



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**



**CARACTERÍSTICA ORBITAL DE UMA NUVEM DE  
PARTÍCULAS CONSIDERANDO MANOBRAS ASSISTIDAS POR  
GRAVIDADE**

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA  
(PIBITI/CNPq/INPE)**

Rafael da Silva Mira Junior (FATEC, Bolsista PIBIC/CNPq)  
E-mail: rafael.mira@fatec.sp.gov.br

Dr. Jorge Kennety Silva Formiga (UNESP/ICT, DMC/INPE, Orientador)  
E-mail: jkennety@yahoo.com.br

**COLABORADORES**

Dr. Antonio Fernando Bertachini A. Prado (DMC/INPE)

INPE  
São José dos Campos  
Junho de 2016

## RESUMO

O foco deste trabalho foi estudar o problema de uma manobra assistida por gravidade (*swing-by*), de uma nuvem de partículas com passagem próxima a um planeta onde foi considerado o arrasto atmosférico. Este tipo de pesquisa tem grande importância, porque é possível obter o tamanho e densidade de uma nuvem de partículas após uma passagem próxima, em um tempo qualquer. Com essas informações os veículos espaciais podem planejar as manobras orbitais com antecedência e com um melhor conhecimento sobre a densidade e tamanho da nuvem. Contudo a redução dos riscos e do consumo de combustível pode ser planejada em uma missão. O sistema estudado é constituído pelo Sol, o planeta em órbita circular e uma sonda que explode durante a passagem próxima ao planeta, tornando-se uma nuvem de partículas. O movimento do sistema abordado é planar, de modo que a equação de movimento é dada pelo problema plano restrito de três corpos, com a inclusão da resistência atmosférica. Inicialmente o planeta Júpiter será considerado para estudo durante a passagem. A posição e a velocidade inicial de cada partícula, bem como a da sonda, são especificadas no periapse, devido à explosão que será assumida. Depois da explosão ocorre uma mudança na órbita da nuvem de partículas criada, após a passagem próxima com o planeta, essas mudanças são mapeadas, em particular os parâmetros orbitais. Os efeitos resultantes são comparados com manobras semelhantes, porém, sem a presença da atmosfera do planeta. Estudos semelhantes a esses podem ser vistos em Gomes (2013), onde o objetivo foi estudar passagens próximas entre um planeta e uma nuvem de partículas, o modelo matemático incluiu a presença da atmosfera do planeta.

## SUMÁRIO

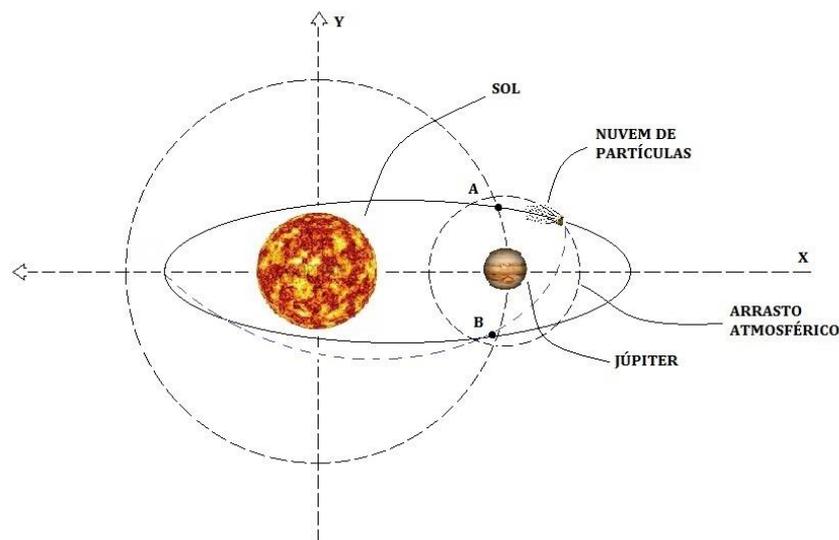
1 - INTRODUÇÃO.....	4
1.1. – Objetivo.....	5
2 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	5
2.1. – Problema dos Dois Corpos.....	5
2.2. – Problema Restrito dos Três Corpos.....	6
2.3. – Arrasto Atmosférico.....	8
2.4. – <i>Swing-by</i> .....	8
3 - MATERIAIS E MÉTODOS.....	9
3.1. – Critério de Tisserand.....	10
4 - RESULTADOS.....	11
5 - CONCLUSÃO.....	17
6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	18

## 1 - INTRODUÇÃO

As nuvens de partículas podem ser fragmentos de asteroides, grupos de asteroides, lixo espacial, cometas fragmentados, entre outros. Mesmo que os riscos sejam pequenos, a nuvem de partículas pode causar sérios danos a um veículo espacial e quando esses riscos não são previstos, podem ocasionar danos e consequentemente perdas imensuráveis. O sistema estudado é constituído pelo Sol, o planeta em órbita circular e uma sonda que explode durante a passagem próxima ao planeta, tornando-se uma nuvem de partículas. O movimento do sistema abordado é planar, de modo que as equações de movimento são dadas pelo problema plano restrito de três corpos, com a inclusão da resistência atmosférica.

Inicialmente o planeta Júpiter será considerado para estudo durante a passagem. As posições e as velocidades iniciais das partículas e da sonda são específicas no periapse, devido à explosão que será assumida. Depois da explosão ocorre uma mudança na órbita da nuvem de partículas criada, de forma que, após a passagem próxima com o planeta, as modificações dos elementos orbitais são mapeadas após a passagem pelo planeta. Os efeitos resultantes são comparados com manobras semelhantes, porém, sem a presença da atmosfera do planeta, é possível entender melhor o encontro visualizando a **Figura 1**.

