

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

Relatório Final de Bolsa de Iniciação Científica

Adriana Trigolo

**APLICAÇÃO DA TEORIA DE CONTROLE LINEAR
NA ANÁLISE DO SISTEMA DE CONTROLE DE UM
SATÉLITE ARTIFICIAL**

Orientador: Luiz Carlos Gadelha de Souza

Período: 09/98 a 01/2000

Bolsa de Iniciação Científica suportada pelo Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento – CNPq, desenvolvida junto a Divisão de Mecânica Espacial e Controle –DMC/INPE

1. Resumo

Neste trabalho os conceitos básicos da teoria de controle linear são aplicados para a análise do sistema de controle de atitude de um satélite artificial. O sistema de controle estudado utiliza como atuador uma roda de reação, cujo vetor momento angular gerado tem liberdade de movimento de rotação em torno de dois eixos perpendiculares entre si, isto é, a roda tem dois graus de liberdade. Este tipo de montagem, conhecida como “double-gimbaled wheel system” permite que sejam gerados torques de controle em torno dos três eixos do satélite, embora, o controle da velocidade angular da roda seja feito somente em torno de dois eixos. Através do dimensionamento da roda e da correta seleção de sua velocidade angular, é possível cancelar os torques perturbadores, por meio da troca de momento angular com o satélite, restando realizar somente ajustes periódicos do momento angular para o controle dos torques perturbadores seculares. Um outro aspecto importante desta estratégia de controle está associada a necessidade de utilização de somente dois sensores de atitude, fato que muito simplifica o sistema de controle. A avaliação do desempenho do sistema é feita no modo de operação nominal, onde os efeitos dos torques perturbadores são mais relevantes. Propriedades como massa, dimensões do satélite e seus requisitos de operação são considerados para um satélite do tipo geoestacionário. O torque perturbador considerado é devido a pressão de radiação solar. As condições para a estabilidade do sistema foi verificada através da função transferência do sistema. O desempenho do sistema de controle foi analisado avaliando a resposta do sistema a torques perturbadores impulsivos e a condições iniciais arbitrárias. Tais simulações mostraram que a estratégia de controle empregada foi capaz de amortecer as oscilações iniciais e controlar a atitude do satélite num intervalo de tempo menor do que cinco minutos.

2. Introdução

O estudo e o desenvolvimento de um sistema de controle de atitude e órbita (SCAO) de um satélite artificial é uma atividade multidisciplinar, pois abrange no mínimo três áreas distintas, ou seja: 1) Dinâmica de atitude (Hughes, 1986), cujo objetivo é o estudo e a determinação das equações de movimento do satélite em torno do seu centro de massa; 2) Mecânica Orbital (Kaplan, 1976), onde a posição do satélite na órbita e as forças e torques que atuam sobre o satélite são os objetos de estudo; 3) Teoria de Controle (Chen, 1975; Ogata, 1970; D'Azzo & Houpis, 1988) é a ferramenta utilizada para estudar e projetar o sistema de controle do satélite. É importante ressaltar que a teoria de controle possui várias ramificações, tais como: controle não-linear (Atherton, 1975), controle digital (Franklin & Powell, 1989), controle multivariável (Maciejowski, 1989); controle ótimo (Anderson & Moore, 1971). Controle aplicado na área espacial (Wertz, 1978; Skelton, 1988). Entretanto, a complexidade da teoria empregada, geralmente, se opõe a resultados simples, baratos e práticos, os quais são fundamentais nas fases iniciais de um projeto de um sistema de controle, onde é importante determinar se um aspecto do sistema é viável ou não. A teoria de controle linear tem essa vantagem, principalmente, as metodologias baseadas no domínio da frequência (Kouvaritakis, 1979).

O modelo matemático de um sistema físico é linear se o sistema é linear, e um sistema é linear se seu movimento total pode ser descrito pela superposição de mais de um movimento simples descrito por uma equação diferencial. Assim, se um sistema linear exibe a resposta $x(t)$ a um estímulo $x'(t)$, então o sistema exibirá uma resposta $x(t) + y(t)$ a um estímulo $x'(t) + y'(t)$. Técnicas da teoria de controle linear permitem obter informações sobre o comportamento do sistema sem necessariamente resolver as equações diferenciais que o descrevem, um exemplo é a investigação da estabilidade de um sistema através do método do lugar das raízes (Ogata, 1970).

Neste trabalho, a teoria de controle linear será utilizada para o projeto de um sistema de controle de atitude de um satélite artificial estabilizado em três eixos numa órbita geostacionária, tendo como atuador uma roda de reação. O posicionamento da roda é tal que, oferece torques de controle de velocidade angular e dois graus de liberdade. Se o tamanho da roda e sua velocidade são escolhidos corretamente, a troca de momento angular entre a roda e o satélite permite o cancelamento de torques perturbadores sem o emprego de outros tipos de atuadores como jato de gás, necessitando apenas de um ajuste periódico do momento angular para manter a estabilidade do satélite. Uma vez que só se utiliza de uma roda de reação, e

esta permite o controle nos três eixos, o número de sensores exigidos para determinação da posição do satélite é menor pois é necessário só um sensor de pitch/roll para realimentação da malha.

Propriedades específicas de um satélite numa órbita geostacionária são assumidas. As leis de controle empregadas e os parâmetros de sistema de controle são escolhidos para contrapor torques de perturbação devido a pressão solar. O desempenho do sistema de controle é estudada utilizando-se a teoria de controle linear, a qual é sucintamente apresentada a seguir.

3. Básico da Teoria de Controle Linear.

A Figura 1, mostra um diagrama de blocos do sistema de controle de atitude “típico” de um satélite artificial. Os blocos representam a relação funcional das diferentes entradas (*input*) e saídas (*output*) envolvidas. Estes sinais podem sofrer de operações de adição e subtração, representadas por círculos, chamados de pontos de soma. O diagrama de bloco é uma representação esquematizada de qualquer sistema físico ou conjunto de equações matemáticas caracterizando os componentes do sistema.

A planta, é a parte do sistema de controle o qual necessita ser controlado; no caso é a dinâmica do satélite. As características da planta são geralmente determinadas por componentes físicos específicos.

Uma entrada típica que pode afetar a estabilidade e/ou controle de um satélite são os torques de perturbação externos. Por exemplo: gradiente de gravidade, radiação solar e torques magnéticos. Estes são chamados de determinísticos no sentido que eles são funções conhecidas da posição e orientação do satélite. O sinal de erro representa o desvio entre o valor desejado (referencia) e o valor real da saída do sistema. O sinal de erro é processado pelo controlador, para produzir um torque de controle, contrário ao efeito do torque de perturbação da entrada e conseqüentemente, controle da saída.

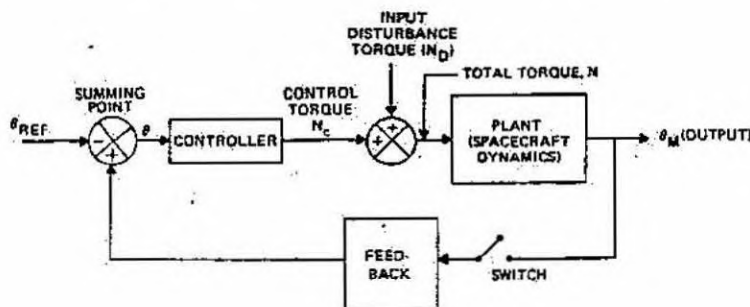


Figura 1-Sistema de controle de atitude de um satélite artificial

Quando a chave da Figura 1, encontra-se aberta, temos um sistema de controle em malha aberta, neste caso a ação de controle é independente da saída do sistema. Quando a chave esta fechada, temos um sistema de controle em malha fechada ou com realimentação, neste caso a ação de controle pode ser modificada pela informação disponível na saída.

Existe várias razões que justifiquem o controle com realimentação, entretanto para o controle de atitude de satélites, a grande vantagem é que uma vez o satélite em orbita, este fica sujeitos a torques perturbadores, os quais são mais facilmente contrabalançados, por uma ação de controle que leve em consideração os efeitos desta perturbação, ou seja, o controle fica automático e com isso o desempenho do sistema de controle é melhorado.

Os torques de controle, tipicamente, são produzidos pela expulsão de massa, como: jatos, por rodas de reação ou bobina magnética, esta ultima interage com o campo magnético terrestre. O principio de funcionamento destes controladores é a conservação ou troca de momento angular com o satélite.

A lei de controle, é o princípio no qual o controlador é projetado para concluir o desejado desempenho do sistema total.

A relação entrada/saída de cada elemento do sistema de controle é geralmente definida em termos da função transferência. A função transferência de cada elemento do sistema é definido como a razão da Transformada de Laplace da saída pela Transformada de Laplace da entrada, assumindo que todas as condições iniciais são zero. Podemos representar, a função transferência como a razão de dois polinômios em s , como:

$$G(s) = \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{a_{m+1}s^m + a_m s^{m-1} + \dots + a_1}{s^n + b_n s^{n-1} + \dots + b_1} \quad (1)$$

onde os m valores de s , para os quais $n(s)$ é zero são conhecidos como sendo os zeros de $G(s)$, e os n valores de s , para os quais $d(s)$ é zero são conhecidos como os pólos de $G(s)$.

A função transferência da planta pode ser obtida, tomando-se a transformada de Laplace da equação que descreve a dinâmica do sistema. Considerando que a equação de Euler que descreve a planta é dada por

$$I \ddot{\theta} = N \quad (2)$$

onde I é o momento de inércia do satélite, $d^2\theta/dt^2$ é a aceleração angular do satélite e N representa os torques atuando sobre o satélite.

A transformada de Laplace da eq.(2) é dada por

$$Is^2 L(\theta) = L(N) \quad (3)$$

Como resultado, a função transferência da planta é:

$$G(s) \equiv \frac{L(\text{output})}{L(\text{input})} = \frac{L(\theta)}{L(N)} = \frac{1}{Is^2} \quad (4)$$

A Lei de controle obtida considerando o torque de controle N_C proporcional ao sinal de erro θ é chamada de lei de controle proporcional, dada por

$$N_C = -K\theta \quad (5)$$

onde K é o ganho do sistema. O controle proporcional é pouco usado porque proporciona grandes oscilações no ângulo θ .

