	Perturbação devido ao termo $J_2$ de Fobos
PertJ2Marte	Perturbação devido ao termo $J_2$ de Marte
PertJ2Sol	Perturbação devido ao termo $J_2$ do Sol
PertSol	Perturbação devido ao Sol
PertSRP	Perturbação devido à pressão de radiação solar
QSO	Quasi Satellite Orbits
ref	Referência
SRP	Solar Radiation Pressure
TNO	Objetos Transnetunianos
ZOA	Zona de Órbitas Altas
ZOB	Zona de Órbitas Baixas



## LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área da seção transversal
A/m	Relação área-massa
C <sub>R</sub>	Coefficiente de reflectividade do veículo espacial
D	Distância inicial entre os corpos M <sub>2</sub> e M <sub>3</sub>
Def <sub>A/m</sub>	Coefficiente de defasagem em função da A/m
Def <sub>v<sub>x</sub></sub>	Coefficiente de defasagem em função de v <sub>x</sub>
Def <sub>v<sub>y</sub></sub>	Coefficiente de defasagem em função de v <sub>y</sub>
Def <sub>e</sub>	Coefficiente de defasagem em função da excentricidade
D <sub>max</sub>	Distância máxima entre os corpos M <sub>2</sub> e M <sub>3</sub>
D <sub>med</sub>	Distância média entre os corpos M <sub>2</sub> e M <sub>3</sub>
D <sub>min</sub>	Distância mínima entre os corpos M <sub>2</sub> e M <sub>3</sub>
e	Excentricidade
F	Função força
G	Constante Gravitacional
GM	Parâmetro gravitacional do corpo em estudo
J <sub>2</sub>	Termo de achatamento devido ao formato achatado do corpo
J <sub>2</sub> <sup>M1</sup>	Termo J <sub>2</sub> do corpo M <sub>1</sub>
J <sub>2</sub> <sup>M2</sup>	Termo J <sub>2</sub> do corpo M <sub>2</sub>
k	Constante
m	Massa do veículo espacial
m <sub>1</sub>	Massa do corpo principal
M <sub>1</sub>	Corpo principal
m <sub>2</sub>	Massa do corpo secundário
M <sub>2</sub>	Corpo secundário
M <sub>3</sub>	Corpo de massa desprezável
m <sub>LUA</sub>	Massa da Lua
n	Coefficiente de defasagem em graus/dias
n <sub>A/m</sub>	Coefficiente de defasagem em função da A/m sem J <sub>2</sub>
n <sub>A/m</sub> <sup>J2</sup>	Coefficiente de defasagem em função da A/m com J <sub>2</sub>
n <sub>v<sub>y</sub></sub>	Coefficiente de defasagem em função de v <sub>y</sub> sem J <sub>2</sub>
n <sub>v<sub>y</sub></sub> <sup>J2</sup>	Coefficiente de defasagem em função de v <sub>y</sub> com J <sub>2</sub>
n <sub>e</sub>	Coefficiente de defasagem em função de e sem J <sub>2</sub>

$n_{e^{J_2}}$	Coeficiente de defasagem em função de $e$ com $J_2$
$PI^{(I)}$	Integral da Perturbação Tipo I
$P_{J_2}$	Aceleração devido ao termo $J_2$
$P_{LUA}$	Aceleração devido à Lua
$P_G$	Aceleração devido à força gravitacional
$P_S$	Fluxo Solar
$P_{SRP}$	Aceleração devido à pressão de radiação solar
$r_1$	Distância entre os corpos $M_1$ e $M_3$
$r_2$	Distância entre os corpos $M_2$ e $M_3$
$r_{LUA}$	Distância entre o corpo $M_1$ e a Lua
$r_{M1}$	Raio médio do corpo $M_1$
$r_S$	Distância entre a Terra e o Sol
$S_1$	Satélite Principal
$S_2$	Satélite Pequeno
$t$	Tempo de integração
$v_x$	Componente da velocidade no eixo $x$
$v_y$	Componente da velocidade no eixo $y$
$(x,y)$	Posição do veículo espacial
$\alpha$	Vetor aceleração de uma força
$\Delta\alpha$	Varição da defasagem
$\Delta t$	Varição do tempo
$\upsilon$	Posição angular do Sol
$\omega$	Velocidade angular do Sol

## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Fundamentos teóricos .....	2
1.1.1 Aperfeiçoamento da técnica utilizada.....	2
1.1.2 Luas de Marte .....	3
1.1.3 Asteroides .....	4
1.1.4 “Quasi Satellite Orbits” (QSO).....	5
1.1.5 Os CubeSats.....	6
1.1.6 Constelação de satélites .....	7
1.1.7 Problema restrito de três corpos .....	8
1.1.8 Perturbadores de órbita.....	9
1.1.8.1 Perturbação de terceiro corpo.....	9
1.1.8.2 Perturbação devido ao potencial irregular do corpo.....	9
1.1.8.3 Perturbação devido à pressão de radiação solar.....	9
1.1.9 Integral da perturbação .....	10
1.2 Organização da Tese.....	10
2 METODOLOGIA.....	14
2.1 Problema restrito de três corpos.....	14
2.2 Potencial gravitacional.....	16
2.3 Pressão de radiação solar .....	16
2.4 Potencial de terceiro corpo .....	17
2.5 Equação geral de movimento do veículo espacial.....	17
2.6 Integral da perturbação tipo I.....	18
2.7 Critério de seleção de órbitas .....	19
2.8 Algoritmo.....	20
3 ÓRBITAS “QUASI SATELLITES” .....	23
3.1 Luas de Marte.....	23
3.1.1 Fobos .....	25
3.1.1.1 Conclusão sobre os estudos de Fobos.....	41
3.1.2 Deimos.....	42

3.1.2.1	Conclusão sobre os estudos de Deimos.....	57
3.2	Asteroides.....	57
3.2.1	Pallas .....	58
3.2.1.1	Estudo da dependência das trajetórias com o tamanho da lua.....	61
3.2.1.2	Estudo da dependência das trajetórias em função da distância entre Pallas e a lua.....	72
3.2.1.3	Estudo dos efeitos da pressão da radiação solar .....	85
3.2.1.4	Estudo da evolução das órbitas por mais tempo .....	91
3.2.1.5	Conclusão sobre o sistema Pallas-lua-veículo espacial .....	96
3.2.2	O sistema de asteroides triplo 2001 SN <sub>263</sub> .....	98
3.2.2.1	Estudo sem pressão de radiação solar .....	100
3.2.2.2	Estudo considerando $A/m = 0,001 \text{ m}^2/\text{kg}$ .....	107
3.2.2.3	Estudo considerando $A/m = 0,01 \text{ m}^2/\text{kg}$ .....	110
3.2.2.4	Conclusão e comparação entre os resultados obtidos para os casos sem e com pressão de radiação solar.....	115
4	APLICAÇÕES EM CONSTELAÇÕES DE SATÉLITES pequenos .....	117
4.1	Constelação de satélites pequenos .....	117
4.1.1	Lançamento dos satélites pequenos ( $S_2$ ).....	119
4.1.2	Estudo do efeito da pressão de radiação solar nas defasagens .....	123
4.1.3	Estudo da influência do termo de achatamento terrestre ( $J_2$ ) .....	126
4.1.3.1	Estudo da defasagem entre os satélites $S_2$ e $S_1$ até 365 dias .....	127
4.1.3.1.1	Variando o valor de $A/m$ do satélite $S_2$ .....	127
4.1.3.1.2	Variando o valor de $A/m$ do satélite $S_1$ .....	132
4.1.3.2	Estudo da distância relativa entre os satélites $S_2$ e $S_1$ .....	136
4.1.3.2.1	Variando o valor de $A/m$ do satélite $S_2$ .....	136
4.1.3.2.2	Variando os valores de $A/m$ do satélite $S_1$ .....	140
4.1.3.3	Estudo da velocidade do satélite $S_2$ .....	142
4.1.3.3.1	Variando $v_x$ para $v_y = 0$ .....	142
4.1.3.3.2	Variando $v_y$ para $v_x = 0$ .....	147
4.1.3.4	Estudo da excentricidade.....	153
4.1.4	Estudo da influência da Lua .....	159
4.1.4.1	Estudo da defasagem entre os satélites $S_2$ e $S_1$ até 365 dias .....	159



4.1.4.1.1	Variando o valor de $A/m$ do satélite $S_2$ .....	160
4.1.4.1.2	Variando o valor de $A/m$ do satélite $S_1$ .....	162
4.1.4.2	Estudo da distância relativa entre os satélites $S_2$ e $S_1$ .....	163
4.1.4.2.1	Variando o valor de $A/m$ do satélite $S_2$ .....	164
4.1.4.2.2	Variando o valor de $A/m$ do satélite $S_1$ .....	167
4.1.4.3	Estudo da velocidade do satélite $S_2$ .....	169
4.1.4.3.1	Variando $v_x$ para $v_y = 0$ .....	169
4.1.4.3.2	Variando $v_y$ para $v_x = 0$ .....	176
4.1.4.4	Estudo da excentricidade.....	180
4.1.4.5	Conclusão sobre o lançamento de satélites pequenos.....	183
5	CONCLUSÃO .....	185
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	191



## 1 INTRODUÇÃO

A exploração espacial que se iniciou como uma corrida entre os governos americano e soviético para conquistar a Lua, se tornou em inspiração para a criação de diversas agências governamentais e empresas espaciais espalhadas pelo mundo. Desde seus primórdios até os dias atuais; explorar o espaço tem exigido grandes esforços em busca de novos meios científicos e tecnológicos capazes de torná-la não somente possível como também segura.

Ao longo dos anos, inúmeros satélites projetados para os mais diversos fins foram ocupando a vizinhança ao redor da Terra e de espaços mais distantes. Isso pode ser feito através do domínio de diversas técnicas, que vão desde a criação de novos materiais, redução do tamanho e aumento da capacidade de componentes eletrônicos, à criação de novos e eficientes modelos matemáticos. Porém, com o aumento da demanda do uso de satélites e de outros tipos de veículos espaciais, questões relacionadas ao povoamento de certas regiões orbitais, alto custo de construção de veículos espaciais e espalhamento de novos detritos espaciais oriundos de satélites desativados e/ou fracionados por colisões ao redor da Terra, estratégias para a redução da quantidade de objetos a serem lançados, bem como a mitigação dos detritos espaciais, precisam ser tratados.

Assim como as agências governamentais, as empresas espaciais têm procurado maneiras inovadoras a fim de baratear os custos e reduzir os detritos espalhados no espaço e resíduos gerados na Terra. A cada dia mais vemos módulos de foguetes lançadores sendo reutilizados, a diminuição e aumento da funcionalidade dos equipamentos como os CubeSats. E, mesmo buscando objetivos alcançados como a Lua, eles agora são feitos utilizando novas abordagens e critérios mostrando que muitos campos anteriormente explorados, assim como os desconhecidos, podem ser repetidos ou realizados de maneira mais eficiente e podem apresentar muitos mistérios ainda não revelados.

Neste trabalho, propõe-se o aprimoramento e uso de uma técnica recente de busca numérica para obtenção de órbitas a serem realizadas por um veículo espacial em torno de um corpo principal, que sejam levemente perturbadas por

outro corpo secundário orbitando esse corpo central e outras forças, tais como a pressão de radiação solar e o achatamento dos corpos. Estas órbitas podem ser do tipo, “quase orbitais”, que são órbitas co-orbitais ao corpo secundário. Existem inúmeras aplicações para esse tipo de órbita em astrodinâmica e o presente trabalho pretende cobrir várias delas, em diferentes sistemas.

Uma das aplicações está relacionada ao uso de satélites pequenos, como os CubeSats, que são lançados a partir de um satélite maior. Neste caso, é realizada uma busca numérica por condições iniciais que possam ser aplicadas ao satélite pequeno para que ele se afaste do satélite principal e seja alocado em uma órbita co-orbital ao satélite principal. Essas condições iniciais devem minimizar o consumo de uma manobra impulsiva necessária ao afastamento do satélite pequeno, e deve tentar utilizar, da melhor forma possível, as perturbações mais relevantes, como a pressão de radiação solar, o achatamento da Terra e a perturbação da Lua, por exemplo.

No contexto das “Quasi Satellite Orbits” (QSOs), a técnica pode ser utilizada para observação de sistemas com baixa razão de massa, como os formados por asteroides e as luas de Marte, Fobos e Deimos. Nestes casos, realiza-se uma busca por órbitas que são dominadas por um corpo principal, mas que utilizam o campo de gravidade fraco do corpo secundário para manter o veículo espacial em um movimento que parece ser uma órbita em torno desse corpo secundário. Nessa situação a gravidade do corpo menor, ou secundário, tem grande importância na dinâmica, além do achatamento do corpo primário e, em alguns casos, a pressão de radiação solar. Também é possível encontrar trajetórias que se iniciam próximas ao corpo secundário e, com o tempo, se afastam dele circulando todo o sistema, e retornando depois para suas vizinhanças.

## **1.1 Fundamentos teóricos**

Nesta seção serão apresentados os conceitos e os trabalhos que foram utilizados nesta tese.

### **1.1.1 Aperfeiçoamento da técnica utilizada**

Na primeira parte desse trabalho, será aperfeiçoada uma técnica desenvolvida recentemente de busca numérica por trajetórias na vizinhança de corpos sujeitos

a dinâmica do problema restrito de três corpos apresentada na dissertação de mestrado da autora em 2017 (CAVALCA, 2017). Neste caso, serão utilizados novamente os sistemas marciano e os asteroides Pallas e 2001 SN<sub>263</sub>. No entanto, o presente estudo apresentará várias melhorias que serão apontadas a seguir. O integrador utilizado nas simulações que antes era de quarta ordem, agora, é de oitava ordem. A busca pelas condições iniciais aplicada ao veículo espacial que antes utilizava uma varredura em 360 graus, agora, utiliza varredura em linha, o que elimina a consideração de uma mesma trajetória duas vezes, tornando o processo mais rápido e eficiente. O modelo dinâmico utilizado ainda é o problema restrito de três corpos plano, mas ao invés do caso circular, utiliza-se o caso elíptico. As trajetórias serão apresentadas tanto no sistema fixo de referência quanto no sistema rotacional, enquanto no mestrado, elas só foram mostradas no sistema fixo. Agora também foram considerados o termo de achamento  $J_2$  dos corpos, o potencial gravitacional e contribuição de cada força que atua na dinâmica do sistema. Devido as melhorias do integrador, método de busca, modelo dinâmico, análise e apresentação dos resultados, os estudos apresentados mais a frente irão complementar e ampliar os realizados na dissertação do mestrado.

### **1.1.2 Luas de Marte**

Marte é um planeta rochoso com cerca da metade do tamanho e 1/10 da massa da Terra. Ele é o quarto planeta do Sistema Solar, sua translação corresponde a 686,98 dias terrestres e sua rotação tem duração de 24 horas e 37 minutos (NASA, 2021). Recebeu este nome em homenagem ao deus romano da guerra devido a sua cor de sangue, que na verdade, se deve à predominância de óxido de Ferro em sua superfície (IAU, 2021). Muitas vezes, por isso, é chamado apenas de Planeta Vermelho. Ele tem sido o destino e objeto de observação de várias missões e o interesse por este planeta cresce a cada ano. Ele possui duas luas naturais, que foram batizadas por seu descobridor Asaph Hall como Fobos e Deimos, que significam medo e pavor, em homenagem aos filhos mitológicos de Ares, o deus grego da guerra (NASA SCIENCE, 2021). As luas marcianas também têm sido alvos de exploração ou observação de muitas missões. O interesse em estudar essas luas permanece ainda hoje, pois há muitas

especulações sobre suas origens. Entre algumas suposições devido aos seus formatos disformes e tamanhos pequenos, é possível que elas tenham sido formadas pela aglomeração de partes de um corpo antigo que desabou ou que foram formadas pela ejeção de material de Marte. Há também a hipótese de que elas sejam corpos primitivos capturados, como cometas ou asteroides. Nesse caso, elas podem conter informações sobre a formação do Sistema Solar (OLBERST et al., 2014). O problema no planejamento de missões para essas luas é que elas têm massas muito menores que a massa de Marte.

### **1.1.3 Asteroides**

Os asteroides são corpos pequenos rochosos e/ou metálicos, disformes e que podem ser encontrados em regiões bem específicas do Sistema Solar, pois possuem órbitas bem definidas. Acredita-se que eles possam ampliar nosso conhecimento quanto à origem e a evolução do Sistema Solar (ALFVÉN, 1964), e sobre a origem da vida, pois são corpos primitivos e podem apresentar água em sua composição. Alguns são formados por minérios de alto valor agregado e são vistos como fonte para extração comercial (SEARS, 2015). Enfim, ainda podem impactar a atmosfera ou até mesmo a superfície terrestre apresentando assim grande perigo (STEVES; ROY, 1999). Nos últimos anos, os asteroides têm sido o objetivo principal de muitas missões espaciais das agências NASA, ESA e JAXA, (ESA, 2020). Um exemplo em andamento, é a missão OSIRIS-Rex da NASA, que tem como alvo o asteroide Bennu (NASA, 2020). Um exemplo de análise preliminar de missão utilizando CubeSat para o sistema de asteroide binário Didymos pode ser encontrada em Manghi et al. (2018).

Nos últimos anos, observou-se que os asteroides que pareciam caminhar sozinhos pelo espaço podem ter um ou mais companheiros. De acordo com o site Johnston (2020), atualmente existem cerca de 428 sistemas não-únicos identificados, sendo 409 asteroides e TNO com acompanhantes: 393 binários, 15 sistemas triplos, 1 sistema sêxtuplo (Pluto). Entre os asteroides mais recentes com os satélites identificados estão: 2014 WD509, 2003 HC57 e Robertfrazer. O asteroide 2017 SIM, que deveria ter uma forma semelhante a um halter, é na verdade um sistema duplo formado por asteroides do mesmo tamanho

(JPL/NASA, 2020). Além disso, eles ainda podem apresentar formas muito curiosas (MASSIRONI et al., 2015), serem compostos por dois ou mais corpos (FANG et al., 2011) e podem apresentar anéis (BRAGA-RIBAS et al., 2014; ORTIZ et al., 2017). Por todas essas características diferentes, é muito difícil idealizar um modelo físico e dinâmico para esses corpos, bem como, estratégias que permitam operações de missão de maneira segura e eficiente, sem riscos de colisões ou fugas do veículo espacial do sistema.

Neste trabalho, serão estudados o asteroide Pallas (BILLS; SCOTT, 2017), segundo maior asteroide do Sistema Solar e que se especula que possa ter uma pequena lua ainda não descoberta; e o sistema de asteroides triplo 2001 SN<sub>263</sub> (FANG et al., 2011) que será considerado como um único corpo achatado de forma elíptica. Eles serão apresentados adiante.

#### **1.1.4 “Quasi Satellite Orbits” (QSO)**

Em sistemas com baixa razão de massa, como o encontrado no sistema marciano (GIL; SCHWARTZ, 2010) e em sistemas de asteroides, o corpo secundário (lua ou o asteroide menor) não possui massa suficiente para manter um veículo espacial próximo a ele, nem mesmo em órbitas fechadas bastante perturbadas. Nestes casos, a esfera de influência do corpo secundário (ARAÚJO et al., 2012) está localizada logo após sua superfície ou abaixo dela. Então, missões para estes corpos exigiriam um alto consumo de combustível a fim de manter o veículo espacial próximos a eles, sendo então necessário buscar uma alternativa.

As "Quasi Satellite Orbits" ou QSOs (HÉNON, 1970) são tipos de órbitas naturais que não utilizam sistemas de propulsão, e que existem no modelo descrito pelo problema restrito de três corpos e que podem ser utilizadas para o desenvolvimento de missões a sistemas com baixa razão de massa (BENEST, 1976; KOGAN, 1989; LIDOV; VASHKOV'YAK, 1994; GIL; SCHWARTZ, 2010; MIKKOLA et al., 2006). Este tipo de órbita possibilita que o veículo espacial esteja próximo ao corpo secundário, mesmo que exteriormente da sua esfera de influência. Quem domina o movimento do veículo espacial é o corpo principal (de maior massa), mas o veículo utiliza a fraca força gravitacional do corpo

secundário para ficar próximo a ele. Na verdade, o corpo secundário perturba a órbita do veículo espacial de modo que parece que o veículo o esteja orbitando (DOMINGOS et al., 2008). Estudos utilizando as QSOs ao redor de Fobos podem ser encontrados em Gil e Schwartz (2010), Prado (2015) e Zamaro e Biggs (2016). Nestes estudos é possível observar as trajetórias e se familiarizar com a magnitude dos vetores velocidade que deverão ser aplicados ao veículo espacial. Em Prado (2015) ainda é apresentado um estudo utilizando estes tipos de órbitas ao redor de uma hipotética lua do asteroide Pallas, onde pode ser observado os mesmos pontos ponderados para Fobos.

Existem outros tipos de órbitas com comportamento semelhante, mas em que o veículo espacial permanece a distâncias grandes em relação ao corpo secundário ou lua, que são chamadas de "Distant Retrograde Orbits (DRO)" (LAM; WHIFFEN, 2005; VILLAC; AIELLO, 2005; WHIFFEN, 2003). Outros tipos de órbitas quase periódicas distantes também podem ser encontrados em torno de Mercúrio (MA; LI, 2013). Também podem ser encontrados em torno de outras luas do Sistema Solar outros tipos de órbitas que são mostradas nos trabalhos de Carvalho et al. (2012) e Gomes e Domingos (2016).

### **1.1.5 Os CubeSats**

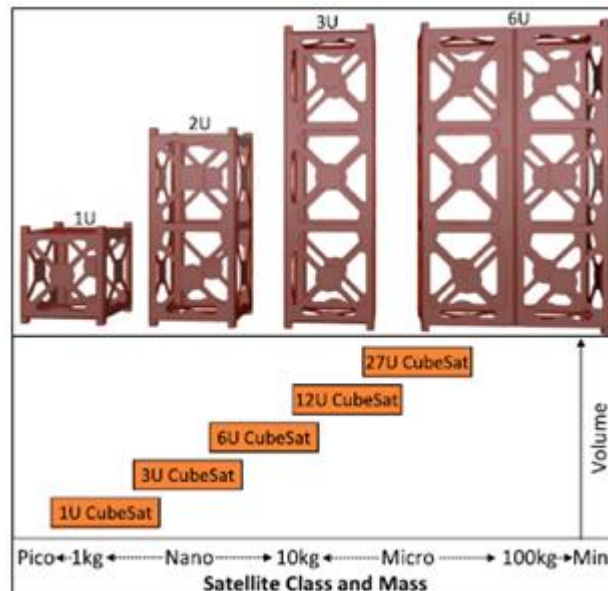
Os CubeSats são pequenos satélites em forma de cubos que têm como padrão inicial 10 cm de largura por 10 cm de altura por 10 cm de profundidade, com uma massa total de cerca de 1,33 kg (POGHOSYAN; GOLKAR, 2016). Este cubo 10x10x10 cm é geralmente chamado de uma unidade de CubeSat (1U). Combinando essas unidades podem ser formados satélites maiores como 2U, 3U ou até 27U, por exemplo, como pode ser visto na Figura 1.1.

A construção dos CubeSats deve obedecer a uma especificação de domínio público que pode ser encontrada em The CubeSat Program (2013). Atualmente eles apresentam um ciclo de construção para operações inferior a três anos e custos muito inferiores aos de um satélite grande. Eles utilizam o conceito de compartilhamento de viagens, tornando seus lançamentos mais acessíveis, pois são acomodados juntos de uma carga principal de uma determinada missão, e implementados em sua órbita desejada após a carga principal. (CGEE, 2018).



Inicialmente projetados para operar na órbita LEO, órbita baixa da Terra, seu uso já se encontra em expansão com inúmeras missões espaciais propostas ou em andamento como a CubeSat para Partículas Solares – CuPS (CHRISTIAN et al., 2015), Mapeador de Hidrogênio Polar Lunar - LunaH-Map (HARDGROVE et al., 2015), Lunar IceCube (CLARK et al., 2016). Parte da missão interplanetária em andamento InSight, que consiste em dois CubeSats gêmeos MarCO (Mars CubeSat One), estão em viagem de exploração a Marte (JPL/NASA, 2020), e a missão a um asteroide próximo a Terra, a “Near-Earth Asteroid Scout” ou NEA Scout (MCNUTT et al., 2014) também está em andamento.

Figura 1.1 – Representação estrutural dos CubeSats.



Especificações do CubeSat no âmbito das classificações gerais dos satélites pequenos. O volume da unidade de 1U é igual a  $10 \times 10 \times 10 \text{ cm}^3$ .

Fonte: Adaptado de Poghosyan e Golkar (2016).

### 1.1.6 Constelação de satélites

Uma constelação de satélites é formada por um grupo de satélites artificiais que trabalham em conjunto nas observações e medições espaciais. Essas constelações são colocadas nas suas órbitas de acordo com a finalidade da sua função ou estudo. Alguns exemplos de constelações ao redor da Terra são o Sistema de Posicionamento Global (GPS), constelações GLONASS e Galileo para navegação e geodésia, constelações Iridium e Globalstar para serviço de telefonia por satélite, constelação de Monitoramento de Desastres e RapidEye

para sensoriamento remoto, entre outras. Uma constelação de CubeSats utiliza um número maior de satélites, mas a um menor custo, além de aumentar a resolução temporal e espacial das observações, e as medições podem ser menos afetada por falhas do que o uso de um satélite maior (MARINAN, 2013). Atualmente, as constelações estão sendo projetadas utilizando CubeSats idênticos para agilizar o processo de projeto e fabricação, e aproveitam oportunidades de lançamento à medida que surgem, se utilizando da arquitetura ad hoc. Um exemplo de constelação de CubeSats em operação é o Dove, que tem a finalidade de observar a superfície terrestre. Os CubeSats foram fabricados pela empresa Plane Labs e a constelação é formada por 28 nanosatélites que foram lançados pela Estação Espacial Internacional (ISS) (DEVARAJ et al., 2017). Outros conceitos de missão de constelações de CubeSats podem ser vistos em Lunar Flashlight (BANDYOPADHYAY, (2016); COHEN et al., 2015; SHAO (2017); SNOW, (2016)).

Os CubeSats, ou a tecnologia que eles utilizam, podem ser o caminho mais eficaz para as grandes missões utilizando constelações. As futuras constelações podem exigir satélites de tamanho ou fator de forma diferentes dos tradicionais CubeSats, mas a tecnologia derivada da CubeSat pode desempenhar um papel importante em seu desenvolvimento. Além disso, eles já são um instrumental na demonstração de sensores miniaturizados para uso em física espacial (NASEM, 2016). A comunidade ainda está desenvolvendo novas maneiras de lançar CubeSats e constelações do CubeSats, e ainda trabalha em alternativas em aliviar o alto custo geral das comunicações da estação terrestre, bem como em agilizar o processo de licenciamento de frequência (SHAO, 2017).

### **1.1.7 Problema restrito de três corpos**

O problema restrito de três corpos e suas variações (SZEBEHELY, 1967) será utilizado para descrever o movimento do veículo espacial em torno de um sistema formado por outros dois corpos. Isto pode ser visto em trabalhos de análise preliminar de missão utilizando CubeSats como em Bosanac (2018), Kohout et. al (2017) e Manghi et. al (2018). No problema restrito de três corpos têm-se dois corpos massivos  $M_1$  e  $M_2$  que giram em torno de seu centro de

massa, devido somente a interação gravitacional entre eles, em órbitas que podem ser circulares ou elípticas, enquanto um corpo  $M_3$ , de massa desprezável, gira ao redor deles influenciado pela interação gravitacional, mas sem interferir em seus movimentos.

### **1.1.8 Perturbadores de órbita**

Essas forças perturbativas desviam o veículo espacial de sua órbita nominal e podem ser de diversos tipos. Neste trabalho, iremos considerar as três seguintes: perturbação de terceiro corpo (Lua), perturbação devido ao potencial do corpo ( $M_1$  e/ou  $M_2$ ) e a perturbação devido à pressão de radiação solar. Essas três forças perturbadoras serão apresentadas a seguir e modeladas mais à diante.

#### **1.1.8.1 Perturbação de terceiro corpo**

A aceleração de terceiro corpo surge dos efeitos das atrações gravitacionais de outros corpos celestes na vizinhança do veículo espacial (KUGA et al., 2011). O Sol e a Lua são exemplos de corpos celestes que atraem gravitacionalmente outros corpos, produzindo efeitos pequenos e periódicos. Em alguns casos, neste trabalho, serão apresentados os resultados considerando a influência da Lua, que é um perturbador de maior intensidade em satélites terrestres.

#### **1.1.8.2 Perturbação devido ao potencial irregular do corpo**

A aceleração devido ao potencial do corpo surge da irregularidade do campo gravitacional devido ao formato não esférico e à distribuição não homogênea de massa do corpo. Neste caso, o corpo não é homogêneo e nem isotrópico, originando, geralmente, forças não centrais e não Newtonianas. Quando um corpo é considerado oblato, ou seja, achatado nos polos, considera-se o coeficiente zonal de achatamento  $J_2$  (SANCHEZ et al., 2009; SACHEZ et al., 2014).

#### **1.1.8.3 Perturbação devido à pressão de radiação solar**

A aceleração devido à pressão da radiação solar resulta da transferência de impulso dos fótons ao colidirem com a superfície do veículo espacial. Esses impulsos podem ser absorvidos ou refletidos pela superfície. Então, esta força depende da relação área-massa ( $A/m$ ), que é uma quantidade que varia em

intervalos muito grandes de acordo com o material ou outros componentes, como painéis ou velas, que podem compor um veículo espacial (MONTENBRUCK, 2001).

### **1.1.9 Integral da perturbação**

O método da Integral da Perturbação está relacionado às medidas da contribuição de cada força que atua no sistema, e isso é feito integrando cada força ao longo do tempo. Segue a linha utilizada em Prado (2013), que a aplicou no estudo da perturbação sofrida por um veículo espacial pelos campos gravitacionais do Sol e da Lua. Após este trabalho inicial, vários outros trabalhos apareceram na literatura, usando diferentes sistemas e situações (CARVALHO et al., 2013; OLIVEIRA; PRADO, 2014; PRADO, 2014; PRADO, 2017; SANTOS et al., 2015). Entre os tipos de índices baseados em integrais, existem quatro tipos (SANCHEZ et al., 2016; SANCHEZ et al., 2017) que podem ser usados para identificar diferentes aspectos do problema. Para este trabalho, é utilizado o primeiro tipo de integral, que consiste em medir a aceleração total sofrida pelo veículo espacial. O segundo tipo de integral mede a variação de energia do veículo espacial devido a cada força. Se for negativo, a força remove energia do veículo espacial. Caso contrário, quando positivo, adiciona energia ao veículo espacial. O terceiro tipo de integral é calculado para cada componente da aceleração. Também considera compensação por efeitos negativos e positivos. O quarto tipo de integral mede a diferença entre as acelerações de uma órbita kepleriana e uma órbita perturbada com as mesmas condições iniciais. Estudos que utilizam o primeiro e o segundo tipo de integral na construção de mapas de perturbações, cujo objetivo é identificar regiões de baixas perturbações, podem ser encontrados em Sanchez et al., (2016).

## **1.2 Organização da Tese**

Os capítulos seguintes desta tese estão divididos em:

Capítulo 2: Neste Capítulo será apresentada, de uma forma geral, a metodologia que foi utilizada nesta tese.

Capítulo 3: Neste Capítulo as “Quasi-Satellite Orbits” serão utilizadas para se realizar uma busca por posições quase orbitais a serem utilizadas por um veículo espacial para viajar nas proximidades das luas marcianas e de asteroides.

- Inicialmente, será apresentado o estudo de órbitas planares de médio alcance a serem utilizadas por um veículo espacial viajando na vizinhança das luas de Marte, Fobos e Deimos. O sistema marciano será dividido em dois sistemas: Marte-Fobos-veículo espacial e Marte-Deimos-veículo espacial, a fim de ser realizado o estudo separado das órbitas nas proximidades de cada lua. O problema restrito de três corpos, os efeitos da excentricidade de Fobos e Deimos, e a forma irregular de Marte e Fobos, serão considerados no modelo dinâmico. Será identificada e quantizada a contribuição de cada força que influencia no movimento do veículo espacial. Também serão considerados dois locais iniciais diferentes para cada lua, o periapsis e o apoapsis. Os resultados mostram a existência de várias soluções, através do mapeamento das distâncias mínima, máxima e média do veículo espacial a Fobos ou a Deimos.
- O segundo estudo baseia-se em encontrar órbitas naturais próximas a uma possível e pequena lua do asteroide Pallas. Supõe-se que esta lua tenha um raio que pode variar de 0,125 a 1 km e que esteja localizada a 750 ou 500 km do centro de Pallas. A ideia é mostrar os efeitos desses parâmetros nas órbitas ao redor desta lua. Na dinâmica do sistema será considerado o problema restrito de três corpos e a influência da pressão da radiação solar, porque alguns veículos espaciais podem ter valores mais altos para a razão área/massa, o que produz um efeito não desprezável na trajetória do veículo espacial.
- O terceiro estudo consiste em procurar trajetórias naturais planares de médio alcance na vizinhança do asteroide triplo 2001 SN<sub>263</sub>. Para este caso, buscam-se órbitas de distância intermediária, entre 50 e 180 km do asteroide. Para isso, o asteroide triplo será modelado como um único corpo elipsoide, o que fornece um modelo matemático simples que permite o cálculo das trajetórias a bordo. A massa é assumida como

sendo igual à soma das massas dos três corpos e suas dimensões são calculadas considerando o tamanho e as órbitas dos corpos Beta e Alfa. O objetivo é procurar por órbitas que possam ser usadas no momento da chegada do veículo espacial nas proximidades do asteroide triplo para observar os corpos e fazer uma melhor avaliação de suas dimensões e dinâmica antes que uma boa escolha para uma órbita final possa ser feita. O problema restrito de três corpos elíptico plano é usado como modelo matemático, com a adição das perturbações provenientes do asteroide e dos campos irregulares de gravidade do Sol e do asteroide alongado ( $J_2$ ). Também é considerada a perturbação causada pela pressão da radiação solar, uma força importante próxima aos asteroides.

Capítulo 4: Neste Capítulo, utiliza-se um satélite principal orbitando a Terra a 2000 km de altura em uma órbita quase circular (excentricidade igual a 0,001) para espalhar uma constelação de pequenos satélites em órbitas co-orbitais a ele.

- O estudo será realizado através de uma pesquisa numérica, visando encontrar as condições iniciais que sejam aplicadas aos satélites pequenos, de modo que eles se afastem do satélite principal e sejam alocados em uma órbita co-orbital em relação ao satélite principal, separado por um determinado ângulo, aqui chamado de defasagem. As condições iniciais serão selecionadas para minimizar o consumo de combustível de uma manobra impulsiva necessária para enviar os satélites pequenos, aproveitando ao máximo a perturbação proveniente do achatamento da Terra e da pressão da radiação solar. O modelo matemático utilizado é o problema restrito elíptico de três corpos, onde a Terra é considerada o corpo principal, o satélite principal o corpo secundário e o satélite pequeno o corpo de massa desprezável. Serão realizados estudos sobre a influência dos efeitos do termo de achatamento terrestre  $J_2$  e da Lua nas trajetórias do satélite pequeno. Será analisada a influência da pressão da radiação solar nas órbitas do satélite pequeno, uma vez que essa força depende da razão área/massa de cada satélite e pode ser importante em algumas situações. Também

será analisada a influência da velocidade e excentricidade do satélite pequeno.

Capítulo 5: Neste Capítulo serão apresentadas as conclusões deste trabalho.

## 2 METODOLOGIA

Neste Capítulo será apresentado de modo geral o modelo dinâmico, o critério de minimização das distâncias para selecionar as órbitas e o algoritmo utilizado para procurar as trajetórias desejadas.

### 2.1 Problema restrito de três corpos

No problema restrito de três corpos o corpo principal, que é o corpo de maior massa, é designado por  $M_1$ ; o corpo secundário é designado por  $M_2$ ; e o corpo de massa desprezável é designado por  $M_3$ . Os corpos  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$  se movem no mesmo plano e os corpos  $M_1$  e  $M_2$  giram em torno de seu centro de massa, devido apenas à atração gravitacional entre eles. O corpo  $M_3$  gira em torno dos corpos  $M_1$  e  $M_2$ , influenciado por seus campos de gravidade, mas não interfere no movimento dos primários. A função força ou potencial negativo  $F$  que representa a interação gravitacional de  $M_1$  e  $M_2$  em relação a  $M_3$  é dada por:

$$F = G \left( \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} \right) \quad (2.1)$$

onde  $G$  é a constante gravitacional,  $m_1$  e  $m_2$  são as massas dos primários e  $r_1$  e  $r_2$  são as distâncias dada por:

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{(X - X_1)^2 + (Y - Y_1)^2} \\ r_2 &= \sqrt{(X - X_2)^2 + (Y - Y_2)^2} \end{aligned} \quad (2.2)$$

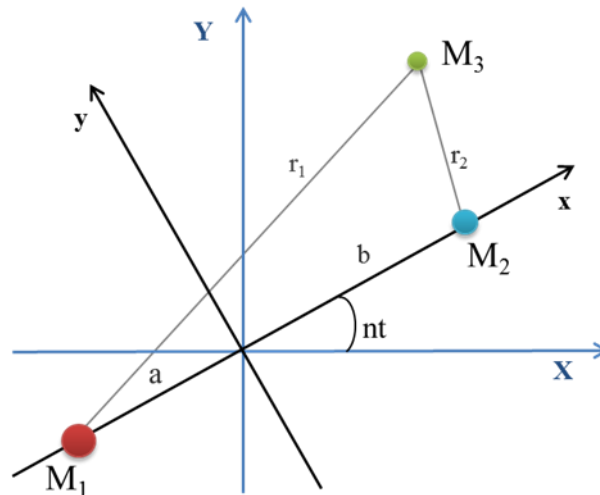
onde  $(X, Y)$  são as coordenadas de  $M_3$ ,  $(X_1, Y_1)$  e  $(X_2, Y_2)$  são as coordenadas, respectivamente, de  $M_1$  e  $M_2$ , que são escritas no sistema inercial como:

$$\begin{aligned} X_1 &= -a \cos nt, Y_1 = -a \sin nt \\ X_2 &= b \cos nt, Y_2 = b \sin nt \end{aligned} \quad (2.3)$$



sendo  $a$  e  $b$  as distâncias de  $M_1$  e  $M_2$  em relação ao baricentro no sistema de coordenadas,  $n$  é a velocidade angular e  $t$  é o tempo. As equações no sistema girante podem ser encontradas em Prado (2001), adaptadas de Szebehely (1967). A Figura 2.1 apresenta o sistema de coordenadas para o sistema restrito de três corpos.

Figura 2.1 – Representação do sistema de coordenadas para o problema restrito de três corpos.



Neste diagrama o sistema inercial ou sideral é representado por  $(X, Y)$  e o rotacional ou sinódico por  $(x, y)$ . O sistema rotacional está defasado de um ângulo  $nt$  em relação ao inercial e ambos os sistemas possuem o baricentro como origem. Os corpos primários são representados por  $M_1$  e  $M_2$ , sendo  $M_1 \gg M_2$ , e estão fixados no sistema de coordenadas rotacional. O veículo espacial é representado por  $M_3$ .

Fonte: Adaptado de Cavalca (2017).

Nesta tese serão estudados cinco sistemas diferentes utilizando o problema restrito de três corpos plano em sistemas que podem ser circulares ou elípticos. O primeiro sistema a ser estudado será formado por Marte-Fobos-Deimos e será dividido em Marte-Fobos-veículo espacial e Marte-Deimos-veículo espacial, onde: Marte corresponde ao corpo  $M_1$ , Fobos e Deimos correspondem ao corpo  $M_2$ . O segundo sistema será formado pelo asteroide Pallas-lua-veículo espacial, onde: o asteroide Pallas corresponde ao corpo  $M_1$  e a lua corresponde ao corpo  $M_2$ . O terceiro sistema será formado pelo Sol-asteroide alongado-veículo espacial, onde: o Sol corresponde ao corpo  $M_1$  e o asteroide em forma elíptica

corresponde ao corpo  $M_2$ . Em todos os sistemas anteriores o corpo  $M_3$  corresponde ao veículo espacial e o objetivo é buscar por “Quasi Satellite Orbits” para se colocar um veículo espacial nas vizinhanças do corpo  $M_2$ . O último sistema será formado pela Terra-satélite principal-satélite pequeno, onde: a Terra corresponde ao corpo  $M_1$ , o satélite principal corresponde ao corpo  $M_2$  e o satélite pequeno corresponde ao corpo  $M_3$ . Neste último caso buscam-se órbitas para espalhar uma constelação de satélites pequenos e co-orbitais a um satélite principal.

## 2.2 Potencial gravitacional

As forças gravitacionais resultantes da geometria não esférica e distribuição não uniforme de massa dos corpos são expressas pelo termo  $J_2$ , que indica o achatamento de seu campo de gravidade (SANCHEZ et al., 2009). A Equação (2.5) representa do corpo  $M_1$ :

$$\mathbf{P}_{J_2} = -Gm_1J_2r_{M_1}^2 \left( \frac{3x}{2r_1^5} \right) - Gm_1J_2r_{M_1}^2 \left( \frac{3y}{2r_1^5} \right) \quad (2.5)$$

onde  $r_{M_1}$  é o raio médio do corpo  $M_1$ ,  $r_1$  é a distância ente o veículo espacial e o corpo  $M_1$ ,  $J_2$  é o termo do potencial gravitacional do corpo  $M_1$ , e  $x,y$  representa a posição do veículo espacial.

## 2.3 Pressão de radiação solar

A aceleração ou a perturbação devido à pressão de radiação solar segundo Montenbruck (2001) é dada por:

$$\mathbf{P}_{SRP} = -C_R P_S \frac{A}{m} \frac{1}{r_S^2} \hat{r}_S \quad (2.6)$$

onde  $C_R$  é o coeficiente de reflectividade da superfície do veículo espacial, que é assumido aqui como sendo 1, o que significa absorção total da luz;  $P_S$  é o fluxo solar, dado pela relação entre a constante solar ( $1358 \text{ W/m}^2$ ) e a velocidade da

luz no vácuo;  $A/m$  é a relação entre a área da seção transversal ( $A$ ) e a massa do veículo espacial ( $m$ );  $r_S$ , a distância entre a Terra e o Sol, que é 1,00 u.a. O vetor unitário  $\hat{r}_S$ , Equação 2.7, tem direção oposta à pressão de radiação solar, por isso o sinal negativo na Equação 2.6. O argumento deste vetor unitário é dependente da soma da posição angular inicial do Sol  $\nu$  com a velocidade angular do Sol  $\omega$  que é multiplicada pelo tempo de integração  $t$ , ver Equação 2.8. A velocidade angular do Sol é igual ao movimento médio do corpo ou do sistema que está em torno do Sol.

$$\hat{r}_S = \frac{\vec{r}_S}{|\vec{r}_S|} \quad (2.7)$$

$\hat{r}_S$  é dado por:

$$\hat{r}_S = \cos(\nu + \omega t)\hat{i} + \text{sen}(\nu + \omega t)\hat{j} \quad (2.8)$$

## 2.4 Potencial de terceiro corpo

A atração gravitacional de um terceiro corpo como a Lua, também pode ser considerada como elemento perturbador no movimento do veículo espacial e segundo Kuga et al. (2011) é dada por:

$$\mathbf{P}_{Lua} = -Gm_{Lua} \left( \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{Lua}}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_{Lua}|^3} + \frac{\mathbf{r}_{Lua}}{r_{Lua}^3} \right) \quad (2.9)$$

onde  $G$  é a constante gravitacional,  $m_{Lua}$  é a massa da Lua,  $r_1$  é distância entre os corpos  $M_1$  e  $M_3$  e  $r_{Lua}$  é a distância entre o corpo  $M_1$  e a Lua.

## 2.5 Equação geral de movimento do veículo espacial

A equação geral de movimento do veículo espacial envolvendo todas as forças aqui modeladas é dada por:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{P}_G + \mathbf{P}_{J2} + \mathbf{P}_{SRP} + \mathbf{P}_{Lua} \quad (2.10)$$

onde cada termo se refere, respectivamente, as forças: gravitacional ( $\mathbf{P}_G$ ), termo de achatamento ( $\mathbf{P}_{J2}$ ), pressão de radiação solar ( $\mathbf{P}_{SRP}$ ), atração da Lua ( $\mathbf{P}_{Lua}$ ). A Equação 2.11 mostra a Equação 2.10 em mais detalhes, com os termos apresentados anteriormente:

$$\begin{aligned}\ddot{X} = & -G \left[ \frac{m_1(X + a \cos nt)}{r_1^3} + \frac{m_2(X - b \cos nt)}{r_2^3} \right] - Gm_1J_2r_{M1}^2 \left( \frac{3x}{2r_1^5} \right) \\ & - C_R P_S \frac{A}{m} \frac{1}{r_S^3} \cos(v + \omega t) - Gm_{Lua} \left( \frac{x_1 - x_{Lua}}{|r_1 - r_{Lua}|^3} + \frac{x_{Lua}}{r_{Lua}^3} \right) \\ \ddot{Y} = & -G \left[ \frac{m_1(Y + a \cos nt)}{r_1^3} + \frac{m_2(Y - b \cos nt)}{r_2^3} \right] - Gm_1J_2r_{M1}^2 \left( \frac{3y}{2r_1^5} \right) \\ & - C_R P_S \frac{A}{m} \frac{1}{r_S^3} \text{sen}(v + \omega t) - Gm_{Lua} \left( \frac{y_1 - y_{Lua}}{|r_1 - r_{Lua}|^3} + \frac{y_{Lua}}{r_{Lua}^3} \right)\end{aligned}\tag{2.11}$$

Quando alguma força não é considerada o termo corresponde a ela será igual à zero.

## 2.6 Integral da perturbação tipo I

O método da Integração da Perturbação consiste em calcular individualmente quanto uma força influencia no movimento de um veículo espacial (SANCHEZ et al., 2016; SANCHEZ et al., 2017). O Tipo I corresponde a integral da magnitude da força, e seu objetivo é comparar as forças, sendo dada por:

$$PI_{(I)} = \frac{1}{t} \int_0^1 |\alpha| dt\tag{2.12}$$

Onde  $\alpha$  indica o vetor aceleração devida à força em estudo,  $t$  é o tempo total de integração e  $1/t$  é o fator de normalização que é utilizado para comparar trajetórias com diferentes durações.

## 2.7 Critério de seleção de órbitas

A escolha das melhores órbitas obtidas pelo método de busca numérica depende da aplicação envolvida. No caso de busca por órbitas para observar um corpo celeste menor que orbita um maior, a distância mínima e máxima entre o veículo e o corpo observado são elementos importantes a serem escolhidos como critérios de seleção. Este critério tem como objetivo calcular as distâncias mínima, máxima e média entre os corpos  $M_2$  e  $M_3$ , a fim de classificar as trajetórias. Ele consiste em medir o histórico no tempo da distância dos corpos  $M_2$  e  $M_3$  durante a integração numérica da órbita, a partir das condições iniciais dadas do veículo espacial e indo até o limite de tempo especificado para a manobra. A partir desses dados, é possível verificar as distâncias mínima, máxima e média ao longo do tempo determinado para cada órbita específica. Este procedimento é repetido para cada órbita, gerando mapas que classificam as órbitas de acordo com as distâncias máximas, mínimas e médias entre os corpos  $M_2$  e  $M_3$ . As distâncias médias entre os corpos  $M_2$  e  $M_3$  ( $D_{med}$ ) são calculadas como mostrado na Equação (2.13) (PRADO, 2015), onde  $t$  é o intervalo final de tempo de integração e  $r_2$  é a distância entre os corpos  $M_2$  e  $M_3$ . A fim de evitar manobras orbitais desnecessárias é importante posicionar o veículo espacial a distâncias médias dos corpos para uma boa observação (PRADO; NETO, 1993; PRADO; KUGA, 2001). O método numérico utilizado para a integração é o Runge-Kutta de oitava ordem.

$$D_{med} = \frac{1}{t} \int_0^1 r_2(t) dt \quad (2.13)$$

No caso do espalhamento dos satélites pequenos a partir de um satélite principal, aliado ao critério da minimização das distâncias também se utiliza o critério da minimização do impulso inicial requerido, que consiste em encontrar o menor valor do módulo da velocidade para uma distância inicial  $D$  que apresente o maior valor de  $D_{max}$ .

## 2.8 Algoritmo

A seguir, é descrito o algoritmo usado para encontrar as condições iniciais a serem aplicadas ao veículo espacial e que irão gerar as trajetórias. Inicialmente, os corpos  $M_1$  e  $M_2$  estão alinhados no eixo horizontal de um sistema de referência inercial. Nesse sistema, o veículo espacial ( $M_3$ ) está a certa distância de  $M_2$ , no eixo horizontal. No caso das "QSOs" não é necessário considerar situações com o veículo espacial fora desta linha, porque a órbita seria a mesma, em um estágio diferente. Em outras palavras, todas as órbitas cruzarão essa linha, portanto esse tipo de "pesquisa de linha" é suficiente para obter todas as órbitas.

A Figura 2.2 mostra as posições dos corpos  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$  (veículo espacial) em relação ao sistema inercial. Também estão indicadas as condições iniciais do veículo espacial utilizadas para identificar cada órbita: a distância inicial de  $M_2$  ao veículo espacial  $D$  e as componentes da velocidade inicial,  $v_x$  e  $v_y$ , do veículo espacial. A partir dessas condições, as trajetórias são numericamente integradas, usando a Equação 2.11, durante um determinado tempo. Sempre é verificado se há uma colisão entre o veículo espacial e o corpo  $M_2$ . A escolha inicial da magnitude dos valores das condições iniciais ( $D$ ,  $v_x$  e  $v_y$ ) ou do intervalo em que esses valores seriam integrados no tempo foi feita utilizando os trabalhos de Gil e Schwartz (2010), Prado (2015) e Zamaro e Biggs (2016) para Fobos e Deimos; e para as trajetórias ao redor da lua de Pallas foi utilizado o trabalho de Prado (2015). Para os casos do asteroide 2001 SN<sub>263</sub> e a constelação de satélites pequenos as escolhas iniciais dos valores foram feitas com base na experiência adquirida com os resultados dos sistemas anteriores. No caso de Fobos, após identificada a grandeza dos valores das condições iniciais foi considerado inicialmente que  $D$  iria variar na faixa de 50 a 100 km em intervalos de 1 km,  $v_x$  variaria na faixa de -0,10 a 0,10 km/s em intervalos de 0,0025 km/s,  $v_y$  variaria de -0,03 a 0,03 km/s em intervalos de 0,0025 km/s e então um loop triplo foi feito variando as três variáveis que definem as condições iniciais ( $D$ ,  $v_x$  e  $v_y$ ). Como são calculadas as distâncias entre  $M_2$  e o veículo espacial para cada conjunto de condição inicial ( $D$ ,  $v_x$  e  $v_y$ ), no final da trajetória são obtidas as distâncias mínimas, máximas e médias entre o veículo espacial e corpo  $M_2$ . A

partir dos resultados, é possível identificar os valores ou faixas de  $D$ ,  $v_x$  ou  $v_y$  que contêm as trajetórias mais interessantes, neste caso, as que têm as menores distâncias máximas em relação ao veículo espacial. Isso é feito por meio da classificação em ordem crescente das trajetórias pelas distâncias máximas. Após selecionadas as condições iniciais mais adequadas é realizada uma nova varredura utilizando agora intervalos de integração menores de modo a refinar os resultados. Antes dessa nova varredura mais refinada, identifica-se uma das condições iniciais para se manter fixa em um determinado valor, e a variável mais indicada para se manter fixa é aquela que mais se repete para os menores valores de distância máxima. Após isso, fixar uma condição inicial, é possível a apresentação dos resultados em forma de mapas de cores, onde é apresentado como as distâncias se distribuem em função da variação de duas condições iniciais. Através dos mapas de cores é possível identificar faixas de trajetórias ideais e não somente uma trajetória ideal, o que oferece mais opções para o projetista da missão escolher as órbitas mais adequadas. Após, as melhores condições são usadas para desenhar as trajetórias do veículo espacial, de modo que as principais características das trajetórias possam ser observadas. As trajetórias podem ser apresentadas nos sistemas fixo e/ou rotacional, para fornecer uma visão completa das órbitas.

Figura 2.2 – Desenho esquemático do problema no sistema de referência fixo e utilizado para todos os sistemas.

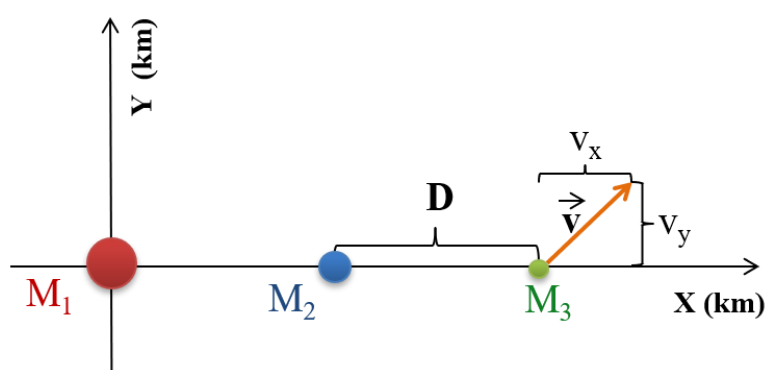
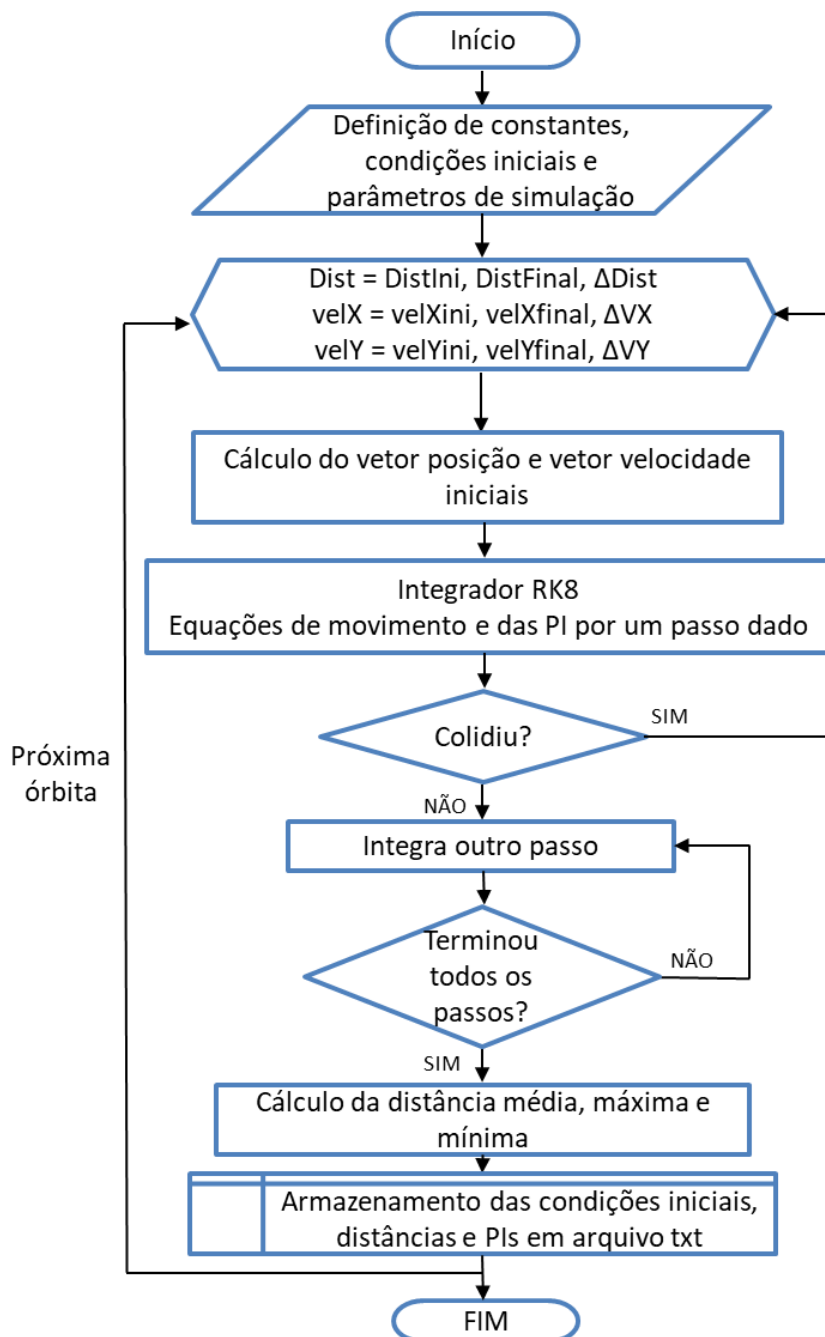


Ilustração do problema mostrando os corpos  $M_1$  e  $M_2$  e as condições iniciais que definem cada órbita: distância inicial entre  $M_2$  e  $M_3$  (veículo espacial) no eixo  $x$  indicado por  $D$ ; e as componentes da velocidade inicial do veículo espacial indicado por  $v_x$  e  $v_y$ .

Fonte: Produção da autora.

A Figura 2.3 apresenta o fluxograma do programa implementado para buscar as condições iniciais que não terminam em colisão durante determinado tempo.

Figura 2.3 – Fluxograma do programa implementado para buscar as condições iniciais que não terminam em colisão durante determinado tempo.



Fonte: Produção da autora.



### 3 ÓRBITAS “QUASI SATELLITES”

Neste capítulo serão realizadas buscas por condições iniciais a serem utilizadas por um veículo espacial para viajar nas proximidades de Fobos e Deimos (luas de Marte), da “lua” do asteroide Pallas e do asteroide triplo 2001 SN<sub>263</sub> utilizando as “Quasi Satellite Orbits” (QSOs). Este tipo de órbita pode ser encontrado no problema restrito de três corpos em sistemas com baixa razão de massa, onde órbitas Keplerianas não são possíveis ao redor do corpo secundário. Elas são dominadas pela gravidade do corpo principal, mas usam a menor perturbação do corpo secundário para manter um veículo espacial próximo a ele.

#### 3.1 Luas de Marte

O estudo das luas de Marte, Fobos e Deimos, permanece interessante ainda hoje, pois há muitas especulações sobre suas origens. Entre algumas suposições, é possível que elas tenham sido formadas pela aglomeração de partes de um corpo antigo que desabou ou que foram formadas pela ejeção de material de Marte (OLBERST et al., 2014). Elas também poderiam ser corpos primitivos capturados, como cometas ou asteroides. As duas luas têm composições muito parecidas com asteroides do tipo I e II, que são compostos de rochas ricas em material carbonáceo (OLBERST et al., 2014). Fobos é a maior lua e está localizada mais próxima de Marte. Deimos é a menor lua e está localizada mais distante de Marte, é altamente não esférica e sua excentricidade é pequena.

Para estudar como observar Fobos ou Deimos usando órbitas do tipo QSO, será realizada uma pesquisa numérica e as órbitas serão selecionadas de acordo com os valores medidos das distâncias máxima, mínima e média entre o veículo espacial e uma das luas durante certo tempo. Nesse sentido, mapas dessas quantidades serão obtidos para ajudar a encontrar órbitas adequadas. O objetivo dessas medições é oferecer várias opções (não apenas órbitas independentes) para uma missão a Fobos ou Deimos. Em particular, é desejável encontrar órbitas de médio alcance para colocar um veículo espacial quando ele chegar ao sistema. Essas órbitas são muito adequadas para fazer as primeiras medições de Fobos ou Deimos antes que uma órbita mais próxima seja selecionada. Uma

órbita que faça com que o veículo espacial oscile entre distâncias de 50 a 500 km do centro de Fobos e de 40 a 200 km do centro de Deimos será considerada como seguindo este critério. Versões preliminares desses estudos foram publicados em Cavalca et al. (2018; 2019a).

Lembrando que serão feitos estudos separados considerando dois sistemas: Marte-Fobos-veículo espacial e Marte-Deimos-veículo espacial. O estudo começa com o veículo espacial a uma determinada distância de uma das luas, como descrito na Figura 2.2 e, em seguida, as trajetórias são numericamente integradas por um determinado tempo, Equação 2.11. As condições iniciais são a posição e a velocidade do veículo espacial no início do tempo de integração. Essa opção oferece a possibilidade de usar esses parâmetros iniciais para controlar as distâncias máximas, mínimas e médias do veículo espacial e a lua durante toda a trajetória natural, de modo a encontrar os valores mais adequados para uma missão específica. Essas informações são obtidas observando a evolução da distância veículo espacial-lua durante o tempo de integração, como também se há colisão entre eles, Equação 2.13. Com base nesses resultados, as órbitas são classificadas de acordo com as distâncias máxima, mínima e média veículo espacial-lua. Também serão medidos os efeitos de cada força em detalhes, integrando sua contribuição individual durante a trajetória total. Serão consideradas as forças gravitacionais de Marte ( $M_1$ ), Fobos e Deimos ( $M_2$ ); e as forças devidas ao termo  $J_2$  de Marte ( $J_2^{M1}$ ) e de Fobos ( $J_2^{M2}$ ).

Os resultados serão mostrados em mapas de cores onde é possível identificar as distâncias máximas, mínimas e médias do veículo espacial-lua em função das condições iniciais do veículo espacial em relação a uma lua. A partir desses resultados, o projetista da missão pode selecionar as órbitas mais apropriadas, de acordo com os objetivos da missão. Também é possível identificar regiões e famílias de órbitas com certas características. A influência da posição de uma lua em relação a Marte nas trajetórias também será estudada. Nesse caso, serão consideradas duas posições opostas: periapsis e apoapsis. Os seguintes estudos têm como objetivos: (i) encontrar e classificar órbitas para observar Fobos ou Deimos, dependendo do sistema, que possam manter um veículo espacial a distâncias intermediárias da lua durante um determinado período; (ii)

medir a importância da excentricidade da órbita da lua, mesmo que pequena, nas órbitas encontradas; (iii) investigar a contribuição de cada força que atua na dinâmica do sistema, e assim poder medir quais são as mais relevantes; (iv) analisar os efeitos da posição inicial da lua em relação a Marte nas trajetórias do veículo espacial. A Tabela 3.1 mostra os dados numéricos de Marte, Fobos e Deimos usados nas simulações, ou seja, os raios médios, massas, termo  $J_2$ , semieixo maior e excentricidade ( $e$ ).

Tabela 3.1 – Parâmetros físicos e orbitais do sistema marciano.

Corpo Celeste	Raio médio (km)	GM ( $\text{km}^3/\text{s}^2$ )	$J_2$	Semieixo maior (km)	$e$
Marte	3396,2	42828	0,00195	–	–
Fobos	11,1	$7,112 \times 10^{-4}$	0,105	9377	0,0151
Deimos	6,2	$9,85 \times 10^{-5}$	–	23458	0,0002

Fonte: JPL Horizons System (2020).

### 3.1.1 Fobos

Nesta seção, serão apresentados os resultados para vários conjuntos de condições iniciais considerando o sistema Marte-Fobos-veículo espacial, e distâncias entre 50 e 240 km do centro de Fobos. Inicialmente é utilizado um período inicial de 30 dias para as órbitas. Após isso, algumas órbitas são integradas por períodos mais longos. De fato, esse parâmetro pode variar de acordo com a necessidade de qualquer missão em particular. Em geral, 30 dias é uma boa duração para uma trajetória natural.

Inicialmente serão apresentados os resultados considerando Fobos no periapsis em relação a Marte, após os resultados com relação à Fobos no apoapsis. As figuras que serão apresentadas combinam as diferentes variáveis,  $D$ ,  $v_x$  e  $v_y$ , para identificar a posição inicial do veículo espacial em relação à Fobos. As distâncias máximas, mínimas e médias entre o veículo espacial e Fobos serão apresentadas em mapas de cores em função das condições iniciais. As regiões brancas nos mapas indicam as condições iniciais que fazem com que o veículo espacial colida com Fobos em menos de 30 dias, ou que alguma distância calculada esteja abaixo do limite de 50 km. Usando esses mapas, é possível encontrar as regiões mais interessantes, que podem ser refinadas e ampliadas

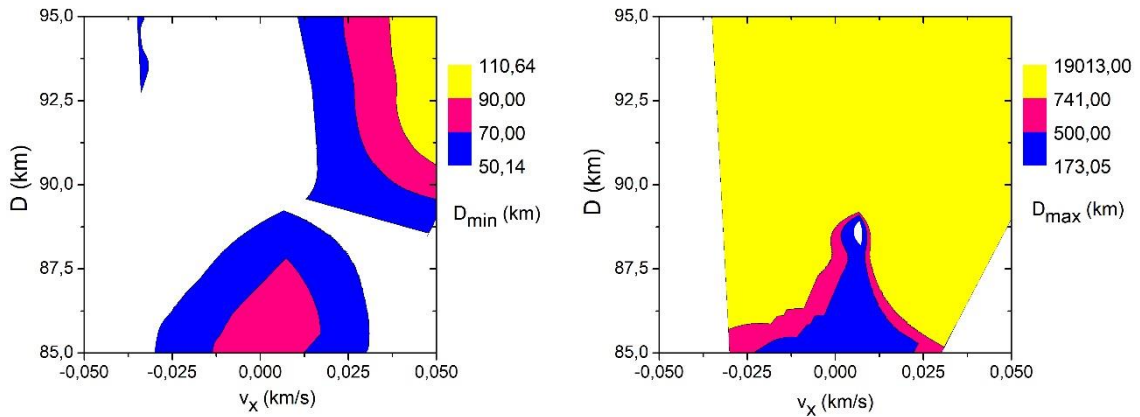
usando novos conjuntos de condições iniciais, se necessário. Após selecionadas, as condições iniciais mais interessantes são utilizadas para desenhar a trajetória do veículo espacial.

Para avaliar o efeito de cada força na trajetória do veículo espacial, inicialmente é considerado o modelo 1, que leva em consideração a excentricidade da órbita de Fobos em torno de Marte e os termos  $J_2$  dos campos de gravidade de Fobos e Marte. As mesmas simulações são feitas sob uma dinâmica considerando uma órbita circular para Fobos em torno de Marte e assumindo formas esféricas para Marte e Fobos, chamado de modelo 2. O objetivo é avaliar a importância de considerar o modelo 1, e os resultados mostram que é importante levar em consideração o modelo que considera a excentricidade e os termos  $J_2$  de Marte e Fobos. Em seguida, é realizado um estudo utilizando as integrais das acelerações envolvidas na dinâmica, conforme explicado anteriormente, com o objetivo de mostrar a contribuição individual de cada força na trajetória do veículo espacial.

