

**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAS  
DEPARTAMENTO DE ASTROFÍSICA**

**Relatório Parcial de Iniciação Científica**

**Ensaio Numérico/Experimental Estrutural de Molas Rígidas  
para o Projeto Schenberg**

**Relatório referente a Bolsa de Iniciação Científica PBIC/ Cnpq sob orientação de  
Odylio Denys de Aguiar e José Luiz Melo**

**Leandro Alves Carneiro  
São José dos Campos – 2001**

## Índice

<u>1 – Introdução</u> .....	3
<u>2 - Sobre ondas gravitacionais</u> .....	4
<u>3 - Sistemas de isolamento vibracional</u> .....	5
<u>4 - Método dos Elementos Finitos</u> .....	5
<u>6 - Construção de modelos para a esfera ressonante</u> .....	13
<u>7 - Criação de modelos do sistema de amortecimento</u> .....	14
<u>8 - Estudo das Molas em C em revolução</u> .....	17
<u>9 – Próximos objetivos</u> .....	25
<u>10 - Referências Bibliográficas</u> .....	26

## **1 – Introdução**

Este relatório é um sumário das atividades realizadas durante os primeiros seis meses de iniciação científica. Este relatório é parcial, por este motivo algumas atividades ainda não finalizadas serão citadas, mas não detalhadas; estas atividades estarão relacionadas em um tópico separado.

Neste projeto de iniciação científica, o objetivo foi construir um sistema de isolamento vibracional do tipo massa-mola, para utilização no projeto Schenberg. Este sistema é de fundamental importância para o projeto, pois as ondas gravitacionais produzem deformações muito pequenas para as dimensões humanas, assim todo o sistema de isolamento deve ser capaz de atenuar qualquer ruído que tenha uma amplitude maior ou igual a esta, ou seja, o sistema deve ter uma atenuação muito grande devendo ser muito bem projetado, pois até mesmo se as tensões estiverem muito altas, pode haver a produção de sons, que tem uma amplitude de vibração muito maior do que a máxima desejada, arruinando todo o sistema.

O principal objetivo deste projeto, que era a construção de um modelo computacional adequado para o sistema de isolamento vibracional, foi bem desenvolvido, obtendo resultados muito empolgantes.

## 2 - Sobre ondas gravitacionais

Ondas gravitacionais são oscilações no espaço-tempo previstas pela teoria geral da relatividade. Sua real existência ainda não foi evidenciada experimentalmente, por isto a importância deste projeto. Esta descoberta, se confirmada irá abrir um novo caminho pra Física nos próximos anos, com um novo método para o entendimento de nosso Universo.

Uma maneira fácil de entender o que produz uma onda gravitacional é imaginarmos a gravidade como resultado da deformação do espaço-tempo, como prevê a Relatividade Geral. Agora imaginemos uma esfera produzindo um espaço tempo curvo ao seu redor, agora, se girarmos esta esfera, não perceberemos nenhuma alteração, pois a esfera produz deformações simétricas em relação a qualquer eixo. No entanto, se imaginarmos um elipsóide parado, perceberemos que a deformação será diferente de acordo com o ponto que estivermos analisando, e esta deformação irá se propagar por todo o espaço, diminuindo com a distância, assim como a gravidade. Neste ponto ainda não percebemos nenhuma oscilação caracterizadora de ondas, no entanto, se imaginarmos este elipsóide dotado de um movimento de rotação, perceberemos que a deformação num determinado ponto num determinado instante será um, no entanto num instante posterior, esta deformação será diferente, pois o elipsóide é assimétrico. Esta alteração na deformação é o que caracteriza a onda gravitacional.

Nosso experimento, consiste em colocar uma esfera (antena) oscilando devido a deformação produzida pela onda gravitacional. Esta deformação pode ser visualizada pela seguinte figura:

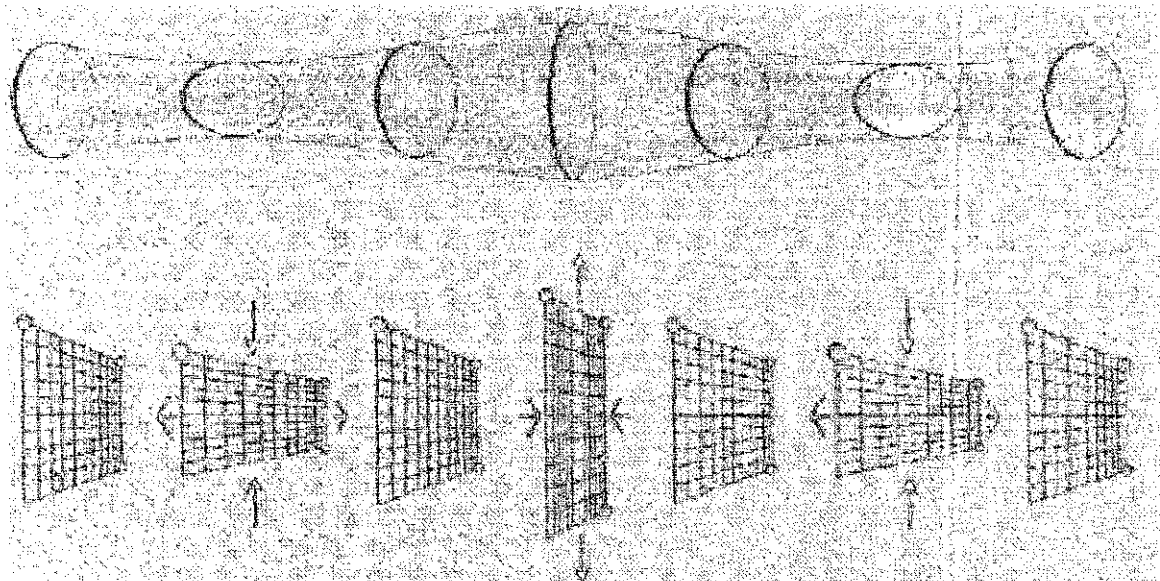


Fig.1- Deformação produzida pela onda gravitacional.