Uma lei de controle mais eficiente para o controle de atitude de satélite é a lei de controle proporcional + derivativa (PD), dada por:

$$N_C = -K_1\dot{\theta} - K_2\theta \quad (6)$$

Neste caso N_C é diretamente proporcional ao sinal de erro e sua derivada em relação ao tempo. O termo derivativo fornece um amortecimento ao sistema. A função transferência para este controlador é:

$$G(s) \equiv \frac{L(\theta)}{L(N_C)} = \frac{-1}{K_1s + K_2} \quad (7)$$

Como exemplo, consideramos o controle de um eixo do satélite ao longo do qual encontra-se como atuador uma roda de reação. Usando a lei de controle PD, a equação para o ângulo do eixo em questão θ , é:

$$N_D = \frac{d}{dt}L \equiv \frac{d}{dt}(I\dot{\theta} + h) = I\ddot{\theta} + \dot{h} \quad (8)$$

onde L é o momento angular total (roda de reação mais satélite), h é o momento da roda, N_D é o torque de perturbação. O torque $N_C = -h$ é o torque

de controle que vai afetar a velocidade de reação da roda, e I é o momento de inércia do satélite. Considerando a utilização de uma lei de controle PD na forma

$$N_c = -\dot{h} = -K(\tau\dot{\theta} + \theta) \quad (9)$$

onde τ é a constante de tempo e K é o ganho. A equação (8), torna-se:

$$N_D = I\ddot{\theta} + K\tau\dot{\theta} + k\theta \quad (10)$$

Achando a transformada de Laplace, temos:

$$L(N_D) = [Is^2 + K\tau s + K]L(\theta) \quad (11)$$

A Figura 2, ilustra um diagrama de bloco da planta e do controlador PD, cuja a função de transferência em malha fechada é:

$$\frac{L(\theta)}{L(N_D)} = \frac{1}{Is^2 + K\tau s + K} \quad (12)$$

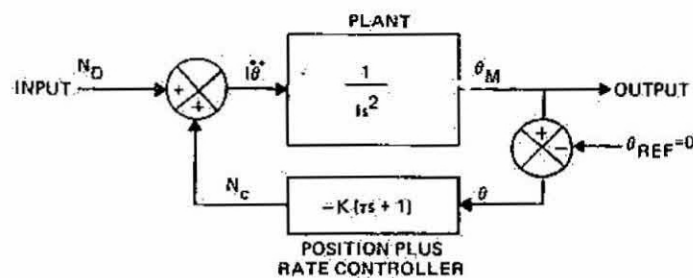


Figura 2- Diagrama de bloco do satélite com um controle PD.

Fazendo, uma analogia com o sistema massa – mola – amortecido, a frequência natural ω_n e o coeficiente de amortecimento ρ , do sistema, são dados por

$$\omega_n \equiv \sqrt{\frac{K}{I}} \quad \rho \equiv \frac{\tau}{2} \sqrt{\frac{K}{I}} \quad (13)$$

Rescrevendo a equação (12) na forma,

$$\frac{L(\theta)}{L(N_D)} = \frac{1/I}{s^2 + 2\rho\omega_n s + \omega_n^2} \quad (14)$$

podemos determinar a expressão da resposta do sistema, a uma entrada do tipo degrau N_0 , substituindo sua transformada de Laplace N_0/s , na equação (14), para obter

$$L(\theta) = \frac{N_0/I}{s(s^2 + 2\rho\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (15)$$

A resposta do sistema pode ser obtida da equação (15), usando o método de frações, chegando-se a expressão

$$L(\theta) = \frac{N_0}{K} \left\{ \frac{1}{s} - \left[\frac{s + 2\rho\omega_n}{(s + \rho\omega_n)^2 + \omega_1^2} \right] \right\} \quad (16)$$

onde

$$\omega_1 = \omega_n \sqrt{1 - \rho^2}$$

é a frequência do sistema em malha fechada

Usando a transformada inversa de Laplace, podemos obter a resposta para o ângulo em função do tempo como:

$$\theta(t) = \frac{N_0}{K} \left[1 - (1 - \rho^2)^{1/2} \exp(-\rho\omega_n t) \sin(\omega_1 t + \psi) \right] \quad (17)$$

onde $\psi = \arctan [(1 - \rho^2)^{-1/2} / \rho] = \arccos(\rho)$.

A Figura 3, ilustra o comportamento da resposta do sistema a uma entrada do tipo função degrau. Este comportamento vai depender do valor do coeficiente de amortecimento ρ .

A assumindo que $N_0/K = 1$ e uma escala de tempo em função da frequência natural ω_n , temos os seguintes casos:

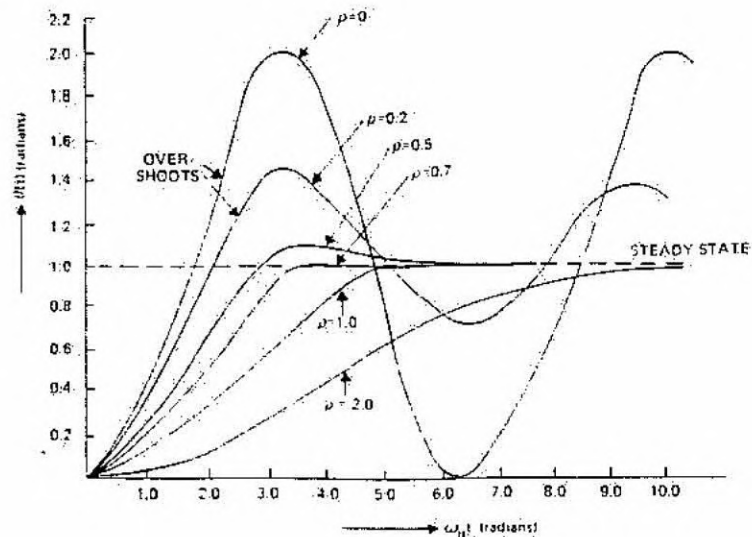


Figura 3- Resposta do sistema a uma entrada do tipo degrau

- 1) Para $\rho = 0$; o sistema é chamado não – amortecido e a resposta do sistema é submetido a limitadas oscilações senoidais.
- 2) Quando ρ aumenta, a sobre elevação (over – shoot) e o número de oscilações decrescem e o sistema eventualmente atinge o valor de estado – estacionário igual para N_0/K . Neste caso o ganho pode ser escolhido para que o sistema atinja um valor de erro no estado estacionário para um certo valor do torque perturbador N_0 .
- 3) Para $\rho > 1$, o sistema é chamado de sobre-amortecido e comporta-se como um simples sistema de primeira ordem.
- 4) Para $\rho = 1$, o sistema é criticamente – amortecido. Em muitas aplicações os over-shoots são indesejáveis. Contudo, para valores de $\rho > 1$, a resposta do sistema torna-se muito lenta; situação também indesejada. Portanto, escolher o valor de $\rho = 1$ (criticamente amortecido). É um ponto de partida para se analisar o sistema. Neste caso a Equação (14), reduz-se

$$\frac{L(\theta)}{L(N_D)} = \frac{1}{I(s + \omega_n)^2} \quad (18)$$

A performance de um sistema de controle é geralmente expressado em termos do erro aceitável no estado-estacionário para uma perturbação especificada. O máximo erro de estado-estacionário pode ser determinado usando o teorema do valor final, dado por .

$$\theta(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} (sL(\theta)) \quad (19) \quad 9$$

Como exemplo, vamos admitir que a magnitude do torque devido a pressão de radiação solar seja da ordem de 10^{-8} N.m (típico para satélites com órbitas alta). Portanto, o erro máximo no estado-estacionário pode ser calculado usando a Equação (14), (19) e com $L(N_D) = 10^{-8}$ s, logo:

$$\theta(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \frac{10^{-8} \text{ N.m}}{I s (s^2 + 2\rho\omega_n s + \omega_n^2)} \right] = \frac{10^{-8}}{I\omega_n^2} \quad (20)$$

Usando

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{I}} \quad \rightarrow \quad \omega_n^2 = \frac{K}{I} \quad \rightarrow \quad K = I\omega_n^2$$

Tem-se

$$\theta(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} (s L(\theta)) = \frac{10^{-8}}{K} \text{ radianos}$$

onde K é dado em N.m.

Tendo selecionado o ganho K , podemos calcular a constante de tempo τ e/ou o amortecimento através da expressão

$$\rho = \frac{\tau}{2} \sqrt{\frac{K}{I}}$$

4- Fluxo de energia e a ação do controlador PD

Em sistemas mecânicos, podemos dizer que há um armazenamento de energia cinética na massa m e um armazenamento de energia potencial na mola de constante k , enquanto que um amortecedor viscoso c , dissipa energia. O conceito de fluxo de energia, pode ser exemplificado considerando a Figura 4, que mostra um simples sistema massa-mola, que pode ser descrito pela seguinte equação:

$$u(t) - c\dot{x}(t) - kx(t) = m\ddot{x}(t) \quad (21)$$

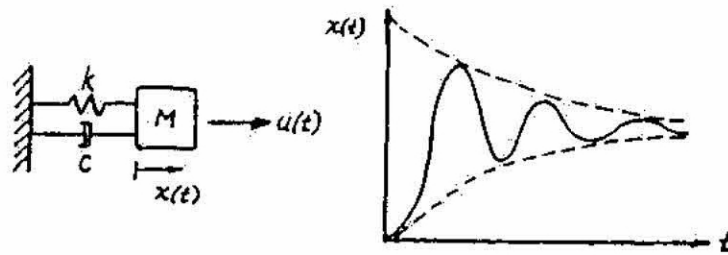


Figura 4 – Sistema massa-mola e sua resposta no tempo

Aplicando a transformada de Laplace, obtemos a seguinte função transferência para a planta G_p :

$$T.F = G_p(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (22)$$

A resposta do sistema a uma entrada degrau é

$$x(t) = \frac{1}{k} \left[1 - \frac{e^{-\rho\omega_n t}}{\sqrt{1-\rho^2}} \cos(\omega_d t - \phi) \right] \quad (23)$$

onde

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{é a frequência natural não - amortecida ;}$$

$$\rho = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad \text{é o coeficiente de amortecimento ;}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\rho^2} \quad \text{é a frequência natural amortecida,}$$

$$\phi = \sin^{-1}\rho \quad \text{é a defasagem de fase devido ao amortecimento.}$$

A Figura 4, também mostra a resposta no tempo $x(t)$, a qual consiste em duas componentes. A primeira, esta associada a função exponencial, que quando decrescente é resultado da energia perdida no amortecimento. A

segunda parte é a ação da função senoidal, a qual é resultado da energia transferida entre a massa e a mola. A frequência desta oscilações é ω_n , para um sistema sem amortecimento ($\rho=0$), e é ω_d para um sistema amortecimento.

Consideremos, que a posição do sistema massa/mola é estabilizado por um controlador do tipo proporcional + derivativo (PD), onde a ação de controle proporcional tende a estabilizar o sistema e a ação de controle derivativo possibilita um meio de obter um controlador com alta sensibilidade, tal que antecipa o erro atuante e inicia uma ação corretiva mais cedo, tendendo a aumentar a estabilidade do sistema. Além disso, a introdução de amortecimento no sistema, permiti aumentar o valor do ganho k . A Figura 5, mostra a o sistema com uma realimentação de posição e velocidade.