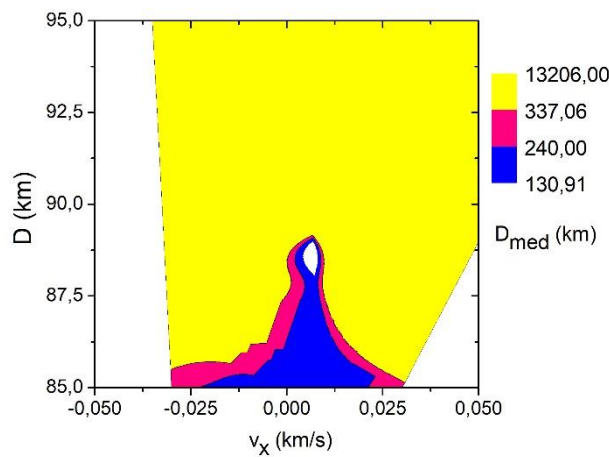
A Figura 3.1 apresenta as distâncias máxima ( $D_{\max}$ ), mínima ( $D_{\min}$ ) e média ( $D_{\text{med}}$ ) entre o veículo espacial e Fobos em função das condições iniciais  $D$  (km), no eixo vertical, e  $v_x$  (km/s), no eixo horizontal, para as órbitas em que Fobos está no periapsis de sua órbita em torno de Marte. A velocidade inicial  $v_y$  foi fixada em -0,02 km/s. Este valor, bem como os intervalos para  $D$  (85 a 95 km) e  $v_x$  (-0,05 até 0,05 km/s) foram selecionados após várias simulações preliminares, feitas variando as três variáveis:  $D$ ,  $v_x$  e  $v_y$ . Após essa sequência de simulações, as soluções com as menores distâncias máxima e média foram selecionadas para estudos mais detalhados. Essas simulações indicaram os melhores valores que geram órbitas na faixa desejada. Para construir estas figuras, foi imposto o limite de  $D_{\min} > 50$  km, para preservar a validade do modelo que considera apenas o termo  $J_2$  para representar a forma irregular dos corpos e evitar trajetórias com alto risco de colisão. Esse tipo de mapa é uma maneira de classificar as órbitas, em comparação com a literatura existente. Cada ponto no gráfico representa uma órbita, com as condições iniciais especificadas pelo valor de  $D$  (eixo vertical) e  $v_x$  (eixo horizontal). A partir desses mapas, é possível ver a distribuição das distâncias entre o veículo espacial e Fobos, e escolher uma

órbita. É observada uma forte correspondência entre a distância máxima e média, com os valores mínimos de ambos localizados nas mesmas condições iniciais. Isso acontece porque o  $D_{\min}$  geralmente possui valores pequenos e são muito semelhantes entre si, portanto, não influenciam muito as distâncias médias. As órbitas mais próximas são obtidas para  $v_x$  perto de zero. Nota-se também que existe alguma simetria em torno dessa linha. Os valores mínimos para distâncias máximas têm  $D$  abaixo de 88 km, onde a órbita chega a 500 km de Fobos, mas mantém uma distância média na faixa de 131 a 240 km. Acima desse valor, existem poucas órbitas que permanecem próximas a Fobos. Quanto às distâncias mínimas, os valores mais interessantes para a missão são os valores acima de 50 km, como mencionado anteriormente. A Figura 3.1(a) mostra que existem várias faixas acima de 50 km, em azul (50 a 70 km), vermelho (70 a 90 km) e amarelo (90 a 111 km). Usando esta técnica, podemos encontrar as órbitas que têm  $D_{\min}$  acima de 50 km e  $D_{\max}$  mínimo (região em azul na Figura 3.1(b)), que é um critério interessante para escolher as órbitas. Outras opções estão disponíveis, como o uso de valores e/ou faixas específicas para distâncias máximas e/ou médias, entre outros. Essas órbitas são interessantes para colocar um veículo espacial ao chegar ao sistema, porque elas estão próximas o suficiente para fazer observações preliminares, mas longe o suficiente para evitar colisões acidentais. É claro que a região inferior em torno de  $v_x = 0$  satisfaz essas duas restrições, com  $D_{\min} > 50$  km,  $D_{\max} < 500$  km e  $D_{\text{med}} < 240$  km. As regiões em rosa nas Figuras 3.1(b) e 3.1(c) indicam, respectivamente, valores de  $D_{\max}$  entre 500 e 741 km e de  $D_{\text{med}}$  entre 240 e 337,06 km, que são relativas a trajetórias que já estão se distanciando das proximidades de Fobos. As regiões em amarelo nas Figuras 3.1(b) e 3.1(c) indicam, respectivamente, valores de  $D_{\max}$  entre 741 e 19013 km e de  $D_{\text{med}}$  entre 337,06 e 13206 km, que são relativas a trajetórias que já estão bem distantes de Fobos e estão orbitando Marte, mas após, retornam a vizinhança de Fobos.

Figura 3.1 – Distâncias mínimas, máximas e médias, em km, em função de  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s), com  $v_y = -0,02$  km/s e considerando Fobos no periapsis. Para o modelo 1 é considerado  $e = 0,0151$ ,  $J_2^{M2} = 0,105$ ,  $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$  e  $t = 30$  dias.



(a) Distâncias mínimas Fobos-veículo espacial. (b) Distâncias máximas Fobos-veículo espacial.



(c) Distâncias médias Fobos-veículo espacial.

Fonte: Produção da autora.

A Tabela 3.2 mostra os detalhes numéricos das cinco órbitas mais próximas de Fobos ( $D_{max}$  mínimo). Observa-se que todas as órbitas são boas candidatas para colocar um veículo espacial, mantendo o veículo na faixa de 85 a 190 km de Fobos durante 30 dias, sem manobras orbitais. Resultados equivalentes usando o modelo 2 que considera a órbita de Fobos em torno de Marte circular e os corpos esféricos também são mostrados na Tabela 3.2, representada por um

asterisco (\*). O objetivo é mostrar a importância do uso do modelo 1. A partir desses valores, é evidente que a suposição de órbitas circulares e corpos esféricos introduzem erros da ordem de 1,80 a 2,12 km para as distâncias mínimas; 5,70 a 5,77 km para as distâncias médias e 35 a 49 km para as distâncias máximas, para as simulações de 30 dias. A Tabela 3.2 apresenta resultados negativos para a diferença entre as distâncias média e máxima, mostrando que o modelo 2 pode superestimar estes valores enquanto apresenta valores positivos para a distância mínima, mostrando que o modelo 2 pode subestimar estes valores.

Outro aspecto a ser considerado ao observar os efeitos do uso do modelo 2 para o problema é ver o que acontece quando a pesquisa pelas órbitas é feita usando o modelo 2 desde o início. Nesse caso, os resultados seriam diferentes e as condições iniciais das órbitas com valores menores para  $D_{\max}$  seriam diferentes. A Tabela 3.3 mostra os resultados, com uma comparação com as mesmas órbitas obtidas usando o modelo 1. É claro que diferentes condições iniciais são encontradas. Usando o modelo 1, as condições iniciais da órbita com  $D_{\max}$  mínimo são  $D = 86$  km e  $v_x = 0$  km/s, com a distância máxima do veículo espacial a Fobos de 173,0523 km após 30 dias. Usando o modelo 2, circular e esférico, as condições iniciais da órbita com  $D_{\max}$  mínimo são iguais a  $D = 87$  km e  $v_x = 0$  km/s, com a distância máxima do veículo espacial a Fobos de 182,6502 km em 30 dias. Então, refinando essa órbita com o modelo 1, a distância máxima entre o veículo espacial e Fobos chega a 207,4189 km em 30 dias. A Tabela 3.3 mostra essa análise para as cinco órbitas com  $D_{\max}$  menor (km) assumindo  $v_y = -0,02$  km/s, uma órbita circular para Fobos e um modelo esférico para os corpos, modelo 2, por 30 dias. Resultados equivalentes para o modelo 1 são representados por  $D_{\max}^{\#}$ . Vê-se que os erros estão na faixa de 19 a 25 km. Note-se também que os valores de  $D_{\max} - D_{\max}^{\#}$  são sempre negativos, o que significa que o modelo circular e esférico subestima o valor de  $D_{\max}$  para as órbitas mais próximas de Fobos, o que é uma conclusão importante.

Tabela 3.2 – Cinco órbitas em torno de Fobos com os menores valores de  $D_{max}$  (km) assumindo  $v_y = -0,02$  km/s, Fobos inicialmente no periapsis,  $e = 0,0151$ ,  $J_2^{M2} = 0,105$ ,  $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$  e  $t = 30$  dias. Resultados equivalentes para o modelo circular e corpos esféricos são representados por um asterisco (\*). Somente órbitas com  $D_{min} > 50$  km são consideradas.

D (km)	$v_x$ (km/s)	$D_{med}$ (km)	$D_{min}$ (km)	$D_{max}$ (km)	$D_{med}^*$ (km)	$D_{min}^*$ (km)	$D_{max}^*$ (km)	$D_{med}-D_{med}^*$ (km)	$D_{min}-D_{min}^*$ (km)	$D_{max}-D_{max}^*$ (km)
86	0	131,3040	85,7994	173,0523	137,0655	83,6828	221,4114	-5,7615	2,1166	-48,3591
86	0,001	131,5506	85,5415	180,3589	137,2921	83,6469	222,3764	-5,7415	1,8946	-42,0175
86	-0,001	131,5366	85,5397	180,4944	137,2889	83,6725	222,3858	-5,7523	1,8672	-41,8915
86	0,002	132,2723	85,3612	189,7202	137,9699	83,5498	225,2277	-5,6975	1,8114	-35,5076
86	-0,002	132,2475	85,3440	189,9316	137,9579	83,5594	225,2417	-5,7105	1,7846	-35,3102

Fonte: Produção da autora.

Tabela 3.3 – Cinco órbitas em torno de Fobos com os menores valores de  $D_{max}$  (km) assumindo  $v_y = -0,02$  km/s, órbita circular para Fobos e modelo esférico dos corpos,  $t = 30$  dias. Resultados equivalentes para o modelo elíptico e corpos achatados são representados por  $D_{max}^\#$ . Fobos inicialmente no periapsis.

D (km)	$v_x$ (km/s)	$D_{med}$ (km)	$D_{min}$ (km)	$D_{max}$ (km)	$D_{med}^\#$ (km)	$D_{min}^\#$ (km)	$D_{max}^\#$ (km)	$D_{med}-D_{med}^\#$ (km)	$D_{min}-D_{min}^\#$ (km)	$D_{max}-D_{max}^\#$ (km)
87	0	133,9125	86,9944	182,6502	130,9165	81,3969	207,4189	2,9960	5,5974	-24,7687
87	0,001	134,1490	86,9353	186,1815	131,1957	81,4023	208,6407	2,9533	5,5330	-22,4592
87	-0,001	134,1416	86,9375	186,1871	131,1269	81,3995	208,8400	3,0147	5,5380	-22,6528
87	0,002	134,8492	86,8271	193,6958	131,9598	81,2264	212,5856	2,8894	5,6007	-18,8898
87	-0,002	134,8325	86,8263	193,6977	131,8250	81,1514	212,6592	3,0075	5,6749	-18,9615

Fonte: Produção da autora.

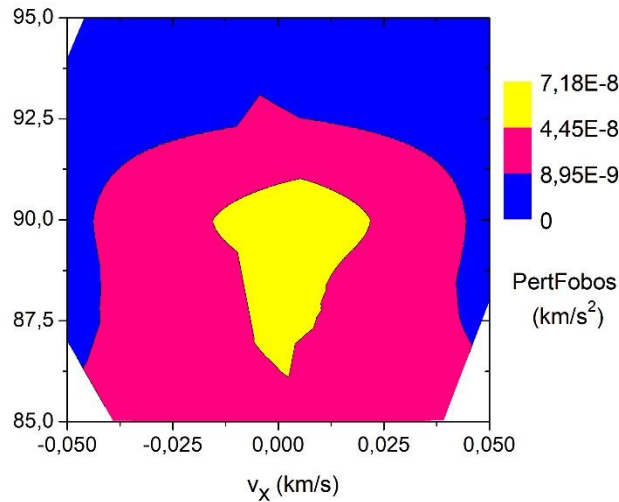


Foi realizado um estudo mais detalhado, considerando configurações cruzadas entre os modelos 1 e 2 e os resultados apresentados foram os que tiveram maior diferença. Os resultados apresentados indicaram pequenas diferenças ao assumir um corpo esférico para Fobos. As maiores diferenças, estão relacionadas à suposição de movimento circular para Fobos. Isso é explicado pela grande excentricidade de Fobos e pelos pequenos efeitos da gravidade de Fobos; portanto, os efeitos de  $J_2$  também são pequenos. Isso significa que a excentricidade de Fobos tem efeitos mais importantes que a forma não esférica da lua e precisa ser considerada no modelo em qualquer situação. A seguir, é realizado o teste das integrais para mostrar a importância de cada termo incluído na dinâmica.

A Figura 3.2 mostra os valores da contribuição de Fobos, em  $\text{km/s}^2$ , assumindo que Fobos esteja no periapsis quando as órbitas começam e o modelo 1. O alcance varia de quase zero a  $7,18 \times 10^{-8} \text{ km/s}^2$ . Observa-se que esses valores são maiores quando  $v_x$  é próximo de zero, onde as distâncias máxima e média são menores, o que é um resultado esperado, uma vez que a força da gravidade é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre o veículo espacial e Fobos. Quando os efeitos de Fobos são maiores, o veículo espacial se mantém a distâncias menores da lua, o que indica claramente a importância dessa força para diminuir a distância entre o veículo e Fobos. A contribuição do termo  $J_2$  do campo gravitacional de Fobos tem um valor máximo da ordem de  $1,27 \times 10^{-10} \text{ km/s}^2$ , portanto, duas ordens de magnitude menores que a contribuição do termo principal do campo gravitacional de Fobos. Usando a mesma técnica, a contribuição do termo kepleriano de Marte é cerca de  $4,38 \times 10^{-4} \text{ km/s}^2$ , quatro ordens de magnitude mais fortes que os efeitos de Fobos, o que confirma o fato de que as órbitas são realmente dominadas pelo campo gravitacional de Marte, e apenas perturbada por Fobos. Este é um fato básico das órbitas “QSOs”, mas o presente estudo faz uma quantificação interessante dos efeitos. O termo  $J_2$  do campo de gravidade de Marte contribui com um incremento de velocidades da ordem de  $1,69 \times 10^{-7} \text{ km/s}^2$ , que é três ordens de magnitude menor que o termo Kepleriano de Marte, mas três ordens de magnitude mais fortes que o termo  $J_2$  do campo de gravidade de Fobos. É também uma ordem de magnitude mais

forte que o termo kepleriano de Fobos. Este estudo fornece uma estimativa muito boa e quantitativa da contribuição de cada força envolvida na dinâmica.

Figura 3.2 – Integral ao longo do tempo da força proveniente de Fobos, em  $\text{km/s}^2$ , em função de  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s).



Fonte: Produção da autora.

Para se ter uma ideia da evolução temporal da órbita, a Tabela 3.4 apresenta os valores de distâncias (km) e perturbações ( $\text{km/s}^2$ ) para o seguinte conjunto de condições iniciais: Fobos no periapsis,  $D = 86 \text{ km}$ ,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,02 \text{ km/s}$ ; e considerando  $e = 0,0151$ ,  $J_2^{M2} = 0,105$  e  $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$  para os tempos de simulação: 5, 15, 30, 60 e 90 dias. PertFobos, PertMarte, PertJ2Fobos, PertJ2Marte representam as contribuições do termo Kepleriano de Fobos, o termo Kepleriano de Marte, o termo  $J_2$  de Fobos e o termo  $J_2$  de Marte, respectivamente, medidos pelas integrais das acelerações divididas pela integração total no tempo. É possível observar uma estabilização dos valores de todas as perturbações após 30 dias.

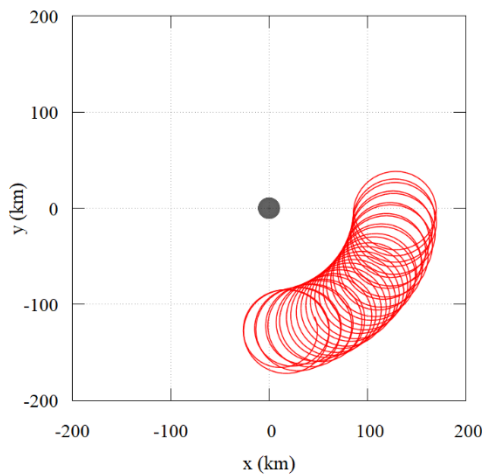
A Figura 3.3 apresenta as trajetórias correspondentes aos valores marcados na Tabela 3.4 para os tempos de 5, 15, 30, 60 e 90 dias, nos sistemas de referências fixos e rotacional. Em todas as figuras, Fobos é considerado na origem do sistema de referência e sua dimensão é representada em escala.

Tabela 3.4 – Evolução temporal de uma única órbita com Fobos no periapsis, sendo  $D = 86$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,02$  km/s, considerando  $e = 0,0151$ ,  $J_2^{M2} = 0,105$  e  $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$  para os tempos de simulação: 5, 15, 30, 60 e 90 dias.

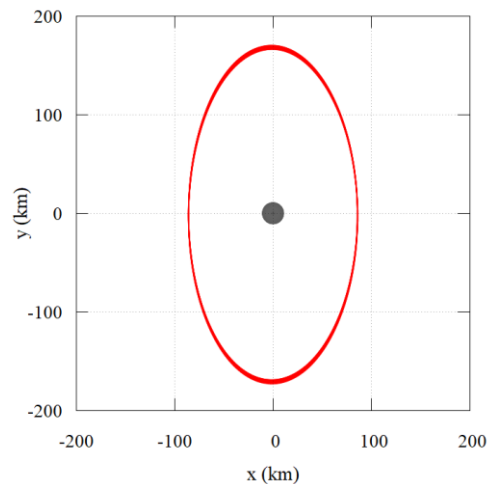
t (dias)	5	15	30	60	90
$D_{med}$ (km)	131,4510	131,2226	131,3040	131,2712	131,2600
$D_{min}$ (km)	85,8178	85,7994	85,7994	85,7943	85,7943
$D_{max}$ (km)	173,0501	173,0522	173,0522	173,1174	173,1174
PertFobos $10^{-8}$ (km/s <sup>2</sup> )	4,40	4,41	4,40	4,39	4,39
PertMarte $10^{-4}$ (km/s <sup>2</sup> )	4,38	4,38	4,38	4,38	4,38
PertJ2Fobos $10^{-11}$ (km/s <sup>2</sup> )	7,25	7,29	7,26	7,25	7,25
PertJ2Marte $10^{-7}$ (km/s <sup>2</sup> )	1,69	1,69	1,69	1,69	1,69

Fonte: Produção da autora.

Figura 3.3 – Evolução temporal de uma única órbita obtida com Fobos no periapsis, sendo  $D = 86$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,02$  km/s, considerando  $e = 0,0151$ ,  $J_2^{M2} = 0,105$  e  $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$  para os tempos de simulação: 5, 15, 30, 60 e 90 dias.



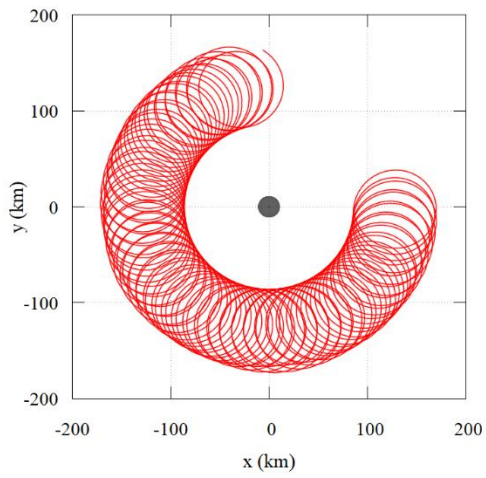
(a) 5 dias, sistema fixo



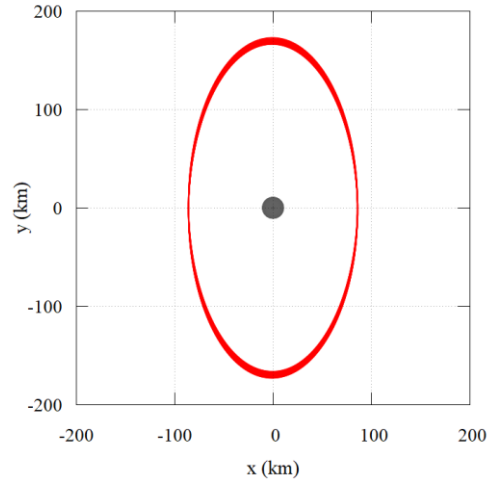
(b) 5 dias, sistema rotacional

(continua)

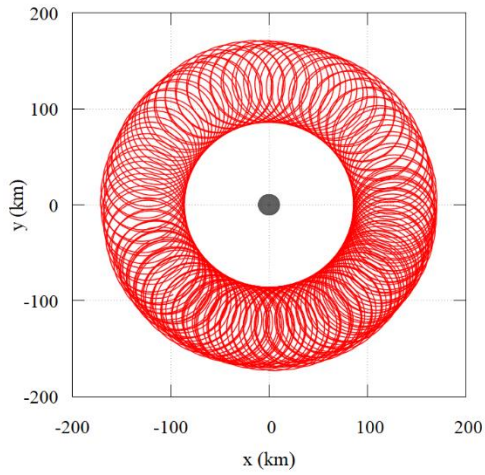
Figura 3.3 – Continuação.



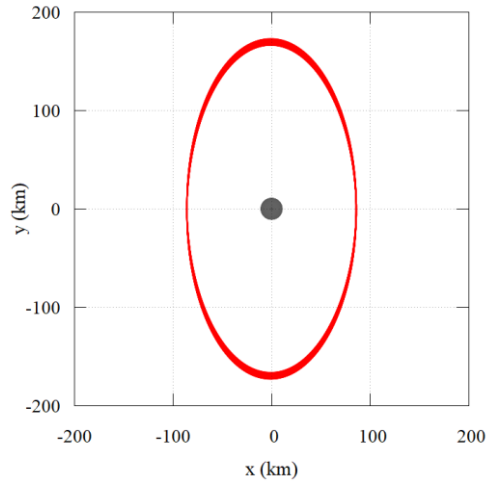
(c) 15 dias, sistema fixo



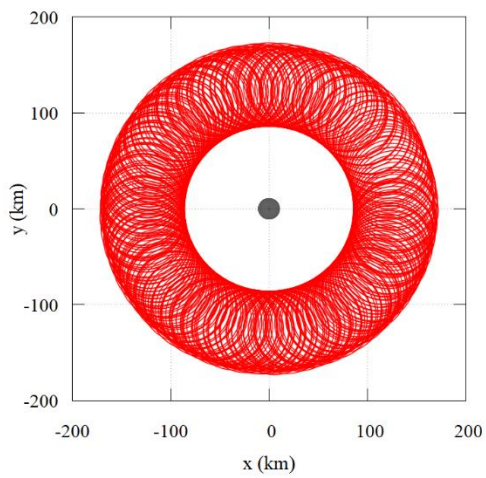
(d) 15 dias, sistema rotacional



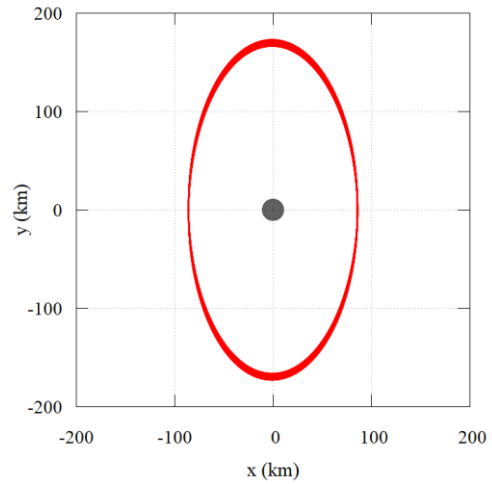
(e) 30 dias, sistema fixo



(f) 30 dias, sistema rotacional



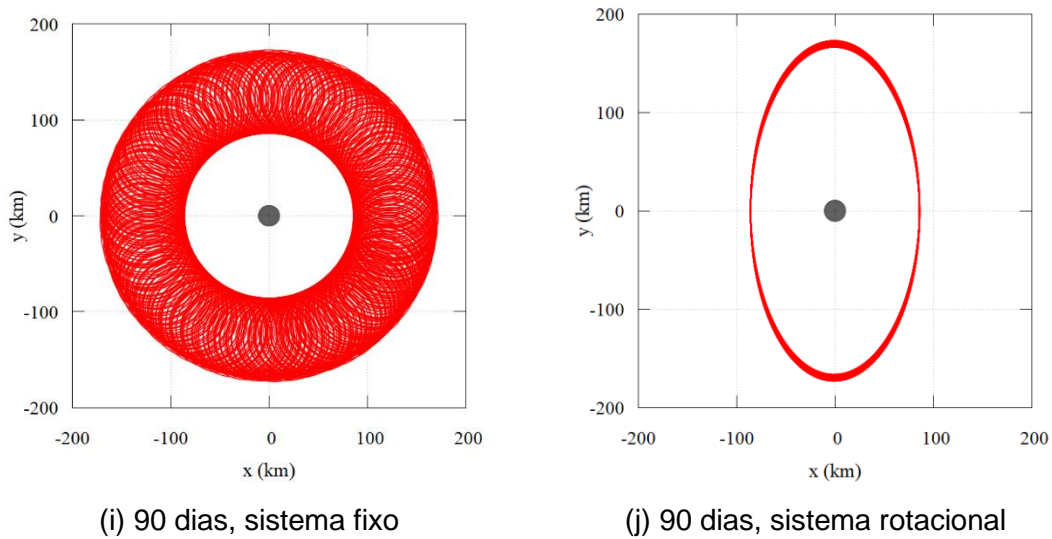
(g) 60 dias, sistema fixo



(h) 60 dias, sistema rotacional

(continua)

Figura 3.3 – Conclusão.



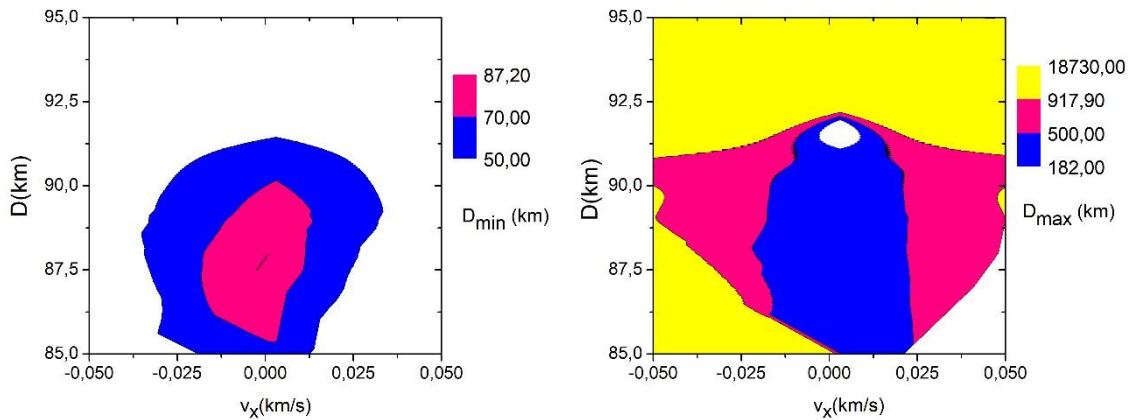
Fonte: Produção da autora.

O próximo passo é avaliar a influência da posição inicial de Fobos em sua órbita em torno de Marte.

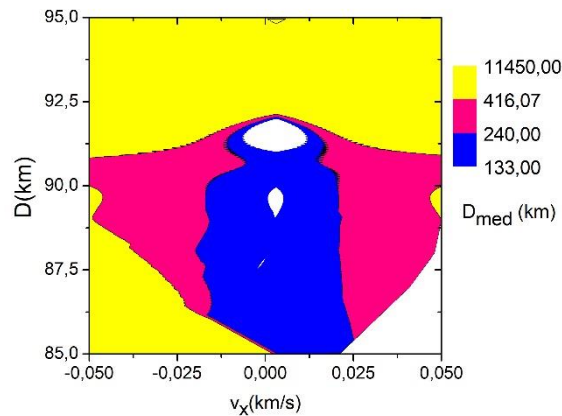
Agora Fobos é considerado no apoapsis de sua órbita em torno de Marte. A Figura 3.4 e a Tabela 3.5 mostram os resultados. A Figura 3.4 é claramente diferente da Figura 3.1, o que indica a importância da posição inicial de Fobos nessas órbitas. É observado o grande aumento de faixas de condições iniciais que geram órbitas com distâncias máximas menores. O alcance para distâncias máximas abaixo de 500 km é muito maior na Figura 3.4(b) (região azul), mostrando órbitas com  $D$  na faixa de 92 a 85 km que apresentam valores de  $D_{med}$  abaixo de 240 km e valores de  $D_{min}$  acima de 50 km. Por outro lado, a Figura 3.1(b) mostra que apenas valores de  $D < 90$  km apresentam órbitas nessa região, restringindo a faixa de condições iniciais. A Tabela 3.5 mostra uma comparação mais detalhada. As órbitas com menores distâncias máximas mostradas na Tabela 3.2 (Fobos inicialmente no periapsis) apresentam condições iniciais com  $D = 86$  km,  $v_x$  de 0,  $\pm 0,001$  ou  $\pm 0,002$  km/s e valores de distâncias máximas no intervalo de 173 a 190 km. A Tabela 3.5 (Fobos no apoapsis) mostra condições iniciais com  $D = 88$  km,  $v_x$  de 0,  $\pm 0,001$  ou  $\pm 0,002$  km/s e valores de distâncias máximas no intervalo de 182 a 195 km. Para os dois casos foi possível encontrar uma grande variedade de condições iniciais que apresentam valores

relativamente baixos de distância máxima. Também se observa que, quando Fobos está no periapsis, os valores de distância inicial  $D$  e das distâncias máximas são menores que quando comparados à situação no apoapsis.

Figura 3.4 – Distâncias médias, máximas e mínimas, em km, em função de  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s), com  $v_y = -0,02$  km/s, e considerando Fobos no apoapsis. O modelo assume  $e = 0,0151$ ,  $J_2^{M2} = 0,105$ ,  $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$  e  $t = 30$  dias.



(a) Distâncias mínimas Fobos-veículo espacial. (b) Distâncias máximas Fobos-veículo espacial.



(c) Distâncias médias Fobos-veículo espacial.

Fonte: Produção da autora.

Tabela 3.5 – Cinco órbitas em torno de Fobos com os menores valores de  $D_{\max}$  (km) assumindo  $v_y = -0,02$  km/s, Fobos inicialmente no apoapsis,  $e = 0,0151$ ,  $J_2^{M2} = 0,105$ ,  $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$  e  $t = 30$  dias. Resultados equivalentes para o modelo circular e esférico são representados por um asterisco (\*). Somente órbitas com  $D_{\min} > 50$  km são consideradas.

D (km)	$v_x$ (km/s)	$D_{\text{med}}$ (km)	$D_{\text{min}}$ (km)	$D_{\text{max}}$ (km)	$D_{\text{med}}^*$ (km)	$D_{\text{min}}^*$ (km)	$D_{\text{max}}^*$ (km)	$D_{\text{med}} - D_{\text{med}}^*$ (km)	$D_{\text{min}} - D_{\text{min}}^*$ (km)	$D_{\text{max}} - D_{\text{max}}^*$ (km)
88	0	134,0019	87,1987	182,4834	132,3749	77,8128	222,9871	1,6270	9,3859	-40,5037
88	-0,001	134,2280	87,1059	186,7048	132,5774	77,7302	223,9531	1,6506	9,3757	-37,2483
88	0,001	134,2409	87,1090	186,7135	132,6506	77,7274	223,9381	1,5903	9,3816	-37,2246
88	-0,002	134,9148	86,9587	194,6972	133,2534	77,6149	226,6496	1,6614	9,3438	-31,9524
88	0,002	134,9434	86,9595	194,7658	133,4029	77,5800	226,6514	1,5405	9,3795	-31,8855

Fonte: Produção da autora.

Na Tabela 3.5, nota-se que a suposição de órbitas circulares e corpos esféricos, modelo 2, introduz erros da ordem de 9,34 a 9,38 km para as distâncias mínimas; 1,54 a 1,66 km para as distâncias médias e 32 a 40,5 km para as distâncias máximas, para 30 dias de simulação. A última coluna da Tabela 3.5 mostra apenas resultados negativos, portanto o modelo simples pode superestimar as distâncias máximas. Comparando aos resultados semelhantes obtidos considerando Fobos inicialmente no periapsis (Tabela 3.2), observa-se a ocorrência de erros menores decorrentes dos dois modelos diferentes na presente geometria, em termos de distâncias máximas e médias, mas com o contrário ocorrendo para distâncias mínimas.

A Figura 3.5 mostra a primeira trajetória listada na Tabela 3.5 ao longo de 30 dias, nos sistemas de referência fixo e rotacional. Em todas as figuras, Fobos é considerado na origem do sistema de referência e suas dimensões são apresentadas em escala. A Tabela 3.6 mostra os valores durante a evolução do tempo, apenas para confirmar a estabilização dos parâmetros envolvidos. A nomenclatura é a mesma usada na Tabela 3.4. Para as Figuras 3.5(a) e 3.5(b), usamos o modelo 1, que considera uma órbita excêntrica e corpos achatados para Marte de Fobos, enquanto para as Figuras 3.5(c) e 3.5(d) usamos o modelo 2, que considera uma órbita circular para Fobos e corpos esféricos para Marte e Fobos. As trajetórias no sistema fixo mostram que o modelo 1 gera uma trajetória que permanece em um espaço mais limitado, enquanto as trajetórias desenhadas no sistema rotacional mostram que o modelo 1 gera uma trajetória que move o periapsis da órbita mais rapidamente.

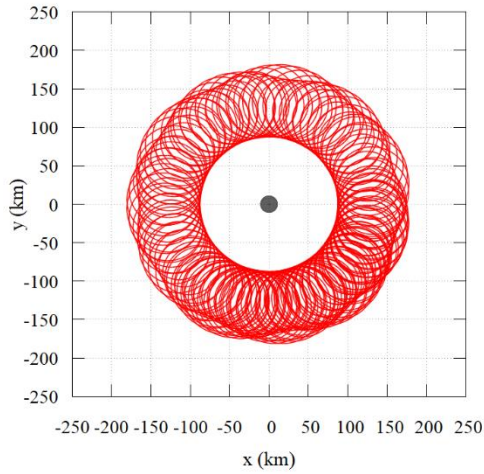


Tabela 3.6 – Fobos na apoapsis,  $D = 88$  km,  $v_x = 0$  km/s,  $v_y = -0,02$  km/s. É considerada uma órbita elíptica para Fobos e corpos achatados para Marte e Fobos. Tempos de simulação: 5, 15, 30, 60 e 90 dias.

t (dias)	5	15	30	60	90
$D_{med}$ (km)	134,1356	133,9020	134,0019	133,9605	133,9900
$D_{min}$ (km)	87,2293	87,1987	87,1987	87,1987	87,1987
$D_{max}$ (km)	182,1480	182,3653	182,4833	182,5808	182,5808
PertFobos $10^{-8}$ (km/s <sup>2</sup> )	4,25	4,25	4,22	4,23	4,22
PertMarte $10^{-4}$ (km/s <sup>2</sup> )	4,38	4,38	4,39	4,38	4,38
PertJ2Fobos $10^{-11}$ (km/s <sup>2</sup> )	6,76	6,77	6,71	6,73	6,71
PertJ2Marte $10^{-7}$ (km/s <sup>2</sup> )	1,69	1,69	1,69	1,69	1,69

Fonte: Produção da autora.

Figura 3.5 – Trajetórias com Fobos inicialmente no apoapsis,  $D = 88$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,02$  km/s e  $t = 30$  d. (a) e (b) considerando o modelo 1 com uma órbita elíptica para Fobos e corpos achatados para Marte e Fobos (vermelho). (c) e (d) considerando o modelo 2 com uma órbita circular para Fobos e corpos esféricos para Marte e Fobos (azul).

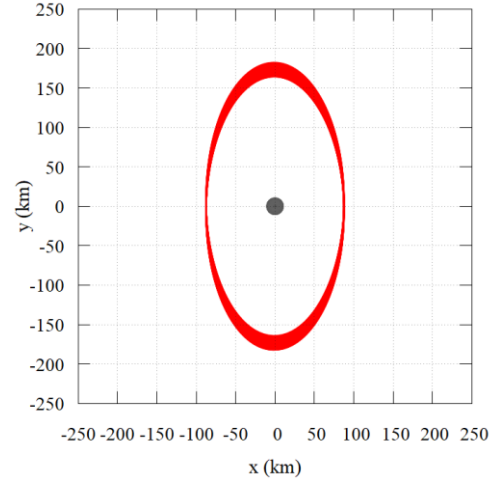


(a) 30 dias, sistema fixo

$$D_{\text{med}} = 134,0019 \text{ km}$$

$$D_{\text{min}} = 87,1987 \text{ km}$$

$$D_{\text{max}} = 182,4833 \text{ km}$$



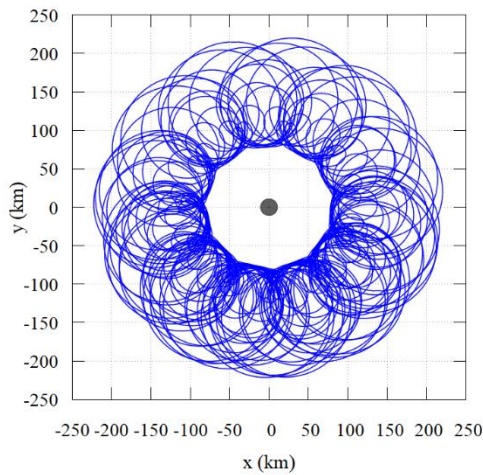
(b) 30 dias, sistema rotacional

$$\text{PertFobos} = 4,22 \times 10^{-8} \text{ km/s}^2$$

$$\text{PertMarte} = 4,38 \times 10^{-4} \text{ km/s}^2$$

$$\text{PertJ2Fobos} = 6,71 \times 10^{-11} \text{ km/s}^2$$

$$\text{PertJ2Marte} = 1,69 \times 10^{-7} \text{ km/s}^2$$

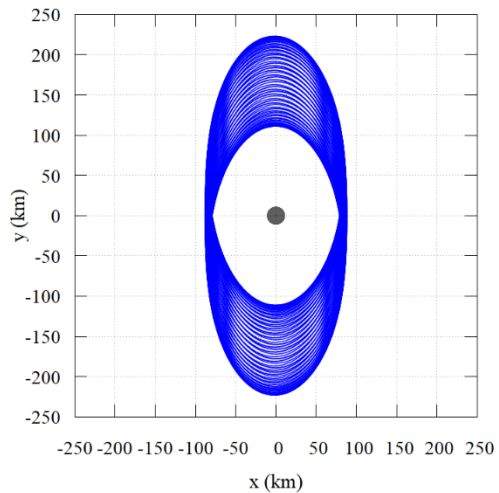


(c) 30 dias, sistema fixo

$$D_{\text{med}} = 132,3749 \text{ km}$$

$$D_{\text{min}} = 77,8128 \text{ km}$$

$$D_{\text{max}} = 222,9871 \text{ km}$$



(d) 30 dias, sistema rotacional

$$\text{PertFobos} = 4,77 \times 10^{-8} \text{ km/s}^2$$

$$\text{PertMarte} = 4,38 \times 10^{-4} \text{ km/s}^2$$

Fonte: Produção da autora.

### 3.1.1.1 Conclusão sobre os estudos de Fobos

Neste estudo foi possível observar que o tempo de 30 dias é suficiente para fazer as primeiras observações da lua, sendo que diferentes valores podem ser usados com a técnica apresentada. Algumas órbitas mais interessantes foram estudadas por até 90 dias.

Atenção particular foi dada ao efeito da posição inicial de Fobos em sua órbita ao redor de Marte com os resultados mostrando que quando Fobos está no periapsis, há uma grande variedade de condições iniciais para órbitas com pequenos valores de distância máxima, mas os valores são um pouco mais elevados em comparação com a situação em que Fobos está inicialmente no apoapsis.

Outro ponto estudado foi a importância do modelo matemático utilizado para representar o sistema. Uma dinâmica incluindo a excentricidade de Fobos e os termos  $J_2$  dos campos gravitacionais de Fobos e Marte foi utilizada e chamada de modelo 1. Simulações semelhantes foram feitas assumindo órbitas circulares para Fobos em torno de Marte e forma esférica para Fobos e Marte foi chamado de modelo 2. A diferença entre os modelos 1 e 2 para os valores de distância apresentaram erros da ordem de algumas dezenas de quilômetros. O modelo 2, circular e esférico, sempre subestima o valor de  $D_{max}$  para as órbitas mais próximas de Fobos. Mas mesmo com esses pequenos erros, o modelo 2 deve ser evitado, pois prevê colisões em situações em que não ocorrem usando o modelo 1 que inclui o termo  $J_2$  da lua e a excentricidade de sua órbita.

Também foi feita a avaliação das integrais ao longo do tempo para cada força envolvida na dinâmica. Com esta técnica foi possível obter uma medida quantitativa dos efeitos de cada força incluída na dinâmica. Os resultados mostraram que a contribuição do termo  $J_2$  do campo gravitacional de Fobos é duas ordens de magnitude menor do que a contribuição do termo principal do campo gravitacional de Fobos e que a contribuição do termo Kepleriano de Marte é de cerca de seis ordens de magnitude mais forte do que os efeitos de Fobos, o que confirma o fato de que as órbitas são realmente dominadas pelo campo gravitacional de Marte e apenas perturbadas por Fobos.

### 3.1.2 Deimos

Nesta seção, são apresentados os resultados das simulações considerando vários conjuntos de condições iniciais para o sistema Marte-Deimos-veículo espacial. Serão consideradas boas as condições iniciais que gerarem órbitas que mantenham os valores de distâncias entre 40 e 200 km do centro de Deimos. Inicialmente, considera-se o tempo de integração de 30 dias para a órbita. Tempos mais longos serão testados mais tarde. A Tabela 3.1 apresenta os parâmetros orbitais e físicos de Marte e Deimos.

Inicialmente serão apresentados os resultados considerando Deimos no periapsis em relação a Marte, após os resultados com relação à Deimos no apoapsis. Combinando os possíveis valores de condições iniciais do veículo espacial em relação a Deimos, são apresentados os mapas de cores, mostrando a distribuição das distâncias mínimas, máximas e médias veículo espacial-Deimos. As regiões que indicam colisões do veículo espacial com Deimos são representadas em branco. Usando esses mapas, é possível identificar as regiões de interesse e, se necessário, fazer uma pesquisa mais detalhada usando incrementos menores para as variáveis para encontrar condições iniciais mais precisas. Algumas das trajetórias também são apresentadas, para analisar seu comportamento.

A princípio, as simulações considerando o modelo 1, onde Marte tem uma forma não esférica e Deimos está em uma órbita excêntrica são mostradas. Posteriormente, uma nova simulação é realizada considerando o mesmo conjunto de condições iniciais, mas com Marte tendo uma forma esférica e Deimos assumido estar em uma órbita circular chamado de modelo 2. Dessa maneira, é possível analisar a influência de cada força na trajetória do veículo espacial e comparar os resultados de acordo com o modelo considerado. Também é feito o estudo das integrais das acelerações presentes na dinâmica, para quantificar a contribuição de cada força que atua na trajetória do veículo espacial.

A Figura 3.6 mostra as distâncias máxima ( $D_{max}$ ), mínima ( $D_{min}$ ) e média ( $D_{med}$ ) entre o veículo espacial e Deimos. As distâncias são apresentadas em função

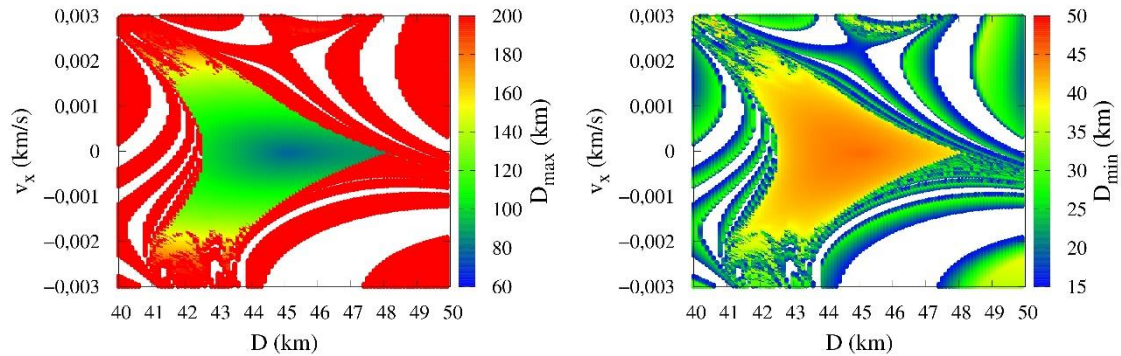
da distância inicial  $D$  (km) no eixo horizontal e da velocidade  $v_x$  (km/s) no eixo vertical. As órbitas começam quando Deimos está no periapsis. As escolhas desses parâmetros são feitas após simulações preliminares, variando todos os parâmetros das condições iniciais e selecionando os mais interessantes. Para a velocidade inicial  $v_y$ , observou-se que um valor fixo de  $-0,003$  km/s gerava órbitas que estavam a distâncias curtas e médias de Deimos. Para a distância inicial, o intervalo  $D$  de 40 a 50 km mostrou-se adequado, assim como o intervalo de valores para  $v_x$  de  $-0,003$  a  $0,003$  km/s.

Cada órbita é identificada por um ponto no gráfico que fornece um valor específico de  $D$  (eixo horizontal) e  $v_x$  (eixos verticais). Usando esta técnica, é possível mostrar as distâncias do veículo espacial-Deimos para selecionar as órbitas de interesse. Os valores de  $D_{max}$ , mostrados na Figura 3.6(a), variam de 78,30 a 23066,58 km. Os valores de  $D_{min}$ , Figura 3.6(b), variam de 16,00 a 45,09 km. Os valores de  $D_{med}$ , Figura 3.6(c), variam de 59,97 a 10975,41 km. A partir das figuras, é possível identificar que as trajetórias que permanecem mais próximas da lua estão localizadas na parte central do gráfico, onde estão localizados os valores mais baixos de  $D_{max}$  (Figura 3.6(a)), abaixo de 200 km. Isso corresponde a 22,50% do número total de soluções (as soluções que terminam em colisões divididas pelo número de soluções que sobrevivem por 30 dias). Os valores mais baixos de  $D_{med}$  (Figura 3.6(c)), abaixo de 100 km, correspondem a 22,28% do total de soluções. Observa-se também que existe uma correspondência na dispersão das órbitas, tanto para as mais próximas quanto para as mais distantes. Também existe simetria em relação ao eixo  $y$  para  $v_x$  igual a zero. No entanto, os valores mínimos de distância, Figura 3.6(c), se comportam quase inversamente quando comparados aos valores máximos e médios.

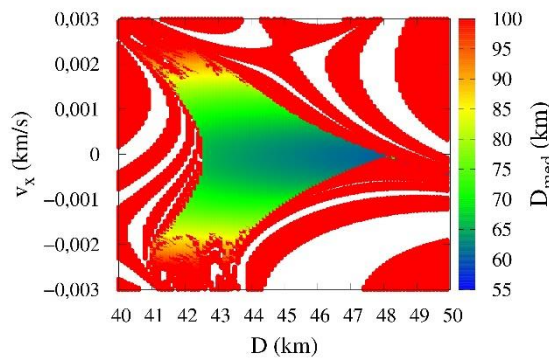
Os valores mais altos de  $D_{min}$ , entre 40,00 e 45,09 km, estão localizados na mesma região em que  $D_{max}$  e  $D_{med}$  têm os valores mais baixos. Essas trajetórias são próximas a Deimos, em distâncias seguras, para evitar riscos de colisão. Essas trajetórias são excelentes opções para colocar um veículo espacial. Os valores mais baixos de  $D_{min}$ , que estão entre 16,00 e 20,00 km, podem ser encontrados, na maioria dos casos, nos limites entre as áreas de altos valores

de  $D_{\max}$  (acima de 200 km) e  $D_{\min}$  (acima de 100 km) e áreas que indicam uma colisão, que são as áreas em branco. Isso indica que essas regiões não são boas opções para o veículo espacial: elas levam o veículo para longe da lua, mas às vezes podem passar muito perto e até colidir com Deimos. As Figuras 3.6(d) e 3.6(e) mostram a trajetória com  $D_{\max}$  máximo. As condições iniciais são:  $D = 49,9$  km,  $v_x = 0,00112$  km/s,  $v_y = -0,003$  km/s e dois tempos de simulação foram utilizados: 30 e 470 dias. Eles mostram claramente que o veículo espacial se afasta de Deimos e entra em uma órbita em torno de Marte que é co-orbital com Deimos.

Figura 3.6 – Distâncias máximas, mínimas e médias de Deimos, em km, em função de  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s), considerando  $v_y = -0,003$  km/s e Deimos no periapsis. As Figuras (d) e (e) mostram a trajetória com  $D_{\max}$  máximo.



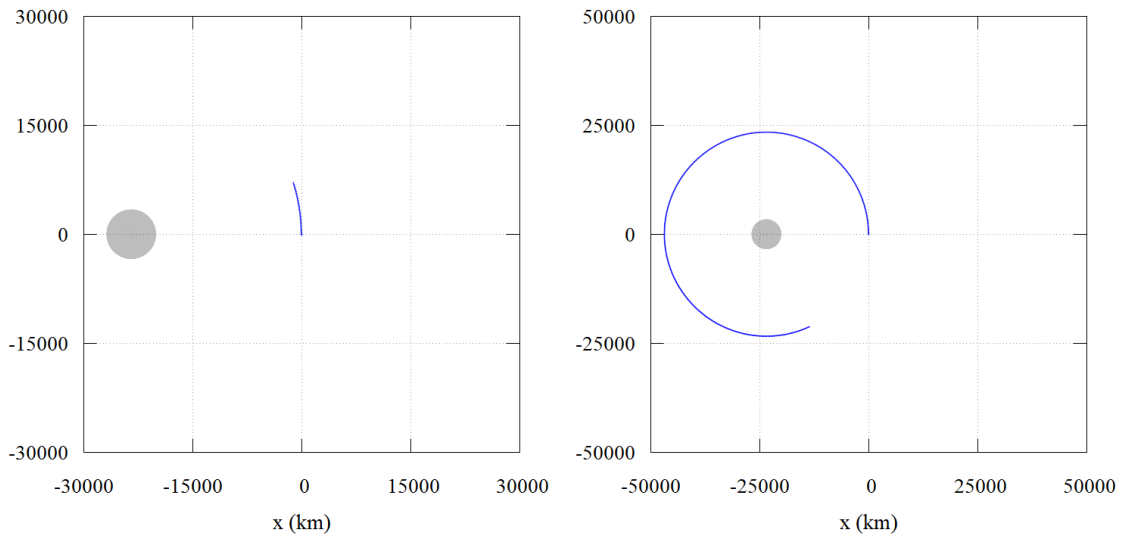
(a) Distâncias máximas Deimos-veículo espacial. (b) Distâncias mínimas Deimos-veículo espacial.



(c) Distâncias médias Deimos-veículo espacial.

(continua)

Figura 3.6 – Conclusão.



(d) Trajetória do veículo especial para  $t = 30$  dias,  $D_{\max} = 7221,3862$  km,  $D_{\min} = 21,2388$  km,  $D_{\text{med}} = 3405,8310$  km.

(e) Trajetória do veículo especial para  $t = 470$  dias,  $D_{\max} = 46939,0149$  km,  $D_{\min} = 21,2388$  km,  $D_{\text{med}} = 33424,9889$  km.

Fonte: Produção da autora.

A Tabela 3.7 mostra os valores das distâncias média, mínima e máxima para as cinco órbitas mais próximas de Deimos, ou seja, aquelas com valores mais baixos de  $D_{\max}$ . Observe que as trajetórias mantêm o veículo espacial na faixa de distância de 78,30 a 78,55 km de Deimos por 30 dias, sem a necessidade de manobras orbitais. Isso significa que são boas opções para colocar o veículo. Também são apresentados os valores correspondentes ao modelo 2 em que Deimos está em órbita circular e Marte tem forma esférica, indicados por um asterisco (\*). Analisando as diferenças entre os valores do modelo 1 e 2, observa-se apenas pequenas diferenças. Observe que, ao considerar corpos esféricos e órbita circular para a lua, modelo 2, os erros são da ordem de -25 m para as distâncias máximas; -28 a -2 m para as distâncias mínimas e -103 a 31 m para as distâncias médias, durante um período de 30 dias. Observe também que, ao considerar o modelo 2, os valores das distâncias máximas podem ser superestimados ou subestimados. Isso é mostrado pelos valores negativos e positivos, respectivamente.

A Tabela 3.8 mostra a comparação entre o modelo 2 e o modelo 1, em 30 dias. Nesse caso, o modelo 2 é usado como referência. São apresentadas as cinco trajetórias mais próximas considerando  $v_y = -0,003$  km/s, uma órbita circular para Deimos e uma forma esférica para os corpos. O tempo de simulação é igual a 30 dias. Os resultados correspondentes, considerando o modelo 1, são indicados por  $D_{\max}^{\#}$ . Os valores de  $D_{\max} - D_{\max}^{\#}$  variam de -103 a 44 m e os três primeiros valores são negativos, o que mostra que os valores de  $D_{\max}$  são subestimados para as órbitas próximas a Deimos e, caso contrário, são superestimados. Observe que as trajetórias com os valores mais baixos das distâncias máximas têm as mesmas condições iniciais da Tabela 3.7, mas em alguns casos em ordem diferente. A distância máxima mais baixa ocorre para  $D = 45,1$  km e  $v_x = 0$  km/s, e o valor é  $D_{\max} = 78,40$  km. A menor distância máxima obtida na Tabela 3.7 também ocorre para as mesmas condições iniciais sendo  $D_{\max} = 78,30$  km, ou seja, a distância máxima é 10 m menor do que do caso do modelo 2.



Tabela 3.7 – Cinco órbitas em torno de Deimos com os menores valores de  $D_{max}$  (km) assumindo  $v_y = -0,003$  km/s, Deimos inicialmente no periapsis,  $e = 0,0002$ ,  $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$  e  $t = 30$  dias. Resultados equivalentes para o modelo circular e esférico são representados por um asterisco (\*).

D (km)	$v_x$ (km/s)	$D_{med}$ (km)	$D_{min}$ (km)	$D_{max}$ (km)	$D_{med}^*$ (km)	$D_{min}^*$ (km)	$D_{max}^*$ (km)	$D_{med}-D_{med}^*$ (km)	$D_{min}-D_{min}^*$ (km)	$D_{max}-D_{max}^*$ (km)
45,1	0	62,8318	45,0902	78,3024	62,8565	45,0877	78,4059	-0,0248	0,0025	-0,1035
45,1	-0,00001	62,8317	45,0633	78,4335	62,8565	45,0678	78,5178	-0,0248	-0,0046	-0,0843
45,1	0,00001	62,8333	45,0637	78,4375	62,8581	45,0678	78,5177	-0,0248	-0,0041	-0,0802
45,2	0	62,7457	44,9811	78,4863	62,7707	45,0094	78,4426	-0,0250	-0,0283	0,0437
45,2	0,00001	62,7472	44,9685	78,5580	62,7722	44,9944	78,5269	-0,0250	-0,0259	0,0311

Fonte: Produção da autora.

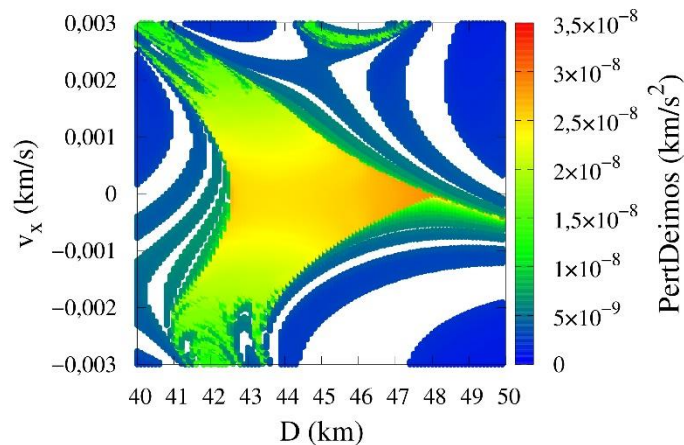
Tabela 3.8 – Cinco órbitas em torno de Deimos com os menores valores de  $D_{max}$  (km) assumindo  $v_y = -0,003$  km/s, Deimos inicialmente no periapsis,  $e = 0$ ,  $J_2^{M1} = 0$  e  $t = 30$  dias. Resultados equivalentes para o modelo elíptico e achatado são representados por um asterisco (#).

D (km)	$v_x$ (km/s)	$D_{med}$ (km)	$D_{min}$ (km)	$D_{max}$ (km)	$D_{med}^{\#}$ (km)	$D_{min}^{\#}$ (km)	$D_{max}^{\#}$ (km)	$D_{med}-D_{med}^{\#}$ (km)	$D_{min}-D_{min}^{\#}$ (km)	$D_{max}-D_{max}^{\#}$ (km)
45,1	0	62,8565	45,0877	78,4059	62,8318	45,0902	78,3024	0,0248	-0,0025	0,1035
45,2	0	62,7707	45,0094	78,4426	62,7457	44,9811	78,4863	0,0250	0,0283	-0,0437
45,1	0,00001	62,8581	45,0678	78,5177	62,8333	45,0637	78,4375	0,0248	0,0041	0,0802
45,1	-0,00001	62,8565	45,0678	78,5178	62,8317	45,0633	78,4335	0,0248	0,0046	0,0843
45,2	0,00001	62,7722	44,9944	78,5269	62,7472	44,9685	78,5580	0,0250	0,0259	-0,0311

Fonte: Produção da autora.

A Figura 3.7 mostra a contribuição devida a Deimos, em  $\text{km/s}^2$ , usando as mesmas condições iniciais da Figura 3.7. O efeito devido à gravidade de Deimos (PertDeimos) varia de  $1,14 \times 10^{-9}$  a  $3,04 \times 10^{-8} \text{ km/s}^2$ . Os valores mais altos estão localizados perto de  $v_x = 0$ , incluindo a mesma área em que as trajetórias mais próximas a Deimos estão localizadas (com os menores valores de  $D_{\text{max}}$  e  $D_{\text{med}}$ ), que é a melhor região para selecionar órbitas. Com uma análise semelhante para as outras forças, é possível encontrar a contribuição do campo gravitacional de Marte, que é aproximadamente  $7,07 \times 10^{-5} \text{ km/s}^2$ , ou seja, de três a quatro ordens de magnitude mais fortes do que o efeito de Deimos. Isso confirma que esses tipos de órbitas são dominados pelo campo gravitacional de Marte, enquanto Deimos é apenas uma perturbação. Novamente tem-se quantificado o efeito esperado pelos QSOs, onde a massa do maior corpo domina a dinâmica do sistema. A contribuição do termo  $J_2$  devido ao potencial gravitacional de Marte é da ordem de  $4,30 \times 10^{-9}$ , que é quatro vezes menor que seu equivalente no termo kepleriano do campo gravitacional de Marte. É também uma ordem de magnitude menor que o efeito de Deimos.

Figura 3.7 – Perturbação devida a Deimos, em  $\text{km/s}^2$ , em função de  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s).



Fonte: Produção da autora.

O próximo passo é verificar o comportamento dessas órbitas por períodos mais longos. A Tabela 3.9 mostra a distância (km) e o índice de perturbação ( $\text{km/s}^2$ )

para tempos de simulação de 5, 15, 30, 60 e 90 dias. É claro que algumas QSOs podem "sobreviver" por períodos mais longos. O modelo 1 considerado possui uma órbita elíptica considerando Deimos no periapsis,  $e = 0,0002$ , formato achatado para Marte e  $J_2 = 1960,45 \times 10^{-6}$ . As condições iniciais da trajetória são:  $D = 45,1$  km,  $v_x = 0$  e  $v_y = -0,003$  km/s. Os valores das distâncias e perturbações permaneceram estáveis durante o tempo simulado. Lembre-se de que cada resultado individual das integrais das acelerações é dividido pelo tempo total de integração, para obter um número normalizado.

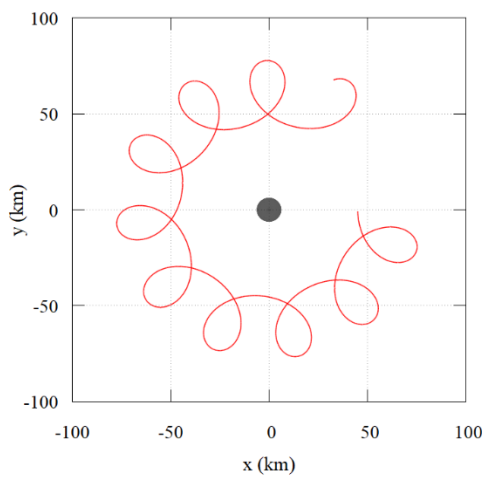
A trajetória indicada na Tabela 3.9 é mostrada na Figura 3.8, durante 5, 15, 30, 60 e 90 dias. A trajetória é mostrada no sistema fixo e rotacional. Deimos é apresentado em escala e fixado na origem dos dois sistemas de coordenadas. A trajetória ilustra muito bem a estabilidade dos números relacionados a ela, como mostra a Tabela 3.9. Observe que, ao integrar por períodos de tempo mais longos, o veículo espacial realiza mais revoluções, mas todas elas têm o mesmo padrão.

Tabela 3.9 – Evolução temporal de uma única órbita obtida com Deimos no periapsis,  $D = 45,4$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,003$  km/s, considerando  $e = 0,0002$ ,  $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$  para os tempos de simulação: 5, 15 e 30 dias.

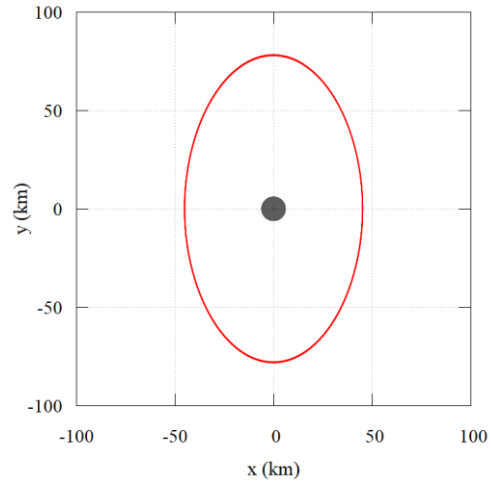
t (dias)	5	15	30	60	90
$D_{max}$ (km)	78,2802	78,2997	78,3024	78,3024	78,3024
$D_{min}$ (km)	45,0963	45,0902	45,0902	45,0888	45,0888
$D_{med}$ (km)	62,9590	62,8732	62,8317	62,7748	62,7935
PertDeimos $10^{-8}$ (km/s <sup>2</sup> )	2,49	2,49	2,50	2,51	2,51
PertMarte $10^{-5}$ (km/s <sup>2</sup> )	7,02	7,00	7,00	7,00	7,00
PertJ2Marte $10^{-9}$ (km/s <sup>2</sup> )	4,32	4,32	4,32	4,32	4,32

Fonte: Produção da autora.

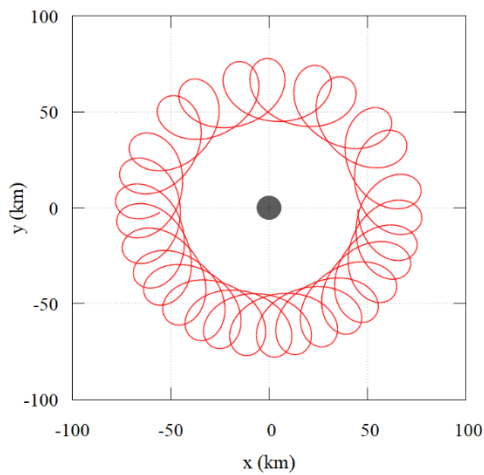
Figura 3.8 – Evolução temporal de uma única órbita obtida com Deimos no periapsis,  $D = 45,4$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,003$  km/s, considerando  $e = 0,0002$ ,  $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$ , para os tempos de simulação: 5, 15, 30, 60 e 90 dias.



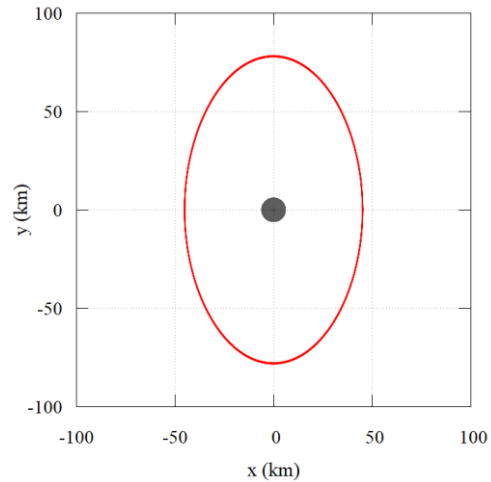
(a) 5 dias, sistema fixo



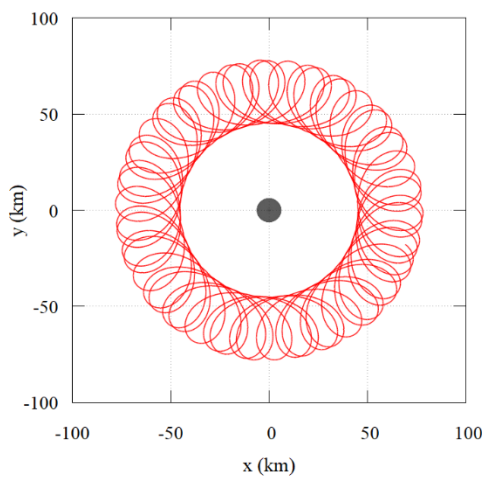
(b) 5 dias, sistema rotacional



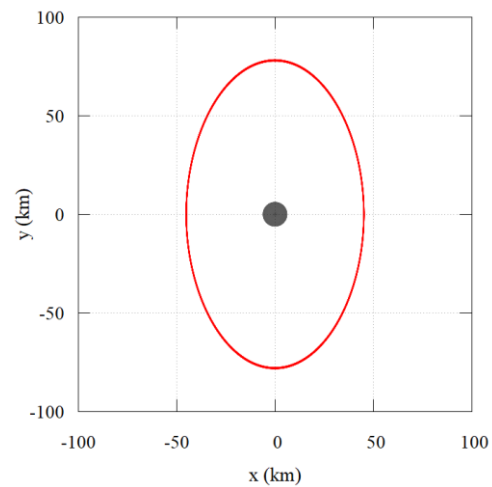
(c) 15 dias, sistema fixo



(d) 15 dias, sistema rotacional

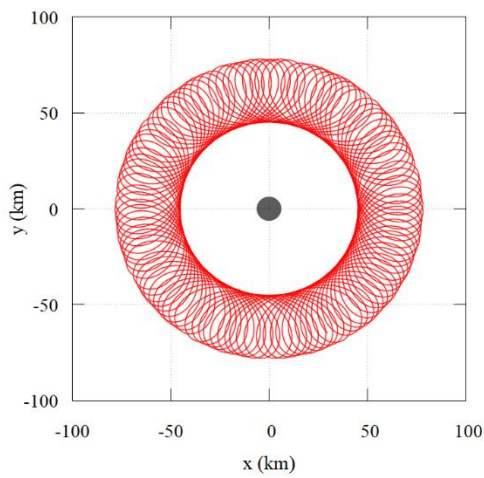


(e) 30 dias, sistema fixo

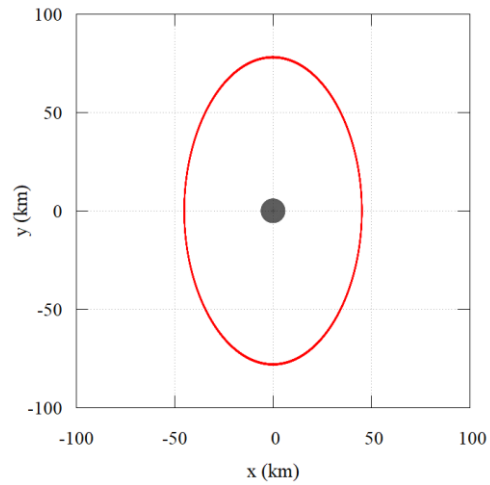


(f) 30 dias, sistema rotacional  
(continua)

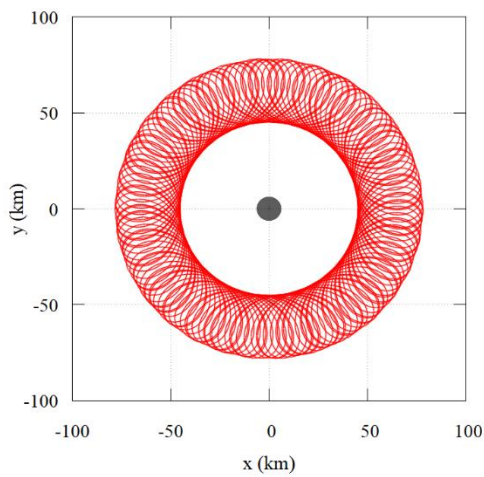
Figura 3.8 – Conclusão.