FONTE: Sbaglio, 1972

Podemos observar como um círculo se transforma em elipse no eixo de propagação da onda, o que nos conduz a conclusão de que nossa esfera vibrará de forma a sua seção se transformar em elipse, o que é a excitação de um modo normal conhecido como “Modo Quadripolar”, desta maneira, devemos projetar a esfera de maneira que sua frequência do modo quadripolar esteja num valor próximo ao valor da frequência da onda gravitacional.

### **3 - Sistemas de isolamento vibracional**

O sistema de isolamento vibracional analisado foi do tipo massa-mola, amplamente discutido no artigo (Vibration Isolation).

### **4 - Método dos Elementos Finitos**

O método dos elementos finitos é uma aproximação discreta para um sistema físico. O sistema é dividido em partes simples (geralmente triângulos ou retângulos, para sistemas planos e paralelepípedos ou pirâmides para sistemas

tridimensionais), podendo ser pequenas ou grandes, dependendo da precisão que desejada. E quanto maior o número de divisões, maior a precisão, no entanto, um maior número de divisões exige do computador um maior processamento, o que geralmente não é muito interessante, pois o tempo de processamento pode ser demasiado longo.

Deste modo, cada propriedade, como tensão e deslocamento são calculadas nas extremidades (nós) e uma interpolação é feita nos pontos onde não são calculadas, por isto um refinamento maior nos fornece uma melhor aproximação do mundo real, pois as dimensões são muito grandes, para considerarmos efeitos quânticos.

O método nos fornece soluções aproximadas, quando idealizações e linearizações não fornecem um resultado suficientemente preciso. Para os nossos sistemas, quase sempre foram utilizadas simulações com mais de 100 elementos, o que tornava inviável a utilização de uma resolução algébrica. O que facilitava este trabalho, foi a utilização do software Nastran, no qual podíamos desenhar os sistemas, subdividi-lo em elementos, criar condições de contorno, como pontos de fixação, e criar condições não homogêneas, como forças e gravidade.

Em cada nó, as equações que regem as condições do sistema são aproximadas por equações simples, geralmente polinômios de baixa ordem, por exemplo, a tensão num elemento pode ser tomada como uniforme.

Atualmente, a utilização do método de elementos finitos, se baseia no princípio da energia potencial estacionária, nesta formulação, o método é semelhante a utilização do método de Rayleigh-Ritz, combinado com aproximações polinomiais da deformação da estrutura.

Um problema comum em simulações em elementos finitos, é a geração de malhas, muito complexas para modelos de CFD (Computational Fluid Dynamic), mas mais simples para os nossos casos, em análise estrutural estática e de

modos normais de vibração. É também interessante e importante para posteriores bolsistas nesta mesma área, mostrar os diversos tipos de elementos que podem constituir uma simulação em elementos finitos:

## **4.1 - Elementos Lineares**

### **4.1.1 - Rod – Barra**

Elemento de um único eixo com resistência à torção, tensão e compressão, não tendo a capacidade de se dobrar.

Propriedades: Área (de secção transversal), constante de torção, coeficiente de stress de torção, massa e comprimento não estruturais.

### **4.1.2 - Tube – Tubo**

Possui as mesmas características da barra, podendo em alguns programas ter a capacidade de se dobrar. Muito utilizado no modelamento de canos. Propriedades: Diâmetro interno e externo, massa e comprimento não estruturais.

### **4.1.3 - Curved Tube – Tubo curvo**

Neste elemento, a linha que une os dois nós pode ou não ser uma reta, no plano XY. Tem as mesmas propriedades do tubo reto.

### **4.1.4 – Bar – Barra**

Possui as capacidades de torção, compressão, tensão e dobra, ao contrário do rod. Geralmente é substituído pelo elemento de viga (beam) mais geral. Propriedades: Área, Momentos de inércia, constante de torção, massa e comprimento não estruturais, recuperação dos locais de stress.

#### 4.1.5 – Beam – Viga

Possui as capacidades de torção, compressão, tensão e dobra. Este elemento permite que se tenham diferentes propriedades em cada extremidade, podendo então, se afinar ou engrossar. Propriedades: Área, momentos de inércia, constante de torção, massa e comprimento não estruturais, recuperação dos locais de stress.

#### 4.1.6 – Curved Beam – Viga curva

Possui as capacidades de torção, compressão, tensão e dobra, além de ligar os dois nós através de um arco. Este elemento permite que se tenham diferentes propriedades em cada extremidade, podendo então, se afinar. Propriedades: Raio de curvatura, área, momentos de inércia, constante de torção, massa e comprimento não estruturais, recuperação dos locais de stress.

#### 4.1.7 – Spring – Mola

Utilizado na representação de um membro onde existe somente torção ou tensão.

#### 4.1.8 – DOF Spring

Este elemento conecta um dos seis graus de liberdade de um nó com um outro nó.

#### 4.1.9 – Gap

Elemento não linear, que tem diferentes esforços de compressão, tensão e tensão de cisalhamento. Tem as seguintes propriedades: Gap inicial, esforços de tensão,



compressão e cisalhamento, coeficientes de fricção nos eixos Y e Z. Utilizado em nós ou superfícies que juntam, separam ou deslizam uns sobre os outros.

#### 4.1.10 – Plot only

Este elemento não é estrutural, servindo somente para visualização, portanto não possui nenhuma propriedade.