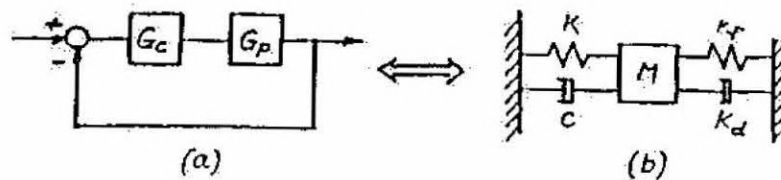


Figura 5 – Sistema massa/mola com realimentação PD, equivalente a uma planta de malha fechada

A função transferência de malha aberta deste sistema de controle é:

$$G_{ol}(s) = G_c(s)G_p(s) = (k_p + k_d s) \cdot \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (24)$$

onde

G_c representa o controlador ; $K_d =$ é o ganho derivativo

G_p representa sistema ; $K_p =$ é o ganho proporcional

Considerando a realimentação, a função transferência da malha fechado (closed-loop), torna-se

$$G_{cl}(s) = \frac{G_{ol}(s)}{1 + G_{ol}(s)} = \frac{k_p + k_d s}{ms^2 + (k_d + c)s + (k_p + k)} \quad (25)$$

O comportamento do sistema devido a realimentação da posição é o mesmo da mola e o comportamento da velocidade é o mesmo que do amortecedor. Em resumo, o conceito de energia, pode ser mais generalizado para sistemas de controle, de modo que a realimentação da posição pode ser considerado como um elemento de conservação de energia ativa; e realimentação da velocidade como um elemento de dissipação de energia ativa. Esta analogia, existe somente se o sensor e o atuados encontram-se na mesma posição (colocados). Se o sensor e o atuador são deslocados (separados); o sistema de malha fechada pode tornar-se instável, porque o controlador pode, em fato, bombear energia para dentro do sistema.

5. Equações de Movimento

A configuração de satélite estudado é ilustrado na Figura 6, onde os eixos do satélite e sua orientação orbital estão mostradas. Os dados e as propriedades de inércia usadas nesta trabalhos estão na Tabela 1.

As equações de movimento são obtidas considerando as Equações de Euler para satélite rígido com roda de reação, dado por :

$$\mathbf{T} + \mathbf{G} = \frac{d\mathbf{h}}{dt} = \left[\frac{d\mathbf{h}}{dt} \right]_b + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h} \quad (26)$$

onde \mathbf{T} é o torque de perturbação devido a pressão solar, \mathbf{G} é o gradiente de gravidade, e \mathbf{h} é o momento angular total, incluindo a roda de reação, os vetores unitários, \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} , correspondem aos eixos x,y,z , eixos principais, respectivamente.

Satellite mass	716 kg
Moments of inertia	$I_x = I_z = 2000 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$ $I_y = 440 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$
Attitude accuracy requirements	pitch and roll = 0.05° yaw = 0.40°
Solar pressure torques ($t = 0$ at 6 A.M. or 6 P.M. orbital position)	$T_x = 2 \times 10^{-6} (1 - 2 \sin \omega_o t) \text{ N} \cdot \text{m}$ $T_y = 10^{-6} (\cos \omega_o t) \text{ N} \cdot \text{m}$ $T_z = -5 \times 10^{-6} (\cos \omega_o t) \text{ N} \cdot \text{m}$
Thruster misalignment torque	$T_r = 8.5 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}$

Tabela 1 - Os dados e propriedades de inércia do satélite.

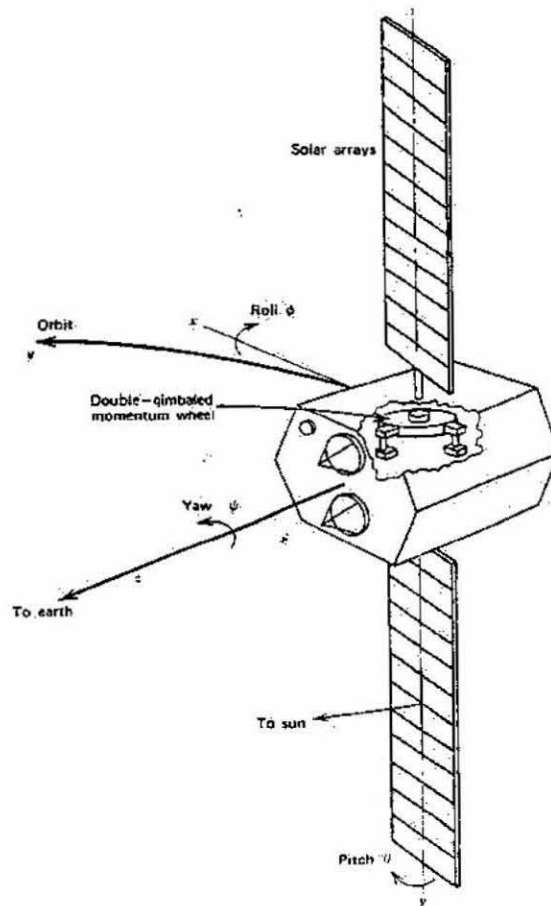


Figura 6 – Posição orbital do satélite - eixos roll, ϕ , pitch, θ , e yaw, ψ ,

O momento angular total é :

$$h = h_v + h_w \quad (27)$$

h_v é o momento angular do satélite, que em termos de componentes ao longo dos eixos principais, é dado por:

$$h_v = I_x \omega_x i + I_y \omega_y j + I_z \omega_z k \quad (28)$$

onde h_w é o momento angular da roda de reação, que em termo das componentes são dadas por:

$$\begin{aligned} h_{wx} &= (\cos \delta \sin \gamma) h_w \\ h_{wy} &= -(\cos \delta \cos \gamma) h_w \end{aligned} \quad (29)$$

onde δ , γ são os ângulos articulados referentes aos eixos de roll e yaw, como mostrado na Figura 7.

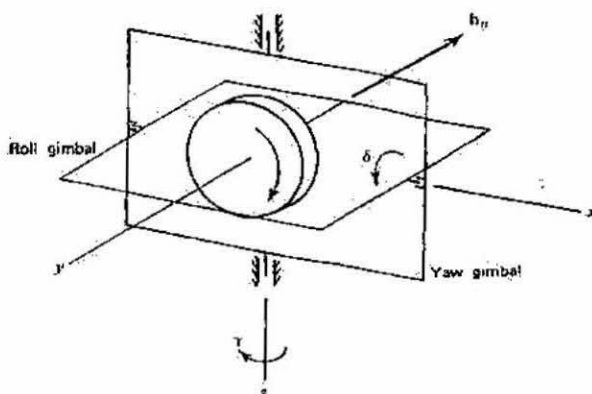


Figura 7 – Posição nominal e ângulos articulados da roda de reação

Considerando as expressões anteriores o momento angular total é :

$$h = [I_x \omega_x + (\cos \delta \sin \gamma) h_w] i + [I_y \omega_y - (\cos \delta \cos \gamma) h_w] j + [I_z \omega_z - (\sin \delta) h_w] k \quad (30)$$

Identificando os termos ω , h e dh/dt , temos:

$$\begin{aligned} \omega \times h = & [(\omega_z I_z - h_w \sin \delta) \omega_y - (\omega_y I_y - h_w \cos \delta \cos \gamma) \omega_z] i \\ & + [-(\omega_z I_z - h_w \sin \delta) \omega_x + (\omega_x I_x + h_w \cos \delta \sin \gamma) \omega_z] j \\ & + [(\omega_y I_y - h_w \cos \delta \cos \gamma) \omega_x - (\omega_x I_x + h_w \cos \delta \sin \gamma) \omega_y] k \end{aligned} \quad (31)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} = & [I_x \dot{\omega}_x - \dot{\delta} (\sin \delta \sin \gamma) h_w + \dot{\gamma} (\cos \delta \cos \gamma) h_w + (\cos \delta \sin \gamma) \dot{h}_w] i \\ & + [I_y \dot{\omega}_y + \dot{\delta} (\sin \delta \cos \gamma) h_w + \dot{\gamma} (\cos \delta \sin \gamma) h_w - (\cos \delta \cos \gamma) \dot{h}_w] j \\ & + [I_z \dot{\omega}_z - \dot{\delta} (\cos \delta) h_w - (\sin \delta) \dot{h}_w] k \end{aligned} \quad (32)$$

Portanto, a equação (26) em termos das suas componentes é dada por

$$\begin{aligned}
T+G = & \left[\begin{array}{l} I_x \dot{\omega}_x - \dot{\delta}(\sin \delta \sin \gamma) h_w + \dot{\gamma}(\cos \delta \cos \gamma) h_w + (\cos \delta \sin \gamma) \dot{h}_w + \omega_y (\omega_z I_z - h_w \sin \delta) - \\ \omega_z (\omega_y I_y - h_w \cos \delta \cos \gamma) \end{array} \right] \mathbf{i} + \\
& \left[\begin{array}{l} I_y \dot{\omega}_y + \dot{\delta}(\sin \delta \cos \gamma) h_w + \dot{\gamma}(\cos \delta \sin \gamma) h_w - (\cos \delta \cos \gamma) \dot{h}_w + \omega_z (\omega_x I_x + h_w \cos \delta \sin \gamma) - \\ \omega_x (\omega_z I_z - h_w \sin \delta) \end{array} \right] \mathbf{j} + \quad (33) \\
& \left[\begin{array}{l} I_z \dot{\omega}_z - \dot{\delta}(\cos \delta) h_w - (\sin \delta) \dot{h}_w + \omega_x (\omega_y I_y - h_w \cos \delta \cos \gamma) - \omega_y (\omega_x I_x - h_w \cos \delta \sin \gamma) \end{array} \right] \mathbf{k}
\end{aligned}$$

Assumindo

$$h_w = h_n \quad (34)$$

e pequenos desvios de δ e γ , tal que $\sin(\delta)$, $\sin(\gamma) \approx \delta$, γ ; e $\cos(\delta)$ e $\cos(\gamma) \approx 1$; temos que

$$\begin{aligned}
h_{xc} &= \dot{\gamma} h_n \\
h_{zc} &= -\dot{\delta} h_n \\
\dot{h}_{yc} &= -\dot{h}_w
\end{aligned} \quad (35)$$

Alem disso, os erros de atitude são também pequenos, as componentes dos torques do gradiente de gravidade linearizados são

$$\begin{aligned}
G_x &= -3\omega_0^2 (I_y - I_z) \phi \\
G_y &= -3\omega_0^2 (I_x - I_z) \theta \\
G_z &= 0
\end{aligned} \quad (36)$$

onde $\omega_0 = 7.28 \times 10^{-5}$ rad/s para a órbita geostacionária.