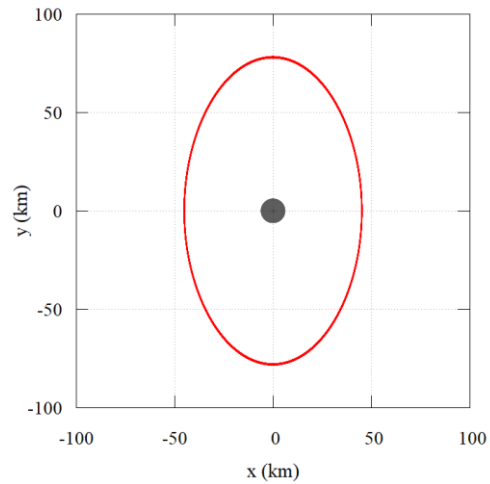
(g) 60 dias, sistema fixo



(h) 60 dias, sistema rotacional



(i) 90 dias, sistema fixo



(j) 90 dias, sistema rotacional

Fonte: Produção da autora.

Agora, estudamos esse problema considerando a posição inicial de Deimos no apoapsis. Os resultados são mostrados na Figura 3.9 e na Tabela 3.10. Na Figura 3.9, o mesmo conjunto de condições iniciais usadas para fazer a Figura 3.6 é considerado: a componente vertical inicial da velocidade  $v_y$  é fixada em  $-0,003$  km/s, a distância inicial  $D$  varia de 40 a 50 km e a componente horizontal da velocidade inicial varia de  $-0,003$  a  $0,003$  km/s. As distâncias média, mínima e máxima do veículo espacial-Deimos têm um comportamento semelhante ao observado quando Deimos está no periapsis. Os valores mais baixos de  $D_{med}$  (Figura 3.11(c)), abaixo de 100 km, seguem os valores menores de  $D_{max}$  (Figura

3.77(a)), abaixo de 200 km, enquanto os valores de  $D_{\min}$  se comportam de maneira oposta.

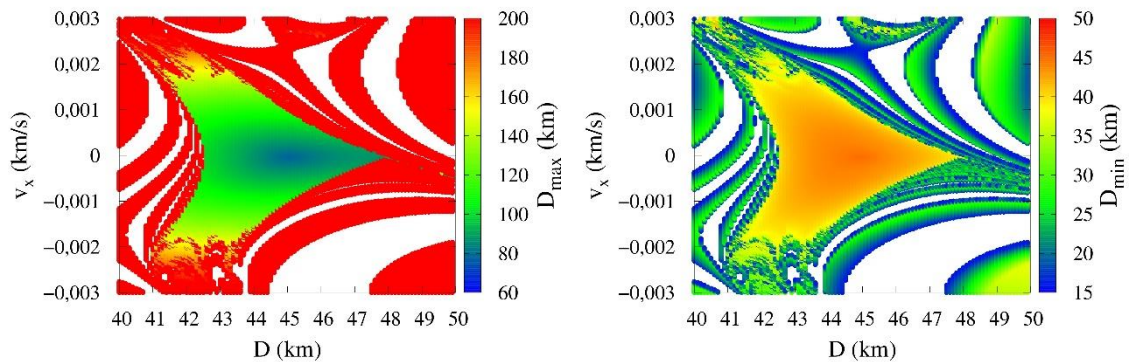
Para a Figura 3.9, os valores mais baixos de  $D_{\max}$  correspondem a 22,09% do total de soluções e os valores mais baixos de  $D_{\text{med}}$  correspondem a 21,80% do total de soluções. Comparando os valores mais baixos de  $D_{\max}$  e  $D_{\text{med}}$  com os valores encontrados quando Deimos está no periapsis, 22,50% e 22,28%, respectivamente, há uma diminuição de 0,41% para  $D_{\max}$  e uma diminuição de 0,48% para  $D_{\text{med}}$  quando Deimos está inicialmente no apoapsis. Os valores de  $D_{\max}$ , Figura 3.9(a), variam de 78,12 a 23145,92 km, ou seja, uma faixa de valores maior que a encontrada quando Deimos está no periapsis, 78,30 a 23066,58 km. A trajetória para  $D_{\max} = 23.145,92$  km é semelhante à mostrada na Figura 3.6, e o veículo espacial se afasta de Deimos para entrar em uma órbita em torno de Marte que é co-orbital com Deimos. Os valores de  $D_{\min}$ , Figura 3.7(b), variam de 16,00 a 45,00 km, ou seja, um intervalo de valores aproximadamente igual ao encontrado para Deimos no periapsis, 16,00 a 45,09 km. Os valores de  $D_{\text{med}}$ , Figura 3.6(c), variam de 59,00 a 10913,27 km, ou seja, uma faixa de valores menor do que quando Deimos está no periapsis, de 59,97 a 10975,41 km. Os valores de  $D_{\max}$  e  $D_{\text{med}}$  são os mais influenciados pela posição de Deimos, apresentando valores mínimos menores quando Deimos está no apoapsis.

A Tabela 3.10 mostra as cinco trajetórias com os menores valores de  $D_{\max}$ , obtidos com Deimos no apoapsis. As condições iniciais apresentam os valores de  $D$  iguais a 45 e 45,1 km,  $v_x$  iguais a 0,  $\pm 0,00001$  km/s e valores das distâncias máximas no intervalo de 78,12 a 78,34 km. Na Tabela 3.7, Deimos está inicialmente no periapsis, e as condições iniciais eram  $D = 45,1$  ou 45,2 km,  $v_x = 0$  ou  $\pm 0,00001$  km/s e valores de distâncias máximas no intervalo de 78,30 a 79,49 km. Comparando os valores mostrados nas Tabelas 3.10 e 3.7, observa-se que os valores da distância inicial  $D$  e das distâncias máximas são menores quando a lua está no apoapsis do que quando está no periapsis.

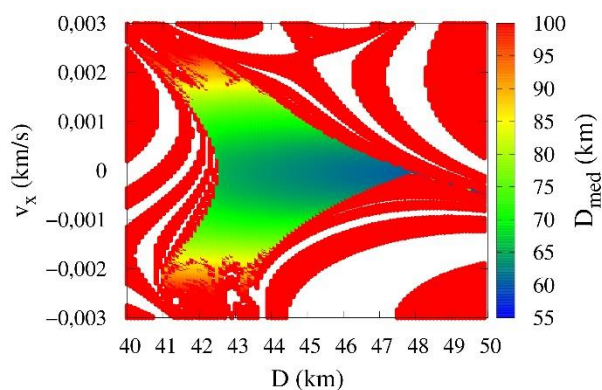
A Tabela 3.10 também mostra que, ao considerar o modelo 2 (com órbitas circulares e uma forma esférica para Marte), as diferenças para a distância

mínima estão entre zero e 10 m; para a distância média, são cerca de 35,5 m e para a distância máxima entre -71 e 174 m, para um tempo de integração de 30 dias. Os valores negativos da última coluna da Tabela 3.10 implicam que, ao considerar o modelo 2, superestimamos um pouco o  $D_{\max}$ . Comparando esses resultados com os da Tabela 3.7, (para o caso do periapsis), observa-se que os valores da última coluna são da ordem de -103 a 44 m, portanto, menores em magnitude do que os apresentados na Tabela 3.10, o que significa que, ao considerar o modelo 2, no caso do apoapsis, os valores das distâncias máximas são menos superestimados do que no caso do periapsis.

Figura 3.9 – Distâncias máximas, mínimas e médias de Deimos, em km, em função de  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s), considerando  $v_y = -0,003$  km/s e que Deimos está no apoapsis de sua órbita em torno de Marte.



(a) Distâncias máximas Deimos-veículo espacial. (b) Distâncias mínimas Deimos-veículo espacial.



(c) Distâncias médias Deimos-veículo espacial.

Fonte: Produção da autora.

Tabela 3.10 – Cinco órbitas em torno de Deimos com os menores valores de  $D_{\max}$  (km) assumindo  $v_y = -0,003$  km/s, Deimos inicialmente no apoapsis,  $e = 0,0002$ ,  $J_2^{M1} = 1960,45 \times 10^{-6}$ ,  $t = 30$  dias. Resultados equivalentes para o modelo circular e esférico são representados por um asterisco (\*).

D (km)	$v_x$ (km/s)	$D_{\text{med}}$ (km)	$D_{\text{min}}$ (km)	$D_{\text{max}}$ (km)	$D_{\text{med}}^*$ (km)	$D_{\text{min}}^*$ (km)	$D_{\text{max}}^*$ (km)	$D_{\text{med}} - D_{\text{med}}^*$ (km)	$D_{\text{min}} - D_{\text{min}}^*$ (km)	$D_{\text{max}} - D_{\text{max}}^*$ (km)
45	0	62,6936	45,0008	78,1259	62,6585	45,0011	77,9523	0,0352	-0,0002	0,1736
45	0,00001	62,6951	44,9787	78,2525	62,6599	44,9704	78,1293	0,0352	0,0083	0,1232
45	-0,00001	62,6936	44,9781	78,2537	62,6584	44,9679	78,1300	0,0352	0,0102	0,1237
45,1	0	62,6034	44,9005	78,2669	62,5673	44,8562	78,3369	0,0361	0,0443	-0,0700
45,1	0,00001	62,6049	44,8872	78,3424	62,5688	44,8436	78,4038	0,0361	0,0436	-0,0614

Fonte: Produção da autora.



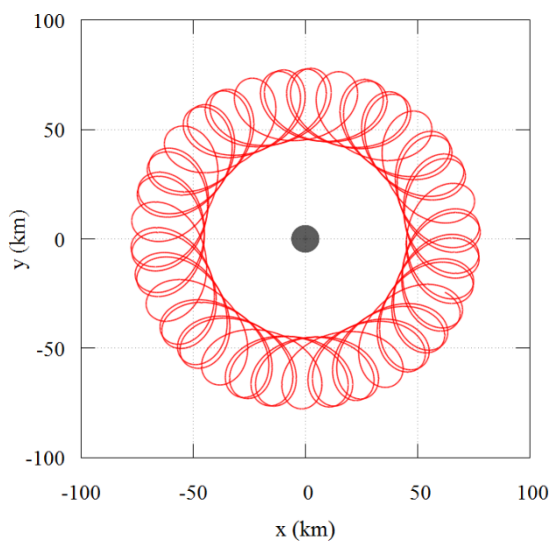
A Figura 3.10 mostra a primeira trajetória listada na Tabela 3.10 ao longo de 30 dias, nos sistemas de referência fixo e rotacional. Em todas as figuras, Deimos é considerado estar na origem do sistema de referência e suas dimensões são apresentadas em escala. A Tabela 3.11 mostra os valores durante a evolução do tempo, apenas para confirmar a estabilização dos parâmetros envolvidos. A nomenclatura é a mesma usada na Tabela 3.6. Para as Figuras 3.10(a) e 3.10(b), usamos o melhor modelo, enquanto para as Figuras 3.10(c) e 3.10(d) usamos o modelo com uma órbita circular para Deimos e corpos esféricos para Marte e Deimos. Diferentemente do que ocorre com Fobos, observa-se que as trajetórias para o caso completo e simples apresentam o mesmo perfil, tanto no sistema fixo como no rotacional.

Tabela 3.11 – Deimos no apoapsis,  $D = 45 \text{ km}$ ,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,003 \text{ km/s}$ . É considerada uma órbita elíptica para Deimos e corpo achatado para Marte. Tempos de simulação: 5, 15, 30, 60 e 90 dias.

t (dias)	5	15	30	60	90
$D_{\max}$ (km)	78,1172	78,1221	78,1285	78,1269	78,1269
$D_{\min}$ (km)	45,0142	45,0052	45,0008	45,0008	45,0007
$D_{\text{med}}$ (km)	62,8246	62,7204	62,6936	62,6416	62,6360
PertDeimos $10^{-8}$ (km/s <sup>2</sup> )	2,50	2,51	2,51	2,52	2,52
PertMarte $10^{-5}$ (km/s <sup>2</sup> )	7,01	7,00	7,00	7,00	7,00
PertJ2Marte $10^{-9}$ (km/s <sup>2</sup> )	4,32	4,32	4,32	4,32	4,32

Fonte: Produção da autora.

Figura 3.10 – Trajetórias com Deimos inicialmente no apoapsis,  $D = 45$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,003$  km/s e  $t = 30$  dias, considerando: (a) e (b) uma órbita elíptica para Deimos e corpo achatado para Marte, modelo 1 (vermelho), (c) e (d) uma órbita circular para Deimos e corpos esféricos, modelo 2 (azul).

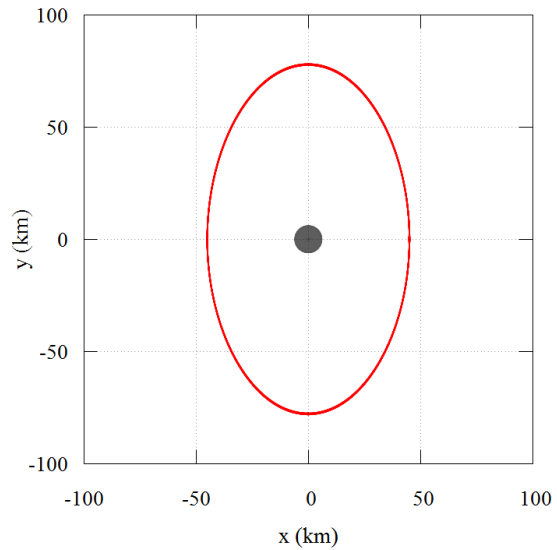


(a) 30 dias, sistema fixo

$$D_{\text{med}} = 78,1285 \text{ km}$$

$$D_{\text{min}} = 45,0008 \text{ km}$$

$$D_{\text{max}} = 62,6936 \text{ km}$$

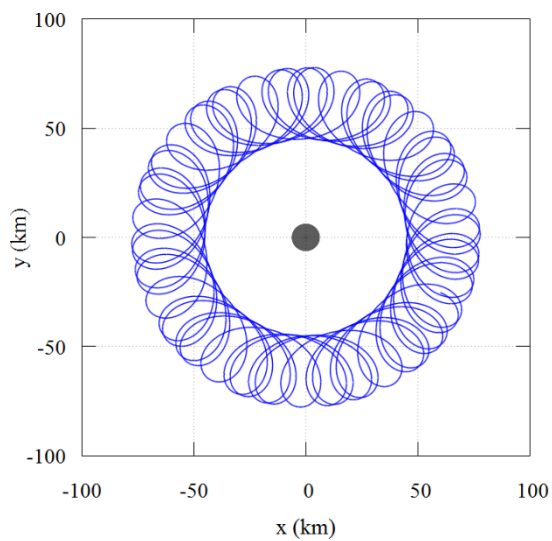


(b) 30 dias, sistema rotacional

$$\text{PertDeimos} = 2,51 \times 10^{-8} \text{ km/s}^2$$

$$\text{PertMarte} = 7,00 \times 10^{-5} \text{ km/s}^2$$

$$\text{PertJ2Marte} = 4,32 \times 10^{-9} \text{ km/s}^2$$

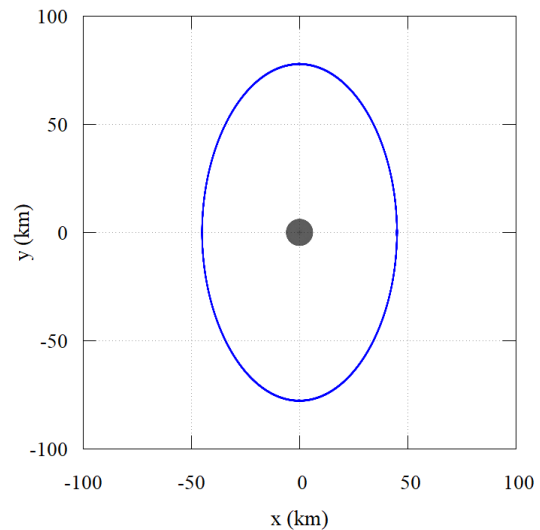


(c) 30 dias, sistema fixo

$$D_{\text{med}} = 77,9523 \text{ km}$$

$$D_{\text{min}} = 45,0011 \text{ km}$$

$$D_{\text{max}} = 62,6584 \text{ km}$$



(d) 30 dias, sistema rotacional

$$\text{PertDeimos} = 2,52 \times 10^{-8} \text{ km/s}^2$$

$$\text{PertMarte} = 7,00 \times 10^{-5} \text{ km/s}^2$$

Fonte: Produção da autora.

### **3.1.2.1 Conclusão sobre os estudos de Deimos**

No estudo de Deimos o tempo de 30 dias foi considerado suficiente para realizar as primeiras observações da lua, sendo que as órbitas mais interessantes foram estudadas por até 90 dias.

Ao considerar Deimos em duas posições orbitais diferentes em relação a Marte, periapsis e apoapsis, os resultados mostraram condições iniciais semelhantes para as órbitas com pequenos valores de distância máxima, sendo os valores da diferença de  $D_{\max}$  um pouco maiores quando Deimos está inicialmente no apoapsis.

Como a excentricidade da órbita de Deimos é da ordem de  $10^{-4}$  e ele está mais distante de Marte, à 23458 km, foram observadas diferenças de  $D_{\max}$  entre os modelos 1 e 2 da ordem de 30 a 104 m no periapsis e de 60 a 170 m no apoapsis. Mas sempre que possível deve-se usar o modelo 1, pois ele prevê colisões em situações em que não ocorrem usando o modelo 2.

Os resultados dos estudos das integrais mostraram que a contribuição do termo Kepleriano de Deimos é de três a quatro ordens de magnitude menor do que os efeito de Marte, confirmando o fato de que as órbitas são realmente dominadas pelo campo gravitacional de Marte e apenas perturbadas por Deimos. Este estudo mostrou quantitativamente os valores dessas contribuições.

## **3.2 Asteroides**

Os asteroides guardam segredos do Sistema Solar e como muitos desses corpos estão localizados a milhares de quilômetros de distância, seus formatos reais ou até mesmo se são formados por mais de um corpo ainda permanecem desconhecidos. A seguir, serão apresentados dois estudos envolvendo asteroides. No primeiro, considera-se que o asteroide Pallas tenha uma pequena lua e se deseja orbitar essa lua com um veículo espacial utilizando as QSOs. No segundo, é considerado que o asteroide triplo 2001 SN<sub>263</sub> seja um único corpo de formato achatado e o objetivo é utilizar essa redução de formato para realmente avaliar o asteroide.

### 3.2.1 Pallas

Pallas é um dos três maiores asteroides do Sistema Solar com um diâmetro médio de aproximadamente de 512 km; possui uma órbita moderadamente excêntrica e altamente inclinada. Está localizado na parte central do cinturão de asteroides e foi o segundo asteroide a ser descoberto. (BILLS; SCOTT, 2017) Sua forma é arredondada como Ceres, o primeiro e maior asteroide a ser descoberto. Ele é menos denso que Vesta, que tem aproximadamente o mesmo tamanho de Pallas e foi o quarto asteroide a ser descoberto (CARRUBA et al. 2012).

Pallas faz parte de uma família de asteroides composta por 128 corpos (NESVORNÝ et al., 2015). Em uma família de asteroides seus membros compartilham elementos orbitais semelhantes como semieixo maior, inclinação e excentricidade orbital (ZAPPALA; CELINO, 1993). Acredita-se que essa família tenha surgido de fragmentos de colisão de asteroides anteriores com o asteroide Pallas. A família de Pallas se encontra distribuída entre o semieixo que vai e 2,7 a 2,82 u.a. (TODOROVIĆ; NOVAKOVIĆ, 2015) sendo que Pallas tem semieixo igual a 2,77 u.a. O maior membro da família, após Pallas, é o asteroide 5222 Ioffe com diâmetro aproximado de 22 km. Os restantes são muito menores (LCDB DATA, 2021). Análise espectroscópicas revelaram que os asteroides da família Pallas são do tipo B, formados por carbono (CARRUBA, 2010; CELINO, 2002). Muitos asteroides carbonáceos contêm moléculas orgânicas e aminoácidos, o que pode ter contribuído para o desenvolvimento da vida na Terra. Acredita-se que exista uma alta concentração de água congelada na composição de Pallas, o que torna seu estudo muito atrativo (AMOS, 2009). A existência de um possível companheiro para Pallas está em especulação há algum tempo, embora ainda não tenha sido comprovada. Estudos realizados no início dos anos 80 por meio de osculação, chegaram a especular que Pallas possuísse uma lua de 1 km de diâmetro, ou ainda, que tivesse uma lua de 175 km localizada a 750 km de Pallas, mas ambos os fatos ainda não foram comprovados (JOHNSTON, 2020). Em Prado (2015) é utilizada a ideia de Pallas possuir uma pequena lua de 1 km de diâmetro localizada a 750 km de distância e então, são utilizadas as QSOs no problema restrito de três corpos circular plano

para orbitar a pequena lua. Em 2016 foram feitos testes comparativos utilizando espectrografia entre os membros da família de Pallas e outros asteroides do tipo B próximos. Nesses testes foi possível medir com precisão corpos que vão de 2 km a centenas de quilômetros de diâmetro, mas ainda não é possível estudar corpos de tamanhos menores com precisão (ALÍ-LAGOA et al., 2016).

A proposta do estudo a seguir é considerar que Pallas possua uma pequena lua e então, realizar uma busca numérica por órbitas do tipo QSOs para observar uma pequena lua em torno de Pallas, de modo que elas mantenham o veículo espacial a distâncias na ordem de 3 a 50 km da lua, para fazer observações mais próximas, mas evitando altos riscos de colisões com o veículo e o asteroide menor. Em particular, serão estudados os efeitos do tamanho da lua e sua posição em relação à Pallas. Também serão estudados os efeitos da pressão da radiação solar nas trajetórias do veículo espacial, uma força importante em sistemas como esse. Presume-se que as distâncias entre a lua e Pallas tenham dois valores: 750 e 500 km, com o objetivo de estudar os efeitos dessa distância nas órbitas ao redor da lua. Os valores do raio da possível lua são variados para cobrir o intervalo: 0,125, 0,250, 0,375, 0,500, 0,625, 0,750, 0,875 e 1 km. Considera-se que a lua tenha uma forma esférica com a mesma densidade de Pallas, que é de  $2,8 \text{ g/cm}^3$  (BILLS; SCOTT, 2017). A massa de Pallas é da ordem de  $10^{20} \text{ kg}$  e a ordem das massas da lua variam de  $10^{10}$  a  $10^{13} \text{ kg}$ , o que significa que a razão de massa do sistema é muito baixa, variando de  $10^{-10}$  a  $10^{-8}$ . Uma versão preliminar deste estudo foi publicada em Cavalca et al. (2020a).

O problema restrito de três corpos circular plano é usado como modelo matemático para descrever o movimento do veículo espacial em torno de um sistema formado pelos dois asteroides. O termo  $J_2$  do potencial gravitacional de Pallas também é considerado na dinâmica (BILLS; SCOTT, 2017), bem como na pressão da radiação solar. As perturbações desempenham papéis importantes na Astrodinâmica, como mostrado em vários exemplos, como Ammar et al. (2018a, b). Um modelo dinâmico semelhante ao aplicado aqui é utilizado em Silva Neto et al. (2016), mas a pressão da radiação solar provém de um dos corpos primários, o que torna os resultados diferentes.

Inicialmente, considera-se o sistema Pallas-lua-veículo espacial alinhado, como mostrado na Figura 2.2. As condições iniciais ( $D$ ,  $v_x$  e  $v_y$ ) são integradas na Equação 2.11 variando as três variáveis no tempo, e após isso são classificadas pelas distâncias mínimas, máximas e médias entre a lua e o veículo espacial, calculadas durante todo o período. Em seguida, são identificadas as condições mais adequadas pelo nosso critério de distância lua-veículo espacial da ordem de 3 a 50 km. Por fim, são feitas simulações focadas nas regiões com as órbitas mais adequadas e então são gerados mapas que apresentam a dispersão desses valores. Novamente, esses mapas podem ser construídos de tal forma que não apenas uma órbita seja identificada, mas regiões inteiras de órbitas com distâncias curtas da lua. Também é possível identificar regiões de condições iniciais que resultam em colisões com a lua. Além disso, é feita uma comparação entre os modelos com e sem a pressão da radiação solar, para mostrar a importância dessa força no presente problema. Neste último caso, o sistema será estudado quando o asteroide estiver passando pelo periapsis e apoapsis de sua órbita ao redor do Sol. Portanto, este estudo tem como objetivos: i) utilizar novamente o método numérico para procurar QSOs em torno de uma possível pequena lua de Pallas; ii) mostrar as principais características desses tipos de órbitas; iii) descrever a dependência dos valores da distância lua-veículo espacial em função da distância Pallas-lua, do tamanho da lua e da presença ou não da pressão da radiação solar; iv) encontrar limites para o tamanho da lua, de modo que as QSOs existam.

Serão considerados diferentes conjuntos de condições iniciais e duração das órbitas de 30 dias. O tempo de 30 dias é considerado bom o suficiente para manter um veículo espacial em uma órbita natural para observar a lua. Após esse período, é necessário fazer manobras orbitais para realocar o veículo para diferentes órbitas, fazer novas observações e/ou manobras de manutenção para compensar perturbações provenientes de forças não incluídas no modelo como a perturbação de terceiro corpo. A Tabela 3.12 mostra os dados numéricos de Pallas, como raio médio, massa, termo  $J_2$  de seu campo de gravidade, semieixo maior e excentricidade.

A Tabela 3.13 mostra os dados numéricos da lua hipotética, como sua massa, raio médio e razão de massa. Como a lua ainda não foi detectada, assume-se um raio para esta lua na faixa de 0,125 km a 1 km. As luas maiores podem ter órbitas ao seu redor, portanto, as QSOs não são necessárias.

Inicialmente, apresentaremos os estudos relativos à dependência das órbitas com o tamanho da lua e a distância Pallas-lua, que são dois parâmetros não disponíveis na literatura. Depois disso, são estudados os efeitos da pressão da radiação solar. Finalmente, é apresentado o estudo da evolução das órbitas por períodos mais longos.

Tabela 3.12 – Componentes físicos e orbitais do asteroide Pallas.

Raio médio (km)	Massa (kg)	$J_2$	Semieixo maior (u.a.)	e
256	$2,1 \times 10^{20}$	$4,06 \times 10^{-6}$	2,77	0,23

Fonte: Johnston (2018) e Bills; Scott (2017).

Tabela 3.13 – Componentes físicos da hipotética lua de Pallas.

	Massa (kg)	Raio médio (km)	Relação de Massa
$r_1$	$2,29 \times 10^{10}$	0,125	$1,09 \times 10^{-10}$
$r_2$	$1,83 \times 10^{11}$	0,250	$8,71 \times 10^{-10}$
$r_3$	$6,18 \times 10^{11}$	0,375	$2,94 \times 10^{-9}$
$r_4$	$1,47 \times 10^{12}$	0,500	$7,00 \times 10^{-9}$
$r_5$	$2,86 \times 10^{12}$	0,650	$1,36 \times 10^{-8}$
$r_6$	$4,95 \times 10^{12}$	0,750	$2,36 \times 10^{-8}$
$r_7$	$7,86 \times 10^{12}$	0,875	$3,74 \times 10^{-8}$
$r_8$	$1,17 \times 10^{13}$	1,00	$5,57 \times 10^{-8}$

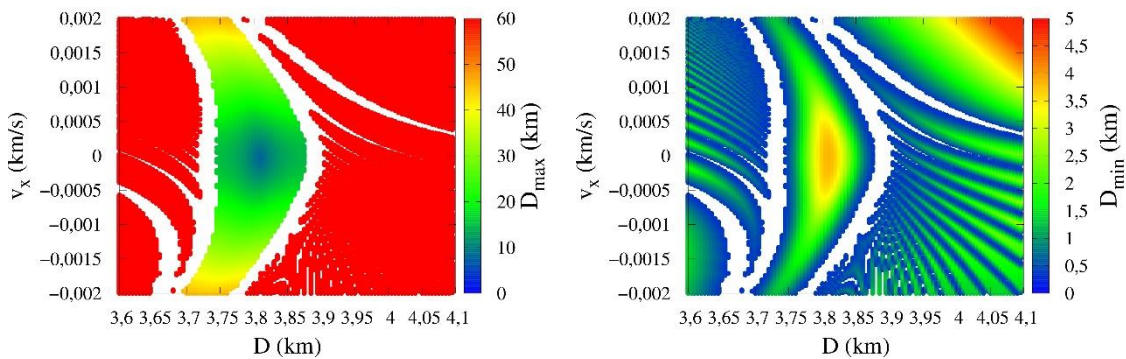
Fonte: Cavalca et al. (2020a).

### 3.2.1.1 Estudo da dependência das trajetórias com o tamanho da lua

Nesta seção, estuda-se a dependência das órbitas com o tamanho da lua e sua distância de Pallas. Foram escolhidos oito valores para o raio da lua, conforme mostrado na Tabela 3.13: 0,125, 0,250, 0,375, 0,500, 0,625, 0,750, 0,875 e 1 km. As Figuras 3.11, 3.12 e 3.13 apresentam as distâncias máxima, mínima e média entre a lua e o veículo espacial para os valores de raio da lua de um a três, quatro a seis e de sete a oito, respectivamente. A distância da lua à Pallas é igual a 750

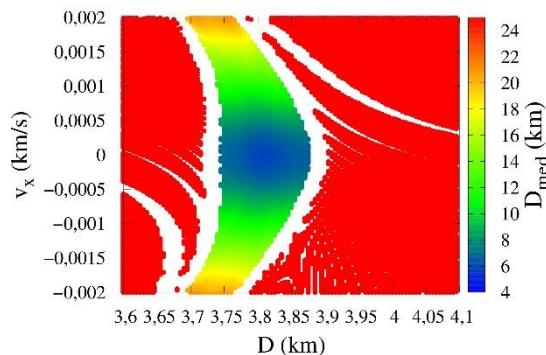
km, e será denominado como do Grupo I. No Grupo I, as condições iniciais do veículo espacial são:  $v_y = -0,0007$  km/s (valor fixo), distância inicial ( $D$ ) variando na faixa de 3,60 a 4,10 km e  $v_x$  variando entre -0,002 e 0,002 km/s. Essas escolhas foram feitas com base em simulações anteriores, considerando valores maiores para os intervalos dessas três variáveis. A pressão da radiação solar não é considerada nessas primeiras simulações. Uma sessão separada considerará esse aspecto posteriormente. As regiões em branco das figuras indicam condições iniciais que não geram trajetórias que duram 30 dias, ou seja, indicam trajetórias que terminam em colisões do veículo com a lua. A Tabela 3.14 mostra os intervalos de  $D_{max}$  (km),  $D_{min}$  (km) e  $D_{med}$  (km) correspondentes às Figuras 3.11, 3.12 e 3.13.

Figura 3.11 – Soluções do Grupo I (distância Pallas-lua = 750 km): distâncias máximas ( $D_{max}$ ), mínimas ( $D_{min}$ ) e médias ( $D_{med}$ ), considerando  $v_y = -0,0007$  km/s, variando a distância inicial  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s), para os raios de  $r_1$  a  $r_3$ , sem considerar a pressão da radiação solar.



(a)  $D_{max}$  para  $r_1 = 0,125$  km

(b)  $D_{min}$  para  $r_1 = 0,125$  km

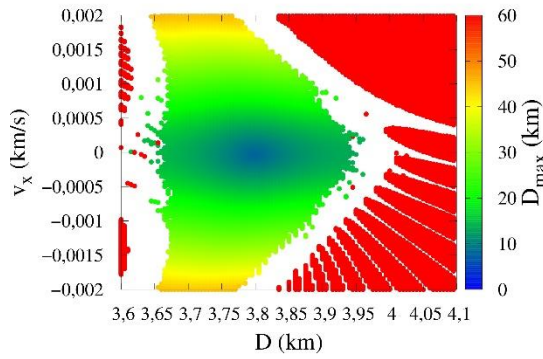


(c)  $D_{med}$  para  $r_1 = 0,125$  km

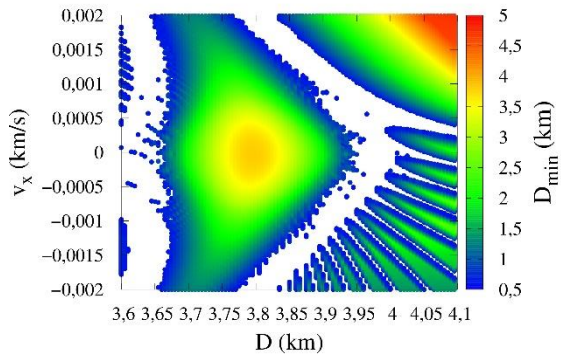
(continua)



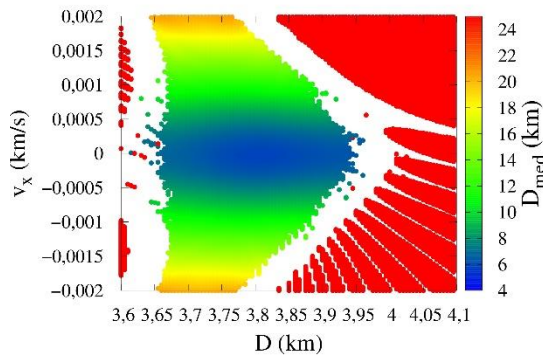
Figura 3.11 – Conclusão.



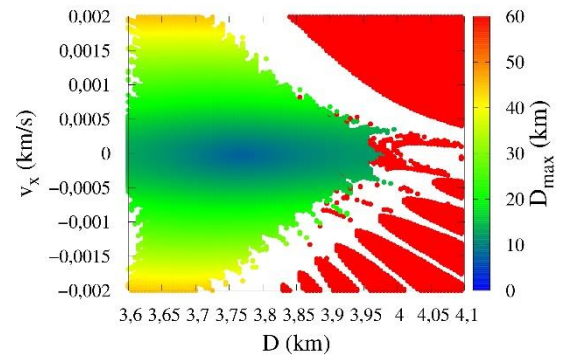
(d)  $D_{\max}$  para  $r_2 = 0,250$  km



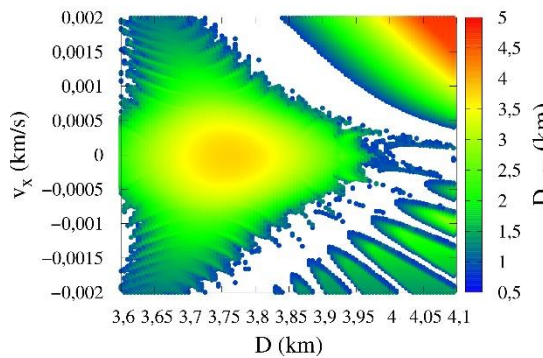
(e)  $D_{\min}$  para  $r_2 = 0,250$  km



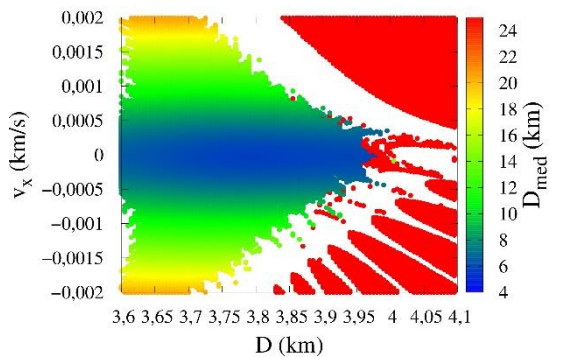
(f)  $D_{\text{med}}$  para  $r_2 = 0,250$  km



(g)  $D_{\max}$  para  $r_3 = 0,375$  km



(h)  $D_{\min}$  para  $r_3 = 0,375$  km



(i)  $D_{\text{med}}$  para  $r_3 = 0,375$  km

Fonte: Produção da autora.

Na Figura 3.11, onde os raios da lua variam de  $r_1$  a  $r_3$ , observa-se que a dispersão das distâncias máxima, mínima e média variam de acordo com o tamanho da lua, embora o mesmo conjunto de condições iniciais seja considerado para cada lua.

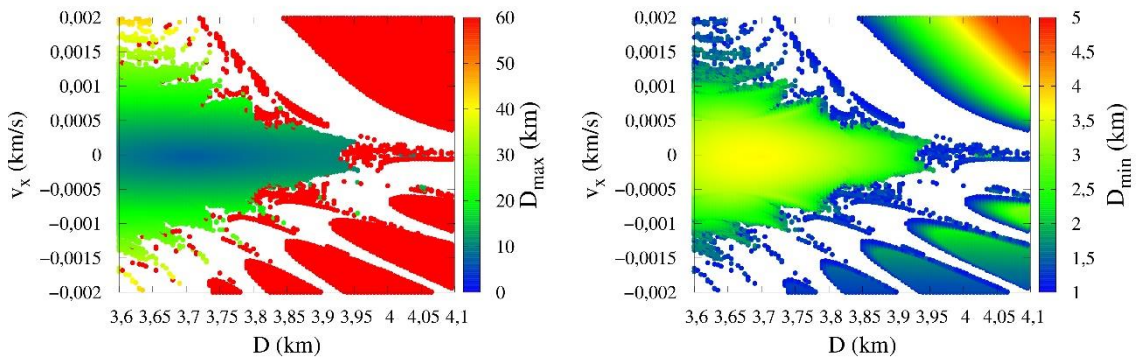
Observando as figuras individualmente, nota-se a presença de três regiões de soluções. A primeira região inclui as trajetórias que permanecem próximas da lua, que chamaremos de “Zona de Órbitas Baixas”. Elas geralmente estão localizadas na parte central das figuras e as distâncias máximas entre o veículo espacial e a lua estão na região de até 30 km. É claro que a parte central (região azul nas figuras de  $D_{\max}$  e região laranja nas figuras de  $D_{\min}$ ) possui as órbitas mais interessantes para um veículo espacial observar a lua, pois contém os valores mais altos de  $D_{\min}$  (reduzindo os riscos de colisões) e os menores valores de  $D_{\max}$  e  $D_{\text{med}}$  (permitindo observações mais detalhadas). A segunda região inclui trajetórias que permanecem em um intervalo de distâncias da lua, que chamamos de “Zona de Órbitas Altas”. Elas geralmente estão localizadas nas bordas das figuras e as distâncias máximas entre o veículo espacial e a lua estão acima de 60 km. A terceira região inclui trajetórias que terminam em colisões com a lua, que chamamos de “Zona de Colisão”. Essa zona separa as duas primeiras regiões e é mostrada em branco nas figuras apresentadas aqui. A “Zona de Órbitas Altas” é composta por órbitas que vão muito longe da lua e não são boas escolhas para observá-las. Nesse sentido, as órbitas interessantes para uma possível missão são as localizadas na “Zona de Órbitas Baixas”.

Nas duas primeiras regiões,  $D_{\max}$  aumenta continuamente até um determinado valor. Os saltos ocorrem apenas quando a primeira zona termina e a segunda zona é iniciada. Os intervalos de  $D_{\max}$  são mostrados na Tabela 3.14, para as duas regiões onde não há colisões. Nas figuras, os valores de  $D_{\max}$  acima do valor máximo da barra de legenda são indicados em vermelho. O valor máximo na barra de legenda foi limitado a um determinado valor para destacar a dispersão do  $D_{\max}$  mais baixo, que são as trajetórias mais importantes.

Observando a evolução das órbitas para diferentes valores de raios da lua, é visível a importância desse parâmetro. Passando das Figuras 3.11(a), 3.11(b), 3.11(c) para as Figuras 3.11(d), 3.11(e), 3.11(f), há o aumento no tamanho da “Zona de Órbitas Baixas” e da “Zona de Colisão”. A região azul mostrada na Figura 3.11(f) é muito mais ampla em comparação com a Figura 3.11(c); portanto, há muito mais opções de órbitas para observar a lua de perto, mas evitando altos riscos de colisões. O tamanho da “Zona de Órbitas Altas” é a única

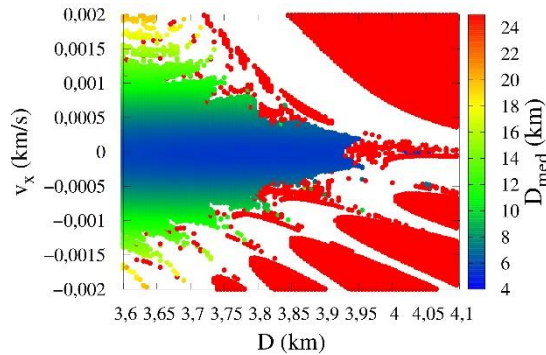
que diminui de tamanho. Observando a próxima lua, na Figura 3.11(g) mostra que algumas partes da “Zona de Órbitas Altas” desapareceram, como a do lado esquerdo da figura. A seguir, na Figura 3.12, são apresentados os valores de distâncias para os raios de  $r_4$  a  $r_6$ .

Figura 3.12 – Soluções do Grupo I (distância Pallas-lua = 750 km): distâncias máximas ( $D_{max}$ ), mínimas ( $D_{min}$ ) e médias ( $D_{med}$ ), considerando  $v_y = -0,0007$  km/s, variando a distância inicial  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s), para os raios de  $r_4$  a  $r_6$ , sem considerar a pressão da radiação solar.



(a)  $D_{max}$  para  $r_4 = 0,500$  km

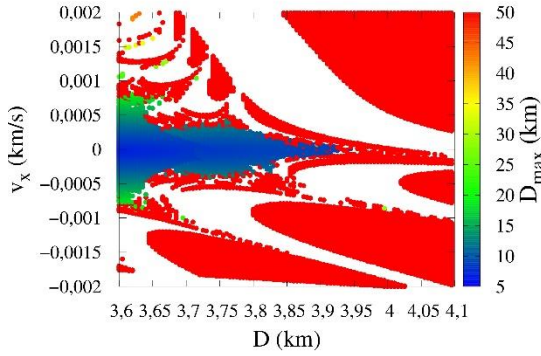
(b)  $D_{min}$  para  $r_4 = 0,500$  km



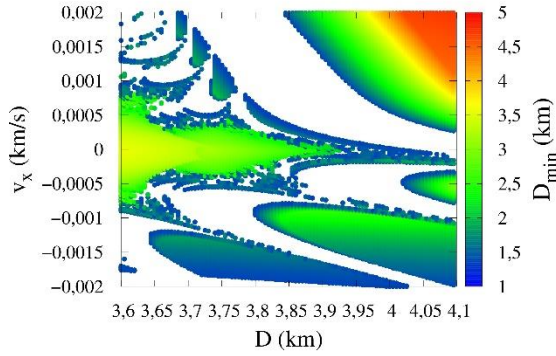
(c)  $D_{med}$  para  $r_4 = 0,500$  km

(continua)

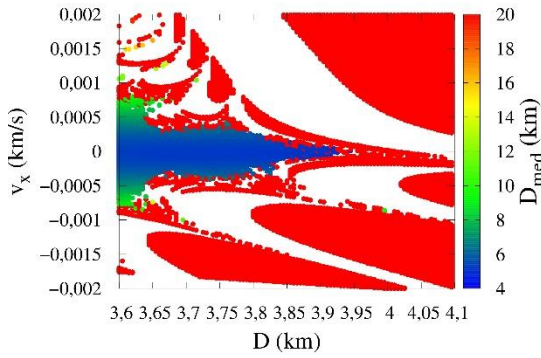
Figura 3.12 – Conclusão.



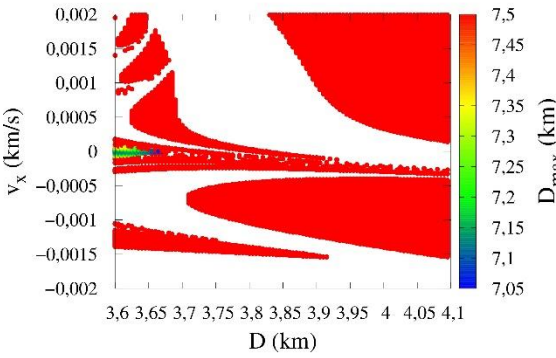
(d)  $D_{\max}$  para  $r_5 = 0,625$  km



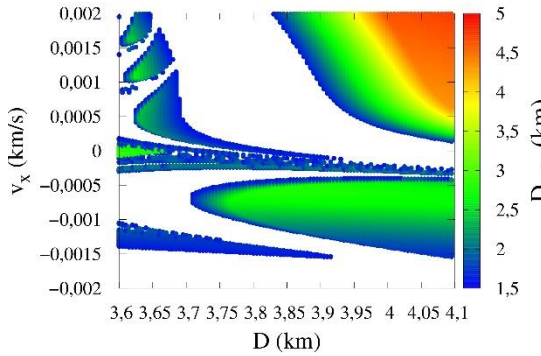
(e)  $D_{\min}$  para  $r_5 = 0,625$  km



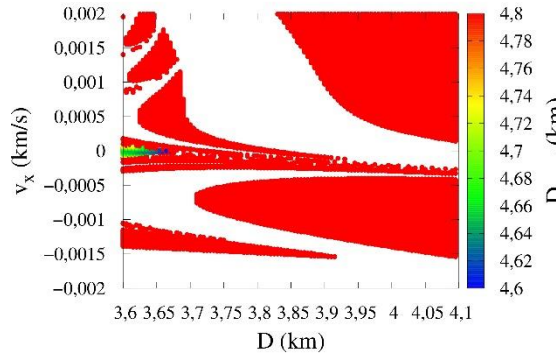
(f)  $D_{\text{med}}$  para  $r_5 = 0,625$  km



(g)  $D_{\max}$  para  $r_6 = 0,750$  km



(h)  $D_{\min}$  para  $r_6 = 0,750$  km



(i)  $D_{\text{med}}$  para  $r_6 = 0,750$  km

Fonte: Produção da autora.

Na Figura 3.12 os raios da lua variam de  $r_4$  a  $r_6$ , no entanto, é possível observar as mesmas características vistas na Figura 3.11, onde a dispersão das distâncias máxima, mínima e média variaram de acordo com o tamanho da lua, para um mesmo conjunto de condições iniciais, e foram identificadas três as

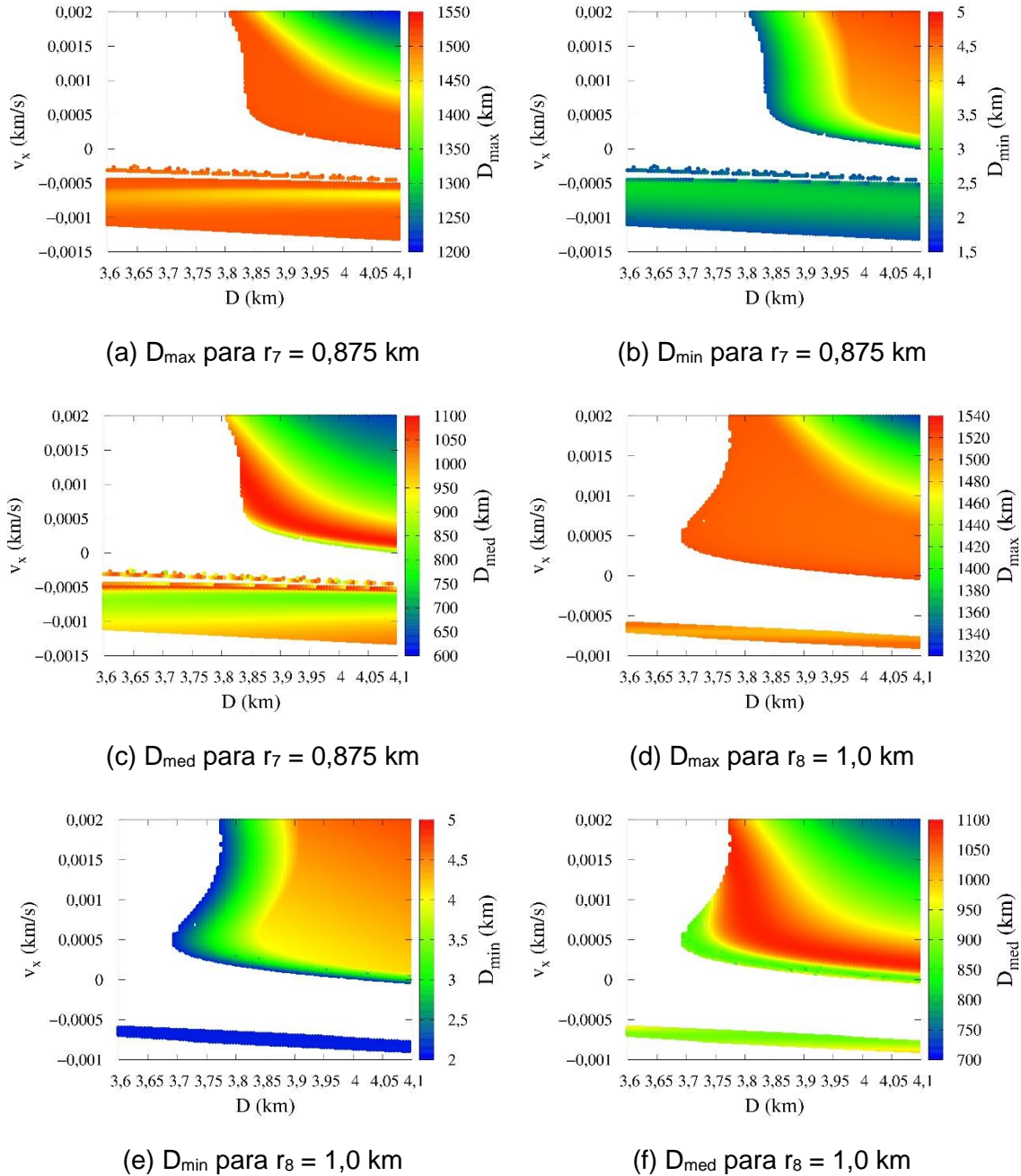
regiões de soluções bem distintas denominadas por Zona de Órbitas Baixas, Zona de Órbitas Altas e a Zona de Colisão, todas descritas anteriormente.

Por meio das Figuras 3.12(a), 3.12(d) e 3.12(g) é possível observar a diminuição do tamanho da “Zona de Órbitas Baixas” e os aumentos da “Zona de Colisão” e da “Zona de Órbitas Altas”.

Visualmente, ao analisar as Figuras 3.11 e 3.12 em relação à  $D_{\min}$ , nota-se que os menores valores de  $D_{\min}$ , cores mais azuladas, delimitam as regiões de colisão, representadas pela cor branca. Isso é esperado, já que os valores menores de  $D_{\min}$  significam que o veículo espacial passa mais perto da lua e eles são um limite esperado entre as órbitas que terminam em colisões ou não. Observa-se também que as concentrações dos menores valores de  $D_{\max}$  para os raios de  $r_1$  a  $r_6$  estão próximas de  $v_x = 0$ . As Figuras 3.12(d) e 3.12(g), feitas para os raios  $r_5$  e  $r_6$ , também mostram a diminuição das regiões dos menores valores de  $D_{\max}$  em comparação com os resultados obtidos ao considerar luas menores. A importância dessa combinação de figuras é que é possível encontrar órbitas considerando limites nas distâncias mínima, máxima e média. Por exemplo, considerando uma lua com raio  $r_1 = 0,125$  km, se desejar uma órbita com distância mínima de 3 km e distância máxima abaixo de 10 km, é possível identificar um pequeno intervalo dentro dessa variação de distâncias entre o veículo espacial e a lua próximas aos centros das figuras para  $v_x = 0$  e  $D = 3,77$  km. Também é visto que essas condições iniciais correspondem a uma distância média em torno de 6 km. Qualquer outro intervalo pode ser encontrado usando esses gráficos. A ideia é olhar para a “Zona de Órbitas Baixas” e, em seguida, encontrar o valor desejado para  $D_{\min}$  e  $D_{\max}$  para escolher as órbitas mais adequadas. Isso indica que esse tipo de mapa é muito útil na busca de órbitas.

A seguir, serão apresentados na Figura 3.13 os valores de distâncias para os raios  $r_7$  e  $r_8$ .

Figura 3.13 – Soluções do Grupo I (distância Pallas-lua = 750 km): distâncias máximas ( $D_{\max}$ ), mínimas ( $D_{\min}$ ) e médias ( $D_{\text{med}}$ ), considerando  $v_y = -0,0007$  km/s, variando a distância inicial  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s), para os raios  $r_7$  e  $r_8$ , sem considerar a pressão da radiação solar.



Fonte: Produção da autora.

A Figura 3.13 mostra que nas situações em que o tamanho do raio da lua é maior, raios  $r_7$  e  $r_8$ , não existem órbitas na “Zona de Órbitas Baixas”, porque as órbitas colidem ou escapam da lua. Os valores de  $D_{\max}$  começam acima de 1000 km da lua, nesses casos, e variam continuamente, sem saltos. Isso também é mostrado na Tabela 3.14. Para as órbitas pertencentes à “Zona de Órbitas Altas”, a evolução dos intervalos para  $D_{\max}$  aumenta com o tamanho da lua até o caso  $r_4$  e, em seguida, há uma estabilização nos valores. A razão é que raios maiores podem ter órbitas a distâncias maiores da lua.

Na Tabela 3.14 são apresentados os intervalos de valores de  $D_{\max}$  (km),  $D_{\min}$  (km) e  $D_{\text{med}}$  (km) correspondentes às Figuras 3.11, 3.12 e 3.13.

A Tabela 3.14 mostra que os intervalos de  $D_{\max}$  para as órbitas baixas diminuem com o aumento da lua, sendo que o raio  $r_6$  possui o menor intervalo (de 7,05 a 7,42 km). Os intervalos das órbitas altas aumentam com o aumento da lua, sendo que para os raios de  $r_1$  a  $r_6$  os valores do limite inferior variam de 70 a 248 km e os valores do limite superior variam de 546 a 1515 km, aproximadamente. Os raios  $r_6$ ,  $r_7$  e  $r_8$  possuem valores de limite inferior entre 1016 e 1339 km, e limite superior máximo de 1515 km, aproximadamente. Os intervalos de  $D_{\min}$  diminuem com o aumento da lua, mas possuem o mesmo valor limite máximo de 4,41 km.

Tabela 3.14 – Intervalos das distâncias máxima, mínima e média das duas regiões de acordo com o tamanho da lua, para as soluções do Grupo I.

Raio da lua (km)	$D_{\max}$ (km) para a Zona de Órbitas Baixas	$D_{\max}$ (km) para a Zona de Órbitas Altas	$D_{\min}$ (km)	$D_{\text{med}}$ (km) para a Zona de Órbitas Baixas	$D_{\text{med}}$ (km) para a Zona de Órbitas Altas
$r_1 = 0,125$	7,70 – 45,77	103,00 – 546,06	0,35 – 4,71	5,87 – 10,95	307,41 – 277,26
$r_2 = 0,250$	7,59 – 45,35	248,66 – 809,35	0,60 – 4,71	5,84 – 20,59	57,13 – 413,66
$r_3 = 0,375$	7,46 – 44,72	104,51 – 1222,22	0,85 – 4,71	5,73 – 20,46	33,72 – 652,17
$r_4 = 0,500$	7,23 – 43,79	70,38 – 1501,12	1,10 – 4,71	5,46 – 20,03	20,62 – 929,05
$r_5 = 0,625$	6,79 – 43,45	90,03 – 1515,26	1,35 – 4,71	5,01 – 19,81	21,34 – 1072,57
$r_6 = 0,750$	7,05 – 7,42	1016,22 – 1515,39	1,60 – 4,71	4,61 – 7,42	1016,22 – 1082,57
$r_7 = 0,875$	–	1211,35 – 1516,24	1,85 – 4,71	–	645,63 – 1083,21
$r_8 = 1,00$	–	1339,91 – 1528,51	2,10 – 4,71	–	736,11 – 1083,70

Fonte: Produção da autora.



Para avaliar melhor as variações de  $D_{max}$  em relação ao tamanho da lua na Tabela 3.15 estão indicadas as porcentagens das trajetórias que não terminam em colisões e das trajetórias na “Zona de Órbitas Baixas”. Observa-se que o percentual total de condições iniciais que geram trajetórias com duração de até 30 dias diminui com o tamanho da lua, em geral. A única exceção ocorre para  $r_7$ , onde há um ligeiro aumento no número de trajetórias. Isso é esperado, já que a maior massa da lua aumenta a atração do veículo espacial. Em termos práticos, isso significa que existe um limite no tamanho da lua que permite a existência da QSO. No caso de Pallas, esse limite é de cerca de 0,5 km, correspondendo a uma massa de  $1,47 \times 10^{12}$  kg para a lua, para uma distância lua-Pallas de 750 km.

Outra observação importante que pode ser feita na Tabela 3.15 é a evolução do número de soluções dentro da “Zona de Órbitas Baixas” com o tamanho da lua. A lua de raio  $r_3$  apresenta a maior porcentagem, igual a 45,18%. Isso é explicado pelo fato de que, na faixa inicial de tamanhos da lua, luas maiores têm mais efeitos de gravidade, o que ajuda a manter o veículo espacial mais próximo da lua. Depois de um certo ponto, a lua se torna muito grande e o número de colisões aumenta demais. Portanto, após esse ponto, a porcentagem de órbitas na “Zona de Órbitas Baixas” começa a diminuir, passando para zero ou quase zero após o limite de tamanho dado por  $r_6$ .

Tabela 3.15 – Porcentagens de trajetórias em cada categoria para diferentes tamanhos da lua, considerando as soluções do Grupo I.

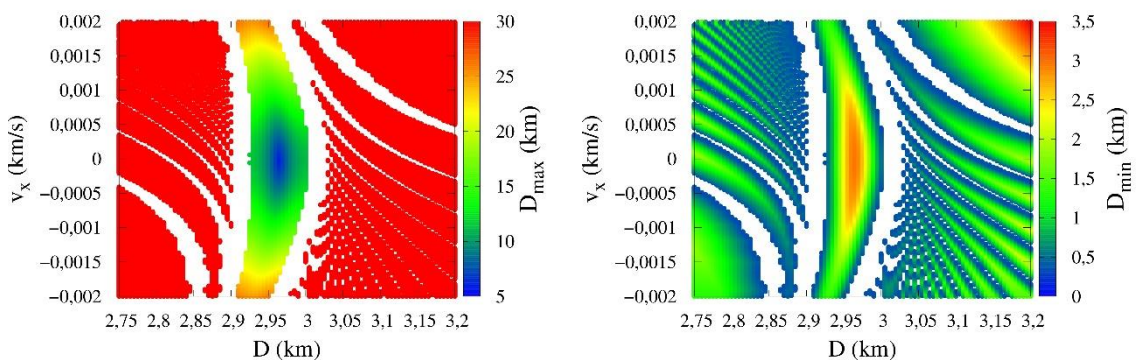
	Órbitas que não terminam em Colisão (%)	Zona de Órbitas Baixas (%)
$r_1$	72,05	19,19
$r_2$	65,25	39,17
$r_3$	66,47	45,18
$r_4$	51,61	25,77
$r_5$	46,29	9,19
$r_6$	41,65	0,30
$r_7$	42,61	–
$r_8$	36,33	–

Fonte: Produção da autora.

### 3.2.1.2 Estudo da dependência das trajetórias em função da distância entre Pallas e a lua

O próximo passo é verificar os efeitos da distância entre Pallas e a lua nas trajetórias ao redor da lua. As Figuras 3.14, 3.15 e 3.16, raios de  $r_1$  a  $r_3$ ,  $r_4$  a  $r_6$ , e  $r_7$  e  $r_8$ , respectivamente, apresentam as distâncias máxima, mínima e média para a distância Pallas-lua igual a 500 km, que serão denominadas soluções do Grupo II. Os mesmos oito tamanhos de lua usados no estudo das soluções do Grupo I são considerados aqui. No Grupo II, as melhores condições iniciais encontradas para o veículo espacial são:  $v_y = -0,001$  km/s (fixo), a distância inicial ( $D$ ) variando na faixa de 2,75–3,20 km e  $v_x$  variando entre -0,002 e 0,002 km/s. Mais uma vez, esses valores são obtidos a partir de muitas simulações, que mapeiam o comportamento dessas variáveis. As regiões em branco ainda indicam uma colisão do veículo espacial com a lua, como feito nas figuras anteriores. O tempo de simulação foi mantido em 30 dias e a pressão da radiação solar ainda não é considerada (chamado de Caso de Referência). A Tabela 3.16 mostra os intervalos de  $D_{max}$  (km),  $D_{min}$  (km) e  $D_{med}$  (km) correspondentes às Figuras 3.14, 3.15 e 3.16.

Figura 3.14 – Soluções do Grupo II (distância Pallas-lua = 500 km): distâncias máximas ( $D_{max}$ ), mínimas ( $D_{min}$ ) e médias ( $D_{med}$ ), considerando  $v_y = -0,001$  km/s, variando a distância inicial  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s), para os raios de  $r_1$  a  $r_3$ , sem considerar a pressão da radiação solar.

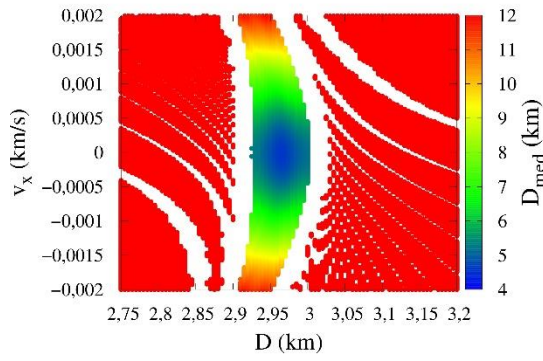


(a)  $D_{max}$  para  $r_1 = 0,125$  km

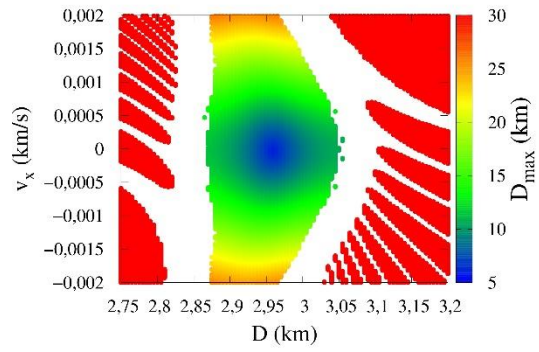
(b)  $D_{min}$  para  $r_1 = 0,125$  km

(continua)

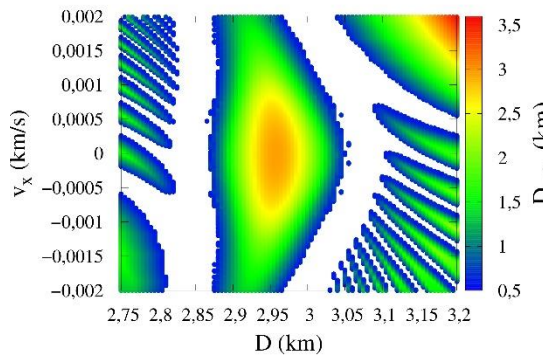
Figura 3.14 – Continuação.



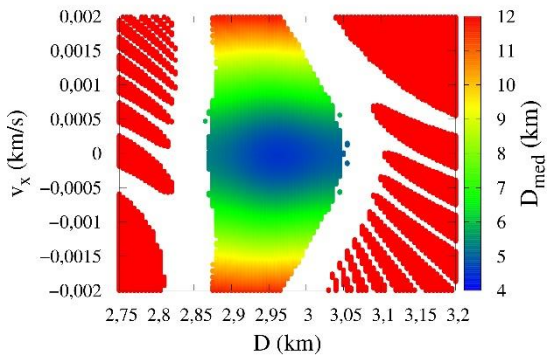
(c)  $D_{med}$  para  $r_1 = 0,125$  km



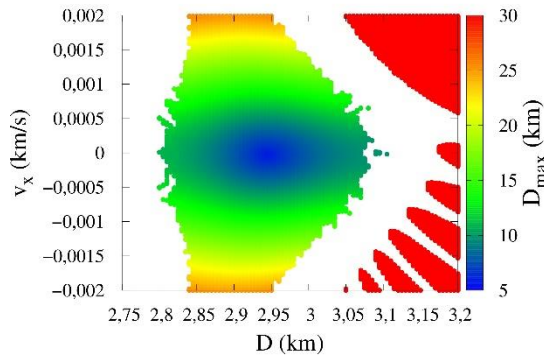
(d)  $D_{max}$  para  $r_2 = 0,250$  km



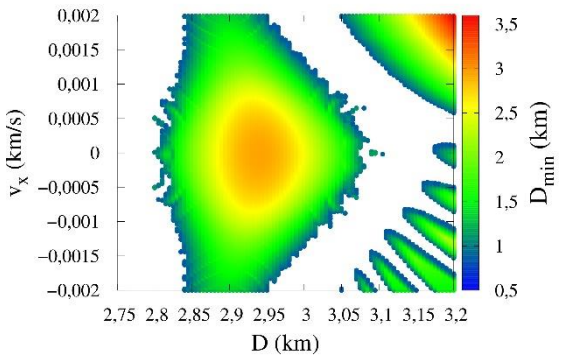
(e)  $D_{min}$  para  $r_2 = 0,250$  km



(f)  $D_{med}$  para  $r_2 = 0,250$  km



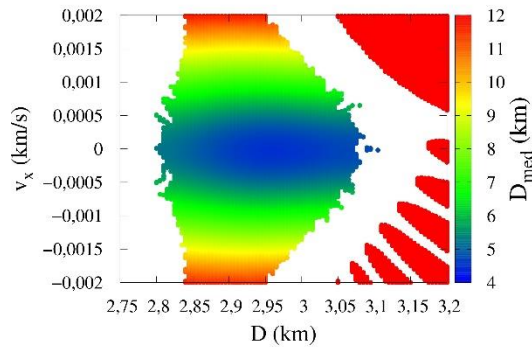
(g)  $D_{max}$  para  $r_3 = 0,375$  km



(h)  $D_{min}$  para  $r_3 = 0,375$  km

(continua)

Figura 3.14 – Conclusão.