**Figura 1** – Representação fora de escala da manobra orbital



**Fonte:** Adaptado de Gomes (2013)

Estudos semelhantes a esses podem ser vistos em Gomes (2013), onde o objetivo foi estudar passagens próximas entre um planeta e uma nuvem de partículas, o modelo matemático incluiu a presença da atmosfera do planeta. As equações do movimento foram dadas pelo problema restrito dos três corpos combinado com as forças dadas pelo arrasto atmosférico. Prado (2005), estudou uma abordagem em que o sistema dinâmico foi formado por dois corpos principais em órbitas circulares e uma nuvem de partículas em movimento planar, o objetivo foi estudar a mudança da órbita da nuvem após o encerramento da abordagem com o planeta. Gomes (2008), estudou uma manobra entre um dos planetas do Sistema Solar e uma nuvem de partículas. O movimento foi assumido para ser planar para todas as partículas e para o estudo da dinâmica do sistema foi usada a *patched-conic*. Esse método permitiu o uso de uma série de problemas de dois corpos, para gerar as equações analíticas que descrevem o problema.

## 1.1 - OBJETIVO

O objetivo principal é entender a mudança da órbita da nuvem de partículas após a passagem próxima ao planeta conhecendo o comportamento orbital dela. Supõe-se que todas as partículas que pertencem à nuvem vêm de um único corpo que existia antes da passagem. Deseja-se conhecer os parâmetros orbitais das partículas após a passagem, em seguida, comparar os efeitos com uma manobra na ausência de atmosfera.

Neste trabalho utilizaremos conceitos do problema dos dois corpos, problema restrito dos três corpos e *swing-by*.

## 2 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1. - Problema dos Dois Corpos

No problema dos dois corpos é assumido um corpo celeste de grande massa e um corpo de massa menor que orbita o de maior massa, é uma modelagem simples que permite solução analítica e resultados precisos em grande parte das situações.

Um bom exemplo desse caso é um satélite girando em torno da Terra, para solução desse problema é utilizando a equação geral das cônicas conforme Prado (2001):

$$r = \frac{p}{1 + e \cos f} \quad (1)$$

Onde:

$r$  é o raio vetor que vai do centro do corpo celeste de maior massa ao corpo celeste de menor massa

$f$  é o ângulo medido do perigeu ao corpo de menor massa

$e$  é a excentricidade da cônica

$p$  é o semilatus rectum

## 2.2. - Problema Restrito dos Três Corpos

O problema restrito de três corpos estuda o movimento de um corpo de massa desprezível em torno de dois corpos maiores de massas finitas. Esse modelo é muito utilizado para planejar missões em diversos planetas do sistema solar, como também estudar o movimento de cometas e asteroides, entre outros.

Porém para a solução desse problema em um caso onde deseja-se conhecer o movimento de um corpo que não perturba o movimento dos outros dois e o mesmo está sob a influência desses dois que possuem massas maiores. Não há uma solução analítica para essa situação, desse modo é necessário recorrer a integração numérica.

A "Integral de Jacobi" é uma constante de movimento muito importante no problema restrito de três corpos. Ela somente pode ser usada quando o arrasto atmosférico não é considerado. Neste trabalho é utilizada como um parâmetro para identificar uma única trajetória, de acordo com Gomes (2013):

$$J = E - \omega C = \frac{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2}{2} - \frac{X^2 + Y^2}{2} - \frac{1-\mu}{r_1} - \frac{\mu}{r_2} \quad (2)$$

Onde:

$E$  é a energia

$C$  é o momento angular

$r_1$  é a distância entre a nave espacial e o Sol

$r_2$  é a distância entre a nave espacial e Júpiter

$\omega$  é a velocidade angular do sistema de Sol-Júpiter

$\mu$  é a massa de Júpiter ( $1,898 \cdot 10^{27}$  kg)

Agora considerando o arrasto atmosférico são utilizadas outras equações, o sistema canônico de unidades é usado. Isto implica que a unidade de distância é a distância entre os dois corpos celestes de maior massa, a unidade de massa é a massa total dos corpos exceto o corpo de massa infinitesimal e a unidade de tempo é definida de tal modo que o período de movimento dos corpos de maior massa sejam de  $2\pi$ . Desse modo as equações de movimento são, Gomes (2013):

$$\begin{aligned}\ddot{X} - 2\dot{Y} &= \frac{\partial \Omega}{\partial X} + F_x \\ \ddot{Y} + 2\dot{X} &= \frac{\partial \Omega}{\partial Y} + F_y\end{aligned}\quad (3)$$

Onde  $\Omega$  é o potencial, dado por:

$$\Omega = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{(1-\mu)}{r_1} + \frac{\mu}{r^2}\quad (4)$$

E  $F_x$  e  $F_y$  são as componentes da força de arrasto ( $F^{\rightarrow}$ ), expressas por:

$$\vec{F} = (F_x, F_y) = \frac{-C_D A V \rho_0 e^{-(h-h_0)/H}}{2m} \vec{V}\quad (5)$$

Onde:

$C_D$  é o coeficiente de resistência aerodinâmica, que é uma constante que leva em conta a forma do veículo espacial ou das partículas

$A$  é a área da seção transversal do veículo espacial ou das partículas

$\vec{V}$  é a velocidade da sonda ou das partículas

$m$  é a sua massa

$\rho_0$  é a densidade da atmosfera a uma altitude  $h_0$

$h$  é a altitude da nave espacial

$H$  é uma constante que especifica a velocidade de decaimento da densidade com a altitude

### 2.3. - Arrasto Atmosférico

O movimento orbital dos satélites artificiais é influenciado pelo atrito com a atmosfera, que é denominado de força de arrasto ( $F^{\rightarrow}$ ) que atua no sentido contrário ao movimento do satélite.