A velocidade angular do satélite em relação a variação dos ângulos de Euler é dado por

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\phi} - \psi\omega_0 \\ \omega_y &= \dot{\theta} - \omega_0 \\ \omega_z &= \dot{\psi} + \phi\omega_0\end{aligned}\tag{37}$$

Finalmente, as equações linearizadas para os eixos roll, ϕ , pitch, θ e yaw, ψ , são dadas por:

$$\begin{aligned}T_x &= I_x \ddot{\phi} + (a + \omega_0 h_n) \dot{\phi} + (b + h_n) \dot{\psi} + \dot{h}_{xc} - \omega_0 h_{zc} \\ T_y &= I_y \ddot{\theta} + e \theta + \dot{h}_{yc} \\ T_z &= I_z \ddot{\psi} + (c + \omega_0 h_n) \dot{\psi} - (b + h_n) \dot{\phi} + \dot{h}_{zc} + \omega_0 h_{xc}\end{aligned}\tag{38}$$

onde

$$\begin{aligned}a &= 4\omega_0^2 (I_y - I_z) \\ b &= -\omega_0 (I_x - I_y + I_z) \\ c &= \omega_0^2 (I_y - I_x) \\ e &= 3 \omega_0^2 (I_x - I_z)\end{aligned}$$

As equações (38), são as equações que descrevem completamente o movimento linearizado de roll, pitch e yaw. É possível observar que a equação de pitch é desacoplado da de roll e yaw. Isto implica, que o estudo do controle de pitch e pode ser feito separadamente do controle de roll / yaw.

6. Controle para o eixo de Pitch

O sistema de controle de pitch, é feito considerando a equação de movimento neste eixo na sua forma linearizada

$$T_y = I_y \ddot{\theta} + 3\omega_o^2 (I_x - I_z) \theta + \dot{h}_{ye} \quad (39)$$

e se

$$I_x = I_z \quad (40)$$

$$\dot{h}_{ye} = k_p (\tau_p \dot{\theta} + \theta)$$

temos

$$T_y = I_y \ddot{\theta} + k_p \tau_p \dot{\theta} + k_p \theta \quad (41)$$

onde I_y é o momento de inércia, θ é a posição angular, T_y é o torque de pressão solar, K_p é o valor do ganho e τ_p é a constante de tempo, em relação ao eixo de pitch.

6.1 - Determinação do Ganho de Pitch

A função transferência de pitch é obtida diretamente da equação (41) e dada por

$$\frac{\theta(s)}{T_y(s)} = \frac{1}{I_y s^2 + K_p \tau_p s + k_p} \quad (41)$$

Dividindo a equação (41) por I_y , temos:

$$\frac{\theta(s)}{T_y(s)} = \frac{1/I_y}{s^2 + \frac{K_p \tau_p}{I_y} s + \frac{K_p}{I_y}} \quad (42)$$

Podemos identificar a frequência natural ω_p , e o amortecimento, ρ , para o eixo de pitch como:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k}{I_y}} \quad \rho = \frac{\tau}{2} \sqrt{\frac{K_p}{I_y}} \quad (43)$$

E rescrevendo a Equação (41) como:

$$\frac{\theta(s)}{T_y} = \frac{1/ I_y}{s^2 + 2\rho\omega_p s + \omega_p^2} \quad (44)$$

Utilizando o teorema do valor final e a equação (44) pode-se calcular o erro de estado-estacionário e o valor do ganho K_p . Substituindo o valor de $T_y = 10^{-4}$ na equação anterior e aplicando o teorema do valor final temos:

$$L(\theta) = \frac{10^{-4}}{I_y (s^2 + 2\rho\omega_p s + \omega_p^2)}$$

$$\theta(\infty) = \lim \left[s \frac{10^{-4} \text{ N.m}}{I_y s (s^2 + 2\rho\omega_p s + \omega_p^2)} \right] = \frac{10^{-4}}{I_y \omega_p^2} \quad (45)$$

E se $\omega_p^2 I_y = K_p$, temos

$$\theta_{ss} = \frac{10^{-4}}{K_p} \text{ rad}$$

Sendo o erro máximo de pitch 0.02° , encontra-se os seguintes valores:

$$K_p = 0.275 \text{ N.m/rad,}$$

$$\omega_p = 0.025 \text{ rad/s e}$$

$$\tau_p = 80 \text{ s.}$$

7. Controle para os eixos roll/yaw

O sistema de roll/yaw é um pouco mais complicado que o sistema de pitch, devido ao acoplamento entre esses dois eixos. Este acoplamento é o resultado da orientação do momento angular da roda, normal ao plano orbital. Entretanto, é este acoplamento que permite o controle do eixo de yaw sem a necessidade de um sensor neste eixo. A magnitude do momento angular h_n através da seleção do ganho, deve ser tal, que o controle do eixo de roll seja sensível aos erros de yaw, mas sem que estes erros se transformem em erros de roll. Isto implica na seguinte condição para o momento angular

$$h_n \gg \max [I_x \omega_0, I_y \omega_0, I_z \omega_0] \quad (42)$$

Considerando as equações (38) de roll/yaw na sua forma linearizadas, temos:

$$T_x = I_x \ddot{\phi} + \omega_0 h_n \dot{\phi} + h_n \dot{\psi} + \dot{h}_x - \omega_0 h_z \quad (43)$$

$$T_z = I_z \ddot{\psi} + \omega_0 h_n \dot{\psi} - h_n \dot{\phi} + \dot{h}_z + \omega_0 h_x \quad (44)$$

As componentes do momento angular da roda são dada por

$$h_{xc} = (\cos \delta \sin \gamma) h_n \quad (45)$$

$$h_{zc} = -(\sin \delta) h_n \quad (46)$$

Admitindo que

$$\cos \delta = 1$$

$$\sin \gamma = \gamma$$

$$\sin \delta = \delta$$

Tem-se

$$h_{xc} = \gamma h_n \quad (47)$$

$$h_{zc} = -\delta h_n \quad (48)$$

As equações de roll/yaw, sem o termo de controle, tornam-se:

$$T_x = I_x \ddot{\phi} + \omega_0 h_n \dot{\phi} + h_n \dot{\psi} \quad (49)$$

$$T_z = I_z \ddot{\psi} + \omega_0 h_n \dot{\psi} - h_n \dot{\phi} \quad (50)$$

Aplicando a transformada de Laplace:

$$T_x(s) = I_x \Phi(s)s^2 + \omega_0 h_n \Phi(s) + h_n \Psi(s)s \quad (51)$$

$$T_z(s) = I_z \Psi(s)s^2 + \omega_0 h_n \Psi(s) - h_n \Phi(s)s \quad (52)$$

Colocando as equações na forma matricial

$$\begin{bmatrix} T_x(s) \\ T_z(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x s^2 + \omega_0 h_n & h_n s \\ -h_n s & I_z s^2 + \omega_0 h_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi(s) \\ \Psi(s) \end{bmatrix} \quad (53)$$

A função transferência para o eixo de yaw é :

$$\frac{\Psi(s)}{T_z(s)} = \frac{I_x s^2 + \omega_0 h_n}{(I_x s^2 + \omega_0 h_n)(I_z s^2 + \omega_0 h_n) + h_n^2 s^2} \quad (54)$$

Consideramos as seguintes constantes:

$$\alpha = (I_x s^2 + \omega_0 h_n) \Phi(s)$$

$$\beta = h_n s \Psi(s) \quad (55)$$

$$\gamma = (I_z s^2 + \omega_0 h_n) \Psi(s)$$

Obtemos para $T_x = 0$

$$(I_x s^2 + \omega_0 h_n) \Phi(s) = -h_n s \Psi(s)$$

$$\alpha\Phi(s) = -\beta\Psi(s)$$

$$\Phi(s) = -\frac{\beta}{\alpha}\Psi(s)$$

Substituindo o $\Phi(s)$ em $T_z(s)$, então:

$$T_z(s) = -\beta\Phi(s) + \gamma\Psi(s)$$

$$T_z(s) = -\beta\left[-\frac{\beta}{\alpha}\Psi(s)\right] + \gamma\Psi(s)$$

$$T_z(s) = \left[\frac{\beta^2}{\alpha} + \gamma\right]\Psi(s)$$

$$T_z(s) = \left[\frac{\beta^2 + \gamma\cdot\alpha}{\alpha}\right]\Psi(s)$$

$$\frac{\Psi(s)}{T_z(s)} = \frac{\alpha}{\beta^2 + \alpha\cdot\gamma}$$

Substituindo as constante finalmente, temos

$$\frac{\Psi(s)}{T_z(s)} = \frac{I_x s^2 + \omega_0 h_n}{(I_x s^2 + \omega_0 h_n) \cdot (I_z s^2 + \omega_0 h_n) + h_n^2 s^2} \quad (56)$$

Considerando um torque de perturbação do tipo degrau $T_z = 1/s$ em yaw, produz a seguinte resposta em função do tempo

$$\psi(t) = \frac{T_z}{\omega_0 h_n} (1 - \cos \omega_0 t) + \frac{I_x T_z}{h_n^2} \left[1 - \cos\left(\frac{h_n}{I_x} t\right) \right] \quad (57)$$

Para examinar a ação de controle de roll/yaw, rescrevemos as equações (43) e (44), com seus respectivos termos de controle:

$$T_x = I_x \ddot{\phi} + \omega_0 h_n \phi + h_n \dot{\psi} + [\dot{h}_x - \omega_0 h_z] \quad (58)$$

$$T_z = I_z \ddot{\psi} + \omega_0 h_n \psi + [\dot{h}_z + \omega_0 h_x - h_n \dot{\phi}] \quad (59)$$

7.1 Lei de Controle para o eixo de Roll.

Admitindo uma lei do tipo PD em função do ângulo de roll, tem-se

$$M_{xc} = \dot{h}_{xc} - \omega_0 h_z = k\tau \dot{\phi} + k\phi - \omega_0 h_n \phi \quad (60)$$

Onde

M_{xc} é o torque de controle de roll;
 K e τ são ganho e constante de tempo.

Substituindo esses valores na equação (58)

$$\begin{aligned} T_x &= I_x \ddot{\phi} + \omega_0 h_n \phi + h_n \dot{\psi} + [\dot{h}_x - \omega_0 h_x] \\ T_x &= I_x \ddot{\phi} + \omega_0 h_n \phi + h_n \dot{\psi} + k\tau \dot{\phi} + k\phi - \omega_0 h_n \phi \\ T_x &= I_x \ddot{\phi} + k\tau \dot{\phi} + k\phi + h_n \dot{\psi} \end{aligned} \quad (61)$$

Uma vez determinado o ganho K .

A equação (61) será utilizada para simular o desempenho do sistema de controle deste eixo.