(i)  $D_{med}$  para  $r_3 = 0,375$  km

Fonte: Produção da autora.

Na Figura 3.14 os raios da lua variam de  $r_1$  a  $r_3$  e observa-se que a dispersão das distâncias máxima, mínima e média varia de acordo com o tamanho da lua, embora o mesmo conjunto de condições iniciais seja considerado para cada lua. O mesmo tipo de comportamento observado nas soluções do Grupo I é observado para o Grupo II.  $D_{max}$  aumenta continuamente até um valor limite (“Zona de Órbitas Baixas”) e, em seguida, salta para outro intervalo de valores. Depois de atingir esse novo intervalo (“Zona de Órbitas Altas”), ele aumenta gradualmente novamente. As mesmas três regiões são observadas: “Zona de Órbitas Baixas”, “Zona de Órbitas Altas” e “Zona de Colisão”. Elas têm a mesma distribuição, com a “Zona de Colisão” separando as duas outras regiões. Os intervalos de  $D_{max}$ ,  $D_{min}$  e  $D_{med}$  são mostrados na Tabela 3.16, para ambas as regiões que não terminam em colisão. A “Zona de Órbitas Baixas”, que está localizada na parte central das figuras, têm valores de distâncias máximas de até 30 km.

Observando a evolução das órbitas para diferentes valores de raios da lua, é novamente observada a importância desse parâmetro. Comparando as Figuras 3.14(a), 3.14(d) e 3.14(g) há um aumento no tamanho da “Zona de Órbitas Baixas” e da “Zona de Colisão”, enquanto ocorre uma diminuição da “Zona de Órbitas Altas”. A região azul mostrada na Figura 3.14(g) é muito mais ampla em comparação com a Figura 3.14(a); portanto, há muito mais opções de órbitas

para observar a lua de perto, mas evitando altos riscos de colisões. A Figura 3.14(g) mostra que algumas partes da “Zona de Órbitas Altas” desapareceram, como a do lado esquerdo da figura. A seguir, na Figura 3.15, são apresentados os valores de distâncias para os raios de  $r_4$  a  $r_6$ .

Figura 3.15 – Soluções do Grupo II (distância Pallas-lua = 500 km): distâncias máximas ( $D_{max}$ ), mínimas ( $D_{min}$ ) e médias ( $D_{med}$ ), considerando  $v_y = -0,001$  km/s, variando a distância inicial  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s), para os raios de  $r_4$  a  $r_6$ , sem considerar a pressão da radiação solar.

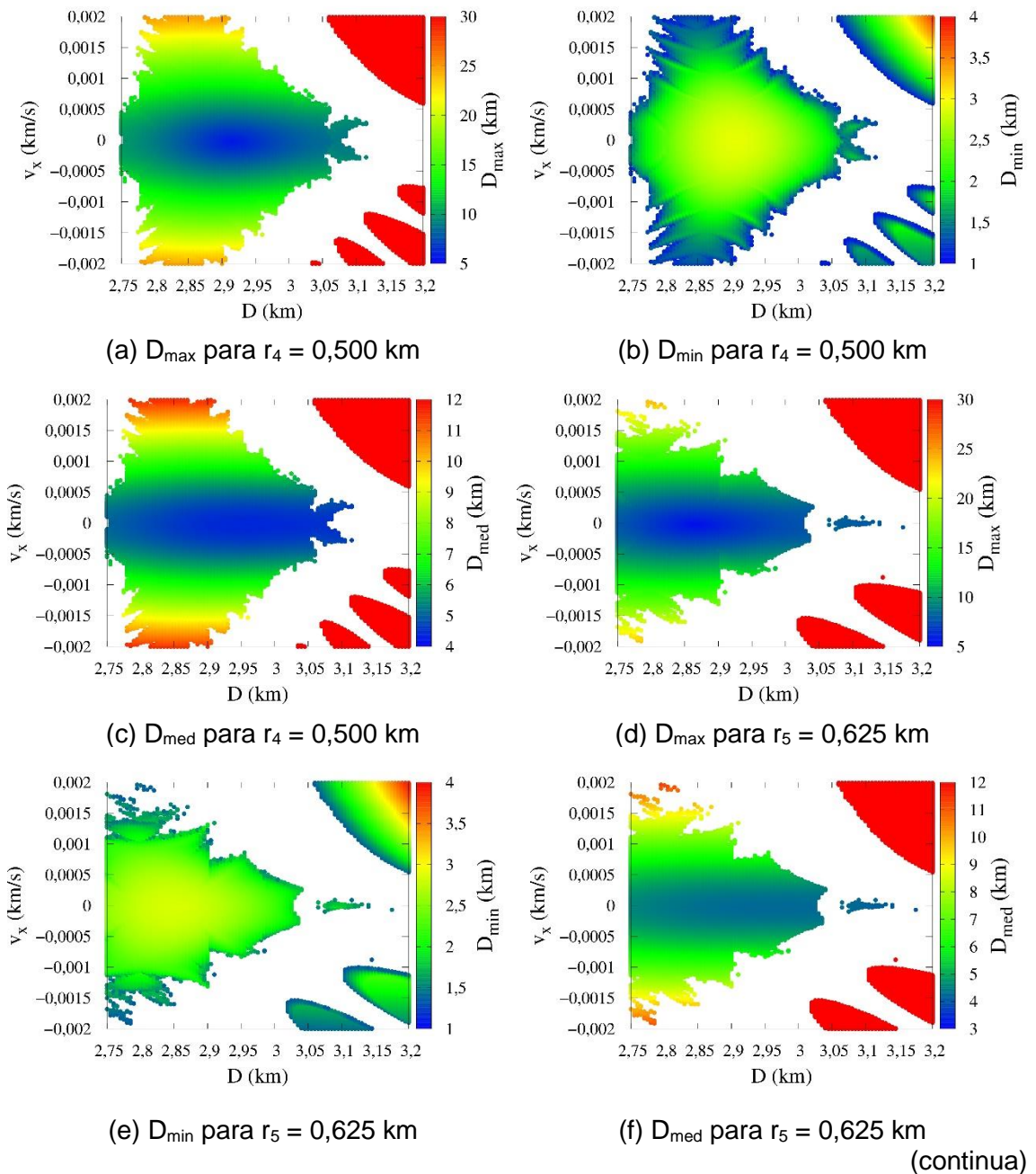
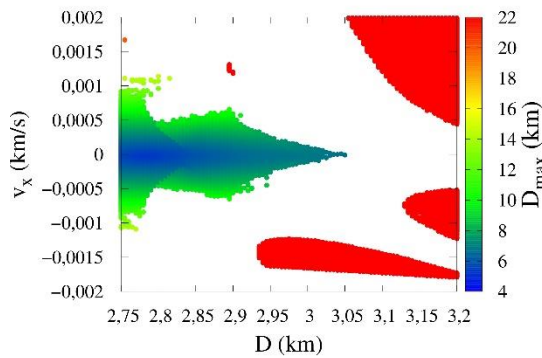
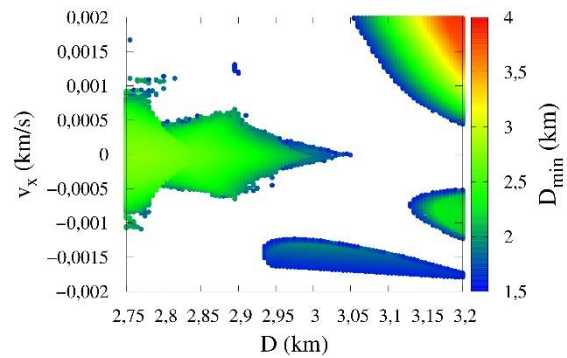


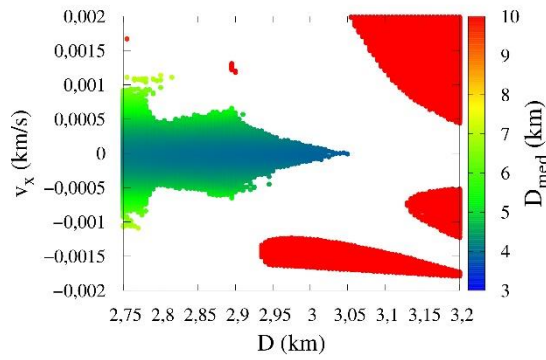
Figura 3.15 – Conclusão.



(g)  $D_{\max}$  para  $r_6 = 0,750$  km



(h)  $D_{\min}$  para  $r_6 = 0,750$  km

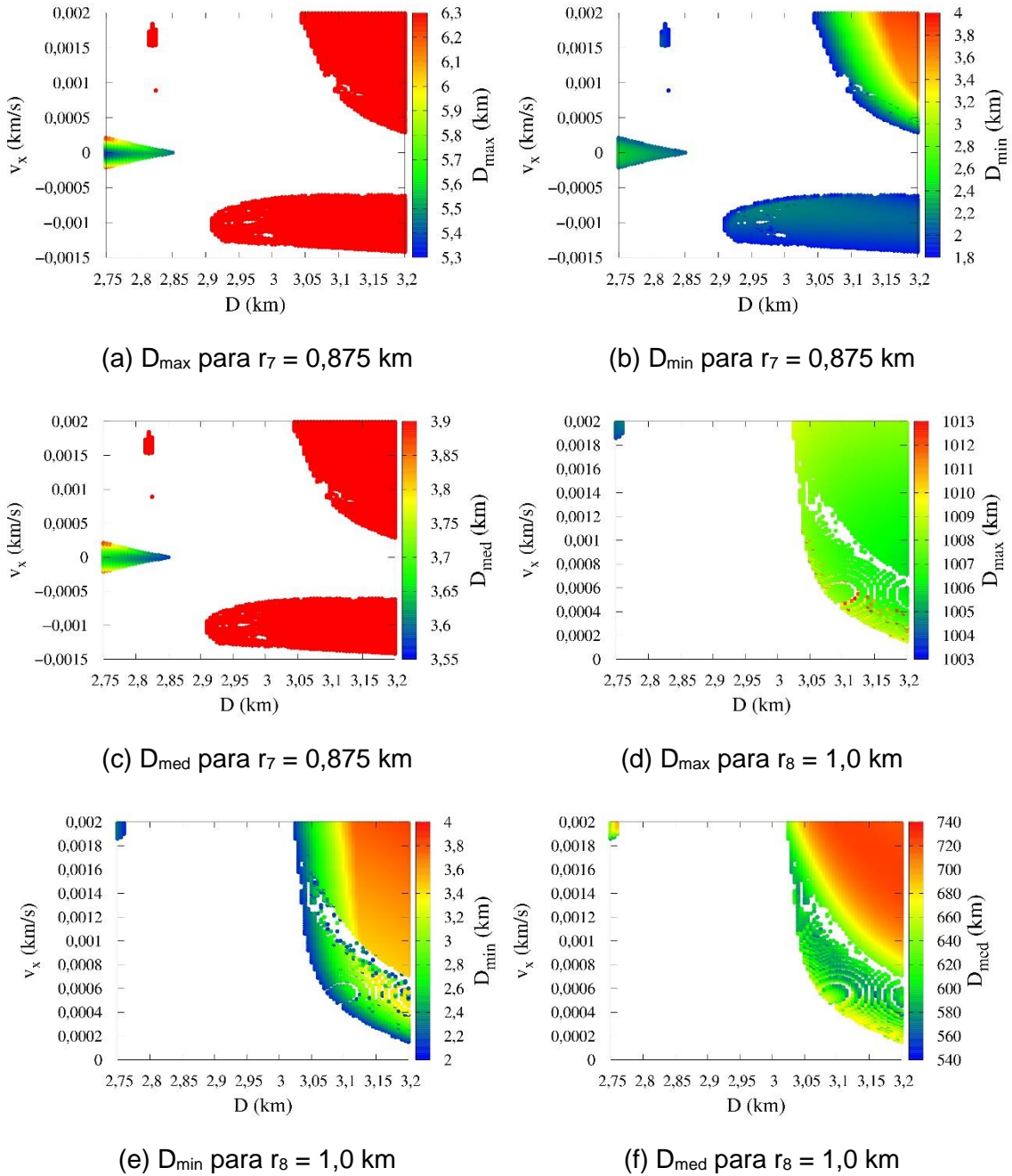


(i)  $D_{\text{med}}$  para  $r_6 = 0,750$  km

Fonte: Produção da autora.

Na Figura 3.15 os raios da lua variam de  $r_4$  a  $r_6$  e é possível observar as mesmas características vistas na Figura 3.14. Por meio das Figuras 3.15(a), 3.12(d) e 3.12(g) é possível observar a diminuição do tamanho da “Zona de Órbitas Baixas” e os aumentos da “Zona de Colisão” e da “Zona de Órbitas Altas”. A seguir, na Figura 3.16, são apresentados os valores de distâncias para os raios  $r_7$  e  $r_8$ .

Figura 3.16 – Soluções do Grupo II (distância Pallas-lua = 500 km): distâncias máximas ( $D_{\max}$ ), mínimas ( $D_{\min}$ ) e médias ( $D_{\text{med}}$ ), considerando  $v_y = -0,001$  km/s, variando a distância inicial  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s), para os raios  $r_7$  e  $r_8$ , sem considerar a pressão da radiação solar.



Fonte: Produção da autora.

A Figura 3.16 mostra que diferentemente do que ocorreu no Grupo I, a lua de raio  $r_7$  apresenta órbitas na “Zona de Órbitas Baixas”. Novamente, o raio  $r_8$  não

apresentou órbitas na “Zona de Órbitas Baixas”, porque as órbitas colidem ou escapam da lua. Os valores de  $D_{\max}$  começam acima de 1000 km da lua, para  $r_8$ , e variam continuamente, sem saltos. Isso também é mostrado na Tabela 3.16.

Na Tabela 3.16 são apresentados os intervalos de valores de  $D_{\max}$  (km),  $D_{\min}$  (km) e  $D_{\text{med}}$  (km) correspondentes às Figuras 3.14, 3.15 e 3.16.



Tabela 3.16 – Intervalos das distâncias máxima, mínima e média das duas regiões de acordo com o tamanho da lua, para as soluções do Grupo II.

Raio da lua (km)	$D_{\max}$ (km) para a Zona de Órbitas Baixas	$D_{\max}$ (km) para a Zona de Órbitas Altas	$D_{\min}$ (km)	$D_{\text{med}}$ (km) para a Zona de Órbitas Baixas	$D_{\text{med}}$ (km) para a Zona de Órbitas Altas
$r_1 = 0,125$	5,93 – 26,06	154,25 – 666,32	0,35 – 3,50	4,57 – 25,77	155,80 – 666,32
$r_2 = 0,250$	5,92 – 25,87	367,86 – 21382	0,60 – 3,52	4,55 – 11,79	172,24 – 442,53
$r_3 = 0,375$	5,84 – 25,50	600,99 – 989,22	0,85 – 3,58	4,50 – 11,71	296,45 – 587,85
$r_4 = 0,500$	5,73 – 24,98	804,39 – 1008,00	1,10 – 3,70	4,40 – 11,61	419,30 – 697,49
$r_5 = 0,625$	5,52 – 23,67	947,02 – 1008,41	1,35 – 3,84	3,99 – 11,22	529,16 – 723,61
$r_6 = 0,750$	5,20 – 20,00	1002,82 – 1008,27	1,60 – 3,84	3,84 – 9,63	578,43 – 724,02
$r_7 = 0,875$	5,37 – 6,19	1001,44 – 1011,06	1,85 – 3,84	3,58 – 3,86	563,00 – 724,22
$r_8 = 1,00$	–	1003,83 – 1012,83	2,10 – 3,84	–	550,73 – 723,86

Fonte: Produção da autora.

Vários aspectos podem ser observados nas Figuras 3.14, 3.15 e 3.16 e na Tabela 3.16. O primeiro é que a “Zona de Órbitas Baixas” agora existe até o raio  $r_7$ , diferente do que aconteceu nas soluções do Grupo I. Agora, apenas a lua com raio  $r_8$  não tem órbitas na “Zona de Órbitas Baixas”. Nesse caso,  $D_{max}$  varia continuamente, mas a partir de 1,000 km. Também são mostradas, na Tabela 3.16, as distâncias mínimas entre a lua e o veículo espacial para todos os casos, e que aumenta continuamente. Uma diferença importante é observada ao comparar os resultados com as soluções do Grupo I. O tamanho da “Zona de Órbitas Baixas” é menor, porque com a lua a 500 km de Pallas as perturbações são maiores e menos órbitas permanecem próximas à lua. Elas também têm uma área máxima em relação ao tamanho da lua, como nas soluções do Grupo I, mas são sempre menores que as soluções desse grupo.

Outro ponto é que o tamanho da “Zona de Órbitas Baixas” não é apenas menor, mas as distâncias máximas lua-veículo espacial também são muito menores. Era da ordem de 45 km para as soluções do Grupo I e agora é de cerca de 25 km. A razão é que as fortes perturbações de Pallas removem órbitas que atingem distâncias acima de 25 km da lua, deixando apenas as órbitas que ficam mais próximas da lua. Observe que as escalas das figuras são diferentes nas Figuras 3.11, 3.12 e 3.13 em comparação as escalas das Figuras 3.14, 3.15 e 3.16, respectivamente. Os valores de  $D_{min}$  também são menores para as soluções do Grupo II, mostrando que todo o conjunto de valores identifica que as órbitas estão mais próximas da lua.

A “Zona de Órbitas Altas” também está mais próxima da lua, em comparação com as soluções do Grupo I. O alcance de  $D_{med}$  aumenta com o tamanho da lua, mas se estabiliza em um máximo de 725 km, em comparação com 1080 km nas soluções do Grupo I. O mesmo acontece com o  $D_{max}$ , que também aumenta com o tamanho da lua, mas que se estabiliza em um máximo de 1010 km, em comparação com 1500 km para as soluções do Grupo I.

Outro ponto que pode ser observado é que os tamanhos da “Zona de Órbitas Baixas” aumentam do raio  $r_1$  para o raio  $r_4$  e depois diminuem até o raio  $r_7$ . Para

avaliar melhor as variações de  $D_{max}$  em relação ao tamanho da lua, é apresentada a Tabela 3.17, mostrando as porcentagens do número total de condições iniciais que geram trajetórias com duração de até 30 dias e o número total de trajetórias na região “Zona de Órbitas Baixas”, para as luas com raios de  $r_1$  a  $r_7$ .

Tabela 3.17 – Porcentagens de trajetórias em cada categoria para diferentes tamanhos da lua, considerando as soluções do Grupo II.

	Órbitas que não terminam em colisão (%)	Zona de Órbitas Baixas (%)
$r_2$	59,39	31,16
$r_3$	55,66	43,32
$r_4$	57,11	46,34
$r_5$	43,17	30,89
$r_6$	27,89	13,40
$r_7$	20,56	1,19
$r_8$	11,53	–

Fonte: Produção da autora.

Na Tabela 3.17, observa-se que a porcentagem total de condições iniciais que geram trajetórias com duração de até 30 dias diminui, exceto para  $r_4$ , como o tamanho da lua, uma consequência esperada pelo fato de uma massa maior estar atraindo o veículo espacial, o que aumenta o número de colisões. Comparado às soluções do Grupo I, os números são menores em geral, devido às fortes perturbações de Pallas.

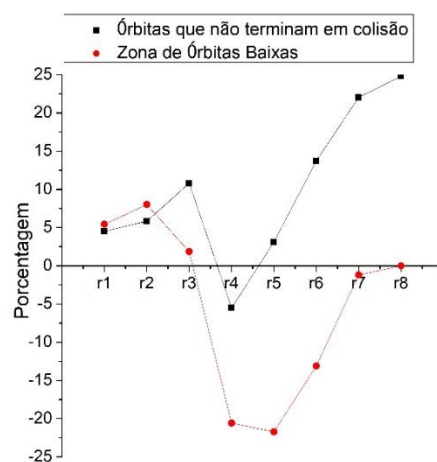
Como também observado na Figura 3.12, o tamanho da “Zona de Órbitas Baixas” aumenta do raio  $r_1$  para  $r_4$ , porque a lua tem efeitos maiores para atrair o veículo espacial para as luas nas faixas das menores massas, e então o tamanho diminui até raio  $r_7$ , expressando o fato de que a lua não está mais mantendo muitas QSOs. Comparando os resultados dos Grupos I e II, mostrados nas Figuras 3.11 e 3.12, observa-se que algumas trajetórias que começam perto da lua tendem a permanecer próximas a ela, apresentando os menores valores de  $D_{max}$ , enquanto outras tendem a se deslocar para Pallas, mostrando os valores mais altos de  $D_{max}$ . Esses comportamentos dependem das condições iniciais.

Em alguns casos, o veículo espacial tende a se afastar da lua, porque passou muito perto dela, gerando um efeito Swing-By (GOMES; PRADO, 2010; PRADO,

2007), apresentando um  $D_{\min}$  menor em comparação aos casos em que o veículo permaneceu perto da lua. Observa-se também que as condições iniciais que delimitam a região de colisão também apresentam os menores valores de  $D_{\min}$ , conforme esperado e observado nas soluções do Grupo I, ou seja, ao passar muito perto da Lua, o veículo espacial corre o risco de colidir com ela ou se afastar dela, devido a um efeito de swing-by.

Uma comparação direta das Tabelas 3.15 (soluções do Grupo I) e 3.17 (soluções do Grupo II) mostra uma queda de 4,52% nas “Órbitas que não terminam em colisão” e uma queda de 5,43% na “Zona Órbitas Baixas” para uma lua com raio  $r_1$ . O mesmo acontece com o outro raio da lua, com os números: 5,86% e 10,81% para as “Órbitas que não terminam em colisão” para  $r_2$  e  $r_3$ , respectivamente; 8,01% e 1,86% para a “Zona Órbitas Baixas” para  $r_2$  e  $r_3$ , respectivamente. Para o raio  $r_4$ , as “Órbitas que não terminam em colisão” e a “Zona Órbitas Baixas” apresentaram incrementos de 5,5% e 20,57%, respectivamente. Os resultados de  $r_5$  a  $r_8$  mostram que as "Órbitas que não terminam em colisão" diminuem, respectivamente em: 3,12%, 13,76%, 22,05% e 24,8%. Os resultados de  $r_5$  a  $r_7$  apresentaram aumentos para "Zona de Órbitas Baixas", respectivamente iguais a: 21,7%, 13,1% e 1,19%. O raio  $r_8$  não mostrou nenhum valor para a "Zona de Órbitas Baixas". A Figura 3.17 mostra as diferenças entre os Grupos I e II para as "Órbitas que não terminam em colisão" e as "Zonas de Órbitas Baixas" para os diferentes tamanhos da lua.

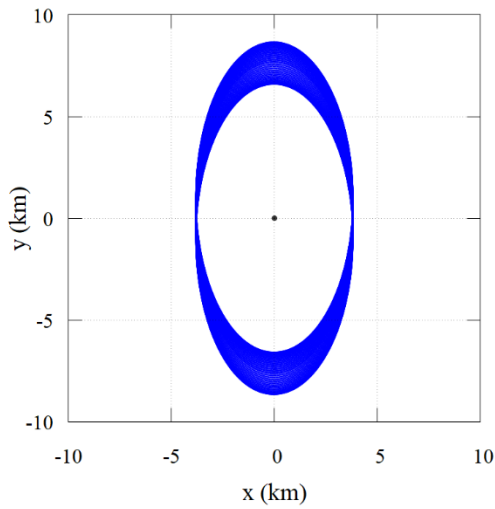
Figura 3.17 – Diferenças entre os Grupos I e II em cada região para diferentes tamanhos da lua.



Fonte: Produção da autora.

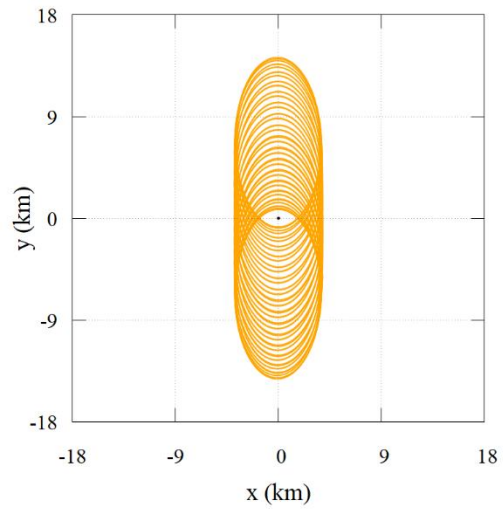
A Figura 3.18 mostra alguns exemplos de trajetórias que podem ser encontradas nas regiões identificadas na Figura 3.11 como “Zona de Órbitas Baixas”, “Zona de Órbitas Altas” e “Zona de Colisão”. O sistema de referência utilizado é o rotacional, com a lua de Pallas localizada na origem do sistema e representada em escala. As trajetórias estão especificamente relacionadas às Figuras 3.11(a), 3.11(b) e 3.11(c), onde o raio da lua é considerado igual a 0,125 km. As Figuras 3.18(a) e 3.18(b) são exemplos das trajetórias da “Zona de Órbitas Baixas”. A Figura 3.18(a) é um exemplo de uma trajetória que pode ser encontrada na região onde  $v_x$  é próximo de zero e  $D$  varia entre 3,75 e 3,83 km. Nesse caso, temos  $D_{\max} = 8,67$  km e  $D_{\min} = 3,77$  km, o que mantém o veículo espacial em uma faixa relativamente estreita de distâncias, como confirmado pela inspeção da Figura 3.18(a). Uma trajetória assim pode ser usada quando é importante evitar grandes variações na distância entre a lua e o veículo espacial. A Figura 3.18(b) mostra uma trajetória que pode ser encontrada na região onde  $v_x$  é próximo de zero e  $D$  varia entre 3,87 e 3,89 km. Para essa trajetória, temos  $D_{\max} = 14,23$  km e  $D_{\min} = 0,77$  km, o que significa que possui uma faixa muito maior de distâncias, o que pode ser observado na Figura 3.18(b). Esse tipo de trajetória pode ser usada quando se deseja observar a lua de diferentes distâncias, para mapear o espaço ao seu redor. A seguir, a Figura 3.18(c) é um exemplo de trajetória da “Zona de Órbitas Altas”, usando o caso em que  $D = 3,93$  km,  $v_x = -0,00177$  km/s,  $v_y = -0,0007$  km/s,  $D_{\max} = 299,87$  km,  $D_{\min} = 0,41$  km e  $D_{\text{med}} = 131,85$  km. Observa-se que a trajetória, mesmo tendo circulado a lua por algum tempo, depois de passar muito perto dela (condição comprovada pelo valor de  $D_{\min} = 0,41$  km), sofreu um swing-by e afastou-se de sua vizinhança. Finalmente, a Figura 3.18(d) é um exemplo de trajetória da “Zona de Colisão” em que  $D = 3,87$  km,  $v_x = -0,0005$  km/s,  $v_y = -0,0007$  km/s e  $D_{\max} = 16,01$  km. Essa última trajetória sobreviveu por apenas 5 dias.

Figura 3.18 – Trajetórias do Grupo I considerando o raio  $r_1 = 0,125$  km para a lua e diferentes conjuntos de condições iniciais.



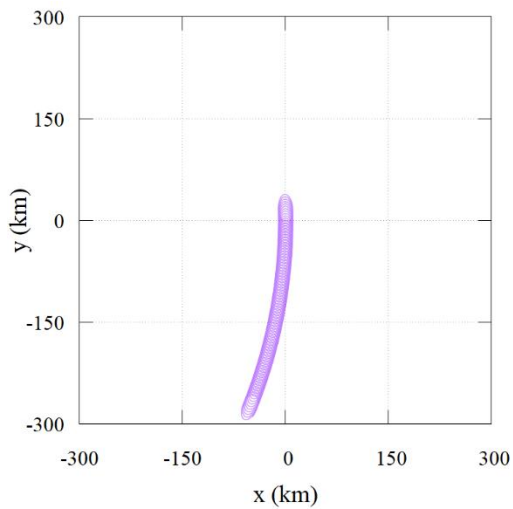
(a)  $t = 30$  dias

$D = 3,805$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,0007$  km/s,  $D_{\max} = 8,67$  km,  $D_{\min} = 3,77$  km,  $D_{\text{med}} = 5,90$  km



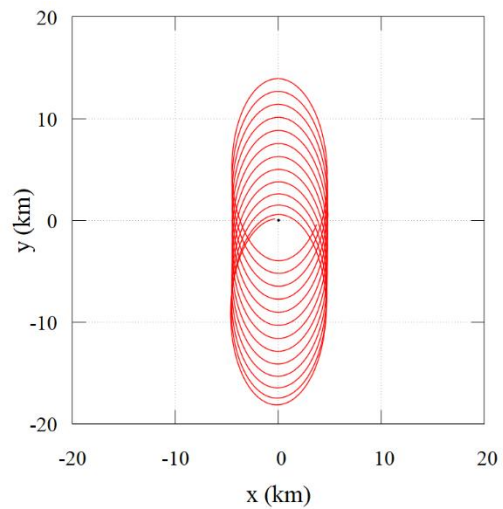
(b)  $t = 30$  dias

$D = 3,865$  km,  $v_x = -0,00005$  km/s,  $v_y = -0,0007$  km/s,  $D_{\max} = 14,23$  km,  $D_{\min} = 0,77$  km,  $D_{\text{med}} = 6,56$  km



(c)  $t = 30$  dias

$D = 3,93$  km,  $v_x = -0,00177$  km/s,  $v_y = -0,0007$  km/s,  $D_{\max} = 299,87$  km,  $D_{\min} = 0,41$  km,  $D_{\text{med}} = 131,85$  km



(d) Colisão em 5 dias

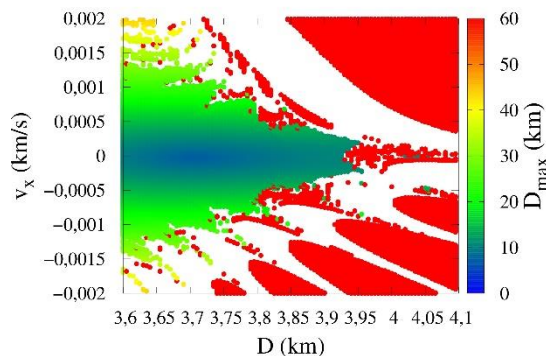
$D = 3,87$  km,  $v_x = -0,0005$  km/s,  $v_y = -0,0007$  km/s,  $D_{\text{med}} = 16,48$  km

Fonte: Produção da autora.

### 3.2.1.3 Estudo dos efeitos da pressão da radiação solar

A seguir, são estudados os efeitos da pressão da radiação solar nas trajetórias do veículo espacial. A Figura 3.19 mostra os valores de  $D_{\max}$  (km) para as soluções do Grupo I para a situação em que o raio da lua é de 0,5 km, que é a situação usada como exemplo. Os resultados são mostrados nas situações em que a pressão da radiação solar não é considerada, denominado "caso de referência", e nos dois casos em que essa força é considerada, com Pallas no periapsis e apoapsis de sua órbita ao redor do sol. As regiões em branco ainda indicam as condições iniciais em que o veículo espacial termina em colisão com a lua. O tempo de simulação é mantido nos 30 dias.

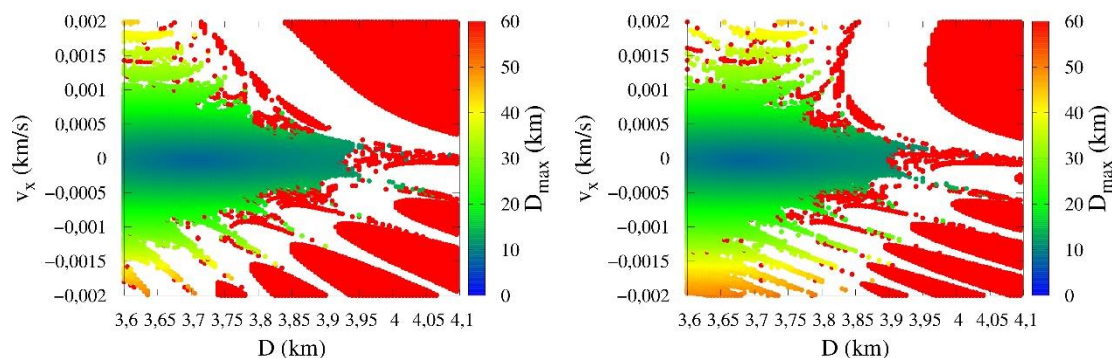
Figura 3.19 – Soluções do Grupo I (distância Pallas-lua = 750 km) mostrando as distâncias máximas ( $D_{\max}$ ) para uma lua de raio igual a 0,5 km e considerando  $v_y = -0,0007$  km/s, variando a distância inicial  $D$  (km) e  $v_x$  (km/s), para: (a) Solução de referência (sem pressão de radiação solar), (b) Pallas no periapsis, incluindo pressão de radiação solar, e (c) Pallas no apoapsis, incluindo pressão de radiação solar.



(a) Distância máxima lua-veículo espacial para o caso de referência

(continua)

Figura 3.19 – Conclusão.



(b) Distância máxima lua–veículo espacial para o caso do periapsis (c) Distância máxima lua–veículo espacial para o caso do apoapsis

Fonte: Produção da autora.

Visualmente, as figuras são semelhantes, apenas com algumas pequenas diferenças, na região onde  $D$  varia de 3,95 a 4,10 km e  $v_x$  é próximo de zero, que é a região mais importante, fornecendo trajetórias com menor  $D_{\max}$ . Esses resultados mostram que a presença da pressão da radiação solar modifica as trajetórias do veículo espacial, mesmo por períodos mais curtos, até 30 dias. A Figura 3.19(c), com Pallas no apoapsis, mostra as maiores diferenças visuais, principalmente nas regiões próximas às bordas da figura. A Tabela 3.18 mostra os intervalos para as órbitas baixas e altas. As porcentagens das órbitas que não terminam em colisões e ficam nas “Zonas de Órbitas Baixas” também são indicadas para as três situações.

Na Tabela 3.18, é mais fácil observar a influência da pressão da radiação solar nas trajetórias. As diferenças entre os valores iniciais e finais dos intervalos de  $D_{\max}$  baixa e alta entre cada caso são mostradas em mais detalhes. A situação em que Pallas passa pelo periapsis é particularmente interessante, porque Pallas está mais próximo do Sol e a pressão da radiação solar é mais forte. O alcance da “Zona de Órbitas Baixas” varia de 7,76 km a 52,58 km, que é maior em comparação com o caso de referência (sem pressão de radiação solar), que está no intervalo de 7,23 a 43,79 km. O motivo é que as órbitas com  $D_{\max}$  mais baixo na situação sem pressão de radiação solar terminaram em colisões após



a inclusão da pressão de radiação solar, aumentando assim o alcance das órbitas que sobreviveram por 30 dias na “Zona de Órbitas Baixas”. Os efeitos representam um aumento de cerca de 22% na faixa de distâncias e 0,21% nas distâncias máximas. Considerando a situação em que Pallas passa pelo apoapsis, a pressão da radiação solar produz efeitos maiores no intervalo de variações das distâncias entre a lua e o veículo espacial, acima de 2 km. A variação na distância máxima é 7,38 km maior que o caso de referência, o que significa que um pequeno número de órbitas é destruído pela pressão da radiação solar. Com relação aos intervalos para  $D_{min}$ , Pallas no periapsis tem o maior intervalo igual a 6,61, e Pallas no apoapsis tem o menor intervalo sendo igual a 2,58, quando comparado ao caso de referência, sem pressão de radiação solar, é igual a 3,61. Conseqüentemente, a evolução de  $D_{med}$  segue apenas os resultados de  $D_{max}$ . Outro ponto notado, ao observar as distâncias médias é que o alcance é maior quando Pallas está no periapsis, 1,65 km a mais na distância máxima quando comparado ao caso de referência, que indica que a pressão da radiação solar tende a aumentar a distância entre a lua e o veículo espacial. Este aumento é reduzido para apenas 0,67 km quando Pallas está no apoapsis. Os mesmos efeitos ocorrem, mas são insignificantes, na “Zona de Órbitas Altas”, considerando as distâncias envolvidas. Para a análise das porcentagens, o caso do apoapsis apresentou o menor valor para o número total de trajetórias que não terminam em colisões (47,21%) e o maior valor para a “Zona de Órbitas Baixas” (26,99%). É uma consequência do fato de que a pressão da radiação solar envia o veículo espacial para longe da lua.

Tabela 3.18 – Variações das trajetórias considerando a pressão de radiação solar assumindo uma lua com raio de 0,5 km, para soluções do Grupo I.

	Caso de Referência	Pallas no Periapsis	Pallas no Apoapsis
$D_{\max}$ (km) para a “Zona de Órbitas Baixas”	7,23 – 43,79	7,76 – 52,58	7,70 – 51,17
$D_{\max}$ (km) para a “Zona de Órbitas Altas”	70,38 – 1501,12	82,73 – 1510,36	71,94 – 1509,96
Variação de $D_{\min}$ (km)	1,10 – 4,71	1,10 – 7,71	1,10 – 3,68
$D_{\text{med}}$ (km) para a “Zona de Órbitas Baixas”	5,46 – 20,03	5,33 – 21,12	5,39 – 21,29
$D_{\text{med}}$ (km) para “Zona de Órbitas Altas”	20,62 – 929,05	21,16 – 934,62	25,38 – 935,59
Órbitas que não terminam em colisão (%)	51,61	51,32	47,21
“Zona de Órbitas Baixas” (%)	25,77	24,98	26,99

Fonte: Produção da autora.

A seguir, a Tabela 3.19 apresenta os intervalos para as órbitas baixas e altas para cada um dos oito tamanhos assumidos para a lua, considerando as situações em que Pallas passa pelo periapsis e apoapsis de sua órbita ao redor do Sol. A ideia é generalizar o estudo desses efeitos para cobrir um grande intervalo de massas. Os resultados mostram que os limites superiores para a “Zona de Órbitas Baixas” para o caso do apoapsis são menores em comparação com os valores obtidos para o caso do periapsis. Isso ocorre em todas as situações, exceto no raio  $r_5$ , onde o limite superior do intervalo é mais alto para o apoapsis do que para o periapsis, 42,74 e 39,09 km, respectivamente. Ao considerar os valores para as distâncias mínimas, eles são maiores quando Pallas está no apoapsis, exceto para o raio  $r_4$  e  $r_5$ . Isso mostra que, em geral, no apoapsis, a interação gravitacional da lua pode manter as órbitas mais próximas e, no periapsis, a pressão de radiação solar do Sol exerce uma força maior, enviando o veículo espacial para longe da lua. De fato, há um balanço de efeitos provenientes da pressão da radiação solar. As distâncias do veículo espacial e

a lua são sempre aumentadas, portanto as órbitas na “Zona de Colisão” se movem para órbitas na “Zona de Órbitas Baixas”, enquanto as órbitas na “Zona de Órbitas Baixas” se movem para as órbitas na “Zona de Órbitas Altas”. Como o resultado líquido depende da massa da lua, as Figuras 3.11, 3.12 e 3.13 são muito importantes. Em relação à “Zona de Órbitas Altas”, não se observa uma tendência com a massa da lua e a predominância da migração das órbitas varia de acordo com cada situação específica.

Tabela 3.19 – Intervalos de  $D_{max}$  de acordo com o tamanho da lua para as soluções do Grupo I, e para a “Zona de Órbitas Baixas” e a “Zona de Órbitas Altas”, considerando Pallas passando pelo periapsis e apoapsis.

	$D_{max}$ (km) para a “Zona de Órbitas Baixas” Caso Periapsis	$D_{max}$ (km) para a “Zona de Órbitas Baixas” Caso Apoapsis	$D_{max}$ (km) para a “Zona de Órbitas Altas” Caso Periapsis	$D_{max}$ (km) para a “Zona de Órbitas Altas” Caso Apoapsis
$r_1$	9,29 – 53,24	9,35 – 53,07	102,65 – 546,17	102,52 – 540,91
$r_2$	10,80 – 53,27	10,82 – 52,55	278,97 – 832,94	273,69 – 844,95
$r_3$	7,76 – 59,14	8,97 – 52,64	62,13 – 1511,61	141,47 – 1267,00
$r_4$	7,76 – 52,58	7,70 – 51,17	82,73 – 1510,36	71,94 – 1509,96
$r_5$	7,11 – 39,09	7,31 – 42,74	60,52 – 1517,27	123,57 – 1512,51
$r_6$	7,25 – 7,67	7,20 – 7,29	20,03 – 1516	28,30 – 1514,01
$r_7$	–	–	1205,95 – 1516,09	979,19 – 1515,80
$r_8$	–	–	1334,90 – 1530,25	1370,83 – 1517,21

Fonte: Produção da autora.

Na Tabela 3.20 são apresentadas as porcentagens do número total de condições iniciais que não terminam em colisão e o número de trajetórias nas “Zona de Órbitas Baixas”. Assim, é possível ver os efeitos da pressão da radiação solar em mais detalhes. Todos os resultados são mostrados para periapsis e apoapsis.

Observa-se, na Tabela 3.20, que, exceto no raio  $r_1$ , ou seja, do raio  $r_2$  a  $r_8$ , a porcentagem de órbitas que não terminam em colisões é maior no periapsis do que no apoapsis. Isso indica que o número de órbitas que se deslocam da “Zona de Colisão” para a “Zona de Órbitas Baixas” é maior que o número de órbitas que se deslocam da “Zona de Órbitas Baixas” para a “Zona de Órbitas Altas”. Esse aspecto indica que a pressão da radiação solar tem o efeito de ajudar a aumentar o número de condições iniciais que geram órbitas que duram até 30 dias. Em geral, o número de órbitas dentro da “Zona de Órbitas Baixas” também

é grande quando Pallas está no periapsis, exceto no caso para  $r_3$ , e por diferenças muito pequenas, indicando uma dependência do processo de migração com a massa da lua.

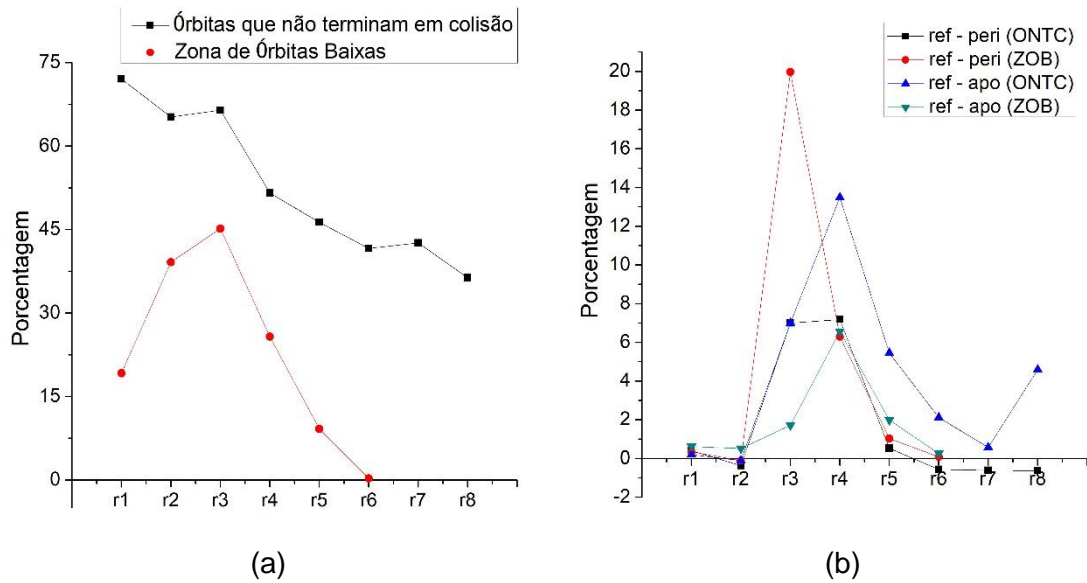
A Figura 3.20 indica as porcentagens de órbitas, de acordo com o tamanho da lua, para as soluções do Grupo I, considerando as “Órbitas que não terminam em colisão” (ONTC) e a “Zona de Órbitas Baixas” (ZOB) para: (a) Solução de referência, sem pressão de radiação solar, (b) Diferença entre as soluções de referência (ref) com as soluções de periapsis (peri) e com as soluções de apoapsis (apo). Observando a Figura 3.20(a), é possível observar a tendência da distribuição das porcentagens de acordo com a massa das órbitas que não terminam em colisão (ONTC) e da zona de órbitas baixas (ZOB). A Figura 3.20(b) mostra o quanto às trajetórias consideradas no periapsis ou apoapsis diferem das trajetórias de referência. Considerando o periapsis e as órbitas (ONTC), as maiores diferenças ocorreram para  $r_4$ , 7,18% e para  $r_3$ , 7%. Considerando as órbitas (ZOB),  $r_3$  e  $r_4$  apresentaram as maiores diferenças, 19,97% e 6,3%, respectivamente. No apoapsis as maiores diferenças considerando as órbitas (ONTC) ocorreram para  $r_4$ ,  $r_8$  e  $r_5$ , os valores foram iguais a 6,57%, 5,21% e 4,92%. Para as órbitas (ZOB), as maiores diferenças ocorreram para  $r_4$ ,  $r_5$  e  $r_3$ , os valores foram iguais a 6,57%, 1,99% e 1,72%.

Tabela 3.20 – Porcentagens de órbitas que não terminam em colisão e possuem  $D_{max}$  na “Zona de Órbitas Baixas”, de acordo com o tamanho da lua, para soluções do Grupo I e considerando a pressão da radiação solar.

	Órbitas que não terminam em colisão: Periapsis (%)	Órbitas que não terminam em colisão: Apoapsis (%)	Periapsis “Zona de Órbitas Baixas” (%)	Apoapsis “Zona de Órbitas Baixas” (%)
$r_1$	71,65	71,85	18,84	18,56
$r_2$	65,63	65,37	39,27	38,65
$r_3$	59,47	59,47	25,21	43,46
$r_4$	44,43	38,12	19,47	19,20
$r_5$	45,76	40,84	8,15	7,20
$r_6$	42,21	39,53	0,21	0,04
$r_7$	43,21	42,03	–	–
$r_8$	36,95	31,74	–	–

Fonte: Produção da autora.

Figura 3.20 – Porcentagens de órbitas de acordo com o tamanho da lua, para soluções do Grupo I, considerando as “Órbitas que não terminam em colisão” (ONTC) e “Zona de Órbitas Baixas” (ZOB) para, (a) Caso de referência (sem pressão de radiação solar), (b) Diferenças entre os casos de referência (ref) e periapsis (peri) e apoapsis (apo).



Fonte: Produção da autora.

### 3.2.1.4 Estudo da evolução das órbitas por mais tempo

O próximo passo é estudar os efeitos nas trajetórias do veículo espacial ao se considerar tempos superiores a 30 dias. Para isso, são considerados tempos de 60, 90 e 120 dias para as soluções do Grupo I considerando o raio da lua igual a 0,5 km. O objetivo é verificar se as órbitas podem sobreviver por mais tempo, se exigido por uma missão. A Tabela 3.21 mostra os resultados obtidos considerando 120 dias para o caso de referência, em que a pressão de radiação solar não é considerada, e para os casos no periapsis e apoapsis, em que a pressão de radiação é considerada. Os resultados para 60 e 90 dias apresentaram os mesmos comportamentos, apenas com valores intermediários em relação aos obtidos no período de 30 e 120 dias, por esse motivo, eles são omitidos aqui. Ao comparar os resultados das simulações de 30 dias, mostrados na Tabela 3.18, com os resultados de 120 dias, os intervalos da “Zona de Órbitas Baixas” para os casos de referência, periapsis e apoapsis mudaram de 7,23 a 43,79 km, 7,76 a 52,58 km e 7,70–51,17 km, para 7,23–42,97 km, 7,76–56,72

km e 7,70–54,13 km, respectivamente. Para o caso de referência, houve uma redução no valor máximo do limite, de 43,79 km para 42,97 km, indicando que as órbitas mais altas se afastaram dessa zona após os 30 dias iniciais.

Apenas as órbitas mais próximas ficaram ao redor da lua. Quando Pallas passa pelo periapsis ou apoapsis de sua órbita, o valor máximo do limite aumenta de 52,58 km para 56,72 km e de 51,17 km para 54,13 km, respectivamente. É o equilíbrio da migração entre as zonas causado pela pressão da radiação solar.

Considerando os intervalos da "Zona de Órbitas Altas", os valores mudaram de 70,38–1501,12 km, 82,73–1510,36 km e 71,94–1509,96 km, para 1278,03–1513,70 km, 61,99–1520,80 km e 74,44–1517,17 km, respectivamente. Na situação das "Órbitas que não terminam em colisões", é possível observar que há uma queda nos percentuais de 51,61%, 51,32% e 47,21% para 47,61%, 44,43% e 38,12%, respectivamente. Esse comportamento também ocorreu com os resultados da "Zona de Órbitas Baixas", que caíram de 25,77%, 24,28% e 26,99% para 23,41%, 19,47% e 19,20%, respectivamente. Isso é esperado, já que as órbitas foram testadas por períodos mais longos. Como conclusão geral, mesmo que ocorra uma redução, a maioria das órbitas permanece por até 120 dias.

O mesmo estudo foi realizado para as soluções do Grupo II e os resultados apresentaram o mesmo comportamento encontrado para as soluções do Grupo I, sem novos aspectos, apenas com números ligeiramente diferentes. Portanto, eles são omitidos aqui.

Tabela 3.21 – Intervalos de trajetórias considerando a pressão da radiação solar quando Pallas está no periapsis e apoapsis, assumindo uma lua com raio de 0,5 km, para soluções do Grupo I e utilizando um tempo de integração de 120 dias.

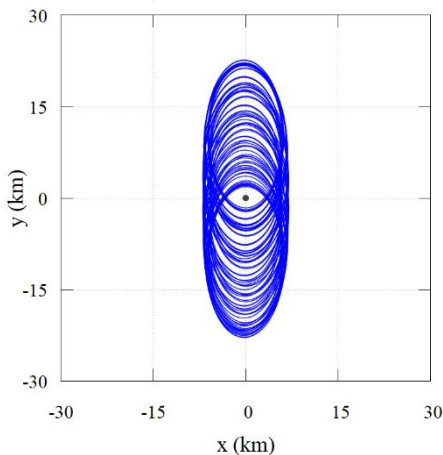
	Caso de Referência	Pallas no Periapsis	Pallas no Apoapsis
$D_{\max}$ (km) para a “Zona de Órbitas Baixas”	7,23 – 42,97	7,76 – 56,72	7,70 – 54,13
$D_{\max}$ (km) para a “Zona de Órbitas Altas”	1278,03 – 1513,70	61,99 – 1520,80	74,44 – 1517,17
Variação de $D_{\min}$ (km)	1,10 – 4,71	1,10 – 4,71	1,10 – 3,68
$D_{\text{med}}$ (km) para a “Zona de Órbitas Baixas”	5,52 – 19,74	5,71 – 53,03	5,66 – 53,64
$D_{\text{med}}$ (km) para “Zona de Órbitas Altas”	42,97 – 1089,66	592,74 – 1508,19	472,23 – 1087,75
Órbitas que não terminam em colisão (%)	47,61	44,43	38,12
“Zona de Órbitas Baixas” (%)	23,41	19,47	19,20

Fonte: Produção da autora.

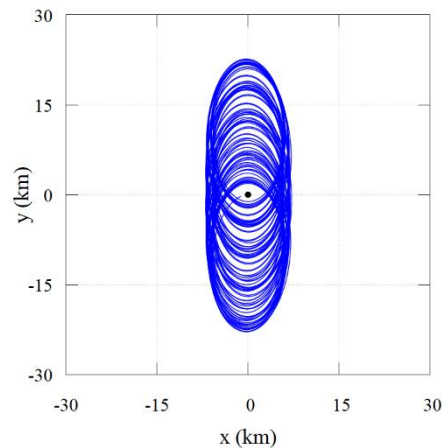
A Figura 3.21 mostra alguns exemplos de trajetórias do Grupo I considerando o mesmo conjunto de condições iniciais para os casos de referência (sem pressão de radiação solar, periapsis e apoapsis (com pressão de radiação solar)). O raio da lua é igual a 0,5 km,  $D = 3,605$  km,  $v_x = 0,00094$  km/s e  $v_y = -0,0007$  km/s. O sistema de referência utilizado é o rotacional, e a lua de Pallas está fixada na origem do sistema e representada em escala. A Figura 3.21(a) mostra a trajetória do caso de referência (sem pressão de radiação solar) para  $t = 30$  dias,  $D_{\max} = 22,87$  km e  $D_{\min} = 1,61$  km. A Figura 3.21(b) mostra a trajetória do caso de referência com  $D_{\max} = 22,87$  km e a colisão do veículo espacial com a lua após 35 dias. A Figura 3.21(c) mostra a trajetória em que Pallas está no periapsis,  $D_{\max} = 11,39$  km e ocorre a colisão do veículo espacial com a lua após 22 dias. A Figura 3.21(d) mostra a trajetória de  $t = 30$  dias quando Pallas está no apoapsis,  $D_{\max} = 24,50$  km e  $D_{\min} = 2,15$  km. Na Figura 3.21(e), a trajetória quando Pallas está no apoapsis é prolongada por até 120 dias. Observa-se que

a trajetória se afastou da vizinhança da lua e iniciou uma órbita em torno de Pallas, cobrindo menos de uma revolução em torno de Pallas. Essa trajetória tem  $D_{\max} = 148,85$  km e  $D_{\min} = 1,31$  km. A Figura 3.21(f) mostra um zoom da região perto da lua onde a órbita se aproxima duas vezes. Depois disso, a trajetória se afasta da lua. Se continuarmos essa trajetória por até 180 dias, é possível observar que ela se encontra no lado oposto de Pallas. Em 230 dias observa-se que ela circunda completamente Pallas e depois retorna à vizinhança da lua, como mostra a Figura 3.21(h). A Figura 3.21(i) mostra em destaque a região perto da lua, onde a trajetória se aproxima pela parte de cima da figura, e envolve a lua sem colidir e novamente se afasta da lua. Na Figura 3.21(j) observa-se novamente que a trajetória circulou totalmente Pallas e retornou para perto da lua colidindo com ela no dia 471, como mostra a Figura 3.21(k), zoom da Figura 3.21(j). Essas simulações dão um bom exemplo de como uma trajetória pode apresentar grandes variações ao considerar a pressão de radiação solar, a localização de Pallas da lua em sua órbita (periapsis ou apoapsis) e o tempo de integração.

Figura 3.21 – Trajetórias do Grupo I com e sem pressão de radiação solar considerando o raio da lua como  $r_4 = 0,5$  km,  $D = 3,605$  km,  $v_x = 0,00094$  km/s e  $v_y = -0,0007$  km/s.



(a) Caso de Referência, 30 dias  
 $D_{\max} = 22,87$  km,  $D_{\min} = 1,61$  km,  
 $D_{\text{med}} = 10,89$  km

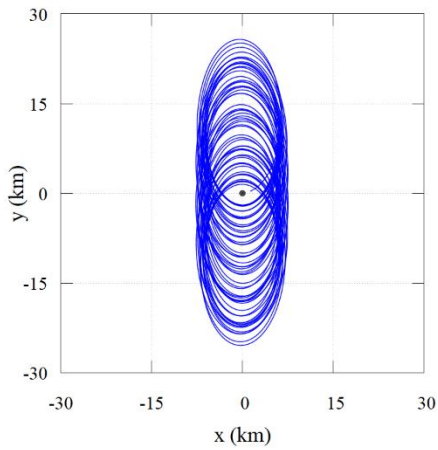


(b) Caso de Referência, colisão em  
 35 dias  
 $D_{\max} = 22,87$  km

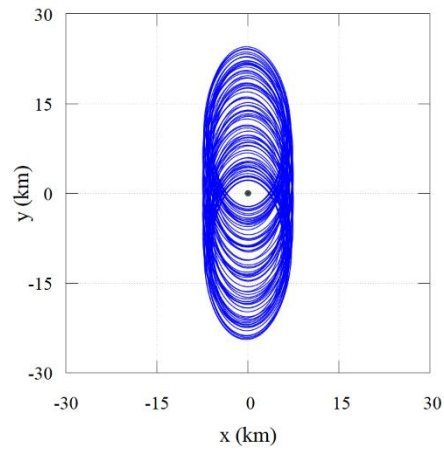
(continua)



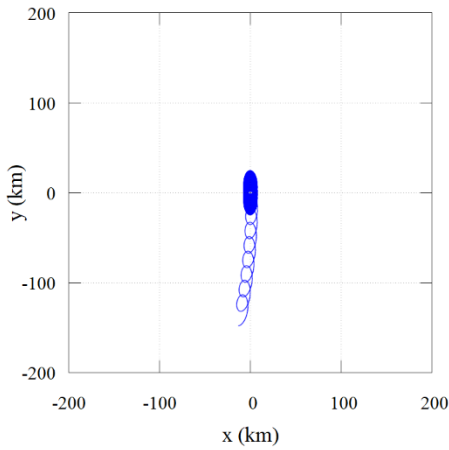
Figura 3.21 – Continuação.



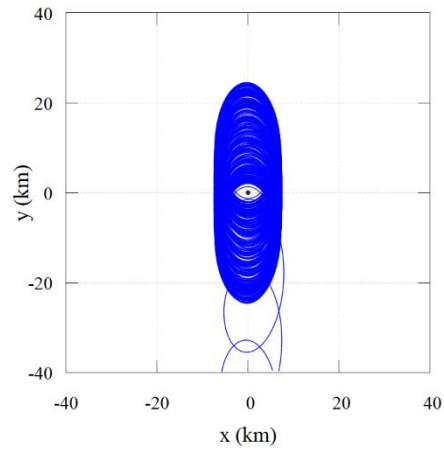
(c) Caso Periapsis, colisão em 22 dias  
 $D_{\max} = 25,47$  km



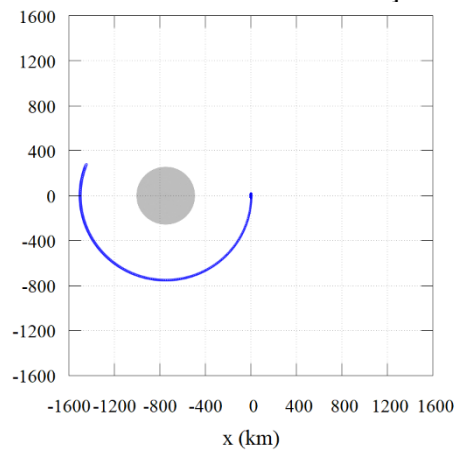
(d) Caso Apoapsis, 30 dias  
 $D_{\max} = 24,50$  km,  $D_{\min} = 2,15$  km,  $D_{\text{med}} = 11,32$  km



(e) Caso Apoapsis, 120 dias  
 $D_{\max} = 148,85$  km,  $D_{\min} = 1,31$  km,  $D_{\text{med}} = 12,83$  km



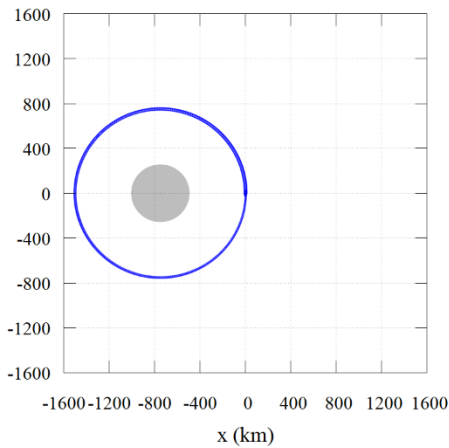
(f) Caso Apoapsis, 120 dias  
 Zoom perto da lua para 120 dias, em relação à Figura 3.13(e)



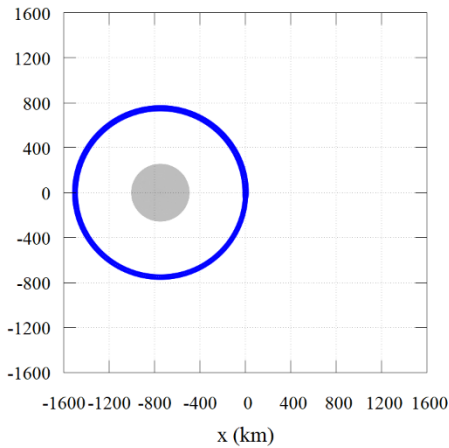
(g) Caso Apoapsis, 180 dias  $D_{\max} = 1511,26$  km,  $D_{\min} = 11,31$  km,  $D_{\text{med}} = 363,25$  km

(continua)

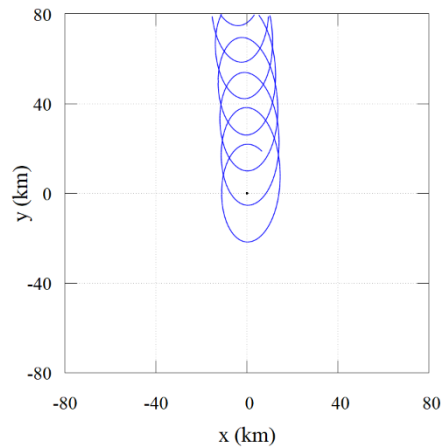
Figura 3.21 – Conclusão.



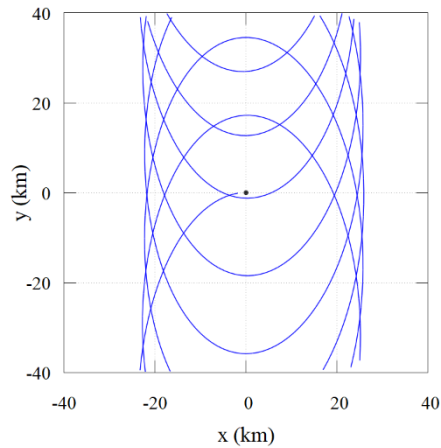
(h) Caso Apoapsis, 230 dias  
 $D_{\max} = 1511,26$  km,  $D_{\min} = 1,31$  km,  
 $D_{\text{med}} = 475,57$  km



(j) Caso Apoapsis, colisão em 471 dias  
 $D_{\max} = 1523,62$  km



(i) Caso Apoapsis, 230 dias  
 Zoom perto da lua para 230 dias, em  
 relação à Figura 3.13(h)



(k) Caso Apoapsis, colisão em 471 dias  
 Zoom perto da lua para 471 dias, em  
 relação à Figura 3.13(j)

Fonte: Produção da autora.

### 3.2.1.5 Conclusão sobre o sistema Pallas-lua-veículo espacial

Foi possível identificar órbitas em torno de uma possível pequena lua de Pallas utilizando o critério para selecionar as órbitas como as distâncias máxima, mínima e média entre veículo espacial e a lua durante um determinado tempo.

Verificou-se que existem três regiões de órbitas: "Zona de órbitas baixas", "Zona de órbitas altas" e "Zona de órbitas de colisão". A "Zona de órbitas de colisão" separa as outras duas zonas. O tamanho da lua tem um papel importante na

definição dos tamanhos de cada zona. Para luas menores, o aumento do tamanho da lua aumenta o número de órbitas na "Zona de Órbitas Baixas", porque sua massa maior pode ajudar a manter o veículo espacial mais próximo dela. Após um certo limite no tamanho da lua, o efeito é revertido, e luas maiores reduzem o tamanho da "Zona de órbitas Baixas". A razão é que a lua está se aproximando do limite de segurar as QSOs. Em relação à distância lua-Pallas, mostra-se que as órbitas para uma lua mais próxima de Pallas são mais perturbadas, reduzindo assim as escolhas de órbitas para uma missão de observação.

Além da interação gravitacional de Pallas e sua lua, a pressão de radiação solar também foi incluída no modelo. Foi possível observar os efeitos dessa força, que aumenta as distâncias veículo-lua. Como consequência, há uma migração das órbitas da "Zona de Colisão" para a "Zona de Órbitas Baixas" e da "Zona de Órbitas Baixas" para a "Zona de Órbitas Altas". Isso significa que o aumento ou diminuição dos tamanhos das zonas, bem como dos limites dessas zonas, depende do tamanho específico da lua. A pressão da radiação solar também tem alguns efeitos no formato das órbitas.

Várias órbitas úteis para observar as luas foram encontradas por um tempo de integração de 30 dias, incluindo órbitas que permanecem a distâncias inferiores a 10 km da lua. O tempo de 30 dias foi considerado bom o suficiente para fazer as primeiras observações da lua, mas valores diferentes podem ser usados na técnica aqui apresentada. Tempos de até 120 dias também foram usados e a maioria das trajetórias duram mais.

Um tipo interessante de órbita que foi encontrado consiste em órbitas que começam seu movimento orbitando a lua, mas escapam naturalmente para orbitar ao redor de Pallas, retornando para perto da lua mais tarde. Essas órbitas podem ser usadas como órbitas de transferência para modificar o corpo do sistema que está sendo observado pelo veículo espacial e até mesmo para retornar às proximidades da lua.

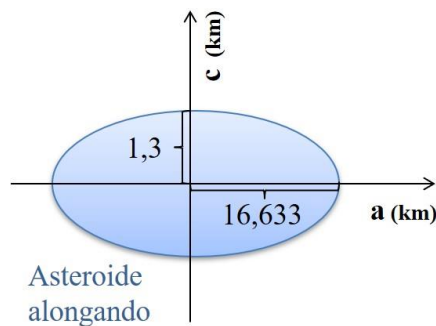
### 3.2.2 O sistema de asteroides triplo 2001 SN<sub>263</sub>

Nesta seção será realizada uma busca numérica por trajetórias próximas a vizinhança do asteroide triplo 2001 SN<sub>263</sub> (ARAUJO et al., 2012; ARAUJO et al., 2015; MASSAGO et al., 2016). Este asteroide tem sua órbita muito próxima da Terra, por isso, é classificado como NEA (Near-Earth Asteroid) e sendo do tipo Amor, o que significa que sua distância no periélio está entre 1,017 u.a. e 1,3 u.a. Este asteroide é formado por três diferentes corpos. Alfa é o maior corpo do sistema, possuindo massa igual a  $917,466 \times 10^{10}$  kg e raio igual a 1,3 km. O segundo maior corpo é o Beta, localizado mais distante de Alfa a 16,633 km, possuindo massa e raio iguais a  $24,039 \times 10^{10}$  kg e 0,39 km, respectivamente. O corpo Beta também possui uma órbita quase planar em relação ao eixo longitudinal de Alfa. O menor corpo é Gama, com uma massa igual a  $9,773 \times 10^{10}$  kg e raio igual a 0,29 km. Ele está localizado mais próximo a Alfa, cerca de 3,804 km, e possui uma inclinação em relação ao eixo longitudinal de Alfa de 13,87 graus. As órbitas de Beta e Gama são quase circulares em torno de Alfa. Enquanto o sistema tem uma órbita altamente excêntrica, de excentricidade igual a 0,48 e semieixo maior igual a 1,99 u.a. em relação ao Sol. Neste estudo, o asteroide triplo será considerado como um único corpo de formato alongado e com simetria triaxial (ROSSI et al., 1999). Seu raio longitudinal será igual a distância entre os corpos Alfa e Beta, 16,633 km, e sua altura será igual ao raio de Alfa, 1,3 km. Sua massa será igual à soma de todas as massas dos corpos do sistema sendo igual a  $951,278 \times 10^{10}$  kg. Na Figura 3.22 tem-se o modelo dimensional do asteroide alongado.