No caso de uma órbita elíptica, o satélite é predominantemente afetado pelo arrasto numa faixa do perigeu, com essa constante redução de energia orbital ocorre um decaimento no semieixo maior da órbita dado pela expressão, de acordo com Prado (2001):

$$\Delta a = -2 \pi C_d \left( \frac{A}{m} \right) a^2 \rho \quad (6)$$

Onde:

$C_d$  é o coeficiente de arrasto

$A/m$  é a razão massa/área do satélite

$a$  é o semi-eixo maior da órbita

$\rho$  é a densidade da atmosfera

Essas perturbações têm forte influência para satélites baixos onde a atmosfera é muito densa e devem ser analisadas com atenção.

### 2.4. - *Swing-by*

O *swing-by* (manobras assistidas por gravidade) é conhecido por ser uma excelente solução na economia de combustível em missões espaciais, basicamente consiste em usar o movimento e a influência gravitacional de um corpo celeste adotado para alterar a trajetória, velocidade, energia e momento angular de naves espaciais, segundo Prado (2001) existem três fatores que identificam esse fenômeno são eles o ângulo entre a linha do perigeu e a linha que une os dois corpos celestes de massas finitas, a distância do perigeu durante a passagem e a magnitude da velocidade de aproximação do terceiro corpo de massa desprezível.

Neste trabalho é feita uma abordagem de trajetórias através de manobras assistidas por gravidade. Este estudo foi realizado em uma nuvem de partículas e dois

corpos celestes, onde foram analisadas as características orbitais da nuvem antes e depois da manobra.

### 3 - MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia utilizada para o estudo de passagens próximas de um corpo celeste que inclui uma teoria já desenvolvida e apresentada Prado (2001) e Gomes (2013) onde apresentam o problema restrito de três corpos considerando manobras de *swing-by* e arrasto. Para identificar uma trajetória é muito importante definir um conjunto de variáveis que podem caracterizar manobras de *swing-by*. Existem muitas opções que podem ser usadas para este fim. Nesta pesquisa, foram utilizadas as mesmas selecionadas em Gomes (2013):

$\Psi$ , o ângulo de abordagem. É o ângulo formado pela linha que une o centro de Júpiter para o ponto mais próximo da abordagem da trajetória e a linha que liga os dois corpos celestes (Sol-Júpiter);

$J$ , a constante Jacobiana, expresso por (2). Apesar de não ser mais constante após a inclusão do arrasto atmosférico, este parâmetro é normalmente utilizado para identificar trajetórias *swing-by*. Sua única função é determinar a velocidade da partícula no periapse;

$hp$ , a altitude do periapse para a trajetória em torno de Júpiter. A escolha destes parâmetros foi feita com base na literatura Gomes (2013), que utilizou essas variáveis e apresentaram ser ideais para descrever o problema.

Para comparar as trajetórias considerando e não considerando a força de arrasto é necessário seguir as etapas abaixo.

(A) Ao estudar trajetórias sem a força de arrasto, uma integração numérica é feita começando no periapse, até que a sonda passe pelo ponto B (**Figura 1**). Neste ponto, é assumido que a sonda está suficientemente distante de Júpiter, para que as fórmulas do problema de dois corpos sejam válidas para calcular a energia de dois corpos e o momento angular antes da manobra para o sistema Sol-Sonda. Depois disso, as condições iniciais são retornadas ao periapse. A nuvem de partículas é criada fazendo pequenas modificações nas variáveis  $\Psi$  e  $hp$ . Assim, são assumidas para as partículas terem valores  $\Psi - \delta\Psi \leq \Psi \leq \Psi + \delta\Psi$  para o ângulo de abordagem e  $hp - \delta hp \leq hp \leq hp$

+  $\delta hp$  para a altitude do periapse. Foram fixados limites para esses incrementos ( $\delta\Psi$ ,  $hp$ ), para definir as características da nuvem. Valores maiores representam uma forte explosão que cria uma nuvem dissipada e logo para valores menores representam explosões mais fracas com uma nuvem mais aglomerada. A fim de executar as integrações para cada partícula foi assumida que a constante Jacobiana é igual para todas as partículas. Esta integração é executada até a nave espacial explodir ou até que chegue no ponto A (**Figura 1**), assumido ser um ponto suficientemente distante de Júpiter para não sofrer influência significativa de seus efeitos. O problema de dois corpos foi utilizado novamente com o mesmo objetivo citado anteriormente, porém agora para obter resultados após a manobra;

(B) Na manobra com a presença da força de arrasto a integração numérica também começa no periapse, com os mesmos valores para os parâmetros  $J$ ,  $\Psi$  e  $hp$  da manobra sem arrasto. A integração da trajetória da nave espacial também é feita da mesma maneira que foi feita no passo anterior, mas agora foi incluída a força de arrasto a partir do ponto B. A integração numérica para as partículas é realizada a partir da passagem próxima, incluindo a força de arrasto, para cada partícula até chegar ao ponto A. As mesmas condições feitas para a situação sem a força de arrasto são feitas aqui em relação à condição inicial de cada partícula. Então são calculadas a energia, o momento angular, o semieixo maior, a excentricidade e a constante de Jacobi antes e depois do *swing-by* para medir os efeitos da atmosfera. Também é calculado com e sem a presença da força de arrasto, para medir a sua influência. Os resultados são mostrados nas figuras que têm o semieixo maior e a excentricidade da nuvem depois da passagem pela a atmosfera e os valores correspondentes para a nave espacial antes da passagem.