7.2 Lei de Controle para o eixo de Yaw.

Ao contrário da lei de controle de roll, que é obtida diretamente de ângulo ϕ ; no eixo de yaw isso não acontece, pois seu ângulo não é mensurável.

Portanto, considera-se a mesma lei PD de roll na forma

$$M_{zc} = \dot{h}_z + \omega_0 h_x - h_n \dot{\phi} = -kK(\tau \dot{\phi} + \phi) \quad (62)$$

onde

M_{zc} é o torque de controle de yaw;

k é a variação do ganho de yaw / roll

A equação (61) pode ser escrita como:

$$T_x = I_x \ddot{\phi} + k\tau \dot{\phi} + kK\phi + kh_n \dot{\psi}$$

$$kT_x = kI_x \ddot{\phi} + kK\tau + kK\phi + kh_n \dot{\psi}$$

$$-kK(\tau \dot{\phi} + \phi) = kh_n \dot{\psi} + kI_x \ddot{\phi} - kT_x \quad (63)$$

Com as expressões anteriores, uma nova equação de yaw, é dada por:

$$T_z = I_z \ddot{\psi} + \omega_0 h_n \dot{\psi} + [\dot{h}_z + \omega_0 h_x - h_n \dot{\phi}]$$

$$T_z = I_z \ddot{\psi} + \omega_0 h_n \dot{\psi} - kK(\tau \dot{\phi} + \phi)$$

$$T_z = I_z \ddot{\psi} + kh_n \dot{\psi} + \omega_0 h_n \dot{\psi} + kI_x \ddot{\phi} - kT_x \quad (64)$$

A equação (64) será utilizada para simular o desempenho do sistema de controle em yaw,

7.3 Avaliação da estabilidade dos eixos Roll/Yaw.

Para avaliar a estabilidade dos eixos roll/yaw, as transformadas das equações anteriores podem ser escritas na forma matricial

$$T_x = I_x \Phi(s)s^2 + K\tau\Phi(s)s + k\phi\Phi(s) + h_n\Psi(s)s \quad (65)$$

$$T_z = I_z\Psi(s)s^2 + kh_n\Psi(s)s + \omega_0 h_n\Psi(s) + kI_x\Phi(s)s^2 \quad (66)$$

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x s^2 + K(\tau s + 1) & h_n s \\ -kK(\tau s + 1) & I_z s^2 + \omega_0 h_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi(s) \\ \Psi(s) \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$T_x = [I_x s^2 + K(\tau s + 1)]\Phi(s) + h_n s\Psi(s) \quad (68)$$

$$T_z = [-kK(\tau\phi + \phi)]\Phi(s) + I_z s^2\Psi(s) + \omega_0 h_n\Psi(s) \quad (69)$$

A partir das equações 67, encontramos a equação característica de quarta-ordem dada por

$$\begin{aligned} C.E = I_x I_z s^4 + K I_z \tau s^3 + (K I_z + I_x \omega_0 h_n + k K h_n) s^2 \\ + (\omega_0 h_n K \tau + k K h_n) s + \omega_0 h_n K \end{aligned} \quad (70)$$

As funções transferência para a saída dos ângulos de roll e yaw associados com os respectivos torques de perturbação, podem encontrados como segue

$$T_z = f\Phi(s) + g\Psi(s) \quad (71)$$

$$\Psi(s) = \frac{T_z(s) - f\Phi(s)}{g} \quad (72)$$

$$T_x = d\Phi(s) + e\Psi(s) \quad (73)$$

$$T_x = d\Phi(s) + e \left[\frac{T_z - f\Phi(s)}{g} \right] \quad (74)$$

$$\Phi(s) = \frac{gT_x(s) - eT_z(s)}{(g \cdot d - e \cdot f)} \quad (75)$$

Definindo

$$\begin{cases} d = I_x s^2 + K(\tau s + 1) \\ e = h_n s \\ f = -kK(\tau s + 1) \\ g = I_z s^2 + \omega_0 h_n \end{cases}$$

e C.E = (g.d - e.c), temos

$$\Phi(s) = \frac{T_x(s)(I_x s^2 + \omega_0 h_n) - T_z(s)h_n s}{C.E} \quad (76)$$

$$\Phi(s) = \frac{T_x - e\Psi(s)}{d} \quad (77)$$

$$T_z = f \left[\frac{T_x - e\Psi(s)}{d} \right] + g\Psi(s) \quad (78)$$

$$\Psi(s)(g \cdot d - f \cdot e) = T_z \cdot d - T_x \cdot f \quad (79)$$

$$\Psi(s) = \frac{T_z \cdot d - T_x \cdot f}{C.E} \quad (80)$$

$$\Psi(s) = \frac{T_z \cdot (I_x s^2 + K(\tau s + 1)) + T_x kK(\tau s + 1)}{C.E} \quad (81)$$

$$\Psi(s) = \frac{T_z (I_x s^2 + K\tau s + K) + kK(\tau s + 1)T_x}{C.E} \quad (82)$$

Quando, fazemos $T_z = 0$, obtemos resposta do eixo de roll;

$$\Phi(s) = \frac{T_x(s)(I_z s^2 + \omega_0 h_n)}{C.E} \quad (83)$$

$$\frac{\Phi(s)}{T_x(s)} = \frac{I_z s^2 + \omega_0 h_n}{C.E} \quad (84)$$

$$T_x = 0$$

$$\frac{\Phi(s)}{T_x(s)} = \frac{h_n s}{C.E} \quad (85)$$

Quando, fazemos $T_x = 0$, obtemos resposta do eixo de yaw;

$$\Psi(s) = \frac{T_z(s)(I_x s^2 + K\tau s + K)}{C.E} \quad (86)$$

$$\frac{\Psi(s)}{T_z(s)} = \frac{I_x s^2 + K\tau s + K}{C.E} \quad (87)$$

$$T_z = 0$$

$$\frac{\Psi(s)}{T_z(s)} = \frac{kK(\tau s + 1)}{C.E} \quad (88)$$

Simplificando a equação característica temos:

$$C.E \equiv (I_x s^2 + K\tau s + K) \cdot (I_z s^2 + kh_n s + \omega_0 h_n) = 0$$

$$K\tau I_z \gg kh_n I_x \quad (89)$$

As raízes desta equação produz a frequência natural do sistema e taxa de amortecimento de cada modo, ou seja

$$s^2 + 2\zeta\omega + \omega^2 = 0 \quad (90)$$

$$1) s^2 + \frac{K\tau}{I_x} s + \frac{K}{I_x} = 0 \quad (91)$$

$$2) s^2 + \frac{kh_n}{I_z} s + \frac{\omega_0 h_n}{I_z} = 0 \quad (92)$$

sendo

$$\omega_{n_1} = \sqrt{\frac{K}{I_x}} \quad \omega_{n_2} = \sqrt{\frac{\omega_0 h_n}{I_z}} \quad (93)$$

$$\zeta_1 = \frac{\tau}{2} \sqrt{\frac{K}{I_x}} \quad \zeta_2 = \frac{k}{2} \sqrt{\frac{h_n}{\omega_0 I_z}}$$

As frequências ω_1, ω_2 , e os amortecimentos ζ_1, ζ_2 , são características da dinâmica de roll e yaw, respectivamente. Observa-se que um grande valor de h_n , resultará em uma rápida correção de yaw.

Uma estimativa para o ganho de roll pode ser obtida através da aplicação do teorema do valor final. Portanto, o erro no estado-estacionário de roll produzido por um troque de perturbação em roll é dado por

$$\Phi(s) = \frac{T_x(s)(I_z s^2 + \omega_0 h_n) - T_z(s)h_n s}{C.E} \quad (94)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} [s\Phi(s)] \quad (95)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left[s \frac{T_x(s)(I_z s^2 + \omega_0 h_n) - T_z(s)h_n s}{s(I_x I_z s^4 + I_z K \tau s^3 + (K I_z + I_x \omega_0 h_n + k K h_n) s^2 + (\omega_0 h_n K \tau + k K h_n) s + \omega_0 h_n K)} \right] \quad (96)$$

$$\phi_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} [s\Phi(s)] = \frac{T_x(s)\omega h_n}{\omega_0 h_n K} \quad (97)$$

$$\phi_{ss} = \frac{T_x}{K} \quad (98)$$

Considerando o torque máximo de roll devido a pressão solar e o erro permitido de 0.05 graus, tem-se que o mínimo valor do ganho deve ser de $K = 0.07 \text{ N.m/rad}$ com a frequência correspondente de 0.006 rad/s . Um valor maior de K resultará em um pequeno erro de estado – estacionário e uma resposta mais rápida no tempo. Assim assumindo um valor para a frequência de 0.025 rad/s tem-se o valor de 1.25 N.m/rad para o ganho em roll. Considerando um amortecimento crítico ($\zeta_1 = \zeta_2 = 1$) e $h_n = 200 \text{ N.m.s}$, nas equações 93, e $\tau = 80 \text{ s}$ para constante de tempo tem-se $k = 0.054$.

Estes valores também podem ser obtidos para o eixo de yaw aplicando o teorema do valor final na forma

$$\Psi(s) = \frac{T_z(s)(I_x s^2 + K\tau s + K) + kK(\tau s + 1)T_x(s)}{C.E} \quad (99)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} [s\Psi(s)] \quad (100)$$

$$\lim \left[s \frac{T_z(s)(I_x s^2 + K\tau s + K) + kK(\tau s + 1)T_x(s)}{s(I_x I_z s^4 + K I_z \tau s^3 + (K I_z + I_x \omega_0 h_n + kK \tau h_n) s^2 + (\omega_0 h_n K \tau + kK h_n) s + \omega_0 h_n K)} \right] \quad (101)$$

$$\psi_{ss} = \frac{T_z(s)K + T_x(s)kK}{\omega_0 h_n} \quad (102)$$

$$\psi_{ss} = \frac{T_z(s) + kT_x(s)}{\omega_0 h_n} \quad (103)$$

Observa- na expressão acima que como $k = 0.054$ é pequeno, o erro em yaw é menos influenciado pelo torque de perturbação de roll do que pelo torque de perturbação yaw.. Desprezando o torque de perturbação de roll e assumindo para $T_z = 5 \times 10^{-5} \text{ N.m}$ e um erro limite de 0.4° obtém-se um valor de 99 N.m.s para o momento nominal da roda, logo o valor adotado de 200 N.m.s satisfaz as especificações que serão usadas nas simulações que serão feitas a seguir.

8-Simulações.

8.1 – Sistema de Controle do Eixo de Pitch.

Inicialmente verifica-se o comportamento da resposta de eixo de pitch a uma perturbação impulsiva, utilizando-o valor de $K_p = 0.275$ N.m/rad. Como mostrado na Figura 8, observa-se que o valor do angulo máximo atingido fica bem abaixo do especificado e que este tende a zero num intervalo de tempo inferior a 5 minutos.