O objetivo é procurar trajetórias nas proximidades do asteroide alongado, mas longe o suficiente para considerá-lo como um único asteroide alongado. Ainda existem muitas imprecisões nas massas, tamanhos e distâncias de corpos desse tipo; portanto, é importante a ideia de analisar o sistema a uma distância segura, para obter medições mais precisas. Depois disso, podemos realmente abordar o asteroide. O sistema que será considerado é composto pelo Sol, o asteroide alongado e o veículo espacial. O movimento do veículo espacial na vizinhança do asteroide será descrito pelo problema restrito de três corpos elíptico plano,

adicionado pela influência do termo  $J_2$  devido ao achatamento equatorial do Sol e do asteroide alongado. A influência da pressão de radiação solar também será considerada no modelo dinâmico para diferentes valores de razão área/massa do veículo espacial. Também será realizado um estudo sobre o efeito de perturbações no movimento do veículo espacial devido à interação gravitacional, ao termo  $J_2$  dos corpos e à pressão da radiação solar. Este estudo será realizado para diferentes tempos de integração e utilizando a integral da perturbação. Finalmente, os resultados mostram diferentes padrões de trajetórias na vizinhança do asteroide alongado que podem ser usados de acordo com o objetivo desta fase da missão, como, por exemplo, orbitar uma região específica do asteroide, para escapar de sua influência ou para se aproximar dele. As trajetórias são identificadas por cada conjunto de condições iniciais, que são a posição e a velocidade do veículo espacial em relação ao asteroide alongado. Para selecionar as trajetórias, usamos os valores das distâncias mínima, máxima e média entre o veículo espacial e o asteroide alongado, mostrados nos mapas de cores.

Figura 3.22 – Modelo dimensional do asteroide alongado.



Fonte: Adaptado de Cavalca et al. (2020b).

Na Tabela 3.22 são apresentados os dados físicos e orbitais do Sol e do asteroide alongado. Os dados físicos do asteroide alongado foram calculados de acordo com os valores do asteroide triplo 2001 SN<sub>263</sub>, onde: o raio longitudinal é igual à distância entre Alfa e Beta (16,633 km); a altura é igual ao raio de Alfa

(1,3 km); a massa é igual à soma das massas de Alfa, Gama e Beta ( $951,278 \times 10^{10}$  kg); o termo de achatamento  $J_2$  é dado pela Equação 2.14 sendo igual a 0,198778; o semieixo (1,99 u.a.) e a excentricidade (0,48) são medidos em relação ao Sol.

$$J_2^{M_2} = \frac{(a^2 - c^2)}{5R_{M_2}^2} \quad (3.1)$$

Da Equação 3.1 tem-se que o raio longitudinal médio do asteroide alongado é dado por  $R_{M_2}$ ,  $a$  é igual a  $R_{M_2}$  e  $c$  é o raio transversal como mostra a Figura 3.22. (ROSSI et al., 1999)

Tabela 3.22 – Dados físicos e orbitais do Sol e do asteroide alongado.

Corpo Celeste	Raio Médio (km)	Massa (kg)	$J_2$	Semieixo Maior (u.a.)	$e$
Sol	697500	$1,9885 \times 10^{30}$	$2,2 \times 10^{-7}$	–	–
Asteroide alongado	16,633	$951,278 \times 10^{10}$ *	0,198778	1,99	0,48

\*Valor calculado

Fonte: Nasa (2019) e Obrecht, (2016).

A seguir, o estudo da distribuição das condições iniciais é apresentado em função de três casos. No primeiro caso, a pressão da radiação solar não é considerada e será indicada por sem pressão de radiação solar. Nos outros dois casos, a pressão da radiação solar é considerada para valores de  $A/m$  iguais 0,001 a 0,01  $m^2/kg$ . Os tempos de integração são adotados de acordo com o caso.

### 3.2.2.1 Estudo sem pressão de radiação solar

A Figura 3.23 apresenta os mapas de cores para o caso em que a pressão de radiação solar não foi considerada no modelo e o tempo de integração é igual a 90 dias. Com isso, é possível observar e analisar a distribuição das distâncias e os efeitos das forças em função das condições iniciais do veículo espacial na vizinhança do asteroide alongado. Os valores da distância inicial  $D$  variam de 50 a 70 km; a velocidade  $v_y$  varia entre -0,00015 e 0,00015 km/s; e a velocidade  $v_x$  permanece fixa em zero. As distribuições das distâncias máxima, mínima e

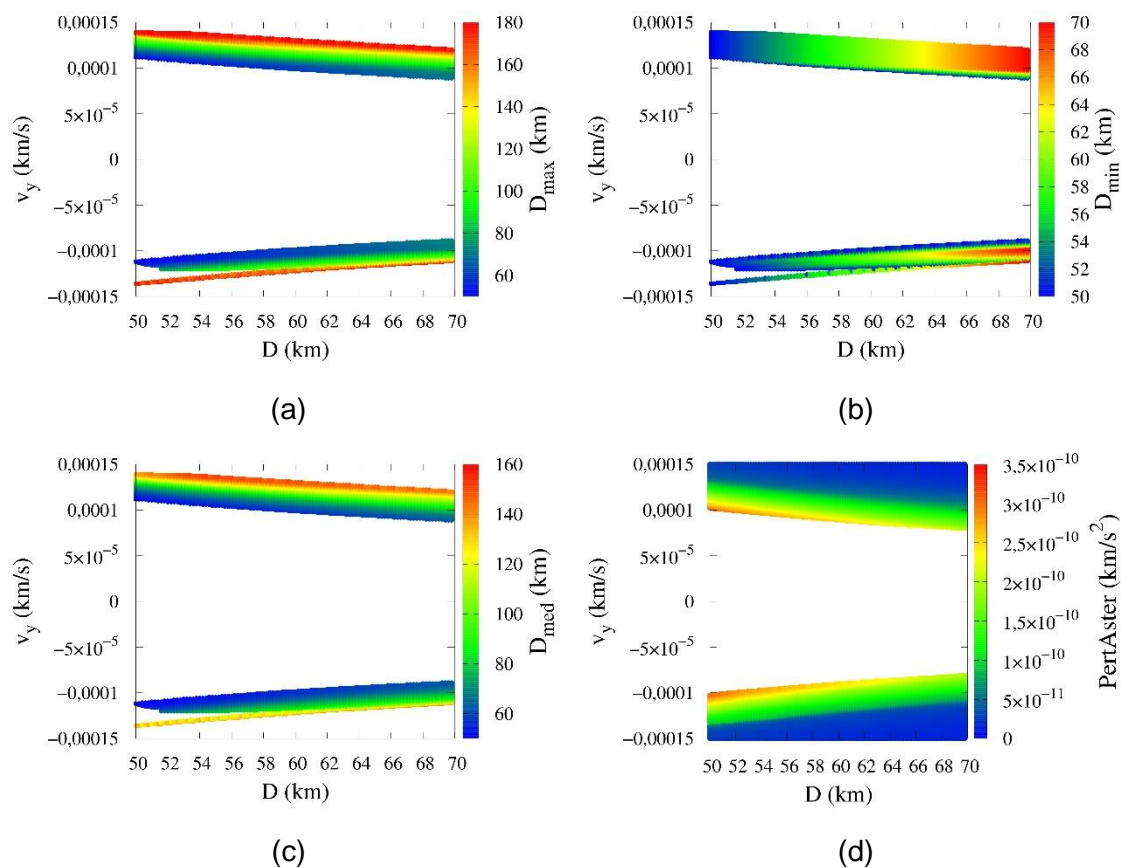
média são mostradas nas Figuras de 3.23(a) à 3.23(c), respectivamente. Os efeitos das forças devido à interação do veículo espacial com o asteroide, e os termos  $J_2$  do asteroide e do Sol são mostrados nas Figuras de 3.23(d) a 3.23(f), respectivamente. As regiões em branco nas Figuras de 3.23(a) à 3.23(c) indicam condições iniciais que levam o veículo espacial a colidir com o asteroide alongado, e, as que não respeitam as restrições  $D_{\max} < 180$  km,  $D_{\text{med}} < 180$  km e  $D_{\min} > 50$  km. No caso das Figuras de 3.19(d) à 3.19(f), apenas as condições iniciais que causam a colisão do veículo espacial com o asteroide alongado estão em branco. As figuras que mostram a contribuição de cada força não são limitadas pelas restrições de distância e todas as soluções são mostradas. Os valores em relação à força devida ao termo  $J_2$  do Sol foram todos iguais a  $2,21 \times 10^{-17}$  km/s<sup>2</sup>.

A partir da Figura 3.23, também é possível identificar qual conjunto de condições iniciais geram os valores mais baixos e mais altos de distâncias e os que são mais ou menos afetados por cada força. As figuras mostram certa simetria nas dispersões dos valores em relação ao eixo y, tendo o valor zero como referência para a simetria. No entanto, nas figuras de distâncias, Figuras de 3.23(a) a 3.23(c), percebe-se que a faixa de valores negativos de y apresenta uma certa descontinuidade para os valores de x de 50 a 57 km. Nas figuras das distâncias máxima e média, Figuras 3.23(a) e 3.23(b), os valores mais altos das distâncias estão nas bordas externas das faixas positiva e negativa de y, e os valores mais baixos estão nas partes internas dessas faixas.

A distribuição das distâncias mínimas, mostrada na Figura 3.23(b), apresenta os menores valores nas partes internas das faixas de y positivo e negativo. Observa-se também que as distâncias mínimas são distribuídas de acordo com os valores de D (km), a distância inicial, ou seja, variando dos valores mais baixos aos mais altos. Isso significa que, à medida que D aumenta, a distância mínima também aumenta. Nas figuras que mostram os efeitos de cada força, Figuras de 3.23(d) à 3.23(f), a dispersão dos valores é praticamente simétrica em relação a zero no eixo y. Lembrando que essas medidas não incluem as restrições das distâncias máxima ( $D_{\max} < 180$  km), mínima ( $D_{\min} > 50$  km) e média

( $D_{med} < 180$  km). As perturbações relacionadas ao asteroide alongado, Figuras de 3.23(d) à 3.23(e), comportam-se inversamente às de distâncias máxima e média, Figuras 3.23(a) à 3.23(c), ou seja, as condições iniciais que causam mais distúrbios estão na parte interna das faixas de  $y$  positivo e negativo, e as menos perturbadas estão nas partes externas dessas faixas. Observa-se também que os valores menores de  $D$  apresentam maiores perturbações, uma vez que essas condições estão mais próximas do asteroide. A distribuição dos efeitos do Sol (PertSol), Figura 3.23(f), é praticamente igual a  $4,0245 \times 10^{-6}$  km/s<sup>2</sup> e essa é, obviamente, a força dominante que atua ao longo das trajetórias.

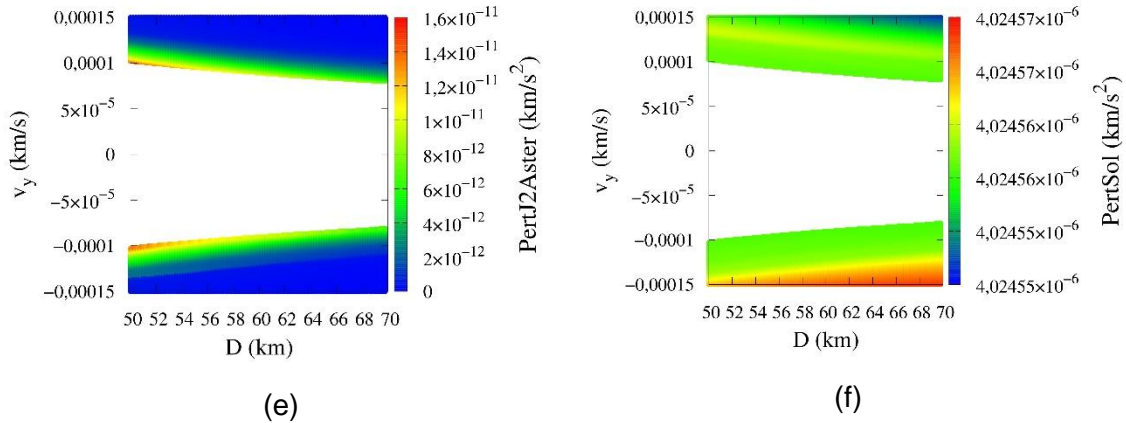
Figura 3.23 – Mapas de cores sem pressão de radiação solar e  $t = 90$  dias, para a variação de (a)  $D_{max}$ , (b)  $D_{min}$ , (c)  $D_{med}$ , (d) PertAster, (e) PertJ2Aster e (f) PertSol.



(continua)



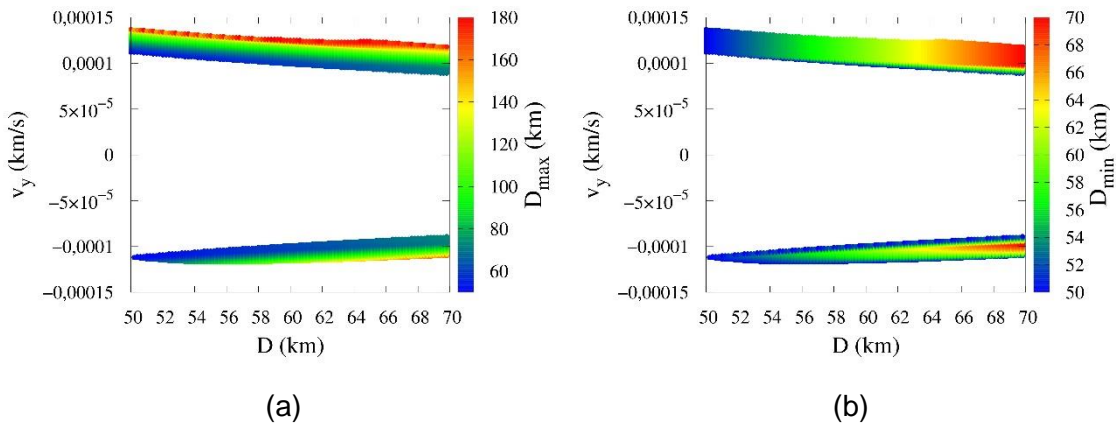
Figura 3.23 – Conclusão.



Fonte: Cavalca et al. (2020b).

Em seguida, a Figura 3.20 apresenta a distribuição das distâncias máxima ( $D_{max}$ ) e mínima ( $D_{min}$ ) em função da distância inicial  $D$ , que varia de 50 a 70 km e da velocidade  $v_y$ , que varia de -0,00015 a 0,00015 km/s, com a velocidade  $v_x$  fixa em zero, semelhante aos valores usados na Figura 3.24, mas agora o estudo é estendido para 240 dias.

Figura 3.24 – Mapas de cores sem pressão de radiação solar e  $t = 240$  d: (a)  $D_{max}$  (b)  $D_{min}$ .

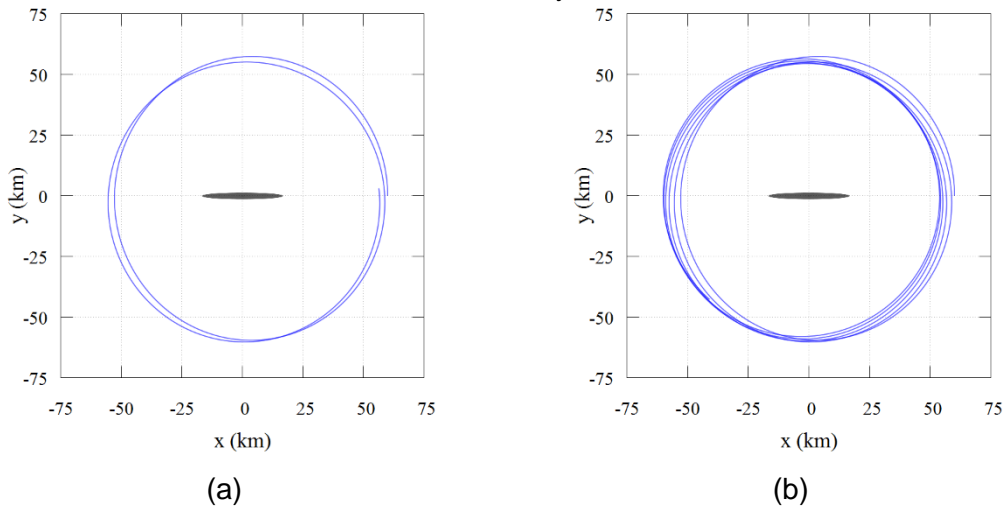


Fonte: Cavalca et al. (2020b).

Observando a Figura 3.24, nota-se que, ao longo do tempo, as condições iniciais que geram as trajetórias com maiores valores de  $D_{max}$  são as que sofrem as maiores variações. Observa-se também que as trajetórias com valores menores

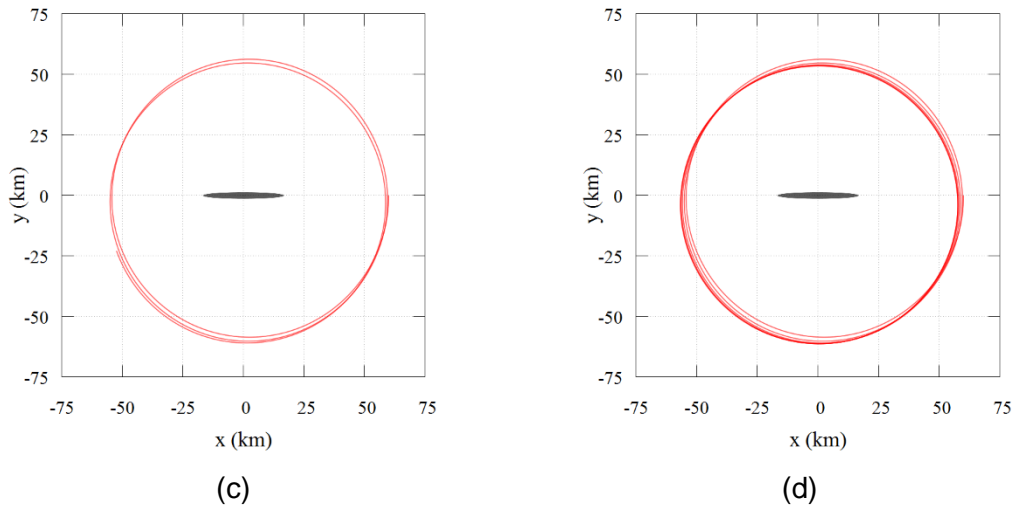
de  $D$  também são as que mais sofrem alterações, pois ficam mais próximas do asteroide. Isso ocorre porque, ao longo do tempo, as trajetórias podem se aproximar ou se afastar do asteroide alongado, não respeitando os limites das distâncias  $D_{\max} < 180$  km e  $D_{\min} > 50$  km. A Figura 3.25 apresenta dois exemplos de trajetórias, com os dois conjuntos de condições iniciais retirados da Figura 3.24. O conjunto 1 considera:  $D = 60$  km,  $v_x = 0$  e  $v_y = 0,0001$  km/s; enquanto o conjunto 2 considera  $D = 60$  km,  $v_x = 0$  e  $v_y = -0,0001$  km/s. As Figuras 3.25(a) e 3.25(b) mostram a trajetória do conjunto 1 considerando os tempos de 90 e 240 dias, respectivamente. As Figuras 3.25(c) e 3.25(d) mostram a trajetória do conjunto 2, considerando também os tempos 90 e 240 dias, respectivamente. O sistema de referência utilizado é o rotacional e o asteroide alongado é representado em escala na origem do sistema rotacional.

Figura 3.25 – Trajetórias sem pressão de radiação solar e tempos de simulação de 90 e 240 dias para dois conjuntos de condições iniciais: (a) e (b) é para o conjunto 1; (d) e (e) é para o conjunto 2.



(continua)

Figura 3.25 – Conclusão.



Fonte: Cavalca et al. (2020b).

Na Figura 3.25, observa-se dois exemplos de trajetórias que podem ser encontradas ao redor do asteroide alongado ao longo do tempo. As Figuras 3.25(a) e 3.25(b), apresentam uma trajetória relativa ao conjunto 1, que considera valores positivos de  $v_y$ , como mostrado na Figura 3.20; enquanto que o conjunto 2 considera valores negativos de  $v_y$ , como mostrado na Figura 3.20. No conjunto 1, as trajetórias têm o sentido anti-horário e  $v_y$  é igual a 0,0001 km/s. No conjunto 2, as trajetórias têm sentido horário e  $v_y$  é igual a -0,0001 km/s. Observa-se que, para os conjuntos 1 e 2, as trajetórias apresentam pequenas oscilações, e o conjunto 1 apresentou maiores variações visuais ao longo do tempo. A Tabela 3.23 mostra os respectivos valores das distâncias: máxima, mínima e média; bem como os efeitos das forças gravitacionais e os termos  $J_2$  do Sol e o asteroide alongado (PertSol, PertAster, PertJ2Sol, PertJ2Aster) para cada trajetória.

Tabela 3.23 – Valores de distâncias e perturbações para as trajetórias sem pressão de radiação solar considerando o conjunto 1 e o conjunto 2.

	Conjunto 1		Conjunto 2	
	90 dias	240 dias	90 dias	240 dias
$D_{\max}$ (km)	60,6011	60,6011	61,1504	61,2685
$D_{\min}$ (km)	52,7889	52,7889	54,0593	53,4817
$D_{\text{med}}$ (km)	57,4337	57,2145	57,8400	57,5739
PertAster( $10^{-10}$ km/s <sup>2</sup> )	1,74	1,75	1,72	1,74
PertSol ( $10^{-6}$ km/s <sup>2</sup> )	4,02	2,48	4,02	2,48
PertJ2Aster( $10^{-12}$ km/s <sup>2</sup> )	4,41	4,47	4,29	4,38
PertJ2Sol ( $10^{-17}$ km/s <sup>2</sup> )	2,21	1,03	2,21	1,03

Fonte: Cavalca et al. (2020b).

Na Tabela 3.23, observa-se que os valores das distâncias máxima e mínima para o conjunto 1 para os tempos de 90 e 240 dias foram iguais e seus valores foram 60,6011 e 52,7889 km, respectivamente. Observa-se que as distâncias máxima e mínima do conjunto 1 são menores que as apresentadas pelo conjunto 2, que são iguais a 61,1504 e 54,0593 km, respectivamente, pelo tempo de 90 dias e 61,2685 e 53,4817 km, respectivamente, pelo tempo de 240 dias. Nesta condição, o conjunto 1 apresenta a maior variação. O conjunto 1 também apresentou as menores distâncias médias para 90 e 240 dias, 57,4337 e 57,2146 km, respectivamente. Analisando os efeitos das forças atuantes na dinâmica, observa-se que o Sol (PertSol) é a força dominante nas trajetórias, como esperado, da ordem de  $10^{-6}$ , seguida pela perturbação do asteroide alongado (PertAster), que é da ordem de  $10^{-10}$ .

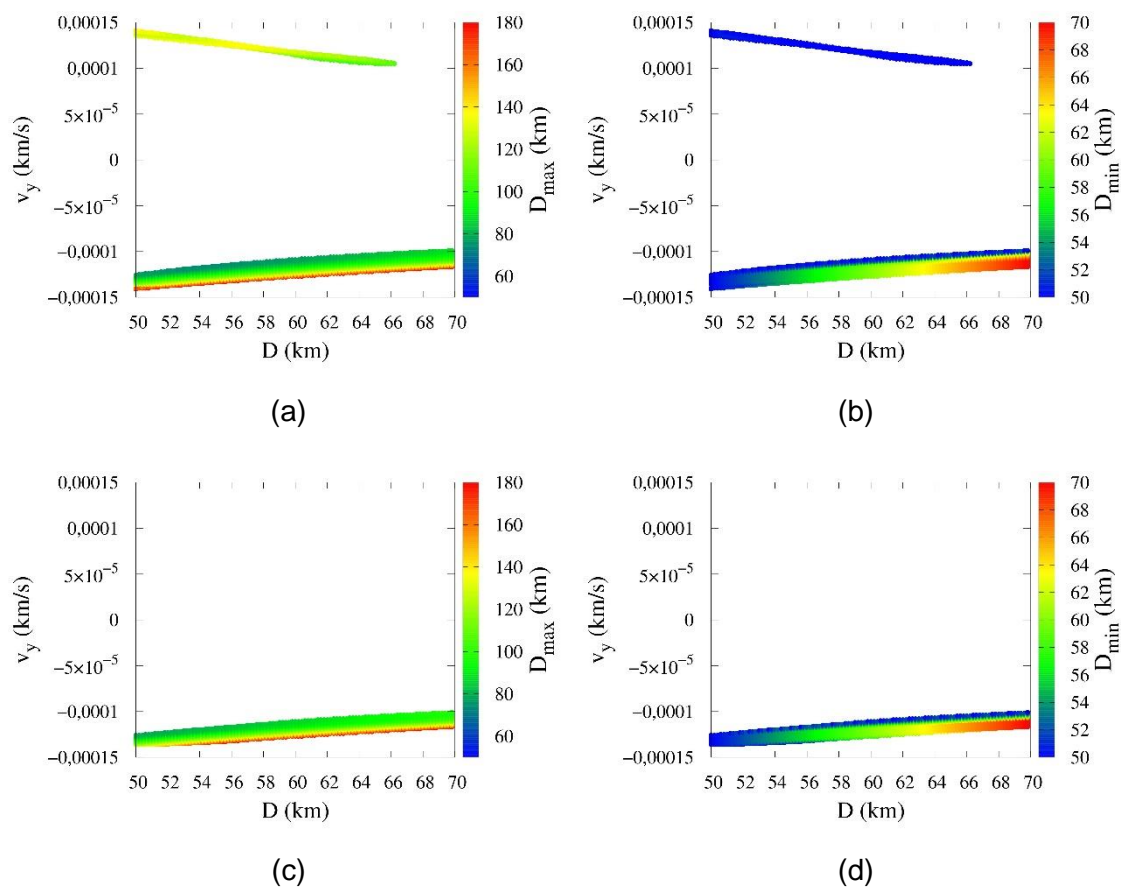
Em seguida, são apresentados os resultados considerando o valor de  $A/m$  iguais a 0,001 e 0,01 m<sup>2</sup>/kg, casos em que a pressão da radiação solar é considerada, mas em diferentes níveis. Apenas as figuras que mostram a distribuição das distâncias máxima e mínima serão apresentados, pois são aqueles que apresentaram alterações significativas de acordo com o caso. Os resultados para as distâncias médias seguem muito de perto a distribuição das distâncias máximas, porque os valores mínimos são pequenos. Também apresentaremos exemplos de trajetórias ao longo do tempo para diferentes conjuntos de

condições iniciais, bem como seus respectivos valores de distâncias e efeitos das forças.

### 3.2.2.2 Estudo considerando $A/m = 0,001 \text{ m}^2/\text{kg}$

Neste segundo caso, a pressão de radiação solar é considerada, assumindo um valor típico de um veículo espacial de  $A/m = 0,001 \text{ m}^2/\text{kg}$ . A Figura 3.26 apresenta a distribuição das distâncias máxima ( $D_{\max}$ ) e mínima ( $D_{\min}$ ) em função da distância inicial  $D$ , que varia de 50 a 70 km, e da velocidade  $v_y$ , que varia de  $-0,00015$  a  $0,00015 \text{ km/s}$ , com a velocidade  $v_x$  fixa em zero. As Figuras 3.26(a) e 3.26(b) consideram o tempo de 90 dias e as Figuras 3.26(c) e 3.26(d) o tempo de 180 dias.

Figura 3.26 – Valores considerando  $A/m = 0,001 \text{ m}^2/\text{kg}$ : (a)  $D_{\max}$  (b)  $D_{\min}$  para  $t = 90$  dias; (c)  $D_{\max}$  (d)  $D_{\min}$  para  $t = 180$  dias.



Fonte: Cavalca et al. (2020b).

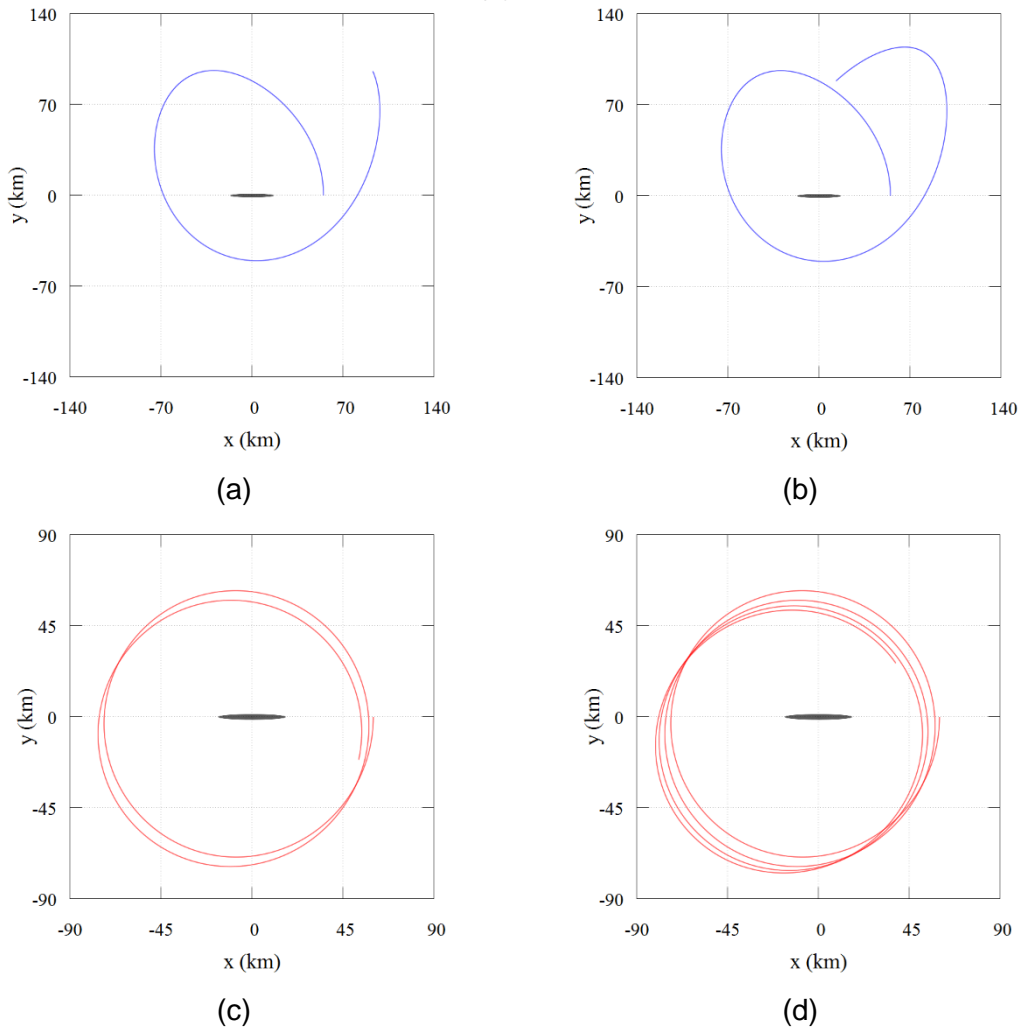
A Figura 3.26 apresenta as distâncias utilizando o mesmo conjunto de condições iniciais do caso anterior, sem pressão de radiação solar. No presente caso, observa-se que as condições iniciais que geram trajetórias e têm  $v_y$  positivo, Figuras 3.26(a) e 3.26(b), não estão presentes nas Figuras 3.26(c) e 3.26(d). Isso significa que essas condições iniciais, quando consideradas por períodos mais longos, não respeitam mais as restrições de distância máxima ou mínima. Através da distribuição das distâncias mínimas, mostradas na Figura 3.26(b), observa-se que essas condições provavelmente não respeitavam mais a restrição  $D_{\min} > 50$  km, pois, pelo tempo de 90 dias,  $D_{\min}$  já está próximo desse limite. Comparando as Figuras 3.26(a) e 3.26(c), também observamos que os menores valores de distância inicial de  $D$  e os que apresentam as maiores distâncias máximas para o período de 90 dias não aparecem nas figuras que utilizam 180 dias de simulação. Novamente, essas condições iniciais não devem mais respeitar as restrições se analisarmos as Figuras 3.26(b) e 3.26(d). Comparada às simulações feitas para o caso sem pressão de radiação solar, fica clara a redução do tamanho das áreas gerando trajetórias que respeitam as restrições de distâncias, o que significa que a pressão da radiação solar reduz o número de trajetórias aceitáveis.

Na Figura 3.27 observa-se dois exemplos de trajetórias, com os dois conjuntos de condições iniciais retirados da Figura 3.26. O conjunto 1 considera:  $D = 55$  km,  $v_x = 0$  e  $v_y = 0,000126$  km/s; e o conjunto 2 considera  $D = 60$  km,  $v_x = 0$  e  $v_y = -0,00011$  km/s. As Figuras 3.27(a) e 3.27(b) mostram trajetórias para o conjunto 1 considerando os tempos de 90 e 120 dias para a simulação, respectivamente. As figuras 3.27(c) e 3.27(d) mostram trajetórias para o conjunto 2 considerando os tempos 90 e 180 dias para a simulação, respectivamente. A ideia é mostrar uma trajetória que não sobrevive até 180 dias, fornecida pelo conjunto 1, e uma trajetória que sobrevive até 180 dias, dada pelo conjunto 2. O sistema de referência rotacional é usado e o asteroide alongado é representado em escala na origem do sistema de referência. Observa-se que o conjunto 1 tem uma trajetória que começa em  $D = 55$  km e viaja no sentido anti-horário, movendo-se pelo asteroide alongado enquanto se afasta dele, como mostra a Figura 3.27(a). No entanto, a Figura 3.27(b) mostra que a trajetória tende a

retornar e a avançar em direção ao asteroide alongado, o que pode indicar que, antes dos 180 dias, falha em relação ao limite  $D_{\min} > 50$  km. O conjunto 2, mostrado nas figuras 3.27(c) e 3.27(d), apresenta uma trajetória que realiza pequenas oscilações, mas que circunda o asteroide alongado por até 180 dias.

A Tabela 3.24 apresenta os respectivos valores das distâncias: máxima, mínima e média; e os efeitos das forças devido aos termos keplerianos dos campos gravitacionais e os termos  $J_2$ , devido à presença do Sol e do asteroide alongado, para cada trajetória.

Figura 3.27 – Trajetórias para  $A/m = 0,001 \text{ m}^2/\text{kg}$ : (a)  $t = 90$  dias (b)  $t = 120$  dias para o conjunto 1; (c)  $t = 90$  dias (d)  $t = 180$  dias para o conjunto 2.



Fonte: Cavalca et al. (2020b).

Na Tabela 3.24, observa-se que os valores das distâncias máxima, mínima e média para o conjunto 2, considerando tempos de simulação de 90 e 180 dias, foram iguais e seus valores foram 79,1862, 52,1923 e 66,8559 km, respectivamente. Os valores mais altos de máximo (133,4690 a 137,1071 km) e média (86,7800 e 96,4492 km) para as distâncias foram registradas por 90 e 120 dias, respectivamente, bem como as menores distâncias mínimas (50,0336 km para ambas as vezes). Ao analisar os efeitos das forças envolvidas, observa-se que o Sol (PertSol) é, obviamente, a principal força que atua nas trajetórias, sendo da ordem de  $10^{-6}$ , seguida pela perturbação do asteroide alongado (PertAster), que é da ordem de  $10^{-11}$  para o conjunto 1 e  $10^{-10}$  para o conjunto 2. Os efeitos provenientes da pressão de radiação solar (PertSRP) foram da ordem de  $10^{-12}$  para ambos os conjuntos, tendo também valores iguais a  $3,09 \times 10^{-12}$  para ambos os conjuntos, considerando 90 dias de simulação.

Tabela 3.24 – Valores das distâncias e efeitos das forças para as trajetórias com  $A/m = 0,001 \text{ m}^2/\text{kg}$ , considerando o conjunto 1 e o conjunto 2.

	Conjunto 1		Conjunto 2	
	90 dias	120 dias	90 dias	180 dias
$D_{\max}$ (km)	133,4690	137,1071	79,1862	79,1862
$D_{\min}$ (km)	50,0336	50,0336	52,1923	52,1923
$D_{\text{med}}$ (km)	86,7800	96,4492	66,8559	66,8559
PertAster ( $10^{-11}$ km/s <sup>2</sup> )	9,51	8,09	13,3	13,1
PertSol ( $10^{-6}$ km/s <sup>2</sup> )	4,02	3,50	4,02	2,89
PertSRP ( $10^{-12}$ km/s <sup>2</sup> )	3,09	2,68	3,09	2,21
PertJ2Aster( $10^{-12}$ km/s <sup>2</sup> )	1,74	1,36	2,73	2,77
PertJ2Sol ( $10^{-17}$ km/s <sup>2</sup> )	2,21	1,79	2,21	1,31

Fonte: Cavalca et al. (2020b).

### 3.2.2.3 Estudo considerando $A/m = 0,01 \text{ m}^2/\text{kg}$

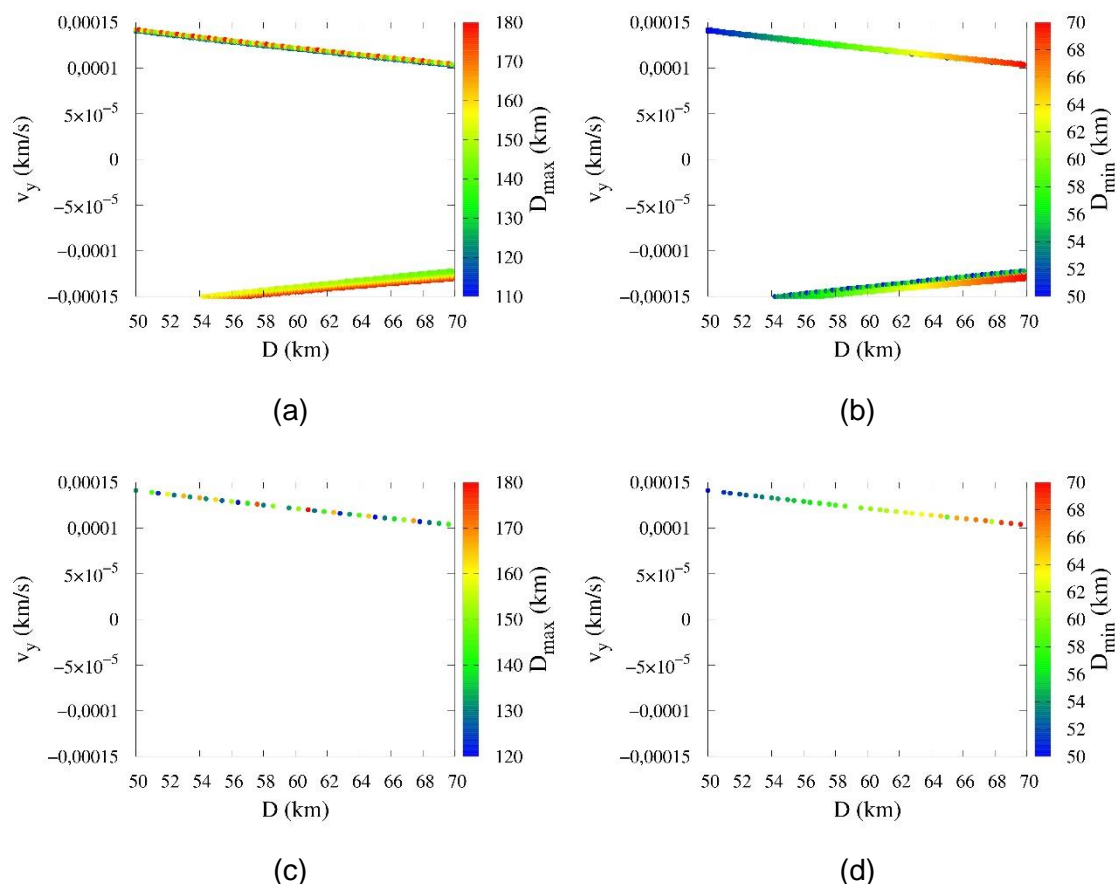
Neste último caso, a pressão da radiação solar também é considerada, mas assume-se uma maior relação área/massa para o veículo espacial, que pode



indicar a presença de uma vela solar ou painéis. A Figura 3.28 mostra os mapas de cores das distâncias máxima ( $D_{\max}$ ) e mínima ( $D_{\min}$ ) em função da distância inicial  $D$ , que varia de 50 a 70 km e da velocidade  $v_y$ , que varia de -0,00015 a 0,00015 km/s, com a velocidade  $v_x$  fixa em zero. As Figuras 3.28(a) e 3.28(b) consideram um tempo de integração de 60 dias, enquanto as Figuras 3.28(c) e 3.28(d) são feitas usando um tempo de 90 dias.

Na Figura 3.28, o mesmo conjunto de condições iniciais usado nos dois casos anteriores é usado aqui para construir os mapas de cores. No presente caso, observa-se que as condições iniciais que geram trajetórias com valores negativos de  $v_y$ , visíveis nas Figuras 3.28(a) e 3.28(b), não estão presentes nas Figuras 3.28(c) e 3.28(d). Isso significa que, quando essas condições iniciais são propagadas por períodos mais longos, as trajetórias não respeitam pelo menos uma das restrições de distância máxima e mínima. Através da distribuição das distâncias máximas, mostrada na Figura 3.28(a), observa-se que essas condições provavelmente não respeitam mais a restrição  $D_{\max} < 180$  km, pois, durante o período de 60 dias, o sistema já estava próximo do valor limite. Comparado às simulações anteriores, fica claro que as regiões de condições iniciais são ainda menores para esse valor mais alto da pressão da radiação solar.

Figura 3.28 – Valores para  $A/m = 0,01 \text{ m}^2/\text{kg}$ : (a)  $D_{\max}$  (b)  $D_{\min}$  por  $t = 60$  dias e (c)  $D_{\max}$  (d)  $D_{\min}$  por  $t = 90$  dias.

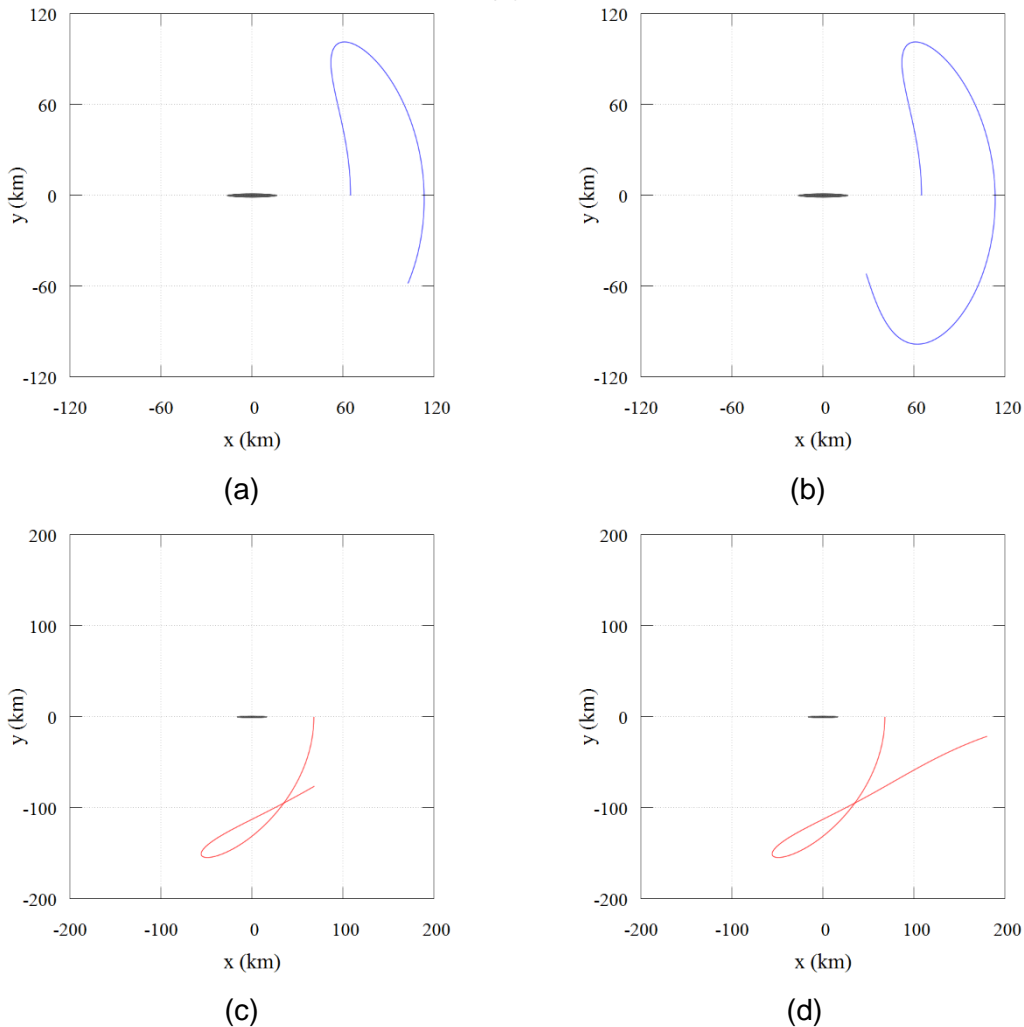


Fonte: Cavalca et al. (2020b).

A Figura 3.29 apresenta dois exemplos de trajetórias, com os dois conjuntos de condições iniciais retirados da Figura 3.28. O conjunto 1 considera  $D = 65 \text{ km}$ ,  $v_x = 0$  e  $v_y = 0,000112 \text{ km/s}$ ; enquanto o conjunto 2 considera  $D = 68 \text{ km}$ ,  $v_x = 0$  e  $v_y = -0,00013 \text{ km/s}$ . As Figuras 3.29(a) e 3.29(b) mostram as trajetórias para o conjunto 1 considerando os tempos de 60 e 90 dias, respectivamente. As Figuras 3.29(c) e 3.29(d) mostram as trajetórias para o conjunto 2 considerando tempos de integração de 60 e 72 dias, respectivamente. A ideia é mostrar uma trajetória que “sobrevive” até 90 dias, fornecida pelo conjunto 1, e uma trajetória que não “sobrevive” até 90 dias, dada pelo conjunto 2. O sistema de referência rotacional é usado e o asteroide alongado é representado em escala na origem do sistema. Observa-se que o conjunto 1 mostra uma trajetória que começa em  $D = 65 \text{ km}$  e se move no sentido anti-horário, até um certo ponto quando vira à direita e

começa a se mover no sentido horário, como é visível na Figura 3.29(a). No entanto, a Figura 3.29(b) mostra que a trajetória tende a se mover em direção ao asteroide alongado, e é provável que, em pouco tempo, deixará de respeitar o limite de  $D_{\min} > 50$  km. A Figura 3.29(c) mostra uma trajetória que começa em  $D = 68$  km e se move no sentido horário por certo tempo, quando entra em um loop e segue no sentido anti-horário. Na Figura 3.29(d), observa-se que a trajetória continua se afastando do asteroide alongado e, em 72 dias, já está fora do limite de  $D_{\max} < 180$  km.

Figura 3.29 – Trajetórias para  $A/m = 0,01 \text{ m}^2/\text{kg}$ : (a)  $t = 60$  dias (b)  $t = 90$  dias para o conjunto 1; (c)  $t = 60$  dias (d)  $t = 72$  dias para o conjunto 2.



Fonte: Cavalca et al. (2020b).

A Tabela 3.25 mostra as distâncias máxima, mínima e média; assim como os efeitos das forças gravitacionais e dos termos  $J_2$  do achatamento do Sol e do asteroide alongado para cada trajetória.

Observando o conjunto 1 da Tabela 3.25, pode-se observar que a distância máxima tem um pequeno aumento quando o tempo passa de 60 para 90 dias, com valores iguais a 121,1644 e 121,2275 km, respectivamente. No entanto, a distância mínima diminui de 65,0000 para 59,0538 km com o aumento do tempo de simulação. Observando o conjunto 2, na Tabela 3.25, observa-se que a distância máxima aumenta de 162,8198 para 181,4791 km, considerando os tempos de 60 e 72 dias. Observa-se também que a distância mínima permaneceu igual a 68,0000 km ao longo do tempo de simulação.

Analisando os efeitos das forças atuantes no sistema, observa-se que o Sol (PertSol) domina as trajetórias, como nos demais casos, com uma contribuição da ordem de  $10^{-6}$ , seguida pela perturbação do asteroide alongado (PertAster), da ordem de  $10^{-11}$  para os conjuntos 1 e 2. Os efeitos da pressão de radiação solar (PertSRP) são da ordem de  $10^{-11}$  para ambos os conjuntos.

Tabela 3.25 – Valores das distâncias e efeitos das forças para trajetórias com  $A/m = 0,01 \text{ m}^2/\text{kg}$  considerando o conjunto 1 e o conjunto 2.

	Conjunto 1		Conjunto 2	
	60 dias	90 dias	60 dias	72 dias
$D_{\max}$ (km)	121,1644	121,2275	162,8198	181,4791
$D_{\min}$ (km)	65,0000	59,0538	68,0000	68,0000
$D_{\text{med}}$ (km)	107,4641	107,6930	127,8381	128,9178
PertAster ( $10^{-11}$ km/s <sup>2</sup> )	5,60	5,42	4,27	4,17
PertSol ( $10^{-6}$ km/s <sup>2</sup> )	4,66	4,02	4,66	4,40
PertSRP ( $10^{-12}$ km/s <sup>2</sup> )	3,09	2,68	3,09	2,21
PertJ2Aster( $10^{-13}$ km/s <sup>2</sup> )	5,32	5,28	3,57	3,32
PertJ2Sol ( $10^{-17}$ km/s <sup>2</sup> )	2,78	2,21	2,78	2,54

Fonte: Cavalca et al. (2020b).

### 3.2.2.4 Conclusão e comparação entre os resultados obtidos para os casos sem e com pressão de radiação solar

A seguir serão destacados alguns pontos importantes entre os casos sem e com pressão de radiação solar. Uma vez que foi utilizado o mesmo conjunto de condições iniciais para a criação dos mapas de cores e o tempo de simulação de 90 dias para todos os casos.

Observa-se que ocorre uma redução no número de conjunto de condições iniciais que geram trajetórias que obedecem aos limites de distância  $D_{\max} < 180$  km e  $D_{\min} > 50$  km para o tempo de 90 dias, à medida que o valor de  $A/m$  aumenta, e entre os casos sem e com pressão de radiação, respectivamente. Comparando os casos com a pressão de radiação solar, com valores de  $A/m$  iguais a 0,001 e 0,01  $m^2/kg$ , com o caso sem a pressão de radiação solar, houve uma diminuição de aproximadamente 57% e 99%, respectivamente.

Ao se aumentar o valor de  $A/m$  e comparando os casos sem e com pressão de radiação solar, respectivamente, foi observado que os tempos de simulação para gerar os mapas de cores diminuiram. O caso sem pressão de radiação solar apresentou o tempo de 240 dias e poderia ter sido ainda maior, já que as trajetórias sobreviveram sem grandes oscilações ao longo do tempo. Para  $A/m = 0,001$   $m^2/kg$ , o tempo foi de 180 dias, pois as trajetórias apresentaram comportamentos muito diferentes e oscilações mais fortes. Para  $A/m = 0,01$   $m^2/kg$ , o maior tempo foi igual a 90 dias, apresentando apenas uma fina faixa de resultados e trajetórias que não se movem ao redor do asteroide e tendem a escapar ou colidir com ele.

As condições iniciais com os menores valores de distância inicial  $D$ , ou seja, que começam perto do asteroide alongado, são aquelas que tendem a não respeitar os limites das distâncias com o aumento de  $A/m$ .

Como esperado, o Sol domina o movimento do veículo espacial, com sua perturbação,  $PertSol$ , sendo da ordem de  $10^{-6}$ . Já os efeitos da atração gravitacional do asteroide alongado ( $PertAster$ ) variam dependendo do quão

perto o veículo espacial passa do asteroide, mas é em ordem de magnitude de  $10^{-10}$  a  $10^{-11}$ . A ordem de magnitude dos efeitos da pressão de radiação solar (PertSRP) aumentou em uma ordem de magnitude ao aumentar o A/m de 0,001 para 0,01  $\text{m}^2/\text{kg}$ , conforme o esperado, e passa de  $10^{-12}$  para  $10^{-11}$ .

## 4 APLICAÇÕES EM CONSTELAÇÕES DE SATÉLITES PEQUENOS

A crescente demanda pelo uso de satélites e outros tipos de veículos espaciais ao longo dos anos tem levantado questões como: excesso de satélites em certas regiões orbitais, alto custo de construção de veículos espaciais, disseminação de novos detritos espaciais de satélites e/ou corpos desativados fracionados por colisões ao redor da Terra, entre outros (WITZE, 2018). Diante desse cenário, propõe-se uma nova estratégia que visa reduzir os custos, a quantidade de massa lançada no espaço e o tempo de desenvolvimento da missão. Satélites pequenos como os CubeSats são bons exemplos de veículos espaciais que têm baixos custos de construção e lançamento, além de tamanho pequeno (CGEE, 2020) e rápido desenvolvimento da missão. A ideia também é que os satélites pequenos apenas façam suas observações de maneira dedicada e repassem suas medições ao satélite principal, e então, este repasse as informações coletadas à base na Terra. A ideia inicial de um veículo espacial maior carregando veículos espaciais pequenos pode ser visto em Sanchez et al. (2014) em uma aplicação feita para a exploração espacial do planeta anão Haumea. Neste capítulo será realizada uma busca por orbitas a serem utilizadas por satélites pequenos para viajar ao redor da Terra sendo co-orbitais a um satélite principal a partir do qual eles serão lançados.

### 4.1 Constelação de satélites pequenos

O estudo se inicia com a apresentação da técnica de lançamento dos satélites pequenos a partir de um satélite principal em órbitas co-orbitais. A fim de simplificação o satélite principal será chamado de  $S_1$  e o satélite pequeno será chamado de  $S_2$ . Utilizando o CubeSat que tem cerca de 1,33 kg como uma referência para o tamanho do satélite  $S_2$ , e o satélite  $S_1$  tendo aproximadamente 6000 kg, tem-se que o satélite  $S_2$  é cerca de 10000 vezes menor do que o satélite  $S_1$ . Inicialmente, o satélite  $S_1$  está em uma órbita ao redor da Terra a 2000 km de altura, para que o arrasto atmosférico não precise ser considerado (SAMWEL, 2014), em uma órbita quase circular (excentricidade igual a 0,001). Após isso, é realizada uma busca numérica variando as três variáveis que definem as condições iniciais ( $D$ ,  $v_x$  e  $v_y$ ) dos satélites  $S_2$  (ver Figura 2.2). A partir dos

resultados, é possível encontrar os pequenos intervalos que contêm as trajetórias mais interessantes. Depois disso, são estudados os conjuntos de condições iniciais e é possível ver os valores máximos, mínimos e médios das distâncias entre os satélites  $S_1$  e  $S_2$ , bem como os componentes das velocidades  $v_x$  e  $v_y$ . Com isso, é possível escolher os conjuntos mais adequados de condições iniciais e depois propagar a trajetória para calcular o ângulo de defasagem entre eles durante um intervalo de tempo. Propagar a trajetória do primeiro satélite  $S_2$  fornece as condições para os outros satélites. Neste primeiro estudo a pressão de radiação solar não será considerada, sendo chamado de caso de referência. Por fim, é necessário apenas escolher a defasagem desejada para separar os satélites e aplicar um pequeno impulso quando eles atingirem essa defasagem para mantê-la permanentemente. Também serão apresentadas as trajetórias dos satélites  $S_1$  e  $S_2$  em relação a Terra, utilizando o conjunto de condições iniciais que apresentaram a maior defasagem entre os dois satélites até 60 dias. No segundo estudo, a pressão de radiação solar é considerada variando os valores da razão  $A/m$  do satélite  $S_2$  e do satélite  $S_1$ . O objetivo é estudar se a variação de  $A/m$  pode alterar os históricos de tempo de defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  e tentar encontrar alguma relação entre os diferentes resultados. Os valores  $A/m$  que serão considerados para o satélite  $S_2$  são: 0,0075, 0,075, 0,75, 7,5, 15 e 30  $m^2/kg$ . Para o satélite  $S_1$ , os valores de  $A/m$  serão: 0,0025, 0,025, 0,25, 2,5, 5 e 10  $m^2/kg$ . No terceiro estudo, será feita uma análise do efeito do termo de achatamento terrestre  $J_2$  no cálculo da defasagem e distância entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  para até 365 dias. No último estudo, será feita uma análise do efeito da Lua no cálculo da defasagem e distância entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  para até 365 dias. Nos estudos que consideram o tempo de até 365 dias, a ideia principal é analisar se o satélite  $S_2$  mantém a tendência inicial de se manter em trajetória ao redor da Terra e se afastando do satélite  $S_1$  por longos períodos, caso não seja aplicado nenhum impulso a ele. A Tabela 4.1 mostra os dados físicos e orbitais da Lua, Terra e do satélite  $S_1$ .



Tabela 4.1 – Dados físicos e orbitais da Lua, Terra e do satélite S<sub>1</sub>.

Corpo	Raio médio (km)	Massa (kg)	J <sub>2</sub>	Semieixo maior	e
Lua	–	$0,07346 \times 10^{24}$	–	384400 km	0
Terra	6378	$5,97 \times 10^{24}$	$1082,63 \times 10^{-6}$	1,00 u.a.	0,0167
S <sub>1</sub>	$3,75 \times 10^{-3}$	6000	–	8378 km	0,001

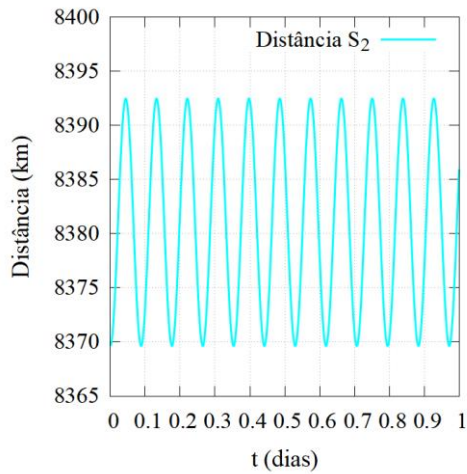
Fonte: Nasa fact sheet (2019).

#### 4.1.1 Lançamento dos satélites pequenos (S<sub>2</sub>)

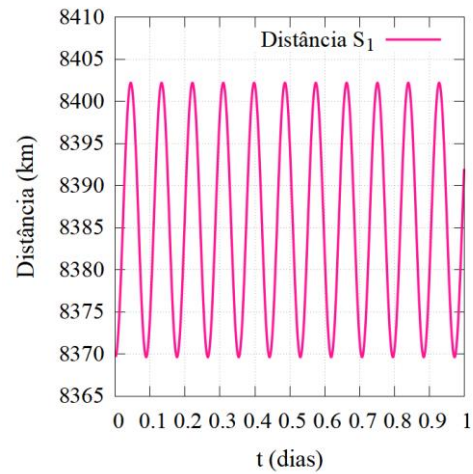
Nesta seção, será apresentada a técnica utilizada para o lançamento dos satélites pequenos (S<sub>2</sub>) a partir de um satélite principal (S<sub>1</sub>) em órbitas co-orbitais. Lembrando que, inicialmente, o satélite S<sub>2</sub> está próximo ao S<sub>1</sub> em uma órbita ao redor da Terra. Então, é dada uma condição inicial que modifica levemente a órbita do S<sub>2</sub>, de modo que o coloque em uma órbita ligeiramente diferente em comparação com o S<sub>1</sub>, mas co-orbital a ele. O conjunto de condições iniciais que apresentaram a maior distância entre S<sub>2</sub> e S<sub>1</sub>, juntamente com o menor módulo da velocidade que será aplicado ao S<sub>2</sub>, é dado por:  $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,002$  km/s e  $t$  até 60 dias. É considerado o termo de achatamento terrestre ( $J_2 = 1082,63 \times 10^{-6}$ ).

As Figuras 4.1(a) e 4.1(b) mostram a variação da distância do satélite S<sub>2</sub> (em ciano) e do satélite S<sub>1</sub> (em rosa) em relação à Terra, respectivamente, durante 1 dia. As Figuras 4.1(c) e 4.1(d) mostram as trajetórias do S<sub>2</sub> (em azul) e do S<sub>1</sub> (em vermelho) em relação à Terra, respectivamente. A Terra está representada em escala e fixada na origem de um sistema inercial. A Figura 4.1(e) mostra a variação da distância relativa entre os satélites S<sub>2</sub> e S<sub>1</sub> ao longo do tempo. A Figura 4.1(f) mostra a variação da distância relativa entre os satélites S<sub>2</sub> e S<sub>1</sub> pela defasagem. A Figura 4.1(g) mostra a variação angular entre S<sub>2</sub> e S<sub>1</sub>, com destaque para o final da variação do ângulo dos satélites. A Figura 4.1(h) mostra a defasagem entre S<sub>2</sub> e S<sub>1</sub>.

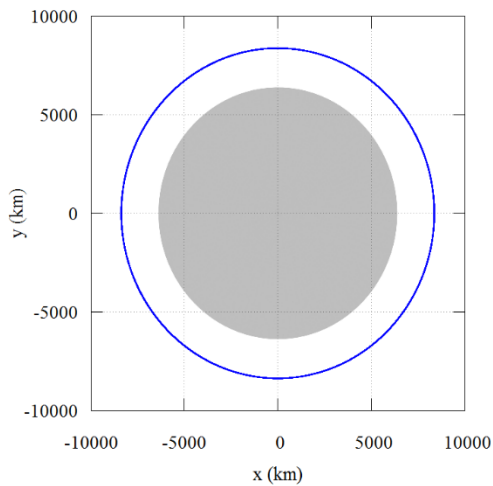
Figura 4.1 – Variação da distância de cada satélite em relação a Terra; da distância relativa entre os dois satélites pelo tempo e pela defasagem dos ângulos entre  $S_2$  e  $S_1$ ; da defasagem entre  $S_2$  e  $S_1$ . Considerando:  $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = - 0,002$  km/s e  $t$  até 60 dias.



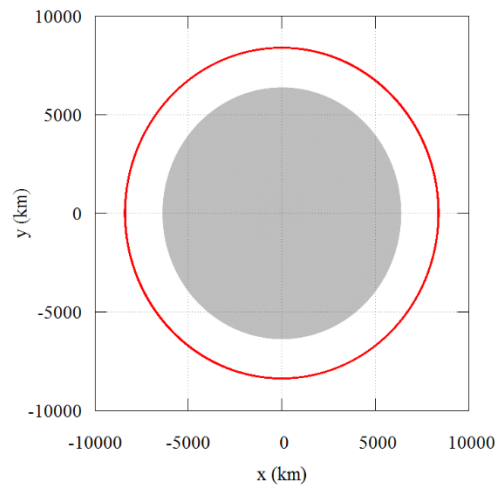
(a) Variação da distância do satélite  $S_2$  em relação a Terra para 1 dia.



(b) Variação da distância do satélite  $S_1$  em relação a Terra para 1 dia.



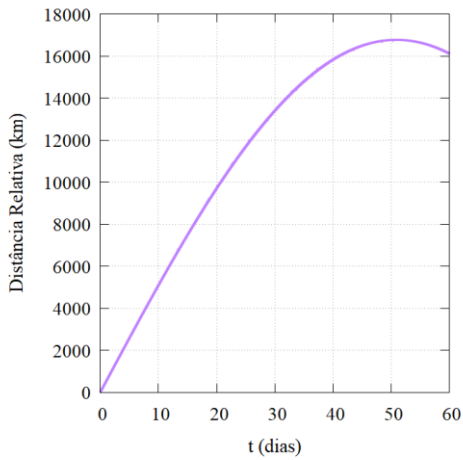
(c) Trajetória do satélite  $S_2$  ao redor da Terra no sistema inercial, com origem fixada na Terra.



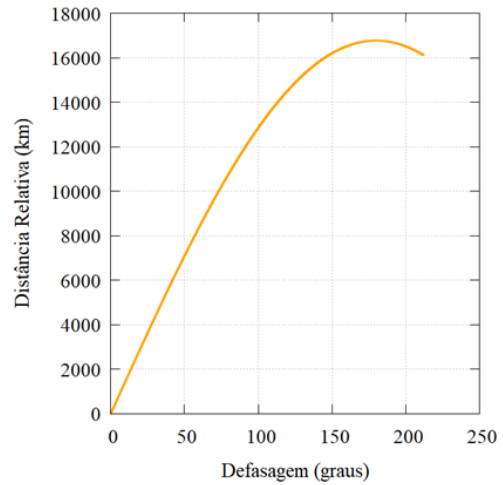
(d) Trajetória do satélite  $S_1$  ao redor da Terra no sistema inercial, com origem fixada na Terra.

(continua)

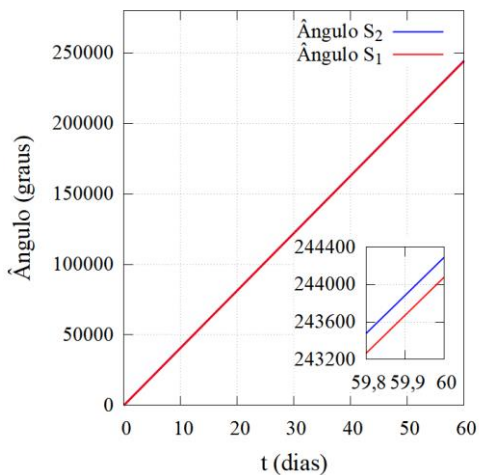
Figura 4.1 – Conclusão.



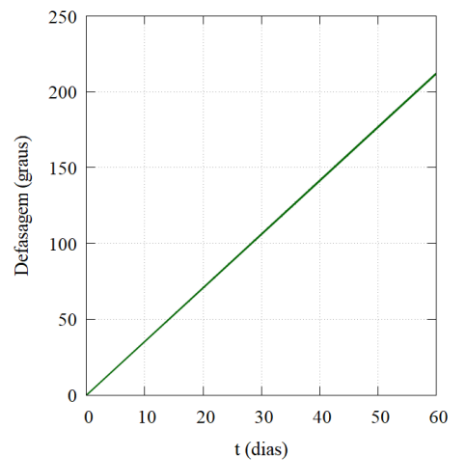
(e) Variação da distância relativa entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  pelo tempo.