#### 4.1.1– Slide line

Elemento de contato que permite esforços e fricções entre nós. A entrada de dados exige a definição de nós master e escravo, para a definição da geometria. Utilizado no modelamento de deslizamento de dois corpos deformáveis. Tem a forma de linhas entre os nós master e escravos. Têm as seguintes propriedades: Comprimento da superfície de contato, esforços de fricção sem deslize e coeficiente de fricção estática.

### 4.2 – Elementos planos

#### 4.2.1 – Shear Panel

É um elemento plano com 4 nós, que suporta somente forças tangenciais, podendo resistir à forças normais, com o uso de fatores de eficiência. É utilizada em estruturas com folhas finas e elásticas. Propriedades: Espessura, fatores de eficiência, massa e área não estruturais.

#### 4.2.2 – Membrane

Elemento plano, com 3, 6 (triângulos), 4 ou 8 (quadriláteros) nós, que resiste somente a forças normais. Usado para representar folhas finas e elásticas. Propriedades: Espessura, massa e área não estruturais.

#### 4.2.3 – Bending

Elemento plano, com 3, 6 (triângulos), 4 ou 8 (quadriláteros) nós, que suporta somente forças que poderão curvar o elemento. Utilizado para simular chapas forçadas a se curvar. Propriedades: Espessura, massa e área não estruturais, parâmetro de resistência à curvatura, distância entre as fibras para a recuperação do stress.

#### 4.2.4 – Plate

Este elemento é uma combinação de um elemento plano e outro curvo (concha), resiste forças que curvam o elemento, assim como forças normais. Propriedades: Área e massa não estruturais, espessura, distância entre as fibras para a recuperação do stress.

#### 4.2.5 – Laminate

É essencialmente o plate, só que este agora pode ter diferentes camadas, e cada camada pode ter seu próprio material, num máximo de 20 camadas por elemento. Utilizado na representação de cápsulas compósitas laminadas. Propriedades: as mesmas do plate, só que neste caso, cada camada pode ter sua espessura especificada.

#### 4.2.6 – Plane strain

Elemento biaxial que pode criar uma simulação bidimensional de uma estrutura sólida que não varia a sua profundidade. Utilizado no modelamento de estruturas muito grossas e cuja seção transversal não varia. É desenhado como superfície mas é na realidade um volume, propriedades: espessura, distância entre as fibras, massa e área não estruturais.

## **4.3 – Elementos volumétricos**

### **4.3.1 – Axisymmetric**

Utilizado na representação de elementos volumétricos de revolução, neste caso, todas as cargas e constraints (pontos de fixações) devem ser simétricas a ao mesmo eixo. Sem propriedades.

### **4.3.2 – Solid**

Elemento tridimensional propriamente dito. Tem a forma de um tetraedro, tijolo de base triangular ou quadrangular e seus parabólicos (é acrescentado mais um nó a cada aresta). Para colocar um carga sobre um elemento volumétrico, devemos sempre informar a face. O sentido positivo é sempre dado de fora para dentro.

## **4.4 – Outros Elementos**

Esta categoria de elementos permite a definição de massa, conexões rígidas e dureza.

### **4.4.1 – Mass**

Um elemento de massa tridimensional generalizado ou momento de inércia localizado num nó. O centro de massa pode estar fora do nó, um elemento ainda mais geral é o Mass Matrix. Tem a forma de um ponto num nó. Utilizado na representação de partes da estrutura que tem massa, mas não adicionam nenhum esforço. Propriedades: Massa e momento de inércia.

### **4.4.2 – Mass Matrix**

A massa e o momento de inércia são dados por uma matriz 6x6, na maioria dos casos é mais fácil utilizar o elemento anterior.

#### 4.4.3 – Rigid

Representa uma conexão rígida entre um nó master e alguns outros nós (num máximo de 12). Utilizado na representação de conexões que são muito mais resistentes que o resto da estrutura.

#### 4.4.3 - Stiffness Matrix Element

Elemento geral de dureza. Este elemento permite que se construa uma matriz 6x6 de dureza, podendo ser expandida simetricamente para uma 12x12 se considerarmos dois nós. É desenhada como uma linha, mas sua forma real é desconhecida. Utilizado na representação de conexões entre dois nós que não podem ser adequadamente representados

## **5 - Métodos Computacionais**

Para o cálculo dos modos normais de vibração de todos os sistemas imaginados, foi utilizado o programa MSC/NASTRAN. No entanto, a versão disponível para o uso doméstico (Evaluation Version 2.0) nos possibilitava somente a utilização de 300 nós. Havia também disponível a versão 3.0, também limitada, mas por questão de compatibilidade com a versão do LOG, foi preferida a versão 2.0.

## **6 - Construção de modelos para a esfera ressonante**

Neste projeto de detecção de ondas gravitacionais, a antena propriamente dita, é uma esfera de 65cm de diâmetro, construída de Cobre-Alumínio 6%, estas características foram escolhidas pelas seguintes razões:

**Material:**

O material utilizado deve ter uma condutividade térmica muito alta, pois todo o sistema deve ser resfriado a temperaturas muito baixas, da ordem de mK e um material de alta condutividade térmica facilita este processo.

**Diâmetro:**

O diâmetro escolhido 65cm, se deve ao fato de a frequência de ressonância (modo quadripolar) de uma esfera deste diâmetro do material citado estar em torno de 3200Hz, frequência com uma boa probabilidade de formação de ondas gravitacionais.

Foram simuladas diversas configurações para a esfera, variando o furo central, onde serão acoplados o sistema de isolamento, assim como todo o aparato eletrônico para a transmissão de dados.