### **3.1. - Critério de Tisserand**

É sabido que, quando uma partícula passa próximo de um corpo celeste, os elementos orbitais podem sofrer grandes alterações. O astrônomo francês Francois Felix Tisserand, em 1889, estabeleceu uma relação entre os elementos orbitais que devem continuar quase inalterados após uma passagem próxima. É uma equação, escrita no sistema canônico adimensional de unidades, que representa uma quantidade que deve ser quase conservada pela passagem próxima. Os dois corpos observados, devem satisfazer o Critério do Tisserand, Gomes (2013):

$$\frac{1}{a_i} + 2\sqrt{a_i(1-e_i^2)}\cos i_i \approx \frac{1}{a_0} + 2\sqrt{a_0(1-e_0^2)}\cos i_0 \quad (7)$$

Onde:

$a_i$ ,  $e_i$  e  $i_i$  são os elementos orbitais da partícula antes da manobra;

$a_0$ ,  $e_0$  e  $i_0$  são os elementos orbitais da partícula após a manobra

Todas as órbitas envolvidas são planares. Logo há apenas duas opções para a inclinação antes e depois da passagem próxima: 0 ou 180 graus. Assim, as formas trigonométricas apresentadas nesta equação ( $\cos i_i$  e  $\cos i_0$ ) são ambos menos um ou um. Neste estudo, o Critério de Tisserand foi usado para validar as órbitas encontradas.

#### 4 - RESULTADOS

Os resultados foram obtidos através de um algoritmo numérico e os dados de entrada são apresentados na **Tabela 1**, os resultados são visíveis nas figuras que exibem o semieixo maior e a excentricidade das partículas da nuvem, com e sem arrasto. A **Tabela 2** mostra os valores dos parâmetros orbitais da nave espacial, antes da passagem. Foram considerados quatro valores para a constante de Jacobi ( $J$ ): -1.3, -1.0, 1.3 e 1.0. Eles foram escolhidos com base em simulações com diferentes valores. Uma vez que a constante Jacobiana é equivalente à velocidade do veículo espacial no periapse, é importante usar valores que não resultam em velocidades muito baixas e nem muito altas, pois com as velocidades baixas podem ocorrer muitas capturas por Júpiter e velocidades muito elevadas têm poucos efeitos no *swing-by*. Oito valores foram utilizados para o ângulo de aproximação  $\Psi$ : 0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315°.

Esses ângulos foram escolhidos de modo a cobrir toda a gama de valores até 360° igualmente espaçados, de tal modo que existem capturas e escapes para as partículas, assim como regiões sem efeitos do *swing-by*. Os resultados mais representativos são mostrados nas **Figuras 2, 3 e 4**, onde os valores estão em unidades canônicas.

**Tabela 1:** Dados de entrada para Simulação.

Coeficiente de Arrasto (CD)	0,900
Área da Seção Transversal	0,001m <sup>2</sup>
Massa da Nave Espacial	100,000kg
Densidade h0	95000,000
h0	71200,000
mu	0,0009537
Distância do Perigeu	180,000
Raio de Jupiter	71400,000 km

Fonte: Produção do autor.

**Tabela 2:** Parâmetros orbitais e valores de Tisserand para uma nuvem de partículas antes e após a manobra orbital.

Órbita Inicial (Unidades Canônicas)				Após Manobra (Nuvem de Partículas)				
J	$\psi$ (Graus)	$a$ (Semieixo Maior)	e (Excentricidade)	Critério de Tisserand				
				T (Sem Arrasto)	Arrasto	T <sub>m</sub>	T <sub>min</sub>	T <sub>max</sub>
-1,0	0	-1,2377	1,6105	2,000569	0,9	2,170563	2,149411	2,198400
	45	-0,5364	2,8214	2,001300	0,9	2,165047	2,150086	2,180955
	90	-0,5470	2,7745	2,001829	0,9	2,181785	2,150564	2,217036
	135	-1,3913	1,5262	2,001847	0,9	2,165950	2,150558	2,182731
	180	1,2291	0,8445	2,001343	0,9	2,171221	2,150074	2,199034
	225	0,5347	0,9959	2,000612	0,9	2,164361	2,149399	2,180270
	270	0,5452	0,9935	2,000082	0,9	2,180177	2,148930	2,215458
	315	1,3799	0,8395	2,000065	0,9	2,164344	2,148935	2,181147
-1,3	0	3,5885	0,7900	2,601374	0,9	2,751697	2,748039	2,756408
	45	-2,0353	1,4747	2,601834	0,9	2,748679	2,748404	2,748954
	90	-1,6013	1,6199	2,602114	0,9	2,779358	2,748611	2,814073
	135	-27,6762	1,0317	2,602051	0,9	2,750675	2,748534	2,752933
	180	1,0781	0,5917	2,601683	0,9	2,751877	2,748226	2,756580
	225	0,5886	0,8084	2,601223	0,9	2,748137	2,747862	2,748412
	270	0,5459	0,8534	2,600943	0,9	2,778464	2,747661	2,813245