(f) Variação da distância relativa entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  pela defasagem.



(g) Variação angular entre  $S_2$  e  $S_1$  pelo tempo, com destaque do final da variação do ângulo entre  $S_2$  e  $S_1$ .



(h) Defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  pelo tempo.

Fonte: Produção da autora.

Figura 4.1(a) mostra a distância do  $S_2$  variando de 8369 a 8393 km em relação à Terra durante um dia. Este comportamento se repete ao longo dos 60 dias. A Figura 4.1(b) mostra a distância do  $S_1$  variando de 8369 a 8402 km em relação à Terra durante um dia. Este comportamento também se repete ao longo dos 60 dias. As Figuras 4.1(c) e 4.1(d) mostram as trajetórias do  $S_2$  e do  $S_1$ , respectivamente, em torno da Terra. As figuras mostram que os dois satélites se

movem em órbitas co-orbitais ao redor da Terra. As Figuras 4.1(e) e 4.1(f) mostram, respectivamente, a variação da distância entre  $S_2$  e  $S_1$  (distância relativa) ao longo do tempo e do ângulo de defasagem entre os dois satélites. Após aplicar as condições iniciais ( $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,002$  km/s e  $t$  até 60 dias) no  $S_2$  observa-se que ele se move em relação ao principal, mas em uma trajetória ao redor da Terra. Observa-se que a distância relativa máxima entre os dois satélites é de 16768,98 km em 50,35 dias com defasagem igual a 177,93 graus. Após esse valor, a distância relativa começa a diminuir até 16115,04 km em 60 dias e com defasagem igual a 212,27 graus, sendo o atraso final entre os dois satélites igual a 147,73 graus. A Figura 4.1(g) apresenta a variação angular total de cada satélite  $S_2$  e  $S_1$  ao redor da Terra. No canto esquerdo está em destaque a parte final da variação angular onde se observa que o valor de  $S_2$  é igual a 244289,53 graus sendo maior do que o valor de  $S_1$  que é igual a 244077,26 graus. Em outras palavras, como cada volta ao redor da Terra é igual a 360 graus, o satélite  $S_2$  realizou 678 voltas ao redor da Terra mais 0,58 graus, enquanto o satélite  $S_1$  realizou 677 voltas ao redor da Terra mais 0,99 graus. Observa-se que  $S_2$  está à frente de  $S_1$ . A Figura 4.1(h) mostra a defasagem entre  $S_2$  e  $S_1$ , ou seja, a diferença entre a variação angular total dos satélites  $S_1$  e  $S_2$  que é igual a 212,27 graus em 60 dias. Assim, foi demonstrado que um pequeno satélite ( $S_2$ ) pode ser lançado de um satélite principal ( $S_1$ ) em uma órbita diferente do  $S_1$ , mas co-orbital, com relação ao mesmo ao ganhar ou perder velocidade. Neste caso específico ele ganhou velocidade. Considerando o deslocamento total de aproximadamente 212 graus, pode-se concluir que é possível distribuir aproximadamente 10 satélites  $S_2$  espaçados em 21 graus em relação a eles e ao  $S_1$  durante o período de 60 dias. Em 102 dias, teríamos 17 satélites  $S_2$  separados por aproximadamente 21 graus. A Tabela 4.2 apresenta os cinco primeiros valores de tempo encontrados na propagação da trajetória, considerando ângulos próximos a uma separação de aproximadamente 21 graus especificados para o lançamento dos cinco primeiros  $S_2$ .

Tabela 4.2 – Valores de defasagem e tempo para o deslocamento dos 5 primeiros  $S_2$ , considerando  $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,002$  km/s e  $t$  até 60 dias.

$S_2$	1	2	3	4	5	6
Defasagem (graus)	21,00	42,00	63,01	84,00	105,00	126,01
t (dias)	5,96	11,90	17,83	23,83	29,75	35,60

Fonte: Cavalca et al. (2019b).

Na Tabela 4.2, são observados os tempos corretos para liberar cada satélite para obter uma separação de aproximadamente 21 graus um do outro. À medida que os ângulos aumentam os tempos também aumentam, conforme o esperado. Mas a Tabela 4.2 mostra em detalhes os tempos envolvidos.

#### 4.1.2 Estudo do efeito da pressão de radiação solar nas defasagens

Nesta seção, será realizado o estudo dos efeitos da pressão da radiação solar sobre a evolução no tempo da defasagem entre os satélites. Utiliza-se o mesmo conjunto de condições iniciais da seção anterior:  $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,002$  km/s e  $t$  até 60 dias. O caso em que a pressão de radiação solar não é considerada é indicado por sem SRP. A Tabela 4.3 mostra os respectivos valores de defasagem para cada valor  $A/m$  do satélite  $S_2$ . A  $A/m$  do satélite  $S_1$  é considerada igual a  $0,0025$   $m^2/kg$  em todos os casos em que a pressão de radiação solar é considerada.

Tabela 4.3 – Valores de defasagem entre os satélites para cada valor de  $A/m$  do satélite  $S_2$  considerando  $t$  até 60 dias.

	$A/m$ ( $m^2/kg$ )						
	sem SRP	0,0075	0,075	0,75	7,5	15	30
Defasagem (graus)	212,27	212,27	212,22	211,77	207,22	202,03	191,33

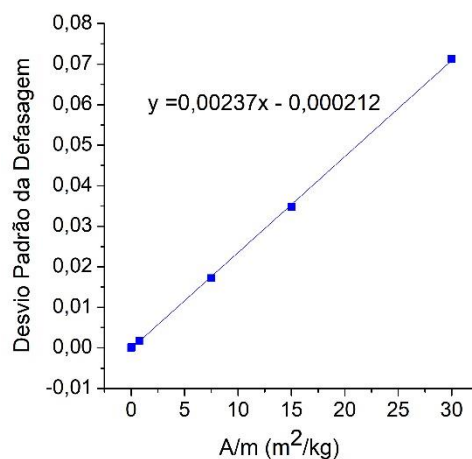
Fonte: Cavalca et al. (2019b).

A Tabela 4.3 mostra que, à medida que o valor  $A/m$  do satélite  $S_2$  aumenta, o valor da defasagem entre  $S_2$  e  $S_1$  diminui. Para o caso sem pressão de radiação, sem SRP, foi obtido o maior valor de defasagem, 212,27 graus. Os menores valores de  $A/m$  (0,0075, 0,075 e 0,75,  $m^2/kg$ ) apresentaram valores próximos ao sem SRP, 212,27, 212,22 e 211,77 graus, respectivamente. Os maiores valores

de A/m (7,5, 15 e 30 m<sup>2</sup>/kg) apresentaram os menores valores para os ângulos 207,22, 202,03, 191,33 graus, respectivamente.

Utilizando os valores de defasagem para o caso sem SRP e para cada A/m ao longo dos 60 dias, podemos calcular o desvio padrão das defasagens para cada valor de A/m em relação ao caso sem SRP. Assim, é possível medir quanto os valores de defasagem nos casos que consideram a pressão de radiação solar estão variando, ao longo do tempo, em relação ao valor de defasagem sem pressão de radiação solar. Caso o desvio padrão da defasagem seja baixo, isso indica que os pontos dos dados tendem a estar próximos ao valor sem SRP. Caso o desvio padrão da defasagem seja alto, isso indica que os pontos dos dados tendem a estar distantes do valor sem SRP. Após isso, obtém-se a equação de reta que pode ser utilizada para calcular o desvio padrão de defasagem para qualquer valor de A/m em relação ao caso sem SRP. A Figura 4.2 mostra a distribuição do desvio padrão da defasagem em função da A/m e a regressão linear dos dados.

Figura 4.2 – Regressão linear dos valores de desvio padrão da defasagem em função da A/m do satélite S<sub>2</sub>.



Fonte: Adaptado de Cavalca et al. (2019b).

Na Figura 4.2, observa-se que o desvio padrão da defasagem em relação ao caso sem SRP aumenta com o aumento de A/m do S<sub>2</sub>. Ou seja, quanto maior o valor da A/m mais distante será seu valor de defasagem relação ao caso sem

SRP. Os desvios estão abaixo de 0,1 e os dois primeiros valores em relação a  $A/m$  iguais a 0,0075 e 0,075 se sobrepõem, sendo iguais a  $1,17 \times 10^{-5}$  e  $1,64 \times 10^{-4}$ , respectivamente. Através da regressão linear, obtivemos a equação de reta da distribuição dos desvios da defasagem em função de  $A/m$  do satélite  $S_2$ :  $y = 0,00237x - 0,000212$  (4.1).

Também foi calculada a contribuição de cada força no movimento do satélite  $S_2$ . Observou-se que a Terra e seu termo de achatamento  $J_2$  são os que mais perturbam as trajetórias e seus valores são da ordem de  $10^{-3}$  e  $10^{-6}$ , respectivamente. A perturbação devido à pressão da radiação solar varia de  $10^{-11}$  a  $10^{-7}$ , de acordo com o aumento de  $A/m$ . O termo perturbativo mais baixo é devido à perturbação do satélite  $S_1$ , como esperado, que é da ordem de  $10^{-17}$ .

A Tabela 4.4 mostra as defasagens para cada valor de  $A/m$  do satélite  $S_1$ , respectivamente. O valor  $A/m$  do  $S_2$  é considerado igual a  $0,0075 \text{ m}^2/\text{kg}$  em todos os casos, exceto nos casos em que a pressão da radiação solar não está incluída.

Tabela 4.4 – Valores de defasagem entre os satélites para cada valor de  $A/m$  do satélite  $S_1$  considerando  $t$  até 60 dias.

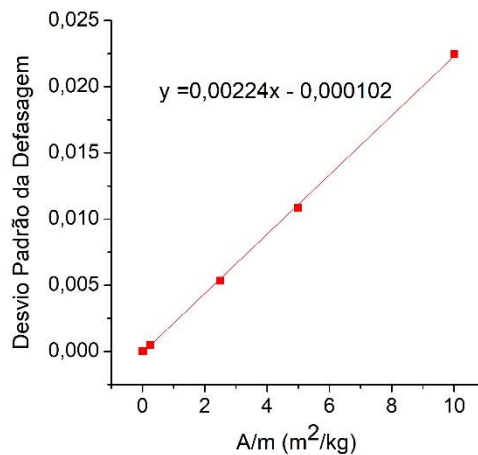
	$A/m \text{ (m}^2/\text{kg)}$						
	sem SRP	0,0025	0,025	0,25	2,5	5	10
Defasagem (graus)	212,27	212,27	212,28	212,42	213,84	215,47	218,87

Fonte: Cavalca et al. (2019b).

A Tabela 4.4 mostra que quando  $A/m$  do satélite  $S_1$  aumenta, o valor da defasagem entre os dois satélites também aumenta. Quando a pressão de radiação solar não é considerada, o caso de referência, e o caso em que a  $A/m$  é  $0,0025 \text{ m}^2/\text{kg}$  (o valor mais baixo), o ângulo obtido é 212,27 graus. Os próximos valores mais baixos de  $A/m$ ,  $0,025$  e  $0,25 \text{ m}^2/\text{kg}$ , apresentaram ângulos próximos à referência, 212,28 e 212,42 graus, respectivamente. Os maiores valores de  $A/m$  ( $2,5$ ,  $5$  e  $10 \text{ m}^2/\text{kg}$ ) apresentaram as maiores defasagens, 213,84, 215,47 e 218,87 graus, respectivamente.

Analogamente ao que foi feito para o satélite S<sub>2</sub>, a seguir será calculado o desvio padrão das defasagens para os valores de A/m em relação ao caso sem SRP, para o satélite S<sub>1</sub>. A Figura 4.3 mostra a distribuição do desvio padrão da defasagem em função da A/m e a regressão linear dos dados.

Figura 4.3 – Regressão linear dos valores de desvio padrão da defasagem em função da A/m do satélite S<sub>1</sub>.



Fonte: Adaptado de Cavalca et al. (2019b).

Na Figura 4.3, observa-se que o desvio padrão da defasagem em relação ao caso sem SRP aumenta com o aumento da A/m do satélite S<sub>1</sub>. Os desvios estão abaixo de 0,03 e os dois primeiros valores em relação a A/m (0,0025 e 0,025 m<sup>2</sup>/kg) se sobrepõem. Eles são  $1,17 \times 10^{-5}$  e  $3,57 \times 10^{-5}$ , respectivamente. Também foi possível obter a equação de reta da distribuição do desvio padrão da defasagem em função de A/m do satélite S<sub>1</sub>:  $y = 0,00224x - 0,000102$  (4.2).

Finalmente, as perturbações de cada força no movimento do satélite S<sub>2</sub> devido à variação de A/m do satélite S<sub>1</sub> são da mesma ordem de magnitude que as encontradas para a variação do A/m do satélite S<sub>2</sub>.

#### 4.1.3 Estudo da influência do termo de achatamento terrestre (J<sub>2</sub>)

De início, será realizado o estudo da influência do termo de achatamento terrestre J<sub>2</sub> na defasagem e na distância relativa entre os satélites S<sub>2</sub> e S<sub>1</sub>. Os valores de A/m que serão considerados para o satélite S<sub>2</sub> são: 0,0075, 0,075,



0,75, 7,5, 15 e 30 m<sup>2</sup>/kg. Para o satélite S<sub>1</sub>, os valores de A/m serão: 0,0025, 0,025, 0,25, 2,5, 5 e 10 m<sup>2</sup>/kg. Também serão considerados os casos sem pressão de radiação solar (sem SRP) para os dois satélites. Após, será estudado os efeitos do J<sub>2</sub> variando a velocidade e a excentricidade do satélite S<sub>2</sub>. Nestes casos, serão considerados valores fixos de A/m para os satélites S<sub>2</sub> e S<sub>1</sub> de 0,0075 e 0,0025 m<sup>2</sup>/kg, respectivamente. Será mantido o mesmo conjunto de condições iniciais da seção anterior exceto pelo tempo de até 365 dias (D = 0,005 km, v<sub>x</sub> = 0, v<sub>y</sub> = -0,002 km/s e t até 365 d).

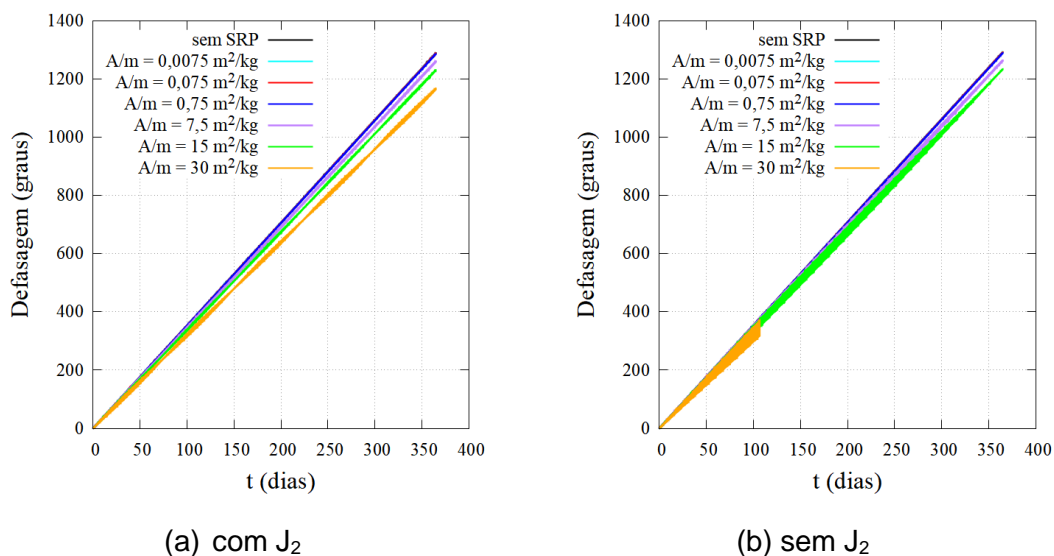
#### **4.1.3.1 Estudo da defasagem entre os satélites S<sub>2</sub> e S<sub>1</sub> até 365 dias**

Nesta seção, será apresentado o estudo dos efeitos do J<sub>2</sub> na defasagem entre os satélites utilizando o conjunto de condições iniciais: D = 0,005 km, v<sub>x</sub> = 0, v<sub>y</sub> = -0,002 km/s e t até 365 dias. Inicialmente, serão apresentados os estudos referentes à variação dos valores de A/m do satélite S<sub>2</sub>, e depois, os estudos em relação à variação dos valores de A/m do satélite S<sub>1</sub>.

##### **4.1.3.1.1 Variando o valor de A/m do satélite S<sub>2</sub>**

A Figura 4.4 apresenta os valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de A/m do satélite S<sub>2</sub> para dois casos: considerando e sem considerar o J<sub>2</sub>, indicados, respectivamente, como, com J<sub>2</sub> e sem J<sub>2</sub>. A Tabela 4.5 mostra os respectivos valores de defasagem para cada valor A/m do satélite S<sub>2</sub> considerando ou não o J<sub>2</sub>. A A/m do satélite S<sub>1</sub> é considerada igual a 0,0025 m<sup>2</sup>/kg em todos os casos em que a pressão de radiação solar é considerada. Também está indicado o caso em que não é considerada a pressão de radiação solar para os dois satélites (sem SRP).

Figura 4.4 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_2$  para  $t$  até 365 d (a) com  $J_2$  e (b) sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

Tabela 4.5 – Valores de defasagem entre os satélites para cada valor de  $A/m$  do satélite  $S_2$  e  $t$  até 365 dias com e sem  $J_2$ .

	$A/m$ ( $m^2/kg$ )						
	sem SRP	0,0075	0,075	0,75	7,5	15	30
Defasagem (graus) com $J_2$	1289,15	1289,13	1288,88	1286,45	1261,26	1231,37	1165,41
Defasagem (graus) sem $J_2$	1292,48	1292,47	1292,21	1289,69	1264,03	1234,62	–

Fonte: Produção da autora.

A Figura 4.4 mostra que os valores de defasagem apresentam uma tendência linear e crescente ao longo do tempo. Observa-se que à medida que o valor  $A/m$  do satélite  $S_2$  aumenta, a defasagem entre os satélites diminui para os dois casos, com e sem  $J_2$ . A distribuição dos valores de defasagem entre os satélites para o caso sem SRP e  $A/m$  igual a  $0,0075 m^2/kg$ , se sobrepõem. Assim como a Figura 4.4 a Tabela 4.5 mostra que os valores de defasagem são maiores do que 360 graus, indicando que o satélite  $S_2$  ultrapassou o satélite  $S_1$  mais de uma vez até completar 365 dias. No geral, o satélite  $S_2$  ultrapassou o satélite  $S_1$  três vezes, ou seja, realizou três voltas em relação ao satélite  $S_1$ . Para o caso sem SRP foi obtido o maior valor de defasagem, sendo igual a 1289,15 graus com  $J_2$

e 1292,48 graus sem  $J_2$ . Os menores valores de  $A/m$  (0,0075, 0,075 e 0,75,  $m^2/kg$ ) apresentaram valores de defasagem aproximados ao sem SRP, sendo respectivamente iguais a: 1289,13, 1288,88 e 1286,45 graus, com  $J_2$  e 1292,47, 1292,21 e 1286,69 graus, sem  $J_2$ . Os maiores valores de  $A/m$  (7,5, 15 e 30  $m^2/kg$ ) apresentaram os menores valores de defasagem: 1261,26, 1231,37, 1165,41 graus, respectivamente com  $J_2$ , e 1264,03 e 1234,62 graus, respectivamente, sem  $J_2$ . Para  $A/m = 30 m^2/kg$ , sem considerar o  $J_2$ , o satélite  $S_2$  colide com a atmosfera terrestre em 106,83 dias. Observa-se que os valores de defasagem entre os satélites considerando o  $J_2$  são cerca de 2,77 a 3,34 graus menores do que os valores que não consideram o  $J_2$ . Como os valores de defasagem da Figura 4.4 apresentam uma tendência linear com tempo para cada valor de  $A/m$  e sem SRP para os dois casos, é possível calcular o coeficiente angular ( $n$ ) de cada reta relativa a cada valor de  $A/m$  e para o caso sem SRP, dado por:

$$n = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} \quad (4.3)$$

onde  $n$  é o coeficiente angular que será chamado de coeficiente de defasagem,  $\Delta\alpha$  é a variação da defasagem e  $\Delta t$  é a variação do tempo.

Na Tabela 4.6 estão indicados os valores de  $n$  (graus/dias) para cada valor de  $A/m$  ( $m^2/kg$ ) do satélite  $S_2$  para os casos com e sem o  $J_2$  e  $t$  até 365 dias.

Tabela 4.6 – Valores do coeficiente de defasagem ( $n$ ) para cada valor de  $A/m$  do satélite  $S_2$  para os casos com e sem o  $J_2$  e  $t$  até 365 dias.

	$A/m$ ( $m^2/kg$ )						
	sem SRP	0,0075	0,075	0,75	7,5	15	30
$n$ (graus/dias) com $J_2$	3,5319	3,5319	3,5312	3,5245	3,4555	3,3736	3,1929
$n$ (graus/dias) sem $J_2$	3,5410	3,5410	3,5403	3,5334	3,4631	3,3825	–

Fonte: Produção da autora.

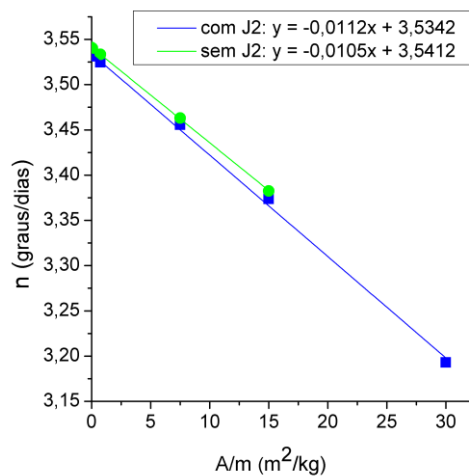
A Tabela 4.6 mostra que os valores do coeficiente de defasagem ( $n$ ) decrescem com o aumento da  $A/m$  do satélite  $S_2$  para os dois casos, com e sem o  $J_2$ . Para

o caso sem SRP e valor de  $A/m$  do satélite  $S_2$  igual  $0,0075 \text{ m}^2/\text{kg}$  os valores de  $n$  são idênticos e iguais a  $3,5319$  e  $3,5410$  graus/dias para os casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente. O coeficiente de defasagem  $n$  reflete a diferença entre as órbitas dos satélites  $S_2$  e  $S_1$ . Através dos valores de  $n$  calculados, podemos escrever uma relação da defasagem entre os satélites ( $Def$ ) em função de  $(n)$  multiplicada pelo tempo ( $t$ ) desejado dado pela Equação 4.4:

$$Def = n t \quad (4.4)$$

Ainda podemos encontrar outra relação através da representação gráfica dos valores de  $(n)$  para cada valor de  $A/m$  pelos valores  $A/m$  do satélite  $S_2$  com e sem  $J_2$ . A Figura 4.5 mostra o ajuste linear dos valores de  $n$  para cada valor  $A/m$  pelos valores  $A/m$  do satélite  $S_2$  com e sem o  $J_2$ .

Figura 4.5 – Ajuste linear dos valores do coeficiente de defasagem ( $n$ ) para cada valor  $A/m$  pelos valores  $A/m$  do satélite  $S_2$  com e sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

Na Figura 4.5 estão indicadas as Equações de reta dos ajustes lineares para os dois casos:  $y = -0,0112x + 3,5342$  (4.5) e  $y = -0,0105x + 3,5412$  (4.6), com e sem  $J_2$ , respectivamente. Com isso, conseguimos obter os valores de  $n$  para outros valores de  $A/m$  que chamaremos de coeficiente de defasagem em função da  $A/m$  ( $n_{A/m}$ ). Então, podemos escrever uma relação para defasagem

em função de  $n_{A/m}$ , que pode ser escrito como uma constante  $k$  que depende do valor  $A/m$  dado por:

$$n_{A/m} = k \left( \frac{A}{m} \right) \quad (4.7)$$

Então, podemos reescrever as Equações 4.5 e 4.6, que se referem os casos com ( $n_{A/m} J_2$ ) e sem  $J_2$  ( $n_{A/m}$ ), respectivamente em função da Equação (4.7):

$$n_{A/m} J_2 = -0,0112 \frac{A}{m} + 3,5342 \quad (4.8)$$

$$n_{A/m} = -0,0105 \frac{A}{m} + 3,5412 \quad (4.9)$$

Por fim, temos a relação da defasagem em função da  $A/m$  ( $Def_{A/m}$ ) onde  $n_{A/m}$  é dado em função de um valor de  $A/m$ :

$$Def_{A/m} = n_{A/m} t \quad (4.10)$$

A Tabela 4.7 mostra os valores do coeficiente de defasagem calculado pelo coeficiente angular ( $n$ ), e os valores calculados em função da  $A/m$  e pelo ajuste linear ( $n_{A/m}$ ), para os casos com e sem  $J_2$ . Também estão indicadas a diferença entre os dois índices  $n$  e  $n_{A/m}$  para os casos com e sem  $J_2$ .

Tabela 4.7 – Valores do coeficiente de defasagem calculado pelo coeficiente angular ( $n$ ), e os valores calculados em função da  $A/m$  e pelo ajuste linear ( $n_{A/m}$ ), para os casos com e sem  $J_2$ .

$A/m$ (m <sup>2</sup> /kg)	$n$ (graus/dias) com $J_2$	$n$ (graus/dias) sem $J_2$	$n_{A/m}$ (graus/dias) com $J_2$	$n_{A/m}$ (graus/dias) sem $J_2$	$n - n_{A/m}$ (graus/dias) com $J_2$	$n - n_{A/m}$ (graus/dias) sem $J_2$
0,0075	3,5319	3,5410	3,5341	3,5411	-0,0022	-0,0001
0,075	3,5312	3,5403	3,5333	3,5404	-0,0022	-0,0001
0,75	3,5245	3,5334	3,5258	3,5333	-0,0013	0,0001
7,5	3,4555	3,4631	3,4502	3,4624	0,0053	0,0006
15	3,3736	3,3825	3,3662	3,3837	0,0074	-0,0012
30	3,1929	–	3,1982	3,2262	-0,0053	–

Fonte: Produção da autora.

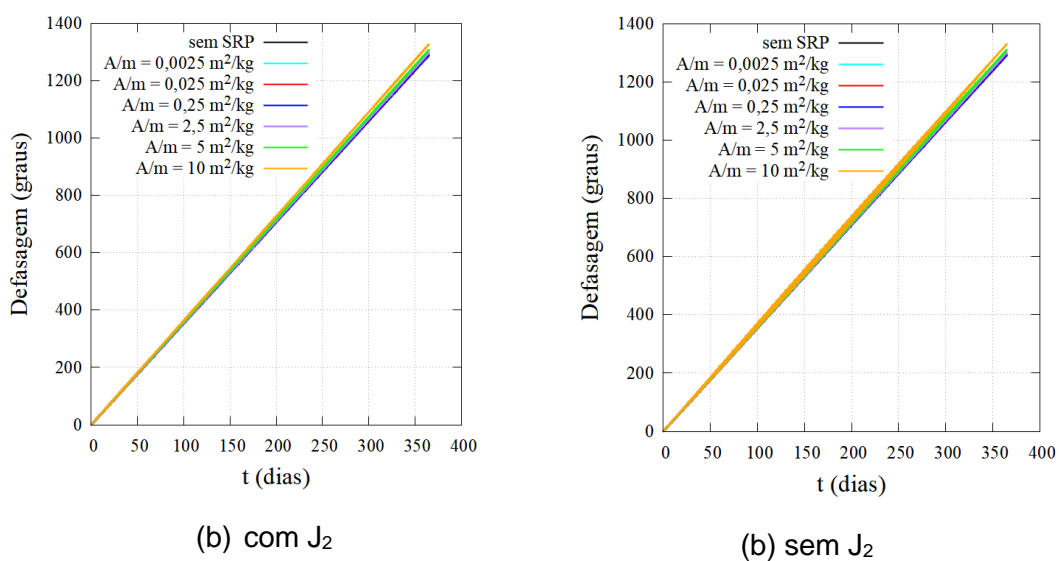
Na Tabela 4.7 observa-se que os valores entre os índices  $n$  e  $nA/m$  apresentam uma diferença da ordem de  $10^{-3}$  para o caso com  $J_2$  e da ordem de  $10^{-3}$  e  $10^{-4}$  sem o  $J_2$ . A diferença entre os índices  $n$  e  $n_{A/m}$  mostra o quanto o coeficiente de defasagem muda ao ser calculado em função de cada  $A/m$  individualmente e pelo ajuste linear dos valores de  $n$  calculados para cada  $A/m$ . O índice  $n_{A/m}$  pode ser utilizado para obter um valor de defasagem ou de tempo para um valor de  $A/m$  que não foi utilizado nestes estudos.

#### 4.1.3.1.2 Variando o valor de $A/m$ do satélite $S_1$

Nesta seção, serão apresentados os mesmos estudos realizados anteriormente para o satélite  $S_2$ , mas considerando os diferentes valores de  $A/m$  para o satélite  $S_1$ .

A Figura 4.6 apresenta os valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_1$  para dois casos: considerando e sem considerar o  $J_2$ . A Tabela 4.8 mostra os respectivos valores de defasagem para cada valor  $A/m$  do satélite  $S_1$  considerando ou não o  $J_2$ . O valor de  $A/m$  do satélite pequeno é considerado igual a  $0,0075 \text{ m}^2/\text{kg}$  em todos os casos em que a pressão de radiação solar é considerada.

Figura 4.6 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_1$  para  $t$  até 365 dias (a) com  $J_2$  e (b) sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

Tabela 4.8 – Valores de defasagem entre os satélites para cada valor de  $A/m$  do satélite  $S_1$  para  $t$  até 365 dias com e sem o  $J_2$ .

	$A/m$ ( $m^2/kg$ )						
	sem SRP	0,0025	0,025	0,25	2,5	5	10
Defasagem (graus) com $J_2$	1289,15	1289,13	1289,21	1290,05	1298,54	1308,07	1327,43
Defasagem (graus) sem $J_2$	1292,48	1292,47	1292,55	1293,38	1301,83	1311,41	1331,20

Fonte: Produção da autora.

A Figura 4.6 mostra que os valores de defasagem apresentam uma tendência linear e crescente ao longo do tempo. Tem-se que à medida que o valor  $A/m$  do satélite  $S_1$  aumenta, a defasagem entre os satélites aumenta para os dois casos, com e sem  $J_2$ . A distribuição dos valores de defasagem entre os satélites para o caso sem SRP e os menores valores de  $A/m$ , entre 0,0025 e 2,5, se sobrepõem. Somente a defasagem para  $A/m$  iguais 5 e 10  $m^2/kg$  não estão totalmente sobrepostas. A Tabela 4.8 mostra que para o caso sem SRP tem-se a menor defasagem obtida sendo igual a 1289,15 graus, com  $J_2$  e 1292,48 graus, sem  $J_2$ . Os menores valores de  $A/m$  (0,0025, 0,025 e 0,25  $m^2/kg$ ) apresentaram valores aproximados ao valor sem SRP sendo respectivamente iguais a: 1289,13, 1289,21 e 1290,05 graus, com  $J_2$ , e iguais a 1292,47, 1292,55 e 1293,38 graus, sem  $J_2$ . Os maiores valores de  $A/m$  (2,5, 5 e 10  $m^2/kg$ ) apresentaram os maiores valores de defasagem, sendo respectivamente iguais a: 1298,54, 1308,07, 1327,43 graus, com  $J_2$ , e 1301,83, 1311,41 e 1331,20 graus, sem  $J_2$ . Observa-se que os valores de defasagem entre os satélites considerando o  $J_2$  são cerca de 3,29 a 3,77 graus menores do que os valores que não considera o  $J_2$ . Analogamente ao que foi feito com a Figura 4.4, podemos calcular o coeficiente angular ( $n$ ) para cada valor de  $A/m$  do satélite  $S_1$  que é dado pela Equação 4.3 para a Figura 4.8. Os valores de ( $n$ ) estão indicados na Tabela 4.9 para cada valor de  $A/m$  do satélite  $S_1$ , para os casos com e sem o  $J_2$ .

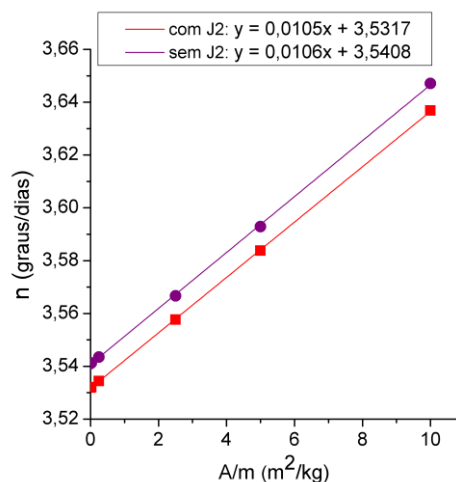
Tabela 4.9 – Valores do coeficiente de defasagem ( $n$ ) para cada valor de  $A/m$  do satélite  $S_1$  para os casos com e sem o  $J_2$  e  $t$  até 365 dias.

	$A/m$ ( $m^2/kg$ )						
	sem SRP	0,0025	0,025	0,25	2,5	5	10
$n$ (graus/dias) com $J_2$	3,5319	3,5319	3,5321	3,5344	3,5576	3,5838	3,6368
$n$ (graus/dias) sem $J_2$	3,5410	3,5410	3,5412	3,5435	3,5667	3,5929	3,6471

Fonte: Produção da autora.

A Tabela 4.9 mostra que os valores do coeficiente de defasagem crescem com o aumento da  $A/m$  do satélite  $S_1$  para os dois casos, com e sem o  $J_2$ . Para o caso sem SRP e valor de  $A/m$  do satélite  $S_1$  igual  $0,0075 m^2/kg$  os valores de  $n$  são idênticos e iguais a 3,5319 e 3,5410 graus/dias para os casos com e sem  $J_2$ , respectivamente. Novamente, com esses valores podemos escrever uma relação da defasagem (Def) em função do coeficiente de defasagem ( $n$ ) multiplicada pelo tempo ( $t$ ), Equação 4.4. Mais uma vez, podemos encontrar uma outra relação através de  $n$  e da  $A/m$  através do ajuste linear dos valores de  $n$  para cada valor de  $A/m$  pelos valores  $A/m$  do satélite  $S_1$  com e sem o  $J_2$ . A Figura 4.7 mostra o ajuste linear dos valores de  $n$  para cada valor  $A/m$  pelos valores  $A/m$  do satélite  $S_1$  com e sem o  $J_2$ .

Figura 4.7 – Ajuste linear dos valores do coeficiente angular calculado para cada valor  $A/m$  pelo valor de cada  $A/m$  do satélite  $S_1$  com e sem o  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.



Na Figura 4.7 estão indicadas as Equações das retas dos ajustes lineares para os dois casos:  $y = 0,0105x + 3,5317$  (4.11) e  $y = 0,0106x + 3,5408$  (4.12), com e sem  $J_2$ , respectivamente. Analogamente ao que foi feito no estudo da  $A/m$  do satélite  $S_2$ , podemos calcular o coeficiente de defasagem em função da  $A/m$  ( $n_{A/m}$ ).

Então, podemos reescrever as Equações 4.11 e 4.12, com e sem  $J_2$ , respectivamente em função da Equação 4.7:

$$n_{A/m} J_2 = -0,0105 \frac{A}{m} + 3,5317 \quad (4.11)$$

$$n_{A/m} = -0,0106 \frac{A}{m} + 3,5408 \quad (4.12)$$

Por fim, temos a relação da defasagem em função da  $A/m$  ( $Def_{A/m}$ ) onde  $n_{A/m}$  é dado em função de um valor de  $A/m$  do satélite  $S_1$ , Equação 4.10.

A Tabela 4.10 mostra os valores do coeficiente de defasagem calculado pelo coeficiente angular ( $n$ ), e os valores calculados em função da  $A/m$  e pelo ajuste linear ( $n_{A/m}$ ), para os casos com e sem  $J_2$ . Também estão indicadas a diferença entre os dois índices  $n$  e  $n_{A/m}$  para os casos com e sem  $J_2$ .

Tabela 4.10 – Valores do coeficiente de defasagem calculado pelo coeficiente angular ( $n$ ), e os valores calculados em função da  $A/m$  e pelo ajuste linear ( $n_{A/m}$ ), para os casos com e sem  $J_2$ .

$A/m$ ( $m^2/kg$ )	$n$ (graus/dias) com $J_2$	$n$ (graus/dias) sem $J_2$	$n_{A/m}$ (graus/dias) com $J_2$	$n_{A/m}$ (graus/dias) sem $J_2$	$n - n_{A/m}$ (graus/dias) com $J_2$	$n - n_{A/m}$ (graus/dias) sem $J_2$
0,0025	3,5319	3,5410	3,5688	3,5783	-0,0369	-0,0373
0,025	3,5321	3,5412	3,5688	3,5783	-0,0367	-0,0371
0,25	3,5344	3,5435	3,5688	3,5784	-0,0344	-0,0349
2,5	3,5576	3,5667	3,5691	3,5786	-0,0115	-0,0119
5	3,5838	3,5929	3,5693	3,5789	0,0145	0,0140
10	3,6368	3,6471	3,5699	3,5795	0,0669	0,0676

Fonte: Produção da autora.

Na Tabela 4.10 observa-se que a diferença entre os índices  $n$  e  $n_{A/m}$  são da ordem de  $10^{-2}$  para os casos com e sem  $J_2$ . A diferença entre os índices  $n$  e  $n_{A/m}$  mostra o quanto o coeficiente de defasagem muda ao ser calculado em função de cada  $A/m$  individualmente e pelo ajuste linear dos valores de  $n$  calculados para cada  $A/m$ . O índice  $n_{A/m}$  pode ser utilizado para obter um valor de defasagem ou de tempo para um valor de  $A/m$  que não foi utilizado nestes estudos.

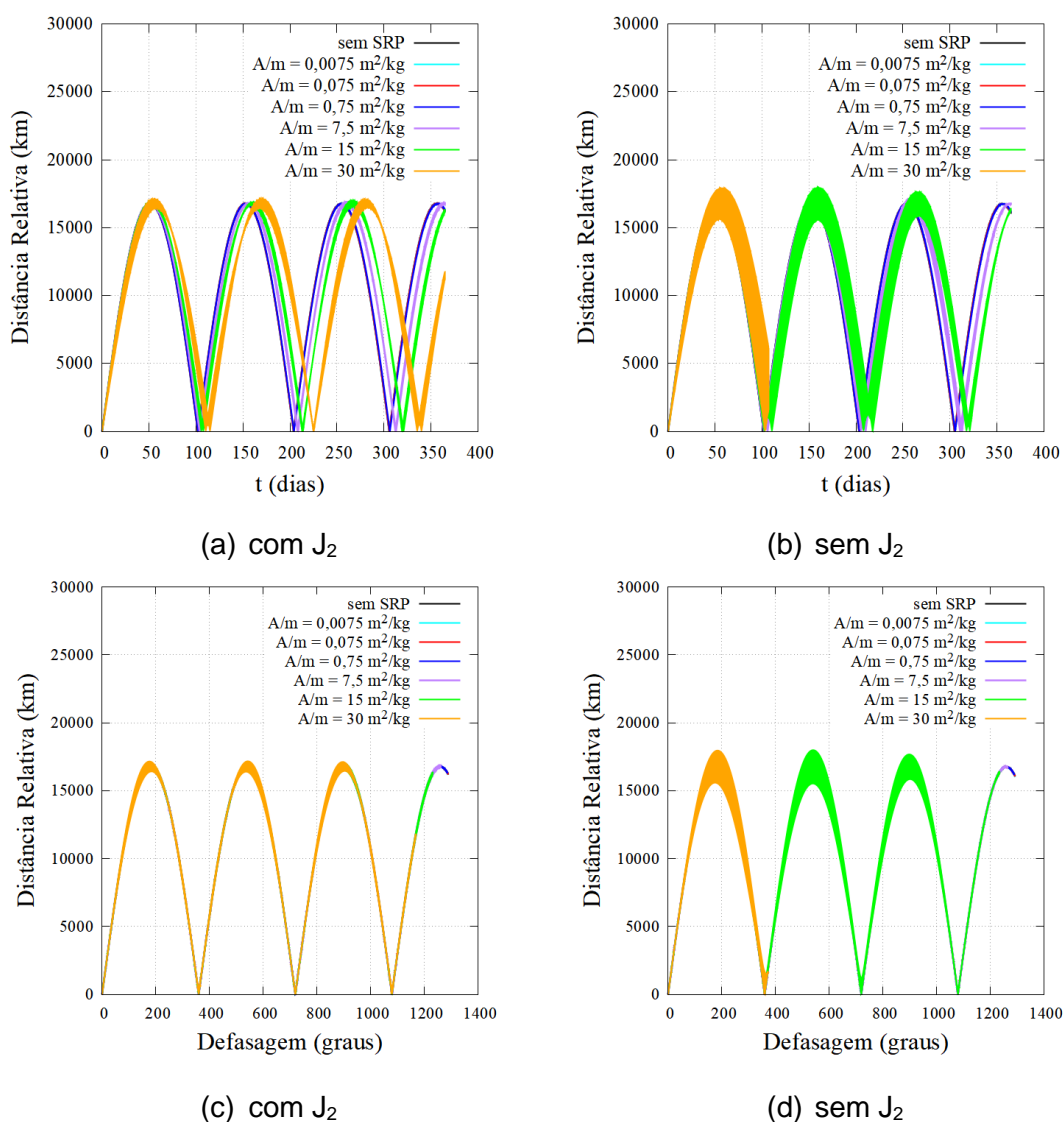
#### **4.1.3.2 Estudo da distância relativa entre os satélites $S_2$ e $S_1$**

Nesta seção, será apresentado o estudo dos efeitos do  $J_2$  na distância relativa entre os satélites utilizando o conjunto de condições iniciais:  $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,002$  km/s e  $t$  até 365 d. Quando a pressão da radiação solar não é considerada será indicada por sem SRP. Inicialmente, serão apresentados os estudos referentes à variação dos valores de  $A/m$  do satélite  $S_2$ . Após isso, serão feitos os estudos em relação a variação dos valores de  $A/m$  do satélite  $S_1$ .

##### **4.1.3.2.1 Variando o valor de $A/m$ do satélite $S_2$**

As Figuras 4.8(a) e 4.8(b) apresentam os valores de distância relativa entre os satélites em função do tempo para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_2$  para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente. As Figuras 4.8(c) e 4.8(d) apresentam os valores de distância relativa entre os satélites em função da defasagem para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_2$  para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente. A  $A/m$  do satélite  $S_1$  é considerada igual a  $0,0025$  m<sup>2</sup>/kg em todos os casos em que a pressão de radiação solar é considerada.

Figura 4.8 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo: (a) com  $J_2$  (b) sem  $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem: (c) com  $J_2$  (d) sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

Nas Figuras 4.8(a) e 4.8(b), casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente, observa-se que a distância relativa entre os satélites aumenta até aproximadamente entre 16700 e 16800 km entre 50 e 55 dias. Após isso, diminui novamente até aproximadamente 10 km entre 101 e 110 dias. Neste caso, o satélite  $S_2$  por ser mais rápido, ultrapassou ou realizou uma volta a mais em relação ao satélite  $S_1$ . Esse ciclo se repete mais duas vezes, ou seja, em 365 dias o satélite  $S_2$  cruza três vezes com o satélite  $S_1$ . Na Figura 4.8(a), caso com  $J_2$ , inicialmente têm-se todas as curvas quase que sobrepostas até a distância relativa máxima e, então,

começam a separar no final do primeiro ciclo e ao longo do tempo vão se separando ainda mais. No final do último ciclo, o terceiro, observa-se três curvas distintas, sendo a em azul representada pela sobreposição do caso sem SRP e das  $A/m$  iguais 0,0075, 0,075, 0,75  $m^2/kg$ , e as curvas roxa, verde e laranja, relativas as  $A/m$  iguais a 7,5, 15 e 30  $m^2/kg$ , respectivamente. Na Figura 4.8(b), caso sem  $J_2$ , observa-se no primeiro ciclo curvas relativas aos dois maiores valores de  $A/m$ , 15 e 30  $m^2/kg$ . A curva relativa aos quatro menores valores de  $A/m$  em azul tem cada um dos três ciclos terminando em aproximadamente 102, 204 e 306 dias, respectivamente. Os ciclos relativos a  $A/m$  igual a 7,5  $m^2/kg$  terminam em 104, 208 e 312 dias, respectivamente. Os ciclos relativos a  $A/m$  igual a 15  $m^2/kg$  terminam em 106, 214 e 320 dias, respectivamente. Os ciclos relativos a  $A/m$  igual a 30  $m^2/kg$  terminam em 110, 225 e 335 dias. Com isso, observa-se que, conforme se aumenta o valor da  $A/m$  do satélite  $S_2$ , este demora mais tempo para se deslocar, diminuindo o valor de defasagem entre os satélites pequeno e principal, conforme mostra a Tabela 4.5. Na Figura 4.8(b), caso sem  $J_2$ , observa-se que a curva laranja relativa ao maior valor de  $A/m$  (30  $m^2/kg$ ) sobrepõe todo o primeiro ciclo e se encerra. A curva verde do segundo maior valor de  $A/m$  (15  $m^2/kg$ ) sobrepõem quase todo o segundo ciclo e metade do terceiro ciclo. Após isso, observa-se também a curva roxa relativa a  $A/m$  igual a 7,5  $m^2/kg$  e a curva azul relativa à sobreposição dos quatro menores valores de  $A/m$ . Na Figura 4.8(b), analogamente ao observado anteriormente para a Figura 4.8(a), conforme se aumentou o valor da  $A/m$  do satélite  $S_2$ , este demorou mais tempo para se deslocar, diminuindo o valor de defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$ , conforme Tabela 4.5. Os valores dos ciclos de acordo com o valor da  $A/m$  na Figura 4.8(b) são menores em razão de décimos relativos aos valores encontrados para cada valor de  $A/m$  da Figura 4.8(a). Comparando as duas figuras, tem-se que na Figura 4.8(a), o termo  $J_2$  é considerado e estabiliza a órbita, mas conforme se aumenta o valor de  $A/m$  do satélite  $S_2$  a força da pressão de radiação solar vai ficando cada vez maior e vai suprimindo o efeito do  $J_2$ . Na Figura 4.8(b), o termo  $J_2$  não é considerado, então, não há mais a força deste termo para estabilizar a órbita e, ao se aumentar  $A/m$  do satélite  $S_2$ , a trajetória pode acabar colidindo com a atmosfera terrestre, como ocorre para  $A/m$  igual a



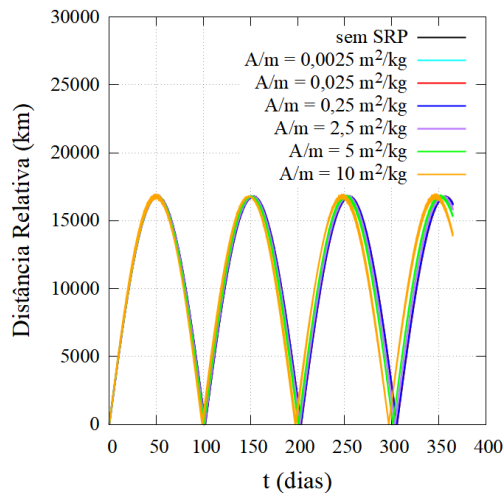
torno da Terra, mesmo após realizar aproximadamente 1209,42 voltas. A defasagem entre os satélites pequeno e principal até a “colisão” do satélite  $S_2$  com a atmosfera da Terra é de 340,93 graus.

#### 4.1.3.2 Variando os valores de $A/m$ do satélite $S_1$

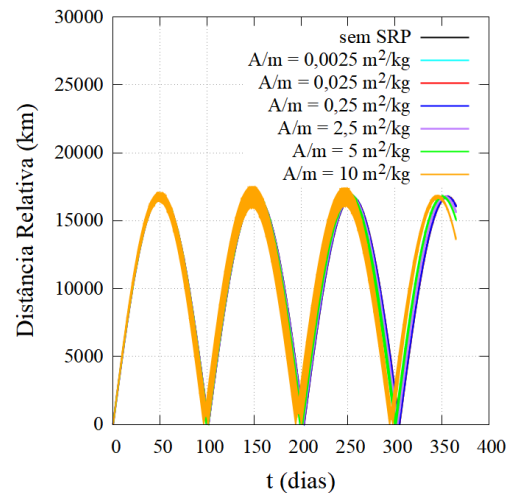
Em seguida, serão apresentados os mesmos estudos realizados para o satélite  $S_2$ , mas considerando diferentes valores de  $A/m$  para o satélite  $S_1$ .

As Figuras 4.10(a) e 4.10(b) apresentam os valores da distância relativa entre os satélites em função do tempo para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_1$  para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente. As Figuras 4.10(c) e 4.10(d) apresentam os valores da distância relativa entre os satélites em função da defasagem para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_1$  para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente. A  $A/m$  do satélite  $S_2$  é considerada igual a  $0,0075 \text{ m}^2/\text{kg}$  em todos os casos em que a pressão de radiação solar é considerada.

Figura 4.10 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo: (a) com  $J_2$  (b) sem  $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem: (c) com  $J_2$  (d) sem  $J_2$ .



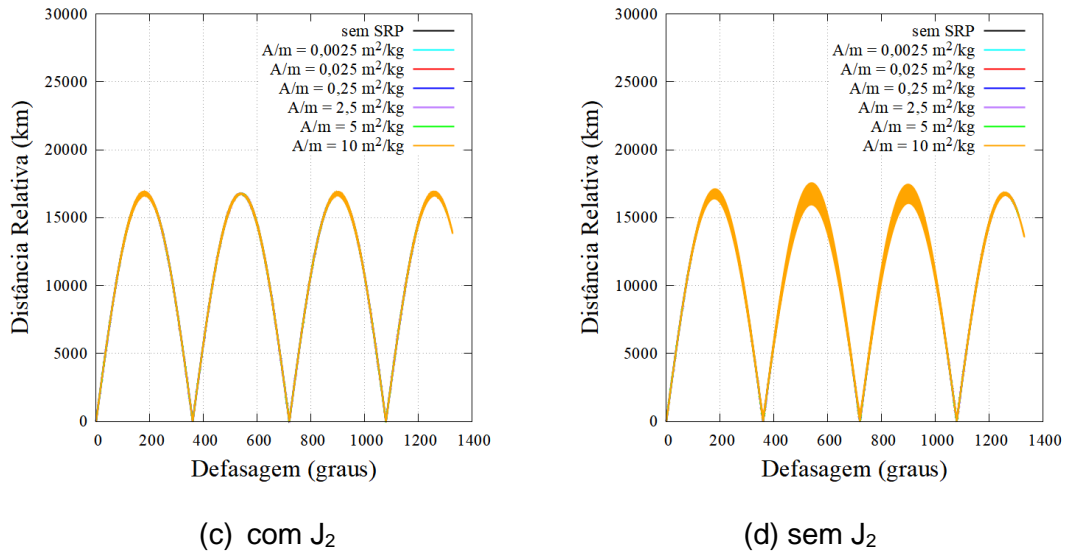
(a) com  $J_2$



(b) sem  $J_2$

(continua)

Figura 4.10 – Conclusão.



Fonte: Produção da autora.

Nas Figuras 4.10(a) e 4.10(b), casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente, observa-se que a distância relativa entre os satélites aumenta até aproximadamente entre 16700 a 16800 km, entre 49 e 51 dias. Após isso, diminui novamente até aproximadamente 10 km, entre 98 e 102 dias. Novamente, como o satélite  $S_2$  está mais rápido, ele ultrapassou o satélite  $S_1$ . Esse ciclo se repete mais duas vezes, ou seja, em 365 dias o satélite  $S_2$  cruza três vezes com o satélite  $S_1$ . Na Figura 4.10(a), com  $J_2$ , praticamente todas as curvas estão sobrepostas durante até o segundo ciclo, quando então é possível ver as curvas se separando. As curvas relativas ao caso sem SRP e valores de  $A/m$  iguais a 0,0025, 0,025 e 0,25  $m^2/kg$  estão sobrepostas e indicadas em azul e cada um dos três ciclos terminam em aproximadamente 102, 204 e 306 dias, respectivamente. A curva roxa relativa à  $A/m$  igual a 2,5  $m^2/kg$  têm três ciclos que terminam em aproximadamente 101, 202 e 303 dias, respectivamente. Os ciclos relativos à  $A/m$  igual a 5  $m^2/kg$ , curva verde, terminam em aproximadamente 100, 200 e 301 dias, respectivamente. Os ciclos relativos à  $A/m$  igual a 10  $m^2/kg$ , curva laranja, terminam em aproximadamente 98, 197 e 297 dias. Com isso, observou-se que, conforme se aumenta o valor da  $A/m$  do satélite  $S_1$ , este se desloca mais devagar e o valor da defasagem aumenta, conforme Tabela 4.8. Este tipo de comportamento também foi observado para a Figura 4.10(b), caso sem  $J_2$ , mas

os valores dos ciclos, de acordo com o valor da  $A/m$  na Figura 4.10(b), são menores em razão de décimos relativos aos valores encontrados para cada valor de  $A/m$  da Figura 4.10(a). Novamente, o termo  $J_2$  estabiliza a órbita, e é possível ver por meio das curvas mais finas apresentadas pela Figura 4.10(a), caso com  $J_2$ , enquanto na Figura 4.10(b), caso sem  $J_2$ , tem-se a curva relativa ao maior valor de  $A/m$ ,  $10 \text{ m}^2/\text{kg}$ , mais larga.

Nas Figuras 4.10(c) e 4.10(d), casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente, observa-se que a distância relativa entre os satélites em função da defasagem. Todas as curvas estão sobrepostas nos dois casos e mostram 3 ciclos completos que variam de zero a 1080 graus, sendo cada ciclo composto por 360 graus.

#### **4.1.3.3 Estudo da velocidade do satélite $S_2$**

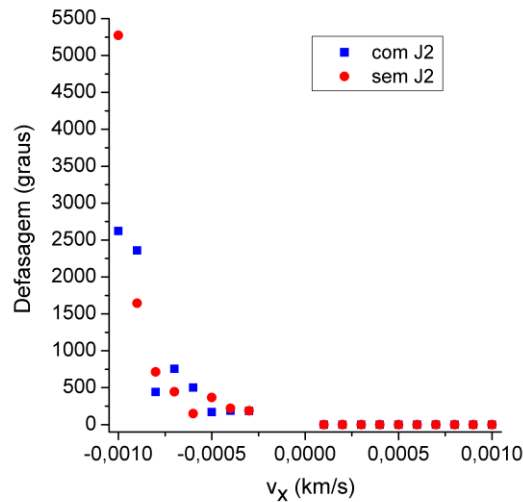
Nesta seção, será apresentado o estudo dos efeitos do  $J_2$  na defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  em função da velocidade do satélite  $S_2$ . Serão mantidas fixas a distância inicial ( $D$ ) igual a  $0,005 \text{ km}$ , tempo de até 365 dias e a excentricidade do satélite  $S_2$  igual a  $0,001$ . Os valores de  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$  serão fixos e iguais a  $0,0075$  e  $0,0025 \text{ m}^2/\text{kg}$ , respectivamente. Estes valores de  $A/m$  foram escolhidos, pois analisando os resultados anteriores, observa-se que os quatro menores valores de  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$  apresentaram pequenas variações entre si. Inicialmente, serão apresentados os estudos referentes à variação dos valores de  $v_x$  de  $-0,001$  a  $0,001 \text{ km/s}$  para  $v_y = 0$ . Após isso, serão feitos, os estudos em relação a variação  $v_y$  de  $-0,02$  a  $0,02 \text{ km/s}$  para  $v_x = 0$ .

##### **4.1.3.3.1 Variando $v_x$ para $v_y = 0$**

A Figura 4.11 apresenta os valores de defasagem entre os satélites em função de  $v_x$  para  $v_y = 0$  e  $t$  até 365 dias para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente.



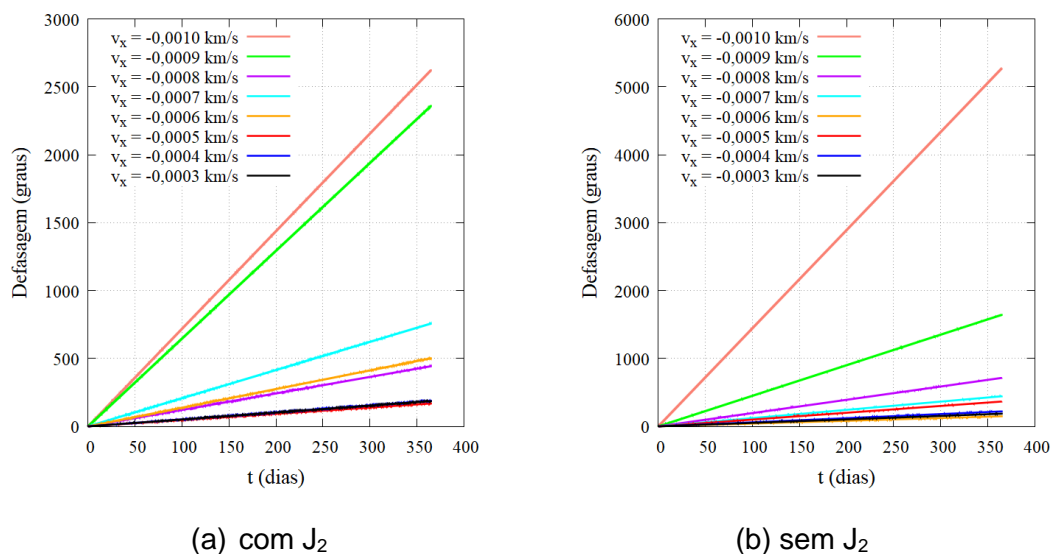
Figura 4.11 – Valores de defasagem entre os satélites em função de  $v_x$  para  $v_y = 0$ , com e sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

A Figura 4.11 mostra que para os valores positivos de  $v_x$  a defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  praticamente se sobrepõem para os casos com e sem o  $J_2$ . Observa-se que a defasagem variou de -2,67 a -2,74 graus, com  $J_2$ , e de -2,69 a -2,75 graus, sem  $J_2$ . Nestes casos, o satélite  $S_2$  seguiu no mesmo sentido e direção do satélite  $S_1$ , mas atrasado em relação a ele, ou seja, o impulso dado no satélite  $S_2$  reduziu sua velocidade. Para os valores de  $v_x$  menores que zero observa-se uma grande variação nos valores de defasagem, variando de 185,48 a 2621,56 graus, com  $J_2$  e de 186,63 a 5272,66 graus, sem  $J_2$ . Nestes casos, observa-se que variação da defasagem não é progressiva ou ainda apresenta algum tipo de padrão. A Figura 4.12 apresenta os valores de defasagem entre os satélites para os valores negativos de  $v_x$  para dois casos: considerando e sem considerar o  $J_2$ . A Tabela 4.11 mostra os respectivos valores de defasagem para cada valor de  $v_x$  considerando ou não o  $J_2$ .

Figura 4.12 – Defasagem entre os satélites em função do tempo para: (a) com  $J_2$  e (b) sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

Tabela 4.11 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de  $v_x$  considerando  $t$  até 365 dias.

$v_x$ (km/s)	-0,0003	-0,0004	-0,0005	-0,0006	-0,0007	-0,0008	-0,0009	-0,001
Def (graus) com $J_2$	185,48	188,07	168,43	500,80	756,67	442,57	2358,68	2621,56
Def (graus) sem $J_2$	186,63	220,32	365,84	148,64	443,41	713,90	1642,64	5272,66

Fonte: Produção da autora.

A Figura 4.12 e a Tabela 4.11 mostram que os valores de defasagem não seguem nenhum tipo de regra ao se aumentar ou diminuir o valor de  $v_x$  considerando ou não o  $J_2$ . Porém, nota-se que podemos ter uma grande mudança no valor da defasagem apenas alterando valor de  $v_x$  de 0,0001 km/s para mais ou para menos. Por exemplo, considerando  $v_x = -0,0008$  km/s tem-se os valores de defasagem iguais a 756,67, 442,57 e 2358,68 graus, para  $v_x$  variando respectivamente de -0,0007 a -0,0009 km/s, com  $J_2$ ; e valores de defasagem iguais a 443,41, 713,90 e 1642,64 graus, para  $v_x$  variando respectivamente de -0,0007 a -0,0009 km/s, sem  $J_2$ . Também se observa que os valores de defasagem sem  $J_2$  são maiores do que com  $J_2$ , exceto para as velocidades iguais a -0,0006, -0,0007 e -0,0009 km/s sendo iguais a 500,80,

756,67, 2358,68 graus com  $J_2$  e 148,64, 443,41, 1642,64 graus, sem  $J_2$ . Como as defasagens apresentaram uma tendência linear com o tempo para cada valor de  $v_x$  para os dois casos, é possível calcular o coeficiente angular  $n$  (coeficiente de defasagem) para cada valor de  $v_x$  que é dado pela Equação 4.1. Os valores de  $n$  estão indicados na Tabela 4.12 para cada valor de  $v_x$ , e para os casos com e sem o  $J_2$ .

Tabela 4.12 – Valores de  $n$  para diferentes valores de  $v_x$  considerando  $t = 365$  dias.

$v_x$ (km/s)	-0,0003	-0,0004	-0,0005	-0,0006	-0,0007	-0,0008	-0,0009	-0,001
$n$ (graus/ dias) com $J_2$	0,5082	0,5153	0,4615	1,3721	2,0731	1,2125	6,4621	7,1824
$n$ (graus/ dias) sem $J_2$	0,5113	0,6036	1,0023	0,4072	1,2148	1,9559	4,5004	14,4456

Fonte: Produção da autora.

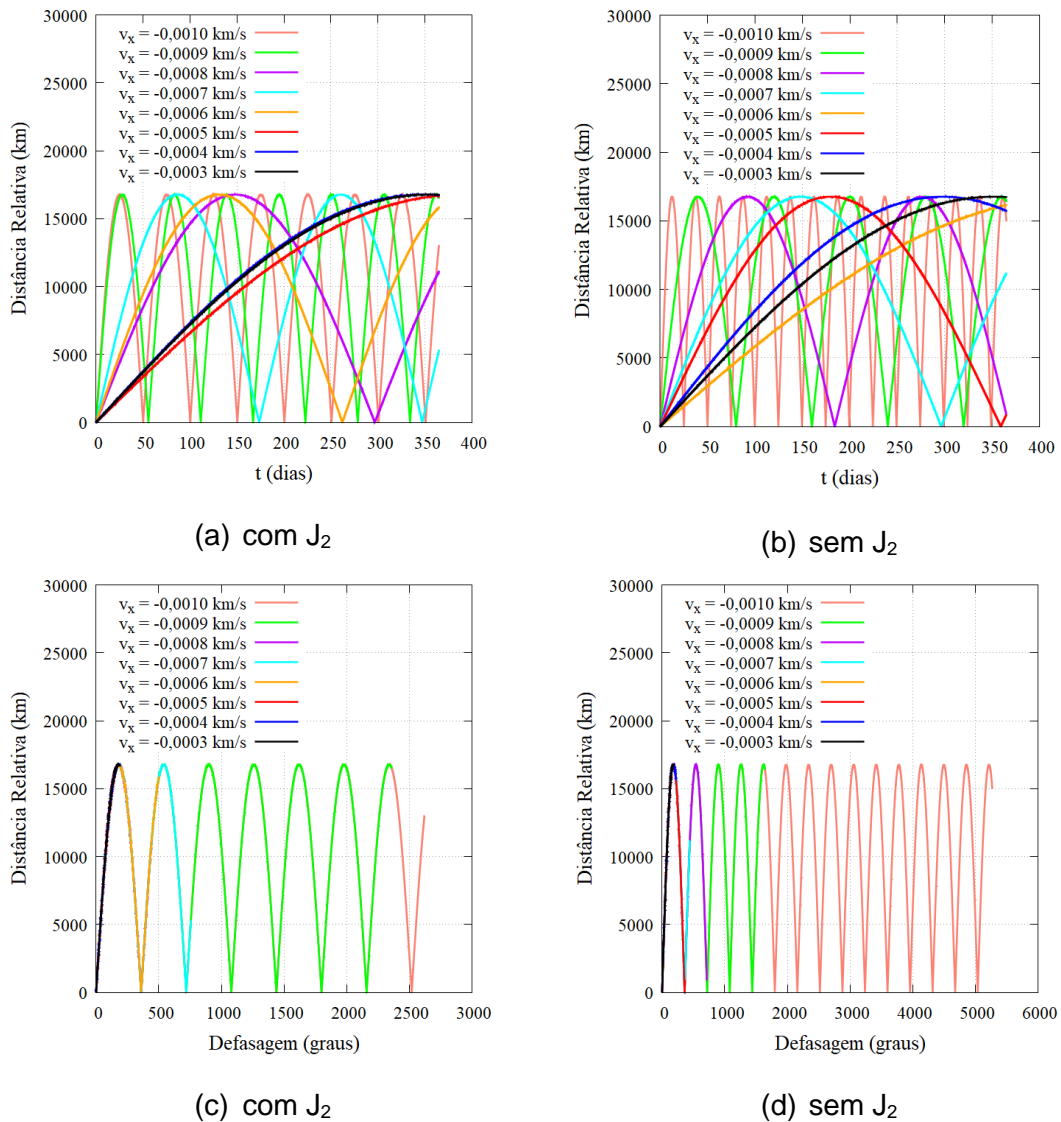
A Tabela 4.12 mostra que a distribuição dos valores do coeficiente de defasagem não apresenta nenhum tipo de tendência para ajuste de curva. Mas podemos reescrever a Equação 4.10, onde  $n$  agora dependente de  $v_x$ , então:

$$Def_{v_x} = n t \quad (4.15)$$

onde  $n$  é o coeficiente de defasagem dependente de  $v_x$ .

As Figuras 4.13(a) e 4.13(b) apresentam os valores de distância relativa entre os satélites em função do tempo para diferentes valores de  $v_x$  do satélite  $S_2$  para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente. As Figuras 4.13(c) e 4.13(d) apresentam os valores de distância relativa entre os satélites em função da defasagem para diferentes valores de  $v_x$  do satélite  $S_2$  para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente.