Estas simulações foram feitas numa fase de aprendizado da utilização do software, portanto ainda não servem como bons modelos para esfera real, no entanto é interessante mostrar os resultados obtidos:

## **7 - Criação de modelos do sistema de amortecimento**

As molas idealizadas inicialmente tinham a o formato de “C” e mais tarde, verificou-se que este modelo era realmente o melhor. Outros modelos também foram tentados, como molas em “X”, mas apresentaram o primeiro modo normal de vibração (responsável pelo amortecimento) mais alto do que o da mola em “C”, com a mesma massa.

Foi notado também que quanto maior o número de pontos de contato entre as molas e as massas, menor o primeiro modo normal de vibração. Assim, a forma geométrica que tem o menor número de contato entre as massas e as molas: um ponto de contato com a massa de cima e outro com a de baixo, é o modelo “C”.

Vale ressaltar, que estes modelos são somente comparativos, e não representam os modelos que realmente serão utilizados, portanto os valores absolutos dos modos normais não nos interessa.

### **Análise dos modelos em “X”**

O primeiro modelo em “X” criado tem seção de apoio quadrados, este modelo é montado na figura abaixo:

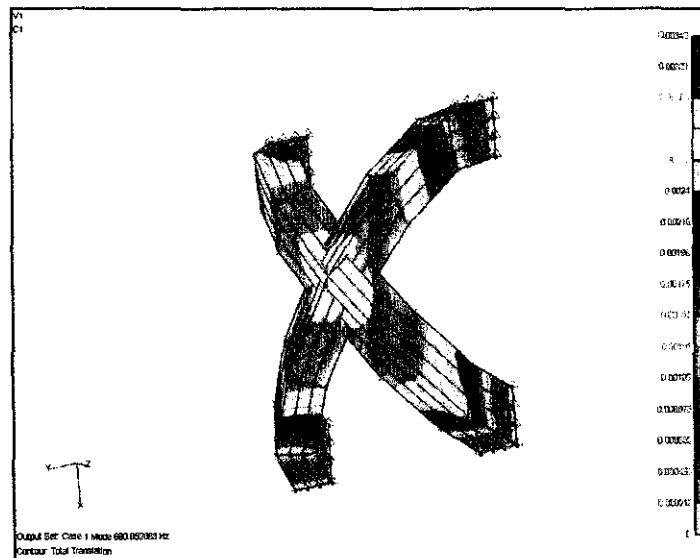


Fig. 2- Primeiro modelo em "X".

Este modelo, nos forneceu um primeiro modo normal de vibração de aproximadamente 680Hz.

O segundo modelo em "X" apresentava seção de apoio igual à metade da seção do primeiro modelo, este modelo é apresentado na Figura 2.

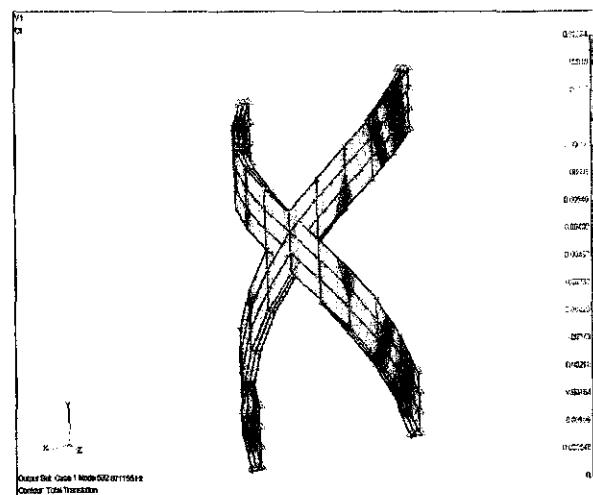


Fig. 3- Segundo modelo em "X".

Este modelo, por sua vez, nos forneceu um modo normal de vibração de aproximadamente 532Hz, menor do que o primeiro modelo.

Uma conclusão que nos é induzida a partir dos modelos em "X" é que quanto mais fina fosse a seção de apoio, menor seria o primeiro modo normal de vibração, deste modo, para os nossos propósitos, quanto maior a seção de apoio, melhor seria a mola.

Após terem sido feitos estes dois modelos, foram feitos modelos para as molas em "C".

#### Análise dos modelos em "C"

Os modelos em "C", inicialmente tinham seção de apoio igual às seções de apoio das molas em "X", para podermos verificar qual modelo de aproximadamente a mesma massa apresentava menor primeiro modo normal de vibração.

O primeiro modelo, portanto, foi o seguinte:

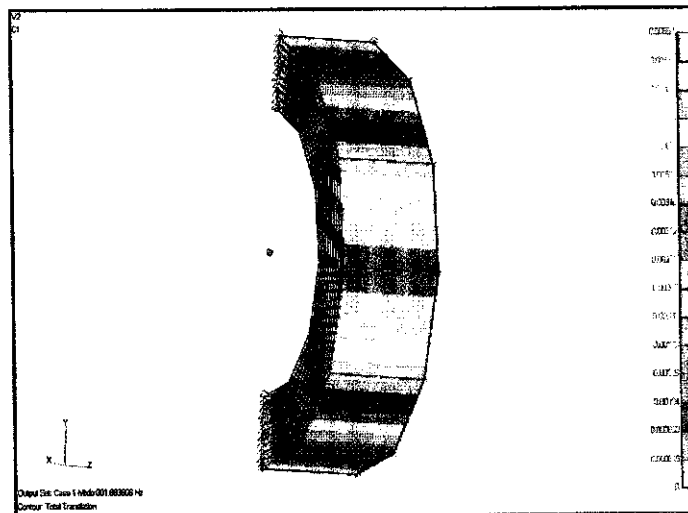


Fig. 4 - Primeiro modelo em "C".

Este modelo tem a mesma seção de apoio do primeiro modelo em "X", e apresenta o primeiro modo normal de vibração numa frequência maior, 801Hz, o que nos leva a conclusão, que para esta seção de apoio, a mola em "X" é melhor.