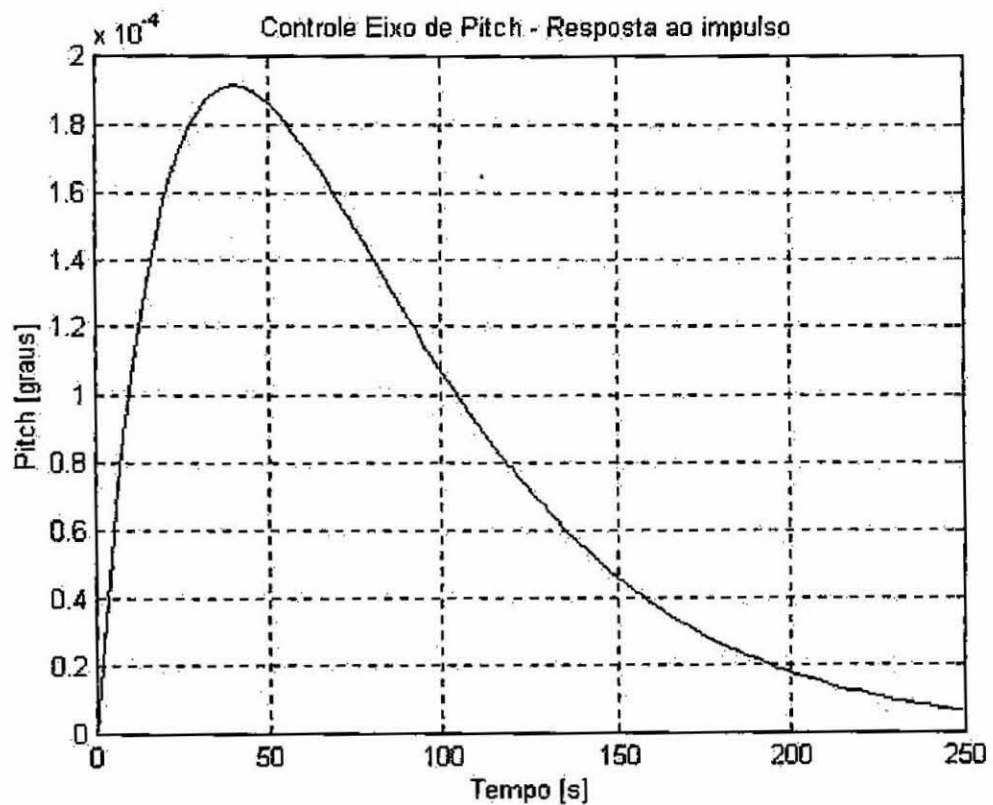


Figura 8 - Resposta de eixo de pitch a uma perturbação impulsiva.

Uma segunda simulação, mostrado na Ffigura 9, é o comportamento do eixo de pitch a um degrau da ordem de 8.5×10^{-5} . Valor típico para representar uma perturbação, por exemplo, devido ao desalinhamento de jatos de gás em torno deste eixo. Observa-se que o sistema de controle de pitch é capaz de absorve a perturbação, mantendo o erro bem abaixo do valor permitido de 0.05° , num tempo também inferior a 5 minutos.

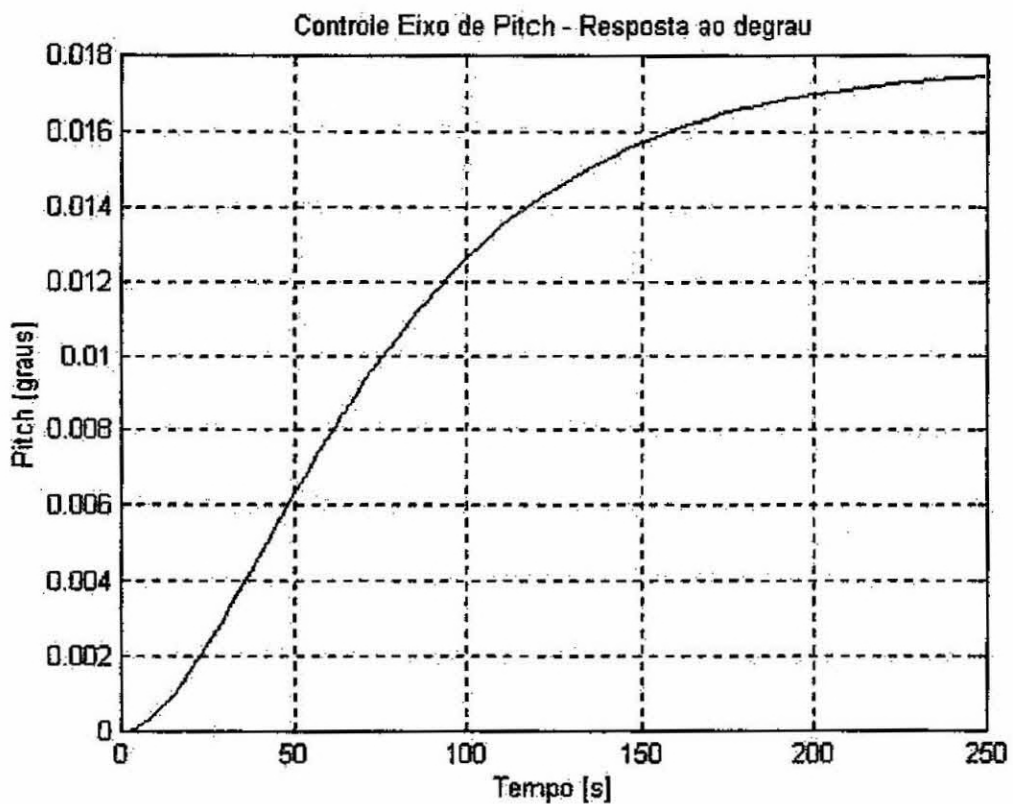


Figura 9 – Resposta ao degrau (8.5×10^{-5}) desalinhamento de jatos.

Para simular o comportamento do sistema de controle do eixo de pitch quando sujeito a condições iniciais arbitrárias, utilizou-se o Matlab/Simulink, construindo-se o diagrama de blocos mostrado na Figura 10.

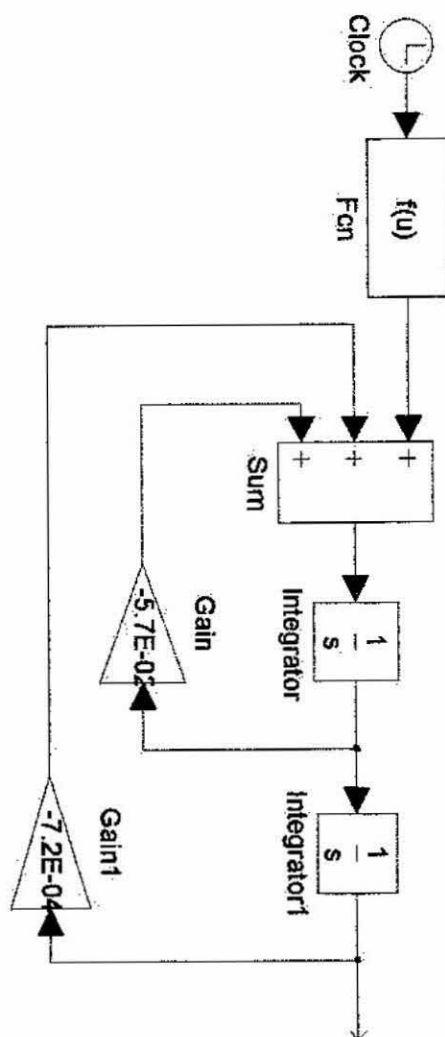


Figura 10 - Diagrama de Blocos do eixo de Pitch.

As Figuras 11 e 12, mostram o desempenho do sistema de controle em termos do comportamento do ângulo e da velocidade angular do eixo de pitch, respectivamente, quando este está sujeito as seguintes condições iniciais: 10 graus e -5 graus/s.