Figura 4.13 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo: (a) com  $J_2$  (b) sem  $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem: (c) com  $J_2$  (d) sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

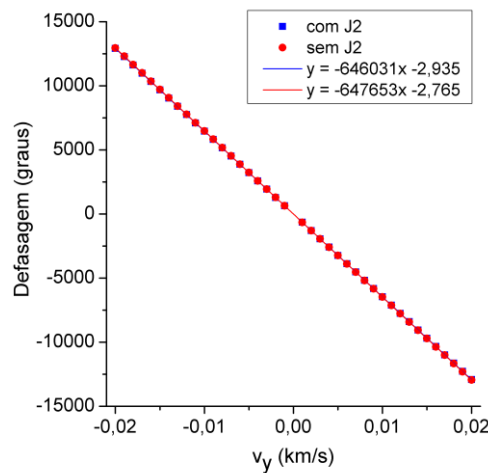
Nas Figuras 4.13(a) e 4.13(b), casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente, observa-se que mesmo que os valores estejam sobrepostos, o comportamento dos resultados é diferente um do outro. Observa-se que os resultados para  $v_x$  iguais a -0,0003 e -0,0004 km/s que aparecem sobrepostos na Figura 4.13(a), com  $J_2$ , não estão sobrepostos na Figura 4.13(b), sem  $J_2$ . Para  $v_x$  igual a -0,005 km/s tem-se, na Figura 4.13(a), que o satélite  $S_2$  se aproxima meio ciclo de distância do satélite  $S_1$ , enquanto na Figura 4.13(b), o satélite  $S_2$  já realizou uma volta em relação ao satélite  $S_1$ . Essas diferenças entre os casos com e sem  $J_2$  também

podem ser observadas para os outros valores de  $v_x$ . Nas Figuras 4.13(c) e 4.13(d) observa-se o número de voltas que o satélite  $S_2$  realiza em relação ao  $S_1$  dependendo do valor de  $v_x$ . Quanto maior a defasagem, maior é o número de ciclos ou voltas. A seguir será realizado o estudo dos efeitos do  $J_2$  variando  $v_y$ .

#### 4.1.3.3.2 Variando $v_y$ para $v_x = 0$

A Figura 4.14 apresenta os valores de defasagem entre os satélites em função de  $v_y$  para  $v_x = 0$  e  $t = 365$  d para dois casos: com e sem  $J_2$ .

Figura 4.14 – Ajuste linear da defasagem entre os satélites em função de  $v_y$  para  $v_x = 0$ , com e sem o  $J_2$ , em 365 dias.



Fonte: Produção da autora.

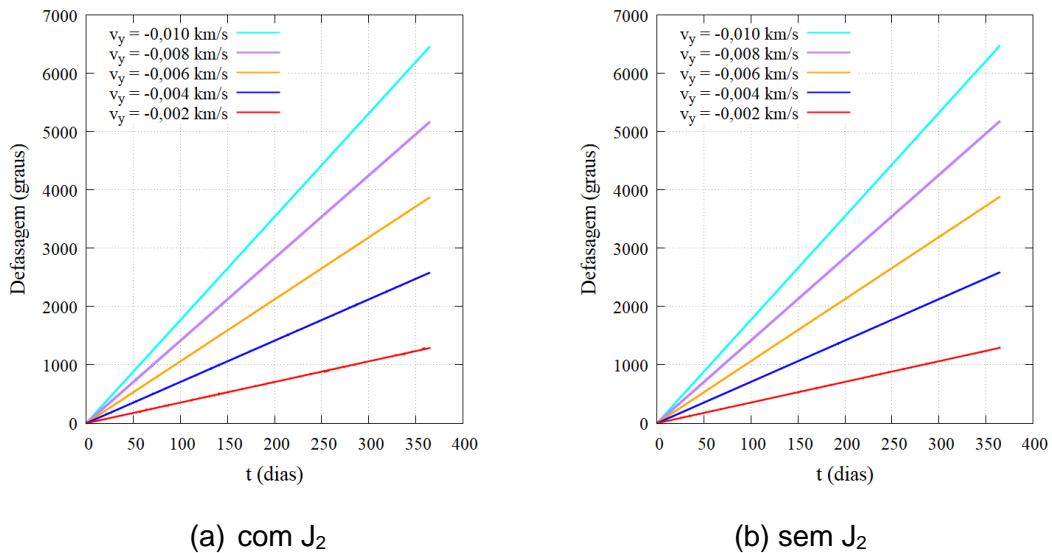
A Figura 4.14 mostra que os valores de defasagem praticamente se sobrepõem para os dois casos: com e sem o  $J_2$ . Os valores negativos de  $v_y$  apresentam defasagem positiva, indicando que o satélite  $S_2$  está à frente do  $S_1$ . Os valores positivos de  $v_y$  apresentam defasagem negativa, indicando que o satélite  $S_2$  está atrás do satélite  $S_1$ , mas na mesma direção e sentido. Os valores de defasagem em função de  $v_y$  apresentam uma distribuição linear e podem ser ajustados por meio de um ajuste linear. Suas equações são indicadas por:  $y = -646031x - 2,935$  (4.16) e  $y = -647653x - 2,765$  (4.17), para os casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente. Podemos escrever as equações de reta como equações que determinam a defasagem para 365 dias, com e sem  $J_2$ , Equações 4.18 e 4.19, respectivamente:

$$Def^{J_2} = -646031v_y - 2,935 \quad (4.18)$$

$$Def = -647653v_y + 2,765 \quad (4.19)$$

As Equações 4.18 e 4.19 mostram que, para um mesmo valor negativo de  $v_y$ , o valor de defasagem sem  $J_2$  é maior do que com  $J_2$ . Para demonstrar essa exposição na Figura 4.15 estão indicados a defasagem ao longo do tempo para cinco valores de  $v_y$ : -0,002, -0,004, -0,006, -0,008 e -0,10 km/s. Na Tabela 4.13 estão indicados os valores de defasagem com e sem o  $J_2$ .

Figura 4.15 – Defasagem entre os satélites em função do tempo para: (a) com  $J_2$  e (b) sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

Tabela 4.13 – Valores de defasagem para cinco valores de  $v_y$ .

$v_y$ (km/s)	-0,002	-0,004	-0,006	-0,008	-0,010
Defasagem (graus) com $J_2$	1289,13	2581,26	3873,35	5165,43	6457,34
Defasagem (graus) sem $J_2$	1292,47	2587,81	3883,12	5178,55	6473,54

Fonte: Produção da autora.

A Figura 4.15 mostra que a defasagem entre os satélites aumenta linearmente ao longo do tempo com o aumento de  $v_y$ . A Tabela 4.13 mostra que para um mesmo valor de  $v_y$ , a defasagem sem o  $J_2$  é maior do que com o  $J_2$ . Como as defasagens apresentaram uma tendência linear com o tempo para cada valor de  $v_y$  para os dois casos, é possível calcular o coeficiente angular  $n$  (coeficiente de defasagem) para cada valor de  $v_y$  como foi dado pela Equação 4.3. Assim, podemos calcular a defasagem para qualquer tempo. Os valores de  $n$  estão indicados na Tabela 4.14 para cada valor de  $v_y$ , e para os casos com e sem o  $J_2$ .

Tabela 4.14 – Valores de  $n$  para diferentes valores de  $v_y$  considerando  $t$  até 365 dias.

$v_y$ (km/s)	-0,002	-0,004	-0,006	-0,008	-0,010
$n$ (graus/dias) com $J_2$	3,5319	7,0719	10,6119	14,1519	17,6913
$n$ (graus/dias) sem $J_2$	3,5410	7,0899	10,6387	14,1878	17,7357

Fonte: Produção da autora.

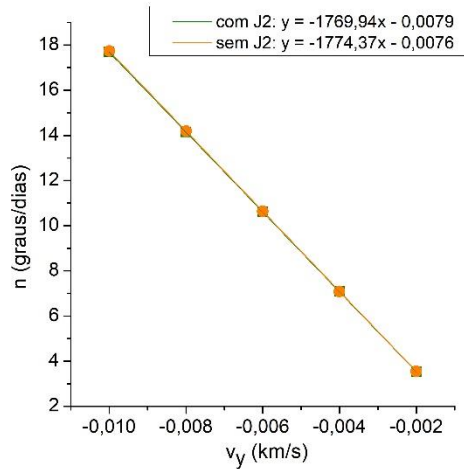
A Tabela 4.14 mostra que a distribuição dos valores do coeficiente de defasagem também apresenta a mesma tendência linear que a defasagem apresenta. Podemos reescrever a Equação 4.10 onde  $n$  agora depende de  $v_y$  e do tempo, então:

$$Def_{v_y} = n t \quad (4.20)$$

onde  $n$  é o coeficiente de defasagem dependente de  $v_y$ .

Também podemos encontrar outra relação através de  $n$  e de  $v_y$  através do ajuste linear dos valores de  $n$  para cada valor de  $v_y$  pelos valores  $v_y$  do satélite pequeno com e sem o  $J_2$ . A Figura 4.16 mostra o ajuste linear dos valores de  $n$  para cada valor de  $v_y$  pelos valores de  $v_y$  com e sem o  $J_2$ .

Figura 4.16 – Ajuste linear dos valores do coeficiente angular calculado para cada valor de  $v_y$  pelos valores de  $v_y$ , com e sem o  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

Na Figura 4.16 estão indicadas as Equações da reta dos ajustes lineares para os dois casos:  $y = -1769,94x - 0,0079$  (4.21) e  $y = -1774,37x - 0,0076$  (4.22), com e sem o  $J_2$ , respectivamente. Analogamente ao que foi feito no estudo da  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$  podemos calcular o coeficiente de defasagem em função de  $v_y$  ( $n_{v_y}$ ). Então, podemos escrever as Equações (4.23) e (4.24), com e sem  $J_2$ :

$$n_{v_y}^{J_2} = -1769,94v_y - 0,0079 \quad (4.18)$$

$$n_{v_y} = -1774,37v_y - 0,0076 \quad (4.19)$$

Por fim, temos a relação da defasagem em função de  $v_y$  ( $Def_{v_y}$ ), onde  $n_{v_y}$  é dado em função da velocidade  $v_y$ :

$$Def_{v_y} = n_{v_y} t \quad (4.25)$$

Analisando as Equações 4.23 e 4.24 tem-se que, quanto mais negativo for o valor de  $v_y$ , maior será a defasagem, Equação 4.25, ou seja, o satélite  $S_2$  irá se separar mais rapidamente do satélite  $S_1$ . Com isso, é possível ter uma noção de



controle da separação entre os satélites, pois podemos correlacionar velocidade de afastamento com a defasagem em função do tempo. A Tabela 4.15 mostra os valores do coeficiente de defasagem calculado pelo coeficiente angular ( $n$ ) e os valores calculados em função do ajuste linear de  $n$  para cada  $v_y$  ( $n_{vy}$ ) para os casos com e sem  $J_2$ . Também estão indicadas as diferenças entre os dois índices  $n$  e  $n_{vy}$  para os casos com e sem  $J_2$ .

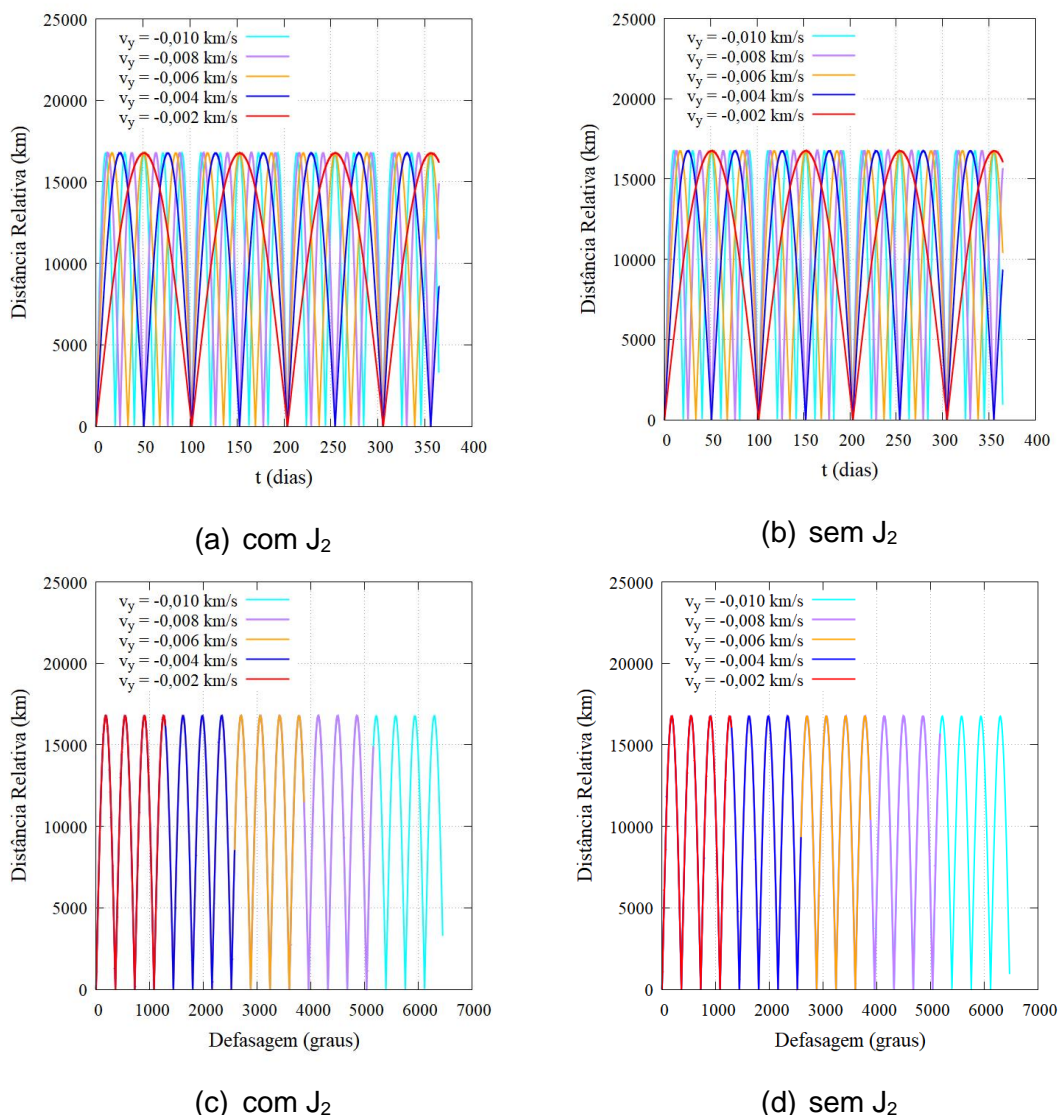
Tabela 4.15 – Valores de  $n$  calculado pelo coeficiente angular e pelo ajuste linear de  $n_{vy}$  em função da  $v_y$  para cada valor de  $v_y$  do satélite  $S_2$  para os casos com e sem o  $J_2$  e  $t = 365$  dias.

$v_y$ (km/s)	$n$ (graus/dias) com $J_2$	$n$ (graus/dias) sem $J_2$	$n_{vy}$ (graus/dias) com $J_2$	$n_{vy}$ (graus/dias) sem $J_2$	$n - n_{vy}$ (graus/dias) com $J_2$	$n - n_{vy}$ (graus/dias) sem $J_2$
-0,002	3,5319	3,5410	3,5341	3,5411	-0,0001	-0,0001
-0,004	7,0719	7,0899	7,0719	7,0899	0,0001	0
-0,006	10,6119	10,6387	10,6117	10,6386	0,0002	0,0001
-0,008	14,1519	14,1878	14,1516	14,1874	0,0002	0,0004
-0,010	17,6913	17,7357	17,6915	17,7361	-0,0002	-0,0004

Fonte: Produção da autora.

Na Tabela 4.15 observa-se que o índice  $n_{vy}$  apresenta uma diferença em relação a  $n$  da ordem de  $10^{-4}$  para os casos com  $J_2$  e sem o  $J_2$ . As Figuras 4.17(a) e 4.17(b) apresentam os valores de distância relativa entre os satélites em função do tempo para diferentes valores de  $v_y$  do satélite  $S_2$  para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente. As Figuras 4.17(c) e 4.17(d) apresentam os valores de distância relativa entre os satélites em função da defasagem para diferentes valores de  $v_y$  do satélite  $S_2$  para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente.

Figura 4.17 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo: (a) com  $J_2$  (b) sem  $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem: (c) com  $J_2$  (d) sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

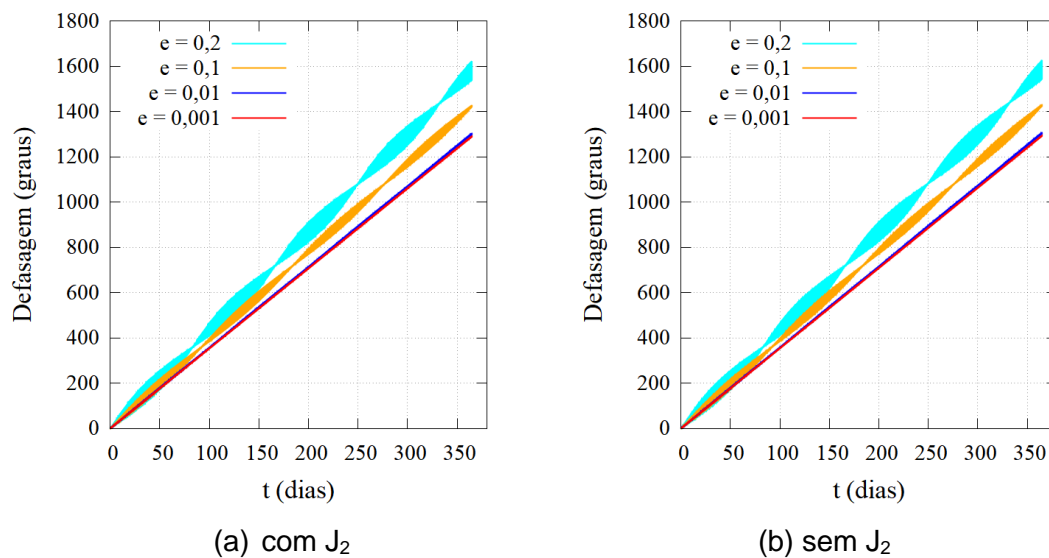
Observando as Figuras 4.17(a) e 4.17(b), casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente, nota-se que o comportamento dos resultados é bem parecido, por isso, os resultados para os cinco valores de  $v_y$  serão analisados em conjunto, atentando para as diferenças. Mesmo as Figuras 4.17(a) e 4.17(b) apresentando resultados sobrepostos é possível observar que, quanto menor a velocidade  $v_y$ , maior é o tempo para o satélite  $S_2$  completar uma volta ou ciclo, em relação ao satélite principal. Os intervalos de tempo de cada ciclo para os valores de  $v_y$  iguais a -0,002, -0,004, -0,006, -0,008 e -0,010 km/s são respectivamente iguais

a: 100, 50, 33, 25 e 20 dias, aproximadamente. Para estas velocidades as distâncias mínimas entre os satélites variaram de 9 a 36 km, e as menores velocidades apresentaram as menores distâncias. Nas Figuras 4.17(c) e 4.17(d), observa-se que, quando  $v_y$  aumenta, maior será a defasagem entre os satélites ao final de 365 dias. Também é possível observar o total de voltas que o satélite  $S_2$  realiza em relação ao satélite  $S_1$ . Quanto maior a velocidade, maior será o número de voltas ou ciclos realizados. A quantidade de ciclos realizados para os valores de  $v_y$  iguais a -0,002, -0,004, -0,006, -0,008 e -0,010 km/s são, respectivamente, iguais a: 3, 7, 10, 14, 17.

#### **4.1.3.4 Estudo da excentricidade**

Nesta seção, será apresentado o estudo dos efeitos do  $J_2$  na defasagem entre os satélites em função da excentricidade do satélite  $S_2$ . Com a finalidade de modificar a excentricidade do satélite  $S_2$ , será considerada a hipótese de que ele possa receber um impulso extra para modificar a sua órbita. Será considerado o conjunto de condições iniciais:  $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,002$  km/s e  $t$  até 365 dias. Os valores de  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$  serão fixos e iguais a 0,0075 e 0,0025  $m^2/kg$ , respectivamente. Novamente, estes valores de  $A/m$  foram escolhidos, pois analisando os resultados anteriores, observa-se que os quatro menores valores de  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$  apresentaram pequenas variações entre si. A Figura 4.18 apresenta os valores de defasagem entre os satélites em função do tempo considerando ou não o  $J_2$  para quatro valores de excentricidade do satélite pequeno: 0,001, 0,01, 0,1 e 0,2. A Tabela 4.16 mostra os respectivos valores de defasagem para cada valor de excentricidade do satélite  $S_2$ , considerando ou não o  $J_2$ .

Figura 4.18 – Defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  em função do tempo para: (a) com  $J_2$  e (b) sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

Tabela 4.16 – Valores de defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  para cada valor de excentricidade do satélite  $S_2$ , considerando  $t$  até 365 dias.

e	0,001	0,01	0,1	0,2
Defasagem (graus) com $J_2$	1289,13	1298,83	1421,97	1597,04
Defasagem (graus) sem $J_2$	1292,47	1302,29	1427,02	1544,42

Fonte: Produção da autora.

A Figura 4.18 mostra que, à medida que o valor da excentricidade do satélite  $S_2$  aumenta, a defasagem entre os satélites aumenta para os dois casos, com e sem o  $J_2$ . Os valores de defasagem no tempo para os dois menores valores de excentricidade, 0,001 e 0,01, se apresentam como duas retas tangentes. Os valores de defasagem no tempo para os dois maiores valores de excentricidade, 0,1 e 0,2, mostram o efeito de curta frequência, que se intensifica com valores altos de excentricidade do satélite  $S_2$ , enquanto o satélite  $S_1$  está em uma órbita circular. Na Tabela 4.16, observa-se que os valores de defasagem, sem considerar o  $J_2$ , são maiores do que quando se considera o  $J_2$ , exceto para excentricidade igual a 0,2, em que a defasagem considerando o  $J_2$ , 1597,04 graus, foi maior do que sem considerar o  $J_2$ , 1544,42 graus. A defasagem

aumentou de 1289,13 para 1597,04 graus ao se aumentar a excentricidade de 0,001 a 0,2 e, considerando o  $J_2$ , variando o total de 307,91 graus. A defasagem aumentou de 1292,47 para 1544,42 graus ao se aumentar a excentricidade de 0,001 a 0,2 e sem considerar o  $J_2$ , variando o total de 251,95 graus. Observa-se que, ao se aumentar a excentricidade do satélite  $S_2$ , aumenta-se a defasagem em relação ao satélite  $S_1$ , ou seja, acelera o deslocamento do satélite  $S_2$ . Analisando a Figura 4.18 em mais detalhes, observa-se que, analogamente a Figura 4.5, as defasagens apresentam uma tendência linear com o tempo para cada valor de excentricidade do satélite  $S_2$  para os dois casos. Com isso, é possível calcular o coeficiente angular ( $n$ ) para cada valor de excentricidade do satélite  $S_2$ , que é dado pela Equação 4.3. Os valores de ( $n$ ) estão indicados na Tabela 4.17 para cada valor de excentricidade do satélite  $S_2$ , e para os casos com e sem o  $J_2$ .

Tabela 4.17 – Valores do coeficiente de defasagem ( $n$ ) para cada valor de excentricidade do satélite  $S_2$  para os casos com e sem o  $J_2$  e  $t$  até 365 dias.

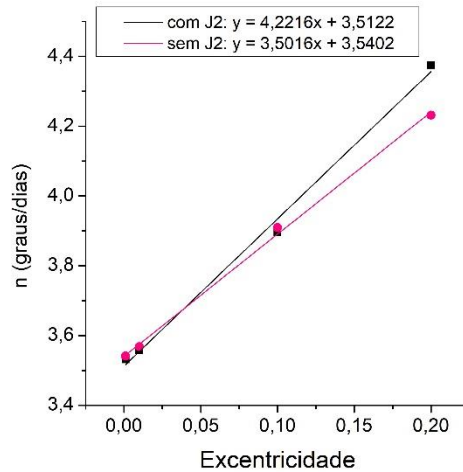
e	0,001	0,01	0,1	0,2
n (graus/dias) com $J_2$	3,5319	3,5584	3,8958	4,3755
n (graus/dias) sem $J_2$	3,5410	3,5679	3,9096	4,2313

Fonte: Produção da autora.

A Tabela 4.17 mostra que os valores do coeficiente de defasagem crescem com o aumento da excentricidade do satélite  $S_2$  para os dois casos, com e sem o  $J_2$ . Os valores do coeficiente de defasagem sem  $J_2$  são maiores do que com  $J_2$ , exceto para  $e = 0,2$ , onde  $n$  é maior com  $J_2$  (4,3755 graus/dias) do que sem  $J_2$  (4,2313 graus/dias). Novamente, com esses valores podemos escrever uma relação da defasagem (Def) em função do coeficiente de defasagem ( $n$ ) multiplicada pelo tempo ( $t$ ), Equação 4.4. Mais uma vez podemos encontrar outra relação através de  $n_e$  da excentricidade através do ajuste linear dos valores de  $n$  para cada valor de excentricidade pelos valores de excentricidade do satélite

S<sub>2</sub> com e sem o J<sub>2</sub>. A Figura 4.19 mostra o ajuste linear dos valores de n para cada valor de excentricidade do satélite pequeno, com e sem o J<sub>2</sub>.

Figura 4.19 – Ajuste linear dos coeficientes angulares calculados para cada valor de excentricidade pelos valores de excentricidade, com e sem J<sub>2</sub>.



Fonte: Produção da autora.

Na Figura 4.19 estão indicadas as Equações de reta dos ajustes lineares para os dois casos:  $y = 4,2216x + 3,5122$  (4.26) e  $y = 3,5016x + 3,5402$  (4.27), com e sem o J<sub>2</sub>, respectivamente. Analogamente ao que foi feito nos estudos anteriores, podemos calcular o coeficiente de defasagem em função da excentricidade ( $n_e$ ). Então, podemos reescrever as Equações (4.28) e (4.29), com e sem J<sub>2</sub>:

$$n_e^{J^2} = 4,2216e + 3,5122 \quad (4.28)$$

$$n_e = 3,5016e + 3,5402 \quad (4.29)$$

Por fim, temos a relação da defasagem em função da excentricidade ( $Def_e$ ), onde  $n_e$  é dado em função de um valor de excentricidade do satélite S<sub>2</sub>:

$$Def_e = n_e t \quad (4.30)$$

A Tabela 4.18 mostra os valores do coeficiente de defasagem calculado pelo coeficiente angular ( $n$ ), e os valores calculados em função da excentricidade e pelo ajuste linear ( $n_e$ ), para os casos com e sem  $J_2$ . Também estão indicadas as diferenças entre os dois índices  $n$  e  $n_e$  para os casos com e sem  $J_2$ .

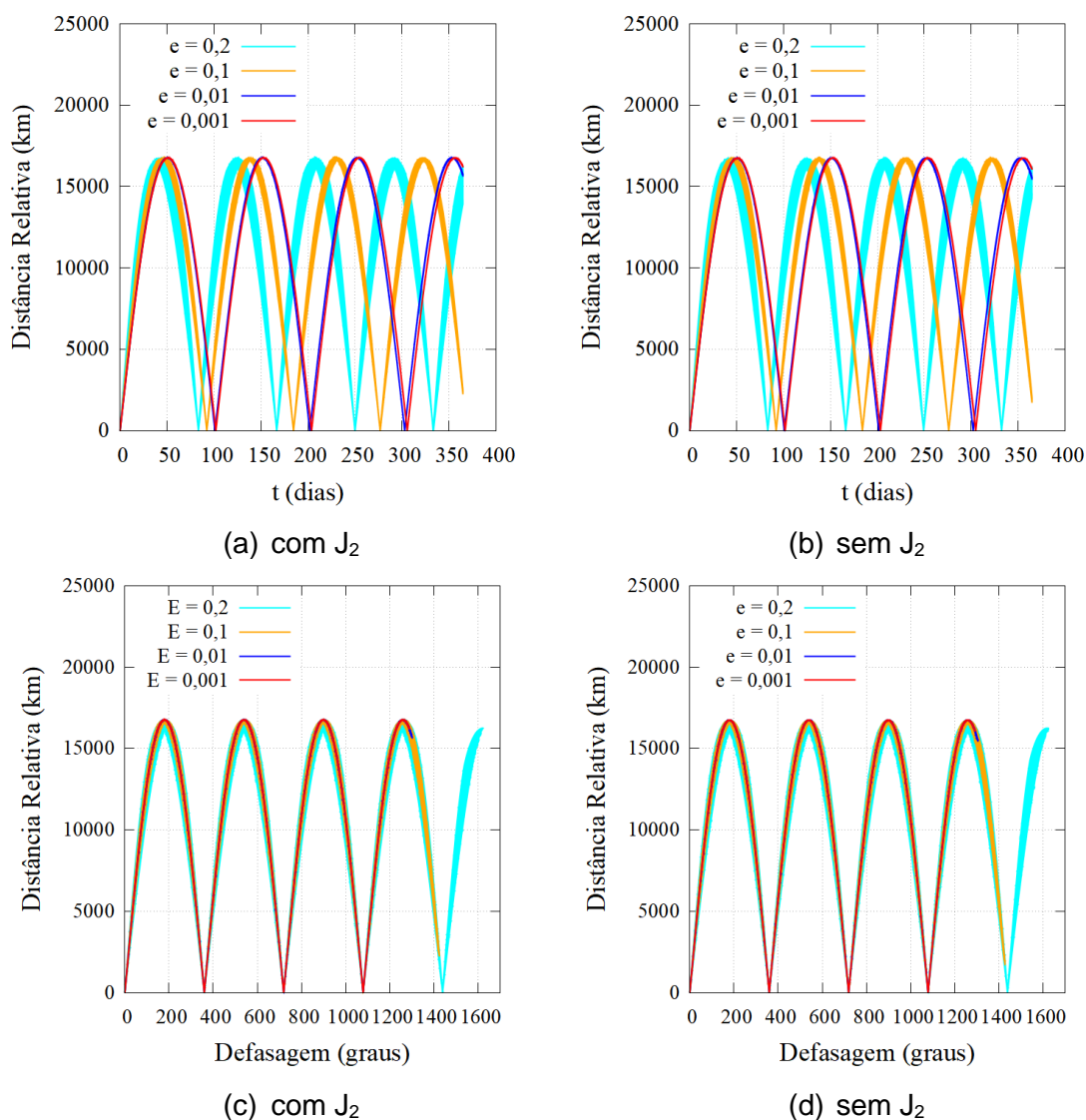
Tabela 4.18 – Valores do coeficiente de defasagem calculado pelo coeficiente angular ( $n$ ), e os valores calculados em função da excentricidade e pelo ajuste linear ( $n_e$ ), para os casos com e sem  $J_2$ .

e	n (graus/dias) com $J_2$	n (graus/dias) sem $J_2$	$n_e$ (graus/dias) com $J_2$	$n_e$ (graus/dias) sem $J_2$	n - $n_e$ (graus/dias) com $J_2$	n - $n_e$ (graus/dias) sem $J_2$
0,001	3,5319	3,5410	3,5164	3,5437	0,0154	-0,0027
0,01	3,5584	3,5679	3,5544	3,5752	0,0040	-0,0073
0,1	3,8958	3,9096	3,9344	3,8904	-0,0386	0,0193
0,2	4,3755	4,2313	4,3565	4,2405	0,0189	-0,0092

Fonte: Produção da autora.

Na Tabela 4.18 observa-se que os valores de  $n$  e  $n_e$  apresentam diferenças da ordem de  $10^{-2}$  e  $10^{-3}$  para os casos com e sem o  $J_2$ . A diferença entre os índices  $n$  e  $n_e$  mostra o quanto o coeficiente de defasagem muda ao ser calculado em função de cada excentricidade individualmente e pelo ajuste linear dos valores de  $n$  calculados para cada excentricidade. O índice  $n_e$  pode ser utilizado para obter um valor de defasagem ou de tempo para um valor de excentricidade que não foi utilizado nestes estudos. Os resultados mostram que os valores de excentricidade do satélite  $S_2$  têm um efeito mais significativo do que o efeito do  $J_2$ . Isso é importante, pois o valor da excentricidade é possível controlar. As Figuras 4.20(a) e 4.20(b) apresentam os valores de distância relativa entre os satélites em função do tempo para diferentes valores de excentricidade do satélite pequeno para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente. As Figuras 4.20(c) e 4.20(d) apresentam os valores de distância relativa entre os satélites em função da defasagem para diferentes valores de excentricidade do satélite  $S_2$  para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente.

Figura 4.20 – Distância relativa entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  em função do tempo para: (a) com  $J_2$  e (b) sem  $J_2$ . Distância relativa entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  em função da defasagem entre os dois satélites para: (c) com  $J_2$  e (d) sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

Observando as Figuras 4.20(a) e 4.20(b), casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente, nota-se que o comportamento dos resultados é bem parecido, sendo possível analisar os resultados para os quatro valores de excentricidade de forma única atentando para as diferenças. Inicialmente os dois satélites estão bem próximos e a distância relativa entre os satélites aumenta até a distância máxima de aproximadamente 16750 km, ou defasado de 180 graus, entre 38 e 51 dias. Após isso, diminui novamente até a distância mínima de aproximadamente 10 km, ou zero grau, entre 83 e 102 dias. Observa-se que



cada valor de excentricidade apresenta um intervalo de tempo para completar um ciclo. Quanto maior a excentricidade, menor é o intervalo de um ciclo, ou seja, quanto maior o valor da excentricidade mais rápido o ciclo será completado. Respectivamente, as excentricidades iguais a 0,001, 0,01, 0,1 e 0,2 têm intervalo de tempo de ciclo igual a 102, 100, 92, e 83 dias. Nas Figuras 4.20(c) e 4.20(d) observa-se que, com o aumento da excentricidade mais ciclos serão completados e maior será a defasagem entre os satélites ao final de 365 dias, conforme mostra a Tabela 4.16. Para excentricidades iguais a 0,001, 0,01 e 0,1 o satélite  $S_2$  realiza três ciclos em relação ao satélite  $S_1$ . Para a excentricidade igual a 0,2 o satélite  $S_2$  realiza quatro ciclos em relação ao satélite  $S_1$ .

#### **4.1.4 Estudo da influência da Lua**

Inicialmente será realizado o estudo da influência da Lua na defasagem e na distância relativa entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$ , considerando e sem considerar o termo  $J_2$  de achatamento da Terra. Os valores de  $A/m$  que serão considerados para o satélite  $S_2$  são: 0,0075, 0,075, 0,75, 7,5, 15 e 30  $m^2/kg$ . Para o satélite  $S_1$ , os valores de  $A/m$  serão: 0,0025, 0,025, 0,25, 2,5, 5 e 10  $m^2/kg$ . Após isso, serão estudados os efeitos da Lua variando a velocidade e a excentricidade do satélite  $S_2$ . Nestes casos, serão considerados valores fixos de  $A/m$  para os satélites  $S_2$  e  $S_1$  de 0,0075 e 0,0025  $m^2/kg$ , respectivamente. Quando a pressão de radiação solar não for considerada será indicada por sem SRP. Será mantido o mesmo conjunto de condições iniciais da seção anterior ( $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,002$  km/s e  $t$  até 365 dias).

##### **4.1.4.1 Estudo da defasagem entre os satélites $S_2$ e $S_1$ até 365 dias**

Nesta seção, será apresentado o estudo dos efeitos do Lua na defasagem entre os satélites utilizando o conjunto de condições iniciais:  $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,002$  km/s e  $t$  até 365 dias. Quando a pressão de radiação solar não for considerada será indicada por sem SRP. Inicialmente, serão apresentados os estudos referentes à variação dos valores de  $A/m$  do satélite  $S_2$ , após isso, os estudos em relação à variação dos valores de  $A/m$  do satélite  $S_1$ .



Tabela 4.19 – Valores de defasagem entre os satélites para cada valor de  $A/m$  do satélite  $S_2$  considerando a Lua e  $t$  até 365 dias com e sem  $J_2$ .

	$A/m$ ( $m^2/kg$ )						
	Sem SRP	0,0075	0,075	0,75	7,5	15	30
Defasagem (graus) com $J_2$	4946,59	4946,57	4946,32	4943,84	4918,30	4888,33	4821,76
Defasagem (graus) sem $J_2$	4958,39	4958,37	4958,12	4955,53	4924,34	4878,85	–

Fonte: Produção da autora.

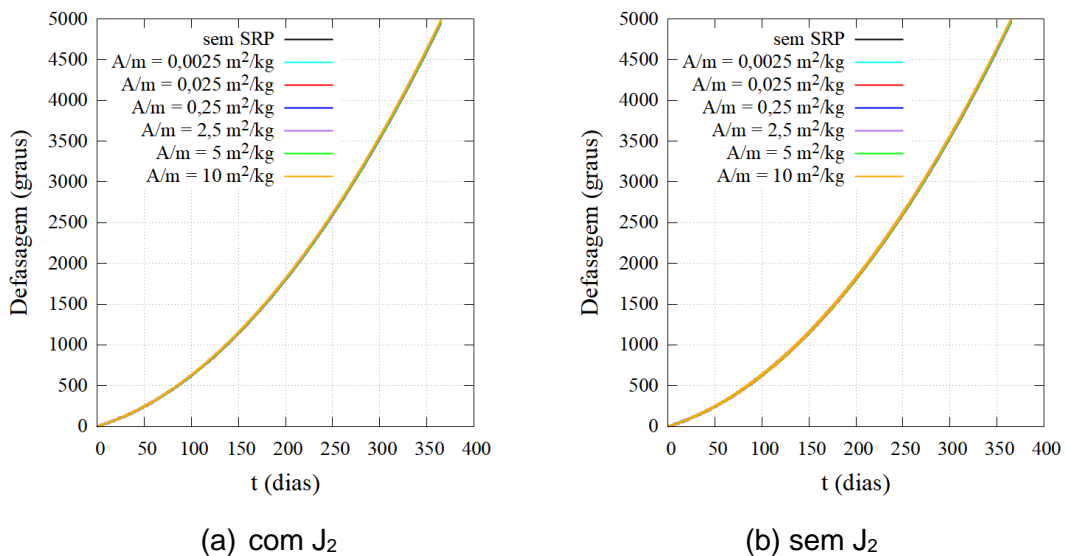
As Figuras 4.21(a) e 4.21(b), casos com e sem  $J_2$ , respectivamente, mostram que os valores de defasagem apresentam uma distribuição parabólica e crescente ao longo do tempo indicando a influência da força perturbativa da Lua. Todas as curvas praticamente se sobrepõem, sendo possível observar as curvas referentes às duas maiores  $A/m$ , 15 e 30  $m^2/kg$ , nas Figuras 4.21(a) e 4.21(b) até uma terceira curva na Figura 4.21(b). Na Tabela 4.19, observa-se que à medida que o valor  $A/m$  do satélite  $S_2$  aumenta a defasagem entre os satélites diminui para os dois casos, com e sem  $J_2$ . Para o caso sem SRP foi obtido o maior valor de defasagem, sendo igual a 4946,59 graus com  $J_2$  e 4958,39 graus sem  $J_2$ . Os menores valores de  $A/m$  (0,0075, 0,075 e 0,75,  $m^2/kg$ ) apresentaram valores de defasagem aproximados ao sem SRP sendo respectivamente iguais a: 4946,57, 4946,32 e 4943,84 graus, com  $J_2$  e 4958,37, 4958,12 e 4955,53 graus, sem  $J_2$ . Os maiores valores de  $A/m$  (7,5, 15 e 30  $m^2/kg$ ) apresentaram os menores valores de defasagem: 4918,30, 4888,33, 4821,76 graus, respectivamente com  $J_2$ , e 4924,34 e 4878,85 graus, respectivamente, sem  $J_2$ . Para  $A/m = 30$   $m^2/kg$ , sem considerar o  $J_2$ , o satélite  $S_2$  colide com a atmosfera terrestre em 106,13 dias. Observa-se que os valores de defasagem entre os satélites considerando o  $J_2$  são cerca de 6,04 a 11,80 graus menores do que os valores que não consideram o  $J_2$ . Novamente, a força relativa ao se considerar o termo  $J_2$  estabiliza a órbita, logo, o valor da defasagem é menor em relação quando não se considera este termo. Por isso, também o satélite  $S_2$  colide quando o termo não é considerado e a força da pressão de radiação solar é grande.

Em seguida, serão apresentados os mesmos estudos, mas considerando diferentes valores de  $A/m$  para o satélite  $S_1$ .

#### 4.1.4.1.2 Variando o valor de $A/m$ do satélite $S_1$

A Figura 4.22 apresenta os valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_1$  considerando a influência da Lua para dois casos: com e sem  $J_2$ . A Tabela 4.20 mostra os respectivos valores de defasagem para cada valor  $A/m$  do satélite  $S_1$  considerando a influência da Lua para os casos com e sem  $J_2$ . O valor de  $A/m$  do satélite  $S_2$  é considerado igual a  $0,0075 \text{ m}^2/\text{kg}$  em todos os casos em que a pressão de radiação solar é considerada.

Figura 4.22 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_1$  considerando a Lua para  $t$  até 365 dias (a) com  $J_2$  e (b) sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

Tabela 4.20 – Valores de defasagem entre os satélites para cada valor de  $A/m$  do satélite  $S_1$  considerando a Lua para  $t$  até 365 dias com e sem o  $J_2$ .

	$A/m$ ( $m^2/kg$ )						
	Sem SRP	0,0025	0,025	0,25	2,5	5	10
Defasagem (graus) com $J_2$	4946,59	4946,57	4946,65	4947,49	4955,91	4965,40	4984,73
Defasagem (graus) sem $J_2$	4958,39	4958,37	4958,45	4959,28	4967,61	4977,07	4996,70

Fonte: Produção da autora.

As Figuras 4.22(a) e 4.22(b), casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente, mostram que os valores de defasagem apresentam uma tendência parabólica e crescente ao longo do tempo. Todas as curvas praticamente se sobrepõem para os dois casos. Na Tabela 4.20 tem-se que, à medida que o valor  $A/m$  do satélite  $S_1$  aumenta, a defasagem entre os satélites aumenta para os dois casos, com e sem  $J_2$ . Para o caso sem SRP tem-se a menor defasagem obtida sendo igual a 4946,59 graus, com  $J_2$  e 4958,39 graus, sem  $J_2$ . Os menores valores de  $A/m$  (0,0025, 0,025 e 0,25  $m^2/kg$ ) apresentaram valores aproximados ao valor de referência sendo, respectivamente, iguais a: 4946,57, 4946,65 e 4947,49 graus, com  $J_2$ , e iguais a 4958,37, 4958,45 e 4959,28 graus, sem  $J_2$ . Os maiores valores de  $A/m$  (2,5, 5 e 10  $m^2/kg$ ) apresentaram os maiores valores de defasagem sendo, respectivamente, iguais a: 4955,91 4965,40 e 4984,73 graus, com  $J_2$ , e 4967,61, 4977,07 e 4996,70 graus, sem  $J_2$ . Observa-se que os valores de defasagem entre os satélites considerando o  $J_2$  são cerca de 11,67 a 11,97 graus menores do que os valores que não considera o  $J_2$ .

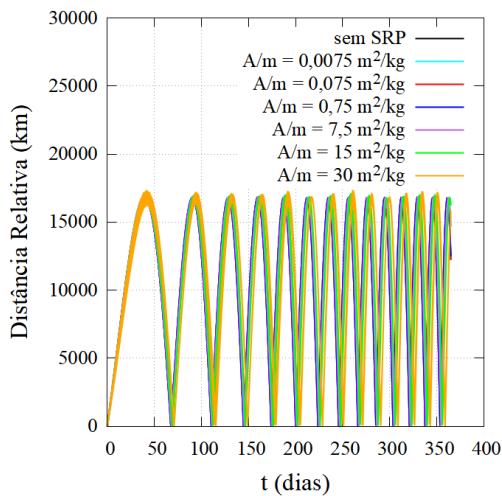
#### 4.1.4.2 Estudo da distância relativa entre os satélites $S_2$ e $S_1$

Nesta seção será apresentado o estudo dos efeitos da Lua na distância relativa entre os satélites utilizando o conjunto de condições iniciais:  $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,002$  km/s e  $t$  até 365 dias. Quando a pressão da radiação solar não for considerada será indicada por sem SRP. Inicialmente, serão apresentados os estudos referentes à variação dos valores de  $A/m$  do satélite  $S_2$ , após isso, os estudos em relação a variação dos valores de  $A/m$  do satélite  $S_1$  serão feitos.

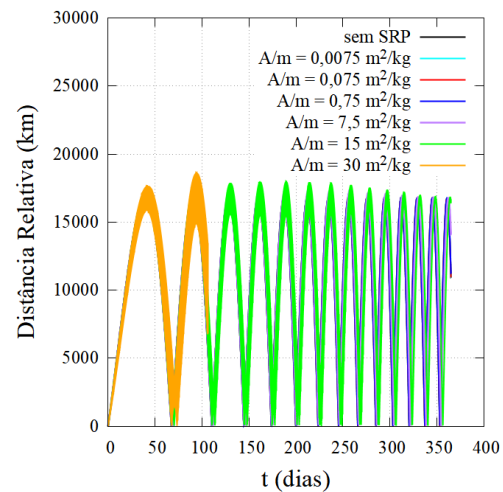
#### 4.1.4.2.1 Variando o valor de $A/m$ do satélite $S_2$

As Figuras 4.23(a) e 4.23(b) apresentam os valores de distância relativa entre os satélites em função do tempo para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_2$  considerando a influência da Lua para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente. As Figuras 4.23(c) e 4.23(d) apresentam os valores da distância relativa entre os satélites em função da defasagem para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_2$  considerando a influência da Lua para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente. A  $A/m$  do satélite  $S_1$  é considerada igual a  $0,0025 \text{ m}^2/\text{kg}$  em todos os casos em que a pressão de radiação solar é considerada. Lembrando que, inicialmente, os satélites  $S_2$  e  $S_1$  estão juntos, e então, é dado um impulso inicial no satélite  $S_2$  para modificar a sua órbita e posicioná-lo a frente do satélite  $S_1$  em uma órbita um pouco diferente e co-orbital.

Figura 4.23 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo: (a) com  $J_2$  (b) sem  $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem: (c) com  $J_2$  (d) sem  $J_2$ .



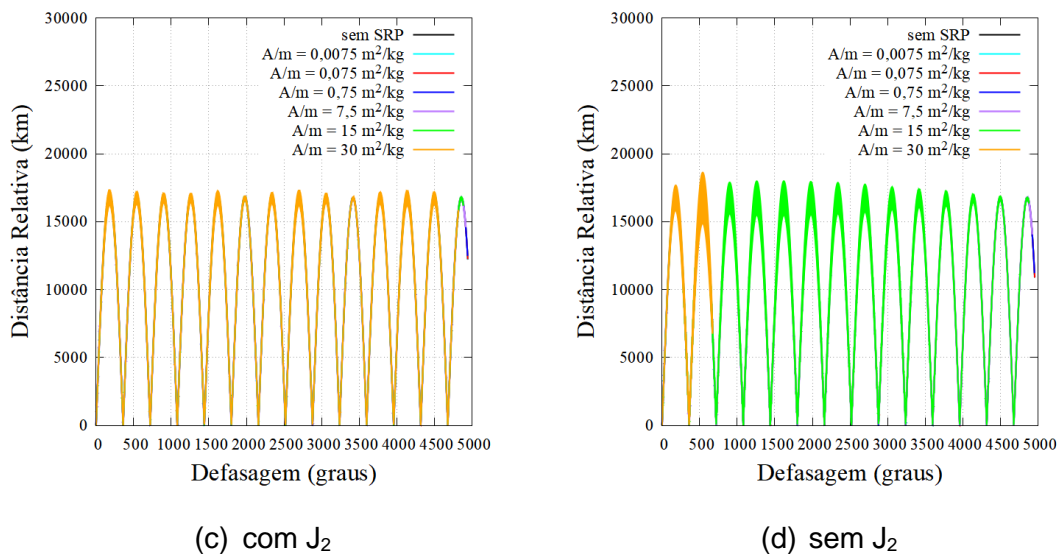
(a) com  $J_2$



(b) sem  $J_2$

(continua)

Figura 4.23 – Conclusão



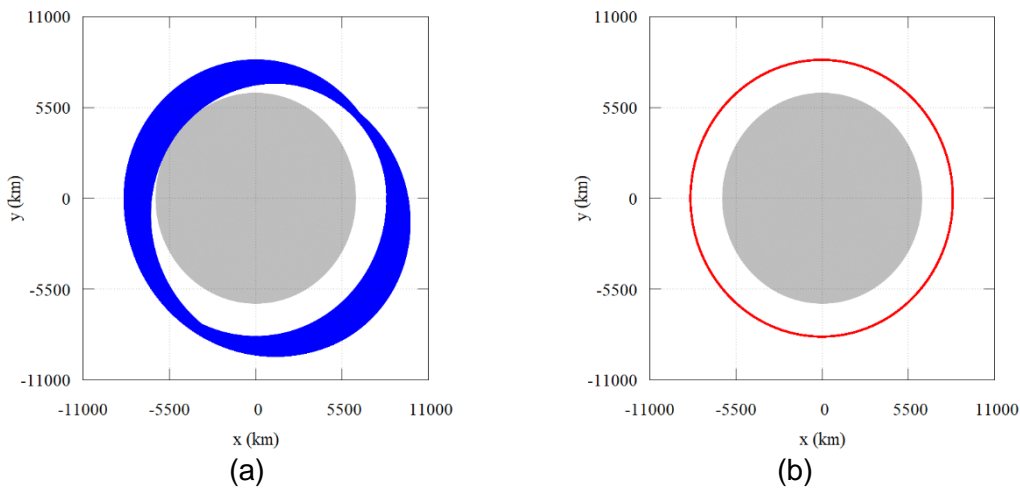
Fonte: Produção da autora.

Na Figura 4.23(a), caso com  $J_2$ , as distâncias máximas atingidas pelo satélite  $S_2$  em relação ao  $S_1$  ao longo do tempo apresentaram uma variação de 16500 a 17200 km. Pode-se observar praticamente duas curvas quase que tangentes ao longo do tempo. A curva laranja é relativa à maior  $A/m$ ,  $30 \text{ m}^2/\text{kg}$ , e a curva esverdeada pode ser compreendida pela sobreposição dos outros seis valores de  $A/m$ . Na Figura 4.23(b), caso sem  $J_2$ , as distâncias máximas variaram de 16600 a 18700 km ao longo do tempo, tendo o segundo ciclo o maior pico. Como neste caso não está sendo considerado o  $J_2$ , observa-se uma maior variação na largura das curvas, principalmente para os dois maiores valores de  $A/m$ , 30 e  $15 \text{ m}^2/\text{kg}$ , curvas laranja e verde, respectivamente. Nas Figuras 4.23(a) e 4.23(b), casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente, observa-se que o intervalo entre os ciclos diminui com o tempo. Isso ocorre devido à defasagem entre os satélites ter uma distribuição parabólica crescente com o tempo, pois estamos considerando a força perturbativa da Lua. Lembrando que os menores valores de  $A/m$  do satélite  $S_2$  apresentam os maiores valores de defasagem. Analisando cada ciclo individualmente observa-se que, quanto maior a defasagem, mais rápido o satélite  $S_2$  percorre a sua trajetória e menor é o tempo para completar uma volta no satélite  $S_1$ . O menores valores de  $A/m$  do satélite  $S_2$  (0, 0,0075, 0,075 e  $0,75 \text{ m}^2/\text{kg}$ ) apresentaram os maiores valores de defasagem,

respectivamente iguais a 4946,59, 4946,57, 4946,32 e 4943,84 graus, com  $J_2$  e 4958,39, 4958,37, 4958,12 e 4955,53 graus, sem  $J_2$  também apresentam os menores intervalos de tempo para cada ciclo, sendo para os três primeiros ciclos iguais a aproximadamente 68, 111 e 145 dias, com  $J_2$ . Os valores dos ciclos de acordo com o valor da  $A/m$  na Figura 4.23(b) são menores em razão de décimos relativos aos valores encontrados para cada valor de  $A/m$  da Figura 4.22(a).

Nas Figuras 4.23(c) e 4.23(d), observam-se 13 ciclos, ou seja, foram realizadas 13 voltas no total pelo satélite  $S_2$  em relação ao satélite  $S_1$  para todos ao longo do tempo, exceto para  $A/m$  igual a  $30 \text{ m}^2/\text{kg}$  e o caso sem o  $J_2$ , pois o satélite  $S_2$  colide com a atmosfera da Terra antes de completar a segunda volta. As Figuras 4.24(a) e 4.24(b) mostram as trajetórias do satélite  $S_2$  (em azul) e do satélite  $S_1$  (em vermelho) em relação à Terra, respectivamente, para o caso em que há colisão com a atmosfera terrestre. A Terra está representada em escala e fixada na origem do sistema inercial.

Figura 4.24 – Trajetórias em relação a Terra para o caso sem  $J_2$ : (a) do satélite  $S_2$  ( $A/m = 30 \text{ m}^2/\text{kg}$ ) e (b) do satélite  $S_1$  ( $A/m = 0,0025 \text{ m}^2/\text{kg}$ ).



Fonte: Produção da autora.

A trajetória representada na Figura 4.24(a) mostra aproximadamente 1203,37 voltas realizadas pelo satélite  $S_2$  em torno da Terra. Observa-se que o satélite  $S_2$  vai se deslocando em direção a Terra, até colidir com a sua atmosfera em 106,13 dias. A Figura 4.24(b) mostra uma trajetória bastante estável do satélite



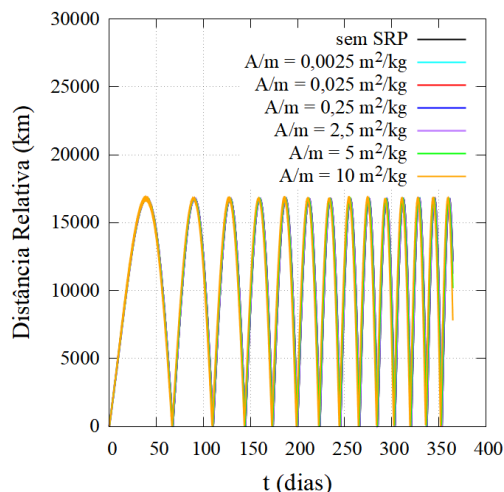
$S_1$  em torno da Terra, mesmo após realizar aproximadamente 1201,59 voltas. A defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  até a “colisão” do satélite  $S_1$  com a atmosfera da Terra é de 281,99 graus.

Em seguida, serão apresentados os mesmos estudos, mas considerando diferentes valores de  $A/m$  para o satélite  $S_1$ .

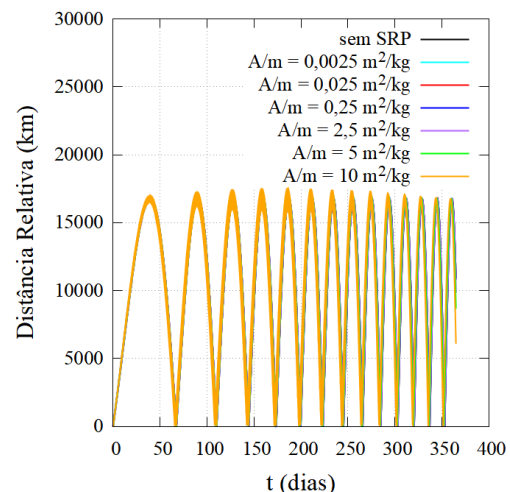
#### 4.1.4.2.2 Variando o valor de $A/m$ do satélite $S_1$

As Figuras 4.25(a) e 4.25(b) apresentam os valores de distância relativa entre os satélites em função do tempo para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_1$  considerando a influência da Lua para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente. As Figuras 4.25(c) e 4.25(d) apresentam os valores de distância relativa entre os satélites em função da defasagem para diferentes valores de  $A/m$  do satélite  $S_1$  considerando a influência da Lua para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente. A  $A/m$  do satélite  $S_2$  é considerada igual a  $0,0075 \text{ m}^2/\text{kg}$  em todos os casos em que a pressão de radiação solar é considerada.

Figura 4.25 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo: (a) com  $J_2$  (b) sem  $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem: (c) com  $J_2$  (d) sem  $J_2$ .



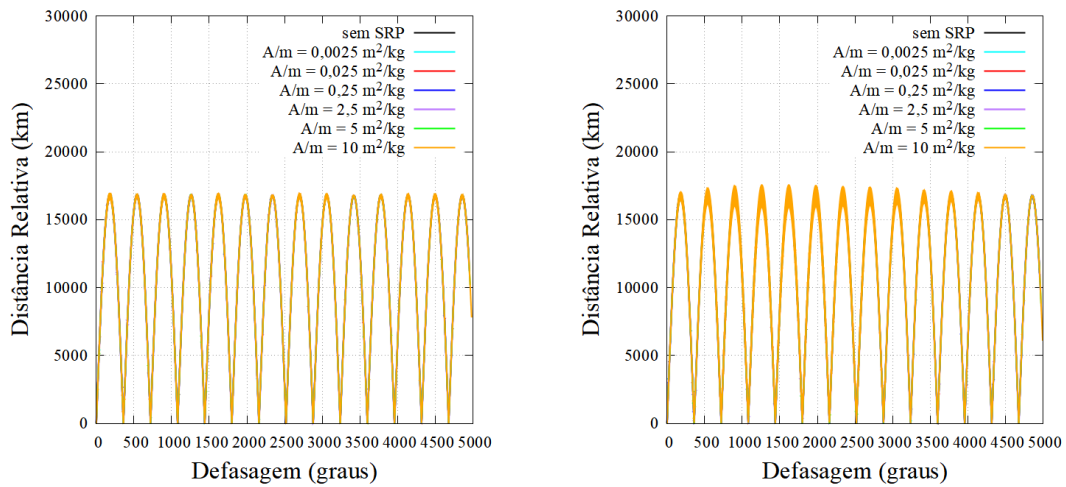
(a) com  $J_2$



(b) sem  $J_2$

(continua)

Figura 4.25 – Conclusão



(c) com  $J_2$

(d) sem  $J_2$

Fonte: Produção da autora.

Na Figura 4.25(a), caso com  $J_2$ , as distâncias máximas atingidas pelo satélite  $S_2$  em relação ao  $S_1$  ao longo do tempo apresentaram uma variação de 16700 a 17000 km. Todas as curvas estão sobrepostas. Na Figura 4.25(b), caso sem  $J_2$ , as distâncias máximas variaram de 16700 a 17550 km ao longo do tempo, tendo o quinto ciclo o maior pico. Todas as curvas também estão sobrepostas, mas a curva laranja relativa a maior massa é mais larga para este caso. Nas Figuras 4.25(a) e 4.25(b), casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente, observa-se que o intervalo entre os ciclos diminui com o tempo, novamente. Isso ocorre devido a defasagem entre os satélites ter uma distribuição parabólica crescente com o tempo, pois estamos considerando a força perturbativa da Lua. Lembrando que os maiores valores de  $A/m$  do satélite  $S_1$  apresentam os maiores valores de defasagem. Analisando cada ciclo individualmente observa-se que, quanto maior a defasagem, mais rápido o satélite  $S_2$  percorre a sua trajetória e menor é o tempo para completar uma volta no satélite  $S_1$ .

O maior valor de  $A/m$  do satélite  $S_1$ ,  $10 \text{ m}^2/\text{kg}$ , apresenta as maiores defasagens e os menores intervalos de tempo para cada ciclo, sendo para os três primeiros ciclos iguais a aproximadamente 67, 109 e 143 dias, com  $J_2$ . Os valores dos ciclos de acordo com o valor da  $A/m$  na Figura 4.25(b) são menores em razão

de décimos relativos aos valores encontrados para cada valor de  $A/m$  da Figura 4.25(a). Nas Figuras 4.25(c) e 4.25(d), observa-se que no total foram realizadas 13 voltas pelo satélite  $S_2$  em relação ao satélite  $S_1$ , para todos os casos em 365 dias.

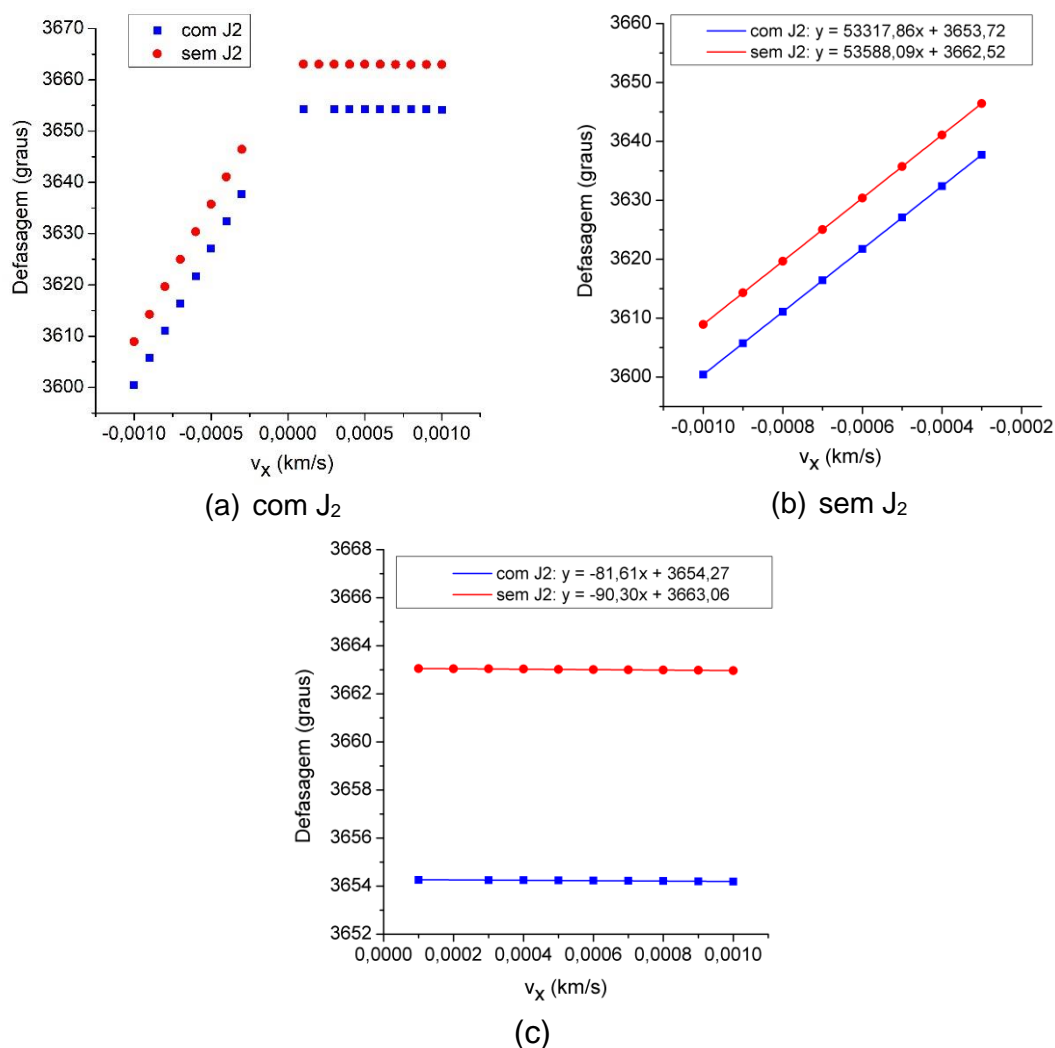
#### **4.1.4.3 Estudo da velocidade do satélite $S_2$**

Nesta seção, será apresentado o estudo dos efeitos da Lua na defasagem entre os satélites em função da velocidade do satélite  $S_2$ . Serão mantidos fixos a distância inicial ( $D$ ) igual a 0,005 km, tempo de 365 dias e a excentricidade do satélite  $S_2$  igual a 0,001. Os valores de  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$  serão fixos e iguais a 0,0075 e 0,0025  $m^2/kg$ , respectivamente. Estes valores de  $A/m$  foram escolhidos, pois analisando os resultados anteriores, observa-se que os quatro menores valores de  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$  apresentam pequenas variações entre si. Inicialmente, serão apresentados os estudos referentes à variação dos valores de  $v_x$  de -0,001 a 0,001 km/s para  $v_y = 0$ . Após isso, serão feitos os estudos em relação a variação  $v_y$  de -0,02 a 0,02 km/s para  $v_x = 0$ .

##### **4.1.4.3.1 Variando $v_x$ para $v_y = 0$**

A Figura 4.26 apresenta os valores de defasagem entre os satélites em função de  $v_x$  para  $v_y = 0$  e  $t$  até 365 dias para dois casos: com e sem  $J_2$ , respectivamente.

Figura 4.26 – Valores de defasagem entre os satélites em função de  $v_x$  para  $v_y = 0$  com e sem  $J_2$ : (a) distribuição dos valores de defasagem para valores positivos e negativos de  $v_x$ , (b) ajuste linear das defasagens para valores negativos de  $v_x$  e (c) ajuste linear para valores positivos de  $v_x$ .



Fonte: Produção da autora.

A Figura 4.26 mostra que, ao se comparar os valores de defasagem para um mesmo valor de  $v_x$ , os valores de defasagem para o caso sem o  $J_2$  são maiores do que os valores com  $J_2$ . Observam-se dois padrões diferentes na distribuição dos valores de defasagem em função dos valores de  $v_x$ . Os valores negativos de  $v_x$  apresentam a maior variação de defasagem, que varia de 3600,40 a 3637,72 graus com  $J_2$  e de 3608,93 a 3646,44 graus sem  $J_2$ . Os valores positivos de  $v_x$  apresentam a menor variação de defasagem que varia de 3654,26 a 3654,19 com  $J_2$  e de 3663,05 a 3662,97 graus sem  $J_2$ . Tanto os valores positivos quanto

os negativos de  $v_x$  apresentam uma tendência linear. As Figuras 4.26(b) e 4.26(c) apresentam os ajustes lineares para os valores de defasagem em função dos valores negativos e positivos de  $v_x$ , respectivamente. Na Figura 4.26(b) estão indicadas as equações dos ajustes indicadas por:  $y = 53317,86x + 3654,72$  (4.31) e  $y = 53588,09x + 3662,52$  (4.32), para os casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente. Na Figura 4.26(c) estão indicadas as equações dos ajustes indicadas por:  $y = -81,61x + 3654,27$  (4.33) e  $y = -90,30 + 3663,06$  (4.34), para os casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente. Podemos escrever as equações de reta das Figuras 4.26(b) e 4.26(c) como equações que determinam a defasagem para 365 dias, com e sem  $J_2$ , Equações 4.35 a 4.38, respectivamente:

$$Def^{J_2} = 53317,86v_x^{neg} + 3654,72 \quad (4.35)$$

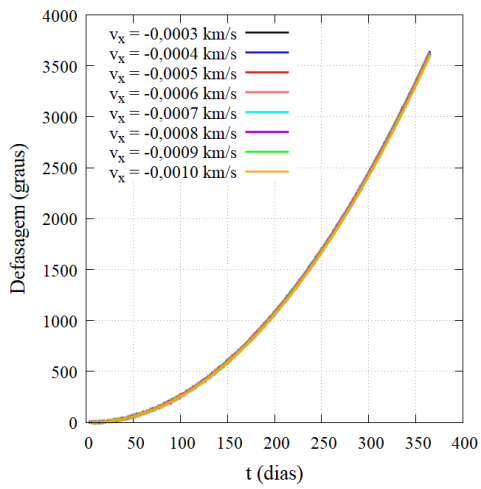
$$Def = 53588,09v_x^{neg} + 3662,52 \quad (4.36)$$

$$Def^{J_2} = -81,61v_x^{pos} + 3654,27 \quad (4.37)$$

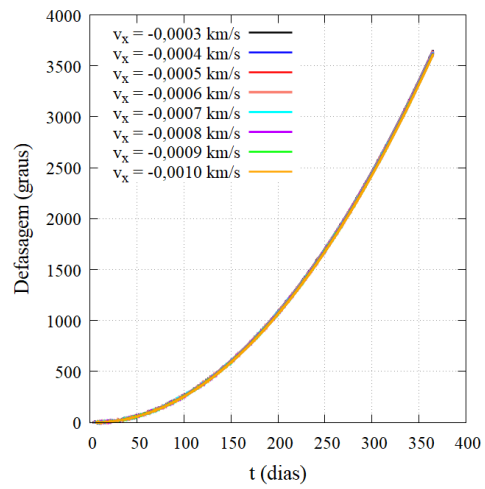
$$Def = -90,30v_x^{pos} + 3663,06 \quad (4.38)$$

Na Figura 4.27 estão indicados os valores de defasagem ao longo do tempo para os valores  $v_x$  negativos, Figura 4.27(a) e 4.27(b), e para os valores de  $v_x$  positivos, Figuras 4.27(c) e 4.27(d). Na Tabela 4.21 estão indicados os valores de defasagem com e sem o  $J_2$  para valores de  $v_x$  negativos. Na Tabela 4.22 estão indicados os valores de defasagem com e sem o  $J_2$  para valores de  $v_x$  positivo.