## 8 - Estudo das Molas em C em revolução

Após a construção das molas em X, percebemos que o modelo de molas em C tinha um menor primeiro modo normal de vibração, portanto foi feito um estudo mais detalhado deste modelo, já que ele apresentou melhores resultados.

Neste estudo, tentamos obter uma mola em C, feita sob revolução. Ou seja, criamos um C e fizemos a revolução em torno de um eixo que estava a 12,5cm de distância (que é o raio do cilindro onde as molas serão acopladas). Analisamos o primeiro modo normal de vibração com a variação de três parâmetros: o ângulo de revolução, o raio interno e o raio externo. O que procuramos otimizar foi a diminuição do primeiro modo normal de vibração e aumentar a “janela” em torno de 3200Hz, que é a frequência do modo quadripolar da esfera ressonante. Acreditávamos que a melhor configuração era um C com raio interno com 3cm e raio externo de 5cm e ângulo de revolução de 30°, por isso, fizemos simulações com configurações próximas. Estes novos modelos apresentam as dimensões desejadas, sendo seu estudo agora quantitativo, não mais qualitativo como vinha sendo feito.

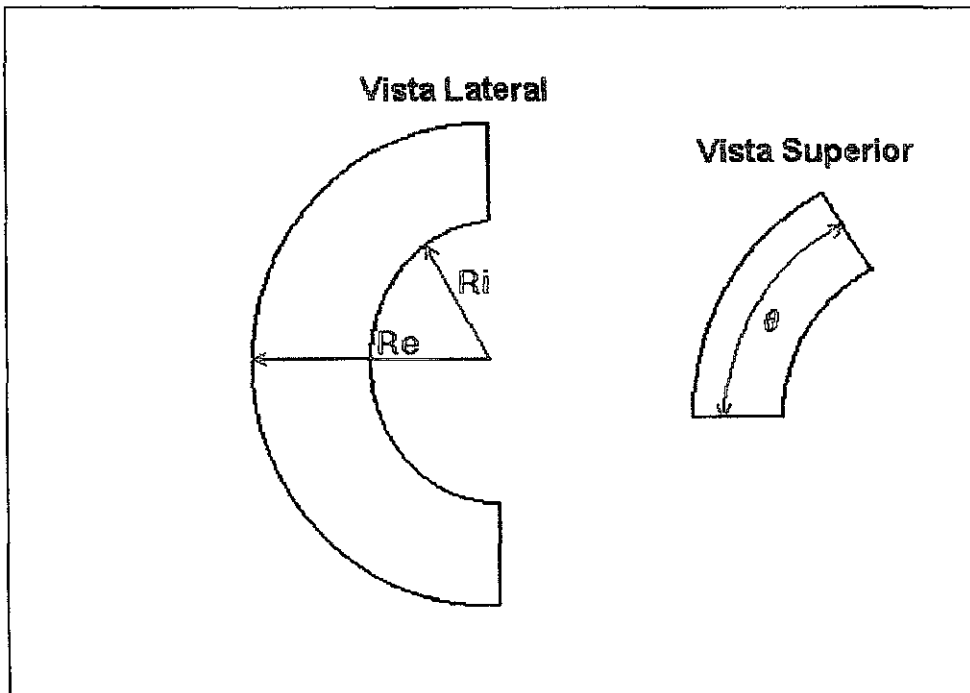


Fig. 5- Parâmetros variáveis no "C" em revolução.

### Estudo do ângulo de revolução

Para este teste, utilizamos molas de raio interno de 3cm e raio externo de 5cm. Fizemos os seguintes modelos testes:

Ângulo de revolução	1º modo normal de vibração (Hz)
15°	6129
30°	6539
45°	8143
60°	7964

Tabela 1: Variação dos ângulos de revolução.

Percebemos, que nenhuma das simulações apresenta modo normal em torno de 3100Hz, o que foi bastante satisfatório, devemos agora analisar os modelos para tentar diminuir o 1º modo normal de vibração.

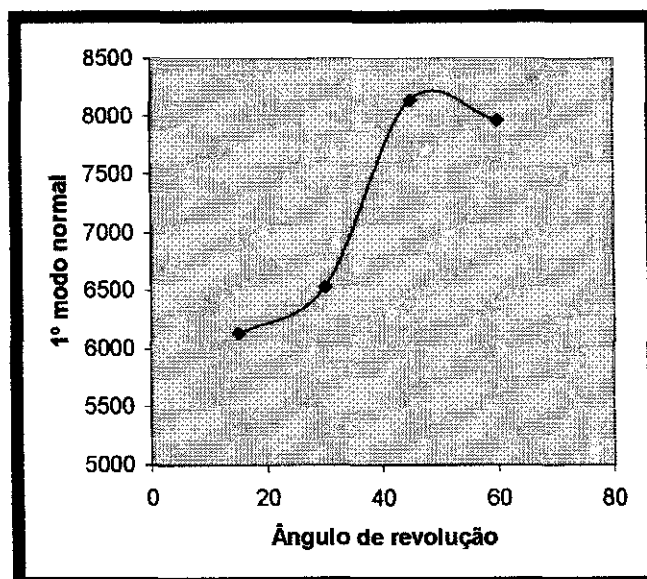


Fig. 6- Primeiro modo normal em função do ângulo de revolução.

Percebemos, pelo gráfico, que a partir de 30°, o ângulo de revolução não promove alterações muito significativas no 1º modo normal, assim concluímos que nossa mola deve ter um ângulo de revolução menor ou igual a 30°.

### Estudo com a variação do raio interno

Fizemos o mesmo procedimento para a variação de raio interno, mantendo o raio externo constante em 5cm e obtivemos os seguintes resultados:

Raio Interno (cm)	1º modo normal (Hz)
1	9178
2	7824
3	6539
4	5031

Tabela 2: Variação do raio interno.