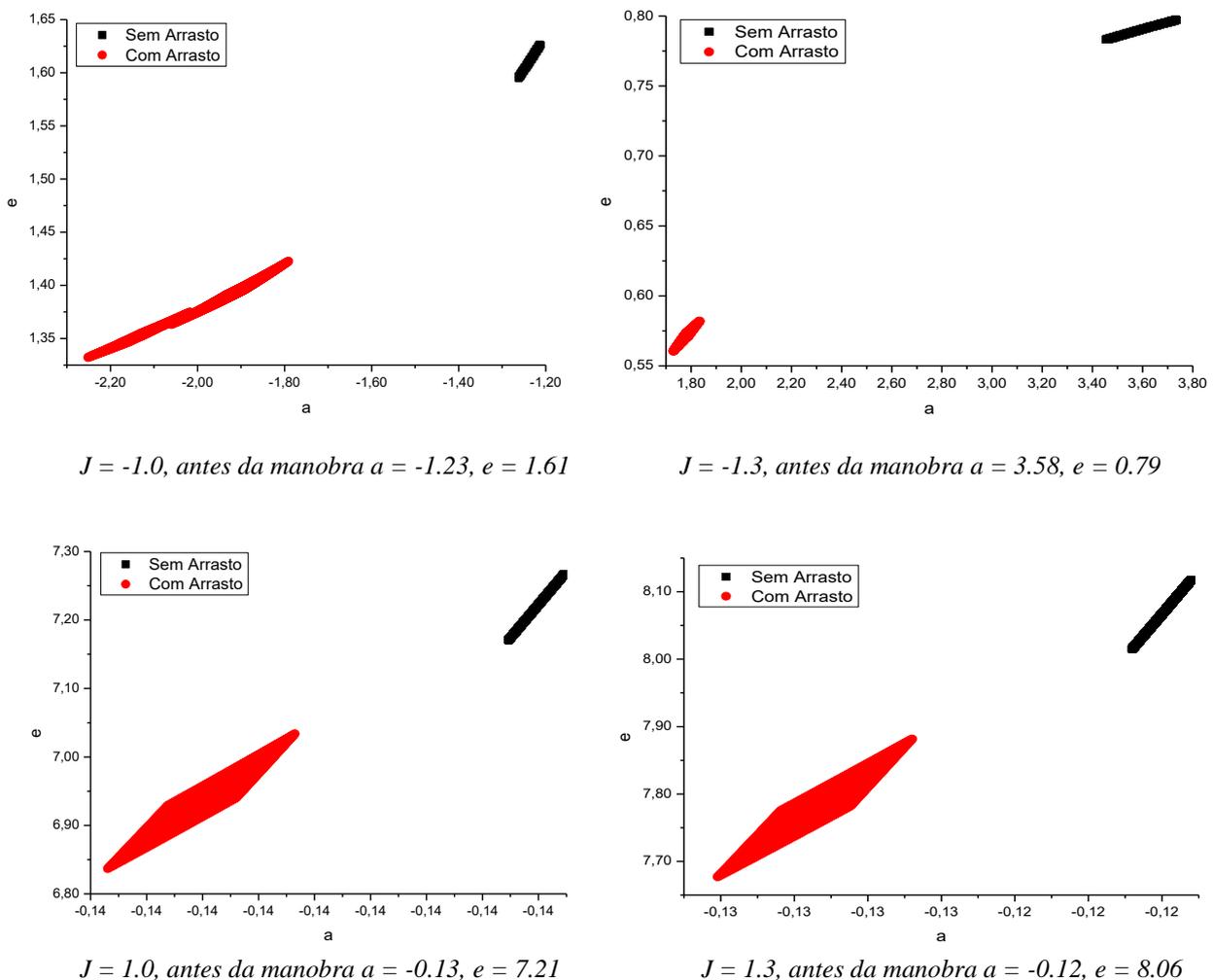
	315	0,8038	0,6532	2,601006	0,9	2,749880	2,747735	2,752143
1,0	0	-0,1370	7,2196	-2,00444	0,9	-1,80500	-1,83960	-1,76593
	45	-0,2384	2,4572	-2,00296	0,9	-1,80354	-1,83815	-1,76447
	90	-1,0230	1,1207	-2,00142	0,9	-1,80204	-1,83664	-1,76298
	135	2,1374	0,5359	-2,00073	0,9	-1,80138	-1,83596	-1,76234
	180	-1,4210	1,1385	-2,00129	0,9	-1,80195	-1,83654	-1,76290
	225	-0,2627	2,0247	-2,00277	0,9	-1,80341	-1,83800	-1,76435
	270	-0,1424	6,7264	-2,0043	0,9	-1,80490	-1,83950	-1,76584
	315	-0,1181	9,4600	-2,00499	0,9	-1,80556	-1,84015	-1,76651
	1,3	0	-0,1220	8,0672	-2,60515	0,9	-2,40263	-2,43777
45		-0,2013	2,8169	-2,60361	0,9	-2,40111	-2,43625	-2,36143
90		-0,6570	1,2015	-2,60197	0,9	-2,39950	-2,43463	-2,35983
135		8,4743	0,8842	-2,60118	0,9	-2,39875	-2,43386	-2,35910
180		-0,9942	1,2807	-2,60172	0,9	-2,39929	-2,43441	-2,35964
225		-0,2361	1,9557	-2,60326	0,9	-2,40081	-2,43595	-2,36115
270		-0,1302	7,1040	-2,6049	0,9	-2,40242	-2,43755	-2,36275
315		-0,1073	10,2998	-2,60569	0,9	-2,40317	-2,43830	-2,36351