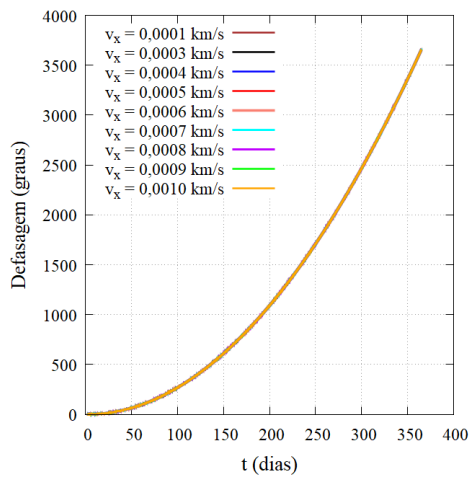
Figura 4.27 – Defasagem entre os satélites em função do tempo para  $v_x$  negativo: (a) com  $J_2$  e (b) sem  $J_2$ . Defasagem entre os satélites em função do tempo para  $v_x$  positivo: (c) com  $J_2$  e (d) sem  $J_2$ .



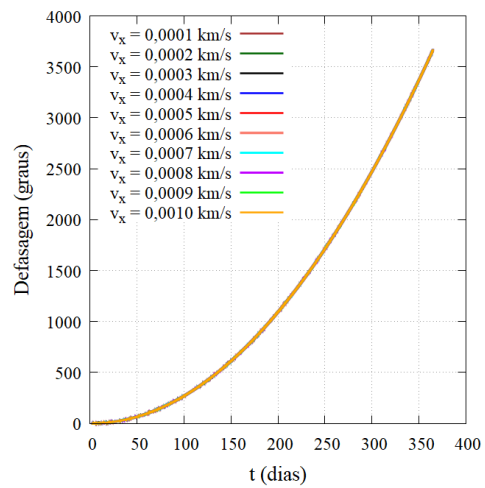
(a) com  $J_2$



(b) sem  $J_2$



(c) com  $J_2$



(d) sem  $J_2$

Fonte: Produção da autora.

Tabela 4.21 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de  $v_x$  negativo considerando  $t = 365$  dias.

$v_x$ (km/s)	-0,0003	-0,0004	-0,0005	-0,0006	-0,0007	-0,0008	-0,0009	-0,001
Defasagem (graus) com $J_2$	3637,72	3632,40	3632,40	3621,74	3616,41	3611,07	3605,74	3600,40
Defasagem (graus) sem $J_2$	3646,44	3641,09	3635,73	3630,38	3625,02	3619,66	3614,29	3608,93

Fonte: Produção da autora.

Tabela 4.22 – Valores de defasagem entre os satélites para diferentes valores de  $v_x$  positivo considerando  $t = 365$  dias.

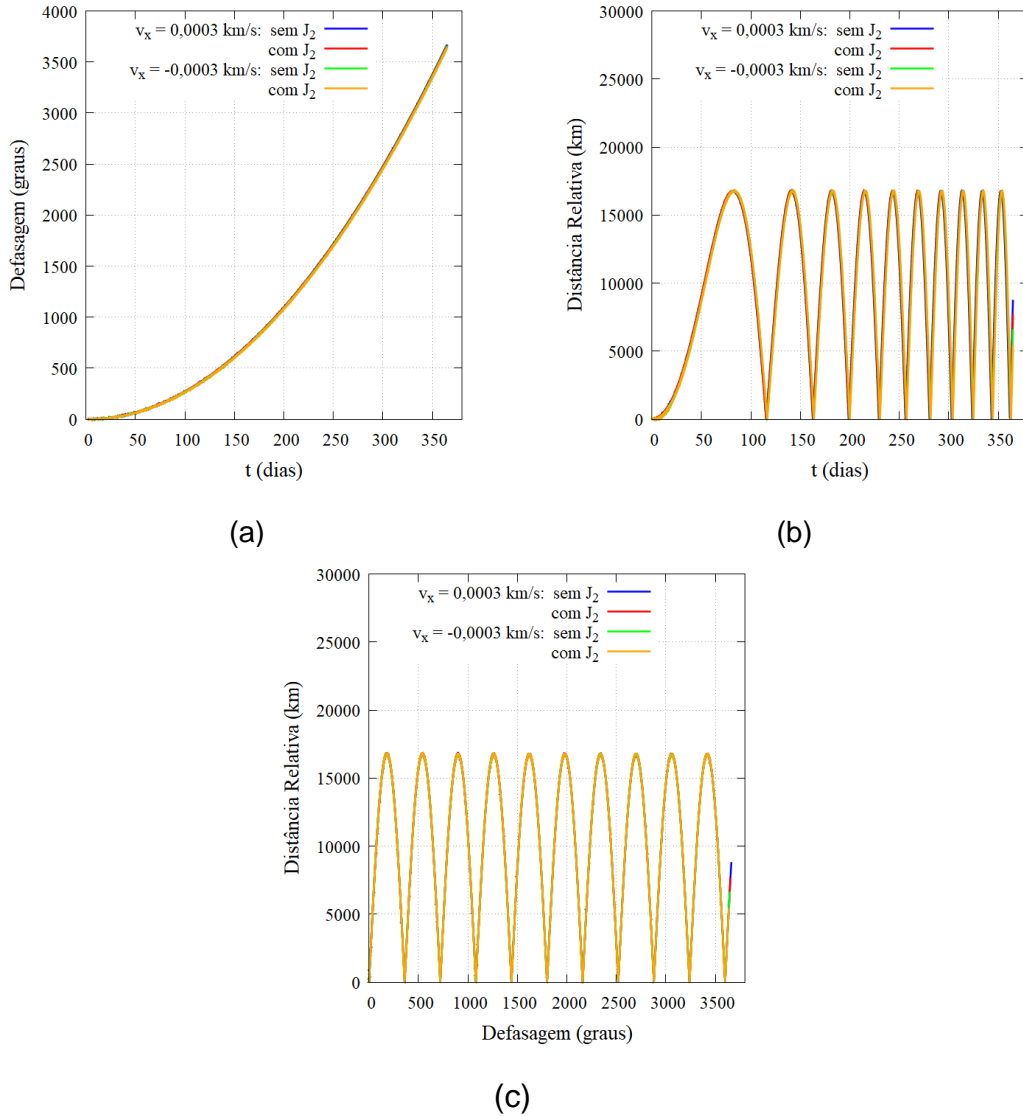
$v_x$ (km/s)	0,0001	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007	0,0008	0,0009	0,001
Defasagem (graus) com $J_2$	3654,26	–	3654,25	3654,25	3654,24	3654,23	3654,22	3654,21	3654,20	3654,19
Defasagem (graus) sem $J_2$	3663,05	3663,04	3663,04	3663,03	3663,02	3663,01	3663,00	3662,99	3662,98	3662,97

Fonte: Produção da autora.

A Figura 4.27 mostra que os valores de defasagem entre os satélites aumentam ao longo do tempo apresentando um comportamento parabólico independentemente do valor de  $v_x$  e se está sendo considerado ou não o  $J_2$ . Isso ocorre por causa da influência da Lua. Observa-se também que, em cada caso, todas as curvas estão sobrepostas. As Tabelas 4.21 e 4.22 mostram que para um mesmo valor de  $v_x$  a defasagem sem considerar o  $J_2$  é maior do que a que considera o  $J_2$ . As defasagens apresentaram uma diferença para os casos sem e com  $J_2$  e  $v_x$  negativo de 8,53 a 8,72 graus e, para  $v_x$  positivo, de 8,78 e 8,79 graus. Na Tabela 4.21, observa-se que os valores de defasagem diminuem quanto mais negativo for  $v_x$ . Na Tabela 4.22, observa-se que os valores de defasagem diminuem com o aumento de  $v_x$ . A Figura 4.27 apresenta quatro perfis muito parecidos e ao se desenhar as figuras referentes as distâncias relativas em função do tempo e da defasagem observou-se o mesmo padrão. A fim de otimizar a apresentação dessas figuras, mas sem perda de generalidade, serão apresentados os resultados para apenas dois valores de  $v_x$ , 0,0003 e -0,0003 km/s, em seus dois casos, com e sem  $J_2$ . Inicialmente, a Figura 4.28(a) mostra os valores de defasagem em função do tempo. As Figuras 4.28(b) e 4.28(c) apresentam os valores de distância relativa entre os satélites em função do tempo e da defasagem, respectivamente. Na Tabela 4.23 estão indicadas as defasagens para  $v_x$  iguais a 0,0003 e -0,0003 km/s, com e sem  $J_2$ .



Figura 4.28 – Valores considerando  $v_x$  iguais a 0,0003 e -0,0003 km/s, com e sem  $J_2$ , de: (a) defasagem entre os satélites em função do tempo. (b) distância relativa entre os satélites em função do tempo. (c) distância relativa entre os satélites em função da defasagem.



Fonte: Produção da autora.

Tabela 4.23 – Valores de defasagem para valores de  $v_x$  iguais a 0,0003 e -0,0003 km/s com e sem  $J_2$ .

$v_x$ (km/s)	Defasagem (graus)	
	com $J_2$	sem $J_2$
0,0003	3654,25	3663,04
-0,0003	3637,72	3646,44

Fonte: Produção da autora.

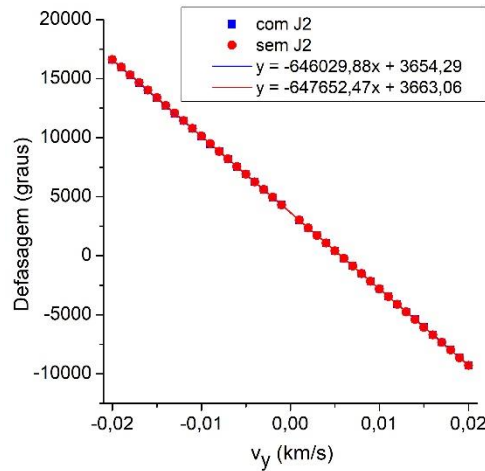
Na Figura 4.27(a) observa-se que os quatro casos estão sobrepostos com os valores de defasagem crescendo de forma parabólica ao longo do tempo sobre a influência da Lua. Na Figura 4.27(b), as distâncias máximas atingidas pelo satélite pequeno em relação ao principal ao longo do tempo apresentaram uma variação de 16700 a 16800 km. Todas as curvas estão sobrepostas. Observa-se que o intervalo entre os ciclos diminui com o tempo, novamente. Isso ocorre devido à defasagem entre os satélites ter uma distribuição parabólica crescente com o tempo, pois estamos considerando a força perturbativa da Lua.

O maior valor da defasagem, 3663,04 graus, ocorre para  $v_x$  igual 0,0003 km/s e sem o  $J_2$ , e este também é o caso que apresenta os menores valores de término dos ciclos que, para os três primeiros ciclos, são iguais a 115, 163 e 199 dias. O término dos ciclos para os outros casos encontra-se a alguns décimos a mais em relação a este. Nas Figuras 4.28(b) e 4.28(c), observa-se que, no total, foram realizadas 10 voltas pelo satélite pequeno em relação ao satélite principal para todos os casos em 365 dias. A seguir será realizado o estudo dos efeitos da Lua variando  $v_y$ .

#### **4.1.4.3.2 Variando $v_y$ para $v_x = 0$**

A Figura 4.29 apresenta os valores de defasagem entre os satélites em função de  $v_y$  para  $v_x = 0$  e  $t$  até 365 dias para dois casos: com e sem  $J_2$ .

Figura 4.29 – Ajuste linear da defasagem entre os satélites em função de  $v_y$  considerando a Lua para  $v_x = 0$  com e sem o  $J_2$  até 365 dias.



Fonte: Produção da autora.

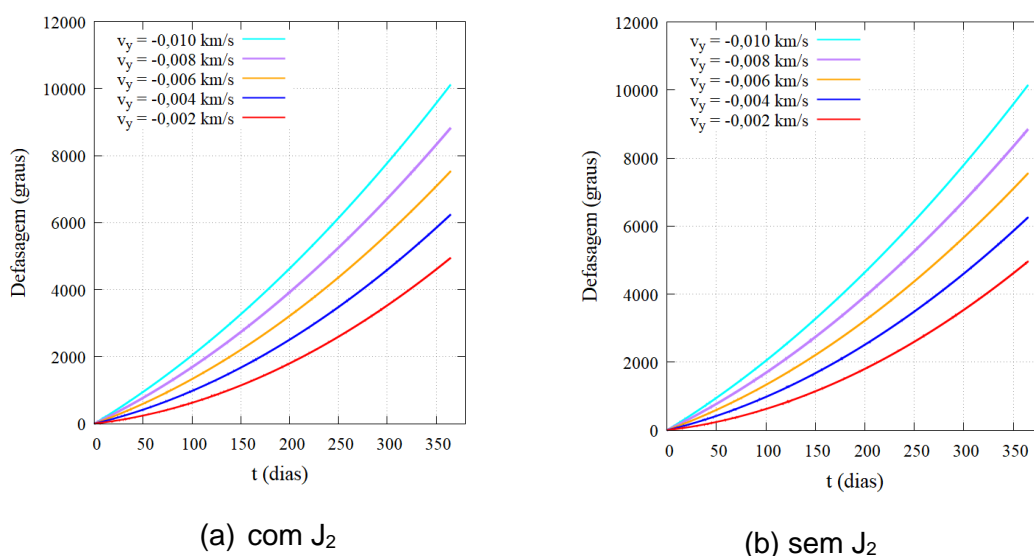
Analogamente ao observado no caso em que a Lua não é considerada, a Figura 4.29 mostra que os valores de defasagem praticamente se sobrepõem para os dois casos: com e sem o  $J_2$ . Os valores negativos de  $v_y$  apresentam defasagem positiva, indicando que o satélite  $S_2$  está à frente do  $S_1$ . Os valores positivos de  $v_y$  apresentam defasagem negativa, indicando que o satélite  $S_2$  está atrás do satélite  $S_1$ , mas na mesma direção e sentido. Os valores de defasagem em função de  $v_y$  apresentam uma distribuição linear e podem ser ajustados por meio de um ajuste linear e suas equações são indicadas por:  $y = -646029,88x + 3654,29$  (4.39) e  $y = -647652,47x + 3663,06$  (4.40), para os casos com e sem o  $J_2$ , respectivamente. Podemos escrever as equações de reta como equações que determinam a defasagem para 365 dias, com e sem  $J_2$ , Equações 4.41 e 4.42, respectivamente:

$$Def^{J_2} = -646029,88v_y + 3654,29 \quad (4.41)$$

$$Def = -647652,47v_y + 3663,06 \quad (4.42)$$

As Equações 4.41 e 4.42 mostram que, para um mesmo valor negativo de  $v_y$ , o valor de defasagem sem  $J_2$  é maior do que com  $J_2$ . Para demonstrar essa exposição, na Figura 4.30 estão indicados a defasagem ao longo do tempo para cinco valores de  $v_y$  negativo: -0,002, -0,004, -0,006, -0,008 e -0,010 km/s. Na Tabela 4.24 estão indicados os valores de defasagem com e sem o  $J_2$ .

Figura 4.30 – Defasagem entre os satélites em função do tempo para: (a) com  $J_2$  e (b) sem  $J_2$ , considerando a Lua.



Fonte: Produção da autora.

Tabela 4.24 – Valores de defasagem para cinco valores de  $v_y$  negativos.

$v_y$ (km/s)	-0,002	-0,004	-0,006	-0,008	-0,010
Defasagem (graus) com $J_2$	4946,57	6238,40	7530,55	8822,59	10114,65
Defasagem (graus) sem $J_2$	4958,37	6253,67	7548,88	8844,87	10139,53

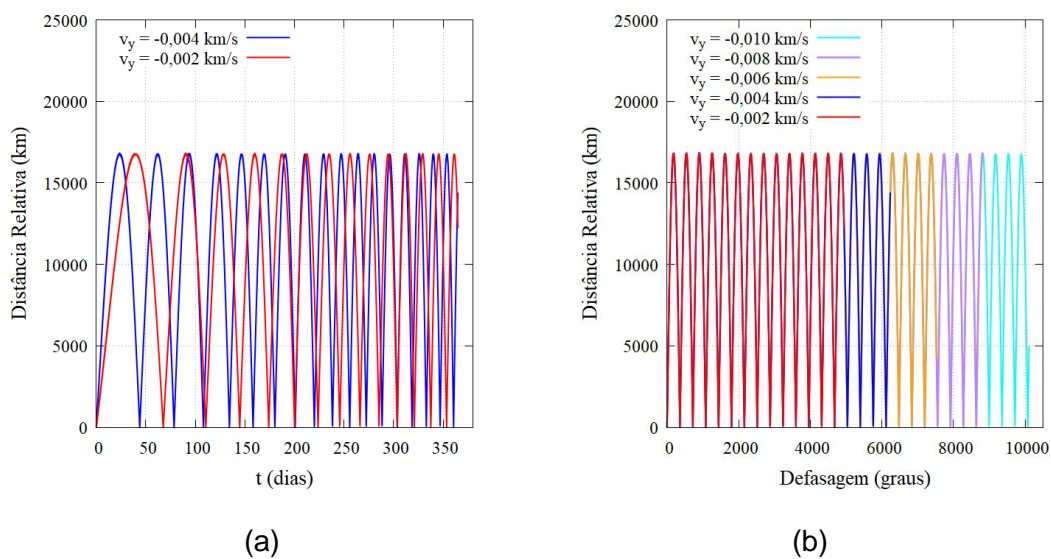
Fonte: Produção da autora.

A Figura 4.30 mostra que a defasagem entre os satélites aumenta ao longo do tempo de forma parabólica e crescente devido à influência da Lua. Também se observa que, quanto mais negativo for  $v_y$ , a curva cresce mais rápido e vai

tendendo a uma reta, mesmo para o caso em que se considera o  $J_2$ , Figura 4.30(a). Então, o efeito do  $J_2$  tende a ser suprimido ao se considerar altos valores negativos para  $v_y$ . A Tabela 4.24 mostra que os valores de defasagem aumentam quanto mais negativo for  $v_y$ . O valor da defasagem cresce aproximadamente 1292 e 1295 graus, respectivamente, para os casos com e sem  $J_2$ . Para um mesmo valor de  $v_y$ , a defasagem sem o  $J_2$  é maior do que com o  $J_2$ .

Analisando a Figura 4.30, observa-se que ela apresenta dois perfis muito parecidos e, ao se traçar as figuras relativas às distâncias relativas em função do tempo e da defasagem, observou-se o mesmo padrão para os casos com e sem o  $J_2$ . Para otimizar a apresentação dessas figuras, mas sem perda de generalidade, serão apresentados os resultados com  $J_2$  para apenas dois valores de  $v_y$ , -0,002 e -0,004 km/s, para os valores de distância relativa entre os satélites em função do tempo, Figura 4.31(a). Na Figura 4.31(b) serão apresentados os valores de distância relativa entre os satélites em função da defasagem com  $J_2$  para valores de  $v_y$  iguais a -0,002, -0,004, -0,006, -0,008 e -0,010 km/s.

Figura 4.31 – (a) Distância relativa entre os satélites em função do tempo para  $v_y$  iguais a -0,002 e -0,004 km/s, com  $J_2$ . (b) Distância relativa entre os satélites em função da defasagem para  $v_y$  iguais a -0,002, -0,004, -0,006, -0,008 e -0,010 km/s, com  $J_2$ .



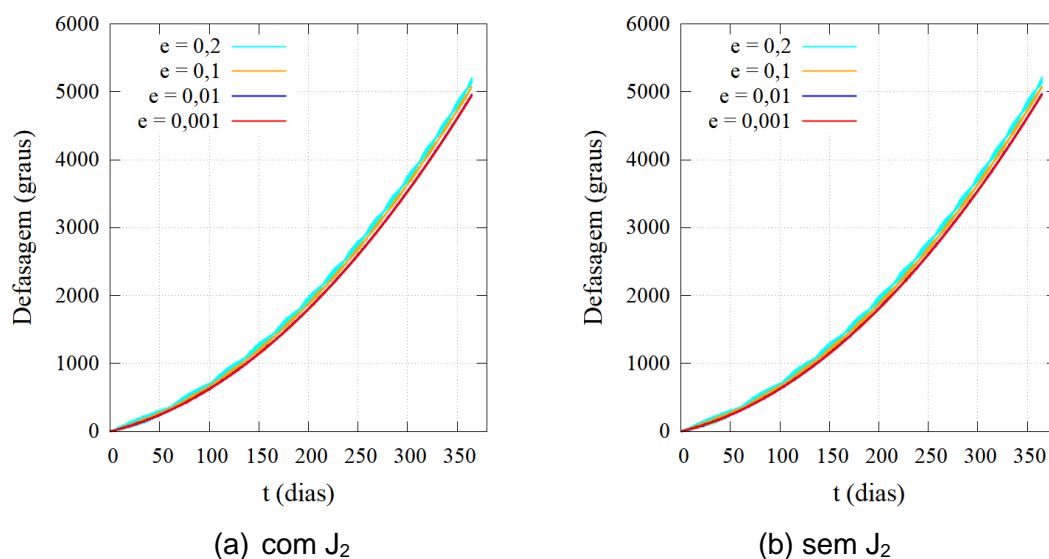
Fonte: Produção da autora.

Na Figura 4.31(a) foram representados apenas os valores de distância relativa para  $v_y$  iguais a  $-0,002$  e  $-0,004$  km/s, pois observa-se que o entendimento da figura se torna confusa com a sobreposição dos resultados, principalmente após o quarto ciclo. As distâncias máximas atingidas pelo satélite  $S_2$  em relação ao  $S_1$  ao longo do tempo apresentaram uma variação de 16700 a 16800 km. Para  $v_y$  igual a  $-0,004$  km/s têm-se os três primeiros ciclos encerrando em aproximadamente 43, 78 e 108 dias. Para  $v_y$  igual a  $-0,002$  km/s os três primeiros ciclos se encerram em aproximadamente 68, 111 e 145 dias. Como  $v_y$  igual a  $-0,004$  km/s apresenta maior defasagem, 6238,40 graus, quando comparada com a defasagem de  $v_y$  igual a  $-0,002$  km/s, 4946,57 graus, seus ciclos terminam antes. Na Figura 4.31(b) observa-se que, no total, foram realizadas 13, 17, 20, 24 e 28 voltas pelo satélite pequeno em relação ao satélite principal para os valores de  $v_y$  iguais a  $-0,002$ ,  $-0,004$ ,  $-0,006$ ,  $-0,008$  e  $-0,010$  km/s, respectivamente.

#### **4.1.4.4 Estudo da excentricidade**

Nesta seção, será apresentado o estudo da influência da Lua na defasagem entre os satélites em função da excentricidade do satélite pequeno  $S_2$ . Novamente, com a finalidade de modificar a excentricidade do satélite  $S_2$ , será considerada a hipótese de que ele possa receber um impulso extra para modificar a sua órbita. Será considerado o conjunto de condições iniciais:  $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$ ,  $v_y = -0,002$  km/s e  $t$  até 365 dias. Os valores de  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$  serão fixos e iguais a 0,0075 e 0,0025  $m^2/kg$ , respectivamente. Novamente, estes valores de  $A/m$  foram escolhidos, pois analisando os resultados anteriores, observa-se que os quatro menores valores de  $A/m$  do satélite  $S_2$  e do  $S_1$  apresentam pequenas variações entre si. A Figura 4.32 apresenta os valores de defasagem entre os satélites em função do tempo considerando a Lua e com e sem  $J_2$ , para quatro valores de excentricidade do satélite pequeno: 0,001, 0,01, 0,1 e 0,2. A Tabela 4.25 mostra os respectivos valores de defasagem para cada valor de excentricidade do satélite pequeno considerando ou não o  $J_2$ .

Figura 4.32 – Defasagem entre os satélites em função do tempo considerando a Lua para: (a) com  $J_2$  e (b) sem  $J_2$ .



Fonte: Produção da autora.

Tabela 4.25 – Valores de defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  para cada valor de excentricidade do satélite  $S_2$  considerando a Lua e  $t$  até 365 dias.

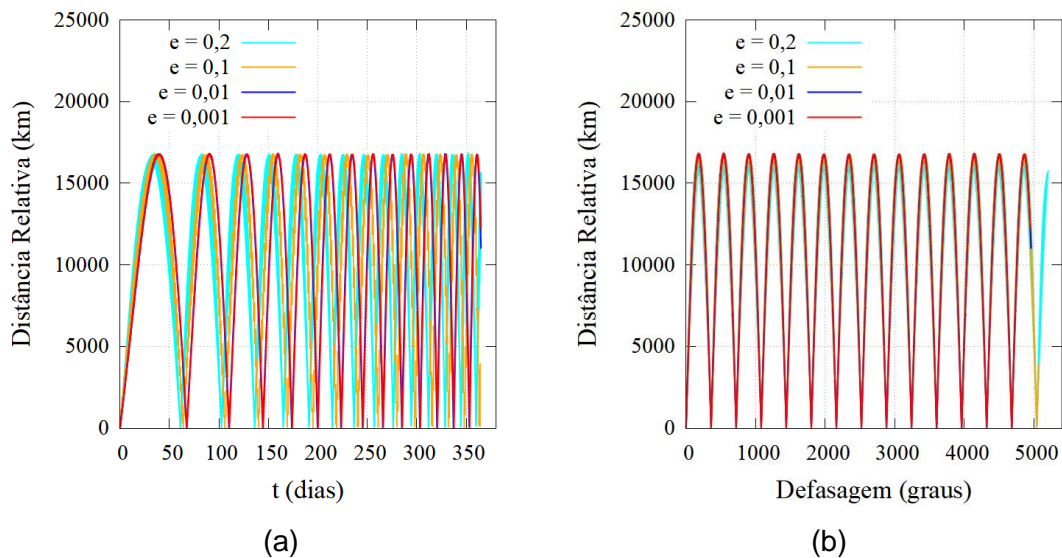
e	0,001	0,01	0,1	0,2
Defasagem (graus) com $J_2$	4946,57	4957,38	5070,11	5193,77
Defasagem (graus) sem $J_2$	4958,37	4969,49	5069,36	5132,89

Fonte: Produção da autora.

Figura 4.32 mostra que a defasagem entre os satélites aumenta ao longo do tempo de forma parabólica e crescente devido a influência da Lua. As curvas relativas às excentricidades iguais a 0,001, 0,1 e 0,2 estão dispostas de forma tangente. A curva relativa à excentricidade 0,01 está sobreposta. A Tabela 4.25 mostra que os valores de defasagem aumentam com o aumento da excentricidade. De acordo com o aumento da excentricidade, a defasagem varia de 4946,57 a 5193,77 graus, com  $J_2$  e de 4958,37 a 5132,89 graus, sem  $J_2$ . Os valores de defasagem são maiores para o caso sem  $J_2$  para as menores excentricidades, 0,001 e 0,01. Os valores de defasagem são menores para o caso sem  $J_2$  e considerando as maiores excentricidades, 0,1 e 0,2. A Figura 4.32

apresenta dois perfis muito parecidos e, novamente, ao se traçar as figuras relativas às distâncias relativas em função do tempo e da defasagem observou-se o mesmo padrão para os casos com e sem o  $J_2$ . A fim de otimizar a apresentação dessas figuras, mas sem perda de generalidade, serão apresentados os resultados com  $J_2$  para os valores de distância relativa entre os satélites em função do tempo e da defasagem, Figuras 4.33(a) e 4.33(b), respectivamente, para os valores de excentricidade do satélite pequeno iguais a 0,001, 0,01, 0,1 e 0,2.

Figura 4.33 – Distância relativa entre os satélites em função do tempo com  $J_2$ . Distância relativa entre os satélites em função da defasagem entre os dois satélites com  $J_2$ . Todos os valores consideram a Lua.



Fonte: Produção da autora.

Na Figura 4.32(a) as distâncias máximas atingidas pelo satélite  $S_2$  em relação ao  $S_1$  ao longo do tempo apresentaram uma variação de 16700 a 16800 km. Observa-se que o intervalo entre os ciclos diminui com o tempo, novamente. Para excentricidade igual a 0,2, têm-se os três primeiros ciclos encerrando em aproximadamente 61, 102 e 136 dias. Para excentricidade igual a 0,1, os três primeiros ciclos se encerram em aproximadamente 64, 106 e 140 dias. Os ciclos para excentricidade igual a 0,2 terminam antes da excentricidade igual a 0,1, pois, quanto maior a excentricidade, maior a defasagem e mais rápido eles completam os ciclos. Na Figura 4.32(b), observa-se que, para os valores de



excentricidade iguais a 0,001 e 0,01, apresentaram 13 ciclos e as excentricidades iguais a 0,1 e 0,2 apresentaram 14 ciclos.

#### **4.1.4.5 Conclusão sobre o lançamento de satélites pequenos**

Os resultados mostraram que é possível, utilizando a técnica adotada, encontrar uma conjunto de condições iniciais para lançar satélites pequenos ( $S_2$ ) de um satélite principal maior ( $S_1$ ) de modo que eles fiquem devidamente espaçados e co-orbitais ao satélite  $S_1$ .

Quando a pressão de radiação solar é considerada os valores de defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  diminuem com o aumento da  $A/m$  do satélite  $S_2$  e aumentam com o aumento da  $A/m$  do satélite  $S_1$ . Ou seja, o satélite  $S_2$  se desloca mais devagar em relação ao satélite  $S_1$  quando a sua  $A/m$  aumenta, e quando a  $A/m$  do satélite  $S_1$  aumenta é como se o satélite  $S_2$  se desloca-se mais rápido em relação ao satélite  $S_1$  e a defasagem aumenta.

As perturbações sofridas pelo satélite  $S_2$  são da ordem de magnitude de  $10^{-11}$  a  $10^{-7}$  devido à pressão da radiação solar, que são muito menores do que as forças devidas ao termo Kepleriano da Terra e seu termo  $J_2$  de ordem de magnitude de  $10^{-3}$  e  $10^{-6}$ , respectivamente.

No estudo do termo  $J_2$ , em geral, os valores de defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  são menores quando o termo  $J_2$  é considerado do que quando ele não é considerado, pois o termo  $J_2$  estabiliza a órbita. Por isso, também quando o termo  $J_2$  não é considerado e a força da pressão de radiação solar é grande, o satélite  $S_2$  colide com a atmosfera terrestre.

O cálculo do coeficiente de defasagem ( $n$ ) mostra a diferença entre as órbitas dos satélites  $S_2$  e  $S_1$  que podem ser dependentes da razão  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$ , e das velocidades,  $v_x$  e  $v_y$ , e excentricidade do satélite  $S_2$ .

Quando considerado o conjunto de condições iniciais:  $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$  e  $t$  até 365 dias, e mantidos fixos os valores de  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$  em 0,0075 e 0,0025  $m^2/kg$ , respectivamente, os maiores valores de defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  são observados para os valores negativos de  $v_y$  e os maiores valores de excentricidade para o satélite  $S_2$ .

Quando a influência da Lua é considerada observa-se que os valores de defasagem apresentam uma distribuição parabólica e crescente ao longo do tempo. Os valores de defasagem diminuem quando a  $A/m$  do satélite  $S_2$  aumenta, e a defasagem também aumenta quando a  $A/m$  do satélite  $S_1$  aumenta. Quando o termo  $J_2$  é considerado os valores de defasagem são menores do que quando ele não é considerado. A força relativa ao se considerar o termo  $J_2$ , novamente, estabiliza a órbita e o valor de defasagem é menor em relação ao valor obtido quando não se considera este termo. Também se observa que o satélite  $S_2$  colide com a atmosfera terrestre quando o termo não é considerado e a força da pressão de radiação solar é grande.

Como a defasagem entre os satélites tem uma distribuição parabólica crescente com o tempo, os ciclos encontrados nas figuras de distância relativa diminuem com o tempo. Observando individualmente cada ciclo tem-se que quanto maior a defasagem, mais rápido o satélite  $S_2$  percorre a sua trajetória e menor é o tempo necessário para completar uma volta em relação ao satélite  $S_1$ . Assim como, quanto mais negativo for  $v_y$ , os valores de defasagem aumentam havendo o crescimento mais rápido da curva que tende a uma reta, isso ocorre também para o caso em que o  $J_2$  é considerado. Neste caso, o efeito do  $J_2$  tende a ser suprimido ao se considerar altos valores para  $v_y$  negativo.

## 5 CONCLUSÃO

Na primeira parte deste trabalho, a recente técnica desenvolvida de busca numérica, utilizando o sistema restrito de três corpos, foi expandida e utilizada para mapear órbitas em torno de pequenos corpos como as luas de Marte, Fobos e Deimos, uma lua de Pallas e um asteroide alongado. Para isso, foi utilizado o conceito das “Quasi-Satellite Orbits”. Este tipo de mapeamento foi realizado classificando as órbitas ao redor desses corpos de acordo com suas distâncias mínimas, máximas e médias entre cada um e o veículo espacial, para um determinado tempo, em função das condições iniciais (posição e velocidade) das órbitas. Os resultados foram apresentados em mapas de cores que representam esses parâmetros em função das condições iniciais.

Esta técnica é eficiente para encontrar órbitas na vizinhança de um corpo de menor massa, onde o corpo de maior massa domina a dinâmica, enquanto o corpo de menor massa faz pequenas perturbações que mantêm o veículo espacial perto dele. Essas órbitas podem ser usadas para posicionar um veículo espacial quando ele está chegando ao sistema, para evitar órbitas muito próximas ao menor corpo que podem ter um alto risco de colisão. Elas também são boas escolhas porque não é necessário conhecer a forma do corpo menor em detalhes. O veículo espacial pode ser transferido dessas órbitas para outras mais próximas, após uma melhor determinação do campo gravitacional do menor corpo, de modo a definir as melhores órbitas finais para o veículo espacial. Os estudos apresentados complementaram e ampliaram os realizados na dissertação do mestrado.

No caso do sistema marciano, foram encontradas várias órbitas com distâncias entre Fobos e o veículo espacial variando de 50 km a cerca de 500 km, e com distâncias entre Deimos e o veículo espacial variando de 40 km a cerca de 200 km, para 30 dias de simulações, sem manobras orbitais. O tempo de 30 dias foi considerado bom o suficiente para fazer as primeiras observações das luas, mas valores diferentes podem ser usados com a técnica apresentada aqui. Algumas das órbitas mais interessantes foram estudadas por mais tempo, até 90 dias. Atenção particular é dada ao efeito da posição inicial de Fobos em sua órbita ao

redor de Marte nessas órbitas, com os resultados mostrando que, quando Fobos está no periapsis, há uma grande variedade de condições iniciais para órbitas com pequenos valores do máximo em distância, e esses valores são um pouco menores em comparação com a situação em que Fobos está inicialmente no apoapsis. Em relação a Deimos, os resultados relativos as distâncias máximas no apoapsis foram menores do que no periapsis.

Outro ponto estudado foi a importância do modelo matemático utilizado para representar o sistema. Uma dinâmica incluindo o termo  $J_2$  do campo gravitacional de Fobos e a excentricidade de sua órbita ao redor de Marte foi usada e chamada de modelo 1. Simulações semelhantes foram feitas assumindo uma forma esférica para a lua e uma forma esférica e órbitas circulares para as luas ao redor de Marte chamada de modelo 2. Eles mostraram erros da ordem de algumas dezenas de quilômetros. O modelo 2 sempre subestima o valor de  $D_{\max}$  para as órbitas mais próximas de Fobos. Mas mesmo com esses pequenos erros, os modelos circulares e esféricos devem ser evitados, uma vez que preveem colisões em situações em que não ocorrem usando o modelo 1 que inclui o termo  $J_2$  da lua e a excentricidade de sua órbita. No caso de Deimos foi demonstrado, pela comparação com um modelo 1, que considera Deimos em uma órbita elíptica ao redor de Marte e o termo  $J_2$  do potencial gravitacional de Marte, e o modelo 2 que considerava Deimos em uma órbita circular e Marte como um corpo esférico que houve apenas pequenas diferenças da ordem de alguns metros entre os casos.

Outro estudo realizado aqui é a avaliação das integrais ao longo do tempo de cada força envolvida na dinâmica. Com esta técnica é possível obter uma medida quantitativa dos efeitos de cada força incluída na dinâmica. Os resultados mostraram que a contribuição do termo  $J_2$  do campo gravitacional de Fobos é duas ordens de magnitude menor que a contribuição do termo principal do campo gravitacional de Fobos e que a contribuição do termo Kepleriano de Marte é cerca de seis ordens de magnitude mais forte do que os efeitos de Fobos, o que confirma o fato de que as órbitas são realmente dominadas pelo campo gravitacional de Marte e apenas perturbadas por Fobos. Em relação a Marte, foi mostrado que os resultados da contribuição da interação gravitacional de Marte

são cerca de três a quatro ordens de magnitude maiores do que os efeitos do campo gravitacional de Deimos. Isso prova e quantifica que Marte é o corpo que domina o movimento do veículo espacial, enquanto Deimos apenas perturba esse movimento. Qualitativamente esses resultados são conhecidos, mas a presente pesquisa faz uma quantificação dessas contribuições.

No estudo envolvendo a lua de Pallas, por meio dos mapas de cores, foi possível observar que existem três regiões ou zonas distintas que correspondem a três tipos de órbitas que podem ser encontradas utilizando o método, são elas: "Zona de Órbitas Baixas", "Zona de Órbitas Altas" e "Zona de Colisão", sendo que esta última separa a região entre as órbitas baixas e altas.

O tamanho de cada zona é influenciado diretamente pelo tamanho da lua. A "Zona de Órbitas Baixas" aumenta de acordo com que o tamanho da lua aumenta até um determinado limite, para as menores luas. As luas maiores reduzem o tamanho da "Zona de órbitas Baixas", pois há um limite para que as QSOs existam.

Quanto as perturbações, as órbitas mais próximas da lua são as mais perturbadas. A influência da pressão de radiação solar modifica o formato das órbitas e faz aumentar as distâncias entre o veículo espacial e a lua, com isso, as órbitas na "Zona de Colisão" migram para a "Zona de Órbitas Baixas" e as órbitas na "Zona de Órbitas Baixas" migram para a "Zona de Órbitas Altas".

O tempo de 30 dias foi o suficiente para observar as luas a distâncias inferiores a 10 km, mas também foram encontradas órbitas que sobrevivem por até 120 dias ou mais. Outro tipo de órbita que também foi encontrado se inicia próximo a lua a orbitando durante um tempo, após naturalmente escapam para orbitar ao redor de Pallas, e voltam para próximo da lua depois de um tempo. Podem ser chamadas de órbitas de transferência e utilizadas para modificar o corpo do sistema que está sendo estudado

No caso envolvendo o asteroide triplo 2001 SN<sub>263</sub> foi possível identificar vários conjuntos de condições iniciais que podem ser utilizadas para colocar um veículo espacial em órbita próxima ao asteroide alongado que respeita os limites inferior e superior de distância durante toda a trajetória. Por meio dos mapas de cor foi

possível identificar essas faixas de condições iniciais. Essas órbitas aumentam as opções de trajetórias que podem ser usadas, dependendo do objetivo da missão.

Observou-se também que os tamanhos dos intervalos das condições iniciais variam conforme a pressão da radiação solar é considerada ou não e o valor de  $A/m$ . Esses tamanhos diminuem com  $A/m$ , o que significa que a pressão da radiação solar perturba fortemente as órbitas fazendo com que elas se aproximem ou se distanciem demais do sistema. Mesmo quando as condições iniciais são encontradas, suas durações são menores quando a pressão da radiação solar está atuando no sistema.

Outro ponto observado, ao fazer cálculos das integrais das acelerações envolvidas no problema, é que é possível identificar a importância de cada força atuando no sistema para cada trajetória. O Sol é a força dominante, como esperado, com uma integral da ordem de  $10^{-6}$ , seguida pela gravidade do asteroide alongado (variando de  $10^{-11}$  a  $10^{-10}$ ) e a pressão da radiação solar (variando de  $10^{-12}$  a  $10^{-11}$ ). Os efeitos da atenuação do asteroide alongado (termo  $J_2$  do campo de gravidade) variam de  $10^{-13}$  a  $10^{-12}$  e o termo equivalente para o Sol é da ordem de  $10^{-17}$ .

Na segunda parte deste trabalho, foi modificado o uso do programa das simulações anteriores e apresentada uma nova técnica para formar uma constelação de satélites pequenos ( $S_2$ ), onde todos os membros são lançados de um satélite principal ( $S_1$ ) em órbitas co-orbitais espaçadas de um determinado ângulo. A técnica consiste em encontrar um conjunto de condições iniciais para o lançamento de um satélite  $S_2$  e, em seguida, é possível calcular os históricos de tempo da defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$ . A mudança necessária para essa defasagem pode ser mantida através de um pequeno impulso aplicado ao satélite  $S_2$ .

Em seguida, foram feitos estudos para diferentes valores de  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$ , em que, os valores de defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  diminuem com o aumento da  $A/m$  do satélite  $S_2$  e aumentam com o aumento da  $A/m$  do satélite  $S_1$ .

Quanto as perturbações sofridas pelo satélite  $S_2$ , verificou-se que as devido a pressão da radiação solar tem ordem de magnitude de  $10^{-11}$  a  $10^{-7}$ , valores muito pequenos, e as principais perturbações são devido a Terra e seu termo  $J_2$  com ordem de magnitude de  $10^{-3}$  e  $10^{-6}$ , respectivamente.

Em tese, no estudo do termo  $J_2$ , os valores de defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  são menores quando o termo  $J_2$  é considerado, pois o termo  $J_2$  age como um estabilizador de órbita. Por isso, o satélite  $S_2$  colide com a atmosfera terrestre quando o termo não é considerado e a força da pressão de radiação solar é grande.

Através do coeficiente de defasagem ( $n$ ), tem-se a diferença entre as órbitas dos satélites  $S_2$  e  $S_1$  podendo ser dependentes da razão  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$ , e das velocidades,  $v_x$  e  $v_y$ , e excentricidade do satélite  $S_2$ .

Para valores fixos de  $A/m$  dos satélites  $S_2$  e  $S_1$  iguais a 0,0075 e 0,0025  $m^2/kg$ , respectivamente, tem-se o maior valor de defasagem entre os satélites  $S_2$  e  $S_1$  ao se adotar valores negativos de  $v_y$  e maiores valores de excentricidade para o satélite  $S_2$ , para  $D = 0,005$  km,  $v_x = 0$  e  $t$  até 365 dias.

Nos casos em que a influência da Lua é considerada, os valores de defasagem apresentam uma distribuição parabólica e crescente ao longo do tempo. Quando a razão  $A/m$  do satélite  $S_2$  aumenta a defasagem diminui e, quando a  $A/m$  do satélite  $S_1$  aumenta, a defasagem também aumenta. Em ambos os casos, quando o termo  $J_2$  é considerado, os valores de defasagem são menores do que os valores que consideram o termo. Novamente, a força relativa ao se considerar o termo  $J_2$  estabiliza a órbita e o valor de defasagem é menor em relação ao valor obtido quando não se considera este termo. Mais uma vez, o satélite  $S_2$  colide com a atmosfera terrestre quando o termo não é considerado e a força da pressão de radiação solar é grande.

Os ciclos encontrados nas figuras de distância relativa diminuem com o tempo. Isso ocorre devido à defasagem entre os satélites ter uma distribuição parabólica crescente com o tempo, pois estamos considerando a força perturbativa da Lua. Lembrando que os menores valores de  $A/m$  do satélite  $S_2$  apresentam os maiores valores de defasagem, analisando cada ciclo individualmente tem-se

que quanto maior a defasagem, mais rápido o satélite  $S_2$  percorre a sua trajetória e menor é o tempo necessário para completar uma volta no satélite  $S_1$ . Também se observa que, quanto mais negativo for  $v_y$ , a curva cresce mais rápido e vai tendendo a uma reta mesmo para o caso em que se considera o  $J_2$ . Então, o efeito do  $J_2$  tende a ser suprimido ao se considerar valores altos para  $v_y$  negativo. Os valores de defasagem aumentam quanto mais negativo for  $v_y$ .



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALFVÉN, H. On the origin of the asteroids. **Science**, v. 3, p. 52–56, 1964.
- ALÍ-LAGOA et al. Differences between the Pallas collisional family and similarly sized B-type asteroids. **Astronomy & Astrophysics**, v. 591, n. A14, p.11, 2016. doi: 10.1051/0004-6361/201527660.
- AMMAR, M. K.; AMIN, M. R.; HASSAN, M. H. M. Calculation of line of site periods between two artificial satellites under the action air drag. **Applied Mathematics and Nonlinear Sciences**, v. 3, n. 2, p. 339-352, 2018a. doi: 10.21042/AMNS.2018.2.00027.
- AMMAR, M. K.; AMIN, M. R.; HASSAN, M. H. M.; Visibility intervals between two artificial satellites under the action of Earth oblateness. **Applied Mathematics and Nonlinear Sciences**, v. 3, n. 2, p. 353-374, 2018b. doi:10.21042/AMNS.2018.2.00028.
- AMOS, J. Pallas is “Peter Pan” space rock. **Science Report**, BBC News, 2009. Disponível em: <http://news.bbc.co.uk/2/hi/8301796.stm>. Acesso em: 09 jul. 2020.
- ARAÚJO, R. A. N.; WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A.; SUKHANOV, A. Stability regions around the components of the triple system 2001 SN263. **Monthly Notices of The Royal Astronomical Society**, v. 423, n. 4, p. 3058–3073, 2012.
- ARAÚJO, R. A. N.; WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A. Stable retrograde orbits around the triple system 2001 SN263. **Monthly Notices of The Royal Astronomical Society**, v. 449, n. 4, p. 4404-4414, 2015.
- BANDYOPADHYAY, S.; FOUST, R.; SUBRAMANIAN, G.P.; CHUNG, S.J.; HADAEGH, F.Y. Review of Formation flying and constellation missions using nanosatellites. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 53, n. 3, p. 567-578, 2016. <https://doi.org/10.2514/1>.
- BENEST, D. Libration effects for retrograde satellites in the restricted three-bodyproblem. i: circular plane hill’s case. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 13, p. 203–215, 1976.
- BILLS, B. G.; SCOTT, G. R. Secular obliquity variations of Ceres and Pallas. **Icarus**, v. 284, p. 59–69, 2017.
- BRAGA-RIBAS et al. A ring system detected around the Centaur (10199) Chariklo. **Nature**, v. 508, p. 72-75, 2014. <https://doi.org/10.1038/nature13155>.

BOSANAC, N.; COX, A.D.; HOWELL, K.C.; FOLTA, D.C. Trajectory design for a cislunar CubeSat leveraging dynamical systems techniques: the Lunar IceCube mission. **Acta Astronautica**, v. 144, p. 283-296, 2018.

CARRUBA, V. The stable archipelago in the region of the Pallas and Hansa Dynamical families. **Monthly Notices of The Royal Astronomical**, v. 408, p. 580–600, 2010. doi:10.1111/j.1365-2966.2010.17146.x.

CARRUBA, V.; HUAMAN, M.; DOUWENS, S.; DOMINGOS, R. C. Chaotic diffusion caused by close encounters with several massive asteroids. the (4) Vesta case. **Monthly Astronomy & Astrophysics**, v. 543, A105, p. 1-12, 2012. doi: 10.1051/0004-6361/201218908.

CARVALHO, J. P. S.; ELIPE, A.; MORAES, R. V.; PRADO, A. F. B. A. Lowaltitude, near-polar and near-circular orbits around europa. **Advances in Space Research**, v. 49, n. 5, p. 994–1006, 2012.

CARVALHO, J. P. S. et al. Searching for orbits around Europa that requires lower fuel consumption for stationkeeping. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics**, v. 1, n. 1, 2013. <https://doi.org/10.5540/03.2013.001.01.0009>.

CAVALCA, M. P. O. **Busca de órbitas em torno de sistemas com baixa razão de massa**. 2017. 83 p. (sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/02.07.17.16-TDI). Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) –Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2017. Disponível em: <http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3NB5JB8>. Acesso em: 17 jun. 2020.

CAVALCA, M. P. O. et al. Studying mid-range planar orbits around Fobos. **Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica**, v. 54, p. 729-442, 2018.

CAVALCA, M. P. O. et al. Searching for mid-range planar orbits to observe Deimos. **Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica**, v. 55, p. 305-319, 2019a. doi: 10.22201/ia.01851101p.2019.55.02.16.

CAVALCA, M. P. O. et al. Orbital maneuvers to form a constellation of small satellites from a single large spacecraft. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 1365, 2019b. doi: 10.1088/1742-6596/1365/1/012017.

CAVALCA, M. P. O. et al. "Quasi Satellite Orbits" to observe a possible small moon of Pallas. **New Astronomy**, v. 75, 2020a. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.newast.2019.101317>.

CAVALCA, M. P. O., GOMES, V. M., SANCHEZ, D. M. Mid-range natural orbits around the triple asteroid 2001 SN263. **The European Physical Journal Special Topics**, v. 229, p. 1557-1572, 2020b. Disponível em: <https://doi.org/10.1140/epjst/e2020-900093-0>.

CELINO, A.; BUS, S. J.; DORESSOUNDIRAM, A.; LAZZARO, D. Spectroscopic properties of asteroid families. In: BOTTKE JUNIOR, W. F.; CELLINO, A.; PAOLOICCHI, P.; BINZEL, R. P. (Ed.). **Asteroids III**. Tucson: University of Arizona, 2002. p.633-643.

CENTRO DE GESTÃO E ESTUDOS ESTRATÉGICOS - CGEE. **CubeSats**. Brasília, DF, 46 p. Disponível em: [https://www.cgее.org.br/documents/10195/734063/3111\\_CGEE\\_resumoexecutivo\\_CubeSats\\_web.pdf/d25668f5-4d98-411c-b79a-e7f6f369d7bd?version=2.3](https://www.cgее.org.br/documents/10195/734063/3111_CGEE_resumoexecutivo_CubeSats_web.pdf/d25668f5-4d98-411c-b79a-e7f6f369d7bd?version=2.3) Acesso em: 17 jun. 2020.

CHRISTIAN, E.R. et al. The CubeSat mission to study Solar Particles (CuSP), an interplanetary CubeSat. In: AMERICAN GEOPHYSICAL UNION FALL MEETING, 2015, San Francisco, CA. **Proceedings...** 2015. Disponível em: <https://agu.confex.com/agu/fm15/meetingapp.cgi/Paper/63298>.

CLARK, P.E. et al. Lunar Ice Cube Mission: determining lunar water dynamics with a first Generation deep space CubeSat. In: LUNAR AND PLANETARY SCIENCE CONFERENCE, 47., 2016, Woodlands, Tx. **Proceedings...** 2016. Disponível em: <https://www.hou.usra.edu/meetings/lpsc2016/pdf/1043.pdf>.

COHEN, B.A.; HAYNE, P. O.; PAIGE, D. A.; GREENHAGEN, B. T. Lunar flashlight: mapping lunar surface volatiles using a CubeSat. In: LUNAR AND PLANETARY SCIENCE CONFERENCE, 46., 2015, The Woodlands, Tx. **Proceedings...** 2015.

DEVARAJ, K.; KINGSBURY, R.; LIGON, M.; BREU, J.; VITTALDEV, V.; KLOFAS, B.; YEON, P.; COLTON, K. Dove High speed downlink system. In: ANNUAL AIAA/USU CONFERENCE ON SMALL SATELLITES, 31, 2017. **Proceedings...** 2017.

DOMINGOS, R. C.; MORAES, R. V. D.; PRADO, A. F. B. A. Third-body perturbation in the case of elliptic orbits for the disturbing body. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2008, p. 1–15, 2008. <http://dx.doi.org/10.1155/2008/763654>.

HÉNON, M. Numerical exploration of the restricted problem. vi. hill's case: nonperiodic orbits. **Astronomy Astrophysics**, v. 9, p. 24–36, 1970.

EUROPEAN SPACE AGENCY - ESA. **Missions to asteroids**. 2020. Disponível em: <http://sci.esa.int/rosetta/54342-missions-to-asteroids/>. Acesso em: 17 de jun. 2020.

FANG, J. et al. Orbits of near-earth asteroid triples 2001 SN263 and 1994 cc: properties, origin, and evolution. **The Astronomical Journal**, v. 145, n. 5, p. 141–154, 2011.

GIL, P. J. S.; SCHWARTZ, J. Simulations of quasi-satellite orbits around Fobos.

**Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 33, n. 3, p. 901–214, 2010.

GOMES, V. M.; PRADO, A. F. B. A. A study of the impact of the initial energy in a close approach of a cloud of particles. **WSEAS Transactions on Mathematics**, v. 9, n. 10, p. 811–820, 2010.

GOMES, V. M.; DOMINGOS, R. C. Studying the lifetime of orbits around moons in elliptic motion. **Computational and Applied Mathematics**, v. 35, n. 3, p. 653–661, 2016.

HARDGROVE, C. et al. The Lunar Polar Hydrogen Mapper (LunaH-Map) mission: mapping hydrogen distributions in permanently shadowed regions of the Moon's south pole. In: LUNAR EXPLORATION ANALYSIS GROUP, 2015, Columbia, Maryland. **Proceedings...** 2015. Disponível em: <https://www.hou.usra.edu/meetings/leag2015/pdf/2035.pdf>.

INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION - IAU. Working Group for Planetary System Nomenclature (WGPSN). **Planet and satellite names and discoverers: Mars**. Disponível em: <https://planetarynames.wr.usgs.gov/Page/Planets>. Acesso em: 12 jan. 2021.

JOHNSTON, W. R. **Other reports of asteroid/TNO companions**. 2020. Disponível em: <http://www.johnstonsarchive.net/astro/asteroidmoonsq.html>. Acesso em: 23 set. 2020.

JET PROPULSION LABORATORY HORIZON SYSTEM. **Solar system dynamics**. Disponível em: <https://ssd.jpl.nasa.gov/?horizons>. Acesso em: 25 jun. 2020.

JET PROPULSION LABORATORY/NASA. **Mars Cube One (MarCO)**. Disponível em: <https://www.jpl.nasa.gov/cubesat/missions/marco.php>. Acesso em: 20 jun. 2020.

KOGAN, A. I. Distant satellite orbits in the restricted circular problem of three bodies. **Cosmic Research**, v. 26, n. 2, p. 705–710, 1989.

KUGA, H. K.; CARRARA, V.; RAO, K. R. **Satélites artificiais - movimento orbital**. São José dos Campos: INPE, 2011. 96 p. Disponível em: <http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3ARJ3NH>. Acesso em: 16 jun. 2020.

KOHOUT, T.; NÄSILÄ, A.; TIKKA, T.; GRANVIK, M.; KESTILÄ, A.; PENTTILÄ, A.; KUHNO, J.; MUINONEN, K.; VIHHERKANTO, K.; KALLIO, E. Feasibility of asteroid exploration using CubeSats — ASPECT case study. **Advances in Space Research**, 2017. doi: 10.1016/j.asr.2017.07.036.

LAM, T.; WHIFFEN, G. J. Exploration of distant retrograde orbits around Europa. In: AIAA SPACE FORUM, 15, 2005, Long Beach, California. **Proceedings...** 2005.

LAND COVER DATABASE - LCDB. **Summary**. Disponível em: <http://www.minorplanet.info/PHP/generateOneAsteroidInfo.php?AstInfo=5222%7C1offe>. Acesso em: 07 jan. 2021.

LIDOV, M. L.; VASHKOV'YAK, M. A. On satellite orbits in a restricted elliptic three body problem. **Astronomy Letters**, v. 20, p. 676–690, 1994.

MA, X.; LI, J. Distant quasi-periodic orbits around mercury. **Astrophysics and Space Science**, v. 343, p. 83–93, 2013.

MANGHI, R.L.; MODENINI, D.; ZANNONI, M.; Tortora, P. Preliminary orbital analysis for a CubeSat mission to the Didymos binary asteroid system. **Advances in Space Research**, v. 62, p. 2290–2305, 2018.

MARINAN, A.D. **From CubeSats to constellations: systems design and performance analysis**. 2013. Thesis (Master in Aeronautics and Astronautics) - Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 2013.

MASAGO, B. Y. P. L.; PRADO, A. F. B. A.; CHIARADIA, A. P. M.; GOMES, V. M. Developing the precessing Inclined bi-elliptical four-body problem with radiation pressure to search for orbits in the triple asteroid 2001 SN263. **Advances in Space Research**, v. 57, p. 962-982, 2016.

MASSIRONI, M. et al. Two independent and primitive envelopes of the bilobate nucleus of comet 67P. **Nature**, v. 526, p. 402-405, 2015. <https://doi.org/10.1038/nature15511>.

MCNUTT, L.; JOHNSON, L.; CLARDY, D.; CASTILLO-ROGEZ, J.; FRICK, A.; JONES, L. Near-Earth (NEA) scout. In: AIAA SPACE 2014 CONFERENCE AND EXPOSITION, 2014. **Proceedings...** 2014. doi:10.2514/6.2014-4435.

MIKKOLA, S.; INNANEN, K.; WIEGERT, P.; CONNORS, M.; BRASSER, R. Stability limits for the quasi-satellite orbit. **Monthly Notices of The Royal Astronomical Society**, v. 369, p. 15–24, 2006.

MONTENBRUCK, O.; GILL, E. **Satellite orbits: models, methods and applications**. [S.l.]: Springer, 2001. ISBN-10: 3642635474

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA. **Sun fact sheet**. <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/sunfact.html>. Acesso em: 19 maio 2019.

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA. **Asteroid mission**. Disponível em: <https://www.asteroidmission.org>.

Acesso em: 17 jun. 2020.

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA. **Solar system exploration**. Mars Moons. Disponível em: <https://solarsystem.nasa.gov/moons/mars-moons/in-depth/>. Acesso em: 21 jan. 2021

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION - NASA. **Mars fact sheet**. Mars/Earth comparison. Disponível em: <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/marsfact.html>. Acesso em: 13 jan. 2021.

NATIONAL ACADEMIES OF SCIENCES, ENGINEERING AND MEDICINE - NASEM. **Achieving science with CubeSats: thinking inside the box**. Washington, DC: The National Academies Press, 2016. doi:10.17226/23503.

NESVORNÝ, D.; BROŽ, M.; CARRUBA, V. Identification and dynamical properties of asteroid families. In: MICHEL, P.; DEMEO, F. E.; BOTTKE, W. F. (Ed.). **Asteroids IV**. Tucson: University of Arizona, 2015. p. 297–321. doi: 10.2458/azu\_uapress\_9780816532131-ch016.

OBERST, J.; ZAKHAROV, A.; SCHULZ, R. Why study Phobos and Deimos? introduction to the special issue. **Planetary and Space Science**, v. 102, p. 1-182, 2014.

OBRECHT, G. **Exploration of optimal orbits in the strongly perturbed environment of the 2001 SN263 triple asteroid system**. Thesis (Master in Aerospace Engineering) - Delft University of Technology, Holand, 2016.

OLIVEIRA, T. C.; PRADO, A. F. B. A. Mapping orbits with low station keeping costs for constellations of satellites based on the integral over the time of the perturbing forces. **Acta Astronautica**, v. 104, p. 350-361, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2014.06.035>.

ORTIZ, J. et al. The size, shape, density and ring of the dwarf planet Haumea from a stellar occultation. **Nature**, v. 550, p. 219-223, 2017. <https://doi.org/10.1038/nature24051>.

POGHOSYAN, A.; GOLKAR, A. Cubesat evolution: analyzing cubesat capabilities for conducting science missions. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 88, 1-25, 2016. doi: 10.1016/j.paerosci.2016.11.002.

PRADO, A. F. B. A.; RIOS NETO, A. Estudo bibliográfico sobre o problema de transferências de órbitas. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, v. 15, n. 1, p. 65–78, 1993.

PRADO, A. F. B. A.; KUGA, H. K. **Fundamentos de tecnologia espacial**. São José dos Campos: INPE, 2001.

PRADO, A. F. B. A. A comparison of the patched-conics approach and the restricted problem for swing-bys. **Advances in Space Research**, v. 40, n. 1, p. 113– 117, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2007.01.12>.

PRADO, A. F. B. A. Searching for orbits with minimum fuel consumption for station- keeping maneuvers: an application to lunisolar perturbations. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2013, 415015, p. 1-11, 2013. <https://doi.org/10.1155/2013/415015>.

PRADO, A. F. B. A. Mapping orbits around the asteroid 2001 SN263. **Advances in Space Research**, v. 53, p. 877–889, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2013.12.034>.

PRADO, A. F. B. A. A. Dynamical study of distant retrograde orbits in moons and double asteroids of the Solar System. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON TUBULAR STRUCTURES, 15., 2015, Kobe, Japan. **Proceedings...** 2015.

ROSSI, A.; MARZARI, F.; FARINELLA, P. Orbital evolution around irregular bodies. **Earth Planets Space**, v. 51, p. 1173–1180, 1999.

SAMWEL, S. W. Low Earth orbital atomic oxygen erosion effect on spacecraft materials. **Space Research Journal**, v. 7, p. 1–13, 2014. doi: 10.3923/srj.2014.1.13.

SANCHEZ, D. M.; YOKOYAMA, T.; BRASIL, P. I. O.; CORDEIRO, R. R. Some initial conditions for disposed satellites of the systems GPS and Galileo Constellations. **Mathematical Problems in Engineering**, p. 1-23, 2009.

SANCHEZ, D. M.; PRADO, A. F. B. A.; YOKOYAMA, T. On the effects of each term of the geopotential perturbation along the time I: quasi-circular orbits. **Advances in Space Research**, v. 54, p. 1008–1018. 2014.

SANCHEZ, D. M.; HOWELL, K. C.; PRADO, A. F. B. A. On the dynamics of a spacecraft in the irregular Haumea-Hi'iaka Binary System. In: AAS/AIAA SPACEFLIGHT MECHANICS MEETING, 2016, Napa, CA. **Proceedings...** AIAA, 2016. AAS 16-320.

SANCHEZ, D. M.; PRADO, A. F. B. A. On the use of mean motion resonances to explore the Haumea System. In: AAS/AIAA ASTRODYNAMICS SPECIALIST CONFERENCE, 2017, Setevnson, WA. **Proceedings...** AIAA, 2017. p.1507-1524.

SANTOS, J. C. et al. Searching for less perturbed elliptical orbits around Europa. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 641, 2015. doi:10.1088/1742-6596/641/1/012011.

SEARS, D. W. G. The explored asteroids: science and exploration in the space age. **Space Science Reviews**, v. 194, p. 139–235, 2015.

SHAO, M.; TURYSHEV, S.G.; SPANGELO, S.; WERNE, T.; ZHAI, C. A constellation of SmallSats with synthetic tracking cameras to search for 90% of potentially hazardous near-Earth objects. **Astronomy & Astrophysics**, v. 603, A126, 2017. doi:10.1051/0004-6361/201629809.

SHORT, C. et al. Mode analysis for long-term behavior in a resonant earth–moon trajectory. **Journal of the Astronautical Sciences**, v. 64, p. 156–187, 2017. <https://doi.org/10.1007/s40295-016-0098-9>.

SILVA NETO, J. B. et al. Using solar radiation pressure to maneuver a spacecraft in the triple asteroid 2001 SN263. In: AAS/AIAA SPACE FLIGHT MECHANICS CONFERENCE, 16., 2016. **Proceedings...** 2016. p.3789-3804.

SNOW, A. C. et al. Optimization of CubeSat constellations for uncued electrooptical Space object detection and tracking. **Journal of Space and Rockets**, v. 53, n. 3, p. 401-419, 2016. doi: <https://doi.org/10.2514/1.A33386>.

STEVES, B. A.; ROY, A. E. **The dynamics of small bodies in the solar system: a major key to solar system studies**. [S.I.]: Springer 1999.

SZEBEHELY, V. **Theory of orbits: the restricted problem of three bodies**. New York: Academic Press, 1967.

THE CUBESAT PROGRAM, CAL POLY SLO. **CubeSat Design Specification (CDS) Rev. 13**. California Polytechnic State University, 2013.

TODOROVIĆ, N.; NOVAKOVIĆ, B. Testing the FLI in the region of the Pallas asteroid family. **Monthly Notices of The Royal Astronomical Society**, v. 451, p. 1637–1648, 2015.

VILLAC, B. F.; AIELLO, J. J. **Mapping long-term stability regions using the fast Lyapunov indicator**. [S.I.]: American Astronautic Society, jan. 2005.

WHIFFEN, G. A. **Preliminary investigation of the Jupiter Icy Moon orbiter**. [S.I.]: American Astronautic Society, aug. 2003.

WITZE, A. The quest to conquer Earth’s space junk problem. **Nature**, v. 561, p. 24-26, 2018. doi: 10.1038/d41586-018-06170-1.

ZAMARO, M.; BIGGS, J. D. Identification of new orbits to enable future mission opportunities for the human exploration of the martian moon phobos. **Acta Astronautica**, v. 119, p. 160–182, 2016.

ZAPPALA, V.; CELLINO, A. **Asteroids families**. In: SYMPOSIUM OF THE INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION, 160., 1993, Belgirate, Italy. **Proceedings...** Dordrecht: Kluwer Academic, 1993. p.395.





## **PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE**

### **Teses e Dissertações (TDI)**

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

### **Manuais Técnicos (MAN)**

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

### **Notas Técnico-Científicas (NTC)**

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programa de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

### **Relatórios de Pesquisa (RPQ)**

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

### **Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)**

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

### **Publicações Didáticas (PUD)**

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

### **Publicações Seriadas**

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Constam destas publicações o International Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

### **Programas de Computador (PDC)**

São as sequências de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. São aceitos tanto programas fonte quanto executáveis.

### **Pré-publicações (PRE)**

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.