Novamente, percebemos que não há modo normal em torno de 3100Hz.

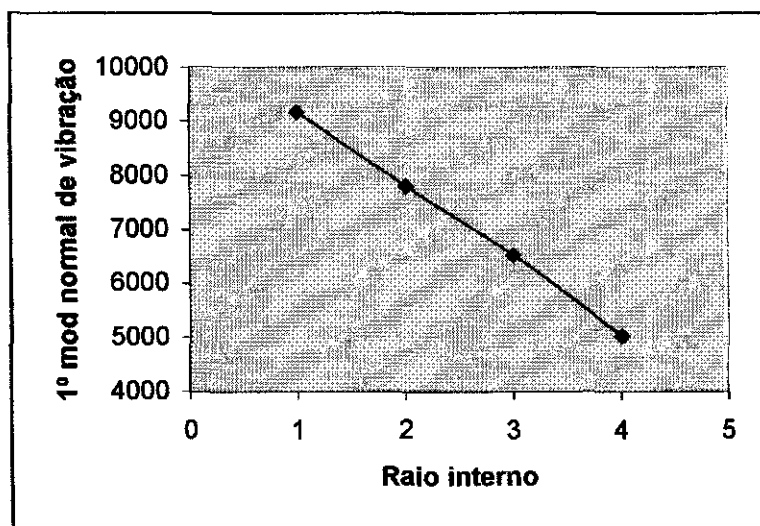


Fig. 7- Primeiro modo normal em função do raio interno.

Percebemos pelo gráfico uma variação praticamente linear, o que nos leva a crer que quanto maior o raio interno, melhor será o amortecimento da nossa mola. No entanto, este raio interno é limitado pelo raio externo, que é de 5cm, neste caso, e uma aproximação muito grande deste valor, poderá deixar a estrutura muito frágil.

### Estudo com variação do raio externo

Fizemos o mesmo estudo, só que agora variando o raio externo e mantendo o raio interno em 3cm e o ângulo de rotação em 30°. Os resultados obtidos foram os seguintes:

Raio externo (cm)	1º modo normal (Hz)
4	7245
5	6539
6	5566
7	4924

Tabela 3: Variação do raio externo.

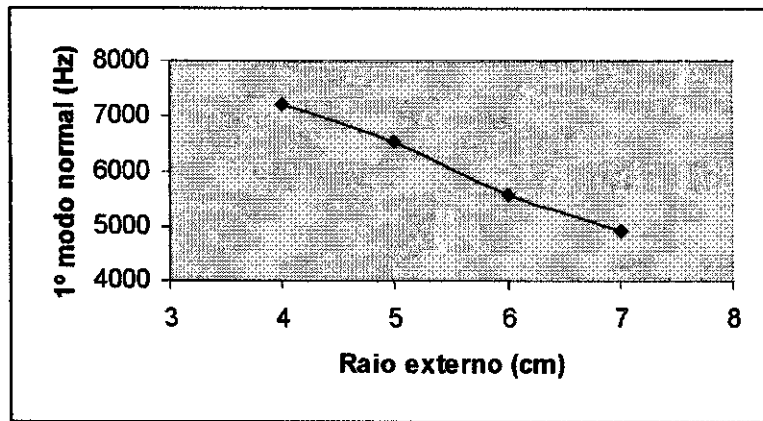


Fig. 8- Primeiro modo normal em função do raio externo.

Percebemos, novamente, uma variação quase linear, o que nos leva a conclusão de quanto maior o raio externo, maior o amortecimento.

No entanto, sabemos que quanto maior a massa do sistema, menor a atenuação, o que limita o raio, outro fator limitante é a dimensão da câmara criogênica; um raio muito grande, poderia nos forçar a aumentar a câmara, além de aumentar a massa a ser resfriada, o que não é desejado.

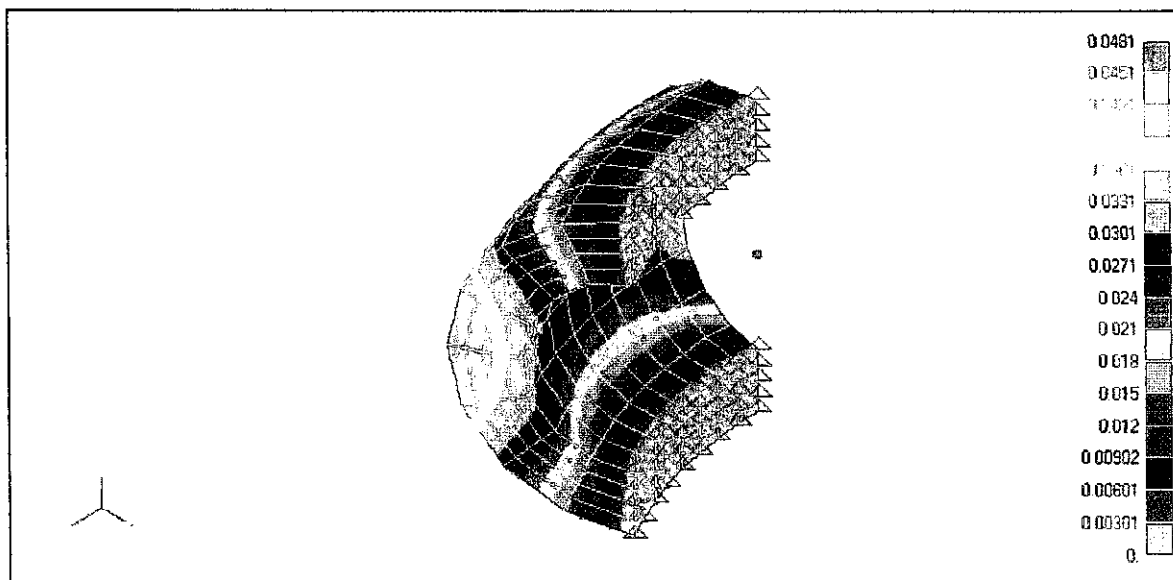


Fig. 9- Modelo de mola em C com raios 3

## Estudo dos Cilindros

O sistema de isolamento é formado por massas e molas, as melhores molas e que portanto serão utilizadas, são do tipo C em revolução, devemos agora analisar qual o melhor tipo de massa (que no nosso estudo são cilindros) a ser utilizada. Os parâmetros a serem otimizados são a diminuição do primeiro modo normal de vibração, para que a atenuação seja a melhor possível, e o aumento da "janela" em torno de 3200Hz, para que não haja vibração nessa frequência a não ser a vibração da esfera ressonante.