**Fonte:** Produção do autor.

A **Tabela 2** apresenta os parâmetros orbitais e valores do critério de Tisserand para a nave espacial antes da explosão e da nuvem de partículas depois da explosão. Os valores apresentados são:  $J$  (constante de Jacobi),  $\Psi$  (ângulo de aproximação);  $a$  (semieixo maior);  $e$  (excentricidade);  $T$  (critério de Tisserand da espaçonave antes da passagem próxima);  $Tm$  (o valor médio do critério de Tisserand para a nuvem de partículas após a explosão);  $Tmin$  (a valor mínimo do critério de Tisserand para a nuvem de partícula depois da explosão) e  $Tmax$  (o valor máximo para o critério de Tisserand para a nuvem de partículas após a explosão). É possível observar que os valores do critério de Tisserand ( $T$ ,  $Tm$ ,  $Tmin$ ,  $Tmax$ ) mostram pequenas variações após o segundo dígito decimal devido à força de arrasto atmosférico, estes resultados mostram os efeitos da força de arrasto.

Analisando a **Tabela 2**, a adição do arrasto atmosférico ocasionou em uma perda de energia, apresentado pelos decréscimos no semieixo maior. É também visível que, com o aumento da constante de Jacobi (e assim a velocidade no periapse) ambos os valores do semieixo maior e excentricidade são maiores, desse modo os efeitos do arrasto atmosférico sobre a nuvem de partículas serão menores, então quando a velocidade é menor os valores do semieixo e excentricidade são mais baixos, isto é explicado pelo fato de as partículas e a sonda permanecerem mais tempo dentro da atmosfera, sofrendo seus efeitos por um período de tempo mais longo.

**Figura 2** – Semieixo maior (a) e excentricidade (e), nuvem de partículas depois da passagem próxima para  $\Psi = 0^\circ$

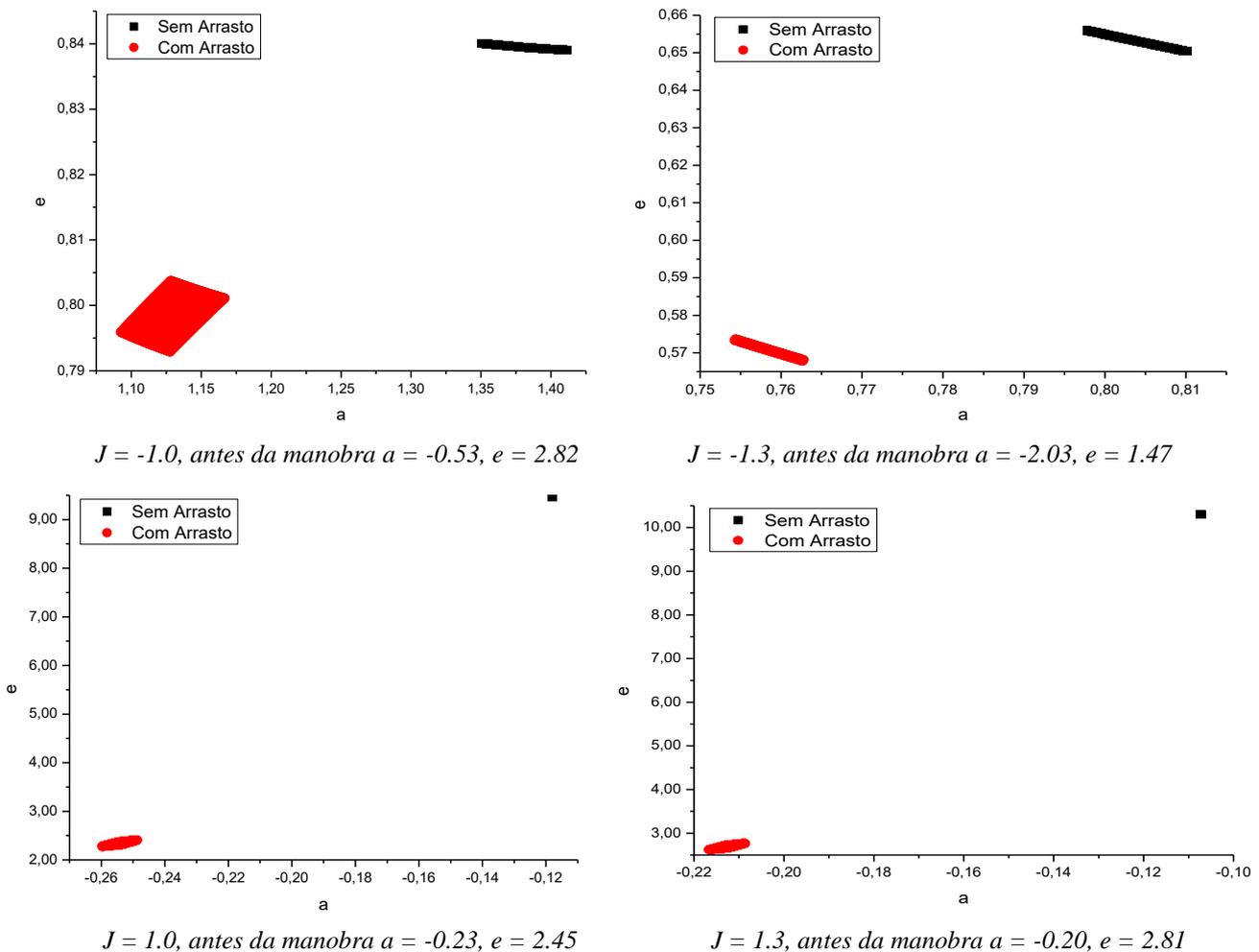


**Fonte** – Produção do autor.

É possível observar na situação onde  $\Psi = 0^\circ$  (**Figura 2**), as partículas não sofrem alterações significativas devido ao *swing-by*. Os elementos keplerianos da nuvem têm