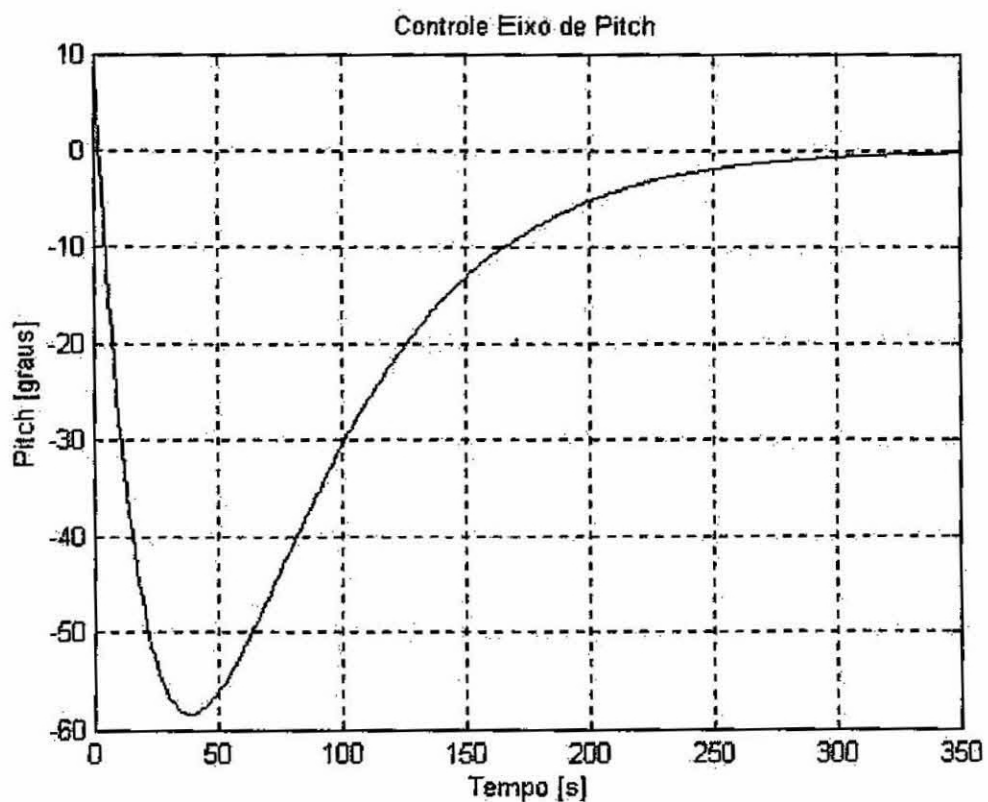


Figura 11 – Ação do controlador de pitch – CI de 10 graus

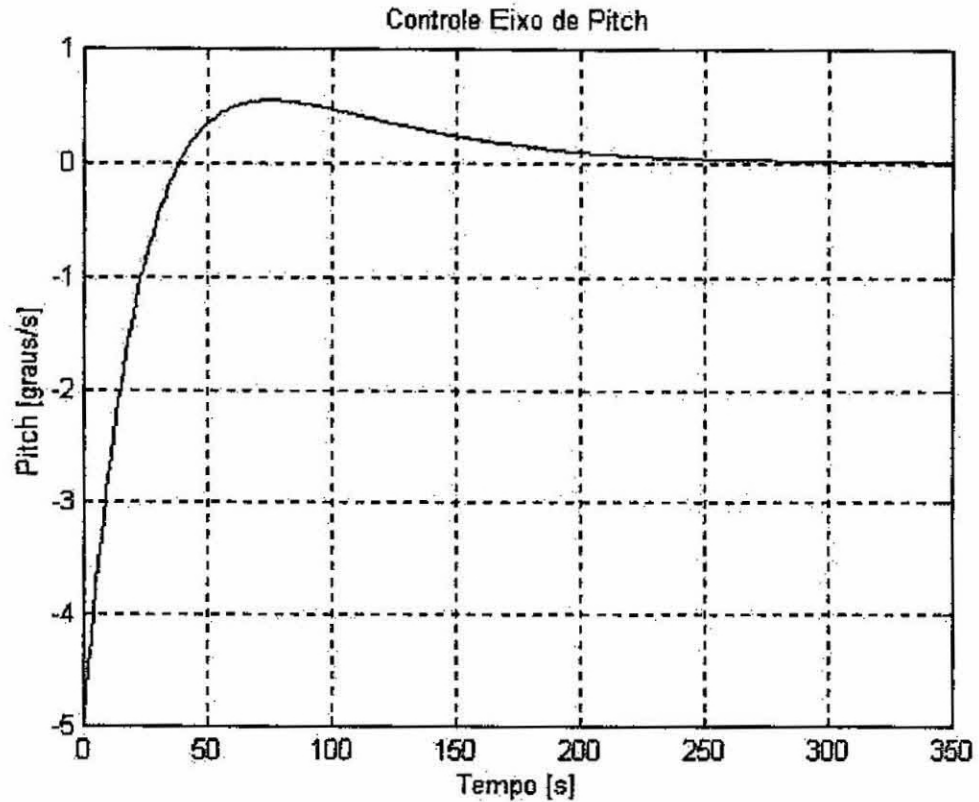


Figura 12 – Ação do controlador de pitch – CI de -5 graus/s.

As Figuras 11 e 12, mostram que o controlador implementado teve um bom desempenho, pois este foi capaz de reduzir as condições iniciais de ângulo e de velocidade angular a valores próximos de zero num intervalo de tempo inferior a 5 minutos.

8.2 – Sistema de Controle dos Eixos de Roll/Yaw.

O comportamento do sistema de controle dos eixos acoplados de roll/yaw, quando sujeito a condições iniciais arbitrárias, é avaliado através do diagrama de blocos mostrado na Figura 13.

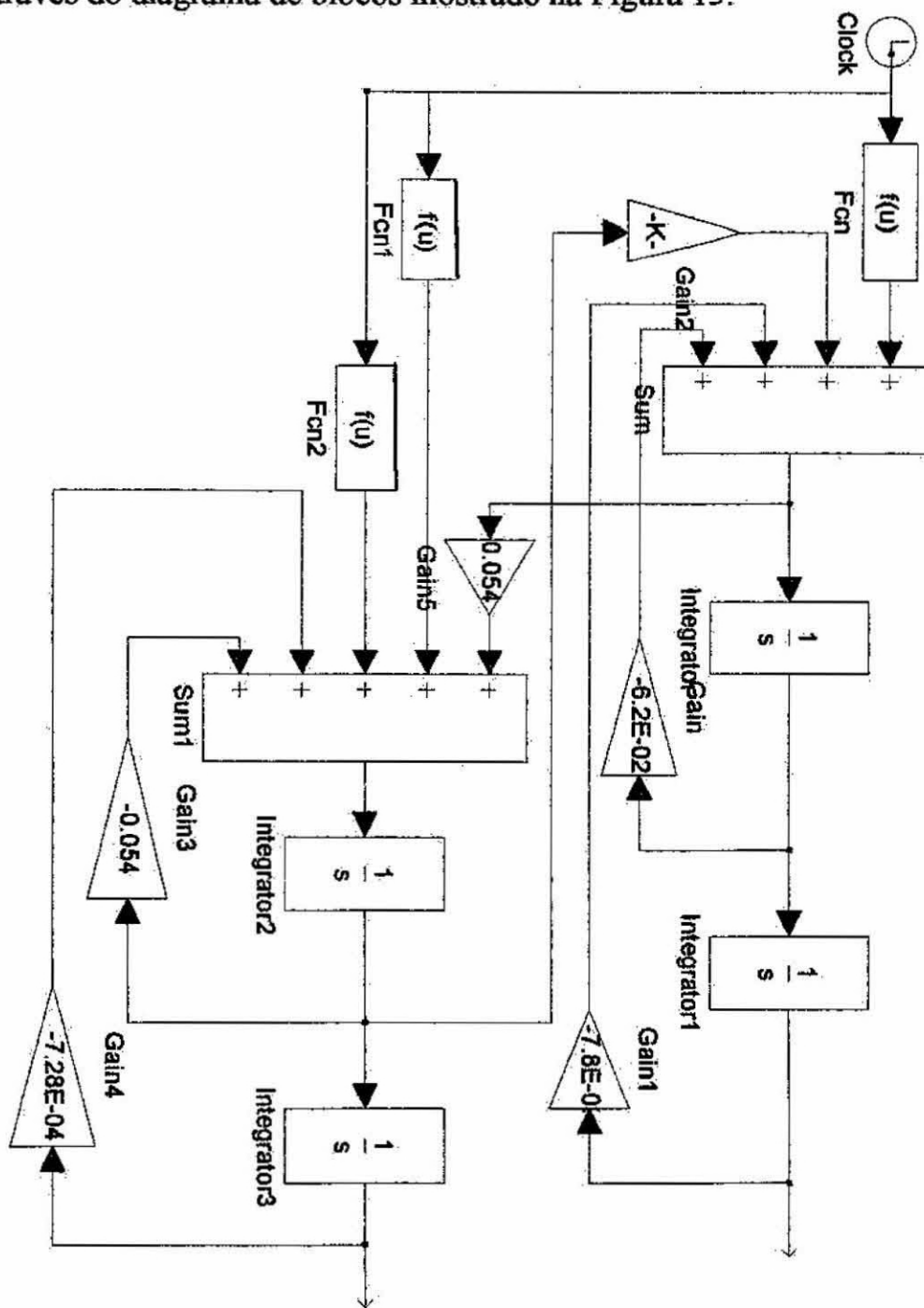


Figura- 13 Diagrama de blocos do controle dos eixos de roll/yaw

As Figuras 14 e 15, mostram o desempenho do sistema de controle em termos do comportamento do ângulo e da velocidade angular do eixo acoplado de roll, respectivamente, quando este está sujeito as seguintes condições iniciais: - 10 graus e 5 graus/s.

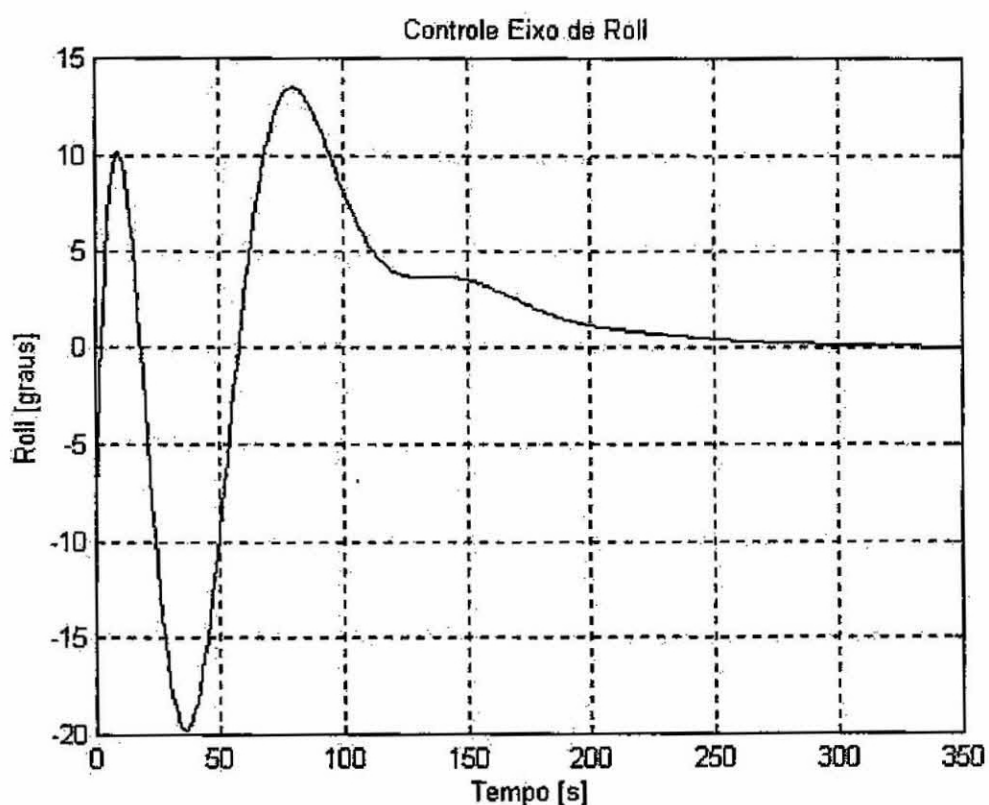


Figura 14 — Ação do controlador de roll – CI de -10 graus.