Todos os cilindros têm o mesmo perfil, que é o seguinte:

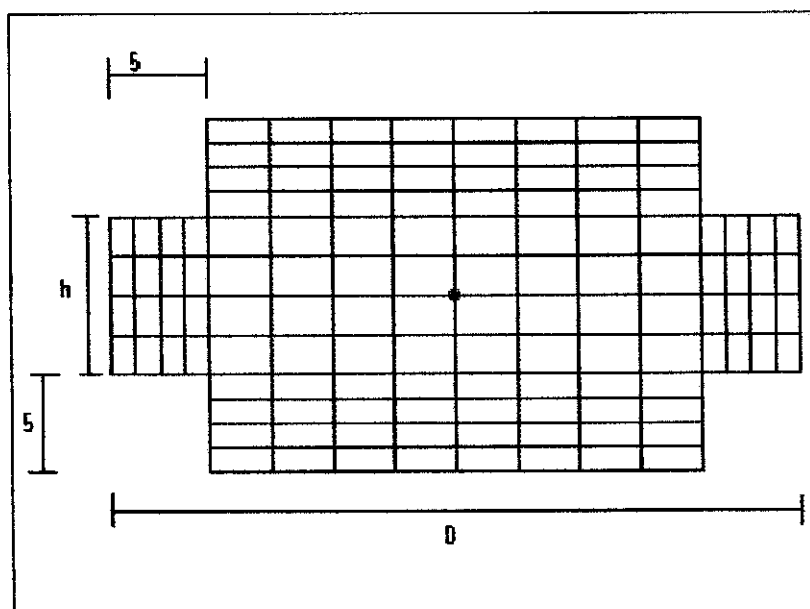


Fig. 10- Perfil dos cilindros do sistema de isolamento

Os parâmetros variados foram  $D$  e  $h$ , pois onde as molas em C são acopladas devem ter as dimensões fixas, por isto os 5cm devem ser fixos.

Os cilindros inicialmente concebidos tinham  $D=35\text{cm}$  e  $h=8\text{cm}$ , assim os modelos criados tinham dimensões em torno destas. A análise da variação destes parâmetros foi a seguinte:

D(cm)	1º modo normal (Hz)
30	3778
35	3312
40	2972

Tabela 4: Primeiro modo normal para h=5cm.

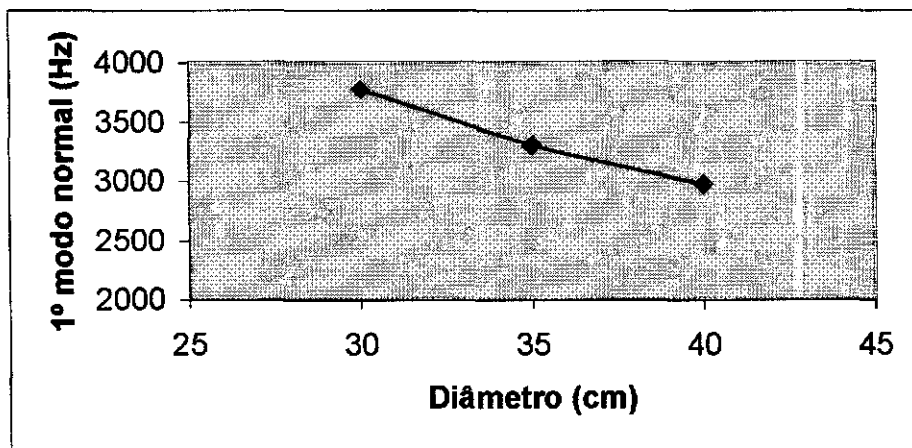


Fig. 11- Primeiro modo em função do diâmetro com h=5cm.

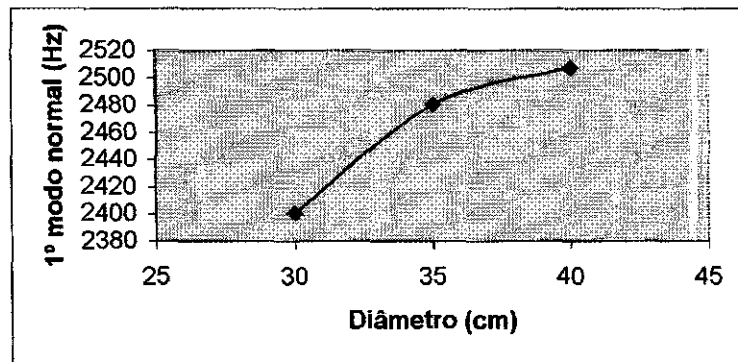
Depois fizemos o mesmo teste para h=10cm.

D(cm)	1º modo normal (Hz)
30	2401
35	2481
40	2508

Tabela 5: Primeiro modo normal para h=10cm.