os mesmos valores antes da passagem. As partículas são dispersas por variações das condições iniciais (ângulo de abordagem e altitude do periapse). É também visível que todas as órbitas envolvidas são hiperbólicas para a situação em que  $J = -1.0, 1.0$  e  $1.3$ , uma vez que as excentricidades são maiores do que um e os semieixos maiores são positivos. Para as situações em que  $J = -1,3$  todas as órbitas envolvidas são elípticas. Estas diferenças vêm da maior magnitude da velocidade no periapse causada pelo aumento da constante Jacobiana.

**Figura 3** – Semieixo maior (a) e excentricidade (e), nuvem de partículas depois da passagem próxima para  $\Psi = 45^\circ$

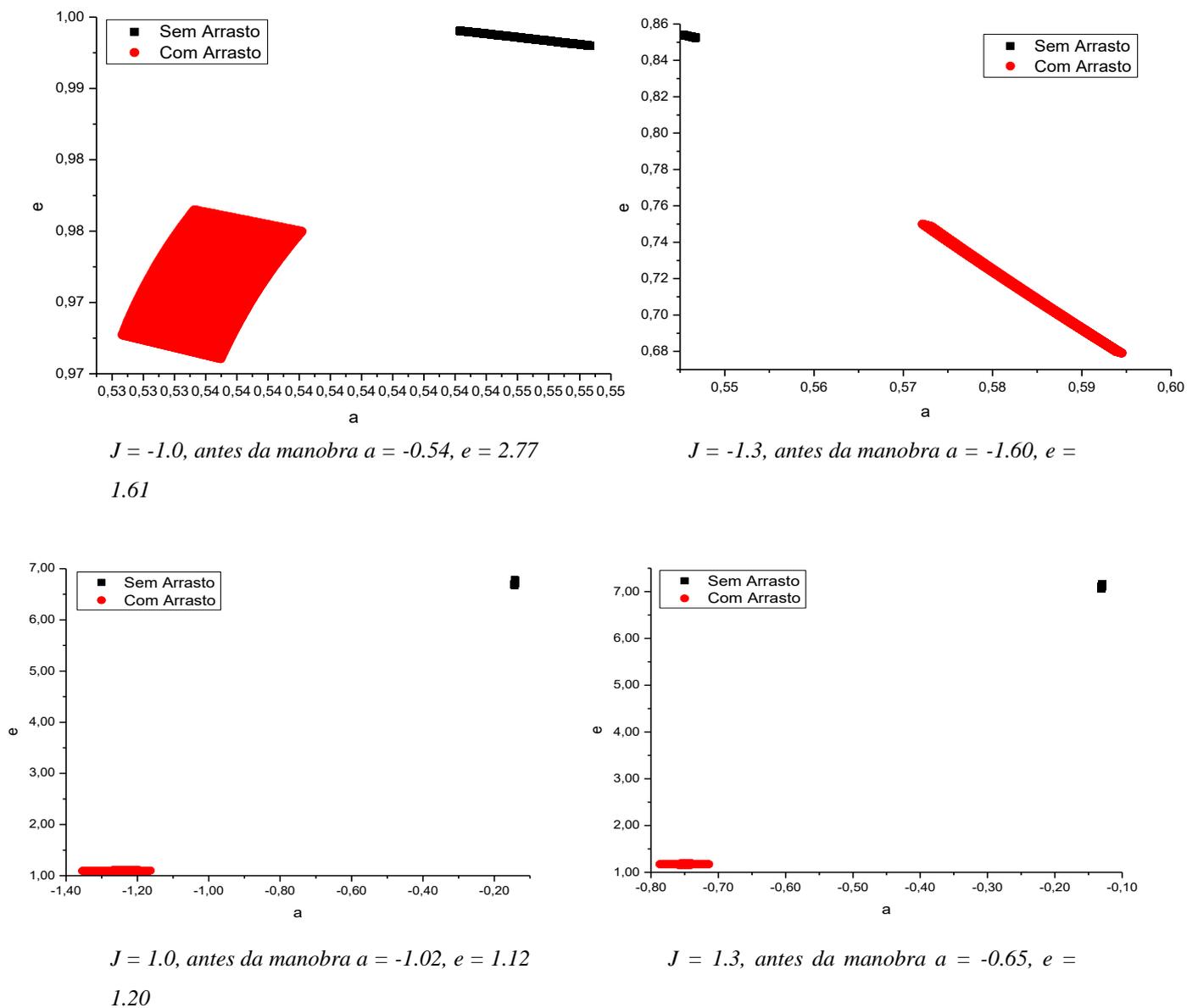


**Fonte** – Produção do autor.

Na situação onde  $\Psi = 45^\circ$  (**Figura 3**), os casos com  $J = -1.0$  e  $-1.3$  têm velocidades mais baixas, de modo que as capturas são mais fortes e as excentricidades

após as aproximações estão entre zero e um, portanto, órbitas elípticas isso significa que as partículas se tornam parte do Sistema Solar após as passagens próximas. Mais uma vez, os efeitos são menores quando a velocidade aumenta, pelas mesmas razões já explicadas. Ambos os valores do semieixo maior e da excentricidade são maiores para velocidades mais elevadas no periapse, justificando os valores dos casos onde  $J = 1.0$  e  $1.3$ .