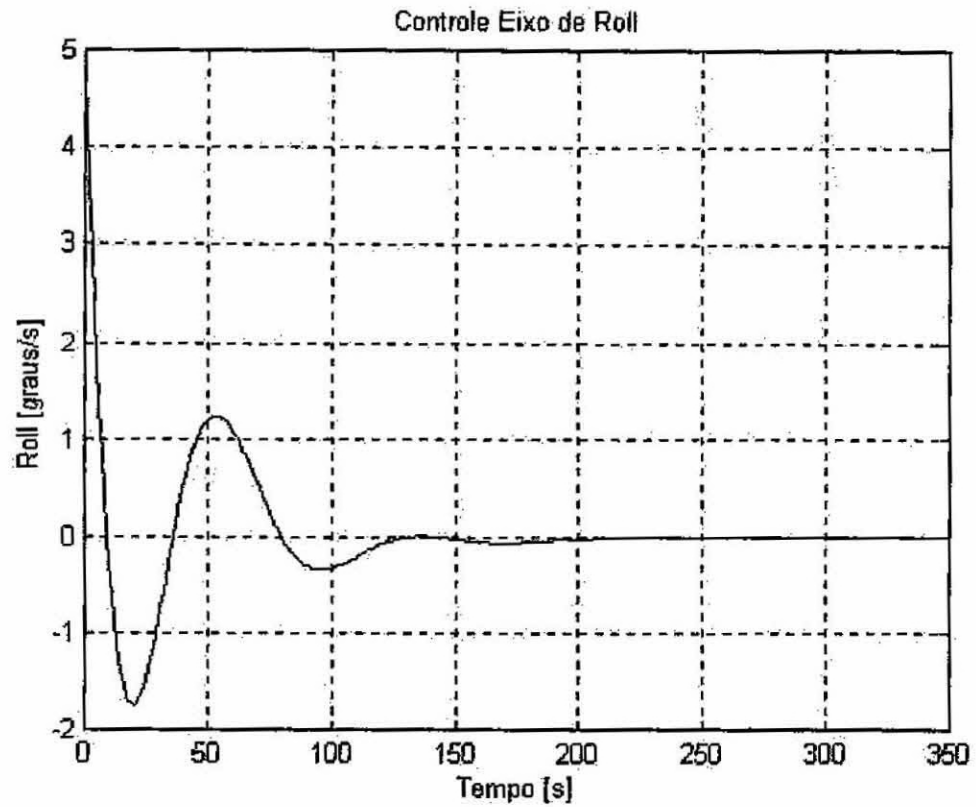


Figura 15 — Ação do controlador de roll – CI de 5 graus.

As Figuras 14 e 15, mostram que o controlador implementado teve um bom desempenho, pois este foi capaz de reduzir as condições iniciais de ângulo e de velocidade angular a valores próximos de zero num intervalo de tempo inferior a 5 minutos.

As Figuras 16 e 17, mostram o desempenho do sistema de controle em termos do comportamento do ângulo e da velocidade angular do eixo acoplado de yaw, respectivamente, quando este está sujeito as seguintes condições iniciais: 10 graus e -5 graus/s.

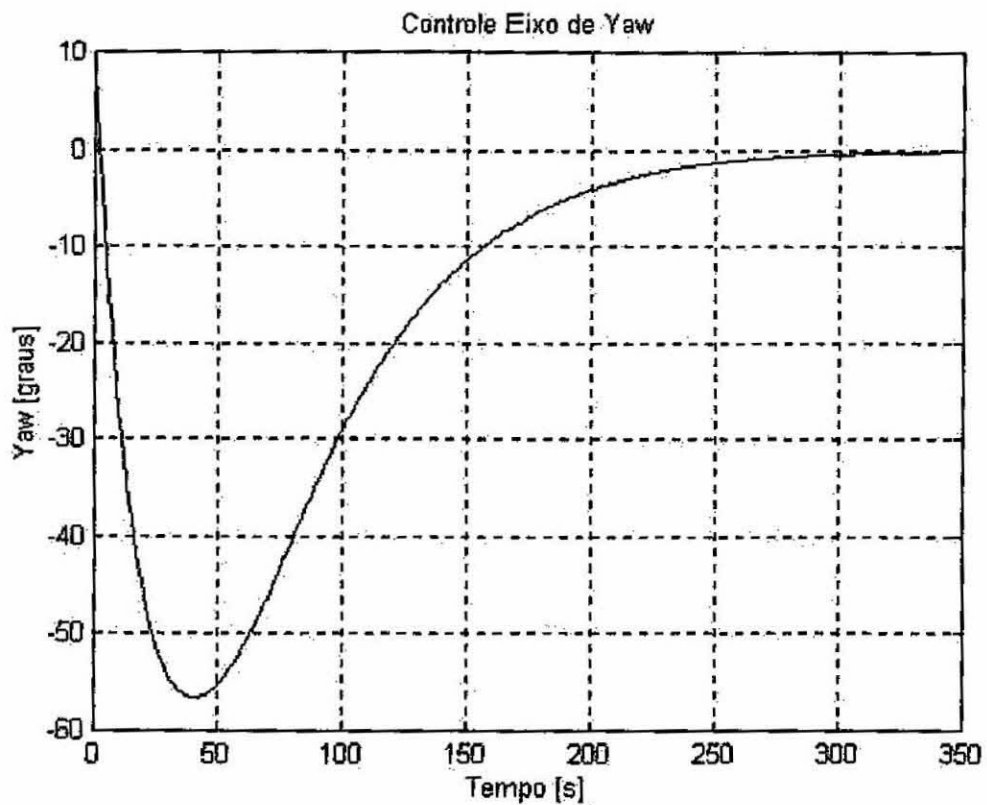


Figura 16 — Ação do controlador de yaw — CI de 10 graus.

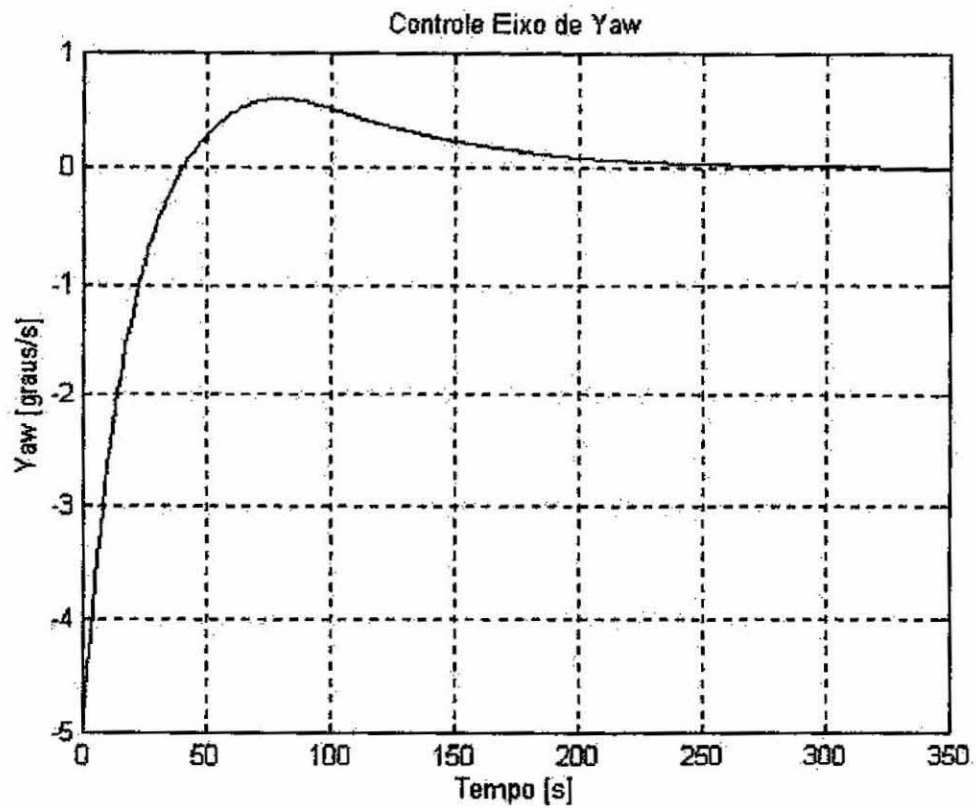


Figura 17 — Ação do controlador de yaw – CI de -5 graus/s.

As Figuras 16 e 17, mostram que o controlador implementado teve um bom desempenho, pois este foi capaz de reduzir as condições iniciais de ângulo e de velocidade angular a valores próximos de zero num intervalo de tempo inferior a 5 minutos.

9- Conclusões

Neste trabalho os conceitos básicos da teoria de controle linear foram aplicados para a análise do sistema de controle de atitude de um satélite artificial.

O sistema de controle estudado utiliza como atuador uma roda de reação, cujo vetor momento angular gerado tem liberdade de movimento de rotação em torno de dois eixos perpendiculares entre si, isto é, a roda tem dois graus de liberdade. Este tipo de montagem, conhecida como “double-gimbaled wheel system” permite que sejam gerados torques de controle em torno dos três eixos do satélite, embora, o controle da velocidade angular da roda seja feito somente em torno de dois eixos.

Uma grande vantagem da estratégia de controle proposto está associada a necessidade de utilização de somente dois sensores de atitude, fato que muito simplifica o sistema de controle. A avaliação do desempenho do sistema é feita no modo de operação nominal, onde os efeitos do torques perturbadores são mais relevantes.

Propriedades como massa, dimensões do satélite e seus requisitos de operação são considerados para um satélite do tipo geostacionário. O torque perturbador considerado é devido a pressão de radiação solar.

O desempenho do sistema de controle foi analisado avaliando a resposta do sistema a torques perturbadores do tipo impulsivo e degrau, onde este último representa a perturbação gerada pelo desalinhamento de jatos de gás. Também foi avaliado o desempenho do sistema de controle considerando o satélite em condições iniciais arbitrárias.

As simulações mostraram que o sistema de controle proposto teve um bom desempenho, uma vez que as leis de controle utilizadas foram capazes de amortecer as oscilações iniciais e controlar a atitude do satélite num intervalo de tempo inferior a cinco minutos.

10 . Referência Bibliográfica

- Atherton, D.P., *Nonlinear Control Engineering* . London, Van Nostrand Reinhold Company Ltd., 1975.
- Anderson, B.D.°, & J.B. Moore, *Linear Optimal Control*, Englewood Cliffs, N.J, Prentice-Hall, Inc., 1971.
- Chen, C.T., *Analysis and Synthesis of Linear Control Systems*, New York, Holt, Rinehart and Winston, 1975.
- D'Azzo, J.J. & C.H. Houpis, *Linear Control System Analysis and Design*, 3rd ed., New York: McGraw-Hill Book Company, 1988.
- Franklin, G.F. & J.D. Powell, *Digital Control of Dynamics Systems*, Reading Mass., Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.
- Hughes,P.C.; *Spacecraft Attitude Dynamics*, Wiley, New York, 1986.
- Ogata, K. , *Modern Control Engearing*. Englewood Cliffs, N.J, Prentice-Hall, Inc., 1970.
- Kaplan, M. *Modern Spacraft Dynamics & Control*, Wiley, New York,1976..
- Kouvaritakis, B.^a, 'Theory and Practice of the Characteristic Locus Design Method , Proceeding of the IEE, Vol. 126, pp.542-548, June, 1979.
- Maciejowski, J.M., *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley Publishing Company,Cambridge, 1989.
- Skelton, R.E., *Dynamics Systems Control*, John Wiley & Sons, Inc., USA, 1988.
- Wertz, J. R; *Spacecraft Attitude Determination And Control*, D. Reidel, Boston,MA,1978.