Analisando somente o primeiro gráfico poderíamos concluir quanto maior o diâmetro, melhor seria o nosso sistema de isolamento, no entanto, o segundo gráfico contradiz essa idéia, nos mostrando que quanto menor for o diâmetro, melhor seria o amortecimento.

Fig. 12- Primeiro modo em função de D para h=5cm.



Construímos também um modelo utilizando h=8cm e D=35, para analisar como varia o primeiro modo normal em função de h, com D=35cm.

h (cm)	1º modo normal (Hz)
5	3312
8	2657
10	2481

Tabela 6: Primeiro modo normal para D=35cm.

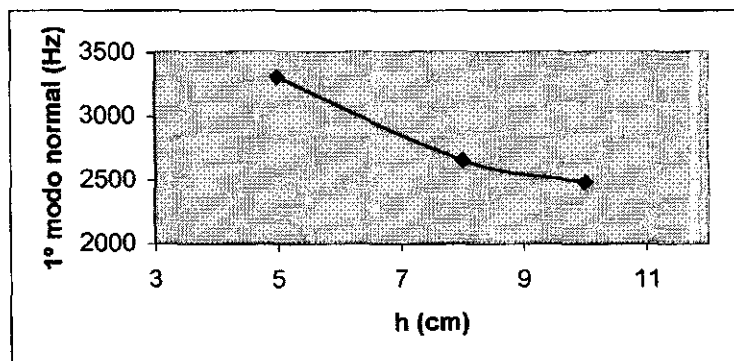


Fig. 13- Primeiro modo em função de h para D=35cm.

Percebemos também que quanto maior for h, melhor será o amortecimento, pois menor será o primeiro modo normal. No entanto, neste ponto foi notado um grave



problema, um dos modos normais do modelo com  $h=8\text{cm}$  e  $D=35\text{cm}$  estava em 3092 Hz, bem próximo do valor 3200 Hz, o que torna inviável a construção deste modelo. No entanto, em um modelo da estrutura completa, não aparecia este modo, o que não era esperado, concluímos daí que nosso modelo não estava simulando corretamente o que esperávamos.

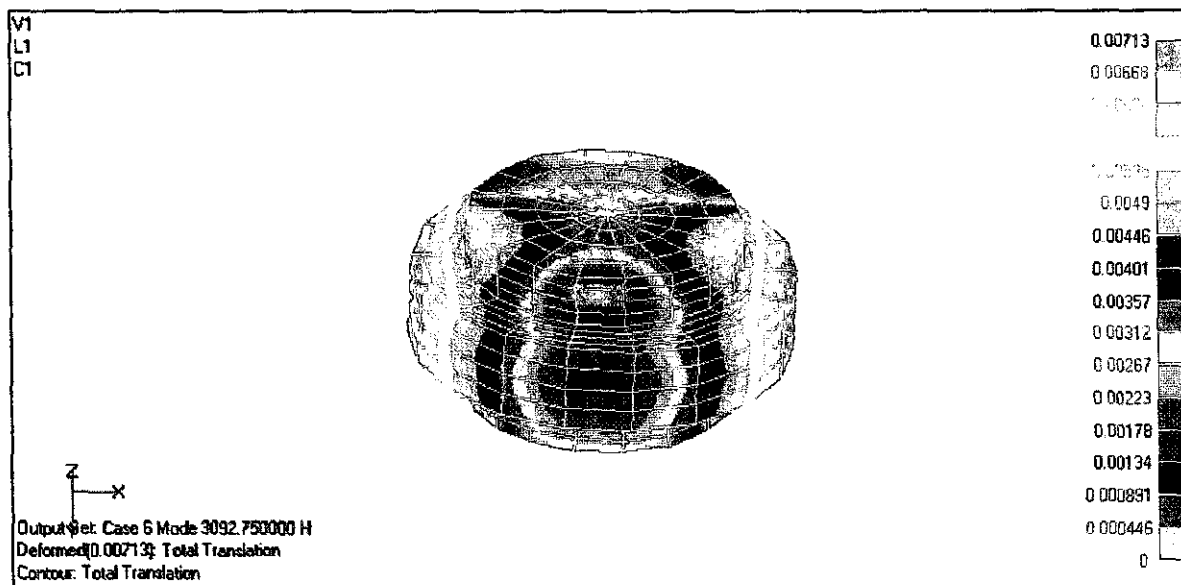


Fig. 14-Modo normal indesejado para o cilindro.

Concluímos então que o erro estava nos constraints (pontos fixos), que estavam poucos, fixando em torno de  $20^\circ$  somente, enquanto a nossa mola tinha um ângulo de revolução de  $30^\circ$ , aumentamos assim o ângulo fixado pelas constraints e o resultado foi com o primeiro modo em 3689 Hz, o que é satisfatório.

## 9 – Próximos objetivos

Para o total desenvolvimento do sistema de isolamento vibracional, precisamos fazer um experimento prático, para testar a compatibilidade dos nossos resultados com a realidade, haja visto que nossos modelos foram construídos com algumas aproximações, como os pontos fixos, ou "constraints". Este experimento prático

consta da medida da resposta em frequência e medida dos modos normais de vibração.

A análise estática também muito importante para a diminuição de ruídos extra-onda, não teve resultados muito satisfatórios, mas isto não deve nos preocupar neste momento, pois sua aproximação foi muito grosseira, não representando o que esperamos ser o sistema real.

Para um maior entendimento do projeto como um todo, será realizado, um estudo um pouco mais aprofundado de Relatividade Geral.

## **10 - Referências Bibliográficas**

J.L. Melo – Tese de Mestrado – INPE, 1998.

Enrique Loedel – Física Relativística – 1955.

T. L. Aldcroft and P. F. Michelson – Six-degree-of-freedom vibration isolation systems with application to resonant-mass gravitational radiation detectors

Nars Bismarck – Finite Elements in Applied Mechanics – 1993.