**Figura 4** – Semieixo maior ( $a$ ) e excentricidade ( $e$ ), nuvem de partículas depois da passagem próxima para  $\Psi = 90^\circ$



**Fonte** – Produção do autor.

Após as manobras onde  $\Psi = 90^\circ$  (**Figura 4**), é possível observar que com esse ângulo de aproximação ocorre a maior perda de energia para as partículas devido à *swing-by*. Mais uma vez existem trajetórias de captura onde  $J = -1.0$  e  $-1.3$ , já que as partículas estavam em órbita hiperbólica antes da manobra e depois entram órbitas elípticas. Um acontecimento interessante é que para o caso  $J = -1.0$  a captura resultou em órbitas com os valores da excentricidade próximos de um, isso significa que as partículas quase entram em órbitas parabólicas e quase não ocorre a captura. Para  $J = -1.3$  as velocidades são mais baixas, desse modo as capturas são mais fortes e excentricidades após as aproximações estão na faixa de 0,68 a 0,78, portanto, não alcançam órbitas parabólicas.

## 5 - CONCLUSÃO

Através do algoritmo numérico utilizado foi possível obter resultados, cujo quais deram uma ideia do comportamento das partículas analisadas. Através das condições adotadas foi possível quantificar os efeitos do arrasto atmosférico sob as nuvens de partículas para as várias situações apresentadas.

Um efeito evidente foi o aumento da dispersão das partículas da nuvem que a inclusão do arrasto atmosférico causou isto aconteceu para todas as situações simuladas. Outro efeito em comum com todas as simulações foi a circularização das órbitas, onde a presença da atmosfera ocasionou na redução das excentricidades das partículas, quando em comparação com as simulações sem a presença da atmosfera.

## 6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. GOMES, V.M.; FORMIGA, J.; MORAES, R.V. **Studying Close Approaches for a Cloud of Particles Considering Atmospheric Drag**. Hindawi Publishing Corporation, Mathematical Problems in Engineering, Volume 2013, Article ID 468624, 10 pages.
2. SILVA, W.C.C. Movimento orbital. In: PRADO, A.F.B.A.; KUGA, H.K. **Fundamentos de Tecnologia Espacial**. São José dos Campos: INPE, 2001. cap. 1, p.9-24.
3. PRADO, A.F.B.A. **Trajatórias Espaciais e Manobras Assistidas por Gravidade**. São José dos Campos: INPE, 2001.
4. PRADO, A.F.B.A. **A Patched Conics Description of the Swing-By of a Group of Particles**. *Nonlinear Dynamics and System Theory*, Kiev, v. 5, n. 3, p. 265-271, 2005.
5. GOMES, V.M.; PRADO, A.F.B.A. **Swing-by maneuvers for a cloud of particles with planets of the solar system**, *WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics*, vol. 3, no. 11, pp. 869–878, 2008.
6. MINOVICH, M.A. **A method for determining interplanetary free-fall reconnaissance trajectories**. Pasadena: JPL, Aug 23, 1961. (JPL Tech. Memo 312-130).
7. DOWLING, R. L.; KOSMANN, W. J.; MINOVITCH, M. A.; RIDENOURE, R. W. **The origin of gravity-propelled interplanetary space travel**. In: Congress of the International Astronautical Federation, 41, 1990, Dresden, GDR. Proceedings...Dresden:IAA. Oct. 6-12, 1990.
8. DOWLING, R.L.; KOSMANN, W.J.; MINOVITCH, M.A.; RIDENOURE, R.W. **Gravity Propulsion Research at UCLA and JPL, 1962-1964**. In: 42st Congress of the International Astronautical Federation, Dresden, GDR, 6-12 Oct. 1991.

9. FLANDRO, G., **Fast Reconnaissance Missions to the Outer Solar System Utilizing Energy Derived from the Gravitational Field of Júpiter.** *Astronautical Acta*, v. 12, n. 4, 1966.
10. D'AMARIO, L.A.; BYRNES, D.V.; STANFORD, R.H., **Interplanetary Trajectory Optimization with Application to Galileo.** *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 5, n. 5, p. 465-471, 1982.
11. SUKHANOV, A., **Close Approach To Sun Using Gravity Assists Of The Inner Planets.** *Acta Astronautica*, v. 45, p. 177-185, 1999.
12. HOLLISTER, W.M.; PRUSSING, J.E., **Optimum Transfer to Mars Via Venus.** *Astronautica Acta*, 12(2), 169-179, 1966.
13. STRIEPE, S.A.; BRAUN, R.D., **Effects of a Venus Swingby Periapsis Burn During an Earth-Mars Trajectory.** *The Journal of the Astronautical Sciences*, 39(3), 299-312, 1991.
14. CARVELL, R., **Ulysses-The Sun From Above and Below.** *Space*, 1, 18-55, 1986.
15. PRADO, A.F.B.A. **Orbital control of a satellite using the gravity of the moon,** *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Volume 28, Issue 1, January 2006, Pages 105-110.